

ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА К АНАЛИЗУ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УПРУГОВЯЗКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ, МОДЕЛИРУЕМЫМИ РЕОЛОГИЧЕСКИМИ ТЕЛАМИ КЕЛЬВИНА

А.В. Алимов

Научный руководитель – к.т.н., доцент Г.В. Павлов
Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва

Авторы данной работы предлагают новый подход в построении уравнения движения в обобщенных координатах применительно к механическим системам с упруговязкими элементами и с неголономными связями, напряженно-деформированное состояние которых описывается моделью Кельвина. Этот вопрос мало исследован, и авторам неизвестны работы в данной области.

Построено новое уравнение для анализа движения механических систем с реологическими элементами и неголономными связями. Уравнения имеют следующий вид:

$$\left(1 + n_k \frac{d}{dt}\right) \sum_{\nu=1}^K a_{k\nu}(q) \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\nu} - \frac{\partial T}{\partial q_\nu} - Q_\nu - \sum_{\rho=1}^l \lambda_\rho A_{\rho\nu} \right] + n_k c_k \dot{y}_k(q) + \tilde{c} y_k(q) = 0, (k = \overline{1, K})$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} - \sum_{\nu=1}^K d_{i\nu}(q) \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\nu} - \frac{\partial T}{\partial q_\nu} - Q_\nu - \sum_{\rho=1}^l \lambda_\rho A_{\rho\nu} \right] = Q_j + \sum_{\rho=1}^l \lambda_\rho A_{\rho j}, (j = \overline{K+1, n})$$

Здесь уравнения движения неголономной системы записаны в форме уравнений Рауса с множителями связей.

В качестве примера применения полученных уравнений было рассмотрено движение однородного диска по безмассовой балке на упруговязком основании, моделируемом системой параллельных вертикальных пружин, обладающих реологическими свойствами.

Проведен численный анализ. Установлено, что в заданном диапазоне изменения динамических величин: $m, n, R, c, \tilde{c}, \dot{\phi}$ и начальных параметров, прогиб балки ρ и угол наклона касательной к упругой оси балки β носят характер затухающих колебаний, в то время как угол α , характеризующий боковой наклон диска, является неустойчивой координатой, слабо зависящей от изменения перечисленных параметров. Для стабилизации движения диска следует ввести демпфирующий момент, пропорциональный углу α .