

ДЕЙСТВИЕ ОБОБЩЁННОЙ СПИРАЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ ПЛАСТИНКИ С НЕМОНОТОННОЙ УГЛОВОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ФАЗЫ

В.И. Логачев¹

¹Самарский университет, г. Самара
e-mail: walle.log@yandex.ru

Аннотация

Предложен метод формирования световых кривых с высокой эффективностью с использованием секторных обобщённых спиральных фазовых пластинок с немонотонной угловой зависимостью фазы. Предложенный метод базируется на кусочно-линейной аппроксимации производной фазовой функции и сегментировании обобщённой спиральной фазовой пластинки. Представленные результаты демонстрируют возможность формирования световых кривых с произвольной геометрией, что расширяют спектр подходов эффективного формирования световых кривых с заданным распределением интенсивности.

Ключевые слова: обобщённая спиральная фазовая пластинка, прямая задача дифракции, обратная задача дифракции, немонотонная функция.

Введение

Стандартная спиральная фазовая пластина (СФП) – это оптический элемент с комплексной функцией пропускания $\text{circ}(r/R)\exp(im\varphi)$, где (r, φ) – полярные координаты, R – радиус элемента, m – топологический заряд (ТЗ). СФП позволяет формировать лазерные пучки со спиральным волновым фронтом из падающей плоской волны. Такие пучки обладают уникальными свойствами и используются в различных приложениях, включая оптический захват и манипуляции микрочастицами, повышение разрешения и преодоление дифракционного предела в микроскопии, кодирование и мультиплексирование оптических каналов передачи информации, обработку и структурирование материалов.

Успешное использование вихревых пучков стимулирует дополнительные исследования по модификациям и обобщениям СФП. В 2014 г. была предложена нестандартная СФП [1], фазовое распределение которой описывается степенным законом $2\pi m(\varphi/2\pi)^n$, где n – произвольное положительное число. При освещении этого элемента в фокальной плоскости формируется кривая в виде одного витка спирали. В статье [2] рассмотрено действие обобщенной СФП (ОСФП) с фазой, определяемой произвольной функцией $g(\varphi)$, и дано теоретическое описание формы генерируемой кривой. Отметим, что в [2] периодичность по углу (имеющаяся в [1]) не является необходимой. Более того, множество кривых невозможно получить при наличии такого ограничения. Для получения других распределений необходимо разбиение ОСФП на отдельные сектора или выполнение специальных преобразований, например, квантования фазовой функции.

В большинстве работ решалась прямая задача: рассчитывалось действие заданной ОСФП. Обратная задача расчёта фазовой функции ОСФП для формирования заданной кривой рассматривалась в [3]. При решении обратной задачи на функцию, описывающую кривую, были наложены такие условия, чтобы фаза была возрастающей: $g'(\varphi) > 0$. В данной работе мы рассматриваем влияние не монотонности угловой зависимости, т.е. смены знака производной фазы. В основном, мы ограничиваемся прямой задачей: приводим набор иллюстраций при различном положении точек смены знака. Но их визуальное наблюдение подсказывает возможность решения обратной задачи выделением отдельных ветвей кривой и сегментированием ОСФП.

1. Теоретические сведения

Рассмотрим ОСФП со сложной комплексной функцией пропускания:

$$E(r, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \exp[i g(\varphi)], \quad (1)$$

где $g(\varphi)$ – произвольная вещественная функция, $\text{circ}\left(\frac{r}{R}\right)$ – кольцевая дельта-функция.

Когда световое поле падает на ОСФП, его сектор при фиксированном полярном угле φ_c формирует в фокальной плоскости пятно на следующем расстоянии от центра:

$$r_c = \gamma'_{1,\mu} \frac{f}{kR}, \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны падающего света, f – фокусное расстояние, R – радиус ОСФП, $\gamma'_{1,\mu}$ – первый нуль производной функции Бесселя $J_\mu(x)$. Заметим, что значение $\mu = g'(\varphi_c)$ не является целым числом.

Пусть кривая, которую мы хотим получить в фокальной плоскости, описывается (в полярной системе координат) функцией $r_c(\varphi)$. Из уравнения (2), определения $\mu = g'(\varphi_c)$ и приближенной линейной зависимости $\gamma'_{1,\mu}$ от μ , мы можем записать уравнение, связывающее безразмерный радиус $\rho(\varphi) = r_c(\varphi)kR/f$ и фазовую функцию ОСФП $g(\varphi)$:

$$g'(\varphi) = \rho(\varphi). \quad (3)$$

Уравнение (3) – это дифференциальное уравнение первого порядка, которое всегда имеет решение в квадратурах. Начальное условие выбирается исходя из характеристик конкретной задачи. Кривая является замкнутой, если выполняется равенство $g'(2\pi) = g'(0)$. Ниже приведен пример замкнутой кривой.

2. Численное моделирование

Поле в фокальной плоскости рассчитывалось на основе численного интегрирования с помощью преобразования Фурье. Параметры расчёта: радиус входного поля $R = 1$ мм, длина волны – 532 нм, фокусное расстояние $f = 300$ мм. Размер выходного поля составляет $0,5 \times 0,5$ мм. Параметр a определяет, масштаб формируемой кривой.

2.1. Четырехлистник

Рассмотрим уравнение четырехлистника:

$$g'(\varphi) = \begin{cases} \frac{2a}{\pi} \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \pi/4 \\ a \left(1 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & \pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4, \\ a \left(-2 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 3\pi/4 \leq \varphi \leq 5\pi/4, \\ a \left(3 - \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 5\pi/4 \leq \varphi \leq 7\pi/4, \\ a \left(-4 + \frac{2}{\pi} \varphi\right), & 7\pi/4 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases} \quad (4)$$

На рис. 1 показаны результаты формирования четырехлистника (4). Производная положительна в квадрантах I и III, и отрицательна в квадрантах II и IV, т.е. знак производной чередуется. Можем заметить, что количество перемен знаков равно числу дуг (не ветвей; их всегда две: положительная и отрицательная) кривой.

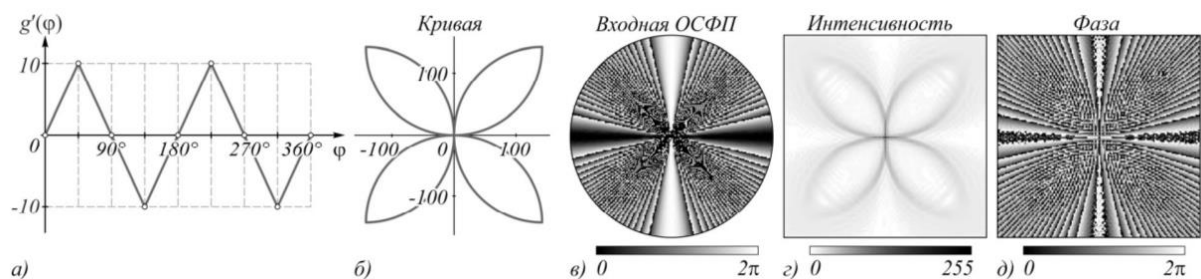


Рисунок 1 – Результаты расчёта дифракции плоского пучка на ОСФП (4) при $a = 400$: график производной фазы (а), вид кривой (б), фаза ОСФП (в), распределение интенсивности (г) и фазы (д) в фокальной плоскости

Заключение

В данной статье мы рассмотрели действие ОСФП с немонотонной зависимостью фазы от угла. Предложенный метод базируется на сегментировании ОСФП. При этом каждый сегмент пластинки отвечает за формирование отдельных элементов световой кривой, что обеспечивает возможность формирования световых кривых с достаточно произвольной геометрией, включая изломы и невозможные при монотонной фазе самопересечения. Полученные результаты расширяют спектр подходов энергетически эффективного формирования световых кривых.

Список использованных источников

1. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices / P. Li, S. Liu, T. Peng, G. Xie, X. Gan, J. Zhao // Optics Express. – 2014. – V. 22, № 7. – P. 7598–7606.
2. Properties of vortex light fields generated by generalized spiral phase plates / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, V.I. Logachev, A.P. Porfirev // Physical Review A. – 2020. – V. 101, № 4. – P. 043829.

3. Ustinov, A.V. Calculation of the transmission function of a generalized spiral phase plate to form a given curve / A.V. Ustinov, V.I. Logachev, S.N. Khonina // Optical Memory and Neural Networks. – 2024. – V. 33, № 1. – P. S34–S42.

ACTION OF A GENERALIZED SPIRAL PHASE PLATE WITH NON-MONOTONIC ANGULAR DEPENDENCE OF THE PHASE

V.I. Logachev¹

*¹Samara University, Samara
e-mail: walle.log@yandex.ru*

Abstract

A method for generating light curves with high efficiency using sector generalized spiral phase plates with a non-monotonic angular dependence of the phase is proposed. The proposed method is based on the piecewise linear approximation of the phase function derivative and the segmentation of a generalized spiral phase plate. The presented results demonstrate the possibility of forming light curves with a fairly arbitrary geometry, which expands the range of approaches to the effective formation of light curves with a given intensity distribution.

Keywords: generalized spiral phase plate, direct diffraction problem, inverse diffraction problem, nonmonotonic function.