

СЕКЦИЯ № 5 КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И НАНОСПУТНИКИ

*Председатели: профессор И.В. Белоконов
старший преподаватель М.С. Щербаков*

УДК 629.78

В.Р. Баранова, Е.В. Баринава

АНАЛИЗ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКОВ СТАНДАРТА КУБСАТ

Введение. В последние десятилетия наноспутники (НС) стандарта кубсат всё чаще используются для решения сложных научных задач, в связи с чем возникла необходимость повышения точности их ориентации в пространстве. Для аппаратов, запускаемых на низкие околоземные орбиты, эффективным решением является пассивная аэродинамическая стабилизация с использованием аэродинамического восстанавливающего момента. Однако такой подход сопряжён с риском возникновения резонансных режимов движения, характеризующихся резким ростом амплитуды колебаний по пространственному углу атаки. Явление резонанса возникает при определённых соотношениях между частотой колебаний пространственного угла атаки и средней частотой собственного вращения, которые могут быть обусловлены различными факторами, такими как смещение центра масс, наличие малой инерционной асимметрии или формой космического аппарата. Возникновение резонансных колебаний способно критически повлиять на выполнение целевых задач космической миссии, поэтому их исследование является актуальной задачей. В данной работе рассматривается угловое движение аэродинамически стабилизированного НС в случае возникновения резонансных режимов движения, обусловленных только его формой.

Методика исследования. При составлении математической модели углового движения аэродинамически стабилизированного НС на низких круговых орбитах принято полагать, что обтекание космического аппара-

та является свободномолекулярным, а удар молекул газа абсолютно неупругий. При данных допущениях аэродинамическая сила представляет собой силу сопротивления и определяется площадью проекции НС на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока [1]. Тогда аэродинамическое угловое ускорение НС в плоскости угла атаки можно записать в виде [2]:

$$M_{\alpha}(\alpha, \varphi, H) = m_0(H) (|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha (|\sin \varphi| + |\cos \varphi|)) \sin \alpha \quad (1)$$

где $m_0(H) = \frac{-c_0 \Delta x S_x q(H)}{J_n}$; H – высота полёта; $c_0 = 2,2$ – коэффициент лобового сопротивления; Δx – смещение центра масс относительно геометрического центра вдоль продольной оси; S_x – характерная площадь НС; $q(H) = \rho(H)[V(H)]^2/2$ – скоростной напор; $\rho(H)$ – плотность атмосферы; $V(H) = \sqrt{\mu/(R_3 + H)}$ – скорость полёта; μ – гравитационный параметр Земли; R_3 – радиус Земли; J_n – поперечный момент инерции НС; α – пространственный угол атаки; k_s – отношение площади одной из боковых поверхностей НС к характерной площади; φ – угол собственного вращения.

Для проведения анализа углового движения НС выражение $|\sin \varphi| + |\cos \varphi|$ можно аппроксимировать, используя разложение в ряд Фурье:

$$|\sin \varphi| + |\cos \varphi| \approx \frac{4}{\pi} - \frac{8}{15\pi} \cos 4\varphi.$$

Тогда выражение (1) можно представить в виде суммы двух слагаемых, одному из которых в силу его малости припишем малый параметр ε :

$$M_{\alpha}(\alpha, \varphi, H) = M_{\alpha}(\alpha, H) + \varepsilon \Phi_{\alpha}(\alpha, \varphi, H), \quad (2)$$

$$\text{где } M_{\alpha}(\alpha, H) = m_0(H) \left(|\cos \alpha| + \frac{4}{\pi} k_s \sin \alpha \right) \sin \alpha,$$

$$\varepsilon \Phi_{\alpha}(\alpha, \varphi, H) = -\frac{8}{15\pi} m_0(H) k_s \sin^2 \alpha \cos 4\varphi.$$

Учитывая представление аэродинамического углового ускорения в виде (2), а также используя подход В.А. Ярошевского [3] и В.М. Волосова [4], угловое движение НС на низких круговых орбитах в резонансном случае движения, пренебрегая орбитальной угловой скоростью, можно описать системой уравнений, полученной в работе [2].

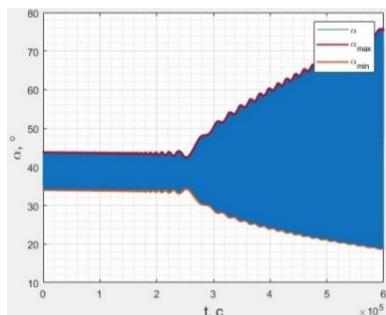
Резонансные соотношения частоты колебаний пространственного угла атаки $\tilde{\omega}$ и средней частоты собственного вращения λ для НС стандарта кубсат при различных обуславливающих факторов были получены в работе [2]. Приведём соотношения частот, обусловленные только формой НС. В случае «прямой» прецессии имеем соотношения: $\lambda = -\tilde{\omega}/4$, $\lambda = \tilde{\omega}/4$, $\lambda = \tilde{\omega}/2$, $\lambda = 3\tilde{\omega}/4$, $\lambda = 0$ – «лунный» резонанс, а в случае «обратной» прецессии имеем соотношение $\lambda = 3\tilde{\omega}/4$.

В области резонанса возможно два типа движения космического аппарата: «захват» в резонанс, при котором резонансное соотношение сохраняется в течении длительного промежутка времени и «проход» через резонанс, когда резонансное соотношение выполняется кратковременно. «Захват» в резонанс является наиболее опасным типом движения НС, так как он приводит к стабильному изменению амплитуды колебаний, что в свою очередь способно привести к нарушению выполнения целевой задачи космической миссии. Кроме того, выводить НС из «захвата» в резонанс сложно и энергозатратно. Поэтому в данной работе не только определяется тип движения НС в области резонанса, но и выявляются наиболее опасные резонансные соотношения, при которых чаще реализуется «захват» в резонанс. Для определения типа движения НС в области резонанса частоты $\tilde{\omega}$ и λ были вычислены по формулам, приведённым в работе [2].

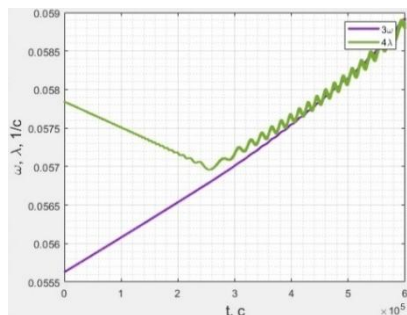
Математическая модель углового движения НС на низких круговых орбитах в резонансном случае движения была реализована в математическом пакете MATLAB. Моделирование проводилось для НС SamSat-218D, имеющего следующие характеристики: $m = 1,8$ кг; $S_x = 0,01$ м²; $\Delta x = 0,05$ м; $J_x = 0,004$ кг · м²; $J_n = 0,014$ кг · м²; $k_s = 3,0$. В работе [2] были получены зависимости критических значений продольной угловой скорости от высоты для каждого резонансного соотношения. Опираясь на эти результаты, были подобраны начальные условия движения, при которых реализуются резонансные режимы движения НС с заданным соотношением частот λ и $\tilde{\omega}$.

Для соотношения частот $\lambda = \frac{3\tilde{\omega}}{4}$ моделирование проводилось при следующих начальных условиях: $\alpha_0 = 35^\circ$; $\varphi_0 = 20^\circ$; $\psi_0 = 0$; $\omega_{x0} = 1,7$ °/с; $\omega_{y0} = 0,25$ °/с; $\omega_{z0} = 0,5$ °/с; $H_0 = 310$ км. Результаты моделирования приведены на рис. 1. На рис. 1а показано изменение пространственного угла атаки и изменение его максимального и минималь-

ного значений. Видно, что в некоторый момент времени амплитуда колебаний пространственного угла атаки начала существенно увеличиваться, что свидетельствует о возникновении резонанса. В тот же время на рис. 1б можно заметить, как частота λ резко меняет своё направление и начинает «следовать» за частотой $\tilde{\omega}$, что свидетельствует о «захвате» в резонанс.

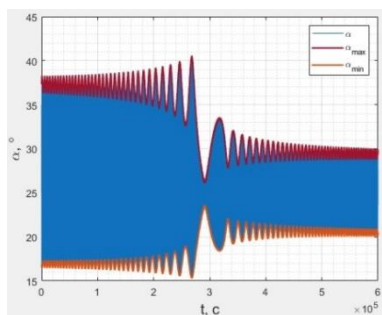


а

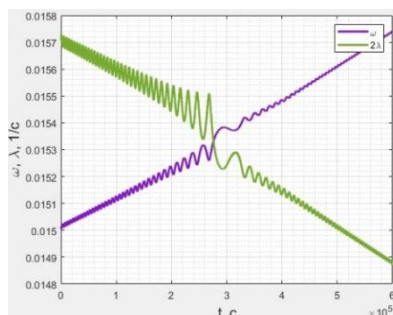


б

Рис. 1. а – Изменение пространственного угла атаки;
б – Изменение частот λ и $\tilde{\omega}$ при «захвате» в резонанс



а



б

Рис. 2. а – Изменение пространственного угла атаки;
б – Изменение частот λ и $\tilde{\omega}$ при «проходе» через резонанс

Для резонансного соотношения $\lambda = \tilde{\omega}/2$ моделирование проводилось при следующих начальных условиях движения: $\alpha_0 = 35^\circ$; $\varphi_0 = 20^\circ$; $\psi_0 = 0$; $\omega_{x0} = 1^\circ/\text{с}$; $\omega_{y0} = 0$; $\omega_{z0} = 0,25^\circ/\text{с}$; $H_0 = 364 \text{ км}$. Результаты моделирования приведены на рис. 2. На рис. 2а видно, что до определённого момента времени пространственный угол изменяется почти монотонно, после чего происходит скачок и амплитуда колебаний существенно уменьшается. Дальнейшее изменение пространственного угла атаки также происходит почти монотонно. В тоже время на рис. 2б произошло однократное пересечение частот λ и $\tilde{\omega}$, что свидетельствует о «проходе» через резонанс.

Для НС SamSat-218D по результатам многочисленных моделирований было выявлено, что для соотношений частот $\lambda = \tilde{\omega}/2$, $\lambda = 3\tilde{\omega}/4$, $\lambda = -\tilde{\omega}/4$, $\lambda = 0$ для «прямой» прецессии чаще реализуется «захват» в резонанс, а для соотношения $\lambda = \tilde{\omega}/4$ для «прямой» прецессии и $\lambda = 3\tilde{\omega}/4$ для «обратной прецессии» чаще наблюдался «проход» через резонанс.

Таким образом, с помощью моделирования был проведён анализ резонансных режимов движения НС стандарта кубсат и были выявлены наиболее опасные соотношения частот. Полученные результаты позволяют выбирать такие начальные условия и параметры системы, которые минимизируют риск «захвата» в резонанс, обеспечивая тем самым надёжное выполнение целевых задач космической миссии.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, <https://rscf.ru/project/23-67-10007/>.

Список использованных источников

1. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука, 1965.
2. Баринаева Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А., Предотвращение возможности возникновения резонансных режимов движения для низковысотных спутников класса CUBESAT. Гироскопия и навигация. – 2021. – Т. 29, № 4. – С. 1–19.
3. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. – Москва: Машиностроение, 1978. – 168 с.
4. Волосов В. М., Моргунов Б. И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. – МГУ, 1971.