

5 О.Л. Старинова. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007. – 196 стр.

6 Математическая теория оптимальных процессов / Л.С.Понтрягин [и др.]. – М.: Наука 1976. – 392 с.

УДК 629.787

О.Л. Старинова, Т.В. Старостина, О.Д. Жалдыбина

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ СПУСКА НА ТЕЛАС РАЗРЕЖЕННЫМИ И СТРАТИФИЦИРОВАННЫМИ АТМОСФЕРАМИ

Введение. Титан – крупнейший после Ганимеда спутник в Солнечной системе, обладает плотной атмосферой на основе азота с примесью метана. Уникальность его климата определяется метановым циклом, аналогичным водному циклу на Земле, который включает образование плотной облачности и метановых дождей. При этом атмосферное давление и плотность экспоненциально убывают с высотой [1].

Постановка задачи. Целью исследования является разработка методики моделирования траектории посадки спускаемого аппарата (СА) в атмосфере Титана с последующей разработкой математического комплекса для расчёта спуска.

Исходные данные. Атмосфера Титана. Атмосфера спутника рассчитывалась исходя из данных, представленных в работе [2]. На рис. 1 представлена зависимость высоты от плотности атмосферы Титана (жирная линия – максимальное значение плотности атмосферы, тонкая линия – среднее значение плотности атмосферы, пунктирная линия – минимальное значение плотности атмосферы). В настоящее время нет идеально точной зависимости изменения плотности атмосферы от высоты на Титане, это вызвано неточностями в анализе данных, полученных с Вояджера. В данной работе использовались усреднённые значения изменения плотности атмосферы от высоты.

Исходя из этих данных, была построена экспоненциальная зависимость плотности атмосферы Титана $\rho(h)$ от высоты h .

$$\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{-0,000043703 \cdot h} = 4,523765 e^{-0,000043703 h}. \quad (1)$$

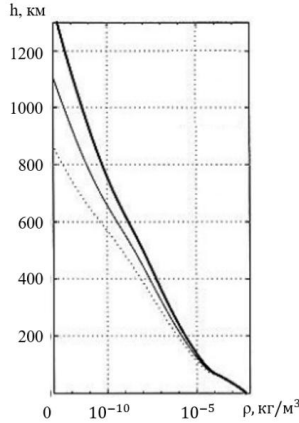


Рис. 1. Изменение плотности атмосферы Титана
в зависимости от высоты

Уравнения движения космического аппарата на пассивном этапе посадки имеют следующий вид.

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= -V, \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{\mu_{Tum.}}{(R_{Tum.} + h)^2} - \sigma \frac{\rho(h)V^2}{2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $R_{Tum.}$ – радиус поверхности Титана, V – величина скорости СА.

Для активного этапа посадки уравнения движения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= -V, \\ \frac{dV}{dt} &= -\frac{P\delta}{m_1 - \frac{P}{c}\delta t} + \frac{\mu_{Tum.}}{(R_{Tum.} + h)^2} - \sigma \frac{\rho(h)V^2}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где m_1 – масса СА в конце этапа гравитационного разворота, δ - функция включения выключения двигателей СА, $\delta = 1$ на втором участке вертикального спуска, когда двигатель включён.

Минимальный расход топлива на этапе вертикального спуска обеспечивается однократным включением двигательной установки. Траектория вертикального спуска начинается с пассивного участка, где СА разгоняется под действием силы тяжести, и активного участка, где торможение происходит под воздействием тяги двигательной установки [3]. При отсутствии атмосферы продолжительность пассивного и активного участка может быть рассчитана аналитически, как решение системы двух уравнений, отражающих требование нулевой скорости в момент посадки.

$$V_1 + \frac{\mu_{Tum.}}{R_{Tum.}}(t_2 + t_3) + c \ln \left(1 - \frac{P}{cm_1} t_3 \right) = 0, \quad (4)$$

$$h_1 - V_1(t_2 + t_3) - \frac{\mu_{Tum.}}{2R_{Tum.}^2}(t_2 + t_3)^2 - \frac{c^2 m_1}{P} \left(\left(\frac{P}{cm_1} t_3 - 1 \right) \left(\ln \left(1 - \frac{P}{cm_1} t_3 \right) - 1 \right) - 1 \right) = 0,$$

где h_1 – высота и V_1 – скорость СА в конце участка гравитационного разворота, t_2 – длительность пассивного вертикального движения, t_3 – длительность активного вертикального движения

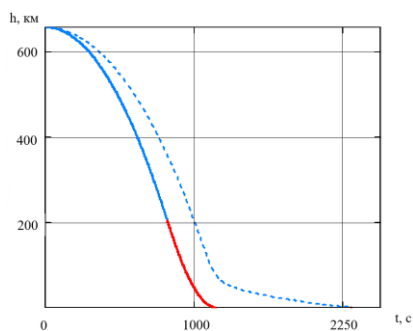
Однако, если мы примем во внимание неоднородную плотность атмосфере Титана, следует уточнить продолжительность периодов включения-выключения двигателей. Это уточнение не может быть выполнено аналитически, мы решили задачу определения двух управляющих параметров – и одновременного выполнения двух оставшихся граничных условий. При этом в качестве начальных приближений использовались значения, полученные по формулам (3).

Результаты моделирования посадки. На рис. 2 показаны результаты моделирования участка вертикального спуска (синей линией показана пассивная траектория, красной линией – зона торможения перед посадкой). На рис. 2(а) показана зависимость высоты от времени для двух случаев. Пунктирная линия соответствует условию спуска с учётом атмосферы Титана, а сплошная линия без учёта атмосферы.

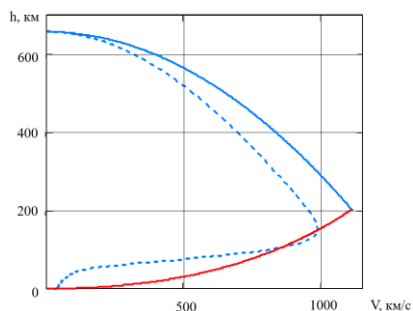
На рис. 2(б) показаны графики зависимости высоты от скорости для двух случаев. Видно, что графики существенно отличаются, это связано с тем, что атмосфера Титана быстро уплотняется при приближении к поверхности из-за этого спускаемый аппарат начинает тормозиться об неё, поэтому включение двигателей необходимо только в са-

мом конце, чтобы СА успел затормозиться и мягко приземлиться на поверхность. Кроме того, максимальная скорость спускаемого аппарата на активном участке вертикального спуска с учётом атмосферы Титана снизилась с 1110 м/с до 36,631 м/с. Количество затраченного топлива на совершение посадки также изменится. Без учёта атмосферы – 27,354 кг, с учётом – 18,638 кг.

На этапе вертикального спуска время пассивного участка без учёта атмосферы составило 818,393 с, с учётом атмосферы 2053 с. Таким образом, время спуска увеличилось на 1234,607 с. Время активного участка без учёта атмосферы 325,09 с, с учётом – 13 с. Разница составляет 312,09 с.



а



б

Рис. 2. График зависимости высоты от времени (а) и высоты от скорости (б) на участке вертикального спуска

Заключение. В данной работе была разработана методика моделирования траектории посадки спускаемого аппарата в атмосфере Титана и разработан математический комплекс для расчёта посадки космического аппарата с учётом атмосферы на спутник Сатурна Титан с минимальными энергетическими затратами. После сравнения результатов расчётов с учётом и без учётом атмосферы можно сделать вывод, что расчёт с учётом атмосферы спутника является более точным, а также разработанный математический комплекс можно использовать для реальных расчётов посадки на спутник Сатурна Титан.

Список использованных источников

1. Hoyle F. The Cosmogony of the Solar System, Chapter 10 “The Rotations of Jupiter and Saturn”, Enslow Publishers, NJ. ISBN 0-89490-023-4, 2016.
2. Yelle R. V., Strobell D. F. Gautier, Engineering Models for Titan's Atmosphere, Engineering, Environmental Science, Physics, 1998.
3. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. – М.: Дрофа, 2004.