

5 Liu, L., & Liu, Y. (2024). A note on the computation of multi-revolution NRHO under the ephemeris model. *Advances in Space Research*.

6 Fu, S., Liang, Y., Wu, D., & Gong, S. (2025). Low-energy Earth-Moon transfers with lunar ballistic capture based on Lagrangian coherent structures in a four-body model. *Advances in Space Research*.

УДК 629.78

*Лю Юнькай, Сюй Чензя*

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДИКИ СОЗДАНИЯ БАЗЫ ДАННЫХ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРЕЛЁТА ЗЕМЛЯ-ЮПИТЕР С МАЛОЙ ТЯГОЙ

**Введение.** Процесс проектно-баллистической оптимизации миссии космического аппарата (КА) с электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ) [1] требует многократного решения вариационных задач о перелётах Земля – планета назначения для различных проектных параметров [2-4]. Сохранение и обработка уже полученных результатов даёт возможность их использования как для решения вариационных задач с другими значениями параметров, так и для проектной оптимизации миссии по приближённым аппроксимационным зависимостям.

В работе получены приближённые аппроксимационные зависимости баллистических параметров перелётов для миссии в систему Юпитера.

**Модели и численные методы.** На гелиоцентрическом участке межпланетного перелёта, движение КА с ЭРДУ описывается системой дифференциальных уравнений в безразмерной форме. Для описания движения в данной работе используется плоская полярная система координат. Предполагается, что КА имеет солнечную энергоустановку, мощность которой уменьшается пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния.

Для формирования оптимального по быстродействию управления будем использовать принцип максимума Понтрягина, согласно которому оптимальное управляемое движение КА описывается системой дифференциальных уравнений.

Здесь  $r$  – величина радиус-вектора, направленного в сторону КА, который в данной работе представляет собой величину расстояния КА от Солнца;  $\varphi$  – угол между радиус-вектором и начальным положением КА;

$m$  – относительная масса рабочего тела (топлива) потребляемого КА;  $V_r, V_\varphi$  – компоненты скорости КА в радиальном и трансверсальном направлениях, соответственно;  $\lambda$  – угол между радиус-вектором и вектором ускорения от тяги двигателей  $a_0$ , с диапазоном углов  $(0-180^\circ)$ ;  $a_0$  – величина вектора управляющего ускорения КА;  $c$  – скорость истечения рабочего тела,  $\delta$  – функция переключения двигателя,  $P_r, P_\varphi, P_{V_r}, P_{V_\varphi}$  – четыре сопряжённых переменных.

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_r, \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_\varphi}{r}, \\ \frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{a_0 \delta}{r^2} \frac{P_\varphi}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}}, \\ \frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{V_r \cdot V_\varphi}{r} + \frac{a_0 \delta}{r^2} \frac{P_r}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}}, \end{cases}, \frac{d\vec{P}}{dt} = \begin{cases} \frac{dP_r}{dt} = P_{V_r} \left( \frac{V_\varphi^2}{r^2} - \frac{2}{r^3} \right) - P_{V_\varphi} \frac{V_r \cdot V_\varphi}{r^2} + \frac{2a_0}{r^3} \sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}, \\ \frac{dP_\varphi}{dt} = 0 \Rightarrow P_\varphi = const, \\ \frac{dP_{V_r}}{dt} = -P_r + P_{V_\varphi} \frac{V_\varphi}{r}, \\ \frac{dP_{V_\varphi}}{dt} = \frac{P_{V_\varphi} \cdot V_r - 2P_{V_r} \cdot V_\varphi}{r}. \end{cases} \quad (1)$$

В данной работе краевая задача преобразуется в задачу Коши с неизвестными начальными значениями сопряжённых переменных, а затем для решения системы уравнений используется метод Рунге-Кутты четвёртого порядка.

**Методика оптимизации миссий.** Процесс решения задачи проектно-баллистической оптимизации миссии требует осуществлять многократное решение вариационных задач баллистической оптимизации системы при различных значениях вектора проектно-баллистических параметров. Если результаты полученных решений сохранить и/или описать приближёнными аппроксимационными зависимостями, то их можно использовать в качестве начального приближения для решения задач с другими требуемыми значениями проектно-баллистических параметров. Для этого используется база данных, в которой сохраняются результаты проектной и баллистической оптимизации миссий.

При достаточном количестве решений, полученных для данной модели движения, возможно использование режима обработки данных – получения или уточнения аппроксимационных зависимостей, связывающих критерий оптимальности и начальные приближения для решения задач управления и вектор проектно-баллистических параметров.

**Результаты расчётов.** Расчёты были выполнены для оптимального по быстродействию гелиоцентрического перелёта Земля-Юпитер КА со следующими значениями проектных параметров: начального ускорения  $a_0$  из множества {0,1 0,3 0,5 1,0 1,5 2,0 2,5 3,0 3,1} мм/с<sup>2</sup> и скорость истечения  $c$  из множества {26 30 40 50 60 70 80 90 100} км/с. Часть полученных результатов оптимизации для скоростей истечения  $c = 30$  и 50 км/с показаны в табл. 1.

Табл. 1. Параметры перелёта Земля-Юпитер при  $c = 30$  и 50 км/с

|       | с = 30 км/с |            |            |                    | с=50 км/с  |            |            |                    |
|-------|-------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $a_0$ | $T_{\min}$  | $P_r(t_0)$ | $P_v(t_0)$ | $P_{\dot{v}}(t_0)$ | $T_{\min}$ | $P_r(t_0)$ | $P_v(t_0)$ | $P_{\dot{v}}(t_0)$ |
| 0,1   | 212,92      | 0,4756     | 0,1110     | 0,5434             | 214,07     | 0,4886     | 0,1035     | 0,5580             |
| 0,3   | 73,47       | 0,4425     | 0,1692     | 0,5500             | 73,87      | 0,4536     | 0,1703     | 0,5647             |
| 0,5   | 46,68       | 0,4297     | 0,1722     | 0,5782             | 46,93      | 0,4410     | 0,1748     | 0,5921             |
| 1,0   | 27,89       | 0,4300     | 0,0926     | 0,7902             | 27,99      | 0,4445     | 0,0998     | 0,8017             |
| 1,5   | 22,96       | 0,2823     | 0,1001     | 0,6994             | 23,05      | 0,2967     | 0,1069     | 0,7134             |
| 2,0   | 20,12       | 0,2060     | 0,1199     | 0,5991             | 20,22      | 0,2208     | 0,1273     | 0,6134             |
| 2,5   | 18,19       | 0,1567     | 0,1349     | 0,5212             | 18,28      | 0,1720     | 0,1429     | 0,5354             |
| 3,0   | 16,75       | 0,1220     | 0,1442     | 0,4606             | 16,84      | 0,1378     | 0,1529     | 0,4745             |
| 3,1   | 16,50       | 0,1163     | 0,1455     | 0,4501             | 16,6       | 0,1322     | 0,1543     | 0,4640             |

Остальные наборы данных получены, но в данной работе не представлены. Систематизация данных позволила построить полиномиальные аппроксимационные зависимости  $T_{\min}^a(a_0, c)$ ,  $P_r^a(a_0, c)$ ,  $P_{v_r}^a(a_0, c)$ ,  $P_{v_\varphi}^a(a_0, c)$ :

$$F(a, c) = p_{00} + p_{10}a + p_{01}c + p_{20}a^2 + p_{11}ac + p_{02}c^2 + p_{30}a^3 + p_{21}a^2c + p_{12}ac^2 + p_{03}c^3 + p_{40}a^4 + p_{31}a^3c + p_{22}a^2c^2 + p_{13}ac^3 + p_{04}c^4 \quad (2)$$

Полученные коэффициенты в зависимости (2) для различных проектных параметров представлены в табл. 2.

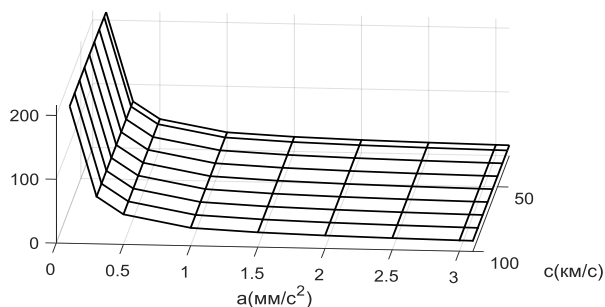


Рис. 1. Приближённое изображение целевой функции  $T_{\min}^a(a_0, c)$

Табл. 2. Значения параметров аппроксимационных зависимостей

|          | $T_{\min}^a(a_0, c)$ | $P_r^a(a_0, c)$ | $P_{V_r}^a(a_0, c)$ | $P_{V_\phi}^a(a_0, c)$ |
|----------|----------------------|-----------------|---------------------|------------------------|
| $p_{00}$ | 124,3                | 0,261           | 0,2147              | 0,2031                 |
| $p_{10}$ | -230,5               | 0,5476          | -0,1834             | 1,024                  |
| $p_{01}$ | 0,08103              | 0,003401        | 0,0008047           | 0,004074               |
| $p_{20}$ | 189,9                | -0,6994         | 0,0245              | -0,6889                |
| $p_{11}$ | -0,04943             | 0,0006115       | 0,00102             | -0,0003165             |
| $p_{02}$ | -0,001053            | -6,581e-05      | -2,246e-05          | -7,12e-05              |
| $p_{30}$ | -67,11               | 0,2606          | 0,03279             | 0,1475                 |
| $p_{21}$ | 0,01643              | -0,0001521      | -0,0002913          | 0,0002053              |
| $p_{12}$ | 0,0002739            | -4,351e-06      | -6,54e-06           | 2,41e-07               |
| $p_{03}$ | 7,046e-06            | 5,866e-07       | 2,325e-07           | 6,037e-07              |
| $p_{40}$ | 8,466                | -0,03211        | -0,008198           | -0,008283              |
| $p_{31}$ | -0,001894            | 1,812e-05       | 3,579e-05           | -3,537e-05             |
| $p_{22}$ | -3,687e-05           | 3,235e-07       | 5,905e-07           | -1,312e-07             |
| $p_{13}$ | -5,97e-07            | 1,32e-08        | 1,82e-08            | 8,052e-10              |
| $p_{04}$ | -1,896e-08           | -1,967e-09      | -8,478e-10          | -1,958e-09             |

Если задать начальные значения сопряжённых переменных, полученные по аппроксимационным уравнениям и провести моделирование перелёта Земля-Юпитер в интервале проектных параметров  $a = (0.1-3.1) \text{ мм/с}^2$ ,  $c = (25-100) \text{ км/с}$ , то можно получить вычислительную погрешность  $\varepsilon$ , представленную на рис. 3 в логарифмическом масштабе.

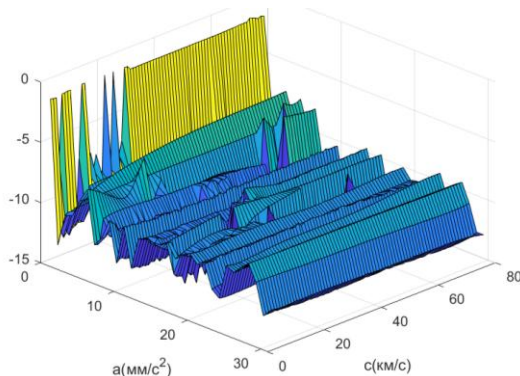


Рис. 3. Погрешность  $\varepsilon$  в логарифмическом масштабе

**Заключение.** Как показывают полученные результаты, прямые расчёты по приближённым аппроксимационным зависимостям не достаточно точны во всём рассматриваемом диапазоне проектных параметров КА, но являются хорошим начальным приближением, позволяющим получить численное решение краевых задач.

#### Список использованных источников

- 1 Полищук Г.М. Перспективные проекты автоматических космических комплексов для исследования планет-гигантов и их спутников. // Полет. – 2005. – № 7. – С. 12-15.
- 2 Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с.
- 3 А.М. Потапов, Ц.В. Соловьев. Оптимизация траекторий полета к планетам с двигателями малой тяги. // КИ, т.12, вып.3, 1974.
- 4 В.В.Салмин, С.А.Ишков, О.Л.Старинова Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2006

5 О.Л. Старинова. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007. – 196 стр.

6 Математическая теория оптимальных процессов / Л.С.Понтрягин [и др.]. – М.: Наука 1976. – 392 с.

УДК 629.787

*О.Л. Старинова, Т.В. Старостина, О.Д. Жалдыбина*

## **МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ СПУСКА НА ТЕЛАС РАЗРЕЖЕННЫМИ И СТРАТИФИЦИРОВАННЫМИ АТМОСФЕРАМИ**

**Введение.** Титан – крупнейший после Ганимеда спутник в Солнечной системе, обладает плотной атмосферой на основе азота с примесью метана. Уникальность его климата определяется метановым циклом, аналогичным водному циклу на Земле, который включает образование плотной облачности и метановых дождей. При этом атмосферное давление и плотность экспоненциально убывают с высотой [1].

**Постановка задачи.** Целью исследования является разработка методики моделирования траектории посадки спускаемого аппарата (СА) в атмосфере Титана с последующей разработкой математического комплекса для расчёта спуска.

**Исходные данные. Атмосфера Титана.** Атмосфера спутника рассчитывалась исходя из данных, представленных в работе [2]. На рис. 1 представлена зависимость высоты от плотности атмосферы Титана (жирная линия – максимальное значение плотности атмосферы, тонкая линия – среднее значение плотности атмосферы, пунктирная линия – минимальное значение плотности атмосферы). В настоящее время нет идеально точной зависимости изменения плотности атмосферы от высоты на Титане, это вызвано неточностями в анализе данных, полученных с Вояджера. В данной работе использовались усреднённые значения изменения плотности атмосферы от высоты.

Исходя из этих данных, была построена экспоненциальная зависимость плотности атмосферы Титана  $\rho(h)$  от высоты  $h$ .