Заключение. Результаты исследования показывают важность оценки накопленной дозы радиации для КА, совершающих пролёт радиационных поясов таких планет-гигантов, как Юпитер. Радиационное воздействие Юпитера способно привести к отказу БА и потере КА даже при пролёте планеты-гиганта по гиперболической траектории. Баллистический метод выбора высоты пролётной траектории показывает свою эффективность в комбинации с методом утолщения стенок корпуса и позволяет дополнительно уменьшить поглощённую дозу радиации в 2-4 раза. Таким образом, вопрос снижения радиационной нагрузки на КА становится актуальным для любых КА, пролетающих Юпитер.

Список использованных источников

1. Ионизирующие излучения космического пространства и их воздействие на бортовую аппаратуру космических аппаратов / под ред. докт. техн. наук проф. Г. Г. Райкунова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.

2. Н.А. Симбирев, А.А. Суханов, О.Л. Старинова. О полётах с малой тягой к спутникам Нептуна Тритону и Нереиде// Космич. исслед. 2025 (в печати).

3. SPENVIS: The European Space Agency Space Environment Information System, http://www.spenvis.oma.be/.

4. Vette J. I. Trapped Radiation Enviroment Model Program (1964–1991). NSSDC/WDC-A-R&S 91-29. 1991. November.

5. Vette J. I. The AE-8 Trapped Electron Model Environment. NSSDC/WDC-A-R&S 91-24. 1991.

6. Seltzer S. M. Updated calculations for routine space-shielding radiation dose estimates: SHIELDOSE-2. NIST Publication, NISTIR 5477. Gaithersburg. 1994.

УДК 629.78

Сюй Чэнцзя, Ву Кунсюй

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕЛЁТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ТЯГОЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АСТЕРОИДА АПОФИС

Введение. Околоземный астероид Апофис (99942 Apophis) является уникальным объектом для исследования из-за потенциального риска его

столкновения с Землёй. Этот астероид S-типа диаметром около 340 м пролетит мимо Земли в 2029 г. на расстоянии одной десятой расстояния между Землёй и Луной.

В данной статье представлен метод поиска оптимального программного управления космическим аппаратом (КА) с идеально регулируемым двигателем малой тяги от Земли к астероиду Апофис с использованием метода пристрелки на основе модифицированных экваториальных орбитальных элементов.

Модель движения КА в модифицированных экваториальных орбитальных элементах. В практике баллистического проектирования исторически применялись четыре системы орбитальных элементов: декартовы координаты, Кеплеровы оскулирующие элементы (КЕ), экваториальные (ЕЕ) и модифицированные экваториальные элементы (МЕЕ). МЕЕ сочетают преимущества предшественников: сохраняют вычислительную эффективность КЕ/ЕЕ, но лишены их недостатков – особенностей при нулевом наклонении и эксцентриситете (КЕ), или при единичном эксцентриситете (ЕЕ)[1]. Кроме того, МЕЕ сохраняют аналитическую корректность для всех наклонений от 0° до 180°, что обусловило их выбор в данном исследовании. Итак, вектор состояния, описывающий текущую орбиту КА в МЕЕ, включает [2]:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} p & f & g & h & k & L \end{pmatrix}^T \tag{1}$$

Преобразование между классическими Кеплеровыми орбитальными элементами и МЕЕ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} &p = a\left(1-e^2\right), && f = e\cos\left(\omega+\Omega\right), \\ &g = e\sin\left(\omega+\Omega\right), && h = \tan\left(i/2\right)\cos\Omega, \\ &k = \tan\left(i/2\right)\sin\Omega, && L = \Omega+\omega+\vartheta. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь a – большая полуось, e – эксцентриситет, i – наклонение орбиты, ω – аргумент перицентра, Ω – долгота восходящего узла, ϑ – истинная аномалия.

Уравнения движения на основе МЕЕ имеют вид:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{M}\frac{Tu}{m}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{D}, \tag{3}$$

$$\dot{m} = -\frac{Tu}{gI_{sp}}. \tag{4}$$

Уравнение (3) описывает эволюцию переменных состояния, а уравнение (4) моделирует изменение массы аппарата m из-за расхода двигателем рабочего тела [3]. Ключевые параметры включают: $T \in [0, \quad T_{\max}]$ – регулируемую в непрерывном режиме величину тяги, $u \in [0, \quad 1]$ – коэффициент дросселирования двигателя. Направление вектора тяги $\boldsymbol{\alpha}$ задаётся в орбитальной системе координат через проекции на трансверсальное и бинормальное направления:

$$\boldsymbol{\alpha} = [\sin\alpha\cos\beta \quad \cos\alpha\cos\beta \quad \sin\beta] \tag{5}$$

где α – угол между проекцией вектора тяги на орбитальную плоскость и трансверсальным направлением, β – угол между вектором тяги и орбитальной плоскостью. Матричные компоненты формулы (3) определяются [4]:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\mu p}\left(\frac{w}{p}\right)^2 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{M} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{2p}{w} & 0 \\ \sin L & \frac{(w+1)\cos L + f}{w} & -(h\sin L - k\cos L)\frac{g}{w} \\ -\cos L & \frac{(w+1)\sin L + g}{w} & (h\sin L - k\cos L)\frac{f}{w} \\ 0 & 0 & \frac{s^2}{2w}\cos L \\ 0 & 0 & \frac{s^2}{2w}\sin L \\ 0 & 0 & \frac{h\sin L - k\cos L}{w} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

где $w = 1 + f\cos L + g\sin L$, $s^2 = 1 + h^2 + k^2$.

Цель миссии – поиск минимально-энергетической переходной орбиты от Земли до астероида Апофис в период с 2028 по 2030 г.

Методика поиска программного управления и результаты. В данной работе задача разделена на две части:

1 этап. Определение управления, оптимального с точки зрения быстродействия, для перелёта от Земли до орбиты Апофиса;

2 этап. На основе результатов первого этапа поиск управления наилучшего с точки зрения энергетики.

Для задачи минимизации времени перелёта критерий оптимальности формулируется:

$$J = t_f \ . \tag{8}$$

Гамильтониан системы и сопряжённые уравнения имеют вид:

$$H = \boldsymbol{\lambda}^T \left(\boldsymbol{M} \frac{Tu}{m} \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{D} \right) - \lambda_m \frac{Tu}{g I_{sp}} , \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\boldsymbol{\lambda}^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{x}} \frac{Tu}{m} \boldsymbol{\alpha} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{x}} \right), \ \lambda_m = \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{M} \frac{Tu}{m^2} \boldsymbol{\alpha}. \tag{10}$$

Согласно принципу максимума Понтрягина, оптимальное направление тяги определяется:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{-\left(\lambda^T \boldsymbol{M} \right)^T}{\left\| \lambda^T \boldsymbol{M} \right\|} . \tag{11}$$

С учётом условий трансверсальности (угловое положение КА и его масса не фиксированы) задача оптимального по быстродействию перелёта формулируется как двухточечная краевая задача с восемью оптимизируемыми параметрами $\boldsymbol{\lambda}(t_0)$, $\lambda_m(t_0)$, t_f и соответствующими восьмью граничными условиями:

$$\begin{aligned} &p(t_f) - p_f = 0, \quad f(t_f) - f_f = 0, \\ &g(t_f) - g_f = 0, \quad h(t_f) - h_f = 0, \\ &k(t_f) - k_f = 0, \quad \lambda_L(t_f) = 0, \\ &\lambda_m(t_f) = 0, \qquad H(t_f) + 1 = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Начальные параметры поиска управления и моделирования на первом этапе заданы в соответствии с табл. 1.

В заданном временном диапазоне с шагом 5 сут методом пристрелки вычисляются орбиты с минимальным временем перелёта для каждого временного узла от Земли до орбиты Апофиса. Для обеспечения быстрой сходимости вычислений был применён подход, при котором первоначально

использовалась максимальная тяга 1 Н, а затем она постепенного снижалась до целевого значения 0,5 Н. Это позволило получить оптимальные траектории с минимальным временем перелёта для всех дат старта в течение двухлетнего периода выполнения миссии с шагом по времени 5 сут (рис. 1), а также определить взаимное расположение КА и астероида Апофис в диапазоне фазовых углов (0, 2π], показанное на рис. 2.

Табл. 1. Начальные параметры поиска управления и моделирования

Начало периода поиска	03.01.2028
Конец периода поиска	03.01.2030
Шаг по времени	5 сут.
Начальная максимальная тяга	1 Н
Целевая максимальная тяга	0,5 Н
Стартовая масса КА	800 кг
Удельный импульс ДУ	3000 сек.

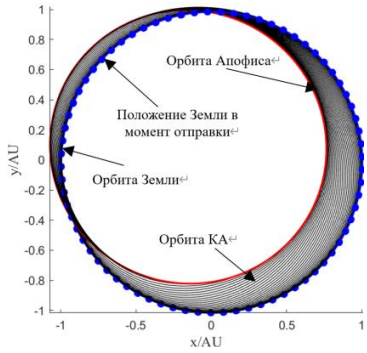


Рис. 1. Оптимальные по времени траектории перелётов

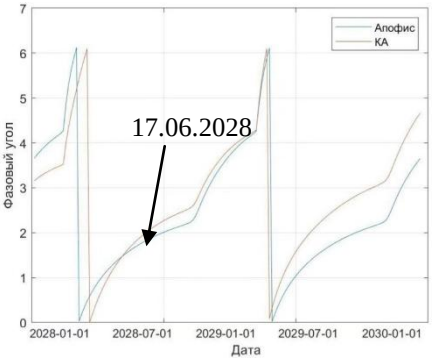


Рис. 2. Фазовый угол между КА и Апофисом

Анализ фазовых углов (см. рис. 2) показывает, что при запуске 17 июня 2028 г. и движении по траектории с минимальным временем перелёта положения КА и Апофиса совпадают, однако при этом элементы орбиты в системе MEE остаются различными, то есть КА и астероид движутся по различным орбитам.

На рис. 3 и 4 представлены кривые длительности полёта и конечной массы КА при различных датах старта.

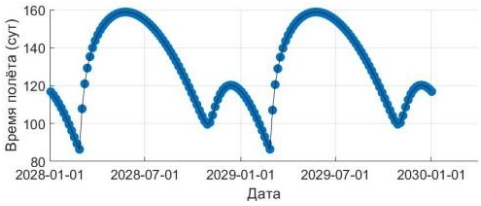


Рис. 3. Зависимость длительности перелёта от даты старта

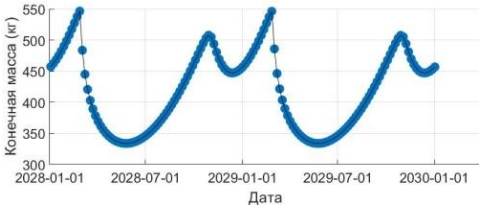


Рис. 4. Зависимость массы КА
в конечный момент времени от даты старта

Этап точной оптимизации

На этапе точной оптимизации, используя полученную на первом этапе базовую дату запуска 17 июня 2028 г., минимальное время перелёта было увеличено в 1.2 раза, при этом регулировка величины тяги осуществлялась посредством функции $u(t)$, а метод пристрелки применялся для определения оптимальной траектории встречи КА с астероидом Апофис с критерием, соответствующим минимальными энергозатратам:

$$J = \frac{T}{gI_{sp}} \int_0^{t_f} u^2 dt \tag{13}$$

Гамильтониан системы в этом случае имеет вид:

$$H = \boldsymbol{\lambda}^T \left(\boldsymbol{M} \frac{Tu}{m} \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{D} \right) - \lambda_m \frac{Tu}{gI_{sp}} + \frac{T}{gI_{sp}} u^2 . \tag{14}$$

Согласно принципу максимума Понтрягина, оптимальное направление тяги определяется тем же выражением (11), а функция дросселирования тяги определяется:

$$u=\begin{cases}1, & \text{если } S<-1\\ 0, & \text{если } S\geq 1\\ \dfrac{1-S}{2}, & \text{если } -1\leq S<1\end{cases},\quad S=1-\lambda_m-\frac{gI_{sp}}{m}\left\|\lambda^T\boldsymbol{M}\right\|. \tag{15}$$

Задача оптимизации перелёта формулируется как двухточечная краевая задача с семью оптимизируемыми параметрами: начальными значениями сопряжённых переменных $\boldsymbol{\lambda}(t_0)$ (6-мерный вектор, соответствующий элементам MEE), и $\lambda_m(t_0)$ (скалярная величина, сопряжённая переменной массе), что определяет 7-мерную систему уравнений пристрелки с терминальными ограничениями:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}(t_f)-\boldsymbol{x}_f=0,\\ \lambda_m(t_f)=0.\end{cases} \tag{16}$$

Здесь $\boldsymbol{x}_f$ вектор целевых значений параметров MEE.

Для ускорения процесса сходимости применялась та же вычислительная процедура оптимизации. В результате получена оптимальная по энергозатратам траектория встречи КА с, представленная на рис. 5. Рис. 6 отображает изменение функции переключения и регулирования тяги, а рис. 7 – процесс согласования орбитальных элементов MEE КА и астероида Апофис.

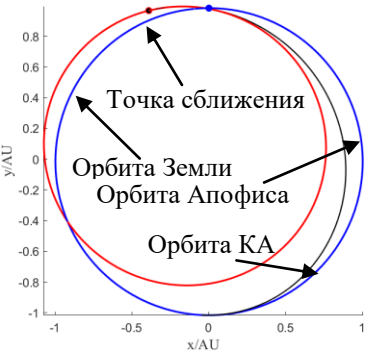


Рис. 5. Оптимальная по энергозатратам траектория сближения

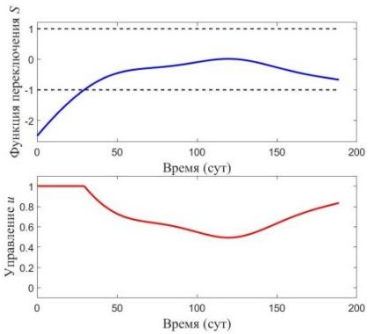


Рис. 6. Графики функции переключения и управления тягой

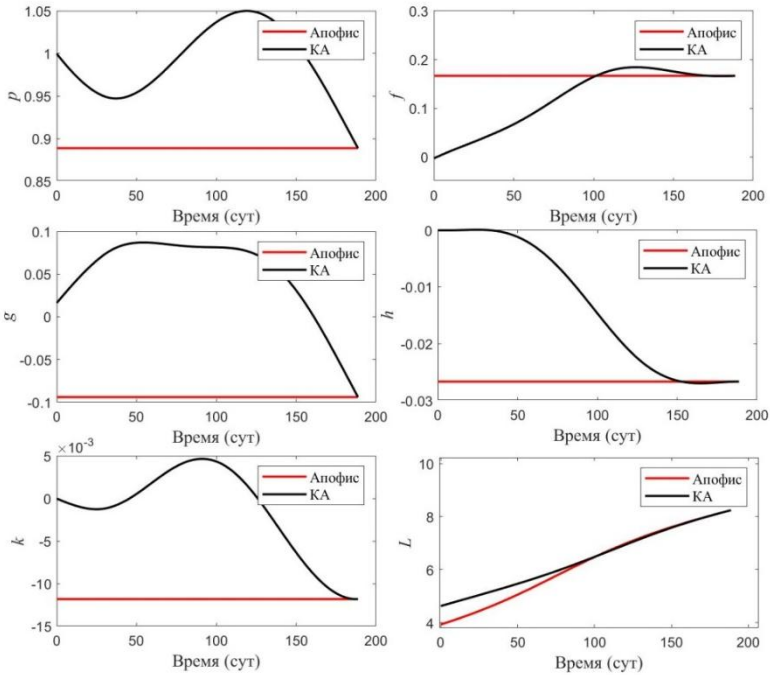


Рис. 7 Процесс сближения по орбитальным элементам MEE

Заключение. Выбранные для описания движения орбитальные элементы MEE обеспечили высокую точность и эффективность расчётов. Двухэтапная стратегия оптимизации позволила сочетать быстрый поиск оптимального управления и точную настройку баланса длительности перелета и затраченной энергии. Была выбрана оптимальная дата старта в заданном диапазоне: 17 июня 2028 г.

Список использованных источников

1 Y.Gao and C.A.Kluever, Low-thrust interplanetary orbit transfers using hybrid trajectory optimization method with multiple shooting, AIAA Paper 2004-5088, Aug. 2004.

2 M.J.H. Walker, B.Ireland, and J.Owens, A set of modified equinoctial orbit elements, Celestial Mech., vol. 36, no. 4, pp. 409-419, 1985, doi: 10.1007/BF01227493.

3 H.Liu and B.H.Tongue, Indirect spacecraft trajectory optimization using modified equinoctial elements, *J. Guid., Control, Dyn.*, vol. 33, no. 2, Mar.–Apr. 2010, doi: 10.2514/1.45498.

4 E.Taheri, Optimization of many-revolution minimum-time low-thrust trajectories using Sundman transformation, in *AIAA SciTech 2021 Forum*, Virtual Event, Jan. 11–15 & 19–21, 2021. doi: 10.2514/6.2021-1343.

УДК 629.78

Т.М. Коджабаш, О.Л. Старинова

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ТРАЕКТОРИЙ ПЕРЕЛЁТА В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА БЕЗ РАЗБИЕНИЯ НА УЧАСТКИ ДВИЖЕНИЯ

Введение. Гравитационное поле системы Земля-Луна имеет сложную форму, близкую к ограниченной задаче трёх тел особенности которой (низкоэнергетические траектории) разработчики миссий могут использовать для минимизации затрат топлива на перелёт [1]. Достижения в области электрических двигателей и методов непрерывной работы на малой тяге ещё больше повышают гибкость миссии, позволяя космическим аппаратам (КА) маневрировать вблизи нестабильных областей, перемещаться между динамическими коридорами и повышать эффективность захвата Луной. В этой работе представлена единая математическая модель для использования низкоэнергетических траекторий КА с большой и малой тягой, сформулированная в полярных координатах учитывающая гравитацию Земли, Луны и Солнца, сопротивление атмосферы и расход топлива. Разработанная модель позволяет формировать единое программное управление движением для гибридного химико-электрического режима получения тяги. По сравнению с классическими сегментированными подходами, эта система непрерывной интеграции уникальным образом учитывает атмосферное сопротивление при наборе высоты, солнечные возмущения при старте и плавные переходы между двигательными установками, обеспечивая более адаптивный и комплексный метод проектирования траектории.

Математическая модель и методика расчёта. Мы описываем движение КА вектором $\left(r,\ \theta,\ \dot{r},\ \dot{\theta},\ m\right)$ в плоской геоцентрической сино-