

В. П. Лукачев, Я. Ф. Рутнер, Б. А. Углов

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ МЕТОДОМ ПРОЗРАЧНОЙ ТРУБКИ

Определение нормальной скорости горения экспериментальными методами сопровождается известными трудностями. Это приводит к тому, что многочисленные экспериментальные работы, выполненные разными исследователями для одной и той же горючей смеси при одинаковых условиях, носят иногда противоречивый характер [1, 2, 3 и др.]. Так, например, для пропано-воздушных смесей разброс значений $U_{н\max}$ достигает $\pm 35\%$ [2]. Расхождение данных, полученных различными авторами с помощью разных методов, видимо следует объяснять разной степенью точности измерений и отдельными недостатками методов. Выбор того или иного метода обуславливается конкретными обстоятельствами и характером задачи.

Одним из основных недостатков метода прозрачной трубки является трудность в измерении площади поверхности пламени S_n , необходимой при вычислении абсолютных значений нормальной скорости. Однако ряд преимуществ этого метода (пламя в трубке не подвергается воздействию внешней атмосферы, что позволяет проводить исследование в широких пределах изменения состава смеси; экспериментальная установка сравнительно проста; требуется небольшое количество горючего; в обычном состоянии горючее может быть как жидким, так и газообразным и др.), позволяет в некоторых случаях отдавать предпочтение именно этому методу.

Экспериментальное определение нормальной скорости методом прозрачной трубки, как известно, производится на основании соотношения

$$U_n = (W - V) \frac{S_{\text{фр}}}{S_n}, \quad (1)$$

где W — скорость фронта пламени относительно стенки трубки;
 V — скорость свежей смеси, выталкиваемой фронтом пламени, относительно стенки трубки;
 S и S_n — площади поперечного сечения трубки и поверхности пламени соответственно.

Соотношение (1) справедливо при условии пренебрежения влиянием стенок трубки, особенно в отношении химических процессов.

Ковард и Гартвелл [4] впервые приняли поверхность пламени равной половине эллипсоида, оси которого определяются из проекции факела на вертикальную плоскость, параллельную оси трубки (плоскость $Y=0$) и диаметром трубки.

В работе [5] форма факела на основании предыдущих исследований принимается равной полуэллипсоиду и для определения S_n предлагается упрощенное уравнение.

Г. А. Барский и Я. Б. Зельдович [6] также считают, что поверхность пламени описывается уравнением эллипсоида. В этой работе предлагается метод «максимально использующий фотографию пламени». За основу берутся уравнения проекции переднего фронта факела пламени на плоскость $Y=0$

$$Z(x, y) = Z(x, 0) - \frac{a}{2} y^2 + \dots \quad (2)$$

и уравнение линии пересечения граничной линии фронта и трубки

$$x^2 + y^2 = \frac{d^2}{4}, \quad (3)$$

где d — диаметр трубки;

$$a = \frac{8m_{x=0}}{d^2};$$

m — наибольшая ширина проекции пламени на плоскость $U=0$ по оси X .

После преобразований и вычисления двойного интеграла, один из которых вычисляется путем численного интегрирования, предлагается формула:

$$\frac{S_n}{S} = \frac{\sum_1^n \alpha_i l_i}{d} + \frac{m_{x=0}^2}{d} \sum_1^n \frac{\beta_i}{l_i}, \quad (4)$$

где α_i и β_i — коэффициенты, вычисляемые для данного n (не зависящие от формы пламени);

l_i — длина $\frac{1}{n}$ участка переднего фронта пламени.

В этой же работе отмечается, что выражение (4) увеличивает отношение $\frac{S_n}{S}$ по сравнению с методом Коварда и Гартвелла в 1,38 раза. Это приводит результаты определения U_n методом прозрачной трубки в соответствие с данными, полученными другими методами.

Рассматриваемые методы определения U_n являются трудоемкими, так как связаны со скоростным фотографированием процесса, сравнительно сложной обработкой снимков и определением нескольких геометрических параметров факела пламени, снижающих к то-

му же точность определения U_n , поскольку края факела на снимке не всегда четкие. Регистрирование перемещения факела пламени электронной аппаратурой, например, фотоэлектронными умножителями в сочетании с катодным или шлейфовым осциллографом, не обеспечивает исследователей достаточной информацией для определения S_n рассмотренными методами.

Кроме того, исследование фотографий пламен распространяющихся в смесях $H_2 + O_2$, $CO + \text{воздух}$ [7], CH_4 и C_3H_8 с воздухом [4, 8, 9], бензин + воздух и др., приведенных в литературе и полученных в наших экспериментах, показывают, что форма проекции фронта пламени на вертикальную плоскость, проходящую через ось трубки, представляет собой линию, описываемую уравнением второго порядка. Наблюдаемыми формами являются части окружности, параболы и эллипса. Во всех случаях исходной кривой является часть окружности (развитие очага пламени после искрового зажигания), которая в зависимости от топлива и скорости горения либо не изменяется ($H_2 + O_2$, $H_2 + \text{воздух}$), либо переходит в параболу (CH_4 и C_3H_8 с воздухом), либо в эллипс (бензин + воздух).

Предлагаемый ниже метод определения поверхности пламени при сопоставлении с методом Барского — Зельдовича дает сравнимые результаты, но при этом значительно упрощается процесс определения S_n .

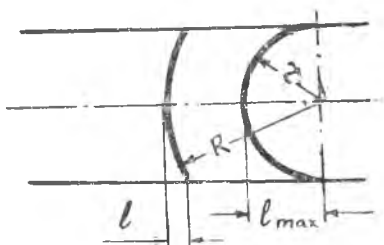
ОПРЕДЕЛЕНИЕ S_n БЫСТРОГОРЯЩИХ СМЕСЕЙ ($H_2 + O_2$, $H_2 + \text{ВОЗДУХ}$)

Как известно, площадь шарового сегмента описывается формулой

$$S_n = \pi(r^2 + l^2), \quad (5)$$

где r — радиус основания сегмента (с момента заполнения пламенем всего сечения трубки радиус основания сегмента равен радиусу трубки);

l — его высота (длина проекции фронта пламени на ось X).



В рассматриваемом случае эта величина описывает поверхность фронта, пламени, (фиг. 1).

Выражая соотношение (5) в виде $l_n = f\left(\frac{S}{S_n}\right)$ и переходя к безразмерным величинам, имеем

$$\frac{l}{r} = \rho = \sqrt{\frac{S_n}{S} - 1}. \quad (6)$$

Фиг. 1. Возможные искажения поверхности фронта пламени, быстрогорящих смесей.

То есть мы получили уравнение вида $y^2 = \frac{1}{x} - 1$, где $y = \rho$, $x = \frac{S}{S_n}$.

Исследуем ход изменения этой функции. Приравнявая нулю вторую производную, определяем точку перегиба:

$$y'' = \frac{1}{x^2 y} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{4y^2 x^2} \right) = 0, \quad 4x^2 - 3x = 0.$$

Решениями полученного неполного квадратного уравнения будут:

$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{3}{4}.$$

Точке x_2 соответствует перегиб кривой (рис. 3). При $0 < x < \frac{3}{4}$, $y'' > 0$, т. е. до точки перегиба кривая обращена выпуклостью вниз. При $\frac{3}{4} < x < 1$, $y'' < 0$ — выпуклостью вверх.

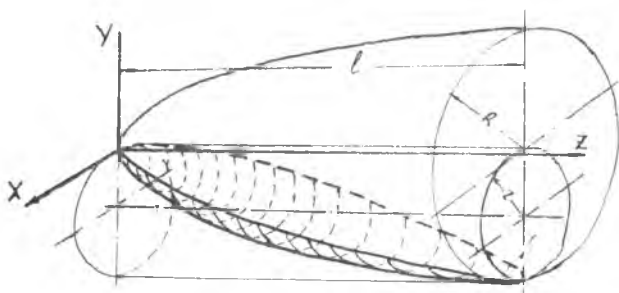
Сферические пламена наблюдаются на первом этапе горения большинства смесей от момента заполнения пламенем всего сечения трубки (до этого момента от начала зажигания пламя так же распространяется в виде сферы, но этот участок не пригоден для измерения U_n ввиду проскока за зону горения свежей смеси) до начала выравнивания скорости видимого перемещения пламени. При работе с короткими трубками этот участок может быть использован для определения U_n описанным методом.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ S_n ГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ (CH_4 , C_3H_8 С ВОЗДУХОМ)

Как уже указывалось, в первом приближении можно принять, что на расстоянии, равном или большем трем диаметрам трубки от источника зажигания, поверхность факела газозвушного пламени образуется частью параболоида, ограниченной стенками цилиндра (трубки), ось которого параллельна оси параболоида.

Из фиг. 2. видно, что радиус условного основания параболоида $R=2r$ и высота его $z=l$. Уравнение параболоида можно записать в виде:

$$kz = x^2 + y^2, \quad (7)$$



Фиг. 2. Расчетная схема факела газозвушного пламени, движущегося в горизонтально расположенной трубке.

отсюда

$$kl = x^2 + y^2 = (2r)^2, \quad (8)$$

где

$$k = \frac{4r^2}{l}.$$

Параболоид пересекается цилиндром, уравнение которого пишется в виде:

$$x^2 + (y - z)^2 = r^2 \quad \text{или} \quad x^2 + y^2 = 2ry. \quad (9)$$

Площадь поверхности, вырезаемая цилиндром радиуса r из параболоида, определяется формулой:

$$S_n = \iint_{\sigma} \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} \, d\sigma, \quad (10)$$

где σ — площадь, ограниченная линией окружности цилиндра (проекция поверхности фронта пламени на плоскость $X-Y$).

Определим производные z'_x и z'_y из уравнения (7). Уравнение (10) в этом случае запишется

$$S_n = \iint_{\sigma} \sqrt{1 + \frac{4x^2}{k^2} + \frac{4y^2}{k^2}} \, d\sigma.$$

Для удобства рассуждения в дальнейшем перейдем к полярным координатам, тогда

$$x = \rho \cos \varphi; \quad y = \rho \sin \varphi; \quad x^2 + y^2 = \rho^2; \quad d\sigma = \rho d\rho d\varphi$$

и площадь поверхности пламени запишется в виде:

$$S_n = \iint_{\sigma_1} \sqrt{1 + \frac{4\rho^2}{k^2}} \, \rho d\rho d\varphi = \frac{1}{k} \iint_{\sigma_1} \sqrt{k^2 + 4\rho^2} \, \rho d\rho d\varphi.$$

Пределы интегрирования по углу φ видимо будут от 0 до $\frac{\pi}{2}$ и по радиусу ρ от 0 до $2r \sin \varphi$, тогда

$$S_n = \frac{2}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2r \sin \varphi} \sqrt{k^2 + 4\rho^2} \, \rho d\rho.$$

Так как

$$d(k^2 + 4\rho^2) = (k^2 + 4\rho^2)' d\rho = 8\rho d\rho,$$

можно написать

$$S_n = \frac{2}{8k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{2r \sin \varphi} (k^2 + 4\rho^2)^{\frac{1}{2}} d(k^2 + 4\rho^2).$$

В результате вычисления внутреннего интеграла получим

$$S_n = \frac{1}{6k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[k^3 \left(1 + \frac{16r^2}{k^2} \sin^2 \varphi \right)^{\frac{3}{2}} - k^3 \right] d\varphi.$$

Обозначим $\rho^2 = \frac{16r^2}{k^2}$, Учитывая (8):

$$p^2 = \frac{l^2}{r^2}. \quad (11)$$

Тогда

$$S_n = \frac{k^2}{6} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + p^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}} d\varphi - \frac{\pi}{2} \right\}.$$

Вычислим интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + p^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}} d\varphi.$$

Известно [10], что

$$\int \Delta^3 dx = \frac{2}{3} (1 + k_1^2) E(x, k) - \frac{k_1^2}{3} F(x, k) + \frac{k^2}{3} \Delta \sin x \cos x;$$

где

$$\Delta = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}; \quad k_1 = \sqrt{1 - k^2}.$$

Для приведения интеграла к нашему виду [10] и исключения мнимых членов, заменяем $-k^2$ на p^2 , при этом $E(x, k)$ заменяем на

$$\sqrt{1 + p^2} E\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - p^2 \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{1 + p^2 \sin^2 x}};$$

и $F(x, k)$ заменяем на

$$\frac{1}{\sqrt{1 + p^2}} F\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right);$$

где

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{1 + p^2} \sin x}{\sqrt{1 + p^2 \sin^2 x}}.$$

Используя известные решения, приведенные в [10], находим

$$\begin{aligned} \int \sqrt{(1 + p^2 \sin^2 \varphi)^3} d\varphi &= \frac{2\pi}{3} (1 + 1 + p^2) \times \\ &\times \sqrt{1 + p^2} E\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \frac{1 + p^2}{3} \frac{1}{\sqrt{1 + p^2}} \times \\ &\times F\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \frac{p^2}{3} \sqrt{1 + p^2 \sin^2 \varphi} \sin \varphi \cos \varphi, \end{aligned}$$

где при

$$\varphi = 0 \quad \alpha = 0; \quad E\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) = 0, \quad F\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) = 0,$$

$$\text{при } \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{2},$$

тогда

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} V(1 + p^2 \sin^2 \varphi)^3 d\varphi = \frac{2}{3} (2 + p^2) V(1 + p^2) E\left(\frac{\pi}{2}, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \\ - \frac{1}{3} V(1 + p^2) F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right).$$

Величины

$$E\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) = E\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right)$$

и

$$F\left(\alpha, \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) = K\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right)$$

представляют собой полные эллиптические интегралы, определяемые по таблицам [II].

На основании вышеизложенного, поверхность фронта пламени, входящая в уравнение нормальной скорости, запишется в виде:

$$S_n = \frac{k^2}{6} \left\{ \frac{1}{3} V(1 + p^2) \left[2(2 + p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - K\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) \right] - \frac{\pi}{2} \right\}.$$

Учитывая, что $H = l$, $p^2 = \frac{l^2}{r^2}$ и заменяя k соотношением (8), получим:

$$S_n = \frac{8}{3} \frac{r^2}{p^2} \left\{ \frac{1}{3} V(1 + p^2) \left[2(2 + p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - K\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) \right] - \frac{\pi}{2} \right\}. \quad (12)$$

Как видно из последнего уравнения, S_n имеет размерность единицы длины во второй степени.

Подставляя уравнение (12) в (1) и выражая S через радиус, после преобразования получаем:

$$U_n = \frac{3}{8} \frac{(W - V) \pi p^2}{\left\{ \frac{1}{3} V(1 + p^2) \left[2(2 + p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - K\left(\frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right) \right] - \frac{\pi}{2} \right\}}. \quad (13)$$

Рассмотрим физический смысл полученной безразмерной величины $p = \frac{l}{r}$. Для этого запишем уравнение параболы в виде $x = \kappa y^2$.

Постоянную κ подбираем таким образом, чтобы парабола проходила через точку $(l, 2r)$, т. е. $l = \kappa (2r)^2$. Тогда уравнение параболы запи-

шется в виде $y = 2r \sqrt{\frac{x}{l}}$. Производная $y'(x) = \frac{2r}{\sqrt{l}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

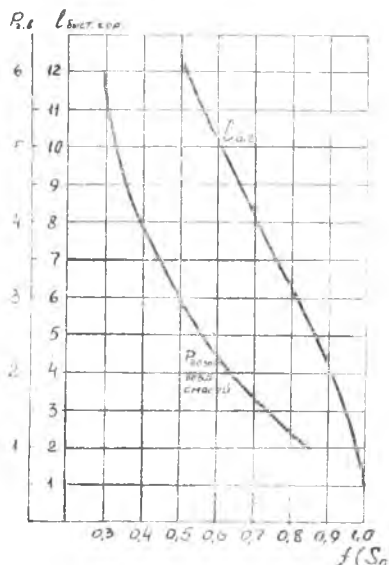
При $x = l$ $y'(x) = \frac{r}{l} = \frac{1}{p}$. Т. е. обратная величина $\frac{1}{p} = \operatorname{tg} \varphi$ — есть угол наклона касательной к нижней ветви параболы.

Уравнение (13) можно записать в виде:

$$U_H = (W - V)f(S_H), \quad (14)$$

где

$$f(S_H) = \frac{3\pi p^2}{8 \left\{ \frac{1}{3} \sqrt{1+p^2} \left[2(2+p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - K\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) \right] - \frac{\pi}{2} \right\}}.$$



Фиг. 3. Зависимость $p = \varphi[f(S_H)]$.

На фиг. 3 приведены графические зависимости $P = \varphi[f(S_H)]$ полученные расчетным путем. Графики показывают, что при увеличении p , нормальная скорость горения уменьшается, что соответствует действительности.

В предлагаемом методе измерению подлежат величины ω , V и l . По последней (подсчитав $p = \frac{l}{r}$) из рис. 3 определяется $f(S_H)$. Это позволяет использовать вместо кинокамеры электронную аппаратуру, что значительно упрощает обработку результатов.

Сравнение результатов расчета по Коварду и Гартвеллу с методом Барского — Зельдовича известно из [6]. Остальные методы сравниваются (по снимкам, приведенным в [5]) в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение отношения $\frac{S}{S_H}$, определенного рассмотренными методами

№	Метод			Сравнение метода 3 с методом	
	Левина и Герштейна	Барского и Зельдовича	предлагаемый	1	2
	1	2	3		
1	0,287	0,341	0,335	> на 16,7%	< на 1,76%
2	0,304	0,359	0,350	> на 15,4%	< на 2,51%
3	0,278	0,385	0,375	> на 34,9%	< на 2,6%
Средние данные				> на 22,3%	< на 2,3%

Во всех известных из литературы случаях величина $\frac{S}{S_n}$, определяемая методами Коварда — Гартвелла и Левина — Герштейна, меньше, чем по формулам (4) и (14). Расхождение между методом Зельдовича — Барского и предлагаемым составляет меньше 3%

Эксперименты, проведенные с бензиновоздушными смесями, показали, что кривая, ограничивающая на снимке передний фронт факела пламени, хорошо описывается уравнением эллипса. В этом случае предлагаемый метод, по сравнению с методом Зельдовича — Барского, дает заниженные результаты в определении величины $\frac{S}{S_n}$ примерно на 20%.

Приведенные данные говорят о зависимости формы факела пламени от вида топлива. Предположение того, что форма факела газозвдушного пламени в трубке ближе к параболе, а бензовоздушного к эллипсу, подтверждается исследованием формы пламен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы горения углеводородных топлив, под ред. Л. Н. Хитрина, И. Л. М., 1960.
2. Е. С. Щетников. Физика горения газов, Изд. «Наука», 1965.
3. Процессы горения (аэродинамика больших скоростей и реактивная техника), под ред. Б. Льюиса, Р. Н. Пиза и Х. С. Тейлора, Физматгиз, 1961.
4. Coward H., Hartwell F., I. Chemical Society, (1932).
5. Levineo., Gerstein M.. NACA RME 51J05, (1951).
6. Г. А. Барский, Я. Б. Зельдович, ЖФХ, т. XXIV, вып. 5 (1950).
7. Свойства газов при высоких температурах, под ред. А. С. Предводителя, Изд. «Наука», 1967.
8. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах, Изд. ИЛ, 1948.
9. Н. Л. Хитрин. Физика горения и взрыва, Изд. МГУ, 1957.
10. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, 1962.
11. Е. Янке, Ф. Эмде. Таблицы функций, Физматгиз, 1959.