

А. П. Меркулов

О ПРИРОДЕ ВИХРЕВОГО ЭФФЕКТА

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

v, w, u — окружная радиальная и осевая составляющие скорости элемента жидкости;

r — текущий радиус;

ρ — плотность;

ν — кинематическая вязкость;

μ' — динамическая вязкость;

μ — весовая доля холодного потока;

P — статическое давление;

T — температура;

z — осевая координата;

c_p — изобарная теплоемкость;

R — газовая постоянная;

k — показатель адиабаты;

l — путь смещения Прандтля, ширина сопел;

ω — угловая скорость;

τ — срезающие напряжения;

M — число Маха;

$\bar{r} = \frac{r}{r_1}$ — относительный радиус;

$\pi_1 = \frac{P_1}{P_{oc}}$ — степень расширения в вихре;

$\pi^* = \frac{P_1^*}{P_{oc}}$ — полная степень расширения

$$\pi_a = \frac{P_1}{P_a}, \quad \pi = \frac{P_1^*}{P_a}.$$

Подстрочные индексы

1 — на радиусе вихревой трубы;

2 — на радиусе разделения вихрей;

ос — на оси вихревой трубы;

x — холодный поток;

г — горячий поток;

a — окружающая среда.

Надстрочные индексы

* — параметры торможения;

— — относительные величины

В нескольких десятках теоретических работ делаются попытки вскрыть физическую сущность вихревого эффекта и дать его аналитическое решение.

Большинство работ [2], [3], [5], [10], [12], [13], [14], [15], [17], [20], [21] основано на гипотезе преобразования свободного вихря, возникающего во входном сечении вихревой трубы (потенциального

течения), в вынужденный вихрь (с законом вращения твердого тела). Это преобразование осуществляется за счет вязкости и теплопроводности газового потока, спирально двигающегося вдоль трубы. Такая схема течения удобна в представлении и строго описывается системой уравнений движения, сплошности, энергии и состояния, которая для осесимметричного потока в цилиндрических координатах имеет следующий вид:

уравнения движения

$$\omega \frac{\partial \omega}{\partial r} + u \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2} \right), \quad (1)$$

$$\omega \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\omega \cdot v}{r} = \nu \left(\frac{\partial^3 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right), \quad (2)$$

$$\omega \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right); \quad (3)$$

уравнение сплошности

$$\frac{\partial (\rho \cdot r \cdot \omega)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho \cdot r \cdot u)}{\partial z} = 0; \quad (4)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \rho \cdot c_p \left(\omega \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = & \omega \frac{\partial p}{\partial r} + u \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\ & + \mu' \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)^2 \right] - \\ & - \frac{2\mu'}{3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\omega}{r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение состояния

$$P = \rho \cdot R T. \quad (6)$$

Используя условия адиабатности стенок и прилипания жидкости к ним и делая ряд других упрощающих предположений, удается найти решение, показывающее на возникновение энергетического разделения при преобразовании потока.

Некоторые авторы [3], [14], задаваясь радиальным распределением скорости и статической температуры в конечном сечении после процесса преобразования вихря и используя условие сохранения момента количества движения, энергии и расхода, определяли распределение полной температуры в конечном сечении.

Все перечисленные решения приводили к следующим положениям:

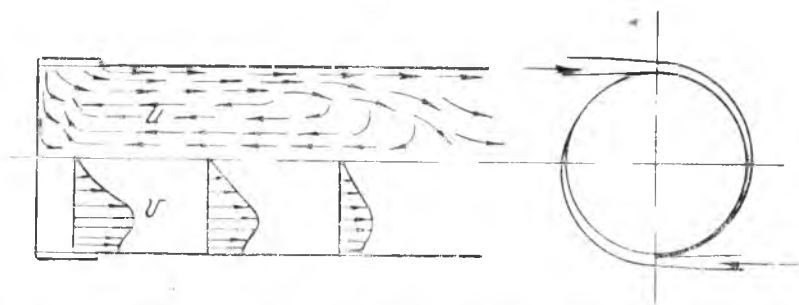
1. Для осуществления энергетического разделения свободный вихрь должен преобразоваться в вынужденный с более высокой периферийной скоростью.

2. По мере преобразования вихря статическая температура должна выравниваться по радиусу.

3. Радиальный градиент полной температуры возрастает от нуля в процессе преобразования вихря, поэтому разделение потока на холодный и горячий необходимо осуществлять на достаточном удалении от входного сечения.

4. При неизменных физических свойствах газа невозможен реверс вихревого эффекта, т. е. подогрев приосевых слоев и охлаждение периферийных.

Исследования внутреннего потока вихревой трубы [6], [7], [8], [11], [18], [19] позволили нарисовать четкую качественную картину распределения параметров в вихревой зоне. Эта картина схематично изображена на фиг. 1.



Фиг. 1. Распределение окружных и осевых скоростей в вихревой трубе.

Образующийся в сопловом сечении свободный вихрь, распространившись до определенного радиуса, перемещается вдоль трубы. По мере осевого движения по периферии уровень окружной скорости вихря снижается, но радиальное распределение ее остается качественно соответствующим свободному вихрю.

В приосевой области наблюдается обратное осевое течение перешедших из свободного вихря элементов газа, имеющее радиальное распределение окружной скорости, соответствующее вынужденному вихрю. Этот обратный приосевой поток имеет высокую турбулентность [19].

В вынужденном вихре радиальный градиент полной и статической температуры максимален в сопловом сечении и снижается по мере удаления от последнего.

Эти результаты имеют принципиальное противоречие с гипотезой преобразования вихрей.

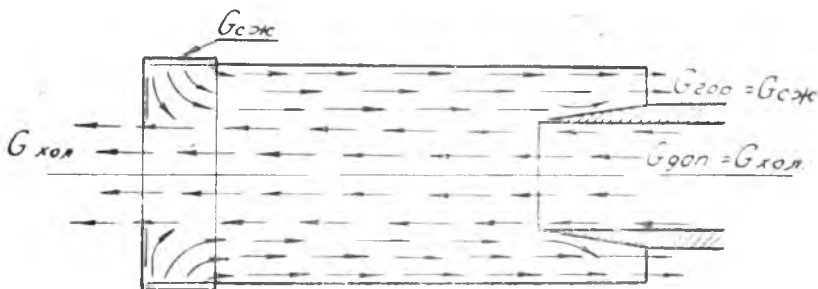
Согласно им целесообразно отбирать холодный приосевой поток непосредственно в зоне соплового сечения, т. е. использовать противоточный тип вихревой трубы, дающей значительно больший эффект энергетического разделения.

Найденное противоположное осевое движение двух вихрей привело к гипотезе конвективного теплообмена [4], [18], заключающейся в том, что текущий к сопловому сечению приосевой поток имеет более высокую статическую температуру, чем прилегающие к нему слои периферийного вихря. Эта разность температур приводит к конвективному теплообмену между вихрями и снижению температуры внутреннего вихря.

Эта гипотеза вполне соответствует картине течения, но имеет некоторое противоречие с экспериментом в том, что требует наличия минимума статической температуры на радиусе разделения прямого и обратного осевых потоков, в то время, как эксперимент [7], [11] показывает непрерывное снижение статической температуры с уменьшением радиуса. Это говорит о том, что механизм передачи энергии между двумя потоками должен быть уточнен.

О несомненности возникновения вихревого эффекта за счет взаимодействия двух противоположно двигающихся осевых потоков говорит следующий эксперимент [4].

Если на горячем конце противоточной вихревой трубы (фиг. 2) установить осесимметричную трубку, и, не создавая через нее рас-



Фиг. 2. Схема вихревой трубы с дополнительным потоком.

хода газа, первоначально отрегулировать дроссель горячего конца на нулевой расход холодного потока, то весь подаваемый в сопла газ выходит через горячий конец с начальной температурой, но при вводе дополнительного потока через трубочку, последний проходит по приосевой области и выходит через отверстие диафрагмы в виде холодного потока. При этом появляется заметный подогрев вытекающего через горячий конец потока.

Вышеизложенное позволяет дать следующее описание физической сущности вихревого эффекта. Предположим, что по перифе-

при трубы на небольшой длине равномерно по окружности расположен ряд тангенциальных сопел с малой радиальной высотой и малым суммарным расходом.

При втекании через тангенциальные сопла газ образует потенциальное течение, которое распространяется по радиусу до тех пор, пока давление на его внутренней поверхности не уравнивается с давлением заполняющих приосевую область элементов. Силы вязкости и теплопроводность могут возникнуть в этом течении только после появления градиентов скорости и температуры, поэтому в момент формирования течения газ можно приближенно считать невязким и нетеплопроводным.

Осевые скорости в этом течении также могут возникнуть только при появлении осевого градиента давления.

Таким образом, это течение в момент формирования может быть описано системой уравнений:

уравнения движения

$$\omega \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0; \quad (8)$$

уравнение энергии

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (9)$$

уравнение сплошности

$$\frac{\partial (\rho \cdot \omega \cdot r)}{\partial r} = 0; \quad (10)$$

уравнения состояния (считаем газ совершенным)

$$p = \rho \cdot R \cdot T. \quad (11)$$

Уравнение (8) имеет решение:

$$v = \frac{c_1}{r}, \quad (12)$$

т. е. выражает распределение скорости свободного вихря.

Уравнение (9) выражает адиабатное распределение температуры по радиусу вихря, т. к. после замены в нем величины ρ по уравнению состояния, подстановки $R = c_p - c_v$ и интегрирования можно получить

$$T \cdot p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = c_2. \quad (13)$$

Преобразуя уравнение (7) к виду

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega^2}{2} \right) - v \frac{v}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

и заменяя из уравнения 8 $\frac{v}{r} = -\frac{\partial v}{\partial r}$, получим:

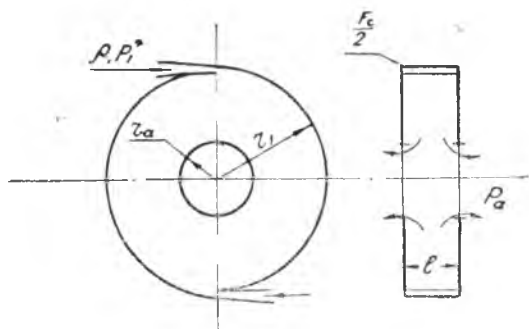
$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v^2}{2} \right) \right] = - \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (14)$$

Подставляя полученное выражение для $\frac{\partial p}{\partial r}$ в уравнение (9), приходим к условию постоянства полной температуры в свободном вихре

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(T = \frac{v^2}{2c_p} + \frac{w^2}{2c_p} \right) = 0 \text{ или } T^* = T + \frac{v^2 + w^2}{2c_p} = \text{const}. \quad (15)$$

Можно показать, что в случае истечения из тангенциальных периферийных сопел вязкого газа и его радиального распространения может возникнуть только свободный вихрь и силы вязкости не влияют на его формирование.

Рассмотрим течение вязкого газа в кольцевом канале, схема которого изображена на фиг. 3.



Фиг. 3. Схема течения газа в кольцевом канале. p_0 , не зависящее от осевой координаты.

Для рассматриваемого стационарного плоского осесимметричного течения уравнения движения приводятся к виду

$$w \frac{dw}{dr} - \frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + v \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{w}{r^2} \right); \quad (16)$$

$$w \frac{dv}{dr} + w \frac{v}{r} = v \left(\frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r^2} \right); \quad (17)$$

уравнение сплошности

$$\frac{d}{dr} (w \cdot r) = 0 \text{ или } w \cdot r = \text{const} \text{ или } w = \frac{c_2}{r}. \quad (18)$$

Из (18) $\frac{dw}{dr} = -\frac{c_2}{r^2}$ и $\frac{d^2 w}{dr^2} = \frac{2c_2}{r^3}$, подставим в (16) и после преобразований получим

$$\frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{c_2^2}{r^3}. \quad (19)$$

Подставим выражение для w (18) в уравнение (17) и преобразуем к виду

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} - \frac{c_2}{vr} \right) \frac{dv}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{c_1}{vr^2} \right) v = 0. \quad (20)$$

Решение этого уравнения

$$v = \frac{c_1}{r} \quad (21)$$

говорит о том, что вязкий газ в кольцевом канале может образовывать только свободный вихрь.

Подставив (21) в уравнение (19), получим

$$dp = \rho (c_2^2 + c_1^2) \frac{dr}{r^3} \quad (22)$$

Принтегрируем

$$p = -\rho (c_2^2 + c_1^2) \frac{1}{2r^2} + c_3.$$

Используя граничные условия $r = r_1$, $p = p_1$ и $r = r_a$, $p = p_a$ и выражение для полного давления p_1^* газа перед входными соплами

$$p_1^* = p_1 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 + \omega_1^2). \quad (23)$$

приходим к такому выражению:

$$p_a = p_1^* - \frac{\rho}{2} (v_1^2 + \omega_1^2) - \frac{\rho}{2} (v_1^2 \cdot r_1^2 + \omega_1^2 \cdot r_1^2) \left(\frac{1}{r_a^2} - \frac{1}{r_1^2} \right). \quad (24)$$

Из уравнения расхода

$$G = F_c \cdot \rho \cdot v_1 = 2.3,14 \cdot r_1 \cdot \rho \cdot \omega_1 \cdot l \quad (25)$$

выразим

$$\omega_1 = \frac{F_c \cdot v_1}{2.314 \cdot r_1 \cdot l} = \bar{F} \cdot v_1, \quad (26)$$

где $\bar{F}_c = \frac{F_c}{2.314 \cdot r_1 \cdot l}$ — относительная площадь сопел.

Подставим (26) в (24) и после преобразований получим выражение для скорости истечения газа из сопел:

$$v_1^2 = \frac{2(p_1^* - p_a) \cdot r_a^2}{\rho(1 - \bar{F}_c^2)}. \quad (27)$$

Скорость истечения является однозначной функцией параметров p_1^* , p_a , ρ , r_a и $\bar{F}_c$ и не зависит от вязкости газа.

Согласно выражениям (21) и (27) нельзя устанавливать произвольно распределение v по радиусу и ее значение v_1 на периферии канала.

Из всего рассмотренного следует, что при наличии радиальной скорости круговой поток идеального сжимаемого и вязкого несжимаемого газа образует свободный вихрь.

Деформация профиля скорости может возникнуть только за счет сил вязкости, но не за счет сжимаемости и теплопроводности, поэтому можно заключить, что вязкий сжимаемый газ также должен образовывать в этих условиях течения свободный вихрь.

При адиабатности стенок полная температура по радиусу должна быть неизменной, так как при стационарном течении через любое кольцевое сечение произвольного радиуса поток массы и энергии соответствует их входным значениям.

После формирования свободного вихря радиальные скорости в нем практически исчезают и он начинает перемещаться вдоль оси трубы.

Можно показать (14), что он является устойчивым к силам внутреннего трения и не разрушается ими.

Действительно, считая градиенты радиальной и осевой составляющих скорости пренебрежимо малыми по сравнению с градиентом окружной составляющей, выражение для срезающих напряжений от сил трения можно записать так:

$$\tau = \mu' \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right). \quad (28)$$

Для случая свободного вихря из (12) имеем:

$$\frac{v}{r} = \frac{c_1}{r^2}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{c_1}{r^2} \quad \text{и} \quad \tau = 2 \cdot \mu' \cdot \frac{c_1}{r^2}$$

Момент на единице длины кольцевого сечения в вихре составит

$$M = 2 \cdot 3,14 \cdot \tau \cdot r^2 = -4 \cdot 3,14 \cdot \mu' \cdot c_1 = \text{const.}$$

Момент постоянен по радиусу, т. е. на каждый кольцевой элемент вихря с двух сторон действуют равные и противоположно направленные моменты, которые не могут ни ускорить, ни замедлить движения элемента, т. е. не могут деформировать профиль окружной скорости свободного вихря. Вихрь может начать разрушаться только на своих радиальных границах, где в результате трения о стенку и взаимодействия с приосевыми элементами нарушается равновесие моментов.

Силы вязкости обеспечивают поддержание постоянства момента по радиусу вихря, поэтому все вносимые извне возмущения приводят к снижению общего уровня скоростей при сохранении закона их распределения по радиусу.

Это подтверждается экспериментально установленным фактом сохранения свободного вихря на большом протяжении вихревой зоны трубы [11].

По мере снижения уровня окружных скоростей при движении вихря вдоль трубы снижается радиальный градиент статического давления в нем и вихрь распространяется к оси.

Снижение радиального градиента создает осевой градиент давления, который вынуждает приосевые элементы изменить свою осевую скорость на обратную и двигаться к сопловому сечению.

Этот поток с развитой турбулентностью при своем обратном осевом движении закручивается все более интенсивным свободным вихрем. За счет высокой турбулентности распределение окружной скорости в нем [11] близко к закону вращения твердого тела т. е. к закону вынужденного вихря

$$\frac{v}{r} = \omega = \text{const.} \quad (29)$$

Этот вихрь также является устойчивым к силам трения, так как для него

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \omega$$

и, согласно выражению (28), $\tau=0$, т. е. силы вязкости полностью проявили себя.

Кроме передачи кинетической энергии от свободного вихря к вынужденному происходит турбулентный процесс теплообмена между ними.

Спецификой этого теплообмена является наличие очень высокого радиального градиента давления, нормального к направлению осредненной скорости движения. При перемещении элемента газа за счет турбулентной пульсации скорости W' с одной радиальной позиции на другую в поле с высоким радиальным градиентом давления он адиабатно расширится или сожмется, соответственно изменив свою температуру [20], [21]. Если после этого перехода его температура окажется отличной от температуры расположенных на этом радиусе элементов, то в результате смещения будет иметь место нагрев или охлаждение газа в этом слое. Изменение температуры элемента за счет адиабатного расширения или сжатия в поле давлений можно выразить так:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_s = \frac{k-1}{k} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr}. \quad (30)$$

В этом случае выражение для пульсации температуры должно быть записано [21] в таком виде:

$$T' = l \left[\frac{dT}{dr} - \left(\frac{dT}{dr}\right)_s \right], \quad (31)$$

Согласно теории турбулентности Прандтля удельный тепловой поток составляет

$$q = c_p \cdot \rho \cdot \overline{W' T'}, \quad (32)$$

Если приближенно считать турбулентность изотропной, то можно выразить пульсацию скорости $W' = \frac{dv}{dr} \cdot l$ и учитывая (31), получить такое выражение для удельного теплового потока:

$$q = c_p \cdot \rho \cdot l^2 \frac{dv}{dr} \left(\frac{dT}{dr} - \frac{k-1}{k} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr} \right). \quad (33)$$

Это выражение показывает, что турбулентный теплоперенос в крутовом потоке с малыми осевыми и радиальными скоростями будет иметь место во всех случаях, когда радиальное распределение статической температуры отлично от закона адиабаты. В результате этого переноса распределение статической температуры

стремится к адиабатному. При достижении адиабатного распределения температуры турбулентный перенос тепла прекращается ($q=0$).

$$\frac{dT}{dr} = \frac{k-1}{k} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr},$$

Для оценки предельных возможностей вихревого эффекта предположим, что в сопловом сечении полностью завершается энергетический обмен между вихрями, т. е. во внутреннем вынужденном вихре устанавливается адиабатное распределение статической температуры по радиусу (как будет рассмотрено ниже, это хорошо согласуется с опытом).

Условие механического равновесия двух вихрей в сопловом сечении можно определить из уравнения движения (1), которое для случая пренебрежимо малых осевых и радиальных скоростей запишется в виде:

$$z \frac{v^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = 0. \quad (34)$$

Решая это уравнение совместно с (11) и (12), получим выражение для распределения давления в свободном вихре:

$$p = p_1 \left[1 - \frac{k-1}{2} M_1^2 \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right) \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (35)$$

Принимая тепловую и механическую сопряженность вихрей на относительном радиусе r_2 их разделения и используя уравнение (29), можно получить такое выражение для распределения давления в вынужденном вихре:

$$p = p_1 \left[\left(\frac{1}{\pi_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + \frac{k-1}{2} M_1^2 \frac{r^2}{r_2^4} \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (36)$$

Используя условие равенства давлений двух вихрей на r_2 , из равенств (35) и (36) определим выражение для r_2

$$r_2^2 = \frac{(k-1) \cdot M_1^2}{1 - \left(\frac{1}{\pi_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + \frac{k-1}{2} M_1^2}. \quad (37)$$

Как видно, радиус разделения вихрей зависит от числа M_1 (или скорости на периферии свободного вихря) и степени расширения π_1 в вихре.

При обычно используемых суживающихся входных соплах имеется условие $M_1 \leq 1$.

Согласно принципу максимального расхода всегда наблюдается тенденция к установлению максимального значения M_1 , которое при малых значениях π_1 реализуется за счет установления $z_2 = 1$. В этих условиях свободный вихрь не может распространиться по радиусу и образует тонкий наружный слой, толщина которого определяется только его осевой скоростью и общим расходом.

При достаточном возрастании π_1 входная скорость достигает своего максимума ($M_1=1$), после чего начинает уменьшаться $\bar{r}_2$.

Распределение статической температуры в вынужденном вихре может быть получено из выражения (36) и уравнения адиабаты (13) в таком виде:

$$T = T_1(a + br^2), \quad (38)$$

где

$$a = \left(\frac{1}{\pi_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \quad b = \frac{k-1}{2r_2^4} M_1^2. \quad (39)$$

Распределение полной температуры

$$T^* = T \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \quad (40)$$

для вынужденного вихря выразится

$$T^* = T_1(a + 2br^2). \quad (41)$$

Для экспериментальной проверки закона распределения полной температуры по радиусу целесообразно заменить статические параметры T_1 и p_1 (т. е. π_1) на полные

$$T_1^* = T_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right),$$

$$p_1^* = p_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad \text{или} \quad \pi^* = \frac{p_1^*}{p_{0c}} = \pi_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}},$$

а также ввести величину

$$\Theta^* = \frac{T^*}{T_1^*} = \frac{a + 2br^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2} \quad (42)$$

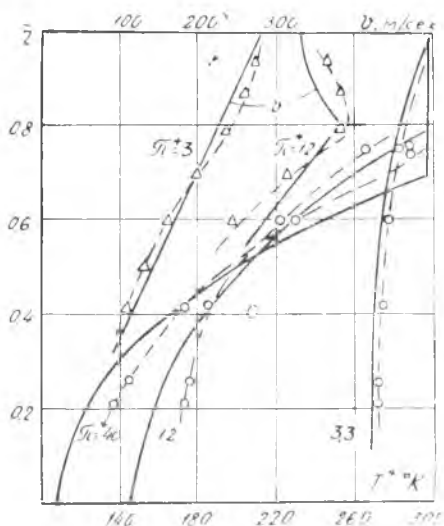
величину a можно представить так:

$$a = \left(\frac{p_{0c}}{p_1^*}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right) = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{(\pi^*)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}. \quad (43)$$

На фиг. 4 представлено сравнение расчетных и экспериментальных [7] распределений полной температуры и окружной скорости в сопловом сечении вихревой трубы с полностью закрытым отверстием диафрагмы, т. е. работающей по схеме, изображенной на фиг. 1.

Сравнение показывает хорошее качественное совпадение расчетных и экспериментальных значений. Более низкие экспериментальные значения T^* при больших π^* на $\bar{r}$, близких к 1, объясняется тем, что сопло вихревой трубы имеет конечную высоту, приводящую к неравномерности скорости истечения по высоте сопла [8] и

появлению при этих режимах сверхзвуковой скорости ($M_1 > 1$) на нижней кромке сопла. Согласно выражению (37) это приводит к увеличению r_2 .



Фиг. 4. Расчетные и экспериментальные распределения T^* в сопловом сечении.

помощью зондирования сопла, а также методом регистрации момента прекращения изменения расхода, дала среднее значение $(\pi^*)_{\min} = 4,1$, хорошо согласующееся с расчетным.

При наличии в примыкающем к сопловому сечению торце трубы отверстия с относительным радиусом r_d (фиг. 5) у вихря соплового сечения имеется возможность соприкасаться с окружающей средой, давление в которой p_a .

Там, где в области отверстия диафрагмы статическое давление вихря соплового сечения окажется больше, чем p_a , появится осевое движение элементов вихря через отверстие диафрагмы. Это течение в первую очередь будет возникать в периферийной области отверстия, где давление вихря максимально.

На меньших радиусах вихря статическое давление может ока-

Повышенные значения T^* в приосевой области объясняются некоторым отставанием профиля окружной скорости от закона вынужденного вихря и влажностью газа.

Из (37) и (43) можно найти выражение для минимального значения π^* , при котором возникает критическое истечение из сопла

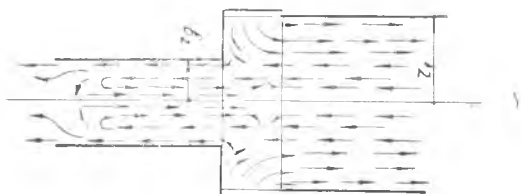
($M_1 = 1$ и $r_2 = 1$):

$$(\pi^*)_{\min} = \left(\frac{k+1}{3-k} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (44)$$

Для двухатомных газов ($k = 1.4$) получим

$$(\pi^*)_{\min} = 4,12.$$

Экспериментальная проверка [8] момента возникновения критической скорости на выходном срезе сопла, проведенная при различных p_1^* с



Фиг. 5. Схема вторичного [вихревого] эффекта.

заться меньше p_a и здесь будет наблюдаться подсос газа из окружающей среды.

Величина осевой скорости истечения u из отверстия диафрагмы на радиусе r может быть выражена

$$u^2 = \frac{2k}{k-1} RT \left[1 - \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

с учетом выражений (36) и (38)

$$u^2 = \frac{2k}{k-1} RT_1 (a + br^2 - c), \quad (45)$$

где

$$c = \left(\frac{p_a}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{1}{\pi_a} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (46)$$

Осевая скорость подсасывания u^1 выражается зависимостью:

$$(u^1)^2 = \frac{2k}{k-1} RT_1 (a + br^2) \left(1 - \frac{a + br^2}{c} \right). \quad (47)$$

При наличии в отверстии диафрагмы прямых и обратных скоростей возникает вторичный вихревой эффект, который может привести к реверсу вихревой трубы.

Этот эффект состоит в том, что за отверстием диафрагмы возникает вторичная вихревая зона, аналогичная основной. Вытекающие по периферии отверстия элементы, имея высокую окружную скорость, закручивают текущий навстречу обратный поток и обмениваются с ним энергией так же, как и в основной вихревой зоне.

На основании принятого нами предположения о совершенстве процесса турбулентного энергообмена можно считать, что возвратившиеся в сопловое сечение элементы будут иметь параметры, присущие элементам вихря на данном радиусе соплового сечения. Периферийные элементы вторичного вихря будут подогреваться в результате вторичного энергообмена и отводиться в виде холодного потока. Подогрев этих элементов во вторичной вихревой зоне может оказаться больше эффекта их предварительного охлаждения в основной трубе и они окажутся с температурой более высокой, чем температура T_1^* что обеспечивает реверс вихревой трубы.

Для случая наличия прямой и обратной осевых скоростей в отверстии диафрагмы выражение для среднemasовой полной температуры холодного потока может быть записано так:

$$T_x^* = \frac{\int_{r_a}^{\bar{r}_g} \rho_u \cdot u \cdot T^* \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho \cdot u' \cdot T^* \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r}}{\int_{r_a}^{\bar{r}_g} \rho_u \cdot u \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho \cdot u' \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r}}, \quad (48)$$

где $\rho_u = \rho_1 \cdot c^{\frac{1}{k-1}}$ и $\bar{r}_a = \left(\frac{c - a}{b} \right)^{0,5}$ — радиус нулевой осевой скорости.

Расход холодного потока

$$G_x = 2.3,14 \cdot \bar{r}_1^2 \left[\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} \rho_u \cdot u \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho \cdot u' \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \right]. \quad (49)$$

При известной площади F_c проходного сечения входных сопел суммарный расход газа через вихревую трубу составит:

$$G = F_c \cdot \rho_1^* \left(\frac{k}{R \cdot T_1^*} \right)^{0,5} \cdot \frac{M_1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}}. \quad (50)$$

Из последних двух выражений может быть определена весовая доля холодного потока:

$$\mu = \frac{G_x}{G} = \frac{[2 + (k-1) M_1^2]^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \left(\frac{RT_1^*}{k} \right)^{0,5} \left(\int_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} \rho_u \cdot u \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} - \int_0^{\bar{r}_a} \rho \cdot u' \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} \right)}{F_c \cdot \rho_1^* \cdot M_1} \quad (51)$$

$$\text{де } \bar{F}_c = \frac{F_c}{3,14 \cdot \bar{r}_1^2}.$$

Для двухатомных газов ($\kappa=1,4$) выражения (48) и — (51) интегрируются и приобретают вид:

$$T_x^* = T_1 \frac{\frac{c^3}{15b} \left[(-y)^{1,5} \cdot (a - 6b\bar{r}^2 + 4c) \right]_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} - \left[\frac{c^3 (a - 2c)}{3b} y + \frac{c^2 (8c - 3a)}{5b} y^5 + \frac{c^3}{3b} (-y)_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} - \frac{ac^1}{b} \left[\frac{5}{256} \ln \frac{1+z}{1-z} + \frac{5z}{128(1-z^2)} + \frac{5z}{192(1-z^2)^2} + \frac{c(3a-12c)}{7b} y^7 + \frac{8c-a}{9b} y^9 - \frac{2}{11b} y^{11} \right]_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} + \frac{z}{48(1-z^2)^3} - \frac{z}{8(1-z^2)^4} \right]_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y}}{\dots} \quad (52)$$

$$\mu = \frac{5,3(1 + 0,2M_1^2)^{2,5}}{\bar{F}_c \cdot M_1 \cdot b \cdot c^{0,5}} \left\{ \left[\frac{c^3}{3} (-y)^{1,5} \right]_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} - ac^1 \left[\frac{5}{256} \ln \frac{1+z}{1-z} + \frac{5}{128(1-z^2)} + \frac{5z}{192(1-z^2)^2} + \frac{z}{48(1-z^2)^3} + \frac{z}{8(1-z^2)^4} \right]_{\bar{r}_a}^{\bar{r}_y} \right\}. \quad (53)$$

В этих выражениях

$$y = c - a - b\bar{r}^2; \quad z = \left(1 - \frac{c}{a + b\bar{r}^2} \right)^{0,5}$$

Если вместо T_x^* ввести относительную температуру холодного потока

$$\Theta_x = \frac{T_x^*}{T_1^*} = \frac{T_x^*}{T_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)},$$

а вместо π_a обычно используемую степень расширения π в вихревой трубе

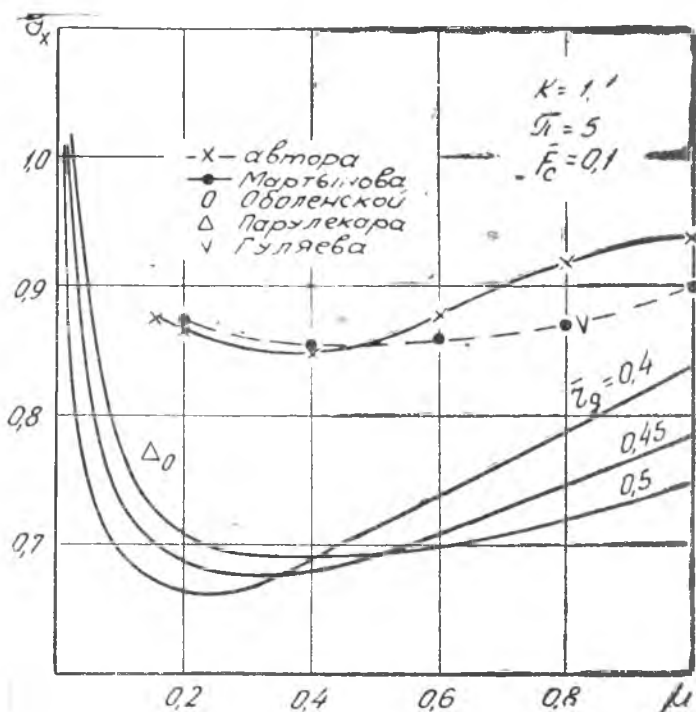
$$\pi = \frac{p_1^*}{p_a} = \pi_a \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{n}{k-1}},$$

то из рассмотрения выражений (52) и (53) получим функциональную зависимость вида

$$\Theta_x = \Theta(\pi, \mu, \bar{r}_d, \bar{F}_c), \quad (54)$$

позволяющую по известным параметрам входа (p_1^* , T_1^*) и выхода p_a и при заданных геометрических соотношениях ($\bar{r}_d$, $\bar{F}_c$) построить расчетные предельные характеристики вихревой трубы $\Theta_x = \Theta(\mu, \pi)$.

Длина вихревой трубы не входит в определяющие величины, так как мы приняли условие завершения процесса энергообмена в сопловом сечении. Это не противоречит экспериментам, так как практически одинаковый эффект можно получить [1], [4], [6], [11], [13], [16], [18], [19] при длинах труб от 50 до 3 калибров ее и при обеспечении высокой турбулентности вынужденного вихря.



Фиг. 6. Расчетные кривые Θ_x и их сравнение с экспериментальными данными.

На фиг. 6 изображены расчетные характеристики вихревой трубы и нанесены точки максимальных эффектов охлаждения, полученные различными исследователями [1], [4], [6], [16].

Расчетная кривая дает максимум эффекта охлаждения на $\mu \approx 0,3$, что качественно согласуется с экспериментальными данными.

При $\mu \rightarrow 0$, величина θ_x становится больше единицы, подтверждая возможность реверса вихревой трубы; при $\mu = 1$ вихревая труба может обеспечить значительный эффект охлаждения всего потока, что подтверждается опытом [1], [4].

В соответствии с опытом, с ростом r_g максимум эффекта охлаждения уменьшается и смещается к большим значениям μ , увеличивается эффект подогрева при реверсе и эффект охлаждения на режиме $\mu = 1$, с ростом $\bar{F}_c$ наблюдается обратное изменение.

Расположение экспериментальных точек показывает на имеющиеся резервы в повышении эффекта охлаждения и термодинамического совершенства вихревой трубы, особенно в области больших значений μ — области охлаждаемых вихревых труб.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Бродянский, А. В. Мартынов. Вихревая труба с внешним охлаждением. «Холодильная техника», № 5, 1964.
2. Л. А. Вулис, А. А. Кострица. Элементарная теория эффекта Ранка. Теплоэнергетика, № 10, 1962.
3. Г. Л. Гродзовский, Ю. Е. Кузнецов. К теории вихревой трубы. Изв. АН СССР, ОТН, № 10, 1954.
4. А. И. Гуляев. Исследование вихревого эффекта. Ж. Т. Ф. № 35 вып. 10, 1965.
5. М. Г. Дубинский. Течение вращающихся потоков газа в кольцевых каналах. Изв. АН СССР, ОТН, № 11, 1955.
6. В. С. Мартыновский, В. П. Алексеев. Исследование эффекта вихревого температурного разделения газов и паров. Ж. Т. Ф. 26, вып. 10, 1956.
7. А. П. Меркулов, Н. Д. Колышев. Исследование температурных полей вихревой трубы с диффузором. Труды КуАИ, вып. 22, 1965.
8. А. П. Меркулов, Н. Д. Колышев. Распределение скорости по высоте сопла вихревой трубы. Труды КуАИ, вып. 22, 1965.
9. Н. А. Чарный. К теории вихревого холодильника. Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение, № 6, 1962.
10. R. G. Deissler, M. Perlmutter. An analysis of the Energy Separation in laminar and turbulent Compressible vortex flows, Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, 1958.
11. N. B. G. Eckert, J. P. Hartnett. Experimental Study of the Velocity and Temperature Distribution in a High Velocity Vortex Type Flow, Stanford University Heat Transfer Institute Conference, June, 1956.
12. C. D. Fulton. Ranque's Tube, Refrigerating Engineering, May, 1950.
13. R. Hilsch. Die Expansion von Gasen in Zentrifugalfeld als Kälterprozess, Zeitschrift für Naturforschung, Jan., 1946.
14. R. Kassner, E. Knoernschild. Friction Laws and Energy Transfer in Circular Flow, Technical Report Wright Patterson air Force Base, No 18, March, 1948.
15. Macoto Susuki, Theoretical and Experimental Studies on the Vortex Tube, Sci. Papers I. P. G. R., Vol. 54, No. 1, 1960.

16. B. B. Parulekar, Performance of Short Vortex Tube, J. Inst. Engrs. (India), 6, No. 4, 1960.
 17. A. J. Reynolds, Energy Flows in a Vortex Tube, Z. Angew. Math and Phys., Vol. 13, No 4, 1961.
 18. G. S. Scheper, Jr., The Vortex Tube—Internal Flow Data and a Heat Transfer Theory, Refrigerating Engineering, 59, Oct. 1951.
 19. W. R. Schowalter, H. F. Janston. Characteristics of the Mean Flow Patterns and Structure of Turbulence in Spiral Gas Streams, A. I. Ch. E. Journal, Vol. 6, No. 4, Dec., 1960.
 20. M. Sibulkin. Unsteady, Viscous, Circular Flow, Journal of Fluid Mech, Vol. 12, No. 2, 1962.
 21. Vau Deemter J. J., On the the Theory of the Ranque — Hilsch Cooling Effect, Applied Scientific Research, Netherlands, Se. A., Vol. 3, 1952.
-