

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

А. С. МОСТОВОЙ

УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ И РЕСУРС САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Издание второе, переработанное

Утверждено
редакционно-издательским
советом института
в качестве учебного пособия

Мостовой А. С. *Усталостная прочность и ресурс самолетных конструкций: Учебное пособие.* — Куйбышев: КуАИ, 1987. — 72 с.

Настоящее пособие написано в соответствии с программой курса «Строительная механика и расчет самолета на прочность» для специальности 1610 «Техническая эксплуатация самолетов и двигателей».

В пособии излагаются вопросы усталостной прочности и долговечности конструкций, в частности, элементов конструкции самолета. Расчеты прочности и долговечности при гармонической нагрузке рассматриваются как основа для проведения расчетов при случайной и программной нагрузках.

В конце каждой главы даны задачи. В приложении приводится список литературы, содержащей необходимые справочные данные для проведения расчетов усталостной прочности и долговечности.

Второе издание переработано методически, добавлен материал, знакомящий студентов с элементами механики разрушения.

Пособие может быть полезно студентам других специальностей и инженерам.

Рецензенты: доц., к.т.н. А. Г. Бурмистров,
инж. Л. Г. Кожемякин

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что интенсивное развитие самолетов имело место уже в начале настоящего столетия, вопросы усталостной прочности стали волновать конструкторов самолетов лишь в середине столетия. Первая из катастроф, связанная с усталостным разрушением лонжерона крыла, отмечена в 1945 году в Австралии. Она произошла с самолетом «Стинсон». В 50-х годах по причине усталостного разрушения произошло несколько катастроф английского пассажирского реактивного самолета «Комета» и бомбардировщиков «Веллингтон», «Викинг». В 60-х годах из-за усталостного разрушения произошли аварии тяжелых бомбардировщиков В-52, патрулировавших с атомным грузом на борту в Поломаресе и Туле. В 70-х годах имели место усталостные разрушения лонжеронов крыла самолета АН-10.

Почему же в последние годы участились случаи разрушения самолетов от усталости? Это связано, во-первых, с увеличением срока службы современных самолетов и ростом скоростей, обуславливающих увеличение интенсивности их эксплуатации; во-вторых, с применением новых высокопрочных материалов, имеющих зачастую невысокие усталостные характеристики; в третьих, с уменьшением веса конструкций, которое приводит к повышению их напряженности.

Приведем такой пример. Самолет 40-х годов ИЛ-12 с крейсерской скоростью $V_{кр} \approx 300$ км/час за время эксплуатации (10—12 тыс. час.) имел налет 3—3,5 млн. км. Современный самолет при $V_{кр} \approx 900—1000$ км/час за время эксплуатации (30—40 тыс. час.) имеет налет 27—40 млн. км, т. е. интенсивность эксплуатации в воздухе возросла в 9—11 раз. Кроме того, такой самолет совершает 15000—20000 взлетов-посадок, при этом пробег его по земле достигает 150000—200000 км, что соизмеримо с пробегом автомобиля до капитального ремонта. Если учесть еще наличие на современных самолетах герметической кабины, на-

гружаемой повторно-статическим изменением давления, то станет понятным увеличение опасности усталостного разрушения.

Изучение усталости самолетных конструкций тесно связано с регламентными работами по эксплуатации. По существу, периодические осмотры — это наблюдение за усталостной прочностью конструкции.

Увеличение ресурса самолета имеет большой народнохозяйственный эффект, так как оно равносильно увеличению числа самолетов, находящихся в эксплуатации.

Из сказанного ясно, почему усталостной прочности и долговечности конструкций сейчас уделяется пристальное внимание в СССР и за рубежом.

Советские ученые С. В. Серенсен, И. А. Одинг, В. П. Когаев, М. Н. Степнов, А. Ф. Селихов, В. С. Иванова, В. В. Болотин, Х. Б. Кордонский, Р. М. Шнейдерович, Н. И. Марин, В. Т. Трощенко, Р. Д. Вагапов, В. Л. Райхер, А. З. Воробьев и многие другие внесли большой вклад в изучение различных проблем усталостной прочности и, в частности, проблемы усталостной прочности при случайных нагрузках, при высоких уровнях нагрузок (так называемая малоцикловая усталость), при высоких и низких температурах, при воздействии агрессивных сред и т. п.

Большой вклад в науку об усталостной прочности внесли также зарубежные ученые А. М. Фрейденталь, В. В. Вейбулл, Р. Б. Хейвуд, П. Форрест, Т. Нишихара, Е. Гумбель и др.

В последние годы интенсивно развивается наука о закономерностях распространения трещин и процесса разрушения материалов и конструкций — механика разрушения. Ведущая роль здесь принадлежит А. А. Гриффитсу, Г. Р. Ирвину, Е. О. Оровану, Г. Н. Баренблатту, Г. П. Черепанову и другим ученым.

Вопросы усталости изучаются в настоящее время в двух аспектах: с позиции физики твердого тела (изучение изменений внутреннего строения материала) и применения закономерностей усталости к изучению прочности и долговечности образцов и конструкций. В настоящей работе рассматривается второй аспект.

1. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ

1.1. О МЕХАНИЗМЕ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ

Процесс накопления повреждений, вызывающих разрушение деталей, называется усталостью, а свойство противостоять усталости — выносливостью.

На механизм усталостного разрушения в настоящее время нет единой точки зрения.

Большинство исследователей различают механизм усталостного разрушения при высоких напряжениях (так называемая малоцикловая усталость, число циклов до разрушения $N < 10^5$) и при средних и низких напряжениях, соответствующих обычной усталости ($N > 10^5$).

Металлы имеют случайную ориентировку кристаллатов, что обуславливает неоднородность напряженного состояния в разных точках конструкции. Касательные напряжения, имеющиеся в конструкции, вызывают скольжения по граням наиболее неблагоприятно ориентированных кристаллитов. Возникают линии скольжения, которые со временем переходят в полосы скольжения.

При высоких напряжениях с ростом числа циклов число линий скольжения возрастает. В плоскостях скольжения происходят пластические деформации, приводящие к местному упрочнению материала. При этом возрастает предел текучести материала и повышаются напряжения. Разрушение наступает в тот момент, когда местные напряжения достигают предела прочности материала.

При малых напряжениях деформационное упрочнение мало, местные напряжения практически не возрастают, а пластические деформации накапливаются. Число полос скольжения с увеличением числа циклов возрастает незначительно, но возникшие ранее полосы расширяются, образуя микротрещины. В результате слияния последних образуются макротрещины. Таким образом, зарождение трещин происходит под действием касательных напряжений. Дальнейшее развитие трещин вплоть

до разрушения конструкций происходит под действием нормальных растягивающих напряжений, величина которых значительно возрастает в устье трещины, являющемся сильным концентратором напряжений. Последнее обстоятельство приводит к ускоренному росту трещины [$\frac{d^2 l}{dt^2} > 0$, (рис. 1)] вплоть до того момента, когда сечение, ослабленное ею, не может выдержать приложенной нагрузки. Тогда происходит весьма быстрое увеличение скорости распространения трещины, заканчивающееся хрупким разрушением.

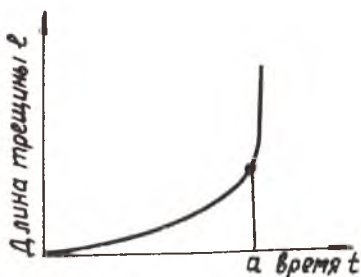


Рис. 1



Рис. 2

В изломе деталей, разрушившихся от усталости, четко разделяются две зоны усталостного разрушения: гладкая, притертая зона развития усталостной трещины и грубая, зернистая зона хрупкого долома (рис. 2).

Изучение поведения трещин, установление момента их интенсивного роста (точка *а* на рис. 1) играет большую роль в эксплуатации. Оно позволяет определить время до разрушения, установить возможность эксплуатации конструкции с трещиной в течение определенного времени, установить сроки осмотров, потребность в запасных частях и т. п.

1.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛОВ. КРИВЫЕ УСТАЛОСТИ

Изложенное в этом параграфе является кратким повторением материала, известного читателю из курса сопротивления материалов.

На рис. 3 изображен несимметричный цикл гармонической нагрузки (напряжения) и приведены необходимые обозначения.

Экстремальные напряжения $\sigma_{\max} > 0$ и $\sigma_{\min} < 0$ называются соответственно максимальным и минимальным, напряжения σ_a , σ_m — амплитудным и средним:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad (1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

Отношение

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \quad (2)$$

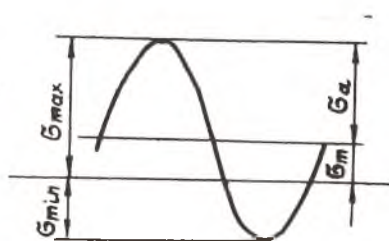


Рис. 3

есть коэффициент асимметрии цикла и изменяется в пределах от минус ∞ до плюс 1. На рис. 4 показаны различные циклы: симметричный цикл ($R = -1$), отнулевой ($R = 0$), несимметричный с положительной асимметрией ($R > 0$), несимметричный с отрицательной асимметрией ($R < 0$).

Пределом выносливости при симметричном цикле σ_{-1} называется наибольшее напряжение, которое материал может выдержать без разрушения при наибольшем числе циклов напряжений, называемом базой. Практически он определяется для числа циклов $N = 10^7 - 10^8$. Предел выносливости при цикле с коэффициентом асимметрии R будем обозначать σ_R .

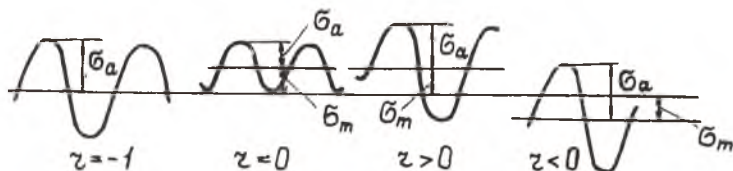


Рис. 4

Если предел выносливости определяется для базы $N < 10^7$, то он называется ограниченным. Указывается базовое число циклов, при котором он получен. Зависимость между ограниченным пределом выносливости и числом циклов изображается кривой усталости или кривой Велера (по имени ученого, предложившего ее). Некоторые аналитические выражения для правой части кривой, соответствующей обычной усталости, имеют вид:

$$N \sigma^m = \text{const}, \quad (3)$$

$$N = e^{a-b\sigma}, \quad (4)$$

$$(N - N_0) (\sigma - \sigma_{-1})^m = \text{const}, \quad (5)$$

где m , a , b , N_0 , σ_{-1} — константы, определяемые для данного

материала, вида концентратора и т. д. Графическое изображение приведенных зависимостей показано на рис. 5. Уравнению (3) соответствует прямая в логарифмических координатах; уравнению (4) — в полулогарифмических.

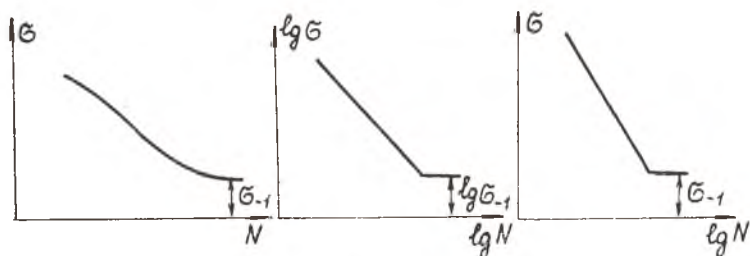


Рис. 5

1.3. ЗАВИСИМОСТЬ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ

Рассмотрим, как влияют различные конструктивные, технологические и эксплуатационные факторы на предел выносливости. Содержание этого параграфа (кроме третьего пункта) относится к симметричному циклу; полученные выводы распространяем на цикл с любым коэффициентом асимметрии.

Концентрация напряжений. Установлено, что на предел выносливости большое влияние оказывает концентрация напряжений. Это влияние оценивается эффективным коэффициентом концентрации

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1c}}$$

где σ_{-1d} — предел выносливости лабораторного образца без концентратора; σ_{-1c} — предел выносливости детали с концентратором.

Свойства материала учитываются с помощью коэффициента чувствительности к концентрации q :

$$q = (K_{\sigma} - 1) / (\alpha_{\sigma} - 1). \quad (7)$$

Здесь α_{σ} — теоретический коэффициент концентрации напряжений, полученный в предположении упругого их распределения. Если материал не чувствителен к концентрации, то $\sigma_{-1d} \approx \sigma_{-1c}$, $K_{\sigma} = 1$ и $q \approx 0$. И наоборот, полной чувствительности к концентрации ($K_{\sigma} = \alpha_{\sigma}$) соответствует $q = 1$.

Вид нагрузки также влияет на предел выносливости. Например, установлено, что при осевом нагружении (растяжении—сжатии) стальных образцов малого диаметра $\sigma_{-1} \approx 0,28 \sigma_{\text{в}}$, а

при изгибе $\sigma_{-1} \approx 0,4 \sigma_b$. Это может быть объяснено тем, что при изгибе поле напряжений неоднородно и все элементы, кроме крайних, работают при $\sigma < \sigma_1$ (рис. 6), т. е. их долговечность N больше, чем для тех же элементов, нагруженных растяжением—сжатием.

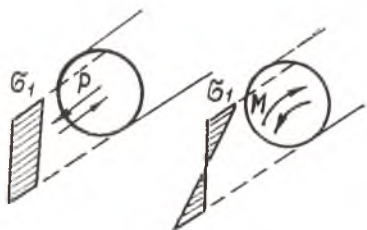


Рис. 6

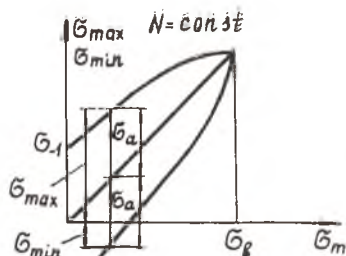


Рис. 7

Коэффициент асимметрии. Зависимость предела выносливости от коэффициента асимметрии цикла R может быть представлена различными диаграммами.

Диаграмма Смита (рис. 7) дает зависимость σ_{\max} , σ_{\min} от σ_m .

Отрезки между прямой, проходящей через начало координат под углом 45° к координатным осям, и кривой σ_{\max} (или σ_{\min}) дают значение σ_a , которое уменьшается с ростом σ_m . Сочетания σ_a и σ_m , представленные диаграммой Смита, соответствуют $N = \text{const}$.

Если положить, что отрезок диаграммы Смита, проходящий через точки $(0, \sigma_{-1})$ и $(\sigma_0/2, \sigma_0)$, является прямой (рис. 8), то получим:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_0/2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{-1}}{\sigma_0 - \sigma_{-1}};$$

откуда после несложных преобразований получим

$$\sigma_{-1} = \sigma_a + \psi_2 \sigma_m, \quad (8)$$

где $\psi_2 = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$

и называется коэффициентом чувствительности к асимметрии цикла.

Формула (8) по существу приводит несимметричный цикл с составляющими напряжения σ_a , σ_m к эквивалентному сим-

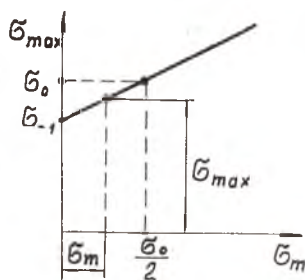


Рис. 8

метричному циклу с напряжением σ_{-1} . При этом эквивалентность понимается как равенство числа циклов N до разрушения для напряжения σ_{-1} и комбинации напряжений σ_a , σ_m .

Диаграмма Хей-Зодерберга (рис. 9) изображается в координатах σ_a , σ_m при $N = \text{const}$. Она может быть получена из диаграммы Смита.

Упрощенная диаграмма, представляющая собой прямую, уравнение которой

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_B} = 1, \quad (9)$$

называется диаграммой Гудмана (рис. 10).

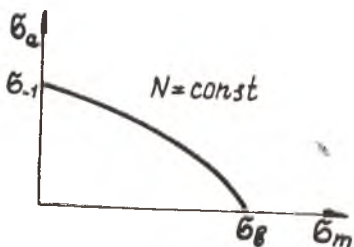


Рис. 9

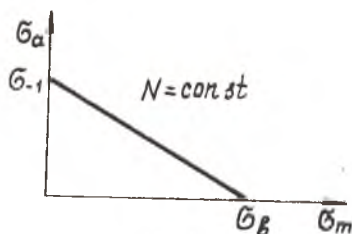


Рис. 10

Пользуясь уравнением (9), можем найти ограниченный предел выносливости для цикла с произвольным коэффициентом асимметрии R . Используя выражения для σ_a и σ_m , запишем выражение (9) в виде

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2 \sigma_{-1}} + \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2 \sigma_B} = 1.$$

Разделим обе части равенства на σ_{\max} и сделаем замену $\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = R$

$$\frac{1 - R}{2 \sigma_{-1}} + \frac{1 + R}{2 \sigma_B} = \frac{1}{\sigma_{\max}} = \frac{1}{\sigma_R},$$

откуда получим

$$\sigma_R = \sigma_{\max} = \frac{2 \sigma_{-1} \sigma_B}{(1 - R) \sigma_B + (1 + R) \sigma_{-1}}, \quad (10)$$

Учитывая, что для прямой Гудмана $N = \text{const}$, из уравнения (9) имеем аналогично (8)

$$\sigma_{-1}^{\text{ЭКВ}} = \sigma_a + \psi_z \sigma_m,$$

где $\psi_z = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B}$.

На кафедре прочности л.а. КуАИ предложены формулы для

приведения несимметричного цикла к эквивалентному по повреждаемости симметричному в виде

$$\sigma_{-1}^{\text{ЭКВ}} = \sigma_{\text{max}} \cdot \kappa, \quad (11)$$

где значения κ определяются в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1

Материалы	Изгиб	R	Растяжение-сжатие	R
Алюминиевые и магниевые сплавы	$\kappa = 0,7(1+R^2)^{0,518}$	< 0	$\kappa = 0,85 - 0,15R$	< 0
	$\kappa = 0,7(1-R^2)^{0,518}$	> 0	$\kappa = 0,85(1-R)^{0,518}$	> 0
Конструкционные стали	$\kappa = 0,7(1+ R)^{0,518}$	< 0	$\kappa = 0,75 - 0,25R$	< 0
	$\kappa = 0,7(1-R)^{0,518}$	> 0	$\kappa = 0,75(1-R)^{0,45}$	> 0

Эти формулы дают вполне удовлетворительную сходимость с экспериментом.

Поверхностное упрочнение повышает предел выносливости. Коэффициент, характеризующий влияние его:

$$K_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1d})_{\text{упр}}}{\sigma_{-1d}} \geq 1, \quad (12)$$

где $(\sigma_{-1d})_{\text{упр}}$, σ_{-1d} — пределы выносливости соответственно упрочненной и неупрочненной детали.

Чистота обработки поверхности оказывает существенное влияние на усталостные характеристики детали: чем выше чистота, тем выше предел выносливости. Влияние чистоты обработки оценивается коэффициентом

$$K_F = \frac{\sigma_{-1F}}{\sigma_{-1}} \leq 1, \quad (13)$$

где σ_{-1F} — предел выносливости образца с данной обработкой; σ_{-1} — предел выносливости гладкого лабораторного образца.

Масштабный фактор учитывает влияние абсолютных размеров детали. С увеличением размеров детали снижается предел ее выносливости, что обусловлено большей вероятностью появления дефектов, очагов зарождения трещин в большем объеме металла. Грубая оценка влияния размеров может быть произведена с помощью коэффициента масштабного фактора

$$K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \leq 1, \quad (14)$$

где σ_{-1d} — предел выносливости образца данных размеров; σ_{-1} — предел выносливости гладкого образца диаметром 7,5 мм.

Разумеется, обработка поверхности, концентрация напряжений сравниваемых образцов должны быть одинаковы. Более точную оценку влияния размеров можно произвести на основании теории подобия усталостного разрушения (см. работу /14/).

Коррозия. Влияние внешней среды, в которой работает деталь, весьма велико. Имеется существенная разница между пределом выносливости в вакууме и воздухе. В коррозионной среде предел выносливости может снизиться в 5—10 раз. Он устанавливается при проведении соответствующих испытаний.

Частота нагружения. Влияние частоты нагружения на характеристики усталости недостаточно изучено. Однако установлено, что на частотах меньше 20 Гц имеет место снижение, а на частотах, больших 100 Гц, — некоторое повышение предела выносливости. На рис. 11 изображена зависимость отношения ψ долговечности N_ω на частоте ω к долговечности на базовой частоте $N_{\text{баз}}$ (принято $N_{\text{баз}} = 0,1$ Гц). Из рисунка видно, что с ростом частоты (до $\omega = 100$ Гц) долговечность возрастает, а темп возрастания (производная $d\psi/d\omega$) убывает.

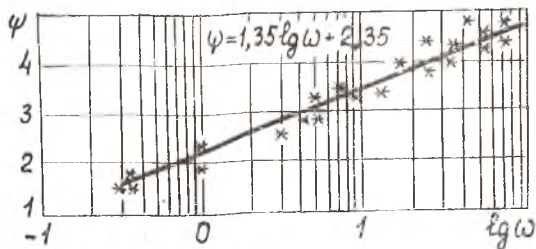


Рис. 11

Задачи

1. Определить характеристики циклов, изображенных на рис. 12. Найти значения σ_m , σ_a .

Ответ: $R_1 = -0,333$; $\sigma_{m1} = 100$ МПа; $\sigma_{a1} = 200$ МПа; $R_2 = -4$; $\sigma_{m2} = -90$ МПа; $\sigma_{a2} = 150$ МПа.

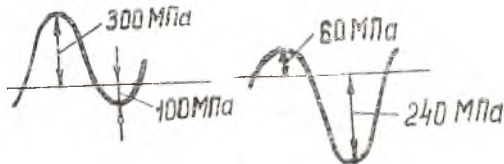


Рис. 12

2. Для $R = -0,3$ найти значение σ_R , если дано: $\sigma_{-1} = 100$ МПа; $\sigma_a = 420$ МПа.

Ответ: $\sigma_R = \sigma_{\text{max}} = 136$ МПа.

3. Найти предел выносливости для детали, если известно, что для образца $\sigma_{-1} = 120$ МПа; $K_s = 1,5$; $K_F = 0,95$; $K_{d_s} = 0,85$.

Ответ: $\sigma_{-1_d} = 64,5$ МПа.

4. Найти эквивалентное гармоническое напряжение $\sigma_{-1}^{\text{ЭКВ}}$ несимметричного цикла при $\sigma_a = 150$ МПа, $\sigma_m = 100$ МПа; $\sigma_{-1} = 90$ МПа; $\sigma_b = 450$ МПа.

Ответ: $\sigma_{-1}^{\text{ЭКВ}} = 170$ МПа.

2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Напомним некоторые известные из теории вероятностей определения. Относительной частотой \bar{P} называется величина, определяемая отношением числа благоприятствующих данному событию исходов испытания n ко всему числу возможных исходов испытания n_{Σ} :

$$\bar{P} = \frac{n}{n_{\Sigma}}. \quad (15)$$

Постоянное число, к которому стремится относительная частота при увеличении числа исходов испытаний, назовем вероятностью P события

$$P = \left(\frac{n}{n_{\Sigma}} \right)_{n_{\Sigma} \rightarrow \infty}. \quad (16)$$

Практически мы будем отождествлять относительную частоту \bar{P} (ее называют иногда статистической вероятностью) с вероятностью P .

Интегральная функция распределения $F(x)$ есть функция, определяющая вероятность непревышения заданной величины x , т. е. вероятность того, что случайная величина x примет значение, меньшее данного x^* (рис. 13):

$$F(x) = P(X < x). \quad (17)$$

Функция $F(x)$ неубывающая и стремится к единице с увеличением x до бесконечности. Если $F(x_1) = P(X < x_1)$ и $F(x_2) = P(X < x_2)$, то вероятность попадания случайной величины X в интервал $x_1 - x_2$ будет равна

$$P(x_1 < X < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \Delta F(x). \quad (18)$$

Первая производная от $F(x)$ по x называется *дифференци-*

* X — случайная величина; x — ее конкретное значение.

альной функцией распределения или плотностью вероятности (рис. 14):

$$j(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (19)$$

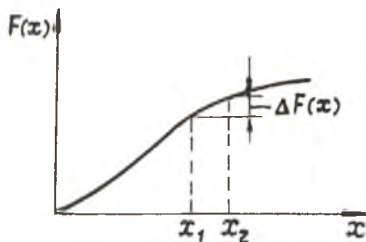


Рис. 13

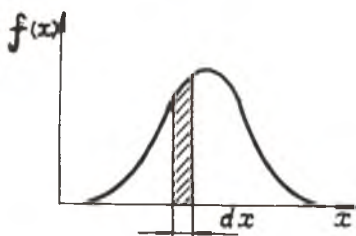


Рис. 14

Используя это выражение, перепишем (18) в виде

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{-\infty}^{x_2} j(x) dx - \int_{-\infty}^{x_1} j(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} j(x) dx. \quad (20)$$

Отсюда следует, что вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $x_1 - x_2$ равна площади под кривой плотности вероятности, ограниченной абсциссами x_1 и x_2 (рис. 14).

Число попаданий случайной величины в заданный интервал

$$\begin{aligned} n(x_1 < X < x_2) &= n_{\Sigma} P(x_1 < X < x_2) = n_{\Sigma} \int_{x_1}^{x_2} j(x) dx = \\ &= n_{\Sigma} [F(x_2) - F(x_1)], \end{aligned} \quad (21)$$

что следует из выражений (15), (18), (20).

Таким образом, если известен закон распределения, то по формуле (21) может быть определено число повторений напряжений (нагрузок) различного уровня, чем в дальнейшем мы воспользуемся.

2. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ПОВТОРЯЕМОСТЬ

В практике расчетов долговечности авиационных конструкций часто используется *относительная интегральная повторяемость*, которая представляет собой вероятность превышения заданной величины x (рис. 15):

$$\bar{N} = P(X > x), \quad (22)$$

то есть вероятность события, противоположного определяемому уравнением (17).

Отсюда следует, что $\bar{H} + F(x) = 1$ и

$$\bar{H} = 1 - F(x). \quad (23)$$

Тогда

$$f(x) = -\frac{d\bar{H}}{dx}, \quad (24)$$

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} -\frac{d\bar{H}}{dx} dx. \quad (25)$$

Абсолютной интегральной повторяемостью H назовем число превышений заданной величины x . Тогда, отождествляя относительную частоту с вероятностью, получим

$$H = n_{\Sigma} \bar{H}, \quad (26)$$

где n_{Σ} — общее число испытаний.

Число попаданий случайной величины в заданный интервал, выраженное через интегральную повторяемость, получим, пользуясь формулами (21), (25) и (26):

$$n(x_1 < X < x_2) = n_{\Sigma} \int_{x_1}^{x_2} -\frac{d\bar{H}}{dx} dx = \int_{x_1}^{x_2} -\frac{dH}{dx} dx. \quad (27)$$

Оно называется *дифференциальной повторяемостью*.

2.3. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Числовыми характеристиками случайной величины являются моменты различных порядков.

Момент k -го порядка определяется для дискретной случайной величины выражением

$$m_k(x) = \sum_i x_i^k P_i = \sum_i \frac{x_i^k}{n}$$

и для непрерывной случайной величины выражением

$$m_k(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx.$$

Наиболее употребительными являются момент первого порядка — математическое ожидание $M(x)$ и центральный момент второго порядка — дисперсия $S^2(x)$, где $S(x)$ — среднее квадратическое отклонение (с.к.о.). Они определяются выражениями:

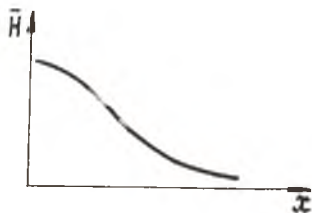


Рис. 15

для дискретной случайной величины

$$M(x) = \sum_i x_i P_i = \sum_n \frac{\lambda_i}{n}; \quad (28)$$

$$S(x) = \sqrt{M[x - M(x)]^2} = \sqrt{\frac{\sum [x_i - M(x)]^2}{n-1}} \quad (29)$$

и для непрерывной случайной величины

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \quad (30)$$

$$S(x) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 f(x) dx}. \quad (31)$$

2.4. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Законом распределения называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Наиболее полные сведения о случайной величине получим, зная закон ее распределения, который задается чаще всего плотностью вероятности $f(x)$. Многие случайные величины в природе и в технике распределены по нормальному закону (закону Гаусса), по которому плотность вероятности выражается

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} S(x)} \cdot e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2S^2(x)}}. \quad (32)$$

Здесь, как и ранее, $M(x)$ и $S(x)$ — соответственно математическое ожидание и с.к.о. величины x (рис. 16).

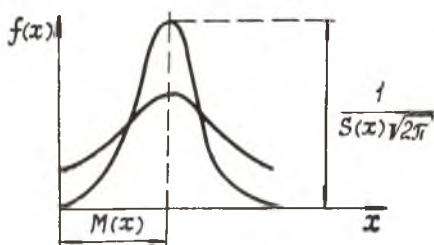


Рис. 16

Этот закон справедлив, если случайная величина зависит от множества независимых или слабо зависимых друг от друга факторов, влияние каждого из которых незначительно.

Найдем вероятность попадания случайной величины, распределенной по нормальному закону, в заданный интервал $\alpha \div \beta$.

Для нормального закона распределения, учитывая (19) и (32),

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} S(x)} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2S^2(x)}} dx. \quad (33)$$

Преобразуем последнее выражение, введя новую переменную $t = \frac{x - M(x)}{S(x)}$, которую назовем центрированной (относительно $M(x)$) и нормированной (отнесенной к $S(x)$) случайной величиной.

Тогда $dx = S(x)dt$ и выражение (33) запишется в виде

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \Phi^* \left[\frac{x - M(x)}{S(x)} \right]. \quad (34)$$

$\Phi^*(t)$ называется нормальной функцией распределения — функцией Лапласа. Каждому значению величины t соответствует значение $\Phi^*(t)$, определяемое из таблиц (см., например, /3/).

Вероятность попадания случайной величины в интервал $\alpha < \beta$, согласно уравнению (18), запишется в виде

$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha).$$

С учетом выражения (34)

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi^* \left[\frac{\beta - M(x)}{S(x)} \right] - \Phi^* \left[\frac{\alpha - M(x)}{S(x)} \right]. \quad (35)$$

Вычислив значения $t_\beta = \frac{\beta - M(x)}{S(x)}$ и $t_\alpha = \frac{\alpha - M(x)}{S(x)}$, по таблицам нормальной функции распределения находим искомую вероятность $P(\alpha < X < \beta)$.

Задачи

1. Функция распределения непрерывной случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ X^2 & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность P и число попаданий n случайной величины в интервал 0,25—0,5, если число опытов $n_{\Sigma} = 1000$.

Ответ: $P = 0,1875$; $n \approx 187$.

2. Абсолютная интегральная повторяемость напряжений σ за 1 час задана уравнением $H_t = 800 - 2\sigma$. Найти число n напряжений с уровнем от 80 до 100 МПа.

Ответ: $n = 40$.

3. Найти вероятность P попадания случайной величины, распределенной по нормальному закону, в интервал $M(x) -$

— $[M(x) + S(x)]$, где $M(x)$, $S(x)$ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины x .

Ответ: $P \approx 0,341$.

3. УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

3.1. СИММЕТРИЧНЫЙ ЦИКЛ

Как известно, расчет самолета на статическую прочность ведется по разрушающим нагрузкам. Полученные при этом напряжения сравниваются с разрушающими ($\sigma \leq \sigma_{\text{разр}}$). Такой способ расчета связан с учетом нелинейности диаграмм растяжения в области напряжений, близких к разрушающим.

Расчет на усталостную прочность производится по эксплуатационным нагрузкам, так как номинальные усталостные напряжения, как правило, не выходят за пределы линейного участка диаграммы растяжения. Коэффициент запаса усталостной прочности определяется отношением предельного напряжения (предела выносливости детали) к эксплуатационному амплитудному напряжению

$$n_p = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_d} \quad (36)$$

Он может значительно превышать единицу в зависимости от точности определения нагрузок, разброса характеристик материала и т. п.

Формула (36) соответствует расчету как на неограниченную ($N > 10^7$), так и на ограниченную долговечность — в зависимости от базы, к которой отнесено σ_{-1d} .

Так как значение предела выносливости обычно известно для образца, то для рассчитываемой детали воспользуемся условием аддитивности* снижения предела выносливости от факторов, указанных в гл. 1 (формулы (6), (12), (13), (14)). В соответствии с изложенным в этой главе, приращение σ_{-1} при переходе от детали к образцу с учетом эффективного коэффициента концентрации напряжений K_σ и коэффициента масштабного фактора $K_{d\sigma}$ будет

$$\Delta \sigma_{-1} = \sigma_{-1d} \left(\frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} - 1 \right).$$

Влияние качества обработки поверхности учтем слагаемым

* Зависимости результата от суммы факторов.

$\sigma_{-1} \frac{1}{K_F}$, где K_F — коэффициент, характеризующий чистоту обработки поверхности. Влияние поверхностного упрочнения, учитываемого коэффициентом K_v , связано как с эффектом концентрации напряжений, так и с состоянием поверхности. Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{-1} &= \left[\sigma_{-1a} \left(\frac{K_s}{K_{d\sigma}} - 1 \right) + \sigma_{-1a} \frac{1}{K_F} \right] \frac{1}{K_v} = \\ &= \sigma_{-1a} \left(\frac{K_s}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \zeta \sigma_{-1a} \end{aligned} \quad (37)$$

где обозначено

$$\zeta = \left(\frac{K_s}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v}.$$

Значение $\frac{K_s}{K_{d\sigma}}$ можно определить по рекомендациям /14/. Используя равенства (36), (37), получим

$$n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\zeta \sigma_a} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma'_a} \quad (38)$$

где $\sigma'_a = \sigma_a \zeta$ и может быть рассмотрено как эксплуатационное напряжение в детали, приведенное к образцу.

Полученное значение n_p сравнивается с минимально допустимым, которое зависит от достоверности определения усилий и напряжений, однородности материала, технологии изготовления конструкции, ответственности ее и т.п. Нормативное значение n_p устанавливается для конкретных деталей на основе опыта эксплуатации и может принимать значения от 1,3 до 3,0.

Долговечность N_a (число циклов до разрушения) при некотором напряжении σ_a , изменяющемся по симметричному циклу, может быть приближенно определена, если известны ограниченный предел выносливости σ_{-1}^{orp} и соответствующее базовое число циклов N_{-1} , из соотношения (3):

$$\begin{aligned} N_{-1} (\sigma_{-1}^{orp})^m &= N_a \sigma_a^m; \\ N_a &= N_{-1} \left(\frac{\sigma_{-1}^{orp}}{\sigma_a} \right)^m. \end{aligned} \quad (39)$$

Показатель степени m может быть определен из эксперимента на достаточно высоком уровне напряжения σ_a^* , принадлежащем правой части кривой усталости (обычной усталости) при соответствующем значении N^* из уравнения (39):

$$\lg N^* = \lg N_{-1} + m (\lg \sigma_{-1}^{orp} - \lg \sigma_a^*).$$

Определим коэффициент запаса по долговечности. Пусть продолжительность работы детали составляет N_{-1} циклов при напряжении σ_a (точка σ_a , N_{-1} на рис. 17). Тогда

$$n_a = \frac{N_a}{N_{-1}}$$

где N_a , N_{-1} — предельное и фактическое число циклов (время) работы на данном уровне напряжения σ_a .

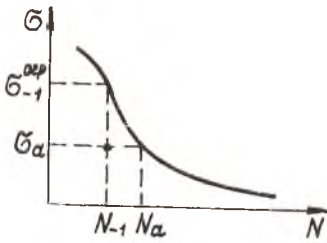


Рис. 17

Если учесть, что предельный уровень напряжения, соответствующий числу циклов N_{-1} , есть σ_{-1}^{orp} (рис. 17), то из уравнения кривой усталости в виде $N \sigma^m = C$ следует, что $N_{-1} (\sigma_{-1}^{orp})^m = N_a \sigma_a^m$, и тогда

$$n_a = \frac{N_a}{N_{-1}} = \left(\frac{\sigma_{-1}^{orp}}{\sigma_a} \right)^m = n_p^m, \quad (40)$$

так как отношение разрушающего напряжения σ_{-1}^{orp} при числе циклов N_{-1} к действующему σ_a есть n_p .

3.2. НЕСИММЕТРИЧНЫЙ ЦИКЛ

Для определения запаса усталостной прочности при несимметричном цикле воспользуемся диаграммой Хей-Зодерберга, которая определяет предельные сочетания σ_a и σ_m .

Положим, что предельное состояние материала соответствует наступлению текучести, и поставим условие, чтобы наибольшее напряжение несимметричного цикла не превышало предела текучести σ_T :

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m \leq \sigma_T.$$

Это условие в предельном случае ($\sigma_{\max} = \sigma_T$) дает нам уравнение прямой, отсекающей на осях координат σ_T (рис. 18):

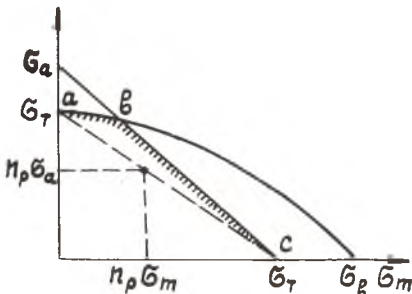


Рис. 18

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_T} + \frac{\sigma_m}{\sigma_T} = 1.$$

Тогда область допустимых сочетаний напряжений σ_a , σ_m будет лежать ниже линии abc , которая в целях упрощения заменяется пунктирной прямой ac . Такое упрощение называется *схематизацией Зодерберга*.

Пусть имеем напряжения σ_a, σ_m , не являющиеся предельными. Увеличив их в n_p раз (n_p — коэффициент запаса прочности), получим точку, лежащую на предельной прямой и удовлетворяющую условию

$$\frac{n_p \sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{n_p \sigma_m}{\sigma_T} = 1,$$

откуда, используя соотношение (38), получим

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_T} + \frac{\sigma'_a}{\sigma_{-1}} = \frac{1}{n_p},$$

где $\sigma'_a = \sigma_a \zeta$ — приведенное к образцу напряжение детали.

Далее имеем

$$n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma'_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}, \quad (41)$$

где $\psi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_T}$. Знаменатель выражения (41) можно трактовать как приведенное к образцу и к симметричному циклу напряжение детали.

3.3. СЛОЖНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Большинство экспериментальных работ по исследованию усталостной прочности материалов проводится при одноосном нагружении образцов. Однако многие ответственные детали изделий работают в условиях сложного напряженного состояния. Чтобы оценить усталостную прочность детали в этих условиях, требуется найти одноосное (эквивалентное) напряжение $\sigma_{эв}$, действие которого на деталь было бы эквивалентно действию комбинации нагрузок, создающих сложное напряженное состояние.

Различные способы определения эквивалентного напряжения изложены в теориях усталостной прочности (аналогично теориям прочности при статическом нагружении).

С. В. Серенсен, исходя из условия постоянства энергии формоизменения, получил для плоского напряженного состояния

$$(\sigma_1 + \sigma_2)^2 - \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2 \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_{-1}^2. \quad (42)$$

Не приводя предложений других авторов для вычисления $\sigma_{эв}$, рассмотрим определение запаса прочности при совместном изгибе и кручении. Сначала рассмотрим симметричные циклы нагружения.

Используя формулу (42) и известные соотношения для главных напряжений при изгибе с кручением, получим

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_a^2 + \tau_a^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} \right)^2}. \quad (43)$$

Экспериментальная диаграмма предельных сочетаний относительных значений $\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}$ и $\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}$ для сталей и алюминиевых сплавов представляет собой дугу окружности (рис. 19), уравнение которой

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 = 1.$$

Приняв в последнем уравнении $\sigma_{-1} = \sigma_{\text{экв}}$, получим выражение (43), которое, таким образом, отражает экспериментальные данные.

Переходя к пределам выносливости для образцов, аналогично предыдущему получим

$$\left(\frac{\sigma'_a}{\sigma_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau'_a}{\tau_{-1}} \right)^2 = 1, \quad (44)$$

где, по-прежнему, $\sigma_a = \sigma_a^{\text{изг}}$, $\tau_a = \tau_a^{\text{изг}}$.

Здесь поправочные коэффициенты ζ_σ и ζ_τ относятся соответственно к нормальным и касательным напряжениям.

Имея значения пределов выносливости σ_{-1} , τ_{-1} и отношение $\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} = k$ при изгибе с кручением, по уравнению (44) находим предельные значения σ_a , τ_a .

Запас прочности в рассматриваемом случае определим как отношение радиусов предельного круга $Oa = 1$ и круга, проходящего через точку b (рис. 19):

$$n_p = \frac{Oa}{Ob} = \frac{1}{\sqrt{(\sigma'_a / \sigma_{-1})^2 + (\tau'_a / \tau_{-1})^2}}. \quad (45)$$

Обозначим $\frac{\sigma_{-1}}{\sigma'_a} = n_\sigma$ и $\frac{\tau_{-1}}{\tau'_a} = n_\tau$, где n_σ , n_τ — условные запасы прочности по нормальным и касательным напряжениям.

Тогда

$$n_p = \frac{1}{\sqrt{1/n_\sigma^2 + 1/n_\tau^2}} = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}. \quad (46)$$

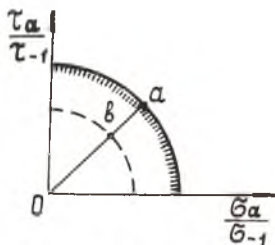


Рис. 19

Для несимметричных циклов при сложном напряженном состоянии запас прочности может быть определен аналогичным образом по формуле (45), но вместо σ'_a , τ'_a в формулу следует подставлять приведенные к симметричному циклу напряжения $\sigma'_a + \psi_{\pm} \sigma_m$, $\tau'_a + \psi_{\pm} \tau_m$, где ψ_{\pm} , ψ_{\pm} определяются, как указано в предыдущем параграфе.

3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ

Фактические эксплуатационные напряжения σ_a имеют рассеяние вследствие неидентичности условий нагружения и геометрии деталей. Сопротивление усталости, характеризуемое величиной σ_{-1d} , также имеет рассеяние, обусловленное статистической природой усталости (неоднородностью структуры, искажением кристаллической решетки и т. п.), отклонением в технологии обработки и т. п. Поэтому в записи условия разрушения

$$x = \sigma_{-1d} - \sigma_a \leq 0 \quad (47)$$

x является случайной величиной.

Пусть σ_a и σ_{-1d} распределены нормально. Тогда величина x , определяемая соотношением (47), также распределена нормально с параметрами $M(x)$ и $S(x)$ (математическое ожидание и с.к.о. величины x соответственно):

$$M(x) = M(\sigma_{-1d}) - M(\sigma_a); \quad (48)$$

$$S^2(x) = S^2(\sigma_{-1d}) + S^2(\sigma_a). \quad (49)$$

Ранее мы отметили, что величина $t = \frac{x - M(x)}{S(x)}$ табулирована для нормального закона распределения величины x [3].

Так как предельным условием разрушения, согласно (47), является условие $x = 0$, то

$$t_p = -\frac{M(x)}{S(x)} = -\frac{M(\sigma_{-1d}) - M(\sigma_a)}{\sqrt{S^2(\sigma_{-1d}) + S^2(\sigma_a)}}. \quad (50)$$

Затем по таблицам нормального закона распределения находим вероятность разрушения $P(x < 0)$.

Соответствующее время до разрушения определяется по кривой усталости для напряжения σ_{-1d} .

Связь между разбросом величин σ_{-1d} и σ_a и интегральной функцией распределения $F(T^*)$ времени T до разрушения показана на рис. 20. Здесь сплошными линиями показаны предельные (верхнее и нижнее), пунктирными — средние значения (математические ожидания) σ_{-1d}^* и σ_a^* . Вероятность разрушения за вре-

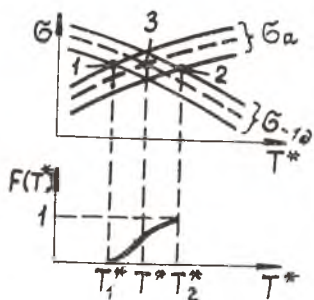


Рис. 20

мя $T < T_1^*$ равна нулю, так как левее точки 1 сопротивление усталости $\sigma_{-1д}$ всегда больше напряжения σ_a . Вероятность разрушения за время $T > T_2^*$ равна единице, так как правее точки 2 сопротивление усталости $\sigma_{-1д}$ всегда меньше напряжения σ_a . В точке 3, на пересечении средних значений σ_a и $\sigma_{-1д}$, имеем среднее значение (математическое ожидание) долговечности.

Задачи

1. Найти запас прочности n_p при симметричном цикле нагружения детали и следующих данных:

$$\sigma_{ал} = 100 \text{ МПа}; K_\sigma = 1,4; K_F = 0,85; K_{d\sigma} = 0,90, \\ \sigma_{-1} = 150 \text{ МПа}.$$

Ответ: $n_p \approx 1,1$.

2. Найти запас прочности n_p при несимметричном цикле нагружения и следующих данных:

$$\sigma_{ал} = 80 \text{ МПа}; \sigma_{m_1} = 60 \text{ МПа}; \sigma_r = 300 \text{ МПа}; \\ \sigma_{-1} = 180 \text{ МПа}; K_\sigma = 1,2; K_F = 0,8; K_{d\sigma} = 0,9.$$

Воспользоваться схематизацией Зодерберга.

Ответ: $n_p = 1,06$.

3. Найти вероятность разрушения детали, если дано:
 $M(\sigma_{-1д}) = 80 \text{ МПа}; M(\sigma_a) = 75 \text{ МПа}; S(\sigma_{-1д}) = 15 \text{ МПа}; \\ S(\sigma_a) = 20 \text{ МПа}.$

Распределение напряжений нормально.

Ответ: $P \approx 0,42$.

4. Найти приближенно долговечность детали $N_{дет}$ (в циклах) для условий задачи 1, если кривая усталости для гладкого образца выражается уравнением $N \sigma_a^2 = 2 \cdot 10^{11}$.

Ответ: $N_{дет} \approx 6,6 \cdot 10^6$.

4. СЛУЧАЙНЫЕ НАГРУЗКИ. ТЕОРИИ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

4.1. СЛУЧАЙНЫЕ НАГРУЗКИ

На конструкции машин и сооружений могут действовать детерминированные (т. е. определенные в каждый момент време-

ни) и случайные нагрузки. Например, детали двигателей подвергаются, как правило, действию детерминированных нагрузок, величины которых меняются по гармоническому закону или закону, представляющему сумму гармоник. Конструкции судов, самолетов, автомобилей, сельскохозяйственных машин и многие другие подвергаются действию случайных нагрузок, точные значения которых в разные моменты времени не могут быть предсказаны (рис. 21,а). Непрерывное изменение случайных нагрузок

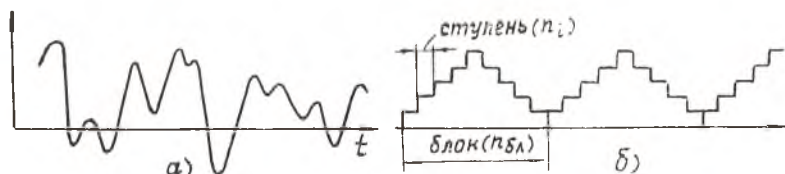


Рис. 21

зок есть случайный процесс, который может быть стационарным (моментные характеристики его не зависят от начала отсчета времени) и нестационарным (моментные характеристики меняются со временем). Широкий класс случайных процессов нагружения летательных аппаратов в полете и при посадке с некоторым приближением может быть отнесен к стационарным. В дальнейшем будем рассматривать этот класс случайных процессов. Примем для них наиболее распространенный в технике и природе нормальный закон распределения. На основании вышесказанного будем считать математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение (с.к.о.) процесса не зависящим от отрезка времени, в течение которого рассматривается случайная реализация, если она достаточно представительна. (Уточнение понятия представительной реализации дано в работе /15/).

В целях упрощения представления случайного процесса частоты нагрузки одного уровня, встречающиеся в случайной реализации в разное время, группируются в ступени небольшой продолжительности, а ступени объединяются в блоки (рис. 21,б). Повторение блоков при надлежащем их формировании должно обеспечить эффект, равноценный эффекту нагружения реализацией случайного процесса. Нагрузка, полученная в результате такой схематизации, называется *программной*.

При гармонической нагрузке любого уровня предельное число циклов, которое может выдержать конструкция до разрушения, определяется кривой Велера. Как же определить момент разрушения при изменяющейся амплитуде нагрузки? Для этого нужно оценить повреждающее действие различных амплитуд

нагрузки и порядок суммирования (накопления) этих повреждений.

В настоящее время существуют различные теории накопления повреждений, в разной мере удовлетворяющие расчетам долговечности реальных конструкций.

4.2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИИ

Наиболее простой и наиболее распространенной является линейная теория суммирования повреждений, предложенная в 1924 году Палмгреном, затем основательно забытая и возрожденная в 1945 году Майнером.

Пусть за t часов имеется n_1, n_2, \dots, n_i циклов нагружений конструкции уровнями $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_i$ соответственно. Разрушающие числа циклов для этих напряжений, взятые по кривой Велера, равны соответственно N_1, N_2, \dots, N_i .

Допустим, что разрушение конструкции наступает при затрате разрушающей работы (энергии) A_p независимо от порядка нагружения. Пусть \bar{A}_i есть энергия, подведенная на i -ом уровне за один цикл. Тогда разрушение наступит при условии, что

$$\sum_i n_i \bar{A}_i = A_p. \quad (51)$$

При постоянном уровне нагружения имеем $N_i \bar{A}_i = A_p$ и $\bar{A}_i = \frac{A_p}{N_i}$. Подставляя это в выражение (51), получим

$$\sum_i n_i \frac{A_p}{N_i} = A_p$$

и в момент разрушения

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1. \quad (52)$$

Величина $\frac{n_i}{N_i}$ называется *повреждением* на i -ом уровне нагружения. Накопленное повреждение $\sum_i \frac{n_i}{N_i}$ при отсутствии разрушения обозначим через D :

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = D. \quad (53)$$

Таким образом, согласно линейной теории суммирования повреждений, разрушение наступает тогда, когда накопленное повреждение (сумма относительных чисел циклов $\frac{n_i}{N_i}$) становится равным единице.

Пользуясь линейной теорией, долговечность T находим следующим образом. Пусть за время t определено повреждение $D = \sum \frac{n_i}{N_i}$ или $D = \int \frac{dn_i}{N_i}$. Тогда долговечность будет во столько раз больше t , сколько раз D содержится в единице, т. е.

$$T = t \frac{1}{\sum \frac{n_i}{N_i}} \quad \text{или} \quad T = t \frac{1}{\int \frac{dn_i}{N_i}}. \quad (54)$$

Однако линейная теория суммирования повреждений во многих случаях опытом не подтверждается. Сумма относительных чисел циклов $\frac{n_i}{N_i}$ разрушившихся конструкций колеблется от 0,3 до 10. Если рассмотреть, например, нагружение по схемам «а» и «б» (рис. 22), то, согласно линейной теории, разрушение должно наступить за одинаковое время T , так как $\sum \frac{n_i}{N_i}$ одинакова для обоих случаев.

Опыт, однако, показывает, что для случая «а» долговечность чаще всего бывает больше, чем для случая «б». Это объясняют влиянием «тренировки» конструкции в результате предварительного нагружения ее напряжениями низкого уровня.

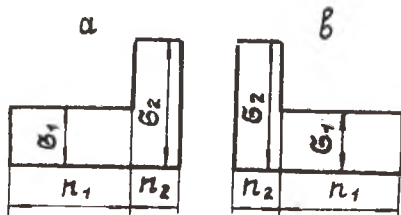


Рис. 22

Существенным недостатком линейной теории суммирования повреждений является то обстоятельство, что она не учитывает «историю» нагружения, т. е. последовательность приложения нагрузок. Кроме того, согласно этой теории, нагрузки, соответствующие уровню напряжения ниже предела выносливости, не вызывают усталостных повреждений ($N_i \approx \infty$). Это противоречит данным эксперимента, из которых следует, что нижний предел повреждающих напряжений равен $k \sigma_{-1}$, где $k = 0,6-0,7$.

И, наконец, линейная теория суммирования повреждений не учитывает особенностей материала, вида нагружения (изгиба, кручения, растяжения-сжатия), формы поперечного сечения и т. п.

4.3. ДРУГИЕ ТЕОРИИ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Недостатки линейной теории суммирования повреждений привели к многочисленным исследованиям и предложениям других теорий. Из них отметим *степенное условие* суммирования повреждений А. Фрейдентала

$$D = \sum_i \left(\frac{n_i - N_{oi}}{N_i - N_{oi}} \right)^p, \quad (55)$$

где N_{oi} — порог чувствительности по циклам (число циклов, ниже которого разрушение при данном уровне напряжений невозможно); p — показатель степени, зависящий от σ_i ; определение его требует постановки эксперимента.

В. В. Болотин рассматривает процесс накопления повреждений как *двухстадийный*. На первой стадии — до образования трещины

$$D_1 = \int_0^{N_{\text{тр}}} \frac{dn_i}{N_0(\sigma_i)} = 1, \quad (56)$$

где $N_{\text{тр}}$ — число циклов, соответствующее появлению трещины при данном нагружении; $N_0(\sigma_i)$ — число циклов, соответствующее появлению трещины при уровне напряжений σ_i ; n_i — число циклов напряжений σ_i .

На второй стадии — развития трещины вплоть до разрушения

$$D_2 = \int_{N_{\text{тр}}}^{N_p} \frac{dn_i}{N(\sigma_i) - N_0(\sigma_i)} = 1, \quad (57)$$

где N_p — число циклов до разрушения; $N(\sigma_i)$ — число циклов до разрушения при уровне σ_i .

Эта теория также может быть отнесена к линейным.

Широкое распространение получила *корректированная линейная теория*, предложенная С. В. Серенсенем и В. П. Когаевым. Согласно этой теории, в момент разрушения имеет место условие

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = a_p. \quad (58)$$

Значение a_p определяется формулой

$$a_p = \frac{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} \xi - k}{\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{-1}} - k}. \quad (59)$$

Здесь k — коэффициент, равный 0,6—0,7; напряжение $k\sigma_{-1}$ не вызывает повреждений;

$\xi = \frac{\sum \sigma_i n_i}{n_{\Sigma} \sigma_{\max}}$ и характеризует «состав» процесса (числитель есть средневзвешенное напряжение процесса); n_{Σ} — суммарное число циклов процесса.

Параметр ξ представляет собой в относительных координатах площадь спектра программного блока (рис. 23), так как $\frac{n_i}{n_\Sigma} = \frac{n_{i\text{бл}}}{n_{\text{бл}}}$, где $n_{i\text{бл}}$ — число циклов i -го уровня блока, $n_{\text{бл}}$ — общее число циклов в блоке.

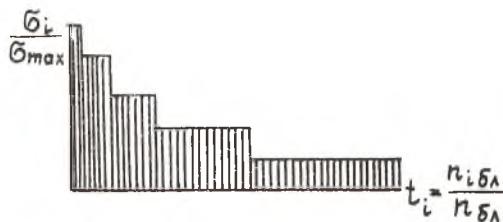


Рис. 23

На кафедре прочности летательных аппаратов Куйбышевского авиационного института разрабатывается теория суммирования повреждений, которую можно назвать *линейно-дискретной*. Сущность этой теории будет изложена в гл. VI. Здесь укажем, что с ее позиций в любой момент времени τ определяется поврежденная (занятая усталостной трещиной) площадь F_n сечения образца, элемента конструкции (см. рис. 2), относительное значение которой принимается за меру повреждения:

$$\bar{F}_n = \frac{F_n}{F_0}, \quad (60)$$

где F_0 — начальная площадь сечения.

Таким образом, мере повреждения придается конкретный физический и геометрический смысл.

При случайной нагрузке

$$\bar{F}_n = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{dF_n}{d\tau} d\tau. \quad (61)$$

При программной нагрузке

$$\bar{F}_n = \sum_m \sum_v \frac{dF_n}{d\tau} \Delta\tau_v, \quad (62)$$

где $\frac{dF_n}{d\tau}$ — скорость изменения поврежденной площади; τ_0 — время появления трещины; $\Delta\tau_v$ — продолжительность v -ступени блока; m — число блоков, за время действия которых накоплено повреждение F_n .

Разрушение образца (детали) происходит в момент времени, когда достигнуто предельное значение поврежденной площади $\bar{F}_n^{\text{разр}}$ при соответствующем ему значении напряжения σ . При

этом ослабленное сечение не выдерживает внешней нагрузки и происходит хрупкое разрушение («доллом»).

4.1. ЗАПАС ПРОЧНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ПРИ ПРОГРАММНОЙ И СЛУЧАЙНОЙ НАГРУЗКАХ

Воспользуемся рекомендацией С. В. Серенсена и В. П. Котаева [13] и найдем для заданного случайного процесса эквивалентное гармоническое напряжение $\sigma_{\text{ЭКВ}}$. Определение его произведем из условия обеспечения равной повреждаемости для случайного и гармонического нагружения, пользуясь понятием повреждения в соответствии с скорректированной линейной теорией (см. п. 4.3 настоящей главы). При этом случайное нагружение рассматриваем как процесс со средней постоянной частотой, т. е. влиянием частоты на усталостные характеристики пренебрегаем.

Сначала определим *запас прочности для программной нагрузки* с суммарным числом циклов n_{Σ} .

Имеем

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = a_p = n_{\Sigma} \sum \frac{n_i/n_{\Sigma}}{N_i}$$

Обозначим

$$\frac{n_i}{n_{\Sigma}} = t_i.$$

Тогда

$$n_{\Sigma} \sum \frac{t_i}{N_i} = a_p \quad (63)$$

Далее, так как

$$N_i \sigma_i^m = N_{-1} \sigma_{-1}^m,$$

имеем

$$\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p} \sum \sigma_i^m t_i = \sigma_{-1}^m \quad (64)$$

Это уравнение, так же как и предыдущее, справедливо для сочетаний σ_i , N_i , лежащих на кривой усталости

$$\left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{ЭКВ}}} = n_p = 1 \right).$$

Пусть рассматриваемой программной нагрузке соответствует некоторое $\sigma_{\text{ЭКВ}} < \sigma_{-1}$ (точка $\sigma_{\text{ЭКВ}}$, N лежит ниже кривой усталости). Увеличивая все амплитуды программной нагрузки в n_p раз (так называемое подобное преобразование), получим эквивалентное напряжение $n_p \sigma_{\text{ЭКВ}} = \sigma_{-1}$. Здесь $n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{ЭКВ}}}$ есть запас усталостной прочности.

Подставляя в (64) $n_p \sigma_i$ вместо σ_i , получим

$$\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p} = \sum n_p^m \sigma_{-1}^m t_i = \sigma_{-1}^{m-1};$$

$$\sqrt[m]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p}} = \sum \sigma_i^m t_i = \frac{\sigma_{-1}}{n_p} = \sigma_{\text{экв}}; \quad (65)$$

$$n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt[m]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p} \sum \sigma_i^m t_i}} \quad (66)$$

или с учетом (63)

$$n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt[m]{\frac{\sum \sigma_i^m t_i}{N_{-1} \sum t_i / N_i}}} \quad (67)$$

Получили выражение, справедливое как для корректированной, так и для обычной линейной теории. Из формулы (64) получаем долговечность (суммарное число циклов до разрушения)

$$n_{\Sigma} = \frac{n_p N_{-1} \sigma_{-1}^m}{\sum \sigma_i^m t_i n_p^m} \quad (68)$$

Для случайной нагрузки при непрерывно меняющейся амплитуде напряжения, учитывая, что число циклов dn_i с напряжением в интервале $\sigma \div (\sigma + d\sigma)$ равно $dn_i = n_{\Sigma} f(\sigma) d\sigma$, где $f(\sigma)$ — плотность вероятности для σ , получим

$$n_i = n_{\Sigma} \int f(\sigma) d\sigma, \quad t_i = \frac{n_i}{n_{\Sigma}} = \int f(\sigma) d\sigma.$$

Используя формулы (65), (66) имеем:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt[m]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p} \int \sigma_i^m f(\sigma) d\sigma}; \quad (69)$$

$$n_p = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt[m]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} a_p} \int \sigma_i^m f(\sigma) d\sigma}} \quad (70)$$

Долговечность в циклах при случайной нагрузке (см. формулу (68))

$$n_{\Sigma} = \frac{a_p N_{-1} \sigma_{-1}^m}{\int \sigma_i^m f(\sigma) d\sigma \cdot n_p^m} \quad (71)$$

При долговечности $n_{\Sigma} > 10^7 - 10^8$ циклов амплитуды напряжений обычно бывают ниже среднего значения предела выносливости $\sigma_{-1д}$. В этом случае линейная гипотеза суммирования повреждений становится неприменимой (большинство амплитуд не вызывают повреждения) и расчет долговечности проводится с учетом постепенного снижения предела выносливости (см. /13/).

1.5. РАСЧЕТ НА УСТАЛОСТЬ
ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Если напряжения σ и τ являются случайными функциями времени, то расчет на усталость основывается на критерии усталостного разрушения в виде (44):

$$\left(\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}}{\sigma_{-1\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{ЭКВ}}}{\tau_{-1\tau}}\right)^2 = 1, \quad (72)$$

где аналогично выражению (65) для программной нагрузки

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt[2]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1\sigma} a_{\rho\sigma}} \sum \sigma_i^{m_{\sigma}} t_{i\sigma}}; \quad (73)$$

$$\tau_{\text{ЭКВ}} = \sqrt[2]{\frac{n_{\Sigma}}{N_{-1\tau} a_{\rho\tau}} \sum \tau_i^{m_{\tau}} t_{i\tau}}. \quad (74)$$

Здесь n_{Σ} — долговечность детали при совместном возникновении в ней нормальных и касательных напряжений. Если обозначить $n_{\Sigma\sigma}$ — условную долговечность, вычисленную в предположении, что в детали возникают только нормальные напряжения, то из (68) имеем

$$n_{\Sigma\sigma} = \frac{a_{\rho\tau} N_{-1\tau} (\sigma_{-1\tau})^{m_{\tau}}}{\sum \sigma_i^{m_{\sigma}} t_{i\sigma} n_{\rho}^{m_{\sigma}}}$$

Учитывая (73), получим

$$\left(\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}}{\sigma_{-1\sigma}}\right)^2 = \left(\frac{n_{\Sigma}}{n_{\Sigma\sigma}}\right)^{2/m_{\sigma}}. \quad (75)$$

Аналогично

$$\left(\frac{\tau_{\text{ЭКВ}}}{\tau_{-1\tau}}\right)^2 = \left(\frac{n_{\Sigma}}{n_{\Sigma\tau}}\right)^{2/m_{\tau}}. \quad (76)$$

Используя (72), получим

$$\left(\frac{n_{\Sigma}}{n_{\Sigma\sigma}}\right)^{2/m_{\sigma}} + \left(\frac{n_{\Sigma}}{n_{\Sigma\tau}}\right)^{2/m_{\tau}} = 1, \quad (77)$$

откуда определяем n_{Σ} .

Формула (77) справедлива и для случайной нагрузки. Для определения, например $n_{\Sigma\sigma}$, в этом случае выражение $\sum \sigma_i^{m_{\sigma}} t_{i\sigma}$ нужно заменить на $\int \sigma_i^{m_{\sigma}} j(\sigma) d\sigma$.

Задачи

1. Дана двухступенчатая нагрузка (см. рис. 22): для уровня σ_1 $n_1 = 2 \cdot 10^3$; $N_1 = 5 \cdot 10^3$; для уровня σ_2 $N_2 = 10^3$. Пользуясь

линейной теорией суммирования повреждений, найти, сколько циклов n_2 второй степени выдержит деталь до разрушения.

Ответ: $n_2 = 600$ циклов.

2. Дан блок программной нагрузки (табл. 2), действующей на деталь. Уравнение кривой усталости $N \sigma^m = C$, где $m = 4$, $C = 8 \cdot 10^4$. Найти время T до разрушения детали, пользуясь скорректированной линейной теорией суммирования повреждений. Частота $\omega = 10$ Гц, $\sigma_{-1} = 100$ МПа; коэффициент k в формуле (59) принять равным 0,7.

Таблица 2

№ ступени блока	1	2	3	4	5	6
σ_i МПа	300	400	530	530	400	300
n_i	10^4	$6 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^3$	10^4

Ответ: $T = 7080$ сек.

3. Найти запас прочности n_p для детали, нагруженной программной нагрузкой, блок которой задан табл. 3.

$m = 2$; $\sigma_{-1} = 100$ МПа; $N_{-1} = 10^7$.

Таблица 3

№ ступени блока	1	2	3	4	5	6	7	8
σ_i МПа	110	130	150	200	200	150	130	110
n_i	$8 \cdot 10^4$	10^4	$2 \cdot 10^3$	120	120	$2 \cdot 10^3$	10^4	$8 \cdot 10^4$
N_i	10^7	$2 \cdot 10^6$	10^5	$18 \cdot 10^5$	$18 \cdot 10^3$	10^3	$2 \cdot 10^5$	10^7

Ответ: $n \cong 1,84$.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ*

Ресурсом самолета называется продолжительность его работы до предельного состояния, оговоренного в технической документации.

Ресурс самолета определяется различными условиями: усталостным разрушением деталей, износом их, наличием остаточ-

* Оборудование для усталостных испытаний и статистические методы их обработки рассмотрены в работах /7/. /15/.

ных деформаций, коррозий и другими факторами. В настоящей работе рассматриваются только условия усталости, которые во многих случаях являются определяющими для ресурса.

5.1. ВИДЫ УСТАЛОСТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Усталостные испытания можно подразделить на:

а) испытания образцов—для выявления усталостных характеристик материалов, чувствительности их к концентрации напряжений, выявления закономерностей накопления повреждений, поведения материалов в различных средах, при разных температурах и т. п.;

б) испытания конструктивных элементов, узлов, соединений — для определения долговечности наиболее напряженных и, следовательно, наиболее слабых мест конструкции;

в) испытания отдельных агрегатов самолета (крыло, фюзеляж, шасси) — для выявления долговечности агрегатов в условиях нагружения, максимально приближающихся к реальным.

По характеру нагружения усталостные испытания могут быть подразделены на испытания при гармоническом, случайном и программном нагружении.

Мы уже говорили о том, что вследствие сложности воспроизведения случайных нагрузок в лабораторных условиях реальные случайные нагрузки систематизируют по уровням, образуя блоки программной нагрузки.

В ряде случаев для упрощения испытаний идут еще дальше: заменяют реальное случайное нагружение эквивалентной по повреждающему действию гармонической нагрузкой.

Испытания конструкций и их элементов могут проводиться в воздухе и в агрессивных средах: в воде, в растворе химических соединений (при этом долговечность может снизиться в 10—15 раз), в вакууме, при высоких и низких температурах и т. п.

Усталостные испытания могут продолжаться год и более, особенно при низкочастотных испытаниях. В сочетании с дорогостоящим оборудованием это обуславливает высокую стоимость испытаний. Поэтому применяются ускоренные испытания при соответствующем образом подобранных режимах нагружения.

В качестве примера приведем метод форсированных испытаний при программной нагрузке, предложенный Ю. С. Урбанским [17]. Сущность метода заключается в том, что вместо нагружения блоком с уровнями напряжений σ_i производится нагружение блоком с уровнями напряжений $\sigma_i = k_\phi \sigma_i$, где $k_\phi > 1$ называется коэффициентом форсирования. Получив долговечности N_1, N_2 при коэффициентах форсирования $k_{\phi 1}, k_{\phi 2}$ и воспользовавшись приближенной линейной зависимостью

между k_{Φ} и $\lg N$, экстраполируем прямую до значения $k_{\Phi}=1$ (рис. 24). Полученное при этом приближенное значение долговечности соответствует номинальным эксплуатационным нагрузкам.

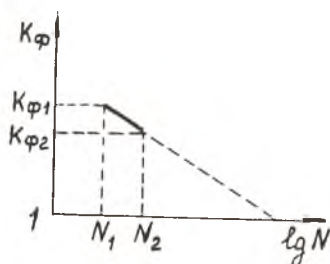


Рис. 24

В качестве силовозбудителей для усталостных испытаний применяются усталостные машины [7], инерционные силовозбудители (неуравновешенные вращающиеся массы), силовые гидроцилиндры, а также сжатый воздух. В последнем случае предусматриваются меры предосторожности от взрывного разрушения испытываемой конструкции.

5.2. НАГРУЗКИ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ УСТАЛОСТЬ САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Нагрузки, действующие на конструкцию самолета и обуславливающие его усталостное нагружение, можно классифицировать следующим образом.

Высокочастотные нагрузки с малой амплитудой. К ним относятся акустические нагрузки от реактивной струи двигателя и от винтов, представляющие собой пульсирующие давления с широким спектром частот, преимущественно высоких, и возбуждающие колебания панелей обшивки. К ним относятся также нагрузки от неуравновешенных масс винта, частей ТРД, ТВД. Частота их кратна числу оборотов винта, двигателя.

Низкочастотные случайные нагрузки с частотой в диапазоне 0—20 Гц, которые являются преобладающими для конструкции самолета. К ним относятся нагрузки при полете в неспокойном воздухе, маневренные нагрузки, нагрузки при движении по земле (взлет, посадка, руление).

К низкочастотным относятся также нагрузки, вызванные срывом потока при полете на больших углах атаки, при бафтинге оперения.

Повторно-статические нагрузки с весьма малой частотой, содержащие значительные амплитуды, например, нагрузки на герметическую кабину от внутреннего избыточного давления (1 цикл за полет).

Нагрузки записываются на каждом этапе типового полета, который состоит из руления, взлета, набора высоты, полета по маршруту, снижения, посадки и руления (рис. 25). Например, при полете по маршруту производятся измерения и запись скорости и вертикального порыва на протяжении 100 км пути.

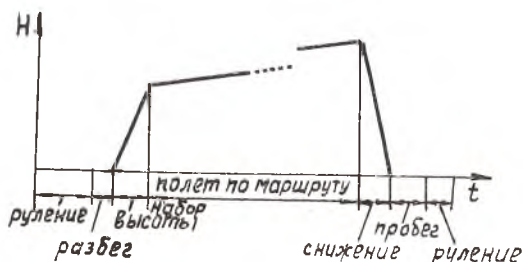


Рис. 25

Диапазон u разбивается на интервалы Δu . Фиксируется число n повторений порыва в пределах каждого интервала. Затем устанавливается число повторений порывов с интенсивностью, равной и большей некоторого значения u^* , т. е. абсолютная интегральная повторяемость $H_L (u > u^*)$ порывов на 100 км пути, а также относительная интегральная повторяемость $\bar{H}_L = H_L / n_{\Sigma} \cong P (u > u^*)$.

В таблице 4 приведен пример вычисления данных для построения кривых интегральных повторяемостей H_L, \bar{H}_L на 1600 км пути в зависимости от скорости порыва u . Кривая H_L изображена на рис. 26 (значения H_L отложены в логарифмическом масштабе).

Таблица 4

Интервал ΔU , м/сек	0—1	1—3	3—7	7—11	11—15
Число порывов n на интервале ΔU	—	20200	520	25	3
Граница интервала U^* , м/сек	1	3	7	11	15
H_L	20748	548	28	3	0
\bar{H}_L	1	0.0264	0,00135	0,000145	0

Кривые $H_L = f(u), \bar{H}_L = f_1(u)$ могут служить для определения интегральной повторяемости перегрузок, а затем и напряжений в элементах конструкций.

Вместо типового полета иногда рассматривают эксплуатационный цикл, включающий время пребывания самолета на земле (стоянка после полета и техническое обслуживание). В течение этого времени самолет подвергается повреждающему действию окружающей среды (влага, пыль, смена температур и т. п.), которое может быть учтено.

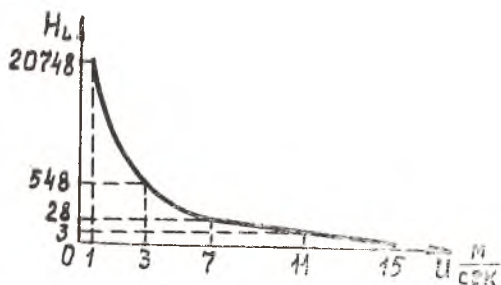


Рис. 26

5.3. СОСТАВЛЕНИЕ БЛОКА ПРОГРАММНОЙ НАГРУЗКИ

Ранее было сказано о том, что из-за трудностей лабораторного воспроизведения случайного нагружения оно обычно приводится к программному, представляющему собой упорядоченное чередование ступеней блока, каждая из которых содержит гармоническую нагрузку определенного уровня. Таким образом, программное нагружение воспроизводит случайные нагрузки по относительной повторяемости, но не учитывает последовательности их приложения.

Установлено [7], что программная нагрузка достаточно полно «представляет» случайную, если число блоков ее не менее 10 и число ступеней в блоке равно 6—8 и более.

Образование блока программной нагрузки производится следующим образом.

Пусть мы имеем запись напряжений (или нагрузок) в сечении некоторого конструктивного элемента (рис. 27). Такая запись может быть получена с помощью тензодатчиков, наклеенных на деталь, или с помощью акселерографов, записывающих перегрузки, которые пересчитываются затем в напряжения.

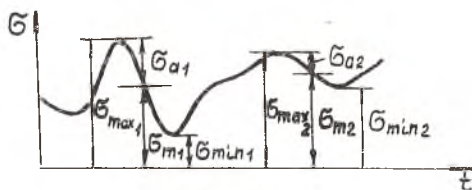


Рис. 27

Пример обработанной записи приведен в таблице 5.

На пересечении строчки и столбца в клетке таблицы записывается число повторений сочетаний σ_{\max} и σ_{\min} , указанных в заголовке строчки и столбца.

Полученная информация должна быть представлена в виде простых циклов нагружения. Это носит название схематизации случайного процесса. Существуют различные методы схематизации. Рассмотрим некоторые из них.

Метод «полусумм и полуразностей» заключается в том, что по двум соседним экстремумам определяются значения σ_a , σ_m :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}.$$

Таблица 5

		σ_{\max} , МПа				
		10—30	30—50	50—70	70—90	...
σ _{min} , МПа	10—30	7	10	5	2	...
	30—50	12	10	25	15	...
	50—70	5	8	15	4	...
	70—90	10	13	10	8	...

Результаты обработки сводятся в таблицы, аналогичные таблице 4, каждая из которых относится к небольшому интервалу σ_m .

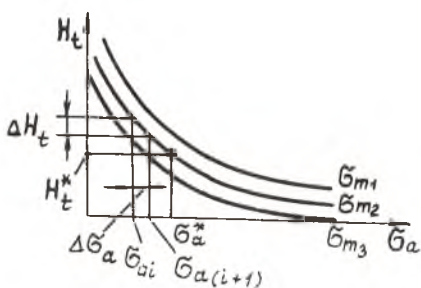


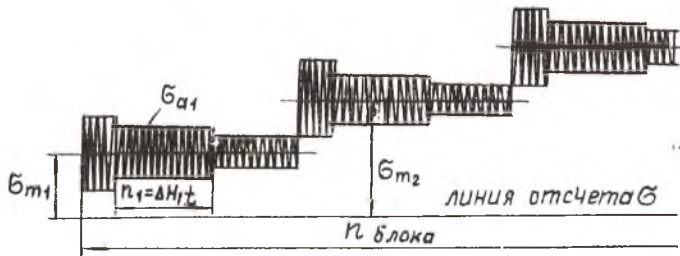
Рис. 28

По этим данным строятся кривые абсолютной интегральной повторяемости напряжений, отнесенных, например, к 1 часу полета (рис. 28). Напомним, что эти кривые дают число повторений H_t за 1 час полета амплитудного напряжения σ_a , которое больше значения σ_a^* при данном σ_m : $H_t = n(\sigma_a > \sigma_a^* / \sigma_m)$, т. е. являются кривыми условного рас-

пределения σ_a (при данном σ_m). Затем разбиваем диапазон σ_a на несколько интервалов $\Delta\sigma_a$ и для каждого из них, пользуясь формулой (27), определяем число повторений напряжений, лежащих в этом интервале (дифференциальную повторяемость):

$$\Delta H_l = - \int_{\sigma_i}^{\sigma_{i+1}} \frac{dH_l}{d\sigma_a} d\sigma_a = n. \quad (78)$$

Полагая, что «представителем» интервала $\Delta\sigma_a$ является напряжение $\sigma_a = \frac{\sigma_{a1} + \sigma_{a(i+1)}}{2}$, образуем ступень блока продолжительностью n циклов с напряжением σ_a . Таким образом, можно построить блок напряжений при некотором σ_m . Обычно кривые интегральной повторяемости строят для 2—4 значений σ_m . Совокупность блоков для разных σ_m дает общий блок напряжений, представляющий, например, час полета. Такой блок называется двухпараметрическим, так как он содержит два параметра: σ_a и σ_m (рис. 29).



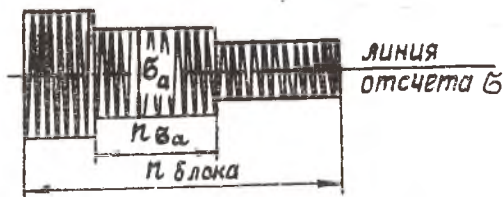
Р и с. 29

Если большое число ступеней блока (интервалов $\Delta\sigma_a$) приводит к усложнению испытаний, его можно уменьшить приведением одной ступени (например, σ_{a1} , n_1) к другой (σ_{a2} , n_2) по условию равной повреждаемости. Определенное из этого условия число повторений n_2 напряжения σ_{a2} получим, учитывая, что равная повреждаемость на обоих уровнях напряжений выражается условием $\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2}$. Так как $\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}\right)^m$ [по условию (3)], то $n_2 = n_1 \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}\right)^m$.

Испытания двухпараметрическим блоком могут вызвать технические трудности. Переход к однопараметрическому блоку ($\sigma_m = 0$, рис. 30) может быть осуществлен приведением несимметричного цикла ($\sigma_m \neq 0$) к эквивалентному симметричному по уравнению:

$$\sigma_a^{\text{ЭКВ}} = \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m, \quad \text{где } \psi_{\sigma} = \frac{\sigma - 1}{\sigma_T}.$$

Кроме рассмотренного метода схематизации случайного процесса в расчетной практике применяется метод максимумов,



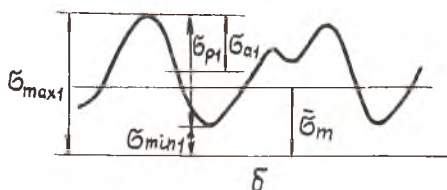
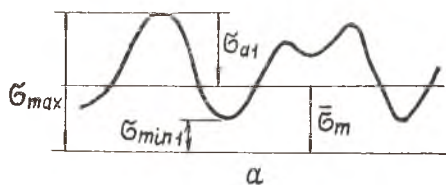
Р и с. 30

метод размахов, метод полных циклов, метод стекающего дождя (другие методы здесь не рассматриваем).

В методе максимумов определяется среднее значение напряжения $\bar{\sigma}_m$ для всего процесса

$$\bar{\sigma}_m = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\sigma_{\max i} + \sigma_{\min i}),$$

от которого отсчитывается амплитудное значение σ_a (рис.31,а).



Р и с. 31

Здесь n — число циклов нагружения, равное количеству положительных максимумов. Этот метод дает завышенные нагрузки по сравнению с эксплуатационными.

В методе размахов среднее значение $\bar{\sigma}_m$ определяется также для всего процесса; амплитудное значение $\sigma_a = \sigma_p / 2$, где σ_p — размах (рис. 31,б). Число циклов нагружения равно количеству размахов. Этот метод дает заниженные нагрузки.

Метод «полусумм и полуразностей» занимает промежуточное место между этими методами.

Более трудоемкой в смысле обработки, но более полно отражающей случайную нагрузку, является схематизация по методу полных циклов. Сущность ее заключается в том, что часть случайной реализации, обозначенная на рис. 32 экстремумами 1—2—3—4—5, приближенно представляется как сумма реализаций 1—4—5 и гармоники 2—3 с некоторым средним напряжением $\bar{\sigma}_m$. Последовательно выделяя сначала n_1 циклов

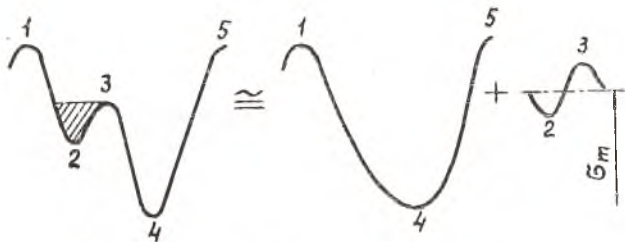
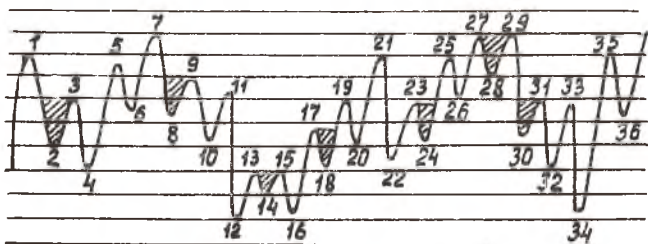


Рис. 32

с малой амплитудой σ_{a1} (2—3, 8—9, ..., заштрихованы на рис. 33,а), затем n_2 циклов с большей амплитудой σ_{a2} (5—6, 10—11, ..., рис. 33,б), затем n_3 с еще большей — σ_{a3} (12—15, 19—20, ..., рис. 33,в) и т. д., придем к замене исходной реализации (рис. 33,а) суммой гармонических циклов с дискретными значениями амплитуд напряжений $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \sigma_{a3}, \dots, \sigma_{av}$, повто-



а (увеличено по сравнению с б...д)

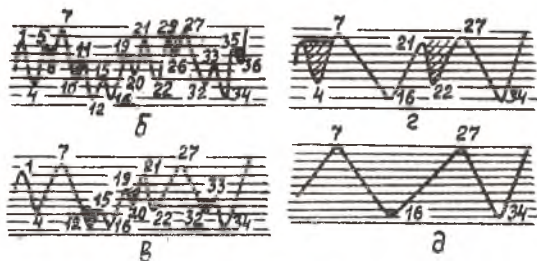


Рис. 33

ряющимися $n_1, n_2, n_3, \dots, n_v$ раз. На этом основании составляем блок программной нагрузки, состоящий из v ступеней $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{av}$ продолжительностью n_1, n_2, \dots, n_v циклов соответственно.

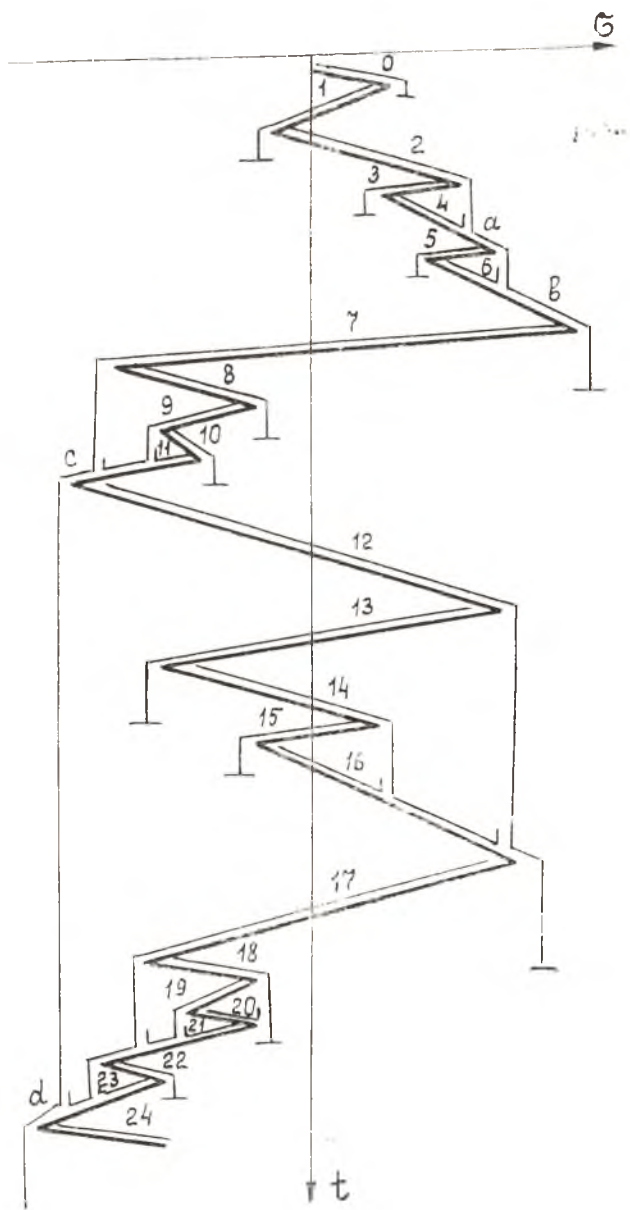


Рис. 34

Метод стекающего дождя нашел широкое распространение в схематизации случайных процессов. Он заключается в следующем. Процесс нагружения изображается так, что ось времени направлена вниз, а линии, связывающие пики напряжений, представляют собой как бы крыши пагоды (рис. 34). Вода с этих крыш стекает в соответствии с правилами, в результате употребления которых формируются циклы и полуциклы. Сток начинается последовательно с внутренней стороны каждого пика.

Для формирования полуцикла (рис. 35) должны быть соблюдены следующие условия его окончания:

а) попадание потока, соответствующего этому полуциклу, в поток от предыдущего полуцикла (полуциклы 4, 6, 9, 11, 14, 16, 17, 19, 20, 21, 23. ..., рис. 34);

б) выход следующего за рассматриваемым полуцикла, идущего в противоположном направлении, за начальную точку оканчиваемого полуцикла (полуциклы 0, 1, 2, 3, 5, 8, 10, 12, 13, 15, 18, 22, ...). Например, при рассмотрении полуцикла «0» следующий, идущий в противоположном направлении полуцикл 1, выходит за начальную точку полуцикла «0».



Рис. 35

Между положительными пиками полуциклов «0» и 7 (включая участки «а», «в»), а также между положительным пиком полуцикла 7 и отрицательным пиком полуцикла 24 (включая участки «с», «d») учитывается по одному большому полуциклу.

Повреждения суммируются по циклам. Вносимое циклом повреждение равно $\frac{1}{N_i}$, где N_i — разрушающее число циклов по кривой усталости при i -м уровне напряжения. Повреждение, вносимое полуциклом, принимается равным половине повреждения, вносимого соответствующим циклом.

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА САМОЛЕТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ

Усталостные испытания на программную нагрузку заключаются в повторяющемся приложении к конструкции нагрузки, изменяющейся по закону сформированного блока, вплоть до разрушения (или до критического состояния, исключающего дальнейшую эксплуатацию). На рис. 36 в качестве примера показан блок программной нагрузки на крыло самолета Ту-154.

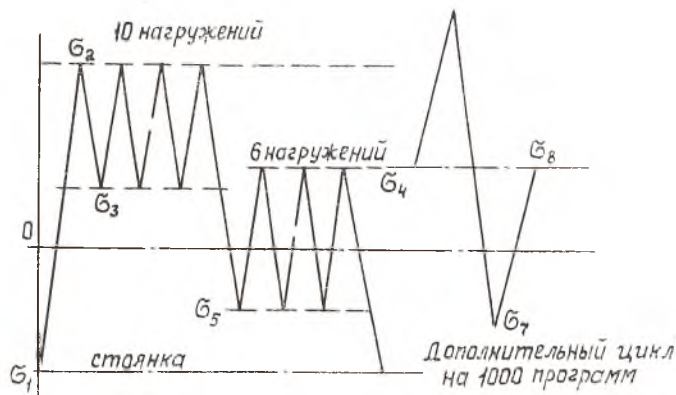


Рис. 36

После группы блоков прикладывается кратковременная большая нагрузка, соответствующая встрече с порывом ветра большой интенсивности.

Если в процессе испытания обнаруживаются трещины, то испытания продолжают до истечения межосмотрового срока, чтобы убедиться в работоспособности конструкции в течение этого срока. Затем производится доработка (или замена) поврежденного элемента и испытания продолжают — до достижения заданного техническими условиями ресурса.

После каждого блока производится осмотр конструкции, а после приложения группы блоков выполняются профилактические работы.

Ресурс определяется из выражения

$$R = \frac{N_{\text{бл}} T_{\text{бл}}}{K_{\text{над}}},$$

где $N_{\text{бл}}$ — число блоков, которое выдержала конструкция до разрушения; $T_{\text{бл}}$ — «емкость» блока — время типового полета (его части или нескольких полетов), которое представляет один блок. Оно значительно больше продолжительности блока $T_{\text{бл}}$ (например, при $T_{\text{бл}} = 300\text{—}400$ час. полета $t_{\text{бл}}$ может быть равно 10—15 час.), так как значительная часть нагрузок, действующих на конструкцию за время $T_{\text{бл}}$, не является повреждающей и поэтому не включается в блок программной нагрузки; $K_{\text{над}}$ — коэффициент надежности. Согласно нормам летной годности гражданских самолетов СССР (1974 г.), $K_{\text{над}} = K_1 K_2 K_3 K_4$, где $K_1 = 1\text{—}2$ — коэффициент, учитывающий возможные неточности при составлении программы испытаний и использования расчетных методов; $K_2 = 1\text{—}1,2$ — учитывает характер разру-

шения и скорость распространения трещины; $K_3 = 1-1,5$ — учитывает достоверность данных о нагрузках; $K_4 = 3-5$ — учитывает разброс усталостных характеристик в зависимости от числа n испытанных конструкций (образцов). Значения K_4 приведены в таблице 6.

Таблица 6

n	1	2	3	4	5	6
K_4	5,0	4,0	3,5	3,2	3,1	3,0

Задачи

1. Кривая абсолютной интегральной повторяемости на интервале t час. задана уравнением $H(t) = 1200 - 3\sigma$. Найдите число n напряжений с уровнем $\sigma = 100-120$ МПа за время t .

Ответ: $n = 60$.

2. Определить ресурс \bar{R} самолета, если число блоков программной нагрузки при испытаниях $n_{\text{бл}} = 50$, а каждый блок представляет 2000 час. полета. Коэффициент надежности $K_{\text{над}}$ принять равным 4.

Ответ: $\bar{R} = 25000$ час.

3. Дан статистический ряд повторяемости напряжений за час полета (табл. 7).

Таблица 7

Интервал σ_a , МПа	0	0—50	50—80	80—95	95—110	110—115
Число циклов n в интервале	0	170	245	70	13	2

Построить кривые: интегральную функцию распределения $F(\sigma_a) = P(\sigma_a < \sigma_a^*)$ и относительную интегральную повторяемость $\bar{H}_t = P(\sigma_a > \sigma_a^*)$.

6. РАСЧЕТНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА САМОЛЕТА

6.1. МЕТОД ЛИНЕЙНОГО СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Этот метод базируется на ранее изложенной линейной теории суммирования повреждений. Исходными материалами для расчета ресурса этим методом являются:

1. Кривые абсолютной интегральной повторяемости N_t , N_L напряжений σ_a в расчетном элементе (детали, агрегате) соответственно за час полета и за один километр взлетно-посадочной дистанции (рис. 37). Полагаем, что они построены для $\sigma_m = 0$, т. е. несимметричные циклы приведены к эквивалентным симметричным (см. гл. 3). Эти кривые строятся для участка полета $\Delta L_{\text{пол}}$ (или участка взлетно-посадочной дистанции $\Delta L_{\text{в.п}}$), внутри которого параметры M_g , V , H , n и другие считаются постоянными.

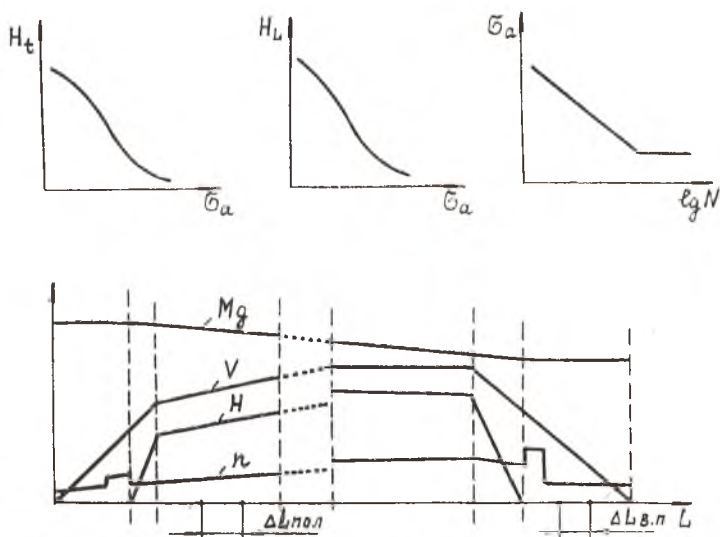


Рис. 37

Выбор расчетных элементов конструкции представляет собой сложную и ответственную задачу и производится с учетом их напряженности, определяемой в результате предварительных расчетов и испытаний и опыта эксплуатации самолетов.

2. Кривая усталости для расчетного элемента при гармоническом нагружении, полученная экспериментальным путем (или пересчитанная по результатам испытаний образцов; или построенная по результатам испытаний на двух уровнях напряжений и уравнению $N \sigma^m = \text{const}$; или полученная экспериментально для «эквивалентного» образца).

3. Профиль типового полетного цикла (взлет—полет—посадка) и изменение основных параметров его (скорости V , высоты полета H , полетного веса Mg , перегрузки n^3) в зависимости от пройденного пути.

Разбиваем весь полет на ν интервалов протяженностью $\Delta L_{\text{пол}}$; в пределах каждого из них считаем параметры полета неизменными.

Число повторений напряжений $\sigma_i \div (\sigma_i + d\sigma_i)$ за час полета по формуле (21) равно $dn_i = -\frac{dH_i}{d\sigma} d\sigma$.

Вызванное им повреждение $dD_i = \frac{cn_i}{N_i} = -\frac{dH_i}{d\sigma} \frac{1}{N_i} d\sigma$.

В пределах интервала $\Delta L_{\text{пол}}$ напряжения σ меняются в диапазоне $k\sigma_{i-1} - \sigma_{\text{max}}$, и повреждение за час полета будет

$$D_{\text{час}} = \int_{k\sigma_{i-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{dn_i}{N_i}.$$

За время $\Delta t = \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V}$ прохождения интервала $\Delta L_{\text{пол}}$ повреждение

$$D_{\Delta L_{\text{пол}}} = \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \int_{k\sigma_{i-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{dn_i}{N_i}.$$

За весь полет

$$D_{\text{пол}} = \sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \int_{k\sigma_{i-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{dn_i}{N_i} = \sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \int_{k\sigma_{i-1}}^{\sigma_{\text{max}}} -\frac{dH_i}{d\sigma} \frac{1}{N_i} d\sigma. \quad (80)$$

Разбивая взлетно-посадочный путь на ν_1 интервалов протяженностью $\Delta L_{\text{вп}}$, пользуясь интегральной повторяемостью H_L , аналогично получим повреждение за время взлета и посадки

$$D_{\text{вп}} = \sum_{\nu_1} \Delta L_{\text{вп}} \int_{k\sigma_{i-1}}^{\sigma_{\text{max}}} -\frac{dH_i}{d\sigma} \frac{1}{N_i} d\sigma. \quad (81)$$

Величина $-\frac{dH_i}{d\sigma} \frac{1}{N_i}$ или $-\frac{dH_L}{d\sigma} \frac{1}{N_i}$ называется функцией

повреждения.

Обозначим далее через t_0 время типового полетного цикла, I — общее время эксплуатации самолета, соответствующее предельному повреждению, равному единице.

Тогда

$$\frac{T}{t_0} (D_{\text{пол}} + D_{\text{вп}}) = 1, \quad (82)$$

откуда

$$T = \frac{l \cdot t_0}{D_{\text{пол}} \cdot D_{\text{в.п.}}} = \frac{t_0}{\sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} - \frac{d H_L}{d \sigma} \frac{1}{N_i} d \sigma + \sum_{\nu} \Delta L_{\text{в.п.}} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} - \frac{d H_L}{d \sigma} \frac{1}{N_i} d \sigma} \quad (83)$$

и ресурс расчетного элемента

$$\bar{R} = \frac{T}{K_{\text{нал}}}. \quad (84)$$

Расчет ведется для нескольких элементов конструкции самолета. Если рассматриваемый элемент не может быть заменен в эксплуатации или при ремонте (например, неразъемные части планера самолета), то его ресурс определяет ресурс самолета, т. е. $R_{\text{сам}} = \bar{R}$. В противном случае ресурс самолета превышает ресурс расчетного элемента (например, стойки шасси). Последний подлежит замене по истечении его ресурса.

В соответствии с скорректированной линейной теорией суммирования повреждений, в правой части уравнения (82) следует вместо единицы поставить значение a_{ν} , определяемое уравнением (59). Тогда получим для долговечности вместо выражения (83)

$$T = \frac{a_{\nu} t_0}{\sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} - \frac{d H_L}{d \sigma} \frac{1}{N_i} d \sigma + \sum_{\nu} \Delta L_{\text{в.п.}} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} - \frac{d H_L}{d \sigma} \frac{1}{N_i} d \sigma} \quad (85)$$

$$\text{Согласно уравнению (24)} \quad - \frac{d H_L}{d \sigma} = - \frac{d H_L}{d \sigma} \frac{1}{n_{\Sigma}} = f(\sigma).$$

Тогда

$$D_{\text{пол}} = \sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} n_{\Sigma} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{f(\sigma) d \sigma}{N_i},$$

где n_{Σ} — общее число повреждений σ за час полета. В частности, для нормального распределения амплитуд напряжений, учитывая (3) и (32), получим

$$D_{\text{пол}} = \sum_{\nu} \frac{\Delta L_{\text{пол}}}{V} \frac{n_{\Sigma}}{N_{-1} \sigma_{-1}^m} \frac{1}{S(\sigma) \sqrt{2\pi}} \int_{k \sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} e^{-\frac{|\sigma_i - M(\sigma)|^2}{2 S^2(\sigma)}} \sigma_i^m d \sigma. \quad (86)$$

Аналогично может быть записано выражение для $D_{\text{в.п.}}$.

6.2. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ОБРАЗЦОВ

Некоторые авторы [4] утверждают, что если выносливость конструкции при гармонической нагрузке совпадает с выносливостью надлежащим образом выбранного образца с концентратором для одного уровня напряжений, то такой образец является эквивалентным по отношению к конструкции и долговечность конструкции на любом уровне напряжения может быть определена по результатам испытания образца на этом уровне. Замена при испытании конструкции эквивалентным по выносливости образцом позволяет определить долговечность конструкции при эксплуатационных нагрузках с помощью испытания образца при надлежащем образом сформированной программной нагрузке.

Пусть абсолютная интегральная повторяемость эксплуатационных нагрузок описывается выражением $N_t = H_0 e^{-h\sigma}$, где N_t — число напряжений, больших σ за час полета, H_0 — общее число напряжений за час полета (число напряжений, больших $\sigma = 0$), h — параметр.

Пусть испытания образцов на программную нагрузку, представляющую указанную выше повторяемость нагрузок, показали среднее значение долговечности в циклах, равное N . Тогда, учитывая, что H_0 — число циклов нагружения конструкции за час полета, и полагая, что N является разрушающим числом циклов для конструкции, получим срок службы $T = N/H_0$ час.

Ресурс конструкции

$$R = T / K_{\text{над}},$$

где $K_{\text{над}}$ — коэффициент надежности, рассмотренный выше (см. пункт 5.4).

Основная трудность в использовании этого метода заключается в подборе концентратора для эквивалентного образца, обеспечивающего совпадение выносливости образца и конструкции.

6.3. КОМПЛЕКСНЫЙ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА

Комплексный метод определения ресурса самолета является расчетно-экспериментальным и заключается в установлении ресурса в несколько этапов.

На первом этапе, на стадии изготовления и проведения первых летных и статических испытаний, генеральным конструктором совместно с ЦАГИ устанавливается начальный ресурс. Основанием для его установления являются предварительные

расчеты и усталостные испытания, а также опыт эксплуатации самолетов, аналогичных данному.

На втором и последующих этапах наряду с эксплуатацией самолетного парка производится интенсивная эксплуатация самолетов-лидеров, летающих без пассажиров и имеющих опережающий налет по сравнению с основным парком самолетов. При этом опережение налета самолетов-лидеров должно обеспечить повреждаемость их в 2—5 раз большую, чем у других самолетов. На этих этапах уточняется интегральная повторяемость нагрузок; устанавливаются «расчетные» по усталости элементы конструкции, определяющие долговечность; проводятся усталостные испытания, и получаются кривые усталости для «расчетных» элементов, выработавших начальный ресурс; изучается распространение трещин в конструкции; уточняется ресурс расчетными методами.

На основании перечисленных мероприятий принимается решение о поэтапном продлении ресурса — вплоть до достижения ресурса, обусловленного техническими требованиями.

6.4. ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ РЕСУРСА

Для обеспечения безопасности эксплуатации самолета необходимо знать не среднюю, а минимальную долговечность его, так как имеет место статистический разброс долговечности. Он обусловлен рассеянием эксплуатационных напряжений из-за неидентичности условий эксплуатации и рассеянием сопротивления усталости из-за колебания механических свойств, размеров, из-за неоднородности материала, отклонений и технологии изготовления и т. п. Разброс долговечности характеризуется функцией распределения, знание которой позволяет прогнозировать число отказов, определить сроки осмотров, потребность в запасных частях, оценить влияние интенсификации эксплуатации на ресурс и т. п.

Воспользуемся для вероятностного расчета срока службы скорректированной линейной теорией суммирования повреждений, обозначив суммарное число циклов процесса n :

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = a_p = n_{\Sigma} \sum \frac{t_i}{N_i},$$

где $t_i = \frac{n_i}{n_{\Sigma}}$.

Пусть N_{-1} — базовое число циклов, соответствующее напряжению σ_{-1} . Воспользуемся формулой (68) :

$$n_{\Sigma} = a_p \sqrt{\sum \frac{t_i}{N_i}} = \frac{a_p N_{-1} \sigma_{-1}^m}{\sum t_i \sigma_i^m n_p^m}.$$

Многочисленными экспериментами установлено, что распределение долговечности n_{Σ} подчиняется логарифмически-нормальному закону, т. е. нормально распределена величина $\lg n_{\Sigma}$.

С учетом вариации (рассеяния) значений σ_{-1} и σ_t получим различные значения n_{Σ} и $\lg n_{\Sigma}$. Следовательно, можем определить математическое ожидание $M(\lg n_{\Sigma})$ и среднее квадратическое отклонение $S(\lg n_{\Sigma})$. Найдем далее для некоторого значения n_{Σ}^* величину

$$t_p = \frac{\lg n_{\Sigma}^* - M(\lg n_{\Sigma})}{S(\lg n_{\Sigma})} \quad (87)$$

и по таблицам нормального распределения (см., например, /3/) определим вероятность P , соответствующую значению $\lg n_{\Sigma}^*$, т. е. вероятность того, что логарифм долговечности будет меньше $\lg n_{\Sigma}^*$.

Рекомендации по определению $S(\lg n_{\Sigma})$ изложены в работе /13/.

6.5. ЛИНЕЙНО-ДИСКРЕТНАЯ ТЕОРИЯ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИИ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К РАСЧЕТУ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

Долговечность самолета, как и всякого инженерного сооружения, определяется долговечностью его агрегатов, которая, в свою очередь, определяется сроком службы деталей, работающих в условиях случайных нагрузок. Однако все существующие методы расчета долговечности при случайных нагрузках предполагают, что кривые усталости при гармоническом нагружении известны или могут быть определены. К сожалению, возможности этого определения весьма ограничены, за исключением проведения соответствующего эксперимента. Расчетные способы получения кривых усталости сводятся к пересчету результатов испытаний образцов или использованию аппроксимации кривой усталости для детали в виде, например, $N \sigma^m = C$, что не обеспечивает достаточной точности (см. пункт 3.1).

Ниже излагается метод определения долговечности детали, основанный на представлениях о механизме усталостного разрушения, лежащих в основе линейно-дискретной теории накопления повреждений /8/, /9/.

Начнем изложение ее с определения долговечности при гармонической нагрузке.

Рассматривается дискретная модель твердого тела, представляющего собой совокупность макроэлементов — волокон (модель троса). В отличие от существующей линейной теории принцип линейного суммирования повреждений применен к от-

дельным волокнам. Аналогичные соображения были высказаны ранее Р. Д. Вагаповым [2]. В этом случае представляется возможным учесть влияние формы сечения образца, его размеров, характера нагружения, так как накопление повреждений в волокне определяется лишь его напряженным состоянием с учетом истории нагружения.

На основании изложенных предпосылок рассматриваются две фазы усталостного разрушения — до и после появления трещины. Появление первой макротрещины трактуется как разрушение наиболее напряженного («нулевого») волокна; распространение трещины — как последовательное разрушение волокон, начиная с «нулевого». Разрушение волокна, в соответствии с линейной теорией, наступает тогда, когда накопленное повреждение его $\sum_i \frac{n_i}{N_i}$ становится равным единице. Линия фронта трещины, таким образом, непрерывно смещается, проходя через волокна одинакового повреждения, равного единице.

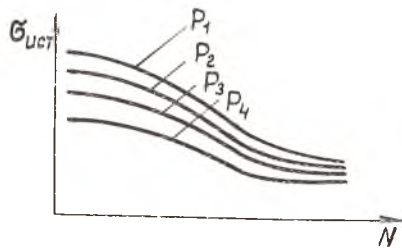


Рис 38

Время появления трещины определяется по кривой, которая представляет собой зависимость истинных напряжений (с учетом концентрации) от числа циклов, соответствующих появлению первой макротрещины. Эта кривая является по существу кривой Велера для волокна и называется кривой усталости по появлению

макротрещины. Она должна быть получена экспериментально для данного материала и для разных вероятностей появления трещины (рис. 38). Так как обычно она получается в результате эксперимента с образцами, то для применения ее к расчету детали необходимо внести соответствующие поправки на влияние масштабного фактора, обработки поверхности и т. п. В первом приближении это может быть сделано введением соответствующих коэффициентов (см. гл. I); более точно это производится в соответствии с теорией подобия усталостного разрушения [14]. В целях удобства изложения дальнейшие выкладки даны применительно к конкретному типу образца — консольному изгибаемому образцу с концентратором в виде отверстия (рис. 39).

Время распространения трещины до разрушения. Схема распределения напряжений в сечении в разные моменты времени изображена на рис. 40. Волокна равного повреждения i, k являются граничными волокнами линии фрон-

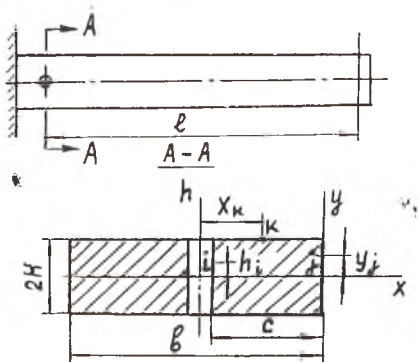


Рис. 39

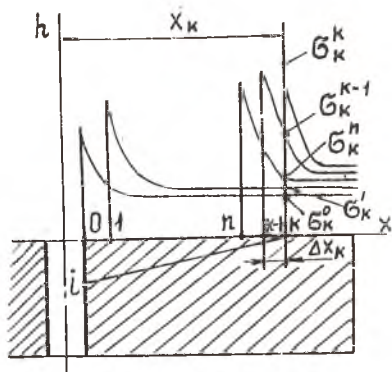


Рис. 40

та трещины, имеющей вид, показанный на фотографии (рис. 41). С незначительной погрешностью примем, что линии равного повреждения являются прямыми (линия $i-k$).

Обозначим через σ_k^n напряжение в k -м волокне в момент разрушения n -го волокна. Пусть волокно k с координатой x_k имеет напряжение σ_k^k в момент времени τ_k его разрушения. Соответствующее разрушающее число циклов, принадлежащее кривой усталости по появлению макротрещины, равно N_k^k . При этом за начало отсчета времени τ_k принимаем время появления трещины. В тот же момент времени $\tau_i = \tau_k$ разрушилось волокно i с напряжением σ_i^i , которому соответствует разрушающее число циклов N_i^i .

В момент появления трещины τ_0 при числе циклов n_0 и напряжении σ_k^0 в волокне k повреждение этого волокна было равно

$$D_k^0 = \frac{n_0}{N_k^0} = \frac{\tau_0 \omega}{N_k^0}, \quad (88)$$

где ω — частота гармонической нагрузки. Влиянием ее на кривую усталости по появлению макротрещины здесь и в дальнейшем пренебрегаем.

Увеличение повреждения волокна k за время от τ_0 до τ_k равно

$$\Delta D_k = \int_{\tau_0}^{\tau_k} \frac{\omega d\tau}{N_k^n} = \int_{x_0}^{x_k} \frac{\omega}{N_k^n} \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_n dx, \quad (89)$$

где N_k^n — разрушающее число циклов, соответствующее напряжению σ_k^n в волокне k в момент разрушения волокна n .

Тогда, согласно принятой гипотезе, в момент разрушения волокна k получим

$$D_k = D_k^0 + \Delta D_k = \frac{\tau_0 \omega}{N_k^0} + \int_{x_0}^{x_k} \frac{\omega}{N_k^n} \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_n dx_n = 1. \quad (90)$$

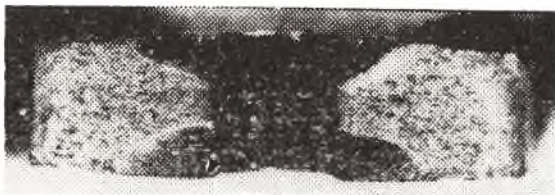


Рис. 41

Выражение (90) представляет собой интегральное уравнение относительно производной $\left(\frac{d\tau}{dx} \right)_n$ — величины, обратной скорости распространения трещины вдоль оси x . Решение этого уравнения может быть получено дифференцированием его по параметру x_k и в виде, включающем конечные приращения. Запишем его так:

$$N_{k+1} \left(\frac{dx}{d\tau} \right)_k = \left\{ - \frac{1}{N_{k+1}} \left[\frac{\tau_0}{N_{k+1}^0} + \sum_{n=1}^k \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_{n-1} \frac{\Delta x_{n-1}}{N_{k+1}^n} - \frac{1}{\omega} \right] \right\}^{-1}, \quad (91)$$

где Δx_k — шаг дискретизации (расстояние между волокнами).

Аналогичное выражение может быть записано для производной $\left(\frac{dh}{d\tau} \right)_i$ — скорости распространения трещины вдоль координаты h (см. рис. 40).

Формула (91) является рекуррентной, и искомая производная может быть получена численными методами.

Из выражения

$$\tau_k = \int_{x_0}^{x_k} \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_k dx_k \quad (92)$$

получаем время, прошедшее от начала образования трещины до разрушения k -го волокна.

Значение τ_p , при котором напряжение σ_k^k (σ_i^i) в момент разрушения волокна k (i) достигает предельной величины ($\sigma_{в}^{нер}$), есть время распространения трещины до разрушения образца (детали), так как в дальнейшем скорость распространения трещины $\frac{dx}{d\tau} \left(\frac{dh}{d\tau} \right)$ становится весьма большой.

Тогда долговечность

$$T = \tau_0 + \tau_p. \quad (93)$$

Поврежденная площадь сечения (см рис. 39, 40)

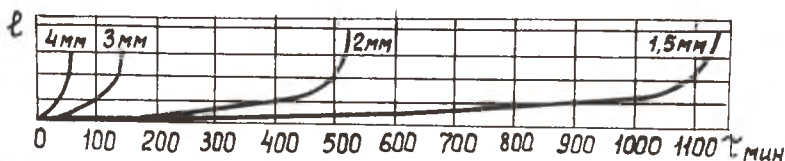
$$F_{II} = 2 (x_k - x_0) (H - h_i). \quad (94)$$

Скорость изменения относительной поврежденной площади

$\bar{F}_{II} = \frac{F_{II}}{F_0}$ равна

$$\frac{d\bar{F}_{II}}{d\tau} = \frac{2}{F_0} \left[\frac{dx_k}{d\tau} (H - h_i) - \frac{dh_i}{d\tau} (x_k - x_0) \right]. \quad (95)$$

На рис. 42 показаны кривые зависимости относительной поврежденной площади \bar{F}_{II} от времени. Для них характерно нелинейное нарастание \bar{F}_{II} по τ с резким увеличением скорости $\frac{d\bar{F}_{II}}{d\tau}$ к моменту разрушения.



Р и с. 42

Долговечность при программной нагрузке может быть определена из рассмотрения последней как совокупности гармонических нагружений разной интенсивности.

Время τ_0 до появления трещины в предположении линейного накопления повреждений в волокне определяется из выражений

$$D_0 = 1 = \sum_{v=1}^{v_0} \frac{t_v \omega}{N_0^0 v}, \quad (96)$$

$$\tau_0 = \sum_{v=1}^{v_0} t_v. \quad (97)$$

Здесь t_v — длительность v -го уровня нагружения в блоке (рис. 43); v — порядковый номер уровня до появления трещины. Определение времени τ_p распространения трещины до разрушения для программной нагрузки при некоторых допущениях может быть упрощено и ускорено. Эти допущения сводятся к следующему:

— при переходе с одного уровня нагружения на другой про-

цесс накопления повреждений происходит с параметрами \bar{F}_n и $\frac{d\bar{F}_n}{d\tau}$, соответствующими новому уровню;

— значение относительной поврежденной площади в момент разрушения образца $\bar{F}_n^{\text{разр}}$ определяется напряжением, при котором произошло разрушение.

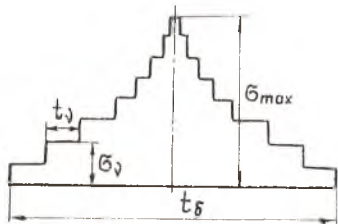


Рис. 43

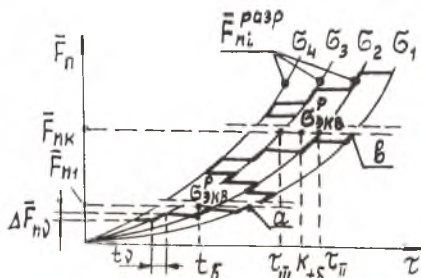


Рис. 44

Пусть имеем, например, четырехступенчатый симметричный блок и кривые повреждаемости \bar{F}_n по τ при уровнях гармонической нагрузки, образующих блок (рис. 44). Откладывая последовательно продолжительность различных уровней t_v на соответствующих кривых повреждаемости, получаем для каждого уровня значение относительной поврежденной площади ΔF_{nv} и суммарное значение F_{nk} за k блоков. На рис. 44 обозначено: a — конец первого блока, b — конец k -го блока. Переход с одной кривой на другую происходит при $\bar{F}_n = \text{const}$. Разрушение образца (детали) произойдет в момент, когда одновременно достигается значение поврежденной площади $\bar{F}_n^{\text{разр}}$ и соответствующее ему напряжение, например, при $\bar{F}_n^{\text{разр}}$ и σ_2 (рис. 44).

Время распространения трещины до разрушения и долговечность соответственно равны:

$$\tau_p = \sum_{v} t_v ; \quad T = \tau_0 + \tau_p .$$

Время τ_0 определяется по формулам (96), (97). Определение долговечности может быть существенно ускорено путем замены блока программной нагрузки эквивалентной гармонической нагрузкой продолжительностью $t_{\text{бл}}$. Под эквивалентной гармонической нагрузкой будет понимать нагрузку, при которой за одинаковые отрезки времени имеют место одинаковые повреждения с рассматриваемой программной нагрузкой.

Закономерности накопления повреждений на 1-й и 2-й стадиях усталостного разрушения различны. Время появления пер-

вой макротрещины, согласно изложенным выше представлениям, не зависит от последовательности приложения напряжений, тогда как время распространения трещины зависит от нее. Поэтому понятие об эквивалентной гармонической нагрузке будем относить либо к одной стадии усталостного разрушения, либо к общей долговечности.

Обозначим эквивалентное гармоническое напряжение по времени появления трещины $\sigma^0_{\text{экв}}$, по времени распространения трещины $\sigma^p_{\text{экв}}$.

Учитывая, что блок сформирован на основе представительного участка случайной нагрузки, и имея в виду периодичность программной нагрузки, можем утверждать, что эквивалентность гармонической и программной нагрузок может быть определена как для одного, так и для нескольких блоков. Тогда, определяя поврежденную площадь \bar{F}_{ni} за один блок так, как это показано на рис. 44 (или аналитическим путем — при наличии аппроксимированных выражений для кривых повреждаемости), получаем точку $(\bar{F}_{ni}, t_{6.1})$, принадлежащую некоторой кривой $\bar{F}_n(\tau)$ для $\sigma^p_{\text{экв}}$. Значение $\sigma^p_{\text{экв}}$ находим интерполяцией.

Далее определяем τ_p , соответствующее гармоническому нагружению интенсивностью $\sigma^p_{\text{экв}}$, и $T = \tau_0 + \tau_p$.

Значение $\sigma^0_{\text{экв}}$ определяем по найденному по формулам (96), (97) значению τ_0 и кривой усталости по появлению макротрещины.

Для определения времени распространения трещины до разрушения при случайной нагрузке с заданным законом распределения амплитуд напряжений, т. е. с заданной плотностью вероятности $f(\sigma_{ai})$ примем допущение о том, что напряжения каждого уровня σ_{ai} равномерно распределены на интервале τ_p распространения трещины до разрушения. Тогда можно показать, что повреждение \bar{F}'_{ni} , вносимое уровнем $\sigma_{ai} \div (\sigma_{zi} + \Delta\sigma_{ai})$, суммарной длительностью t_i , может быть определено как

$$\bar{F}'_{ni} = \bar{F}_{ni}^{\text{разр}} \frac{t_i}{\tau_p}, \quad (98)$$

где $\bar{F}_{ni}^{\text{разр}}$, τ_p — поврежденная площадь в момент разрушения для уровня $\sigma_{ai} = \text{const}$ и соответствующее время распространения трещины. Суммарное повреждение, вносимое всей случайной реализацией, длительностью τ_p получим в виде

$$\bar{F}_n^{\text{разр}} = \sum_p \bar{F}'_{ni} = \sum_p \bar{F}_{ni}^{\text{разр}} \frac{t_i}{\tau_p t} \quad (99)$$

или

$$\bar{F}_n^{\text{разр}} = \int_p \bar{F}_{ni}^{\text{разр}} \frac{dt}{\tau_p t} \quad (100)$$

Так как время t_i действия напряжений уровня $\sigma_{ai} \pm (\sigma_{ai} + \Delta\sigma_{ai})$ в случайной реализации длительностью τ_p в соответствии с (21) определяется из выражения

$$t_i = \int_{\sigma_{ai}}^{\sigma_{ai} + \Delta\sigma_{ai}} \frac{n_{\Sigma p} f(\sigma_a) d\sigma_a}{\omega_i},$$

где $n_{\Sigma p} = \int_0^{\tau_p} \omega d\tau$ — суммарное число условных циклов случайного процесса до разрушения, то, используя (99) и (100), соответственно получим

$$\bar{F}_n^{\text{разр}} = \sum_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{F_{ni}^{\text{разр}}}{\tau_{pi}} \int_{\sigma_{ai}}^{\sigma_{ai} + \Delta\sigma_{ai}} \frac{n_{\Sigma p} f(\sigma_a) d\sigma_a}{\omega_i}$$

или

$$\bar{F}_n^{\text{разр}} = \sum_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{F_{ni}^{\text{разр}}}{\tau_{pi}} \frac{n_{\Sigma p} \int f(\sigma_a) d\sigma_a}{\omega_i}. \quad (102)$$

Полагая, что за малый промежуток времени реализуется вся совокупность напряжений, в том числе и напряжение σ_{max} , которое при достижении соответствующего ему значения $(\bar{F}_n^{\text{разр}})_{\text{min}}$ обусловит разрушение (см. рис. 44), получим из последнего выражения

$$n_{\Sigma p} = \frac{(F_n^{\text{разр}})_{\text{min}}}{\int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{F_{ni}^{\text{разр}} f(\sigma_a)}{\omega_i \tau_{pi}} d\sigma_a}. \quad (103)$$

Если принять вместо ω_i среднее значение $\omega = \text{const}$, то получим

$$\tau_p = \frac{n_{\Sigma p}}{\omega} = \frac{(F_n^{\text{разр}})}{\int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{F_{ni}^{\text{разр}} f(\sigma_a)}{\tau_{pi}} d\sigma_a}. \quad (104)$$

Уравнение (103) может быть преобразовано следующим образом. Так как

$$\omega_i \tau_{pi} = N_i - N_{i0}$$

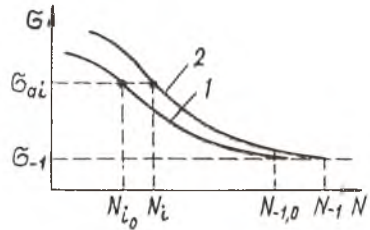
то, приняв

$$N_i \sigma_{ai}^m = N_{-1} \sigma_{-1}^m; \quad N_{i0} \sigma_{ai}^m = N_{-1,0} \sigma_{-1}^m,$$

получим

$$n_{\Sigma p} = \frac{(F_n^{\text{разр}})_{\text{min}} \sigma_{-1}^m (N_{-1} - N_{-1,0})}{\int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\text{max}}} \frac{F_{ni}^{\text{разр}} \sigma_{ai}^m f(\sigma_a) d\sigma_a}{\tau_{pi}}}. \quad (105)$$

Здесь N_{-1} , $N_{-1,0}$ — базовые числа циклов соответственно для кривой усталости по разрушению (2) и по появлению макро трещины (1) при гармонической нагрузке (рис. 45), N_{i0} , N_i — числа циклов, соответствующие напряжению σ_{ai} .



Р и с. 45

Время τ_0 появления трещины (время до разрушения нулевого волокна) определим из условия

$$D = n_{\Sigma 0} \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} \frac{f(\sigma_a) d\sigma_a}{N_{i0}} = 1,$$

откуда с учетом

$$N_{i0} = N_{-1} \sigma_{-1}^m / \sigma_{ai}^m$$

получим

$$\tau_0 = \frac{n_{\Sigma 0}}{\omega} = \frac{1}{\omega \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} \frac{f(\sigma_a) \sigma_{ai}^m}{N_{-1,0} \sigma_{-1}^m} d\sigma_a} = \frac{N_{-1,0} \sigma_{-1}^m}{\omega \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} \sigma_{ai}^m f(\sigma_a) d\sigma_a}. \quad (106)$$

Долговечность при случайной нагрузке

$$T = \tau_0 + \tau_p,$$

где

$$\tau_p = \frac{n_{\Sigma p}}{\omega_{\text{ср}}}.$$

6.6. РАСЧЕТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

6.6.1. Коэффициент интенсивности напряжений. Механика разрушения — наука о прочности тел с трещинами. Зарождение ее связывают с появлением работы Инглизса по исследованию трещин (1913 г.). Большой вклад в развитие механики разрушения внесли Гриффитс, Ирвин, Орован, Пэрнс, Г. П. Черванов, В. В. Панасюк, Г. И. Баренблатт, Е. М. Морозов, В. З. Партон и другие.

Линейная механика разрушения рассматривает упругие напряжения в материале, полагая, что только в устье трещины имеется небольшая пластическая зона. Поэтому решения линейной механики разрушения, строго говоря, применимы лишь к хрупким материалам. Однако и пластичные материалы при

в некоторых условиях разрушаются хрупко. Этими условиями являются: многосное напряженное состояние, высокая скорость нагружения, низкие температуры, охрупчивание за счет внешних воздействий (облучения, старения и т. п.).

Важнейшее понятие линейной механики разрушения — коэффициент интенсивности напряжения (КИН) K , определяемый из выражения

$$K = \sigma_{бр} \sqrt{\pi l \lambda} \quad (\text{МПа см}^{1/2}). \quad (107)$$

Здесь l — полудлина трещины (рис. 46), λ — поправочная функция, характеризующая влияние конечных размеров пластины, $\sigma_{бр}$ — брутто-напряжение в сечении.

КИН является интегральной характеристикой напряжений и длины трещины и определяет распределение напряжений на малом участке Δx вблизи трещины. Естественно предположить, что он определяет и скорость распространения трещины.

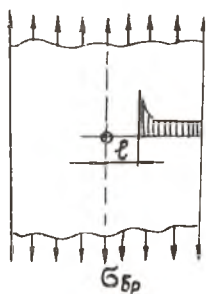


Рис. 46

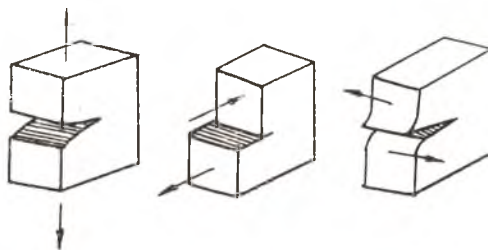


Рис. 47

Существует три типа раскрытия трещины (рис. 47) и соответственно три КИН, обозначаемые K_I , K_{II} , K_{III} . Наибольшее практическое значение имеет трещина I-го типа — трещина нормального отрыва и соответствующий КИН — K_I . В дальнейшем рассмотрен только I-й тип раскрытия трещины. КИН этого типа будем обозначать K (опуская индекс I).

Когда размеры трещины ослабляют сечение настолько, что оно разрушается статически под действием приложенной нагрузки, то происходит практически мгновенное разрушение сечения. Это соответствует весьма быстрому нарастанию трещины до критической длины l_c при соответствующем напряжении σ_c , называемом критическим.

При этом КИН тоже принимает критическое значение. Различают критическое значение КИН для плоской деформации K_{Ic} , являющееся характеристикой трещиностойкости материала, и критическое значение КИН для плоского напряженного состоя-

ния — K_c , которое зависит также от геометрии образца. Значения K_c , K_{Ic} для разных материалов и геометрических форм, полученные экспериментально, приведены в литературе (напр. /18/).

Таким образом, условие прочности детали с трещиной сводится к невыпадению критического значения КИН:

$$K \leq K_c \quad (\text{для плоского напряженного состояния});$$

$$K \leq K_{Ic} \quad (\text{для плоской деформации}).$$

При этом возможны различные сочетания критических значений σ_c и l_c , определяемые формулой (107).

6.6.2. *Скорость распространения трещины.* Было установлено многочисленными опытами, что скорость распространения трещины зависит от КИН и некоторых параметров, являющихся постоянными для данного материала, типа трещины и формы образца. Эта зависимость предложена Пэрисом в виде

$$\frac{dl}{dN} = c (\Delta K)^n, \quad (108)$$

где ΔK — размах КИН (рис. 48).

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi l}. \quad (109)$$

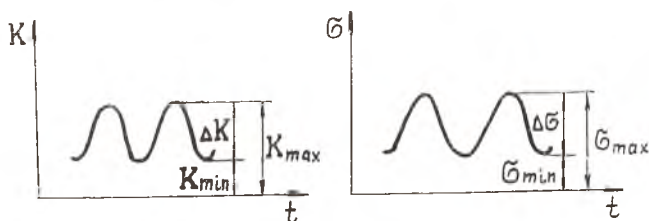


Рис. 48

c , n — постоянные для данного материала и формы образца.

В двойных логарифмических координатах уравнение (108) является уравнением прямой

$$\lg\left(\frac{dl}{dN}\right) = \lg c + n \lg(\Delta K). \quad (110)$$

Для отнулевого цикла ($R = 0$) на значительном участке роста трещины в указанных координатах линейная зависимость подтверждается экспериментом (рис. 49).

Однако формула Пэриса не учитывает влияния асимметрии цикла ($R \neq 0$). Были предложены другие формулы, учитывающие асимметрию, в частности формула Эрдогана

$$\frac{dl}{dN} = \frac{c (\Delta K)^n}{(1-R)^q}. \quad (111)$$

Здесь q — постоянная; c , n имеют значение такое же, как в формуле (108).

Как видно из приведенных формул, скорость продвижения трещины вследствие роста КИН возрастает во времени. Интегрируя выражение (108), можем получить зависимость длины трещины от пройденного числа циклов N . Резкое возрастание скорости $\frac{dl}{dN}$ соответствует моменту N_c разрушения образца, конструкции (рис. 50).

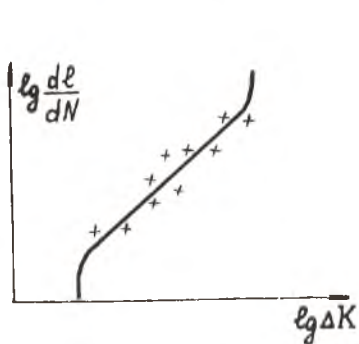


Рис. 49

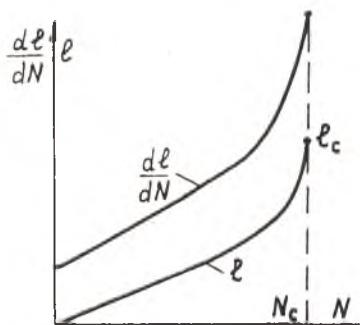


Рис. 50

6.6.3. Долговечность образца. Перейдем к определению долговечности образца. Подставляя $\Delta K = \Delta \sigma_{бр} \sqrt{\pi l}$ в выражение (108), получим

$$\frac{dl}{dN} = c (\Delta \sigma)^n (\pi l)^{n/2} \lambda^n.$$

Далее, разделяя переменные, имеем

$$\int_{l_i}^{l_c} l^{-n/2} dl = c (\Delta \sigma)^n \pi^{n/2} \lambda^n \int_0^N dN \dots \quad (112)$$

При $n = 2$

$$\int_{l_i}^{l_c} \frac{dl}{l} = c (\Delta \sigma)^2 \pi \lambda^2 N,$$

откуда долговечность

$$N = \frac{\ln(l_c/l_i)}{c (\Delta \sigma)^2 \pi \lambda^2}. \quad (113)$$

При $n \neq 2$ после интегрирования и некоторых преобразований получим

$$N = \frac{2}{(n-2) c (\Delta \sigma)^n \pi^{n/2} \lambda^n} \left\{ \frac{1}{l_i^{n/2}} - \frac{1}{l_c^{n/2}} \right\}. \quad (114)$$

Основным затруднением при пользовании формулами (113), (114) является необходимость экспериментального определения параметров c , n , λ , а также критической длины трещины l_c .

6.6.4. Конструкционное торможение трещины. Распространение возникших в процессе эксплуатации трещин в конструкции может быть ограничено двумя способами: постановкой охватывающих трещину профилей, окантовок, накладок и засверливанием отверстий на концах трещины.

Действие подкрепляющих профилей, накладок (рис. 51) эквивалентно системе сил, приложенных в местах соединения подкреплений с листом заклепками (болтами). Эти силы препятствуют раскрытию трещины.

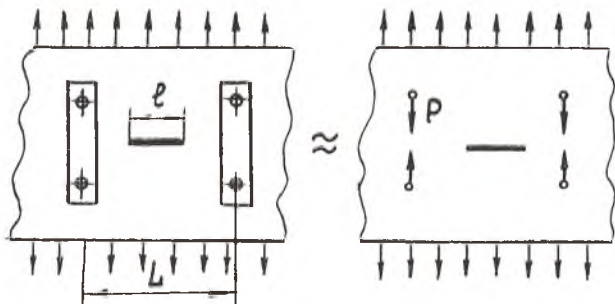


Рис. 51

При малых значениях l/L , что равносильно отсутствию подкреплений, чем больше трещина, тем меньше критическая сила $P_{кр}$, необходимая для разрушения пластины — имеет место неустойчивый рост трещины (рис. 52, левая ветвь кривой и пунктирное продолжение ее). При увеличении l/L , т. е. при приближении концов трещины к подкреплениям, влияние последних возрастает, $P_{кр}$ увеличивается (участок BC кривой), достигая максимума в области $l/L \approx 1$.

На этом участке имеет место устойчивый рост трещины — увеличение ее длины требует увеличения $P_{кр}$. При дальнейшем возрастании $l/L > 1$ (трещина пересекает подкрепление).

$P_{кр}$ вновь падает. Поведение трещины в точке A характеризуется тем, что при превышении равнове-

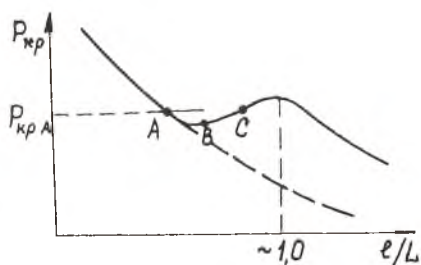


Рис. 52

ной нагрузки $P_{кр.А}$ трещина проскакивает в точку C , соответствующую устойчивому состоянию.

Сверление отверстия на конце трещины снимает концентрацию напряжений в устье трещины и тем самым останавливает или существенно замедляет ее рост.

З а д а ч и

1. Дано уравнение кривой интегральной повторяемости напряжений $H_i = 1200 - 3\sigma$. Найти ресурс самолета \bar{R} при следующих данных: время типового полета и взлета-посадки соответственно $T_{т.п.} = 1,5$ час, $T_{в.п.} = 0,25$ час, $K_{рад} = 5$. Уравнение кривой усталости $N \sigma^m = c$, $m = 2$, $c = 10^{15}$. Принять, что $D_{пол} = D_{в.п.} = \text{const}$.

Ответ: $\bar{R} = 16250$ ч.

2. Найти вероятность того, что долговечность детали будет не ниже $N = 2 \cdot 10^6$ циклов, если известно, что математическое ожидание $M(\lg N) = 6,2$ и среднее квадратическое отклонение $S(\lg N) = 0,05$.

Ответ: $P = 0,954$.

3. Найти время T до разрушения детали по скорректированной линейной теории суммирования повреждений для блока программной нагрузки, заданного табл. 2 (стр. 33), если $\sigma_{кр.1} = 145$ МПа; $k = 0,7$; $\omega = 10$ Гц; $K_r = 1,3$; $K_f = 0,95 = K_{л.г}$.

Ответ: $T = 21,2$ час.

7. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ

КОНСТРУКЦИИ ПЛАНЕРА.

НЕКОТОРЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ,

ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ДОЛГОВЕЧНОСТЬЮ

Надежностью называется свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение требуемого времени или требуемой наработки.

В настоящее время существует три принципа обеспечения надежности авиационных конструкций.

1. Устанавливается безопасный срок службы (safe—life), на протяжении которого гарантируется отсутствие усталостных трещин значительных размеров. При этом элементы конструкции, снятые с эксплуатации, не вырабатывают своей долговечности. Вместе с тем из-за разброса долговечности не исключается возможность разрушения, что и обуславливает безопасный срок службы. Этот принцип находит все меньше сторонников, так как приводит к снижению эксплуатационных напряжений

за счет значительного увеличения веса конструкции и к неоправданному снижению ресурса.

2. Обеспечивается эксплуатационная живучесть конструкции, т. е. сохранение достаточной усталостной прочности поврежденной конструкции при соблюдении определенных сроков регламентных осмотров. Иными словами, допускаются усталостные повреждения эксплуатируемой конструкции при условии, что они распространяются столь медленно, что за время между осмотрами не могут достичь опасной величины. Такие конструкции называли безопасно-повреждаемыми (fail—safe). В этом случае ресурс получается в 1,5—2 раза больше установленного по первому принципу.

3. Эксплуатация конструкции ведется по «техническому состоянию»: ресурс конструкции не назначается, а продолжительность эксплуатации ее зависит от технического состояния, определяемого по результатам осмотров. Этот принцип является, по-видимому, наиболее экономичным и обеспечивает различную, но оптимальную длительность эксплуатации каждого экземпляра конструкции. Однако он требует тщательного контроля за ее состоянием.

Применительно к конструкции планера наибольшее распространение получил второй принцип.

Очевидно, что для осуществления второго и третьего принципов обеспечения надежности важнейшим условием является изучение скорости распространения усталостных трещин и возможности раннего их обнаружения. Установлено, например, что: скорость роста трещин увеличивается с ростом уровня напряжений; в толстой обшивке трещины распространяются медленней, чем в тонкой; в высокопрочных материалах трещины распространяются быстрее, и поэтому обшивка, выполненная из материала Д16, обладает большей живучестью, чем выполненная из В95.

Конструктивные мероприятия, обеспечивающие надежность конструкции, сводятся к следующему.

1. Снижение расчетных напряжений в силовых элементах, обеспечивающее статическую и усталостную равнопрочность их.

2. Уменьшение концентрации напряжений за счет увеличения радиусов переходов, плавных переходов от одного силового набора к другому. Например, очертания сече-

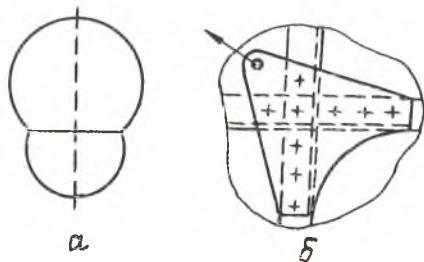


Рис. 53

ния двухпалубного фюзеляжа (рис. 53, а) являются благоприятными для использования его объема, но увеличивают концентрацию напряжений в местах переходов.

3. Компенсация вырезов окантовками, эквивалентными по прочности основной конструкции.

4. Передача сосредоточенных сил с постепенным включением силовых элементов в работу (рис. 53, б).

5. Дублирование путей передачи нагрузок (двойные тяги управления, двойные бустеры управления, двойное остекление кабин). Чтобы не вызвать значительного увеличения веса, дублируются только некоторые элементы конструкции, выход из строя которых имеет катастрофические последствия.

6. Членение конструкции на отдельные силовые панели, что предотвращает распространение трещин за пределы панели.

7. Применение ограничителей трещин (окантовок, профилей) в местах вероятного их появления.

8. Выбор материалов, имеющих высокий предел выносливости.

9. Надлежащая защита их от коррозии.

К числу показателей надежности, обусловленных долговечностью, относятся: вероятность $P(t)$ безотказной работы на протяжении заданной наработки; средний ресурс $\bar{R}_{\text{ср}}$ (в циклах $N_{\text{ср}}$); γ -процентный (гамма-процентный) ресурс $R_{1-\gamma}$ (в циклах — $N_{1-\gamma}$).

Вероятность разрушения детали за время $> t$ (вероятность безотказной работы за время t) выражается равенством

$$P(t) = 1 - F(t) = \bar{H}(t) = \gamma, \quad (115)$$

где $F(t)$ — интегральная функция распределения времени до разрушения (вероятность того, что оно будет $< t$); $\bar{H}(t)$ — относительная интегральная повторяемость.

Средний ресурс $N_{\text{ср}}$ (в циклах) в соответствии с формулой (30) запишется в виде

$$N_{\text{ср}} = M(N) = \int_0^{\infty} N f(N) dN = \int_0^{\infty} N \frac{dF(N)}{dN} dN. \quad (116)$$

Гамма-процентным ресурсом называется ресурс $R_{1-\gamma}$, соответствующий вероятности неразрушения γ . Иными словами, с вероятностью γ ресурс будет не менее $R_{1-\gamma}$ (гарантированный ресурс).

Он определяется следующим образом. Находится вероятность непревышения заданного ресурса $P_{1-\gamma} = 1 - \gamma$ и соответствующее значение центрированной и нормированной величины $t_{1-\gamma}$ (по таблицам нормального распределения). Учтены

вая логарифмически нормальный закон распределения долговечности, имеем

$$t_{1-\gamma} \approx [\lg N_{1-\gamma} - M(\lg N)] / S(\lg N);$$

$$\lg N_{1-\gamma} = M(\lg N) + t_{1-\gamma} S(\lg N), \quad (117)$$

где $M(\lg N)$ — долговечность, определенная для $P = 0,5$ (математическое ожидание долговечности), $S(\lg N)$ — среднее квадратическое отклонение, характеризующее рассеяние логарифма долговечности. Затем находим $N_{1-\gamma}$.

Например, пусть дано: $M(N) = 1,5 \cdot 10^9$; $M(\lg N) = 9,176$; $S(\lg N) = 0,2576$. Найдем γ -процентный ресурс для $\gamma = 0,99$ (или 99%).

Имеем: $1 - \gamma = 1 - 0,99 = 0,01$; $t_{1-\gamma} = -2,326$; $\lg N_{1-\gamma} = 9,176 - 2,326 \cdot 0,2576 = 8,577$; $N_{1-\gamma} = 3,78 \cdot 10^8$ циклов. Это и есть искомый γ -процентный ресурс (в циклах).

Итак, по известной функции распределения долговечности $F(t)$ или $F(N)$ находим показатели надежности: вероятность $P(t)$ безотказной работы — по формуле (115), средний ресурс $N_{ср}$ — по формуле (116), γ -процентный ресурс $N_{1-\gamma}$ — по формуле (117).

Приложение

В данной таблице указаны ссылки на литературные источники, в которых имеются справочные данные, необходимые для проведения расчетов на усталостную прочность и долговечность элементов конструкций.

№ п/п	Справочные данные	Литературный источник
1	Кривые усталости для образцов $\sigma = f(N)$	/19/ с. 297—321
2	Пределы выносливости σ_{-1}	/10/ с. 94—100, 225—227 /11/ с. 600—607, /19/ с. 297—321, 55—80
3	Эффективные коэффициенты концентрации напряжений K_σ	/10/ с. 152—167, /11/ с. 637—651, /12/ с. 467, 468, 474, 476 /19/ с. 134—142 /14/ с. 31—39
4	Коэффициенты, учитывающие чистоту обработки поверхности K_f	/10/ с. 145—151, 655—659, /12/ с. 477 /19/ с. 158—161, /14/ с. 70
5	Коэффициенты масштабного фактора $K_{d\sigma}$	/10/ с. 207, /11/ с. 692—694, /19/ с. 125—128 /14/ с. 33, 34
6	Зависимость σ_a от σ_m (влияние коэффициентов асимметрии на усталость)	/10/ с. 104—109, /11/ с. 708—711, /19/ с. 87—98, 142—147, /12/ с. 477

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акопов М. Г. Основы теории надежности, Часть 1 — М.: МЛИ, 1972, 125 с.
2. Ваганов Р. Д. Статистические и детерминистические закономерности усталости и возможность их моделирования. — В сб.: Вопросы механической усталости. — М.: Машиностроение, 1964, с. 101—139.
3. Вектцель Е. С. Теория вероятностей — М.: Наука, 1964. — 576 с.
4. Грингауз Г. Д. О методе определения срока службы авиаконструкций путем испытания эквивалентных образцов. — В сб.: Прочность и долговечность авиационных конструкций. Вып. II, Киев, 1965, с. 56—65.
5. Иванова В. С. Усталостное разрушение металлов. — М.: Metallургия, 1963. — 272 с.

6. Конструкция и прочность самолетов и вертолетов. / Под ред. *Миргова К. Д.* и *Черненко Ж. С.* — М.: Транспорт, 1972. — 440 с.

7. Машины и приборы для программных испытаний на усталость.—Киев: Наукова думка, 1970. — 195 с.

8. *Мостовой А. С.* Определение долговечности образца на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения. — В сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций.—Куйбышев: Труды КуАИ, вып. 39. 1968, с. 108—118.

9. *Мостовой А. С.* Расчет долговечности образца при программной (случайной) нагрузке. — В сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. — Куйбышев: Труды КуАИ. Вып. 48. 1971, с. 203—215.

10. *Одинг И. А.* Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов, — М.: Машгиз, 1962. — 258 с.

11. *Пономарев С. Д.* и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. III.— М.: Машгиз, 1959, — 1118 с.

12. *Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М.* Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. — М.: Машиностроение, 1975. — 488 с.

13. *Серенсен С. В., Когаев В. П.* Руководство по расчету на усталость деталей машин (в вероятностном аспекте). — ВНИИНМАШ, 1972.

14. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. ГОСТ 25.504-82. Госкомитет по стандартам. — М.: 1982. — 80 с.

15. *Степнов М. Н.* Статистические методы обработки результатов механических испытаний. — М.: Машиностроение, 1985. — 231 с.

16. *Троценко В. Т.* Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. — Киев: Наукова думка, 1981. — 344 с.

17. *Урбанский Ю. С.* Методика и исследование усталости элементов самолетных конструкций с учетом нестационарного их нагружения. — В сб.: Прочность и долговечность авиационных конструкций. Вып. I — Киев, 1963, с. 98—117.

18. *К. Хеккель.* Техническое применение механики разрушения. — М.: Металлургия. 1974. — 63 с.

19. *Форрест П.* Усталость металлов. — М.: Машиностроение, 1968. — 352 с.

20. *Хейвуд Р. Б.* Проектирование с учетом усталости. — М.: Машиностроение, 1969. — 504 с.

21. *Шканов И. Н., Лебедев А. А., Қожевников Ю. Л.* К оценке усталостной прочности материалов при сложном напряженном состоянии. — Казань: Труды КАИ, вып. 136, 1971, с. 3—15.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ	5
1.1. О механизме усталостного разрушения	5
1.2. Характеристики циклов. Кривые усталости	6
1.3. Зависимость предела выносливости от различных факторов	8
Задачи	12
2. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	13
2.1. Определения. Функции распределения	13
2.2. Интегральная повторяемость	14
2.3. Числовые характеристики случайных величин	15
2.4. Нормальный закон распределения	16
Задачи	17
3. УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ	18
3.1. Симметричный цикл	18
3.2. Несимметричный цикл	20
3.3. Сложное напряженное состояние	21
3.4. Определение вероятности разрушения	23
Задачи	24
4. СЛУЧАЙНЫЕ НАГРУЗКИ. ТЕОРИИ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ	24
4.1. Случайные нагрузки	24
4.2. Линейная теория суммирования повреждений	26
4.3. Другие теории суммирования повреждений	27
4.4. Запас прочности и долговечность при программной и случайной нагрузках	30
4.5. Расчет на усталость при плоском напряженном состоянии	32
Задачи	32
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ	33
5.1. Виды усталостных испытаний	34
5.2. Нагрузки, вызывающие усталость самолетных конструкций	35
5.3. Составление блока программной нагрузки	37
5.4. Определение ресурса самолета по результатам испытаний	43
Задачи	45
6. РАСЧЕТНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА САМОЛЕТА	45
6.1. Метод линейного суммирования повреждений	45
6.2. Метод эквивалентных образцов	49
6.3. Комплексный расчетно-экспериментальный метод определения ресурса	49
6.4. Вероятностный расчет ресурса	50
6.5. Линейно-дискретная теория накопления повреждений и ее применение к расчету долговечности	51

6.6. Расчет долговечности методами линейной механики разрушения	59
Задачи	64
7. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИИ ПЛАНЕРА. НЕКОТОРЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ДОЛГОВЕЧНОСТЬЮ	64
Приложение	68
Библиографический список	68

Тем. план. 1987, поз. 71

Мостовой Анатолий Соломонович

УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ И РЕСУРС САМОЛЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Учебное пособие

Редактор Л. М. Карпова
Техн. редактор Н. М. Каленюк
Корректор Н. С. Куприянова

Сдано в набор 14.05.1987 г. Подписано в печать 10.07.87 г.
ЕО 00272. Формат издания 60×84 1/16.
Гарнитура литературная. Печать высокая. Бумага оберточная.
Усл. п. л. 4,2. Уч.-изд. л. 4,0. Т. 700 экз.
Заказ 526. Цена 15 коп.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени
авиационный институт им. С. П. Королева,
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

Типография ЭОЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.