

Список использованных источников

1. Дураковский А.П., Куницын И.В., Лаврухин Ю.Н. Контроль защищенности речевой информации в помещениях. Аттестационные испытания вспомогательных технических средств и систем по требованиям безопасности информации: учебное пособие / А.П. Дураковский, И.В. Куницын, Ю.Н. Лаврухин. – Москва: НИЯУ МИФИ, 2015. – 152 с.

2. Леонов А.С., Сорокин В.Н. К анализу резонансных частот речевого тракта / А.С. Леонов, В.Н. Сорокин // Информационные процессы. – 2007. – Т. 7, № 4. – С. 386–400.

Зайцева Ирина Николаевна, к.пед.н., доцент, irina-zai@yandex.ru

УДК 004.722:531.7

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ М/М/∞ И ЭРЛАНГА-В ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ПОТЕРЯМИ

К.А. Батенков

МИРЭА – Российский технологический университет, г. Москва

Ключевые слова: модель Эрланга-В, телетрафик, качество обслуживания, потери вызовов, пуассоновский поток, телекоммуникационные сети, инженерный расчёт.

В современных телекоммуникационных системах задача оптимального планирования ёмкости каналов связи остаётся одной из наиболее актуальных проблем инженерного проектирования. Эффективное распределение ресурсов требует применения адекватных математических моделей, позволяющих балансировать между качеством обслуживания абонентов и экономической эффективностью инфраструктуры [1].

Классическая теория телетрафика, основанная на работах А.К. Эрланга, продолжает играть фундаментальную роль при проектировании систем с потерями, к которым относятся традиционные телефонные сети, VoIP-шлюзы и каналы доступа корпоративных АТС [2]. В работе проводится сравнительный анализ двух подходов к оценке требуемой ёмкости группы каналов: теоретической модели М/М/∞ с бесконечным числом каналов и практической модели Эрланга-В, учитывающей реальные ограничения на число линий.

Рассматривается система массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком вызовов интенсивности λ и экспоненциальным распределением времени занятия канала со средним значением $\bar{t}$. Предложенная нагрузка определяется как $A_0 = \lambda/\mu$, где $\mu = 60/\bar{t}$ — интенсивность обслуживания [3].

Модель $M/M/\infty$ служит теоретической основой для оценки статистических характеристик нагрузки. Вероятность занятия ровно k каналов описывается распределением Пуассона:

$$p(k) = e^{-A_0} \frac{A_0^k}{k!}$$

Среднее число занятых каналов $L = A_0$, дисперсия $\sigma^2 = A_0$, что позволяет рассчитать перцентили распределения $m_{0,90}$, $m_{0,95}$, $m_{0,99}$, показывающие необходимое число каналов для покрытия пиков нагрузки с заданной вероятностью [4].

В отличие от идеализированной модели, система Эрланга-В учитывает конечное число каналов m и наличие потерь: вызовы, заставшие все каналы занятыми, получают отказ. Вероятность блокировки рассчитывается по формуле Эрланга-В:

$$B(m, A_0) = \frac{A_0^m / m!}{\sum_{k=0}^m A_0^k / k!}$$

Практическая задача инженерного расчёта заключается в нахождении минимального числа каналов m_{GoS} , обеспечивающего выполнение норматива качества обслуживания $P_{block} \leq GoS$ [5].

На примере проектирования магистрального транка корпоративной АТС с параметрами $\lambda = 360$ вызовов/час, $\bar{t} = 3$ минуты ($A_0 = 18$ Эрланг, $GoS = 1\%$) показано существенное расхождение между моделями. Модель $M/M/\infty$ даёт оценку 95-го перцентиля $m_{0,95} = 25$ каналов, тогда как точный расчёт по Эрлангу-В требует $m_{GoS} = 28$ каналов для гарантии $P_{block} \leq 1\%$.

Графическое сравнение показывает, что вероятность $P(X \geq m)$ в модели $M/M/\infty$ существенно отличается от вероятности блокировки $B(m, A_0)$ в системе с потерями. Это объясняется фундаментальным различием в природе моделей: в $M/M/\infty$ все вызовы обслуживаются, тогда как в системе Эрланга-В часть вызовов теряется, что изменяет статистику нагрузки [6].

Запас по ёмкости $\Delta m = m_{GoS} - [A_0] = 10$ каналов отражает необходимость резервирования ресурсов для обработки пиковых нагрузок при обеспечении требуемого качества обслуживания. Коэффициент использования каналов $\rho = A_{carried} / m \approx 64\%$ демонстрирует компромисс между эффективностью использования ресурсов и качеством обслуживания [7].

Результаты исследования подчёркивают важность применения адекватных математических моделей при проектировании телекоммуникационных систем. Использование упрощённых оценок на основе $M/M/\infty$ может привести к недооценке требуемой ёмкости и нарушению нормативов качества обслуживания, тогда как модель Эрланга-В обеспечивает точный инженерный расчёт с гарантированным соблюдением требований GoS.

Список использованных источников

1. Marinković Z, Stošić BP. Applications of artificial neural networks for calculation of the Erlang B formula and its inverses. Engineering Reports. 2023;5(9):e12647. <https://doi.org/10.1002/eng2.12647>
2. Батенков, К. А. Анализ надежности двухполюсных сетей связи на основе метода приведения (редукции) / К. А. Батенков // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2025. – Т. 28, № 6. – С. 56-70. – DOI 10.32603/1993-8985-2025-28-6-56-70. – EDN HXNUDF.
3. Lefebvre M. Optimal Control Problems for Erlang Loss Systems. Axioms. 2025;14(2):130. <https://doi.org/10.3390/axioms14020130>
4. Giambene G. Queuing Theory and Telecommunications: Networks and Applications. Springer; 2005. <https://doi.org/10.1007/b104425>

Батенков Кирилл Александрович, д.т.н., профессор, профессор каф. прикладной математики, pustur@yandex.ru.