

**МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ
ПРОЦЕССА «ЧИСТОЙ ГИБЕЛИ» В ЗАДАЧЕ
ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНОЙ ОБСЛУЖИВАЮЩЕЙ
СИСТЕМЫ С НЕОРДИНАРНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ**

Романенко В.А.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева,
г. Самара,
e-mail: vla_rom@mail.ru*

Решена задача поиска минимального числа каналов, достаточного для обслуживания с заданным качеством заявок, поступающих в систему массового обслуживания (СМО) с ограниченной длиной очереди, показательно распределенным временем обслуживания и неординарным входящим потоком. Рассмотрен довольно узкий, но практически значимый, класс СМО, в которых промежутки времени между моментами поступления групп заявок на обслуживание могут считаться настолько продолжительными, что к моменту поступления очередной группы СМО с высокой вероятностью освобождается от обслуживания заявок предыдущей группы. В сфере воздушного транспорта к процессам, происходящим в СМО с описанными особенностями, с некоторой долей условности могут быть отнесены процессы массового поступления на обслуживание задержанных в аэропорту самолетов после устранения сбойной ситуации; почти одновременное поступление на обслуживание многочисленных рейсов в течение «волны» прилетов-вылетов в аэропорту-хабе; обслуживание групп пассажиров в пунктах отправления и/или прибытия и др. Разработанные к настоящему времени модели СМО с групповым поступлением заявок, обзор которых приведен в [1], как правило, отличаются громоздкостью, предполагают численное решение и ограничены частными случаями. Введение допущения о независимости процессов обслуживания отдельных групп заявок позволяет значительно упростить формализм, благодаря использованию известной модели процесса «чистой гибели» при некоторой ее модификации.

В отличие от «классического» процесса «чистой гибели» [2] принимается, что число заявок, поступивших в группу в СМО в начальный момент времени, может быть не только фиксированным, равным s , но и случайным, распределенным биномиально или по закону Пуассона. Распределения соответственно обозначены $Bin(q, h)$ и $Pois(\lambda)$, а их параметры в рассматриваемом случае могут быть интерпретированы следующим образом: q – максимально возможное число заявок в группе, h – вероятность включения некоторой заявки в состав группы, λ – средняя численность группы поступающих заявок. Вероятности нахождения рассматриваемой СМО с n обслуживающими каналами и m местами в очереди в состоянии с порядковым номером k в момент времени t после прибытия группы заявок определяются как

$$P_k(t) = e^{-nvt} \sum_{j=0}^{n+m-k} \frac{(nvt)^j}{j!} P_{k+j}^0, \quad k = n, \dots, n+m,$$

где $v = (\bar{t}_{об})^{-1}$ – интенсивность обслуживания, $\bar{t}_{об}$ – среднее время обслуживания, $P_k^0 = P_k(t=0)$ – вероятность k -го состояния в начальный момент времени, определяемая законом распределения численности группы.

Вероятность того, что случайное время ожидания в очереди произвольно выбранной заявки не превысит заданную величину θ , рассчитывается по формуле

$$P(\tau < \theta) = p_{\tau=0} + (1 - p_{\tau=0}) \cdot \left(1 - \frac{\bar{r}(\theta)}{\bar{r}(0)} \right), \quad \theta > 0,$$

где $p_{\tau=0}$ – вероятность немедленного начала обслуживания поступившей заявки; $\bar{r}(t)$ – средняя длина очереди для времени t . Эти величины предварительно определяются как

$$\bar{r}(t) = \sum_{k=n+1}^{n+m} (k-n)P_k(t), \quad p_{\tau=0} = \left(\sum_{k=1}^n kP_k^0 + \sum_{k=n+1}^{n+m} nP_k^0 \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n+m} kP_k^0 \right)^{-1}.$$

Задача оптимизации транспортной СМО заключается в определении минимального числа каналов n_{min} , при котором заданное

приемлемое время τ_3 ожидания обслуживания заявкой с надежностью не ниже заданной p_3 , превышает фактическое время ожидания, зависящее от числа каналов:

$$P(\tau(n) < \tau_3) > p_3.$$

Расчетный алгоритм реализован на базе системы компьютерной алгебры Mathematica.

Результаты серии решений оптимизационной задачи в виде зависимостей $n_{\min}$ от средней численности заявок в группах для двух значений $\bar{t}_{06}$ приведены на рисунке 1. Параметры всех трех распределений заданы так, чтобы среднее число заявок в группах равнялось s . Заданы сравнительно высокие значения параметров качества обслуживания: $\tau_3 = 0.5$, $p_3 = 0.9$.

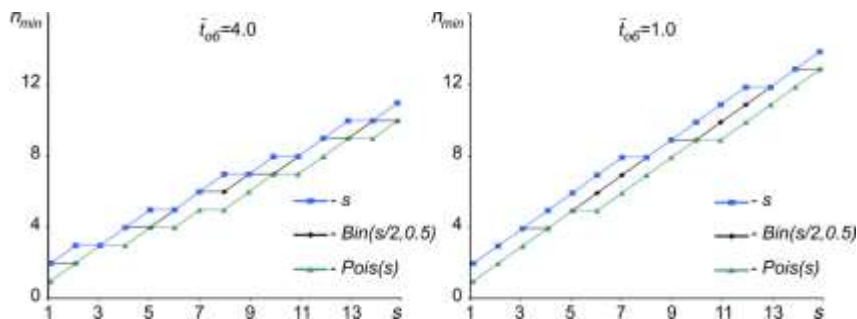


Рис. 1 Результаты оптимизации

Как и следовало ожидать, случай пуассоновского распределения численности поступающих заявок в группе связан с необходимостью использования наибольшего числа каналов. Фиксированная численность группы требует наименьшего их числа.

Список использованных источников

1. Рыжиков Ю.И. Расчет систем обслуживания с групповым поступлением заявок / Ю.И. Рыжиков. // Информационно-управляющие системы. 2007. № 2(27). С. 39-49.
2. Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов : учебное пособие для вузов / Г.А. Соколов. М.: Физматлит, 2010. 207 с.