

Идентификация параметров дискретных стохастических систем с неизвестными входами на основе алгоритма информационной фильтрации

А.В. Пыганов

Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова

Ульяновск, Россия

andrew.tsyganov@gmail.com

Аннотация—В работе рассматривается задача параметрической идентификации для дискретных линейных стохастических систем в пространстве состояний. Предложен критерий идентификации для систем с неизвестными входами на основе информационной версии алгоритма Гиллейнса – Де-Мора. Приведен пример использования критерия для идентификации коэффициента диффузии в модели одномерной диффузии с неизвестными граничными условиями первого рода. Результаты компьютерного моделирования подтверждают работоспособность предложенного подхода.

Ключевые слова—параметрическая идентификация, дискретные линейные системы в пространстве состояний, информационный алгоритм Гиллейнса – Де-Мора, модель диффузии

I. ВВЕДЕНИЕ

Задачи оценивания и идентификации параметров динамических систем играют важную роль в теории управления и обработки сигналов. Основная цель оценивания заключается в определении текущего состояния системы на основе доступных измерений, а параметрическая идентификация направлена на установление неизвестных параметров модели, которые могут меняться во времени или быть неопределёнными изначально. Эти две задачи тесно связаны, поскольку точное знание параметров системы позволяет более эффективно оценивать ее состояние, а связь между результатами оценивания и наблюдаемыми данными может использоваться для уточнения параметров. Особенно важными они становятся для систем с неизвестными входами, которые могут представлять собой внешние возмущения, такие как шумы, ошибки датчиков или технические неисправности, оказывающие влияние на динамику системы. Если эти входы не учитываются при оценивании состояния или идентификации параметров, это может привести к ошибкам в прогнозировании поведения системы.

Современные методы оценивания и идентификации разрабатываются специально для одновременного учета состояния системы и неизвестных входов, что имеет большое практическое значение в различных областях: от технической диагностики до геофизики и медицины. В [1] приведен обзор методов оценивания и идентификации для систем с неизвестными входами и предложен подход к решению задачи идентификации параметров дискретных линейных

стохастических систем с неизвестными входами, основанный на построении и минимизации критерия идентификации, вычисляемого на основе величин, получаемых алгоритмом одновременного оценивания вектора состояния и неизвестных входных воздействий Гиллейнса – Де-Мора (GDM) [2]. Данный алгоритм имеет ковариационную форму, однако, в ряде случаев, например, когда начальная ковариация вектора состояния неизвестна, для решения задачи оценивания предпочтительней использовать алгоритмы информационного типа, а также их модификации [3]. В связи с этим актуальной является задача разработки методов идентификации на основе информационных версий алгоритмов оценивания.

Целью данной работы является построение критерия идентификации аналогичного предложенному в [1] на основе информационной версии алгоритма GDM.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим дискретную линейную стохастическую систему

$$x_k = Fx_{k-1} + Bd_{k-1} + Cu_{k-1} + Gw_k, \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где $x_k \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния, $d_k \in \mathbf{R}^r$ – неизвестный вектор входных воздействий, $u_k \in \mathbf{R}^p$ – известный вектор входных воздействий, $z_k \in \mathbf{R}^m$ – вектор измерений; матрицы $F \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbf{R}^{n \times p}$, $G \in \mathbf{R}^{n \times q}$, $H \in \mathbf{R}^{m \times n}$ являются постоянными; N – число измерений; начальное состояние $x_0 \sim N(x_0, P_0)$ и аддитивные шумы в модели $w_k \in \mathbf{R}^q \sim N(0, Q)$, и в измерителе $v_k \in \mathbf{R}^m \sim N(0, R)$ являются взаимно независимыми; $Q > 0$, $R > 0$.

Предположим, что матрицы F , G , Q , R в модели (1), (2) известны с точностью до параметра $\theta \in \mathbf{R}^p$. Требуется идентифицировать данный параметр по результатам наблюдений $Z_1^N = \{z_1, \dots, z_k, \dots, z_N\}$.

III. ПОСТРОЕНИЕ КРИТЕРИЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Предположим, что выполнены следующие условия:

$$\text{rank } H = n, \quad \text{rank } HB = \text{rank } B = r. \quad (3)$$

Каждая итерация алгоритма GDM [2] состоит из следующих шагов:

1. Обновление по времени.
2. Оценивание входного сигнала.
3. Обновление по измерениям.

В результате работы алгоритма на каждой итерации вычисляются оценки неизвестного входного воздействия и вектора состояния, а также соответствующие ковариационные матрицы ошибок оценивания. Оценка вектора состояния используется в [1] для вычисления критерия идентификации $J_e(\theta, N)$.

Информационная версия алгоритма GDM и ее квадратно-корневая модификация предложены в [4]. Выражение для $J_e(\theta, N)$ может быть записано в терминах информационного фильтра следующим образом:

$$J_e(\theta, N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^T(\theta) \varepsilon_k(\theta), \quad (4)$$

где $\varepsilon_k(\theta) = W^+ z_k - (Y_k)^{-1} y_k$, $W^+ = (H^T H)^{-1} H^T$, Y_k – информационная матрица, y_k – информационный вектор.

IV. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим задачу идентификации коэффициента диффузии α в одномерной модели диффузии

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial x^2} \quad (5)$$

с известным начальным и неизвестными граничными условиями. Используем подход, основанный на переходе от непрерывной модели к дискретной линейной стохастической системе (см., например, [5]) с применением построенного критерия идентификации.

Пусть $(x, t) \in [0; 1] \times [0; 2]$, истинное значение $\alpha = 0,3$, а начальное и граничные условия имеют вид:

$$c(x, 0) = 10x(1-x), \quad c(0, t) = t^2/2, \quad c(1, t) = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим конечно-разностную сетку с 13 узлами по оси Ox и 401 узлом по оси Ot . Вектор состояния в этом случае будет состоять из 11 элементов, соответствующих внутренним узлам пространственной сетки. Положим $Q = 10^{-3} I_{11}$. На рис. 1 представлено численное решение прямой задачи (5), (6).

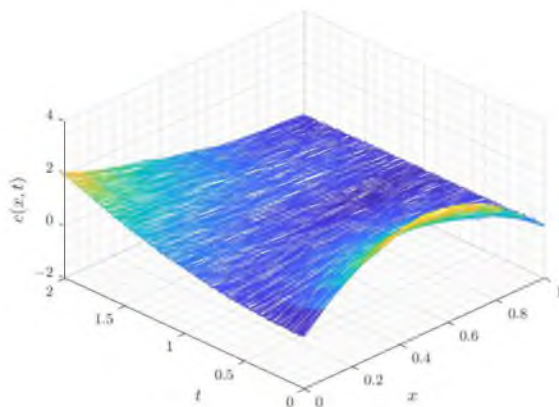


Рис. 1. Решение задачи

Рассмотрим схему измерений с $H = I_{11}$, $R = \delta I_{11}$. Моделирование процесса идентификации проводилось в среде MATLAB. Для минимизации критерия идентификации использовалась функция безусловной

минимизации $fminunc$, начальное значение выбиралась случайно из промежутка $[0; 1]$. В таблице 1 приведены результаты идентификации коэффициента диффузии для ковариационной (GDM) и информационной (IGDM) версий критерия идентификации при различных значениях δ , усредненные по результатам 50 экспериментов. Из таблицы видно, что результаты идентификации обеих версий совпадают.

Таблица 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ

δ	GDM		IGDM	
	<i>Среднее</i>	<i>RMSE</i>	<i>Среднее</i>	<i>RMSE</i>
0,010	0,277651	0,025081	0,277651	0,025081
0,005	0,287095	0,016635	0,287095	0,016635
0,001	0,300253	0,007481	0,300253	0,007481

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена информационная версия критерия параметрической идентификации для дискретных линейных стохастических систем с неизвестными входами. Критерий основан на использовании информационной версии алгоритма Гиллейнса – Де-Мора и может быть использован в тех случаях, когда использование ковариационной версии невозможно или нежелательно. Результаты численных экспериментов подтверждают работоспособность предложенного подхода и его эквивалентность ковариационному критерию.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Дополнительного соглашения № 073-03-2025-066/1 от 19.03.2025 г. к Соглашению о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг (выполнения работ) № 073-03-2025-066 от 16.01.2025 г., заключенного между ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова» и Министерством просвещения Российской Федерации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Tsyganova, Y. Parameter identification of the linear discrete-time stochastic systems with unknown exogenous inputs / Y. Tsyganova, A. Tsyganov // Cybernetics and Physics. — 2023. — Vol. 12. — No. 3. — P. 219–229. — DOI: 10.35470/2226-4116-2023-12-3-219-229.
- [2] Gillijns, S. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems / S. Gillijns, B. D. Moor // Automatica. — 2007. — Vol. 43. — P. 111–116. — DOI: 10.1016/j.automatica.2006.08.002.
- [3] Grewal, M. S. Kalman filtering: Theory and Practice Using MATLAB / M. S. Grewal, A. P. Andrews. — 4th ed. — John Wiley & Sons, Inc., 2015.
- [4] Gillijns, S. Information, covariance and square-root filtering in the presence of unknown inputs / S. Gillijns, N. Haverbeke, B. De Moor // 2007 European Control Conference (ECC). — 2007. — P. 2213–2217. — DOI: 10.23919/ECC.2007.7068514.
- [5] Идентификация параметров модели конвекции-диффузии-реакции и неизвестных граничных условий при наличии случайных помех в измерениях / Ю. В. Цыганова, А. В. Цыганов, А. Н. Кувшинова, Д. В. Галушкина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2024. — Т. 28, № 2. — С. 345–366. — DOI: 10.14498/vsgtu2059.