

Параметризация трехмерных облаков точек NURBS-поверхностями с учетом невыпуклого случая

А.В. Кугаевских
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
a-kugaevskikh@yandex.ru

М.И. Маслов
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
maxmiriko@gmail.com

Аннотация—В данной работе представлен итеративный алгоритм для точной аппроксимации трехмерных облаков точек NURBS-поверхностями. В основе алгоритма лежит вокселизация и минимизация расстояния Чамфера между сгенерированными NURBS-поверхностями и точками облака. Представленный метод позволяет сохранить мелкие детали и работает в невыпуклом случае, предотвращая генерацию ложных NURBS-поверхностей.

Ключевые слова—облако точек, аппроксимация, NURBS

I. ВВЕДЕНИЕ

Аппроксимация облаков точек неоднородными рациональными B-сплайнами (NURBS) с использованием алгоритмов оптимизации, основанных на градиентном спуске, является ключевой темой в области компьютерной графики и геометрического моделирования. Облака точек, которые представляют собой наборы точек данных в трехмерном пространстве, обычно генерируемые с помощью технологий 3D-сканирования, таких как лидар и фотограмметрия, обеспечивают детальное, но неструктурированное представление поверхностей объектов [1]. Преобразование этих облаков точек в поверхности NURBS [2] широко используется в таких областях, как автоматизированное проектирование (САПР), контроль качества и охрана культурного наследия, где точность и достоверность представления поверхностей имеют решающее значение для практических результатов.

NURBS предпочтительны при моделировании сложных форм из-за их математической надежности, обеспечивающей точное управление геометрией поверхности с помощью таких параметров, как контрольные точки и веса. Способность NURBS плавно отображать как простые геометрические фигуры, так и сложные органические формы делает их универсальным выбором для различных применений в дизайне.

Однако для получения точного NURBS-представления данных из облака точек требуется решение проблем, связанных с качеством поверхности, непрерывностью и эффективностью вычислений, особенно по мере увеличения сложности данных.

Алгоритмы оптимизации, в частности градиентный спуск и его варианты, играют решающую роль в минимизации расхождений между данными облака точек и поверхностями NURBS. Эти алгоритмы выполняют итерацию в направлении локального минимума функции

ошибки, тем самым улучшая процесс аппроксимации поверхности. Хотя градиентный спуск дает преимущества с точки зрения простоты и эффективности, он также сопряжен с такими проблемами, как чувствительность к скорости обучения и локальным минимумам, которые могут повлиять на скорость сходимости и общее качество решения.

II. АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ОБЛАКА ТОЧЕК NURBS-ПОВЕРХНОСТЯМИ

Пусть дано трехмерное облако точек $Q = \{q_i\}_{i=1}^S \subset \mathbb{R}^3$, consisting of points $q_i = (x_i, y_i, z_i)$. Определим область (произвольное открытое связное множество) облака точек, к которой непосредственно будем применять NURBS-поверхность. Для этого найдем ближайшую точку q_m к центру предварительно сгенерированной NURBS-поверхности $V_k^{(0)}$. Тогда область облака точек Q_ε будет определена через ε -окрестность:

$$Q_\varepsilon(q_m) = \{q \in Q: d(q, q_m) < \varepsilon\}, \quad (1)$$

$$Q_\varepsilon(q_m) \subset Q, \quad (2)$$

$$q_m \in Q: d(p \in f(V_k^{(0)}), q_m) \rightarrow \min, \quad (3)$$

где d – расстояние Евклида, $V_k^{(0)}$ – NURBS-поверхность с индексом k на нулевой итерации.

$$V_k(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,q}(v) N_{j,r}(u) w_{ij} p_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,q}(v) N_{j,r}(u) w_{ij}}, \quad (4)$$

где N – элементарный B-сплайн, w_{ij} – веса контрольных точек p_{ij} , $(u, v) \in [0,1]$ – параметры поверхности.

Предлагается решать задачу аппроксимации поверхностей NURBS областями трехмерного облака точек путем итеративной минимизации расстояния Чамфера с использованием градиентного спуска.

Предлагаемый подход можно считать развитием вокселизации облака точек, предложенной Гуаном и соавторами [3]. Приближение облаков точек к поверхностям NURBS включает в себя несколько итерационных методов оптимизации, в частности, градиентный спуск и его вариации. Этот процесс разработан таким образом, чтобы свести к минимуму разницу между представлением NURBS и фактическими точками данных в облаке, создавая тем самым гладкое и точное представление поверхности. В реализации предложенного метода аппроксимации облаков точек

поверхностями NURBS используется полностью сквозная структура, разработанная для оптимизации глубокого выделения признаков с точки зрения скорости и искажений. Этот подход устраняет ограничения, присущие существующим методам, которые часто затрудняют детальную реконструкцию из-за их зависимости от глобальных структур, которые кодируют всю модель облака точек сразу без разбиения на раздели. Для успешной аппроксимации облака точек поверхностями NURBS важно задать высококачественное начальное приближение. В этой статье мы используем метод, основанный на вокселизации, в качестве начального приближения. Такой подход позволяет нам получить грубую, но структурно корректную аппроксимацию, которая затем уточняется в ходе итераций.

Предлагаемый метод состоит из 7 шагов:

1. Вокселизация облака точек. Облако точек преобразуется в воксельную модель для перехода от непрерывного представления к дискретному. Определяются границы облака и рассчитывается оптимальный размер вокселя на основе плотности точек.

$$\min = \min(q_i), \max = \max(q_i). \quad (6)$$

Оптимальный размер вокселя определяется плотностью точек

$$\Delta v = \left(\frac{V}{N/q_{\min}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (7)$$

где $V = \prod_{d=1}^3 (\max_d - \min_d)$ – объем области, N – количество точек в облаке, $q_{\min}$ – минимальное количество точек на воксель.

Координаты вокселя v_i для каждой точки q_i задаются следующим образом:

$$v_i = \frac{q_i - \min}{\Delta v}. \quad (8)$$

После этого удаляются дубликаты вокселей.

2. Генерация квадратичной сетки. На основе воксельной модели создаётся квадратичная сетка. Для каждого вокселя определяются его грани, и формируются четырёхугольники (quads). Вершины сетки вычисляются как центры граней вокселей.

Для каждого вокселя v_i , проверяются шесть его соседей $v_i + e_j$, где $e_j = \{(\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1)\}$. Если соседнего вокселя нет в множестве, соответствующая грань считается множеством. Для повышения точности сетки выполняется её уточнение на основе исходного облака точек. Используется KD-дерево для быстрого поиска ближайших точек, и вершины сетки перемещаются к среднему значению ближайших точек.

3. Кластеризация вершин сетки с использованием метода EM. Вершины квадратичной сетки кластеризуются с использованием гауссовых смесей (GMM) [5]. Каждый кластер представляет собой отдельную часть поверхности, которая будет

аппроксимироваться NURBS-поверхностью. Этот метод позволяет разделить сетку на кластеры, каждый из которых аппроксимируется отдельной NURBS-поверхностью.

4. Генерация контрольных точек для каждого кластера. Для каждого кластера вычисляются контрольные точки, которые будут использоваться для построения поверхности NURBS. Контрольные точки определяются на основе собственных векторов и значений ковариационной матрицы кластера.

5. Оптимизация контрольных точек с использованием метода Adam. Контрольные точки оптимизируются для минимизации расстояния между поверхностью NURBS и исходными точками кластера. Градиенты рассчитываются на основе расстояния между фасками и градиентов непрерывности между соседними поверхностями. Этот шаг основан на работе Чанга и Гая [4].

6. Глобальная оптимизация поверхностей NURBS. Выполняется глобальная оптимизация, которая учитывает соседние кластеры для обеспечения гладкости и непрерывности между поверхностями NURBS. Этот шаг улучшает качество аппроксимации и устраняет возможные разрывы между поверхностями.

7. Объединение поверхностей NURBS в единую сетку. Все поверхности NURBS объединяются в единую сетку, которая является приближением исходного облака точек. Объединенная сетка экспортируется в формат OBJ для дальнейшего использования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод позволяет эффективно преобразовывать квадратичную сетку в набор NURBS-поверхностей, что делает его полезным инструментом для обработки сложных геометрических данных. В будущем планируется улучшение алгоритма за счёт ускорения вычислений и поддержки более сложных сценариев, таких как обработка динамических облаков точек и интеграция с реальными CAD-системами.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] García-Ríos, I. Study and Application of NURBS and Free-Form Surfaces for Design and Architecture / I. García-Ríos, F.L. Del Blanco García, A. González-Uriel // Congreso Internacional de Expresión Gráfica Arquitectónica. – Cham : Springer International Publishing, 2022. – P. 314-323. DOI: 10.1007/978-3-031-04632-2_33.
- [2] Piegl, L. The NURBS / L. Piegl, W. Tiller // Book. in Monographs in Visual Communications, Springer Berlin Heidelberg, 1995. – 646p. DOI: 10.1007/978-3-642-97385-7.
- [3] Guan, B. Voxel-based quadrilateral mesh generation from point cloud / B. Guan, S. Lin, R. Wang [et al.] // Multimed Tools Applications. – 2020. – Vol. 79(29–30). – P. 20561–20578. DOI: 10.1007/s11042-020-08923-5.
- [4] Chang, Z. NURBS Curve Interpolation Algorithm Based on Improved Adams Method / Z. Chang, R. Gai // in 2023 2nd International Symposium on Control Engineering and Robotics (ISICER), Hangzhou, China: IEEE. – Feb. 2023. – P. 211–215. DOI: 10.1109/ISICER58777.2023.00042.
- [5] Dempster, A.P. Maximum Likelihood from Incomplete Data Via the EM Algorithm / A.P. Dempster, N.M. Laird, D.B. Rubin // Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology. – Sep. 1977. – Vol. 39(1). – P. 1–22. DOI: 10.1111/j.2517-6161.1977.tb01600.x.