

# Исследование влияния волновых aberrаций на искажение формирования световых кривых

Л.Б. Дубман  
Самарский национальный  
исследовательский университет им.  
академика С.П. Королева  
Самара, Россия  
lyuba.dubman13@gmail.com

**Аннотация** — Исследуется влияние вихревой фазовой сингулярности и волновых aberrаций на искажение картины формирования световых кривых.

**Ключевые слова** — световые кривые, полином Цернике, вихревой пучок, aberrация, преобразование Гиллиса, преобразование Фурье, интеграл Уиттекера

## I. ВВЕДЕНИЕ

Генерация оптических полей с заданной амплитудой и фазовым распределением является важной задачей в области оптической обработки данных и управления лазерными пучками [1, 2].

Вихревые пучки, имеющие фазовую сингулярность структуры, вызывают дислокации волнового фронта, что приводит к появлению точек с нулевой интенсивностью в центре вихря и спиральному распределению фазы вокруг этих точек. Исследование поведения оптических вихрей, внедренных в структурированные пучки, позволяет глубже понять их взаимное влияние [3].

Aberrации в оптических системах приводят к искажению волнового фронта, что обычно ухудшает качество изображения. Полиномы Цернике являются стандартным инструментом для описания таких aberrаций, поскольку они образуют полную ортогональную систему функций на единичном круге и позволяют разложить произвольный волновой фронт на составляющие, каждая из которых соответствует определенному типу aberrации [4].

В данной работе исследуется влияние вихревой фазовой сингулярности и волновых aberrаций на искажение формирования световых кривых с использованием преобразования Гиллиса и преобразования Фурье.

## II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Описание различных кривых на основе преобразования Гиллиса [5, 6] имеет следующий вид (для радиуса кривой):

$$R(t) = \left| \cos\left(\frac{m}{c} \cdot t\right) \right|^{n_1} \cdot \left[ \left| \frac{1}{a} \cdot \cos\left(\frac{m}{4} \cdot t\right) \right|^{n_2} + \left| \frac{1}{b} \cdot \sin\left(\frac{m}{4} \cdot t\right) \right|^{n_3} \right]^{-1/n_1}, \quad (1)$$

где  $a, b, c$  – масштабирующие параметры,  $n_1, n_2, n_3$  – параметры формы,  $m$  – порядок симметрии,  $t$  – параметрическая координата меняется от 0 до  $6\pi$ .

Формула, описывающая оптические вихри выглядит следующим образом [7]:

$$v(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{s^2}\right) (x + iy)^l, \quad (2)$$

где  $s$  – радиус Гауссова пучка,  $l$  – порядок вихря.

Функция, используемая для моделирования aberrаций, имеет вид [8]:

$$g(x, y) = \exp\left[i \cdot d \cdot Z_n(x, y)\right], \quad (3)$$

$d$  – величина aberrации,  $Z_n(x, y)$  – полином Цернике.

Выполнить расчёт комплексной функции для построения фокальных световых кривых можно с применением интеграла Уиттекера [9, 10]:

$$E(x, y) = \int_0^T w(t) \exp\left\{\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f_0}\right] R(t) [x \cos t + y \sin t]\right\} dt, \quad (4)$$

где функция  $w(t)$  представляет собой комплексный вес плоских волн,  $R(t)$  определяет расстояние от центра до точки на кривой.

На рис. 1 представлены кривые, построенные по формуле (1).

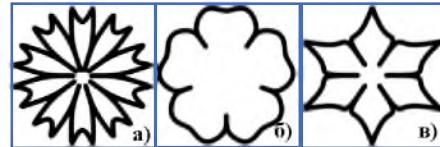


Рис. 1. Графики кривых а) астра; б) петуния; в) нарцисс.

## III. ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КРИВЫХ

Результат изменения амплитуды и фазы кривых, полученных с помощью выражения (4), после домножения на вихревой пучок (2) различного порядка, а также анализ изменений, рассчитанных на основе преобразования Фурье для этих модифицированных кривых, отображен в таблице I.

Таблица I. Анализ амплитудных и фазовых изменений кривой «АСТРА» при внесении вихревой фазы третьего порядка

	Исходное распределение кривой			
	Пространственный спектр		Вид сформированной кривой	
	Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза
Параметры	Пространственный спектр при внесении вихревого пучка (2)		Вид сформированной кривой	
	Амплитуда	Фаза	Амплитуда	Фаза

$l = 1 \text{ н}$ $s = 0,5$				
$l = 2 \text{ н}$ $s = 0,35$				
$l = 3 \text{ н}$ $s = 0,29$				
$l = 4 \text{ н}$ $s = 0,25$				
$l = 5 \text{ н}$ $s = 0,22$				

Рост  $l$  увеличивает количество витков фазы вокруг центра, что приводит к смещению интенсивности от центра к периферии. Фазовая особенность формирует характерное распределение амплитуды на периферии. Радиус гауссова пучка  $s$  не является основной причиной изменения периферийной части кривой (его уменьшение при росте  $l$  позволяет сохранять исходное поле примерно одинакового размера).

В таблице II представлены амплитудные характеристики кривых после внесения волновых aberrаций (3) различных типов. Отметим, что различные типы aberrаций заметно влияют на картину симметрии формируемой световой кривой. Такое свойство может быть полезно для визуализации, детектирования и распознавания типов aberrаций, в том числе, на основе методов машинного обучения [11, 12].

Таблица II. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВОЛНОВЫХ АБЕРРАЦИЙ НА АМПЛИТУДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИВОЙ “НАРЦИСС”

Исходное распределение кривой				
Величина aberrации	Вид кривой при внесении волновой aberrации			
	$Z_n(x, y) = 3(x^2 - y^2)$	$Z_n(x, y) = 6 * x * y$	$Z_n(x, y) = 4x(x^2 - 3y^2)$	
$d = 0,1$				
$d = 0,5$				
$d = 1$				

ПРОДОЛЖЕНИЕ ТАБЛИЦЫ II

$d = 1,5$			
$d = 2$			

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние вихревой фазовой сингулярности и волновых aberrаций на искажение формирования световых кривых. Применение преобразования Гилиса с подбором соответствующих параметров позволяет создавать модели сложных форм кривых. Было установлено, что фазовые модификации, такие как вихревые сингулярности, а также волновые aberrации, оказывают значительное влияние на изменение амплитуды кривых, позволяя не только описать их свойства, но и оценить тип и величину искажения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yang, Y. Optical trapping with structured light: a review / Y. Yang, Y.-X. Ren, M. Chen, Y. Arita, C. Rosales-Guzmán // *Advanced Photonics*. – 2021. – Vol. 3(3). – P. 34001–34040.
- [2] Jesacher, A. Full Phase and Amplitude Control of Holographic Optical Tweezers with High Efficiency / A. Jesacher, C. Maurer, A. Schwaighofer, S. Bernet, M. Ritsch-Marte // *Optics Express*. – 2008. – Vol. 16(7). – P. 4479–4486. DOI: 10.1364/OE.16.004479.
- [3] Porfirev, A.P. Phase singularities and optical vortices in photonics / A.P. Porfirev, A.A. Kuchmizhak, S.O. Gurbatov, S. Juodkazis, S.N. Khonina, Yu.N. Kul'chin // *Physics-Uspekhi*. – 2021. – Vol. 65(8). – P. 789–811. DOI: 10.3367/UFNe.2021.07.039028.
- [4] Khorin, P.A. Optical detection of values of separate aberrations using a multi-channel filter matched with phase Zernike functions / P.A. Khorin, S.G. Volotovskiy, S.N. Khonina // *Computer Optics*. – 2021. – Vol. 45(4). – P. 525–533. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-906.
- [5] Caratelli, D. The Robin problem for the Laplace equation in a three dimensional starlike domain / D. Caratelli, P. E. Ricci, J. Gielis // *Appl.Math.Comput.* – 2011. – Vol. 218(3). – P. 713–719. DOI: 10.1016/j.amc.2011.03.146.
- [6] Spíchal, L. Superelipsa a superformule / L. Spíchal // *Matematika-Fyzika-Informatika, Praha: Prometheus*. – 2020. – Vol. 29, No 1. – P. 54–69.
- [7] Котляр, В.В. Вращающиеся вихревые лазерные пучки: монография / В.В. Котляр, А. А. Ковалев, С.Н. Хонина. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2021. – 238 с. : ил. – ISBN 978-5-9221-1915-3.
- [8] Бездилько, С.Н. Полиномы Цернике в проектировании оптических систем. Часть 1 / С.Н. Бездилько, Т.С. Ровенская. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2020. – 126 с. – ISBN 978-5-7038-5520-5.
- [9] Khonina, S.N. Generation of multi-contour plane curves using vortex beams / S.N. Khonina, A.P. Porfirev // *Optik (Jena)*. – 2021. – Vol. 229. DOI: 10.1016/j.ijleo.2021.166299.
- [10] Rodrigo, J.A. Polymorphic beams and Nature inspired circuits for optical current / J.A. Rodrigo, T. Alieva // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6(35341). DOI: 10.1038/srep35341.
- [11] Rodin, I.A. Recognition of wavefront aberrations types corresponding to single Zernike functions from the pattern of the point spread function in the focal plane using neural networks / I.A. Rodin, S.N. Khonina, P.G. Serafimovich, S.B. Popov // *Computer Optics*. – 2020. – Vol. 44(6). – P. 923–930. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-810.
- [12] Khonina, S.N. Analysis of the wavefront aberrations based on neural networks processing of the interferograms with a conical reference beam / S.N. Khonina, P.A. Khorin, N.V. Petrov // *Applied Physics B*. – 2022. – Vol. 128(3). – P. 60–76. DOI: 10.1007/c00340-022-07778.