

УДК 519.6

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

© Потокин Д.А.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: m.ready888@gmail.com

Научный руководитель: Быкова Ю.С., доцент
*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

Ключевые слова: потеря устойчивости, сжатый стержень, метод конечных элементов, формула Эйлера.

Сжатые стержни (колонны, стойки, элементы ферм, раскосы, штоки механизмов) являются одними из самых распространенных и фундаментальных несущих элементов в самых разнообразных областях: от каркасов небоскребов, мостов и промышленных зданий до кранов и шасси самолетов. Именно для сжатых элементов проблема потери устойчивости часто является определяющей в проектировании, а не прочность материала. Внезапная потеря устойчивости происходит катастрофически, без значительных пластических деформаций, предупреждающих о разрушении. Классические решения (формула Эйлера, Ясинского, методы СНиП/СП) основаны на сильно идеализированных моделях: идеально прямые стержни, центральное приложение нагрузки, шарнирное закрепление концов, упругий материал. В реальности эти условия редко соблюдаются полностью.

Учитывая эти ограничения классических аналитических подходов, метод конечных элементов (МКЭ) представляется мощным инструментом для решения задач устойчивости в более сложных и приближенных к реальности условиях [2]. Однако, прежде чем применять МКЭ к неидеальным случаям, необходимо убедиться в корректности и точности создаваемых конечно-элементных моделей на базовых, верифицируемых примерах. В качестве такого базового случая в данной работе был выбран идеальный шарнирно опертый стержень, для которого существует точное аналитическое решение по Эйлеру [1; 3].

Для валидации подхода и демонстрации корректности конечно-элементных моделей было проведено сравнительное исследование устойчивости стального сжатого стержня (колонны) идеализированной геометрии, где применялись как классический аналитический метод, так и численное моделирование в двух независимых программных комплексах Ansys Workbench и SIMULIA Abaqus. Аналитический расчет критической силы выполнялся по классической формуле Эйлера для шарнирно опертого стержня (1):

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}. \quad (1)$$

Численное моделирование (МКЭ) проводилось в двух независимых программных комплексах – Ansys Workbench и SIMULIA Abaqus – для взаимной верификации результатов. В каждом пакете была построена трехмерная конечно-элементная модель стержня с использованием объемных (solid) конечных элементов.

Для моделирования шарнирного закрепления на обоих концах стержня были заданы граничные условия: запрещены линейные перемещения в плоскости предполагаемого изгиба, но разрешен свободный поворот вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости. К свободному концу стержня прикладывалась статическая осевая сжимающая нагрузка. В обоих программных продуктах расчет критической силы выполнялся с помощью линейного анализа потери устойчивости (Linear Buckling Analysis). Построенные конечно-элементные модели, заданные граничные условия и приложенная нагрузка представлены на рисунке 1.

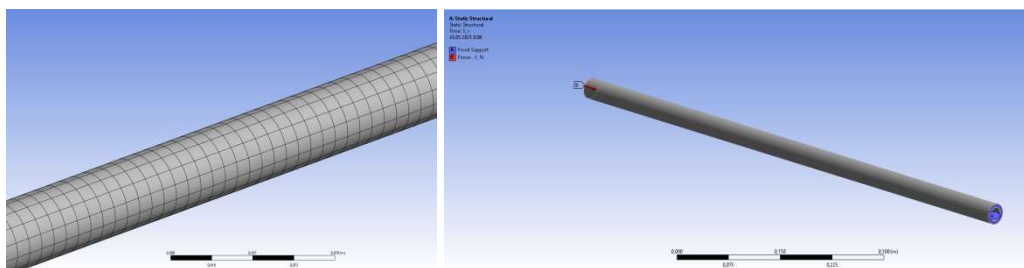


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель

Результаты расчетов критической силы $P_{кр}$ всеми тремя методами сведены в таблицу.

Таблица – Результаты расчетов

Аналитическое решение по формуле Эйлера, кН	Решение в Ansys Workbench, кН	Решение в SIMULIA Abaqus, кН
22,820	22,860	22,816

Анализ результатов выявил высокую точность совпадения: расхождение между результатами, полученными по формуле Эйлера, и результатами МКЭ-расчетов в обоих пакетах не превышает 0.2%. Такое незначительное отклонение находится в пределах ожидаемой точности численных методов и выбранной дискретизации. Это совпадение позволяет сделать следующий ключевой вывод: демонстрируется адекватность созданных МКЭ-моделей в Ansys Workbench и SIMULIA Abaqus, корректно описывающих поведение стержня при центральном сжатии.

Важным преимуществом МКЭ-анализа является возможность визуализации формы потери устойчивости. Как показано на рисунке 2 (а – Ansys, б – Abaqus), в обеих численных моделях наблюдается классическая синусоидальная форма выпучивания с одной полуволной. Это полностью соответствует теоретической форме основного тона потери устойчивости для шарнирно опертого стержня, что служит дополнительным подтверждением корректности моделирования.

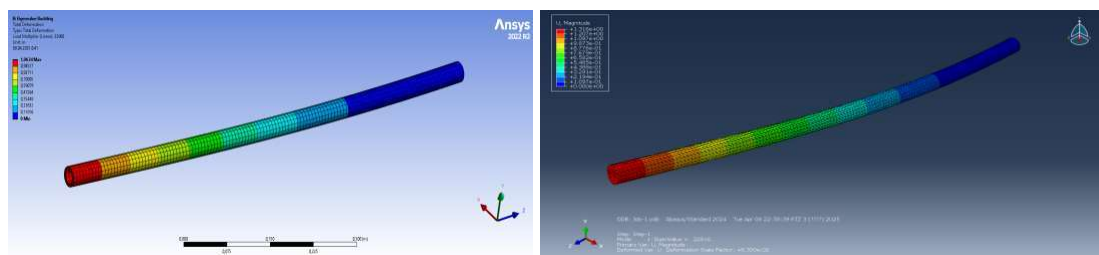


Рисунок 2 – Форма потери устойчивости а) в Ansys Workbench б) в SIMULIA Abaqus

Успешная валидация моделей на идеальном случае создает прочную основу для применения верифицированного МКЭ-подхода к исследованию более сложных и практических задач устойчивости. К таким задачам относятся учет начальных несовершенств, нелинейностей материала, сложных граничных условий – областей, где аналитические методы либо неприменимы, либо дают значительную погрешность.

Библиографический список

1. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. – М.: Физматгиз, 1962. – 856 с.
2. Игнатюк, В.И. Метод конечных элементов в расчётах стержневых систем / В.И. Игнатюк. – Брест: БГТУ, 2007. – 172 с.
3. Костенко, Н.А. Сопротивление материалов: учебное пособие / Н.А. Костенко. – Москва: Высш. шк., 2000. – 430 с.