

УДК 629.78

СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МАЛОРАЗМЕРНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЯМОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА

© Колесникова В.Е.

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

e-mail: kolesnikovanika72@gmail.com

Научный руководитель: Крамлих А.В., канд. техн. наук, доцент
*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация*

Ключевые слова: малоразмерный космический аппарат, терминальное управление, закон управления, прямой метод Ляпунова.

В случае описания углового движения малоразмерного космического аппарата (МКА) с помощью нормированного кватерниона q , кинематические уравнения имеют вид [1]:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega q + \frac{1}{2}q_4\omega, \quad (1)$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2}\omega^T q, \quad (2)$$

динамические уравнения Эйлера [1]:

$$J\dot{\omega} = \Omega J\omega + u + M_a + M_{gp}, \quad (3)$$

где q – векторная часть кватерниона, Ω – кососимметричная матрица, состоящая из компонентов угловой скорости, q_4 – скалярная часть кватерниона, ω – вектор угловой скорости, J – матрица моментов инерции, u – управляющий момент, M_a – аэродинамический момент, M_{gp} – гравитационный момент.

С помощью управляющего момента необходимо переориентировать МКА из некоторого начального состояния

$$q(t_0) = q_0, \quad \omega(t_0) = \omega_0 \quad (4)$$

в требуемое конечное

$$q(t_k) = q_k, \quad \omega(t_k) = \omega_k \quad (5)$$

за фиксированный интервал времени t_k .

Прямой метод Ляпунова требует задания функции Ляпунова, отвечающей требованиям теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости [2]. Кандидат-функцию Ляпунова зададим таким образом, чтобы она была положительно определенной:

$$V = \frac{1}{2}\omega^T K^{-1}J\omega + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + (q_4 - 1)^2 = \frac{1}{2}\omega^T K^{-1}J\omega + 2(1 - q_4), \quad (6)$$

где $K^{-1}J$ принимает положительное значение, так как $K = kJ$, в котором k – положительный коэффициент.

Найдем производную кандидат-функции Ляпунова:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\omega}^T K^{-1} J \omega + \frac{1}{2} \omega^T K^{-1} J \dot{\omega} - 2\dot{q}_4 = \omega^T K^{-1} J \dot{\omega} - 2\dot{q}_4. \quad (7)$$

Согласно второй теореме Ляпунова, необходимо, чтобы производная $\dot{V}$ была противоположного знака с V , следовательно, в данном случае отрицательно определенной. Как видно из формулы (7), нельзя утверждать, что производная $\dot{V}$ отрицательно определена. Для того чтобы задать определенность, подставим $J\dot{\omega}$ из (3) и $\dot{q}_4$ из (2) в (7):

$$\dot{V} = \omega^T K^{-1} (\Omega J \omega + u + M_a + M_{cp}) + \omega^T q. \quad (8)$$

Примем закон управления таким образом, чтобы он компенсировал гравитационный и аэродинамический моменты, при этом обеспечивая решение терминальной задачи управления:

$$u = -\Omega J \omega - M_a - M_{cp} - D\omega - Kq, \quad (9)$$

где $D = dJ$, в котором d – положительный коэффициент.

Подставив u из (9) в (8), получим:

$$\dot{V} = -\omega^T K^{-1} D \omega.$$

Таким образом, получаем выражение, удовлетворяющее второй теореме Ляпунова об асимптотической устойчивости.

Библиографический список

1. Шигаева, М.И. Сравнение методов управления ориентацией космических аппаратов / М.И. Шигаева. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022. – 36 с.
2. Барина, Е.В. Основы теории устойчивости движения применительно к задачам космической техники / Е.В. Барина. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2023. – С. 31.