ОЦЕНКА МОМЕНТА ТРЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ РОТОРА ОТНОСИТЕЛЬНО ОПОРЫ

А. В. Зеленский, О. В. Терехина

Самарский государственный аэрокосмический университет, г.Самара

Бесконтактные подвесы используются для левитации тяжелых маховиков накопителей энергии, роторов гироскопических приборов и других устройств, работающих в экстремальных условиях эксплуатации [1]. В отличие от подшипниковых опор, в подвесах отсутствуют силы трения, приводящие к изменению температурного режима, износу соприкасающихся поверхностей. Особенностью рассматриваемого вибронесущего бесконтактного подвеса является отсутствие перемещения газа под опорами. Это позволяет осуществлять подвес различных тел без расхода газа, причем пуск и остановка ротора, в отличие от газодинамических опор, характеризуется отсутствием сухого трения. Проведение серии экспериментов с вибронесущим подвесом сопряжено с известными техническими и финансовыми трудностями, поэтому представляется целесообразным, прежде всего, разработать и исследовать математическую модель данного устройства.

При вращении сферического ротора относительно бесконтактной вибронесущей опоры возникают потери на трение о газовую среду, что ведет к увеличению потребляемой мощности. Для определения тормозящего момента воспользуемся законом Ньютона для напряжения трения

$$\tau_T = -\mu \frac{dV}{dr},$$

где μ - динамическая вязкость газа; r - текущий радиус $(r_{\max} = R + x)$; V - линейная скорость.

Сила трения, действующая на элемент площади сферы равна:

$$dF = \tau_T dS.$$

Возникающий при этом момент трения равен:

$$dM_{TP} = \sin\otimes dF_2,$$

где $\otimes$ - угол между осью вращения и радиусом, проведенным к площади dS (рис. 1).

Полный момент трения определяем как интеграл по поверхности опоры:

$$M_{TP} = \int_S r\tau \sin\theta dS.$$

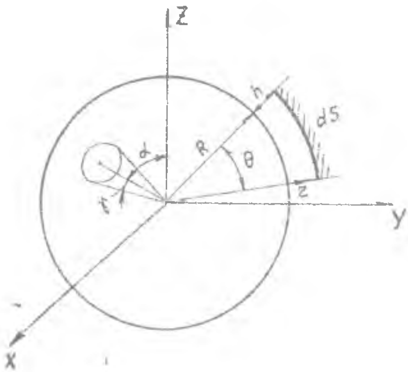

Рис. 1

Уравнение для нахождения момента трения между вращающейся сферой и одной опорой получим воспользовавшись системой уравнений Навье-Стокса в сферической системе координат.

Использование указанной выше системы уравнений связано со структурой газового потока между сферой и опорой, так как режим обтекания ламинарный (число Рейнольдса для реальных систем, имеющих $\delta = 1 \cdot 10^{-15}$ м, $n = (50 \div 100)$ об/сек, находится в интервале $10 \div 30$).

Если движение стационарно и происходит по концентрическим окружностям, расположенным в плоскости, перпендикулярной оси вращений (наихудший случай), то:

$$1.\ \upsilon_\theta = \upsilon_r = 0\ ;\ 2.\ \frac{\partial \upsilon}{\partial t} = 0\ ;\ 3.\ \frac{\partial \upsilon}{\partial \varphi} = 0\ .$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\eta}{r}\frac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 tg\theta}\frac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial \theta} - \frac{\upsilon_\varphi}{r^2 \sin^2\theta} = 0\ .$$

Приведем это уравнение к безразмерному виду, обозначив

$$\eta = \frac{r - R}{\delta}\ ;\ \theta_1 = \frac{\theta}{\pi}\ ;\ \varepsilon = \frac{\delta}{R}\ .$$

Уравнение будет иметь вид:

$$\left(\eta^2\varepsilon^2 + 2\eta\varepsilon + 1\right)\frac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial r^2} + \eta\left(\eta\varepsilon^2 + \varepsilon\right)\frac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial r} + \frac{\varepsilon^2}{\pi^2}\frac{\partial^2 \upsilon_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\varepsilon^2}{\pi(tg\theta\pi)}\frac{\partial \upsilon_\varphi}{\partial \theta_1} - \frac{\varepsilon^2 \upsilon_\varphi}{\sin^2(\theta\pi)} = 0.$$

Ввиду малости ε решение будем искать разложив выражение в асимптотический ряд по ε .

$$\upsilon_\varphi = \upsilon_\varphi^0 + \varepsilon \upsilon_\varphi + \dots \ .$$

В нулевом приближении:

$$\frac{\partial^2 \upsilon_\varphi^0}{\partial \eta^2} = 0.$$

Интегрирование этого уравнения с граничными условиями

$$\upsilon_\varphi = \omega R \sin\theta \qquad \text{при } \eta = 0;$$

$$\upsilon_\varphi = 0 \qquad \text{при } \eta = 1$$

приводит к следующему уравнению:

$$\upsilon_\varphi = \omega R (1-\eta) \sin\theta.$$

При этом напряжение трения и момент трения будут равны:

$$\tau_{TP} = \mu\omega \frac{R}{\eta} \sin\theta; \ M_{TP} = \int_\Omega \frac{M\omega R^4}{\eta} \sin^2 \theta d\Omega,$$

где Ω - телесный угол, в пределах которого производится интегрирование.

Для определения значения

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

воспользуемся шаровыми функциями:

P_2, Y_{20} - функции Лежандра 2-й степени.

Тогда

$$\cos^2\theta = \frac{1}{3}\left[\sqrt{4\pi} Y_{00}(\theta,\varphi) + \sqrt{\frac{16\pi}{5}} Y_{Z0}(\theta,\varphi)\right].$$

Шаровые функции Y при повороте системы координат на угол преобразуются как

$$Y_{Z0}(\theta,\varphi) = \sum_m D^2_{m'0}(\alpha,\beta,\gamma) Y_{m'}(\tilde{\theta},\tilde{\varphi}).$$

Коэффициенты $D_{m'0}$ составляют матрицу конечных вращений.

Подставим значения интеграла от $\sin^2\theta$, получим :

$$M_{TP} = \frac{\mu\omega R^4 \pi}{3n}\left[4\cos\gamma\left(3 + \cos^2\gamma - 3\cos^2\alpha \sin^2\alpha \cos\gamma\right)\right].$$

Список использованной литературы

1. Молотов П.Е., Зеленский А.В. Маховичные накопители энергии.- М.: Машиностроение, 2002. – 278 с.

2. Ляченков Н.В., Молотов П.Е. Применение бесконтактных подвесов в изделиях машиностроения. Самара; ИПО СГАУ, 1998.-178 с.