

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

А.С. ВИНОГРАДОВ

**Расчет показателей надежности деталей турбины
авиационных двигателей**

Электронное учебное пособие

САМАРА

2011

УДК 621.431.75

ББК

Автор: Виноградов Александр Сергеевич

Виноградов, А.С. Расчет показателей надежности деталей турбины авиационных двигателей [Электронный ресурс]: электрон. учебное пособие/ А.С. Виноградов; Минобр-науки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (Нац. исслед. ун-т). –Электрон. текстовые и граф. дан. (1,25 Мбайт). – Самара, 2011. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM). – Систем. требования: ПК Pentium; Windows 98 или выше.

Рассмотрены структура, основные необходимые теоретические сведения и последовательность выполнения курсовой работы. Курсовая работа состоит из четырех разделов: статистическая обработка экспериментальных данных, анализ схемной надежности объекта, вероятностная оценка запаса прочности детали объекта, определение ресурса детали группы «А». В каждом разделе выделены базовый и исследовательский уровень выполнения курсовой работы. Учебное пособие предназначено для подготовки специалистов 2 факультета 5 курса по специальности 160301 «Авиационные двигатели и энергетические установки», специализирующихся по направлениям «Интегрированные информационные технологии и управление проектами в авиадвигателестроении», «Информационные технологии проектирования и моделирования в авиадвигателестроении», а также, с сокращениями, по направлению «Информационные технологии в инновационном производственном менеджменте» (Государственный образовательный стандарт второго поколения - ГОС-2), и по специальности 160700 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей», специалистов и бакалавров по направлениям «Интегрированные информационные технологии и управление проектами в авиадвигателестроении», «Информационные технологии проектирования и моделирования в авиадвигателестроении», а также, с сокращениями, по направлению «Информационные технологии в инновационном производственном менеджменте» (Федеральный Государственный образовательный стандарт третьего поколения - ФГОС-3). Подготовлено на кафедре конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов СГАУ.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Статистическая обработка экспериментальных данных	5
1.1 Методические указания к выполнению раздела	5
1.2 Статистический закон распределения случайной величины ...	8
1.3 Эмпирическая функция распределения	9
1.4 Основные законы распределения случайных величин, используемых в математической статистике	11
1.5 Точечные оценки параметров нормального распределения	17
1.6 Критерий согласия χ^2	19
2 Анализ схемной надежности объекта	21
2.1 Методические указания к выполнению раздела	21
2.2 Метод структурных схем	22
2.3 Метод логических схем	26
3 Вероятностная оценка запаса прочности детали объекта	28
3.1 Методические указания к выполнению раздела	28
3.2 Запасы прочности	29
3.3 Вероятность разрушения детали	32
3.4 Связь вероятности разрушения с запасом прочности	34
4 Определение ресурса детали группы «А»	36
4.1 Методические указания к выполнению раздела	36
4.2 Критерии прочности	37
4.3 Коэффициенты запаса по долговечности	38
4.4 Определение запасов прочности и долговечности деталей с учетом работы на различных режимах	39
4.5 Определение запасов циклической долговечности	40
4.6 Определение запаса долговечности по времени деталей турбины	43
4.7 Расчет диска на циклическую долговечность (малоцикловую усталость)	55
Заключение	66
Список используемой литературы	67

ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа состоит из четырех разделов.

В первом разделе по статистическим данным наработки на отказ проводится расчет эмпирических характеристик надежности объекта, а затем устанавливаются теоретические функции распределения отказов. Знание функций распределения позволяет осуществить контроль уровня надежности в период эксплуатации объекта, уточнить возможность дальнейшего увеличения ресурса, рассчитать и откорректировать сроки профилактических работ по совершенствованию объекта с целью повышения уровня его надежности. В разделе проводится первичная обработка статистических данных, расчет эмпирических характеристик надежности, определение параметров распределения, проверка правильности принятой гипотезы о виде распределения.

Во втором разделе выполняется анализ схемной надежности объекта с помощью методов структурных и логических схем.

В третьем разделе проводится оценка запаса прочности диска ГТД. По проведенному расчету диска в конечноэлементном комплексе ANSYS определяются максимальные напряжения. Затем по значениям коэффициента запаса и вариациям параметров действующих напряжений оценивается вероятность безотказной работы.

Диск целесообразно взять с чертежа двигателя в программе «Компас». При этом студент осваивает перенос детали, построенной в графической программе, в ANSYS для расчета этой детали на прочность.

В четвертом разделе для проектируемых в составе рабочего колеса лопатки и диска определяются коэффициенты запаса долговечности по времени до разрушения и запасы по циклической долговечности. Расчет коэффициентов запаса выполняется на основе имеющихся результатов расчета на прочность соответствующих деталей для обоснованного цикла нагружения. Расчеты на прочность с учетом пластичности выполняются в конечноэлементном комплексе ANSYS. Для лопатки рассматривается трехмерная модель, для диска может использоваться двумерная модель.

Задания на курсовую работу по всем разделам содержат базовую и исследовательскую части. Выполнение работы на отличную оценку предполагает проведение соответствующих расчетных исследований.

Данная курсовая работа рассматривается как часть сквозного курсового проекта выполняемого студентами специальностей 160301 «Авиационные двигатели и энергетические установки» и 160700 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей», т.к. проектирование двигателя не может считаться завершенным без определения его показателей надежности.

1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

1.1 Методические указания к выполнению раздела

Каждому студенту в соответствии со своим номером варианта требуется:

- составить интервальную таблицу частот;
- построить гистограмму;
- получить точечные оценки для математического ожидания и дисперсии;
- найти доверительный интервал для математического ожидания;
- аппроксимировать гистограмму теоретическим нормальным законом распределения;
- сделать выводы о согласовании теоретического и статистического законов распределений.

Порядок выполнения работы

Базовый уровень.

- По данной выборке объема n строится статистический ряд

y_1	y_2	$\dots$	y_e
n_1	n_2	$\dots$	n_e

- где $y_1 < y_2 < \dots < y_e$ элементы выборки, записанные в порядке возрастания, n_i – частоты появления одинаковых значений случайной величины X .
- На основе статистического ряда строится сгруппированная выборка. Для этого задается определенный отрезок $[a, b]$, внутри которого расположены все элементы исследуемой выборки, число интервалов k , на которое делится этот отрезок. Находятся длины интервалов $h = \frac{b-a}{k}$, концы интервалов $x_i = a + (i-1)h$, середины интервалов $z_i = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1})$ и соответ-

вующие эмпирические частоты m_i (m_i – число элементов выборки, попавших в i – й интервал), $i = 1, 2, \dots, k$. Результаты вычислений заносятся в таблицу:

Номер интервала	Границы интервала	Середины интервалов	Эмпирические частоты
i	x_i, x_{i+1}	z_i	m_i
1			
2			
$\vdots$			
k			

- Строится график эмпирической функции распределения

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & x \leq z_1 \\ \frac{1}{n}(m_1 + \dots + m_i), & \text{при } z_i < x \leq z_{i+1}, \quad (i = 1, 2, \dots, k-1) \\ 1 & x > z_k \end{cases}$$

- Строится гистограмма – фигура, состоящая из прямоугольников с основаниями $[x_i, x_{i+1}]$ и высотами $\frac{m_i}{nh}$.

- Находится выборочное среднее $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i z_i$, исправленная выборочная

дисперсия $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i \left(z_i - \bar{x} \right)^2$; исправленное выборочное среднее

квадратическое отклонение $S = \sqrt{S^2}$.

- Строится график плотности вероятности $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2S^2}}$ случайной величины X , распределенной по нормальному закону.

- Проверяется гипотеза о нормальном распределении случайной величины X с математическим ожиданием $a = \bar{x}$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = S$ с помощью критерия χ^2 Пирсона или по критерию Колмогорова.

Проверка согласованности распределения по критерию Пирсона выполняется в следующей последовательности.

Вычисляются теоретические частоты попадания случайной величины X в i – й интервал np_i , где

$$p_i = p\{x_i \leq X < x_{i+1}\} = \Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{S}\right).$$

Значения функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$ находятся по таблицам.

Если при некотором i эмпирическая или теоретическая частота меньше 5, тогда этот интервал объединяют с соседним, при этом теоретические и эмпирические частоты суммируются. После объединения получают r интервалов ($r \leq k$).

Составляется статистика χ^2 Пирсона $\chi_{набл.}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$.

Затем по закону уровня значимости α и числу степеней свободы $v = r - 3$ находится критическая точка $\chi_{\alpha, v}^2$ по таблице квантилей распределения χ^2 . Если $\chi_{набл.}^2 > \chi_{\alpha, v}^2$, то гипотеза отвергается. Если $\chi_{набл.}^2 \leq \chi_{\alpha, v}^2$, гипотеза принимается. Это не значит, что гипотеза верна.

При проверке согласованности распределения по критерию Колмогорова определяется накопленная частота, которая показывает, сколько наблюдалось вариантов со значением признака меньшим x - $m_i^{нак}$. Затем определяется накопленная частность - $\omega_i^{нак} = \frac{m_i^{нак}}{n}$. После строятся значения эмпирической функции распределения или накопленной частности. Находится параметр (статистика критерия Колмогорова):

$$D = \max |F(\bar{x}_i) - F(x_i)|,$$

определяющий максимальное расхождение между теоретической и эмпирической функциями распределения.

Вычисляется значение $\lambda = D\sqrt{n}$. По таблицам для уровня доверительной вероятности $\alpha=0,05$ определяют $\lambda_{кр}$. Если $\lambda < \lambda_{кр}$, то гипотеза принимается. Исследовательский уровень.

Для имеющихся экспериментальных данных необходимо подобрать закон распределения (распределение Стьюдента) и проверить соответствующую гипотезу.

1.2 Статистический закон распределения случайной величины

Предположим, что изучается дискретная или непрерывная случайная величина, закон распределения которой неизвестен. Для оценки закона распределения этой случайной величины и его числовых характеристик производится ряд независимых измерений $x_1, x_2, \dots, x_n$. Статистический материал представляют в виде таблицы, состоящей из двух строк, в первой из которых даны номера измерений, а во второй – результаты измерений.

i – номер измерения	1	2	...	n
x_i – результат измерения	x_1	x_2	...	x_n

Такую таблицу называют простым статистическим рядом.

Для того чтобы правильно оценить закон распределения случайных величин X , производят группировку данных. Если X – дискретная случайная величина, то наблюдаемые значения располагаются в порядке возрастания и подсчитываются частоты m_i или значение относительных частот (частотностей) m_i/n появления одинаковых значений случайной величины X . В результате получаем сгруппированные статистические ряды:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
m_i	m_1	m_2	...	m_k

x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
m_i/n	m_1/n	m_2/n	$\dots$	m_k/n

Если изучается непрерывная случайная величина, то группировка заключается в разбиении интервала наблюдаемых значений случайной величины на k частичных интервалов равной длины $[x_0; x_1], [x_1; x_2], [x_2; x_3] \dots [x_{k-1}; x_k]$ и подсчете частоты или частотности m_i/n попадания наблюдаемых значений в частичные интервалы. Количество интервалов выбирается произвольно, обычно не меньше пяти и не больше пятнадцати.

В результате составляется интервальный статистический ряд следующего вида:

Случайная величина X	$[x_0; x_1]$	$[x_1; x_2]$	$\dots$	$[x_{k-1}; x_k]$
m_i/n	m_1/n	m_2/n	$\dots$	m_k/n

Перечень наблюдаемых значений случайных величин X (или интервалов наблюдаемых значений) и соответствующих им частотностей m_i/n называется статистическим законом распределения случайной величины.

Статистические законы позволяют визуально произвести оценку закона распределения исследуемой случайной величины.

1.3 Эмпирическая функция распределения

Эмпирической функцией распределения случайной величины X называют функцию $F^*(x)$, определяющую для каждого значения x частность события $(X < x)$:

$$F^*(x) = n_x/n,$$

где n_x – число x_i , меньших x ; n – объем выборки.

Из теоремы Бернулли следует, что при достаточно большом объеме выбор-

ки функции $F^*(x)$ и $F(x) = F(X < x)$ мало отличаются друг от друга.

Эмпирическая функция распределения обладает всеми свойствами интегральной функции распределения:

1. значения эмпирической функции $F^*(x)$ принадлежат отрезку $[0,1]$;
2. $F^*(x)$ – неубывающая функция;
3. если x_1 – наименьшее, а x_n – наибольшее наблюдаемое значение, то $F^*(x) = 0$ при $x < x_1$ и $F^*(x) = 1$ при $x > x_n$.

Основное значение эмпирической функции распределения состоит в том, что она используется в качестве оценки функции распределения

$$F(x) = P(X < x).$$

Для наглядности, сгруппированные статистические ряды изображают в виде графиков и диаграмм. Наиболее распространенными графиками являются полигон и гистограмма. Полигон применяется для изображения как дискретных, так и интервальных статистических рядов, гистограмма – для изображения только интервальных рядов.

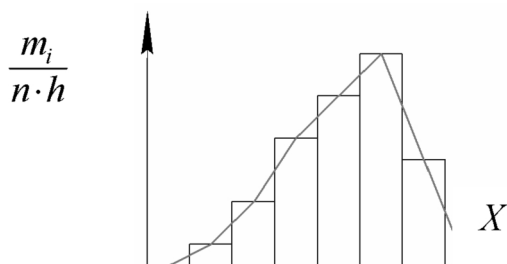


Рис. 1.1 Гистограмма

На рисунке 1.1 представлена гистограмма. На оси абсцисс откладываются частичные интервалы наблюдаемых значений случайной величины X , на каждом из которых строим прямоугольник, площадь которого равна частоте данного частичного интервала. Высота элементарного прямоугольника частотностей равна $m_i / n \cdot h$, где h – длина интервала.

Если на гистограмме частотностей соединить середины верхних сторон

прямоугольников, то полученная замкнутая ломаная линия образует полигон распределения частотностей.

1.4 Основные законы распределения случайных величин, используемых в математической статистике

Нормальное распределение

Нормальная модель распределения вероятностей играет исключительно важную роль в теории вероятностей и математической статистике. Главная особенность нормального распределения состоит в том, что оно является предельным, к которому приближаются другие распределения при соблюдении некоторых условий.

Нормальные распределения часто встречаются на практике в самых различных областях. Принято считать, что все ошибки измерений, вес деталей, размер деталей, дальность полета артиллерийского снаряда и многие другие случайные величины имеют нормальное распределение.

Нормальное распределение задается функцией плотности вероятности:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.1)$$

где a – математическое ожидание случайной величины X , т.е. $M(x) = a$;

σ – среднее квадратичное отклонение случайной величины X , т.е. $\sqrt{D(X)} = \sigma$, ($D(X)$ – дисперсия случайной величины).

Из формулы (1.1) видно, что нормальная модель зависит от двух параметров a и σ , поэтому ее называют двухпараметрической моделью распределения.

Если случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $M(x) = a$ и $\sigma = \sqrt{D(X)}$, то этот факт кратко записывают с помощью символической записи: случайная величина $X \in N(a, \sigma)$.

График функции плотности вероятности называют нормальной кривой или кривой Гаусса. Эта кривая изображена на рисунке 1.2.

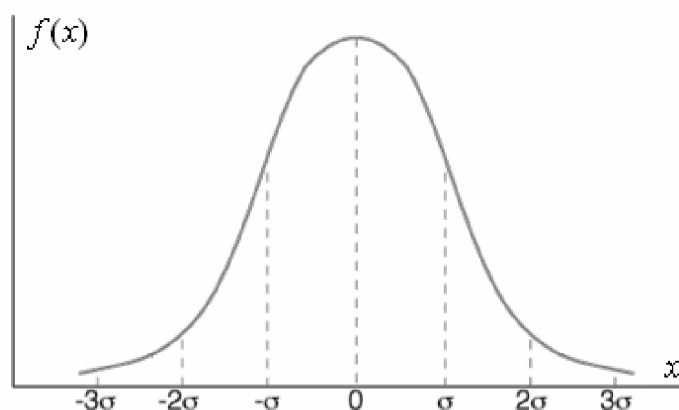


Рис. 1.2 Кривая Гаусса

1. $f(x)$ определена при всех $x \in \mathbb{R}$.
2. Кривая нормального распределения симметрична относительно прямой $x = a$.
3. Кривая Гаусса имеет максимум в точке $x = a$:

$$f(a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

4. Кривая Гаусса имеет две точки перегиба: $x_1 = a - \sigma$ и $x_2 = a + \sigma$.
5. Площадь, заключенная между кривой Гаусса и осью абсцисс, равна 1; между осью абсцисс, кривой Гаусса и прямыми $a \pm 2\sigma$ равна $\approx 0,95$.
6. При увеличении (уменьшении) параметра σ максимальная ордината уменьшается (увеличивается), смотри рисунок 1.4. Другими словами, параметр σ характеризует форму кривой, при неизменном положении центра кривой; так как площадь под кривой Гаусса всегда равна 1 $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \right)$, то, если σ увеличивается, то кривая становится плоско – вершинной, σ уменьшается – кривая Гаусса вытягивается вверх. Параметр σ иногда называют параметром масштаба.
7. Если изменять математическое ожидание a при неизменном σ , то кривая Гаусса будет смещаться вдоль оси абсцисс, т.е. параметр $a = M(x)$ характеризует положение кривой при неизменной форме. Иногда параметр a называют параметром сдвига (представлено на рисунке 1.3).

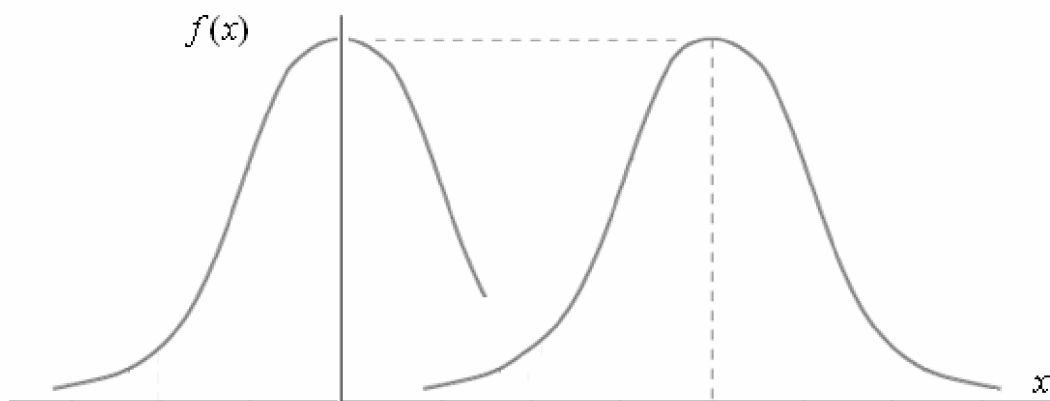


Рис. 1.3 Смещение кривой Гаусса

Если случайная величина $X \in N(a, \sigma)$, то случайная величина $U = \frac{x-a}{\sigma}$ имеет нормальное распределение с параметром $M(U)=0$ и $\sigma(U)=1$, т.е. $U \in N(0,1)$. Поэтому случайную величину $U = \frac{x-a}{\sigma}$ называют нормированной или стандартизованной нормальной величиной. Плотность распределения вероятностей нормированной случайной величины U имеет вид:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (1.2)$$

Функция распределения случайной величины $X \in N(a, \sigma)$ имеет следующий вид:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1.3)$$

Функция распределения нормализованной случайной величины

$$F(u) = P(U \leq u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-t^2/2} dt.$$

Для облегчения вычисления вероятности попадания случайной величины $X \in N(a, \sigma)$ в интервал $[\alpha, \beta]$ вводится нормированная функция Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du,$$

Тогда

$$\begin{aligned} P(\alpha < x < \beta) &= F(\beta) - F(\alpha) \Leftrightarrow \\ P(\alpha < x < \beta) &= \frac{1}{2} \left(\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right) \right). \end{aligned}$$

Используя нормированную функцию Лапласа, можно записать функцию распределения случайной величины $X \in N(a, \sigma)$ в виде:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

Распределение χ^2

Рассмотрим случайную величину Y , распределенную по нормальному закону $Y \in (a, \sigma)$. Тогда случайная величина $U = \frac{Y-a}{\sigma} = \chi^2$ распределена по нормальному закону с параметрами $M(U) = 0$ и $\sigma(U) = 1$, т.е. $U \in N(0, 1)$.

Квадрат такой стандартизованной случайной величины $U^2 = \left(\frac{Y-a}{\sigma}\right)^2 = \chi^2$ называется случайной величиной χ^2 с одной степенью свободы.

Рассмотрим n независимых случайных величин $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, распределенных по нормальному закону с $M(Y_i) = a_i$ и средними квадратическими отклонениями σ_i , $i = \overline{1, n}$.

Образует для каждой из этих случайных величин стандартизованную случайную величину $U_i = \frac{Y_i - a_i}{\sigma_i}$, $i = \overline{1, n}$.

Сумма квадратов стандартизованных переменных

$$\chi^2 = U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2 = \left(\frac{Y_1 - a_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{Y_2 - a_2}{\sigma_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{Y_n - a_n}{\sigma_n}\right)^2 \quad \text{называется}$$

случайной величиной χ^2 с $\nu = n$ степенями свободы.

Плотность распределения случайной величины χ^2 имеет вид:

$$f(\chi^2) = \begin{cases} 0, \\ \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} (\chi^2)^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}, \text{ если } \chi^2 \geq 0. \end{cases}$$

Итак, распределение χ^2 зависит от одного параметра ν - числа степеней свободы.

Функция распределения χ^2 имеет вид:

$$F(\chi^2) = P(\chi^2 < \chi_0^2) = \begin{cases} 0, \\ \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} \int_0^{\chi^2} (\chi^2)^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d(\chi^2), \text{ если } \chi^2 \geq 0. \end{cases}$$

На рисунке 1.4 изображены графики плотности вероятности и функции χ^2 – распределения.

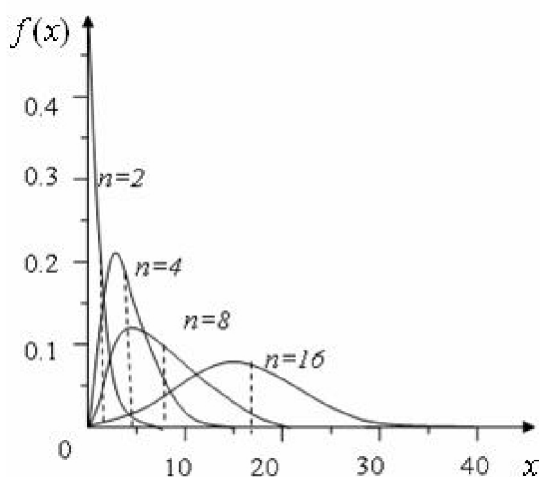


Рис. 1.4 Зависимость плотности вероятности в распределении χ^2 при разном числе степеней свободы

В практике, как правило, используются не $f(\chi^2)$ и $F(\chi^2)$, а квантили χ^2 – распределения $\chi_{\alpha, v}^2$. Квантилем $\chi_{\alpha, v}^2$, отвечающим заданному уровню вероятности α , называется такое значение $\chi^2 = \chi_{\alpha, v}^2$, при котором $P(\chi^2 > \chi_{\alpha, v}^2) = \int_{\chi_{\alpha, v}^2}^{\infty} f(\chi^2) d(\chi^2) = \alpha$.

Нахождение квантиля, с геометрической точки зрения, заключается в том, чтобы выбрать такое значение $\chi^2 = \chi_{\alpha, v}^2$, при котором площадь заштрихованной криволинейной трапеции была бы равна α .

Распределение Стьюдента

Распределение Стьюдента (t – распределение) имеет важное значение при статистических вычислениях, связанных с нормальным законом, а именно то-

гда, когда среднее квадратическое отклонение σ неизвестно и подлежит определению по опытным данным.

Пусть $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ – независимые случайные величины, имеющие нормальное распределение с параметрами $M(Y) = M(Y_i) = 0$ и $\sigma_Y = \sigma_{Y_i} = 1, i = \overline{1, n}$.

Случайная величина

$$t = \frac{Y}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2}} = \frac{Y}{\sqrt{\frac{1}{n} \chi_n^2}} \quad (1.4)$$

являющаяся функцией нормально распределенных случайных величин, называется безразмерной дробью Стьюдента.

Плотность распределения случайной величины t имеет вид:

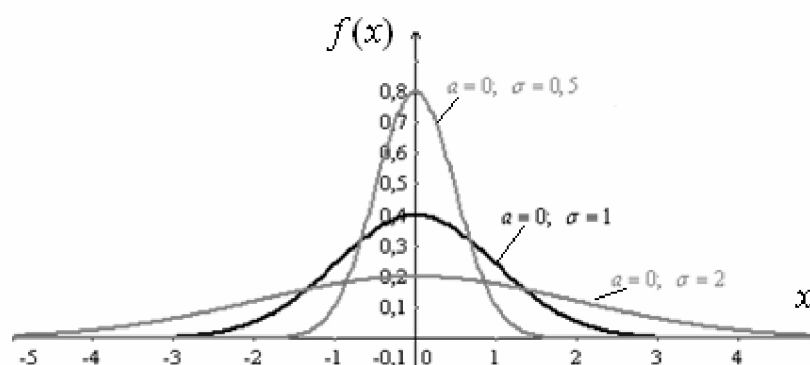
$$f(t) = S(t, \nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (1.5)$$

$$-\infty < t < +\infty$$

где ν - число слагаемых в подкоренном выражении дроби Стьюдента, т.е. $\nu = n$. Такое обозначение числа степеней свободы общепринято в математической статистике.

Из формулы (1.5) видно, что распределение случайной величины t зависит только от одного параметра – числа степеней свободы ν , равного числу слагаемых в подкоренном выражении дроби Стьюдента (1.4).

Известно, что математическое ожидание и дисперсия случайной величины t соответственно равны $M(t) = 0$; $D(t) = \frac{\nu}{\nu-2}$; ($\nu > 2$).



*Рис. 1.5 График плотности распределения Стьюдента
при различных степенях свободы*

На рисунке 1.5 изображен график плотности распределения Стьюдента при различных степенях свободы. Замечаем, что при увеличении числа степеней свободы v он приближается к кривой Гаусса.

В статистических расчетах используются квантили t – распределения $t_{\frac{\alpha}{2};v}$.

Значения квантилей находятся из решения уравнения: $P(|t| > t_{\frac{\alpha}{2};v}) = 2 \int_{t_{\frac{\alpha}{2};v}}^{\infty} f(t) dt = \alpha$.

С геометрической точки зрения, нахождение квантилей $t_{\frac{\alpha}{2};v}$ заключается в том выборе значения $t = t_{\frac{\alpha}{2};v}$, при котором суммарная площадь заштрихованных криволинейных трапеций была бы равна α .

1.5 Точечные оценки параметров нормального распределения

Пусть случайная величина X имеет нормальное распределение: $X \in N(a, \sigma)$. Параметры a , σ нормального распределения, как правило, неизвестны. С целью их определения производится эксперимент, в результате которого фиксируется n значений случайной величины $X : x_1, x_2, \dots, x_n$.

Результаты измерения $x_1, x_2, \dots, x_n$ рассматривают как выборку объема n из бесконечной генеральной совокупности. На основании этой выборки необходимо «оценить» (найти приближенные значения) двух параметров – математического ожидания a и среднего квадратического отклонения σ .

Вообще говоря, по результатам выборки, какого бы большого размера она ни была, нельзя определить точные значения неизвестных параметров a и σ ,

но можно найти их приближенные значения $\hat{a}, \hat{\sigma}$, которые называются оценками.

Для нахождения приближенных значений $\hat{a}, \hat{\sigma}$, неизвестных параметров a и σ нормального закона будем рассматривать функции вида:

$\hat{a} = \hat{a}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, которые называются выборочными функциями или статистиками.

Задача оценки неизвестных параметров a и σ сводится к нахождению таких статистик $\hat{a} = \hat{a}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, которые могут быть использованы для приближенного определения значений неизвестных параметров a и σ .

Оценки параметров подразделяются на точечные и интервальные. Точечная оценка параметра θ (где под θ будем понимать либо a , либо σ) определяется одним числом $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Интервальной оценкой называют оценку, которая определяется двумя числами $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ - концами интервала, накрывающего оцениваемый параметр θ .

Можно показать, что если случайная величина $X \in N(a, \sigma)$, то точечные оценки неизвестных параметров a и σ находятся по формулам:

$$\hat{a} = M(\bar{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (1.6)$$

$$\hat{\sigma} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.7)$$

Эти оценки обладают свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности.

1.6 Критерий согласия χ^2

Предположим, что по виду гистограммы или полигона частот или из каких-либо других соображений удастся выдвинуть гипотезу о множестве функций определенного вида (нормальных, показательных, биномиальных и т. п.), к которому может принадлежать функция распределения исследуемой случайной

величины X . Критерий χ^2 Пирсона позволяет производить проверку согласия эмпирической функции распределения $F^*(x)$ с гипотетической функцией распределения $F(x)$.

Для этого придерживаются следующей последовательности действий:

1. на основании гипотетической функции $F(x)$ вычисляют вероятность попадания случайной величины X в частичные интервалы $[x_{i-1}, x_i]$:

$$p_i = P(x_{i-1} \leq X < x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1}); \quad i = 1, 2, \dots, k;$$

2. умножая полученные вероятности p_i на объем выборки n , получают теоретические частоты np_i частичных интервалов $[x_{i-1}, x_i]$, т.е. частоты, которые следует ожидать, если гипотеза справедлива;

3. вычисляют выборочную статистику (критерий) $\chi^2: \chi_{набл.}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$.

Можно показать, что если гипотеза верна, то при $n \rightarrow \infty$ распределение выборочной статистики, независимо от вида функции $F(x)$, стремится к распределению χ^2 с $v = k - r - 1$ степенями свободы (k – число частичных интервалов, r – число параметров гипотетической функции $F(x)$, оцениваемых по данным выборки).

Критерий χ^2 сконструирован таким образом, что чем ближе к нулю наблюдаемое значение критерия χ^2 , тем вероятнее, что гипотеза справедлива. Поэтому для проведения гипотезы применяется критерий χ^2 с правосторонней критической областью. Необходимо найти по таблицам квантилей χ^2 – распределения по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $v = k - r - 1$ критическое значение $\chi_{\alpha, v}^2$, удовлетворяющее условию $P(\chi^2 \geq \chi_{\alpha, v}^2) = \alpha$.

Если $\chi_{набл.}^2 \geq \chi_{\alpha, v}^2$, то считается, что гипотетическая функция $F(x)$ не согласуется с результатами эксперимента. Если $\chi_{набл.}^2 < \chi_{\alpha, v}^2$, то считается, что гипотетическая функция $F(x)$ согласуется с результатами эксперимента.

Замечание. При применении критерия χ^2 необходимо, чтобы в каждом частичном интервале было не менее 5 элементов. Если число элементов (частота) меньше 5, то рекомендуется объ-

единять такие частичные интервалы с соседними.

2 АНАЛИЗ СХЕМНОЙ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТА

2.1 Методические указания к выполнению раздела

В теории надежности для разработки более удобной классификации методов и средств обеспечения и анализа уровня надежности все изделия делятся на простые и сложные. Простым изделием называется такое, когда все его элементы и узлы функционально составляют единую последовательную цепь и отказ любого отдельного элемента или узла вызывает отказ изделия в целом.

Сложным изделием называется такое, когда для выполнения заданных функций имеется несколько параллельно функционирующих узлов, агрегатов и систем или же когда могут быть использованы различные сочетания нескольких функциональных узлов и систем так, что в случае отказа таких узлов и систем работоспособность изделия в целом сохраняется. В соответствии с этим существует понятие физическая надежность, которая связана с надежностью отдельных элементов как простых, так и сложных изделий, и схемная надежность, которая применяется только для сложных изделий.

К сложным элементам газотурбинного двигателя можно отнести системы топливопитания, управления, регулирования, смазки, подачи воздуха.

Они состоят из большого числа гидравлических, электрических и механических агрегатов и узлов: насосов, кранов, регуляторов, электромагнитных реле, переключателей и др.

При расчете надежности сложных систем ГТД исходными данными являются: показатели надежности и модели отказов составных элементов системы; критерии отказа и структурная схема надежности системы.

Для расчета и анализа показателей надежности применяются метод структурных схем, метод логических схем и схемно-функциональный метод.

Порядок выполнения раздела является следующим.

Базовый уровень.

- По согласованию с преподавателем выбирается одна из систем проектируемого двигателя: масляная, топливная, запуска и т.д. Схема должна соответствовать конструкции двигателя и учитывать все его особенности.

- На основании принципиальной схемы системы составляется структурная схема и составляется уравнение для определения вероятности безотказной работы.

- Выбирая показатели интенсивности отказов элементов по согласованию с преподавателем, вычисляется вероятность безотказной работы системы.

- В выбранной системе выбирается узел, состоящий из элементов, имеющих несколько видов отказов, для которого вычисляется вероятность безотказной работы методом логических схем.

Исследовательский уровень.

Проектирование выбранной системы двигателя и ее элементов, исходя из заданного уровня надежности.

2.2 Метод структурных схем

Этот метод заключается в том, что рассматриваемое изделие представляется в виде структурной схемы, состоящей из суммы последовательных и параллельных звеньев.

Последовательным соединением называется система, для которой необходимым и достаточным условием нарушения работоспособности является отказ хотя бы одного элемента системы.

Параллельным соединением называется система, работоспособность которой нарушается только при условии отказа всех ее элементов.

Если в общем случае мы имеем n элементов, вероятность безотказной работы каждого из которых равна соответственно P_i , где $i=1, \dots, n$, то формулы для определения вероятности безотказной работы системы этих элементов имеют следующий вид:

для последовательного соединения:

$$P_{\text{послед}} = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot \dots \cdot P_n = \prod_{i=1}^n P_i \quad (2.1)$$

для параллельного соединения:

$$P_{\text{пар}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) = 1 - [(1 - P_1)(1 - P_2) \dots (1 - P_n)] \quad (2.2)$$

Для экспоненциального закона надежности $P = e^{-\lambda_i t}$. Тогда

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t}),$$

где i - время работы системы; λ_i - интенсивность отказов i -го элемента.

Для повышения надежности работы отдельных систем часто предусматривается резервирование, поэтому при расчете надежности необходимо учитывать все виды резервирования.

При общем резервировании с постоянным нагружением вероятность безотказной работы:

$$P_{op}(t) = 1 - \left[- \prod_{i=1}^n P_i(t) \right]^{m+1}, \quad (2.3)$$

где n - число последовательных элементов основной системы; m - кратность резервирования.

Среднее время безотказной работы резервированной системы

(проверить индексы)

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_{cp}} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = T_{cp} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1}, \quad (2.4)$$

где λ_{cp} и T_{cp} - соответственно интенсивность отказов и среднее время безотказной работы основной системы.

При раздельном резервировании с нагруженным резервом вероятность безотказной работы

$$P_{op}(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - [1 - P_i(t)]^{m_i+1} \right\}, \quad (2.5)$$

где n - число последовательных элементов основной системы; m_i - кратность резервирования i - го элемента.

Пример расчета надежности методом структурных схем

Рассмотрим расчет схемной надежности топливной системы самолета, представленного на рисунке 2.1.

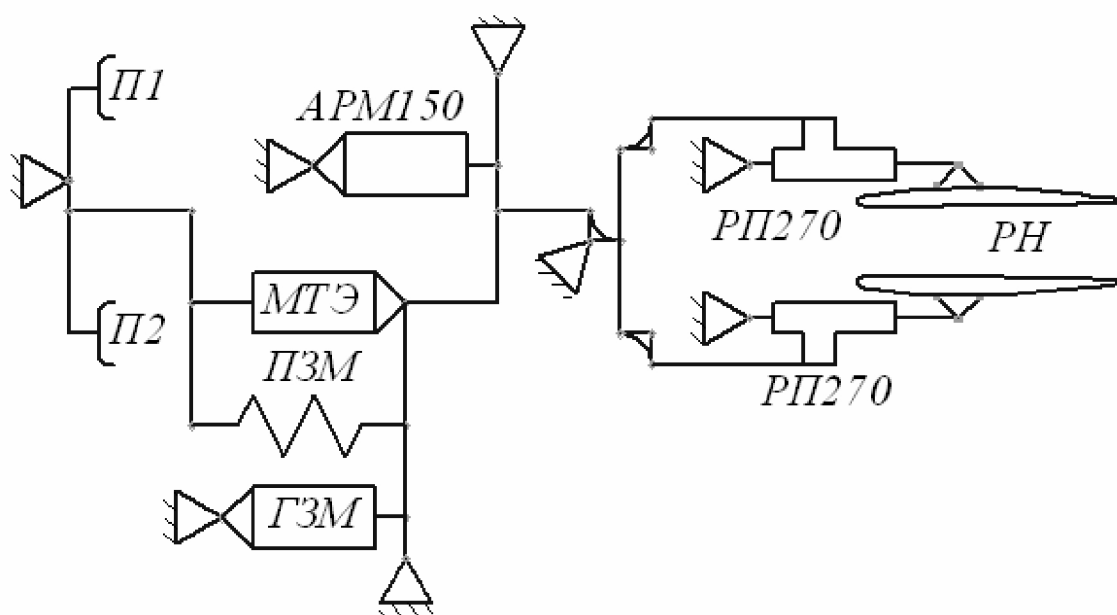


Рис. 2.1 Принципиальная схема топливной системы самолета

На основании принципиальной схемы составляем структурную схему топливной системы для расчета ее схемной надежности на основе определений последовательных и параллельных звеньев (смотри рисунок 2.2).

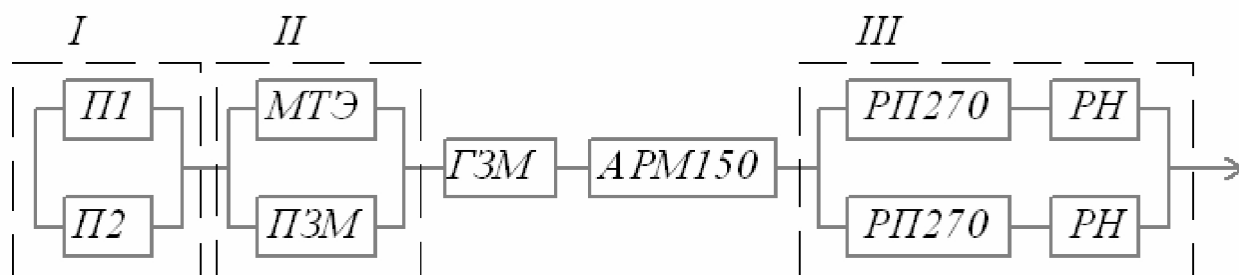


Рис. 2.2 Структурная схема топливной системы самолета

Для удобства расчета представим структурную схему в виде отдельных блоков I, II, III и составим для них расчетные уравнения:

$$P_I = (1 - (1 - P_{П1})(1 - P_{П2}));$$

$$P_{II} = (1 - (1 - P_{МТЭ})(1 - P_{ПЗМ}));$$

$$P_{III} = (1 - (1 - P_{РП}P_{РН})(1 - P_{РП}P_{РН}));$$

Запишем уравнение для расчета вероятности безотказной работы системы в целом: $P_{сист} = P_I \cdot P_{II} \cdot P_{ГЗМ} \cdot P_{АРМ} \cdot P_{III}$.

Для расчетного определения вероятности безотказной работы системы топливопитания необходимо знать данные по интенсивности отказов для всех элементов и агрегатов. Эти данные определяются по результатам статистической обработки неисправностей, выявляемых в эксплуатации.

Делая допущение, что плотность распределения вероятности отказов подчиняется экспоненциальному закону, можно определить вероятность безотказной работы каждого из элементов системы по уравнению:

$$P_I = e^{-\lambda t},$$

где t - время работы системы топливопитания. За расчетное время можно принять время одного полета.

Полученные данные сводятся в специальную таблицу.

2.3 Метод логических схем

Метод логических схем позволяет:

- рассчитывать сложные функциональные системы, выполняющие несколько функций;
- производить анализ возможностей выполнения заданных функций при наличии разнообразных отказов отдельных элементов и звеньев системы.

Определение вероятности безотказной работы системы и анализ ее надежности методом логических схем проводится с применением алгебры логики (алгебры Буля). В алгебре логики используются основные операции, обозначаемые символами "+" и "*". При логических операциях знак "+" имеет смысл "или", знак "*" соответствует "и". Например, запись $A_1 + A_2$ означает, что имеет место событие A_1 , или событие A_2 , запись $A_1 * A_2$ соответствует тому, что произошло событие A_1 , и A_2 .

Используя основные положения алгебры логики, можно определить вероятность безотказной работы двух параллельно включенных фильтров и двух агрегатов, включенных последовательно с фильтрами (рис. 2.3).

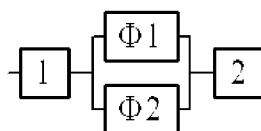


Рис. 2.3 Схема для определения вероятности безотказной работы

Поскольку каждый фильтр ($\Phi 1$ и $\Phi 2$) может иметь по два отказа (отказ по засорению сеток Q_{Φ}^1 и отказ по разрыву сеток Q_{Φ}^2), расчет надежности следует проводить методом логических схем.

Для определения вероятности безотказной работы необходимо:

1. Сформулировать условия безотказности: система будет работать безотказно, если:
 - все элементы работают безотказно;
 - произойдет отказ по засорению одного фильтра при условии безотказной работы других элементов;
 - произойдет отказ по засорению второго фильтра при условии безотказной работы других элементов.

Отказ по разрыву сеток фильтров считается недопустимым, так как при этом не будет обеспечиваться очистка рабочей жидкости от механических примесей.

2. Составить алгебраическое уравнение A безотказности:

$$S = A_1 A_{\phi 1} A_{\phi 2} A_2 + A_1 \bar{A}_{\phi 1} A_{\phi 2} A_2 + A_1 A_{\phi 1} \bar{A}_{\phi 2} A_2;$$

где $\bar{A}_{\phi 1}$ и $\bar{A}_{\phi 2}$ означает засорение фильтра.

3. Записать расчетное уравнение для определения вероятности безотказной работы в виде:

$$P_{\text{сист}} = P_1 P_{\phi 1} P_{\phi 2} P_2 + P_1 Q_{\phi 1}^1 P_{\phi 2} P_2 + P_1 P_{\phi 1} Q_{\phi 2}^2 P_2 = P_1 P_2 (P_{\phi 1} P_{\phi 2} + Q_{\phi 1}^1 P_{\phi 2} + P_{\phi 1} Q_{\phi 2}^2).$$

Здесь $Q_{\phi 1}^1$ и $Q_{\phi 2}^2$ - отказы фильтров 1 и 2 по засорению сеток. Вероятность безотказной работы элементов можно выразить через вероятность появления отказа q :

$$P_1 = 1 - Q_1; P_2 = 1 - Q_2; P_{\phi} = 1 - Q_{\phi} = 1 - (Q_{\phi 1}^1 + Q_{\phi 2}^2),$$

где Q_{ϕ}^1 - вероятность засорения фильтра; Q_{ϕ}^2 - вероятность разрыва сетки фильтра.

Подставляя в уравнение вероятности безотказной работы $P_1, P_2, P_{\phi 1}^1, P_{\phi 2}^2$, можно получить:

$$P_{\text{сист}} = (1 - Q_1)(1 - Q_2) * \\ * [(1 - Q_{\phi 1}^1 - Q_{\phi 1}^2)(1 - Q_{\phi 2}^1 - Q_{\phi 2}^2) + Q_{\phi 1}^1(1 - Q_{\phi 2}^1 - Q_{\phi 2}^2) + (1 - Q_{\phi 1}^1 - Q_{\phi 1}^2)Q_{\phi 2}^1].$$

В случае экспоненциального распределения вероятности отказов

$$P = e^{-\lambda t} \cong 1 - \lambda t, \text{ если } \lambda t \ll 1; q = 1 - (1 - \lambda t) \cong \lambda t.$$

Тогда:

$$P_{\text{сист}} = (1 - \lambda_1 t)(1 - \lambda_2 t) * \\ * [(1 - \lambda_{\phi 1}^1 t - \lambda_{\phi 1}^2 t)(1 - \lambda_{\phi 2}^1 t - \lambda_{\phi 2}^2 t) + \lambda_{\phi 1}^1 t(1 - \lambda_{\phi 2}^1 t - \lambda_{\phi 2}^2 t) + (1 - \lambda_{\phi 1}^1 t - \lambda_{\phi 1}^2 t)\lambda_{\phi 2}^1 t].$$

Подставляя в данную формулу значения интенсивностей отказов различных элементов, можно определить вероятность безотказной работы системы в течение t часов.

3 ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА ЗАПАСА ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛИ ОБЪЕКТА

3.1 Методические указания к выполнению раздела

Необходимый уровень прочностной надежности деталей достигается с помощью выбора надлежащих запасов прочности.

Базовый уровень.

- В проектируемой конструкции рабочего колеса выбирается конструкция диска и создается ее двухмерная модель.

- Для выбранного материала определяется предел выносливости и величина его разброса.

- Определяются нагрузки, действующие на диск, и выполняется расчет на прочность.

- По определенным максимальным напряжениям и по выбранной величине разброса этих напряжений вычисляется значение вероятности безотказной работы и запас долговечности.

Исследовательский уровень.

Выявление наиболее опасного концентратора напряжений и определение влияния его геометрических параметров на запас долговечности.

3.2 Запасы прочности

Необходимый уровень прочностной надежности деталей двигателей достигается с помощью выбора надлежащих запасов прочности.

Прочностная надежность деталей иногда оценивается сопоставлением наибольших напряжений в опасной точке с допускаемыми.

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]$$

Но величина $[\sigma]$ не дает представления о надежности в явном виде, т.к. для

этого надо знать предельные напряжения, которые вызывают разрушения детали. Величина $[\sigma]$ носит условный характер, т.к. она не отражает типа разрушения и режима разрушения, сильно зависит от геометрии детали, концентрации напряжений, материала и технологии изготовления.

Поэтому наибольшее распространение получило условие прочностной надежности по запасам прочности $K_{\sigma} = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma_{max}} \geq K_{min}$.

K_{min} – минимальное допускаемое нормами прочности значение запаса прочности.

$$K_{min} = \frac{\sigma_{пред}}{[\sigma]}$$

Практика показала, что значение K_{min} стабильно для данной детали, тогда как $\sigma_{пред}$ и $[\sigma]$ существенно зависят от применяемого материала, геометрии, качества заготовки и обработки, усилий нагружения.

При действии нормальных температур статическая прочность обычных конструкционных материалов (сталей, титана, легких алюминиевых сплавов) поэтому в качестве $\sigma_{пред}$ принимают σ_{σ} .

При воздействии высоких температур на горячие детали в течении длительного времени прочность материала падает и разрушающее напряжение принимается равным пределу длительной прочности $\sigma_{B,\tau}^t$.

Надежная работа деталей горячей части двигателя обусловлена возможностью деформации при отсутствии касания роторных деталей о статор (например). В этом случае используется предел ползучести $\sigma_{(\varepsilon/\tau)}^t$, определяемый напряжением, которое вызывает величину остаточной деформации ε за установленный ресурс τ при температуре t наряду с запасом прочности по напряжениям используют и другие запасы прочности.

- Запас по долговечности или числу циклов:

$$K_t = t_{pmin} / t_{max}$$

$$K_N = N_{pmin} / N_{max}$$

t_{pmin} и N_{pmin} – минимальное значение времени и числа циклов до разрушения.

t_{max} и N_{max} – максимальная длительность и число циклов нагружения.

- запас по силовому фактору.

$$K_\omega = \omega_{pmin} / \omega_{pmax} \quad K_T = T_{pmin} / T_{max}$$

$$K_P = P_{pmin} / P_{max}$$

ω_{pmin} , P_{pmin} , T_{pmin} – минимальные значения приводящих к разрушению параметров нагружения.

ω_{pmax} , P_{max} , T_{max} – наибольшее значение указанных параметров в рабочих условиях.

- запас усталостной прочности

$$K = \frac{\sigma_{-1N}}{\frac{K_\sigma}{\varepsilon\beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

где σ_{-1N} – предел выносливости на базе N циклов;

σ_a и σ_m – переменные и постоянные напряжения в опасной точке детали в рабочих условиях.

K_σ – коэффициент концентрации напряжений;

ε – коэффициент масштабного фактора

β – коэффициент поверхностных слоев

ψ_σ – коэффициент посторонних напряжений ($\psi_\sigma = 0, 1 \dots 0,3$)

Если переменные и постоянные напряжения изменяются не пропорционально, то используют понятие запаса по переменным напряжениям:

$$K_a = \frac{\sigma_{-1g} - \psi_{ag} \sigma_m}{\sigma_a}$$

$$\sigma_{-1g} = \frac{\varepsilon\beta\sigma_{-1}}{K_\sigma} \text{ – предел выносливости детали;}$$

$\psi_{\sigma g} = \frac{\varepsilon \beta \psi_{\sigma}}{K_{\sigma}}$ - коэффициент посторонних напряжений детали.

Минимальные значения параметров при разгрузке принимаются на основании технологических условий на материал и деталь, справочных сведений и результатов экспериментов. Наибольшее значение действующего параметра определяется для наиболее тяжелого режима. Условия определения запасов прочности строго оговариваются НТД.

3.3 Вероятность разрушения детали

При рассмотрении условий разрушения обычно составляется две группы параметров.

1. $\bar{S} (S_1, S_2, \dots, S_n)$ - Параметры характеризующие свойства конструкции.
2. $\bar{R} (R_1, R_2, \dots, R_m)$ - Параметры, характеризующие действующие нагрузки и напряжения.

В общем случае $n \neq m$.

В каждый момент времени параметры системы $\bar{S}$ и $\bar{R}$ представляют собой случайные числа и поэтому они имеют разбросы. Необходимо знать как величину самих разбросов, так и законы распределения параметров системы. Обычно они распределяются по нормальному или логнормальному закону.

Рассмотрим вариант, когда имеется два определяющих параметра и условие разрушения и условие разрушения можно представить в форме:

$$\varphi = S - R, > 0$$

где φ - функция качества.

Если $\varphi \leq 0$, то это - условие разрушения детали.

Так как S и R имеют разбросы, то их будет иметь и φ . Т.е. φ представляет собой композицию распределения S и R . На этом основании можно записать

$$\bar{\varphi} = \bar{S} - \bar{R}$$

(“ $\bar{}$ ” - мат. ожидание).

Разность двух нормальных случайных величин также имеет нормальное распределение, значит дисперсия:

$$D_{\varphi} = D_S + D_R$$

$$\text{Среднестатистическое отклонение } \sigma_{\varphi} = \sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_R^2}.$$

Площадь под кривой есть вероятность разрушения при наработке t . Т.е. вероятность прочностного отказа:

вероятность прочностного отказа:

вероятность прочностного отказа:

вероятность прочностного отказа:

$$Q(t) = P_{раз}(t) = \int_{-\infty}^0 f(\varphi) d\varphi$$

Т.к. φ распределяется по нормальному закону

$$f(\varphi) = \frac{1}{\sigma_{\varphi} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varphi - \bar{\varphi})^2}{2\sigma_{\varphi}^2}}$$

Тогда

$$P_{раз}(t) = \frac{1}{\sigma_{\varphi} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(\varphi - \bar{\varphi})^2}{2\sigma_{\varphi}^2}} d\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\frac{\bar{\varphi}}{\sigma_{\varphi}}} e^{-\frac{(\varphi - \bar{\varphi})^2}{2\sigma_{\varphi}^2}} d\left(\frac{\varphi - \bar{\varphi}}{\sigma_{\varphi}}\right)$$

Отношение математического ожидания к среднеквадратичному отклонению обозначим $\gamma = \frac{\bar{\varphi}}{\sigma_{\varphi}}$ – коэффициент неоднородности или гауссовская мера надежности.

ности.

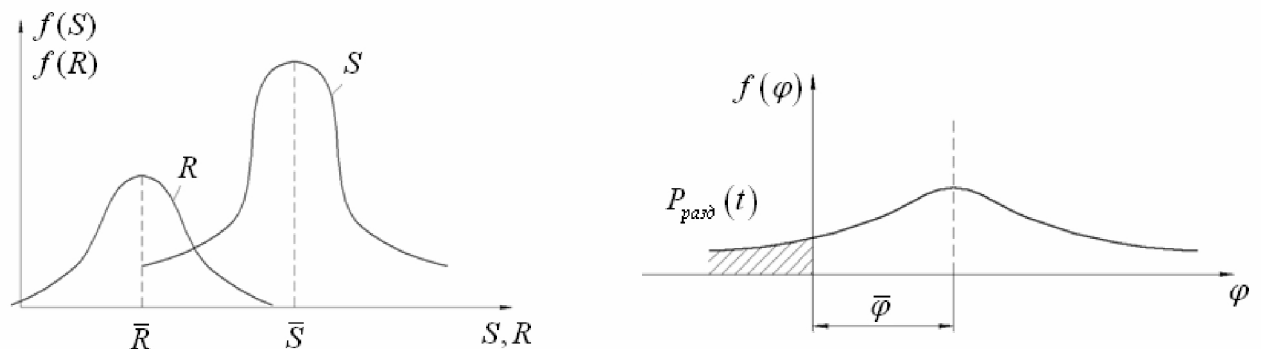


Рис. 3.1 Графическое определение вероятности разрушения детали

Коэффициент вариации $u = \frac{\sigma_\varphi}{\bar{\varphi}}$.

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\gamma} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \text{ где } u = \frac{\varphi - \bar{\varphi}}{\sigma_\sigma}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\gamma} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{u^2}{2}} du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{-\gamma} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Тогда, используя свойства функции Лапласа, получится:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi(x)$$

$$\Phi(0) = 0 \quad \Phi(-x) = -\Phi(x)$$

$$\Phi(x) = 0,5$$

$$Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\gamma} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 0,5 - \Phi(\gamma)$$

Где для двух независимых параметров;

$$\gamma = \frac{\bar{S} - \bar{R}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \text{ распределение по нормальному закону:}$$

3.4 Связь вероятности разрушения с запасом прочности

Рассмотренная схема статического распределения параметров прочности и действующих напряжений позволяет установить количественную связь между указанными величинами.

Наиболее просто величина $P_{\text{разд}}$ выражается через запас прочности по средним напряжениям

$$\bar{k} = \frac{\bar{S}}{\bar{R}}$$

Тогда

$$\gamma = \frac{\frac{\bar{S}}{\bar{R}} - 1}{\sqrt{\frac{\sigma_R^2}{\bar{R}^2} + \frac{\sigma_S^2}{\bar{S}^2}}} = \frac{\bar{k} - 1}{\sqrt{\frac{S^2}{\bar{R}^2} + \frac{\sigma_S^2}{\bar{S}^2} + u_R^2}} = \frac{\bar{k} - 1}{u_R^2 + u_3^2 \bar{k}^2}$$

С увеличением $\bar{k}$ γ будет увеличиваться, т.е. вероятность разрушения детали будет уменьшаться. С увеличением разброса предельных свойств конструкции $\bar{S}$ и действующих нагрузок $\bar{R}$ γ уменьшается и $Q(t)$ увеличивается требования к разбросу предельных свойств конструкции должны быть более жесткими, чем к действующих нагрузок.

4 Определение ресурса детали группы «А»

4.1 Методические указания к выполнению раздела

Развитие авиационного двигателестроения происходит в направлении возрастающей интенсификации рабочего процесса и повышения требований к весу и надежности. Сочетание таких противоречивых требований ставит новые проблемы перед созданием современных газотурбинных двигателей. Одной из наиболее важных проблем является увеличение основных параметров двигателя для получения более высоких КПД и связанных с ним улучшения экономической.

Однако с ростом основных параметров возрастает интенсивность газодинамических и тепловых процессов, что приводит к ужесточению условий работы ответственных деталей горячей части газотурбинного двигателя, одними из которых являются диски турбины и рабочие лопатки турбины, которые в процессе эксплуатации подвергаются сложному многофакторному нагружению и во многом ограничивающие ресурс двигателя.

С целью исследования закономерностей влияния составляющих нагрузок на истощение ресурса диска и лопаток турбины и прогнозирование их эксплуатационной долговечности проводится расчет предельного состояния лопатки и диска турбины проектируемого двигателя.

Базовый уровень.

- Для проектируемого рабочего колеса составляется расчетная схема лопатки и диска, включающая в себя геометрическую модель со всеми необходимыми размерами, действующие нагрузки, условия закрепления, принятые допущения и ограничения. Модель диска может быть выполнена двухмерной.

- Выбирается материал для каждой детали и задается его билинейная характеристика.

- Исходя из назначения двигателя, выбирается цикл нагружения с подробным обоснованием всех действующих режимов.

- Определяется коэффициент запаса долговечности по времени для диска и

лопатки.

- Выполняется расчет диска и лопатки на циклическую долговечность.
- Делается вывод о соответствии конструкции действующим нормам прочности.

Исследовательский уровень.

- Проектирование лопатки и соответствующего диска, исходя из заданного увеличенного значения ресурса.

4.2 Критерии прочности

Чтобы оценить работоспособность детали на режиме с напряжением σ , температурой T , временем работы t и соответствующими прочностными характеристиками материала, следует рассмотреть возможные пути отклонения этих параметров от расчетных значений. Считая каждое из возможных отклонений независимым, можно установить то значение параметра режима, при котором произойдет разрушение детали, если остальные параметры останутся неизменными. Запасом прочности по этому параметру называют отношение его разрушающей величины к действующей при неизменных значениях других параметров.

Таким образом, возможны три пути отклонения параметров режима от расчетных, приводящих к разрушению.

Запас прочности по напряжению, запас прочности по долговечности (по времени работы) и запас прочности по температуре.

Численно запасы прочности могут быть оценены коэффициентами запасов прочности:

- коэффициенты запаса по разрушающим нагрузкам (по разрушению K_σ , устойчивости – K_y);
- коэффициенты запаса по напряжениям (местным – K_m , общим нормальным – K_σ , касательным – K_τ , текучести – K_T , сопротивлению усталости – K_y и прочие);
- коэффициенты запаса по долговечности (по времени – K_τ , по числу

циклов (малоцикловая усталость) – K_N);

- коэффициенты запаса по местным деформациям – K_δ ;
- коэффициент запаса по перемещениям – K_Δ ;
- коэффициент запаса по температуре – K_t .

4.3 Коэффициенты запаса по долговечности

Для любой конструкции важнейшими параметрами, определяющими ее технические и экономические характеристики, являются устанавливаемые ресурсные показатели (назначенный, до первого капитального ремонта, межремонтный), исчисляемые обычно во времени часах или циклах. В отношении с процессами, протекающими во времени, такие как сопротивление ползучести и усталости, оговорены определенные методические и количественные требования по долговечности деталей ГТД. Для лопаток и дисков турбин таковыми являются нормирование запасов по ползучести и малоцикловой усталости, приведенные в таблице 1.

Таблица 4.1 Нормирование запасов по долговечности деталей турбин

Детали	Механизм повреждения	Критерий	Нормируемый запас
Рабочие лопатки турбин	Ползучесть	$\tau_{разр}(\sigma_\tau^t)$	$K_\tau > 8,0$
		$\tau_{разр}(\delta_{разр})$	$\delta_{допуст}$
	МЦУ	$N_{разр}(\Delta\delta_{разр})$	$K_N > 5,0$
Диски турбин	Ползучесть	$\tau_{разр}(\delta_{разр})$	$\delta_{допуст}$
	МЦУ	$N_{разр}(\Delta\delta_{разр})$	$K_N > 5,0$

Повреждение материала, развивающееся в процессе ползучести, приводит к разрушению, сопротивление которому называется длительной прочностью – σ_τ^t . Аппроксимированная кривая длительной прочности в общем виде является степенной функцией $\sigma^m t = A$, и может иметь переломы. Соответственно запас

прочности и запас долговечности связаны уравнением

$$K_{\tau} = (K_m)^{m^*},$$

где

K_{τ} – запас прочности,

K_m – запас долговечности,

m^* – показатель степени уравнения кривой длительной прочности.

Таким образом, определив запас местной прочности можно однозначно определить запас долговечности.

4.4 Определение запасов прочности и долговечности деталей с учетом работы на различных режимах

Цикл эксплуатации двигателя включает в себя достаточно большое число «длительных» режимов. Для определения запасов долговечности требуется анализ с учетом ползучести. Однако необходимо учитывать все «повреждающие» режимы работы двигателя.

Нормами прочности рекомендуется использование метода линейного суммирования повреждений.

В качестве характеристики повреждения от каждого режима нагружения используется отношение суммарной за ресурс длительности режима ко времени разрушения материала при нагрузке и температуре режима:

$$П_i = \frac{\tau_i}{\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)},$$

где

τ_i – суммарное время работы на i режиме за ресурс;

$\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)$ – время разрушения материала при нагрузке $\sigma_{\tau i}^t$.

Повреждения всех режимов линейно суммируются, и в качестве критерия разрушения принимается равенство суммы повреждений единице:

$$\Pi = \sum \Pi_i = \sum \frac{\tau_i}{\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)} = 1.$$

Тогда коэффициент запаса местной прочности может быть получен как:

$$K_m = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{\sum \frac{\tau_i}{\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)}}.$$

4.5 Определение запасов циклической долговечности

Для оценки долговечности на ранних стадиях проектирования Нормами прочности допускается расчетная оценка долговечности по модифицированному уравнению Мэнсона:

$$\Delta \varepsilon_i = \left[\ln \frac{1}{1 - \Psi(t, T)} \right]^{0,6} N^{-0,6} + \frac{3,5 [\sigma_{\text{дл}}(t, T) - \sigma_{mi}]}{E(T)} N^{-0,12},$$

где

N – циклическая долговечность детали (образца)

$\Delta \varepsilon_i$ – интенсивность размахов деформаций в опасной точке детали, приведенная к деформированному состоянию в гладких образцах, используемых для определения стандартных характеристик материала $\sigma_{\text{дл}}$, E , Ψ ;

σ_{mi} – интенсивность среднего напряжения цикла. Среднее напряжение цикла учитывается только в случае, если $\sigma_{mi} > 0$;

$E(T)$ – модуль упругости при максимальной температуре цикла в рассматриваемой точке детали;

$\sigma_{\text{дл}}(t, T)$ – предел длительной прочности, соответствующий максимальной температуре и времени действия расчетного режима;

$\Psi(t, T)$ – коэффициент поперечного сужения материала, соответствующий максимальной температуре и зависящий от длительности нагружения t и максимальной температуры цикла T

$$\Psi(t, T) = \Psi_0(t) \cdot t^m$$

здесь

$\Psi_0(t)$ – коэффициент поперечного сужения в исходном состоянии (нулевом цикле);

m – постоянная, характеризующая скорость охрупчивания материала, определяемая по экспериментальным кривым $\Psi(t)$. Для дисковых жаропрочных сплавов при отсутствии экспериментальных данных $\Psi(t)$ может быть принято

$$m = -0,1 \text{ при } T \geq 650^\circ\text{C}$$

$$m = 0 \text{ при } T < 650^\circ\text{C}$$

Значения величин σ , Ψ и E , используемые в уравнении Мэнсона, принимаются средними.

После установления факта получения установившегося цикла деформирования в анализируемой зоне определяют упругие и пластические деформации и эквивалентный размах (интенсивность) деформаций.

Параметры нагруженно-деформированного состояния при нагружении:

$$\varepsilon_{ij}^{e(load)} \text{ – упругие деформации,}$$

$$\varepsilon_{ij}^{pl(load)} \text{ – пластические деформации.}$$

Параметры нагруженно-деформированного состояния при разгрузке:

$$\varepsilon_{ij}^{e(unload)} \text{ – упругие деформации,}$$

$$\varepsilon_{ij}^{pl(unload)} \text{ – пластические деформации.}$$

Изменение (размах) параметров НДС в цикле нагружения:

$$\Delta\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^{e(load)} - \varepsilon_{ij}^{e(unload)} \text{ – размах упругих деформаций,}$$

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{pl} = \varepsilon_{ij}^{pl(load)} - \varepsilon_{ij}^{pl(unload)} \text{ – размах пластических деформаций.}$$

Интенсивность размахов:

$$\Delta\varepsilon_i^e = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^e - \Delta\varepsilon_{22}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{22}^e - \Delta\varepsilon_{33}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{33}^e - \Delta\varepsilon_{11}^e)^2 + \frac{3}{2}[(\Delta\varepsilon_{12}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{23}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{31}^e)^2]}$$

$$\Delta \varepsilon_i^{pl} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta \varepsilon_{11}^{pl} - \Delta \varepsilon_{22}^{pl})^2 + (\Delta \varepsilon_{22}^{pl} - \Delta \varepsilon_{33}^{pl})^2 + (\Delta \varepsilon_{33}^{pl} - \Delta \varepsilon_{11}^{pl})^2 + \frac{3}{2}[(\Delta \varepsilon_{12}^{pl})^2 + (\Delta \varepsilon_{23}^{pl})^2 + (\Delta \varepsilon_{31}^{pl})^2]}$$

В формулу Мэнсона входит размах продольной деформации $\Delta \varepsilon$ гладкого образца при одноосном растяжении-сжатии. Поэтому для сложного НДС в уравнение Мэнсона подставляется значение:

$$\Delta \varepsilon = \frac{3}{2(1 + \mu)} \Delta \varepsilon_i^e + \Delta \varepsilon_i^{pl},$$

здесь μ – коэффициент Пуассона.

Имея кривые МЦУ легко определить значение разрушающей долговечности.

Получить кривые МЦУ в деформациях можно расчетным способом. Для этого необходимо для каждого испытанного образца выполнить конечно-элементный упруго-пластический анализ нескольких циклов до получения установившегося размаха полной деформации и получить значения эквивалентного размаха полной деформации.

Для учета всех значимых типов циклов в повреждении конструкции используется гипотеза линейного суммирования повреждений.

В качестве повреждающей характеристики от каждого типа циклов нагружения используется отношение числа циклов за ресурс к разрушающему числу циклов данного типа:

$$P_i = \frac{N_i}{N_{ipazp}}$$

Повреждения всех режимов линейно суммируются, и в качестве критерия разрушения принимается равенство суммы повреждений единице:

$$P = \sum P_i = \sum \frac{N_i}{N_{ipazp}} = 1$$

Запас по числу циклов при этом определяется с учетом числа различных циклов в «обобщенном полетном цикле» решением уравнения:

$$K_N = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{\sum \frac{N_i \cdot \varepsilon_i}{N_{ipazp}}}$$

где ε_i — число циклов i -типа в обобщенном полетном цикле.

4.6 Определение запаса долговечности по времени деталей турбины

Зададим обобщенный полетный цикл для самолета-истребителя (рис. 4.1).

Проведем статический анализ детали на каждом режиме с учетом ползучести материала.

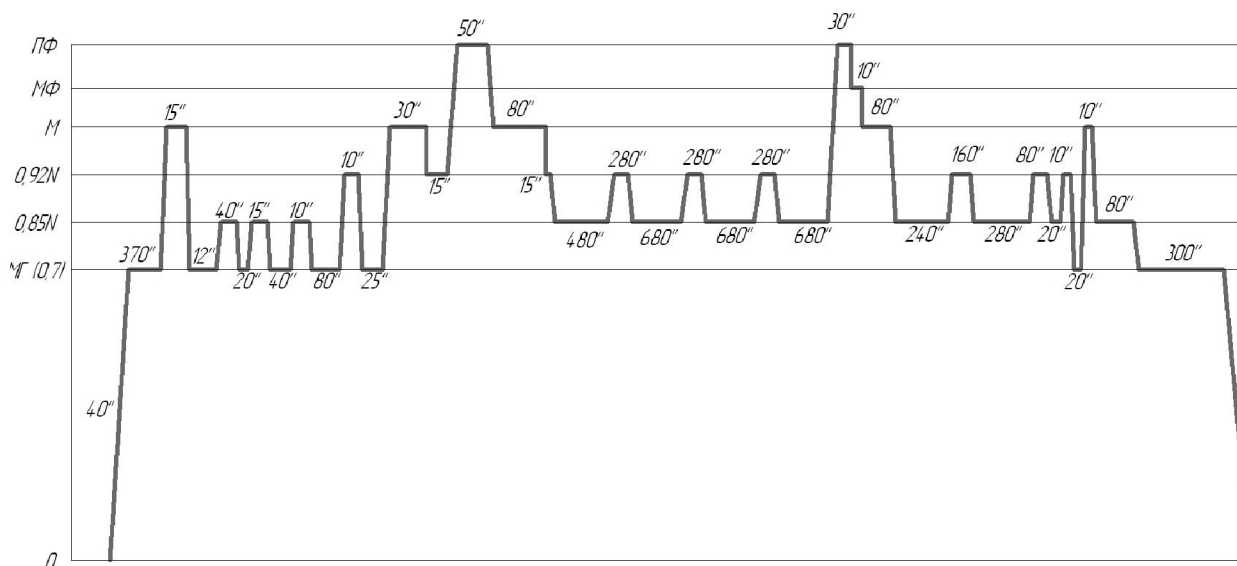


Рис. 4.1 Полетный цикл самолета-истребителя

Определение коэффициента запаса долговечности по времени диска ТВД

Расчеты диска будем проводить с использованием расчетного пакета ANSYS. Задачу можно решать как в плоской, так и в объемной постановке, главное корректно приложить граничные условия.

Сначала необходимо определить условия работы диска. Для этого целесообразно представить действующие на диск нагрузки в виде таблицы. Нагрузки определяются в зависимости от режима работы двигателя (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Действующие нагрузки на диск в зависимости от режима работы двигателя

Режим работы двигателя	Частота вращения, рад/с	Т _{мах} , °С	Т _{мин} , °С
МГ	1122	420	441
0,85N	1362	430	535
0,92N	1475	430	579
М	1603	450	630
МФ	1603	450	640
ПФ	1603	460	650

В данном примере задача решается с помощью плоской модели в осесимметричной постановке, а центробежные силы представлены в виде контурной нагрузки. Однако для достижения большей точности нужно рассматривать ротор в целом, так как на напряженное состояние влияют, кроме всего прочего, смещения в местах соединения диска с соседними деталями, а затем выделять рассматриваемый диск и выводить результаты только для него. При этом для расчета рекомендуется использовать элементы PLANE42 или PLANE82. Элементов должно быть два: для моделирования осесимметричных деталей ротора и для деталей, обладающих циклической симметрией. В опциях элементов необходимо указать соответственно Axisymmetric или Plane strs w/thk (рис. 4.2). В последнем случае так же необходимо в реальных постоянных указать сумму толщин для каждой детали, обладающей циклической симметрией. Так для лопасти это будет толщина некоторой ее части, умноженная на количество лопаток по окружности.

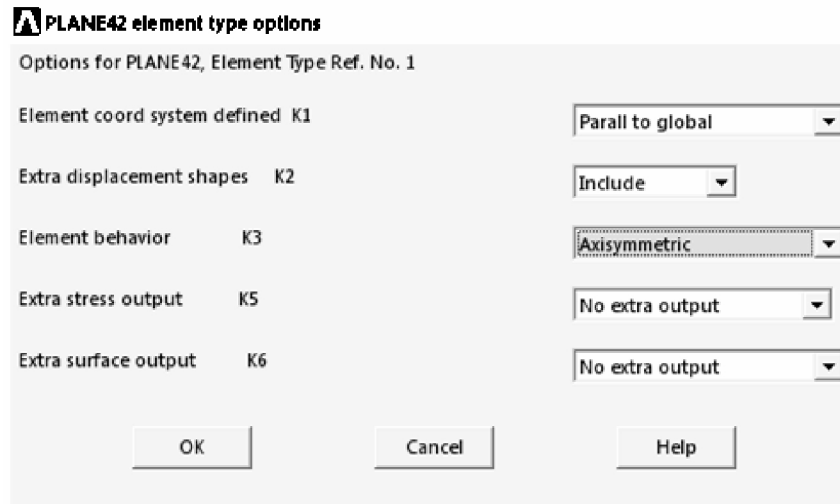


Рис. 4.2 Задание опций конечного элемента PLANE42

При моделировании радиальных сил с помощью контурной нагрузки за внешний расчетный диаметр диска принимается окружность радиуса r_k , которая проходит касательно к элементам конструкции крепления лопаток.

Рассчитать нагрузку можно по формуле:

$$P_k = z \cdot P_l + \pi \cdot (r_{em}^2 - r_k^2) \cdot h \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \frac{r_k + r_{em}}{2},$$

где

$$P_l = m_l \cdot \omega^2 \cdot \frac{r_n + r_{em}}{2};$$

z – число рабочих лопаток;

P_l – центробежная сила, возникающая от лопатки;

r_k – радиус обода диска;

r_{em} – радиус ступицы диска;

h – средняя толщина диска;

ρ – плотность материала диска;

ω – частота вращения диска.

Так как контурная нагрузка действует на всю поверхность замка, в виде

давления она определяется по формуле: $p_k = \frac{P_k}{S}$.

На диск действуют температурные нагрузки. Градиент температур от ступицы к ободу в первом приближении можно принять линейным.

Так же примем, что расчет производится для установившегося режима работы.

Расчетная схема диска приведена на рис. 4.3.

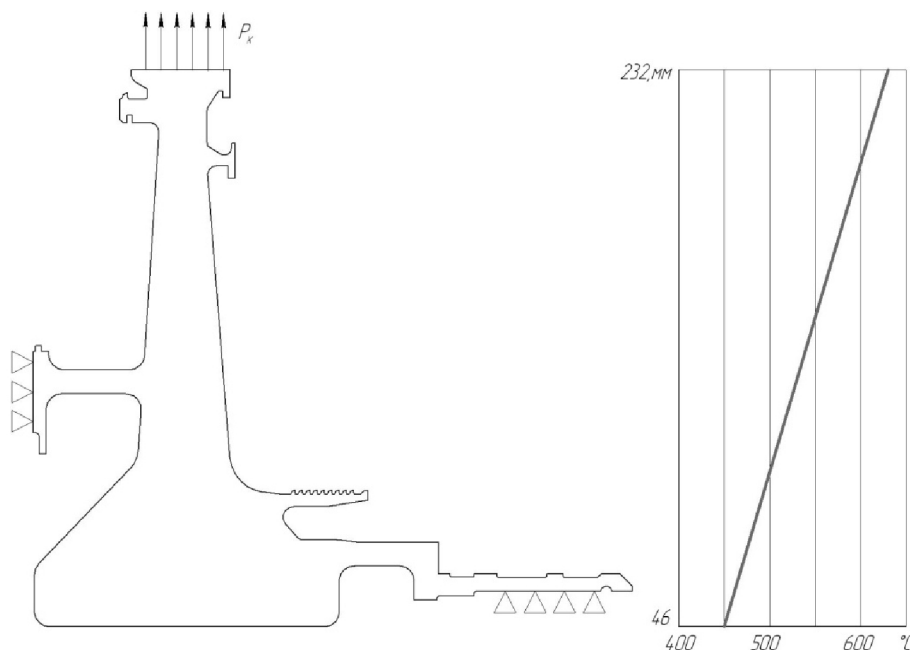


Рис. 4.3 Расчетная модель диска

Далее назначается материал диска. Для нашего случая это ЭП-742ИД. Для учета нелинейности расчета будем использовать билинейную аппроксимацию кривой деформирования материала (рис. 4.4). При этом необходимо знать предел текучести материала и тангенс угла наклона второго участка кривой деформирования.

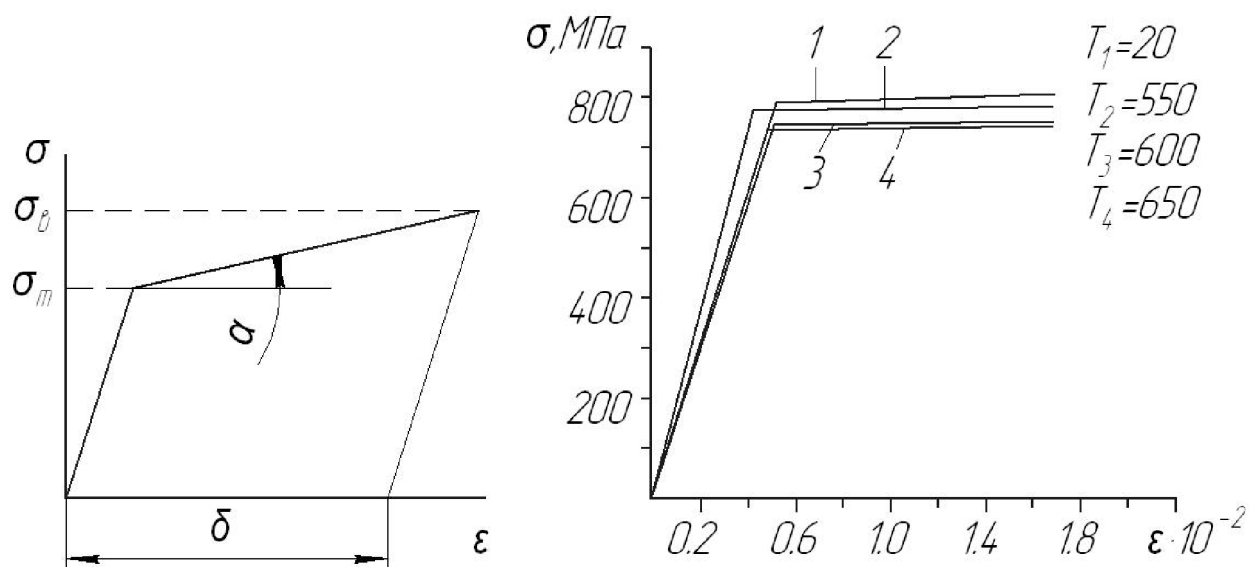


Рис. 4.4 – Билинейная аппроксимация кривой деформирования

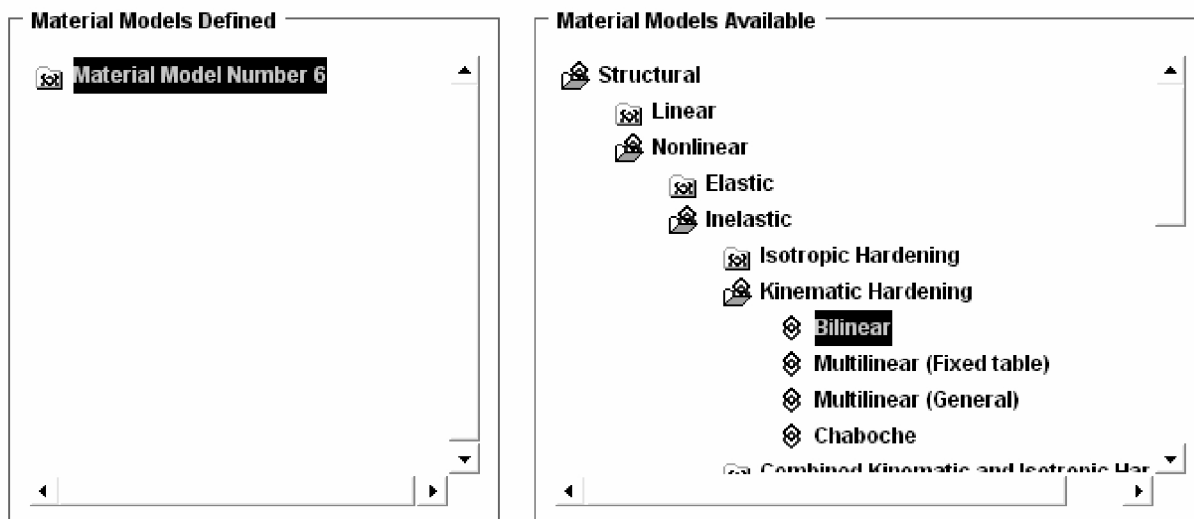
Если пренебречь составляющей упругой деформации при напряжениях равных пределу текучести, то можно считать, что тангенс угла наклона кривой равен отношению $tg\alpha = \frac{\sigma_0 - \sigma_m}{\delta}$.

Значения пределов прочности и текучести рекомендуется брать из справочников ВИАМ.

В ANSYS билинейная характеристика материала задается командой меню **MainMen – Preprocessor – MaterialProps – Material Models-Structural – Nonlinear – Inelastic – Kinematic Hardening – Bilinear** (рис. 5)

Define Material Model Behavior

Material Edit Help



Bilinear Kinematic Hardening for Material Number 6

Bilinear Kinematic Hardening for Material Number 6

Stress-Strain Options

Rice's Hard. Rule 

	T1	T2	T3	T4
Temperature	20	550	600	650
Yield Stss	830e6	800e6	840e6	790e6
Tang Mods	902.78e6	810.05e6	909.52e6	754.53e6

Add Temperature
Delete Temperature
Add Row
Delete Row
Graph

OK
Cancel
Help

Рис. 4.5 Задание билинейной аппроксимации кривой деформирования в ANSYS

В результате нелинейного расчета получим распределение эквивалентных напряжений в диске. Наиболее опасными будем считать точки, расположенные посередине ступицы (рис. 4.6).



Рис. 4.6 Распределение напряжений по диску

Для определения коэффициента запаса по долговечности удобно пользоваться обобщенной зависимостью длительной прочности материала от напряжений в параметрах Ларсона-Миллера (рис. 4.7).

Кривая представляет собой зависимость

$$P(\sigma_{\tau}^T) = T \cdot (\lg t_p + C),$$

где

T – абсолютная температура испытаний,

t_p – время разрушения образца;

C – постоянная, зависящая от материала.

Таким образом, зная значение напряжений по графику можно определить значение параметра Ларсона-Миллера, а, следовательно, определить время до разрушения при заданной температуре.

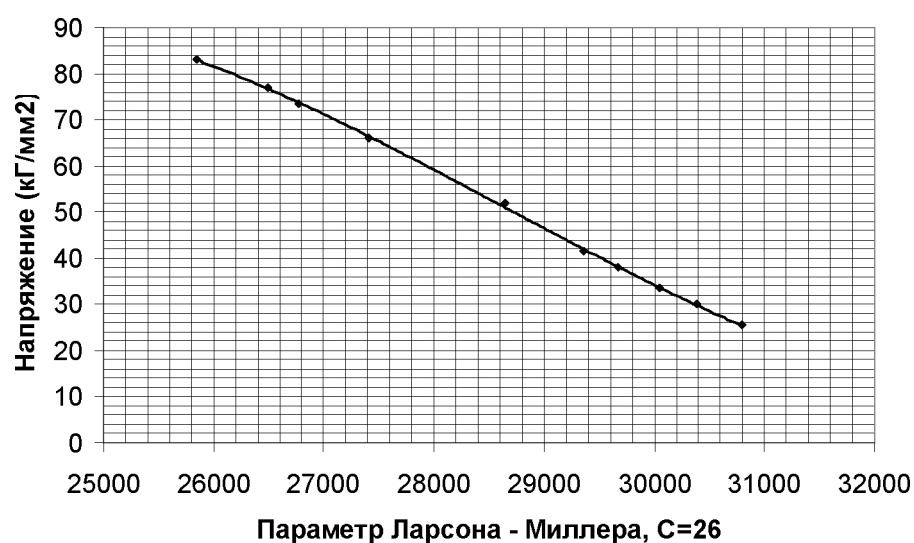


Рис. 4.7 Кривая длительной прочности материала ЭП742-ИД

В качестве повреждающей характеристики от каждого режима работы будем использовать отношение время работы двигателя на i -ом режиме к времени разрушения материала на этом же режиме, то есть $P_i = \frac{\tau_i}{\tau_{pi}}$.

Результаты расчета по различным режимам работы двигателя сведем в таблицу 4.3.

Таблица 4.3

Результаты расчета длительной прочности диска ТВД

Режим работы двигателя	$\sigma_{экр}$	$\Sigma \tau_i, \text{ час}$	$\tau_p, \text{ час}$	P_i
МГ	301	232,2	$1,23 \cdot 10^{22}$	$1,88 \cdot 10^{-24}$
0,85N	517	806	$2,87 \cdot 10^{17}$	$2,81 \cdot 10^{-19}$
0,92N	637	248	$2,79 \cdot 10^{14}$	$8,88 \cdot 10^{-15}$
М	760	77,5	$6,44 \cdot 10^9$	$1,20 \cdot 10^{-8}$
МФ	772	23,25	$1,24 \cdot 10^4$	0,001875
ПФ	762	20,15	$5,87 \cdot 10^4$	0,000343

Таким образом, просуммировав повреждения по всем режимам, получим суммарное повреждение $\Pi = \sum \Pi_i = 0,00221$. Тогда коэффициент запаса по дол-

говечности определится как $K_\tau = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{0,00221} = 452 > 8,0$.

Определение коэффициента запаса долговечности по времени лопатки ТВД

Строится конечноэлементная модель лопатки (рис. 4.8). Материалы задаются аналогично случаю с диском.

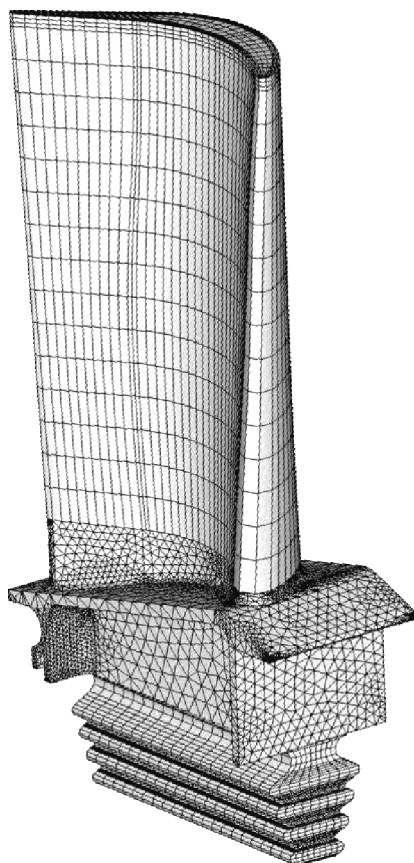


Рис. 4.8 Конечно-элементарная модель лопатки

На корытце пера лопатки приложим газовую нагрузку.

Интенсивности газовой нагрузки:

$$P_{\text{эп } i} = -\frac{G_6(C_{2u} - C_{1u})}{Z_n R} - \text{окружная},$$

$$P_{\text{га} i} = \frac{G_6(C_{1a} - C_{2a})}{Z_{\text{л}} \cdot R} - \frac{2\pi R \cdot (p_1 - p_2)}{Z_{\text{л}}} - \text{осевая.}$$

Суммарная погонная газовая нагрузка:

$$P_{\text{гн}} = \sqrt{P_{\text{га} i} + P_{\text{га} i}};$$

Направляющие косинусы для приложения нагрузки:

$$\cos \alpha = \frac{P_{\text{га} i}}{P_{\text{гн}}},$$

$$\cos \beta = \frac{P_{\text{га} i}}{P_{\text{гн}}};$$

Значения давлений, действующих на каждый участок лопатки, определяется с учетом длины сплайна, моделирующего корытце на каждом участке:

$$P = \frac{P_{\text{гн}}}{b_i}.$$

Закрепление модели проводится по рабочим поверхностям лопатки. Распределение температуры по высоте лопатки можно принять линейным (рис. 4.9).

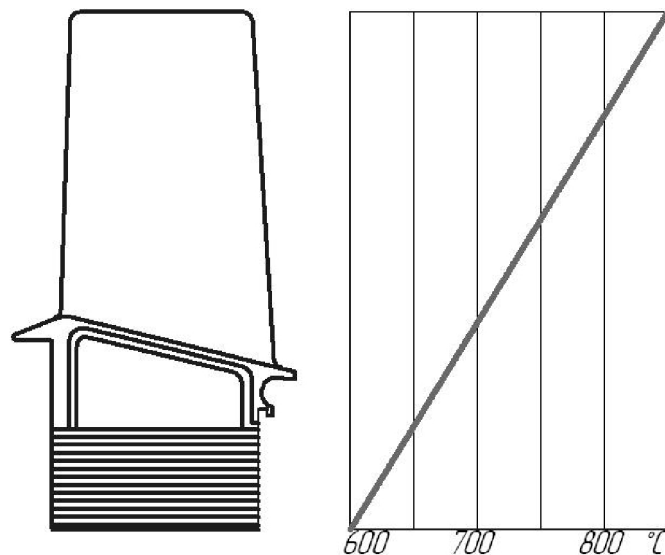


Рис. 4.9 Изменение температуры по высоте лопатки

Изменение газовой нагрузки в зависимости от режима принимается линейным, а температуры квадратичным. Нагрузки в зависимости от режима работы двигателя сводят в таблицу 4.4.

Таблица 4.4

Нагрузки на лопатку в зависимости от режима работы двигателя

Режим работы двигателя	Частота вращения	Газовая нагрузка	Т _{мах}	Т _{мин}
МГ	1122	$1,766 \cdot 10^3$	595	420
0,85N	1362	$2,145 \cdot 10^3$	722	510
0,92N	1475	$2,322 \cdot 10^3$	782	552
М	1603	$2,524 \cdot 10^3$	850	600
МФ	1603	$2,574 \cdot 10^3$	860	620
ПФ	1603	$2,650 \cdot 10^3$	870	630

Анализ результатов будем проводить на основе эквивалентных напряжений в лопатке (рис. 4.10). В качестве наиболее «опасных» будем считать точки наиболее удаленные от главных осей профиля лопатки в месте галтели пера – точки А, В и С, а так же точку с наибольшим значением эквивалентных напряжений D.

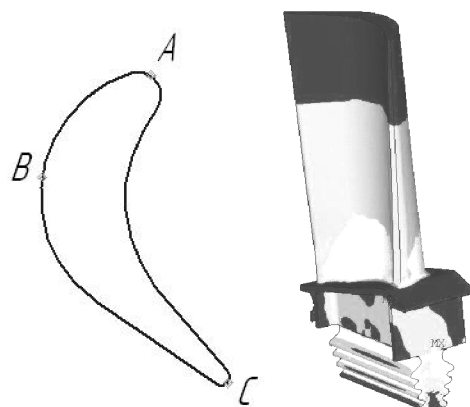


Рис. 4.10 Распределение напряжений в лопатке в наиболее опасных точках

По результатам расчета видно, что наибольшие накопления повреждений наблюдается в точках В и D.

Пользуясь кривыми Ларсона-Миллера для сплава ЖС6У определим время

разрушения материала при заданной температуре для каждого режима (рис. 4.11). Результаты сведем в таблицу 4.5.

Таблица 4.5

Результаты расчета длительной прочности лопатки ТВД

Режим работы двигателя	Точка	$\sigma_{экв}$	$\Sigma \tau_i, \text{ час}$	$\tau_p, \text{ час}$	Π_i
МГ	В	237	232,2	$1,61 \cdot 10^{13}$	$1,4 \cdot 10^{-10}$
	D	151		$1,93 \cdot 10^{18}$	$1,2 \cdot 10^{-16}$
0,85N	В	298	806	$12 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^{-4}$
	D	232		$39 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-5}$
0,92N	В	325	248	$81 \cdot 10^3$	0,0031
	D	249		$45 \cdot 10^4$	0,00055
М	В	354	77,5	2282	0,0339
	D	256		2848	0,0272
МФ	В	358	23,25	533	0,0436
	D	269		921	0,025
ПФ	В	361	20,15	511	0,0394
	D	274		588	0,034

Таким образом, просуммировав повреждения по всем режимам получим

$$\text{для точки В} - \Pi = \sum \Pi_i = \sum \frac{\tau_i}{\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)} = 0,0868, K_{\tau} = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{0,0868} = 11,52;$$

$$\text{для точки D} - \Pi = \sum \Pi_i = \sum \frac{\tau_i}{\tau_{\text{разр}}(\sigma_{\tau i}^t)} = 0,1201, K_{\tau} = \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{0,1201} = 8,33.$$

Нормами прочности установлен минимальный запас долговечности $K_{\tau} > 8,0$. Таким образом, лопатка ТВД удовлетворяет требованиям по запасу долговечности.



Рис. 4.11 Кривая длительной прочности материала ЖС6У

4.7 Расчет диска на циклическую долговечность (малоцикловую усталость)

В данном расчете будет учитываться количество смен режимов работы двигателя, поэтому исходными данными является обобщенный полетный цикл самолета (рис. 4.1). Заменяем временную диаграмму режимов работы двигателя цикловой. Таким образом, получим циклическую диаграмму работы двигателя (рис. 4.12). На каждом из режимов на диск действуют нагрузки, которые были определены ранее. Исключение составляет распределение температур по высоте диска, так как процесс задается во времени. Строго говоря, при переходе двигателя на новый режим работы необходимо решать тепловую задачу. Однако с целью упрощения расчетов на каждом из режимов работы двигателя по времени будем задаваться значениями температур на ступице и ободе диска, а распределение температур по полотну диска считать линейным. Так же будем

учитывать, что ступица диска прогревается гораздо дольше, чем обод диска при смене режима работы. Поэтому примем, что температура обода диска изменяется пропорционально изменению режима работы двигателя, а температура ступицы диска постепенно растет до момента ее прогрева (рис. 4.13).

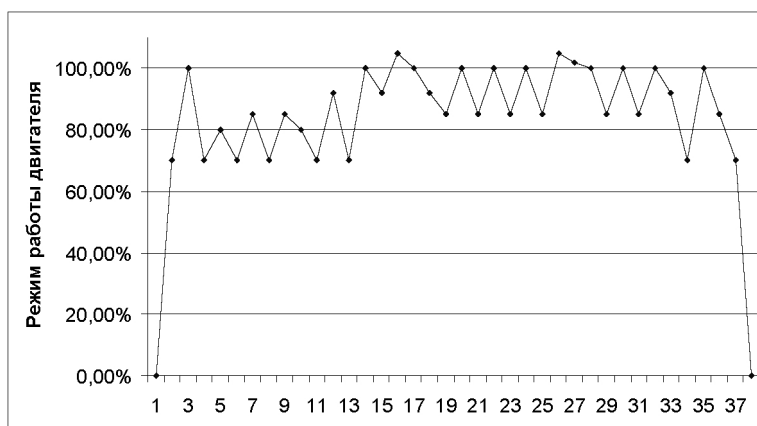


Рис. 4.12 Циклическая диаграмма работы двигателя

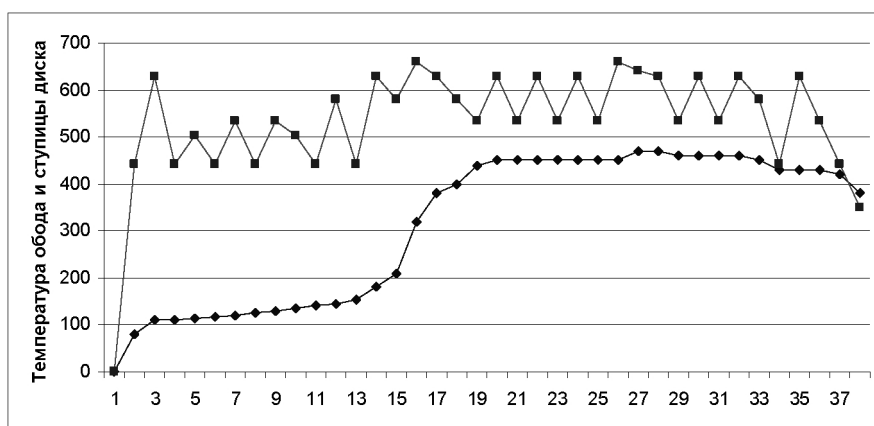


Рис. 4.13 Зависимость температуры обода и ступицы от режима работы двигателя

По каждому циклу работы двигателя определяем контурную нагрузку, частоту вращения, температуры обода и ступицы диска.

Материал задаем аналогично предыдущему расчету.

Чтобы провести расчет по заданной программе изменения нагрузок с учетом преднагружения в ANSYS предусмотрено пошаговое нагружение. Нагрузки и

граничные условия записываются в специальный файл, соответствующий одному режиму работы двигателя. Например, в нашем примере таких режимов в одном цикле 39. Соответственно для одного полетного цикла будет 39 файлов с нагрузками.

Для создания шагов нагружения необходимо последовательно для каждого режима в цикле выполнить действия:

1. Загрузить модель диска (лопатки или иной исследуемой детали);
2. Задать все необходимые свойства материалов;
3. Задать все граничные условия, усилия, центробежные и температурные нагрузки;
4. Записать файл нагрузок с помощью команды ***Solution – Write LS File***. В появившемся окне (рис. 14) необходимо ввести порядковый номер шага (режима в цикле);
5. Повторить пункты 3 и 4 для остальных режимов.



Рис. 4.14 Запись файла нагрузок в ANSYS

Для удобства создание файлов нагружения можно запрограммировать. Для этого необходимо в текстовом файле написать макрос. Например:

$n_ = 0.7$

$T_obod = 440$

$T_stup = 50$

$\Omega_{mega_} = 1603 * n_$

```
Kontur=(-1.5e4)*n_
```

```
OMEGA,0,Omega_,0,0
```

```
SFL,166,PRES,Kontur
```

```
! Приложение градиента температуры
```

```
*get,n_count, node, 0, count.
```

```
_tan=(T_obod-T_stup)/(R_max-R_min)
```

```
! Цикл от 1 до n_count
```

```
*do,i,1,n_count
```

```
! Производим нагружение i-того узла температурой
```

```
BF,i,TEMP,T_stup+(Nx(i)-R_min)*_tan
```

```
! Конец цикла
```

```
*enddo
```

```
!Запись в файл
```

```
LSWRITE,1,
```

Так для каждого режима. При этом для нового шага будут изменяться относительные обороты ротора ($n_$), температуры обода и ступицы (T_{obod} и T_{stup}), а так же порядковый номер режима ($LSWRITE, № режима,$).

Расчет начинается командой ***Solve – From LS File*** (рис. 4.15)

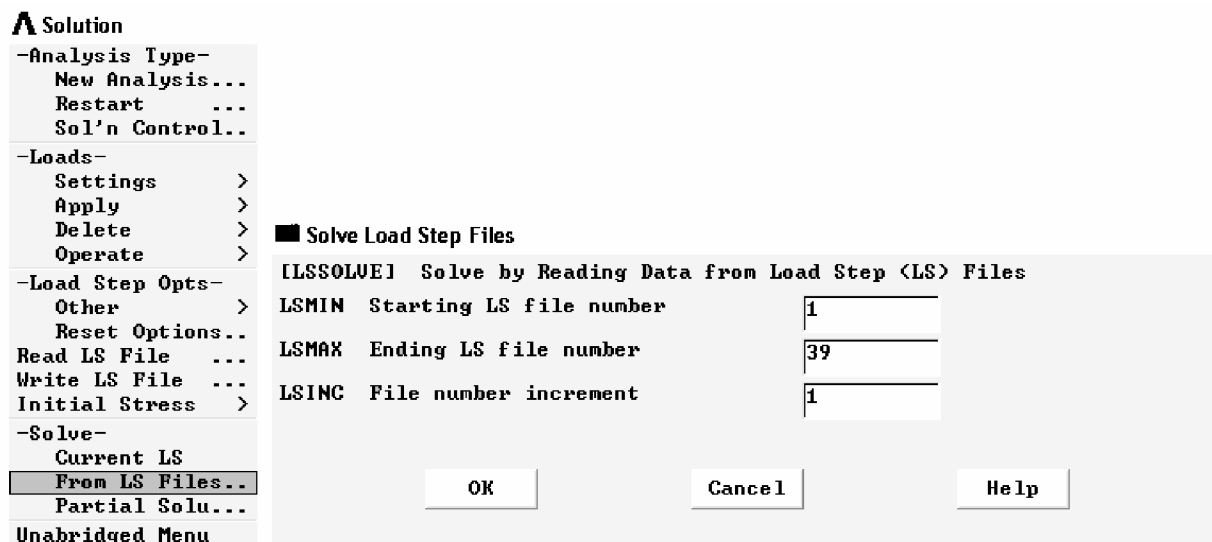


Рис. 4.15 Запуск цикла расчетов из файлов нагрузок

В появившемся окне в строке LSMIN задается номер режима, с которого будет начинаться расчет, а в строке LSMAX – номер на котором расчет будет завершаться. Если необходимо просчитать весь цикл, то задаются номера первого и последнего режимов в цикле.

Если возникает необходимость оценить напряжения и деформации, возникающие за заданное количество циклов (больше единицы), то необходимо записать столько файлов нагружения, сколько всего режимов во всех рассматриваемых циклах. Так для режимов второго цикла мы также выполняем пункты 3-5, но номера режимов должны начинаться с номера, следующего за номером последнего режима предыдущего цикла.

Если все рассматриваемые полетные циклы идентичны, то целесообразно создавать шаги нагружения с помощью макроса. Он ничем не будет отличаться от рассмотренного выше за тем лишь исключением, что его необходимо дополнить командами создания новых номеров для второго и последующих циклов.

Это можно реализовать, например, так

m=5 ! Количество исследуемых циклов

***do,k,1,m**

n_ = 0.7

T_obod = 440

T_stup = 50

Omega_ = 1603*n_

Kontur=(-1.5e4)*n_

OMEGA,0,Omega_,0,0

SFL,166,PRES,Kontur

! Приложение градиента температуры

*get,n_count, node, 0, count.

_tan=(T_obod-T_stup)/(R_max-R_min)

! Цикл от 1 до n_count

*do,i,1,n_count

! Производим нагружение i-того узла температурой

BF,i,TEMP,T_stup+(Nx(i)-R_min)*_tan

! Конец цикла

*enddo

!Запись в файл

LSWRITE,1+(k-1)*m,

...

LSWRITE,2+(k-1)*m,

...

***enddo**

Жирным шрифтом выделены команды, которыми необходимо дополнить макрос или которые необходимо изменить.

Следует отметить, что если условия работы детали таковы, что пластические деформации в ней не проявляются, либо они ничтожно малы, то задавать больше одного полетного цикла не имеет смысла, так как напряжения и деформации будут одинаковыми для всех полетных циклов.

Чтобы определить количество циклов до разрушения, необходимо опреде-

лить эффективный размах деформации $\Delta\varepsilon$, а затем по формуле Мэнсона найти максимальное количество циклов. Выразив размахи упругих и пластических деформаций через компоненты тензора, а затем, просуммировав их, получим размах полной деформации:

$$\Delta\varepsilon_i^e = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^e - \Delta\varepsilon_{22}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{22}^e - \Delta\varepsilon_{33}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{33}^e - \Delta\varepsilon_{11}^e)^2 + \frac{3}{2}[(\Delta\varepsilon_{12}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{23}^e)^2 + (\Delta\varepsilon_{31}^e)^2]} ;$$

$$\Delta\varepsilon_i^{pl} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11}^{pl} - \Delta\varepsilon_{22}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{22}^{pl} - \Delta\varepsilon_{33}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{33}^{pl} - \Delta\varepsilon_{11}^{pl})^2 + \frac{3}{2}[(\Delta\varepsilon_{12}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{23}^{pl})^2 + (\Delta\varepsilon_{31}^{pl})^2]} ;$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{3}{2(1+\mu)} \Delta\varepsilon_i^e + \Delta\varepsilon_i^{pl} .$$

Получить компоненты тензора упругих деформаций для данного режима в ANSYS можно с помощью команды

GenPostprocessor – Read Results – By pick, выбираем интересующий режим, после выполняем команду **PlotResults – NodalSolution – Strain-elastic** (рис. 4.16)

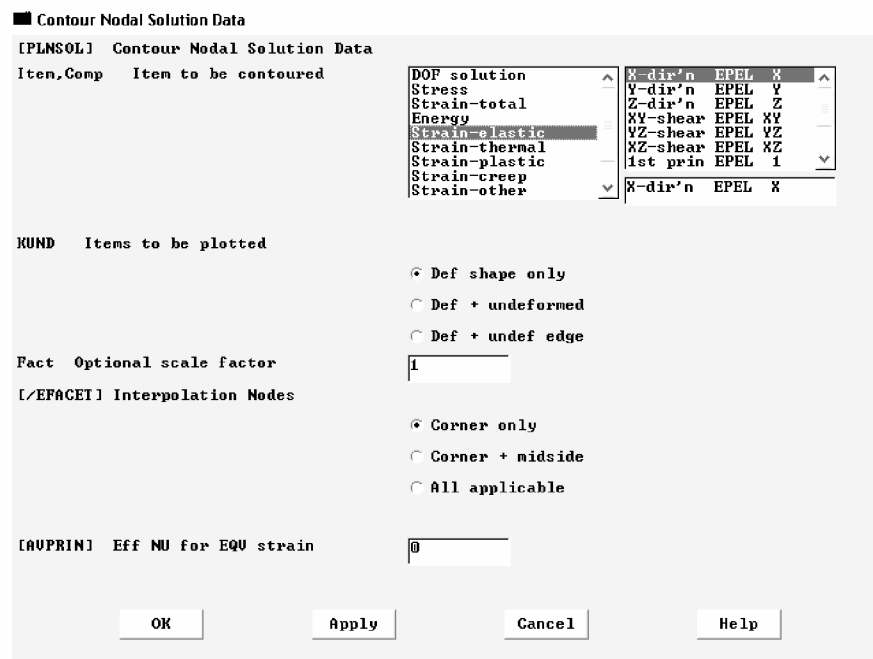


Рис. 4.16 Выбор режима отображения упругих деформаций

Компонентам тензора упругих деформаций соответствуют:

$\Delta\epsilon_{11}$ – EPELX, $\Delta\epsilon_{22}$ – EPELY, $\Delta\epsilon_{33}$ – EPELZ, $\Delta\epsilon_{12}$ – EPELXY, $\Delta\epsilon_{23}$ – EPELYZ, $\Delta\epsilon_{31}$ – EPELZX.

Аналогичным образом получаем компоненты тензора пластических деформаций: **PlotResults – NodalSolution – Strain-plastic** (рис. 17), компонентам тензора будут соответствовать

$\Delta\epsilon_{11}$ – EPPLX, $\Delta\epsilon_{22}$ – EPPLY, $\Delta\epsilon_{33}$ – EPPLZ, $\Delta\epsilon_{12}$ – EPPLXY, $\Delta\epsilon_{23}$ – EPPLYZ, $\Delta\epsilon_{31}$ – EPPLZX.

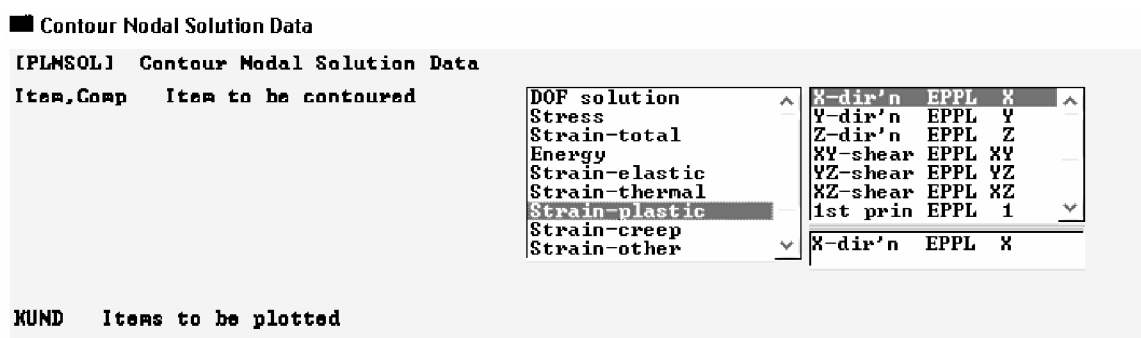


Рис. 4.17 Выбор режима отображения пластических деформаций

В результате расчета по каждому режиму работы двигателя получим результаты, которые оформляются в виде таблиц (табл.4. 6).

Строится график изменения полной деформации по каждому циклу нагружения (рис. 4.18).



Рис. 4.18 Изменение полных деформаций по первому полетному циклу

Видно, что наибольшие деформации вносят первый и последние циклы нагружения. Это связано с тем, что первоначально двигатель не прогрет и присутствует значительный градиент температур по высоте диска, что приводит к появлению пластических деформаций. И, наоборот, при останове двигателя обод диска остывает значительно быстрее, чем ступица.

Эффективный размах деформации в этом случае определится как

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_{\max} - \Delta \varepsilon_{\min}.$$

Пластические деформации приводят к тому, что появляется остаточные деформации в материале. Поэтому необходимо сделать расчет для нескольких полетных циклов, чтобы получить установившийся размах полной деформации (рис. 4.19).

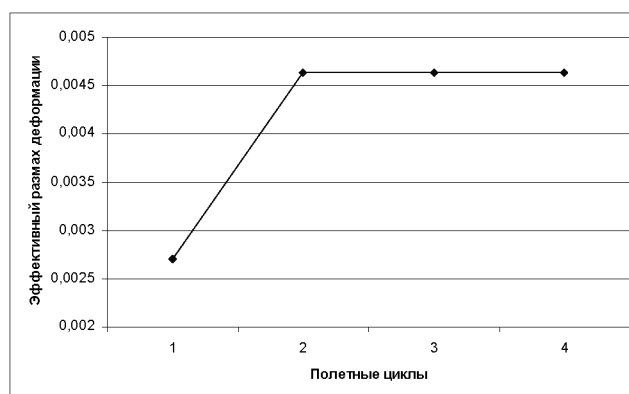


Рис. 4.19 Изменение полных деформаций по полетным циклам

Таблица 4.6

Компоненты упругих деформаций

№ цикла	$\Delta \varepsilon_{11}$ (EPELX)	$\Delta \varepsilon_{22}$ (EPELY)	$\Delta \varepsilon_{33}$ (EPELZ)	$\Delta \varepsilon_{12}$ (EPELXY)	$\Delta \varepsilon_{23}$ (EPE- LYZ)	$\Delta \varepsilon_{31}$ (EPELZX)
1	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
...						
39	1,40E-05	-1,07E-05	8,88E-06	-2,01E-05	0,000E+00	0,000E+00

Аналогичная таблица составляется для пластических деформаций.

Проводя расчет для нескольких полетных циклов можно отметить изменение зависимости полных деформаций от режимов работы двигателя (рис. 4.20)



Рис. 4.20 Изменение полных деформаций по второму полетному циклу

Таким образом, установившееся значение полных деформаций в нашем случае составляет $\Delta\varepsilon = 0,004633$ или 0,463%.

Пользуясь модифицированным уравнением Мэнсона, построим кривую МЦУ для материала ЭП742-ИД:

$$\Delta\varepsilon_i = \left[\ln \frac{1}{1 - \Psi(t, T)} \right]^{0,6} N^{-0,6} + \frac{3,5[\sigma_{\partial n}(t, T) - \sigma_{mi}]}{E(T)} N^{-0,12}.$$

Величины должны соответствовать максимальной температуре и максимальному режиму. Время наработки на максимальном режиме 77,5 часов, поэтому будем использовать кривую длительной прочности для 650 °С и 100 часов. Для наглядности результаты представим в таблице 4.9.

По данным таблицы 4.7 построим зависимость (рис. 4.21).

Таблица 4.7

Характеристики материала

σ_m	$\sigma_{\partial n}(t, T)$	$\Psi_0(t, T)$	t^m	$\Psi(t, T)$	$E(t)$	N	$\Delta\varepsilon$
180	830	0,14	0,63095	0,088	$1,73 \cdot 10^{11}$	1000	0,00953
180	830	0,14		0,088	$1,73 \cdot 10^{11}$	10000	0,00530
180	830	0,14		0,088	$1,73 \cdot 10^{11}$	25000	0,00445
180	830	0,14		0,088	$1,73 \cdot 10^{11}$	50000	0,00395

По графику видно, что при размахе деформаций равным $\Delta\varepsilon = 0,004633$ количество разрушающих циклов равно 19500.

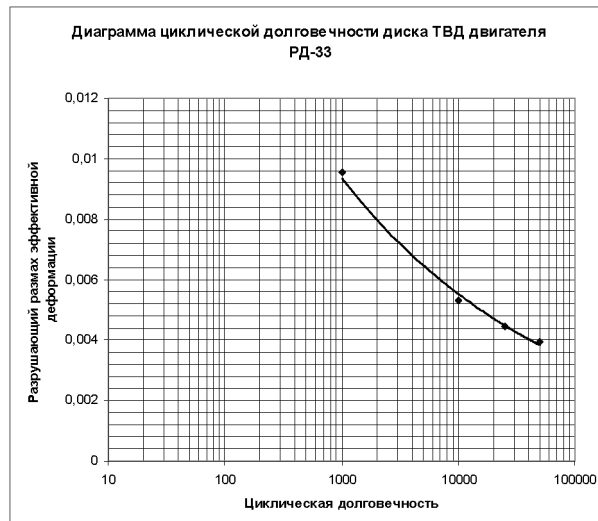


Рис. 4.21 Циклическая долговечность диска ТВД

Так как полетные циклы самолета истребителя довольно разнообразны, то будем считать что число циклов, вносящих наибольшие повреждения не более 4-х. Тогда суммарное повреждение составит

$$P = \sum P_i = \sum \frac{N_i}{N_{\text{разр}}} = \frac{4}{19500} = 0,000205$$

а коэффициент запаса по циклической долговечности при числе полетов равным 930

$$K_N = \frac{1}{P \cdot \varepsilon} = \frac{1}{0,000205 \cdot 930} = 5,24.$$

Нормами прочности ЦИАМ устанавливается минимальное значение коэффициента циклической долговечности $K_N > 5,0$. Следовательно, диск удовлетворяет нормам прочности.

Аналогичным образом выполняется расчет на циклическую долговечность лопатки ТВД.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемое пособие по курсовой работе призвано сделать шаг в решении следующих методических проблем, возникающих при проведении курса «Надежность авиационных двигателей и энергетических установок».

- Необходимо объединить курсовую работу по данному курсу со сквозным курсовым проектом, выполняемым студентами факультета ДЛА по специальности 160301 «Авиационные двигатели и энергетические установки». В этом случае процесс проектирования двигателя дополняется расчетом показателей надежности особо нагруженных деталей и систем двигателя. До внедрения данной курсовой работы в учебный процесс проектирование двигателя ограничивалось расчетами показателей технического совершенства.

- Курсовая работа объединяет традиционные разделы, связанные со статистической обработкой экспериментальных данных, расчетом схемной надежности и расчетом вероятности безотказной работы по максимальным напряжениям с учетом разброса значений с определением коэффициентов запаса по времени до разрушения и циклической долговечности. Для выполнения первых разделов требуется применение стандартных отработанных методик. Четвертый раздел основан на применении программного комплекса ANSYS, что позволило внедрить современные технологии обучения в образовательный процесс.

- Процесс курсового проектирования должен быть творческим, поэтому каждый из разделов предусматривает выполнение базовой и исследовательской частей. Это должно сделать процесс выполнения курсовой работы более интересным и подтолкнуть к углубленному изучению проблем, содержащихся в теоретической основе этих разделов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Костин В.И. Статистическая обработка экспериментальных данных по надежности и прочности: Методические указания/ Самарс. гос. аэрокосмический ун-т. Самара, 1993.- 20 с.

Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие – М.: Высшее образование, 2008 – 479 с.

Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003 – 573 с.

Паровой Ф.В. Расчет параметров надежности систем двигателей: Методические указания/ Самарс. гос. аэрокосмический ун-т. Самара, 2004.- 15 с.

Основы прогнозирования ресурса авиационных ГТД: Метод. указания/ Самарс. гос. аэрокосмический ун-т. Сост. А.И.Белоусов, Д.Г. Федорченко. Самара, 2002.- 21 с.

Белоусов А. И., Биргер И. А. Прочностная надежность двигателей турбомашин: Учебное пособие – Куйбышев, КуАИ, 1983 – 75с.