

*В.А. Сойфер*

**ОПТИЧЕСКИЕ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

**2007**



**САМАРА**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

## ОПТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2007



УДК 681.3, 621.372.542  
ББК 22.343  
С589



**Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области  
аэрокосмических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Ивахник,  
д-р физ.-мат. наук, проф. И.П. Завершинский

Сойфер В.А.

С589 **Оптические преобразования:** учеб. пособие/ В.А. Сойфер. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та 2007. - 96 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-0618-6**

В данном учебном пособии рассмотрены основные законы оптики, методы и оптические элементы для преобразования оптического сигнала. Рассмотрено преобразование светового сигнала при помощи линзы, дифракционных и рефракционных решеток. Рассмотрены способы построения плоских линз. Приведены способы кодирования фазовой функции ДОЭ с помощью голограмм Фурье, Френеля, Кирка-Джонса. Рассмотрены способы дискретного представления фазовой функции ДОЭ, квантование уровней ДОЭ, компьютерное проектирование дифракционного микрорельефа.

УДК 681.3, 621.372.542  
ББК 22.343

**ISBN 978-5-7883-0618-6**

© Сойфер В.А., 2007  
© Самарский государственный аэрокосмический университет, 2007

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Преобразования в оптических системах.....                                       | 4  |
| Оптический сигнал.....                                                             | 4  |
| Двумерные линейные системы .....                                                   | 5  |
| Элементная база оптических преобразований.....                                     | 9  |
| Оптическое преобразование Фурье .....                                              | 10 |
| 2. Дифракционные решетки.....                                                      | 14 |
| Одномерные дифракционные решетки .....                                             | 15 |
| Зонные пластинки .....                                                             | 17 |
| Двумерные дифракционные решетки.....                                               | 19 |
| 3. Плоские линзы и призмы .....                                                    | 22 |
| 4. Обратная задача дифракционной оптики .....                                      | 35 |
| 5. Методы кодирования фазовой функции ДОО .....                                    | 45 |
| 6. Дискретизация и квантование фазы ДОО.....                                       | 59 |
| 7. Компьютерное проектирование и формирование<br>дифракционного микрорельефа ..... | 76 |
| Типы дифракционных микрорельефов и способы их<br>формирования .....                | 84 |
| Список контрольных вопросов.....                                                   | 92 |
| Список специальных терминов .....                                                  | 93 |
| Список литературы .....                                                            | 94 |

## 1. Преобразования в оптических системах

Как известно, уравнения дифракции являются линейными, т.е. для них выполняется принцип суперпозиции. Весьма плодотворным в оптике оказался подход, развитый в математической теории линейных систем с распределенными параметрами. [1]. Введём необходимые понятия.

### Оптический сигнал

Положим для простоты, что свет линейно поляризован. Электрическое поле в момент времени  $t$  в точке с координатами  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , возбуждаемое монохроматическим источником света, может быть записано в комплексном виде

$$E(\mathbf{x}, t) = U(\mathbf{x}) e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

где  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  – частота источника света,  $\lambda$  – длина волны,  $c$  – скорость света,

$$U(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) e^{i\varphi(\mathbf{x})} \quad (2)$$

оптический сигнал, имеющий амплитуду  $A(\mathbf{x})$  и фазу  $\varphi(\mathbf{x})$ .

Выражение (1), в котором пространственная и временная переменные разделены, может быть использовано и для квазимонохроматического источника света, ширина полосы частот  $\Delta\omega$  которого существенно меньше средней частоты излучаемого света

$$\Delta\omega / \omega \ll 1. \quad (3)$$

Пример 1.1. Сферическая волна описывается выражением

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{|\mathbf{x}|^2} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}|\mathbf{x}|}, \quad |\mathbf{x}|^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2. \quad (4)$$

Поверхность постоянной фазы – сфера.

**Пример 1.2.** Плоская монохроматическая волна, распространяющаяся вдоль оси  $x_3$ , имеет вид

$$E(x_1, x_2, x_3, t) = e^{-i\omega\left(t - \frac{x_3}{c}\right)}. \quad (5)$$

Поверхность постоянной фазы – плоскость.

Отметим, что сферическая линза преобразует сферическую волну в плоскую и наоборот, как изображено на рис. 1.

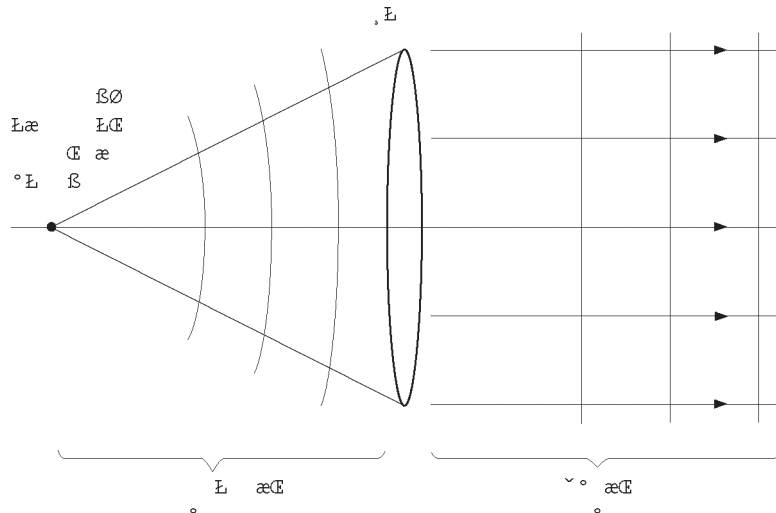


Рис. 1. Преобразование сферической волны в плоскую

### Двумерные линейные системы

Из курса физики хорошо известно понятие оптической системы, осуществляющей преобразование изображений по правилам, определяемым совокупностью используемых в ней оптических элементов и их взаимосвязью.

С математической точки зрения под системой будем понимать правило  $L$ , ставящее в соответствие входной функции  $f$  выходную

функцию  $g$ . Различают одномерные (1-D) и двумерные (2-D) системы. Одномерные системы преобразуют функции одной переменной

$$g(x) = L[f(x)]. \quad (6)$$

Соответственно двумерные системы преобразуют функции двух переменных

$$g(x_1, x_2) = L[f(x_1, x_2)]. \quad (7)$$

Оптические системы по сути своей являются двумерными, но в некоторых случаях могут рассматриваться как одномерные.

Особое место среди всевозможных систем занимают *линейные системы*. Система называется линейной, если для нее справедлив принцип суперпозиции (наложения), который заключается в том, что отклик системы на взвешенную сумму двух входных воздействий равен взвешенной сумме откликов на каждое из воздействий, то есть

$$\begin{aligned} L[a_1 f_1(x_1, x_2) + a_2 f_2(x_1, x_2)] = \\ = a_1 L[f_1(x_1, x_2)] + a_2 L[f_2(x_1, x_2)], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $a_1, a_2$  – весовые коэффициенты, которые могут быть комплексными величинами.

Принцип суперпозиции можно выразить в более общем виде, рассматривая произвольное число  $K$  входных воздействий.

$$L\left[\sum_{k=1}^K a_k f_k(x_1, x_2)\right] = \sum_{k=1}^K a_k L[f_k(x_1, x_2)]. \quad (9)$$

В изучении оптических систем фундаментальную роль играет понятие *точечного источника* света. Точечный источник обладает бесконечно большой плотностью вероятностей яркости в бесконечно малой пространственной области – в точке:

$$\delta(x_1, x_2) = \begin{cases} \infty, & x_1 = 0 \quad \text{и} \quad x_2 = 0, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (10)$$

Можно также ввести дельта-функцию, расположенную не в начале координат, а в произвольной точке с координатами  $(\xi_1, \xi_2)$  по формуле

$$\delta(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) = \begin{cases} \infty, & x_1 = \xi_1 \text{ и } x_2 = \xi_2, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (11)$$

Рассмотрим 2-D линейную систему, на вход которой подан сигнал в виде дельта-функции. Реакция системы на дельта-функцию будет разной для различных систем. Она называется *импульсным откликом* и служит характеристикой 2-D системы.

$$h(x_1, \zeta_1, x_2, \zeta_2) \equiv L[\delta(x_1 - \zeta_1, x_2 - \zeta_2)]. \quad (12)$$

Используя функцию импульсного отклика, можно записать уравнение, связывающее изображения на входе и выходе 2-D линейной оптической системы.

$$g(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\zeta_1, \zeta_2) h(x_1 - \zeta_1, x_2 - \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2. \quad (13)$$

Систему называют *пространственно-инвариантной*, если ее импульсный отклик зависит от разности координат входной ( $x_1, x_2$ ) и выходной ( $\zeta_1, \zeta_2$ ) плоскостей. Для оптической системы, показанной на рис. 2, это означает, что при перемещении точечного источника во входной (предметной) области изображение этого предмета в плоскости наблюдения будет также изменять положение, но сохранять форму.

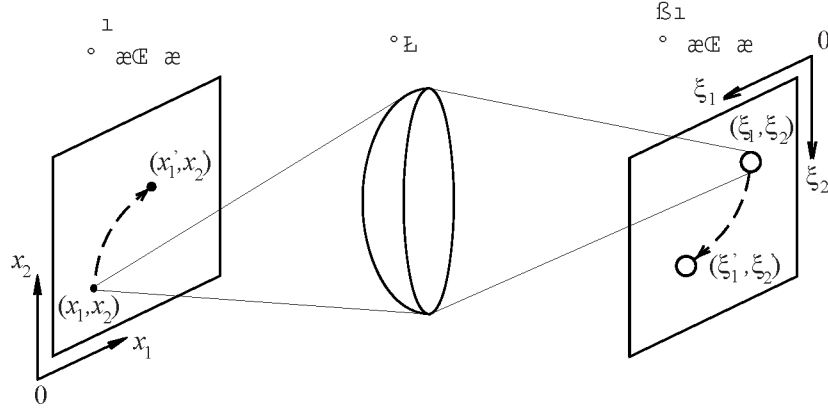


Рис. 2. Оптическая пространственно-инвариантная система

Для пространственно-инвариантных систем импульсный отклик описывается функцией

$$h(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \equiv h(\zeta_1, \zeta_2), \quad (14)$$

где  $x_1 - \xi_1 = \zeta_1$ ,  $x_2 - \xi_2 = \zeta_2$ .

И вместо выражения (15) получаем

$$g(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\zeta_1, \zeta_2) h(x_1 - \zeta_1, x_2 - \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2. \quad (15)$$

Уравнение (15) называется интегралом свертки.

Часто вместо импульсного отклика для описания пространственно-инвариантных оптических систем используют частотную характеристику, определяемую двумерным преобразованием Фурье

$$H(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\zeta_1, \zeta_2) e^{-i\omega_1 \zeta_1 - i\omega_2 \zeta_2} d\zeta_1 d\zeta_2. \quad (16)$$

Или в символической форме записи

$$H(\omega_1, \omega_2) = \Phi[h(\zeta_1, \zeta_2)], \quad (17)$$

где  $\Phi$  – символ преобразования Фурье.

При этом связь между пространственными спектрами входного и выходного оптических сигналов устанавливаются алгебраическим уравнением

$$\Phi[g(x_1, x_2)] = H(\omega_1, \omega_2) \Phi[f(x_1, x_2)]. \quad (18)$$

Уравнение (18) является исходным для выполнения оптической пространственной фильтрации.

С изложенных позиций можно говорить о преобразованиях сигналов, выполненных в оптических системах или об «оптических преобразованиях».

### **Элементная база оптических преобразований**

Классическая элементная база оптических систем – линзы, призмы, зеркала, диафрагмы, в последние десятилетия существенно дополнена за счет голографических оптических элементов, в том числе цифровых голограмм и дифракционных оптических элементов (ДОЭ) с широкими функциональными возможностями, синтезированными на основе применения компьютеров. К числу последних относятся плоские линзы, программируемые дифракционные решетки, делители лазерного пучка, корректоры аберраций, фокусаторы, модулированные дифракционные решетки, пространственные фильтры, формирователи пучка и многие другие оптические преобразователи сигналов, основанные на целенаправленном использовании явления дифракции. Строго говоря, называть эту группу устройств «оптическими элементами» не вполне корректно, поскольку зачастую каждое из них выполняет функцию нескольких «классических» оптических элементов. Например, фокусатор в соосный отрезок выполняет функции сферической линзы и аксикона, а фокусатор в поперечный отрезок заменяет две скрещенные цилиндрические линзы и одну сферическую. Тем более трудно назвать оптическим элементом голографический пространственный фильтр или модулированную дифракционную решетку. Однако термин «дифракционный оптический элемент» (ДОЭ) укоренился, и мы будем его использовать, оговаривая в необходимых случаях смысл выполняемого им оптического преобразования. Необходимо



также пояснить широко используемый специалистами термин «дифракционная оптика». Прежде всего, с точки зрения рубрикации науки – это раздел оптики, посвященный изучению явления дифракции. Также под дифракционной оптикой как разделом оптической техники в последние годы часто понимают всю гамму дифракционных оптических элементов. Противоречия между этими двумя трактовками термина нет, поскольку применительно и к термину «оптика» в целом имеет место подобная ситуация.

### Оптическое преобразование Фурье

Рассмотрим задачу дифракции оптического сигнала на отверстии  $S$  в непрозрачном экране, размещенном в плоскости  $z=0$  (рис. 3).

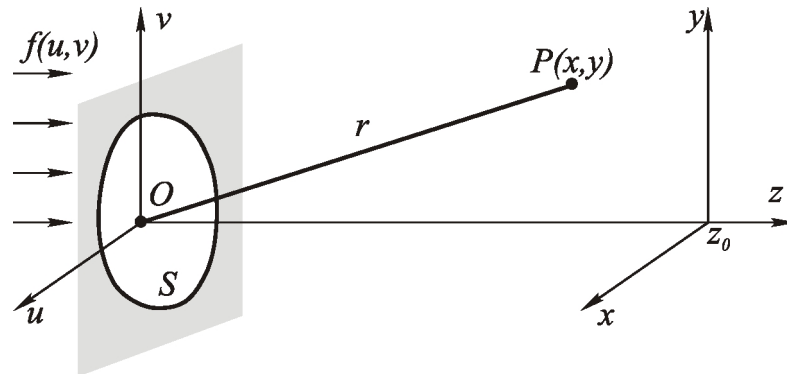


Рис. 3. Дифракция на отверстии

Поле  $g(x, y)$  в точке  $P(x, y)$ , удаленной на большое расстояние  $z_0$ , выражается в виде [1]

$$g(x, y) = A \exp^{jk\delta} F(k\alpha, k\beta), \quad (19)$$

где

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) e^{-j(xu + yv)} du dv \quad (20)$$

- преобразование Фурье-функции  $f(u, v)$ ;

$\alpha = x/r$  и  $\beta = y/r$  - направляющие косинусы линии ОР;

$A$  – медленно меняющийся коэффициент;

$k = 2\pi/\lambda$  - волновое число.

Таким образом, рассмотренная оптическая схема с точностью до фазового коэффициента осуществляет 2-D преобразование Фурье входного сигнала по пространственным переменным. Рассмотренное решение задачи дифракции называется уравнением Фраунгофера.

Заметим, что если вместо диафрагмы  $S$  установить тонкую сферическую линзу, то в ее задней фокальной плоскости также будет наблюдаться распределение поля, пропорциональное 2-D преобразованию Фурье входного сигнала.

Если отверстие  $S$  перекрыть тонким транспарантом с функцией пропускания  $T(u, v)$ , то поле в дальней зоне описывается формулами (19), (20) при условии, что в формуле (20) функция  $f(u, v)$  заменена произведением  $f(u, v)T(u, v)$ . Выбирая различные функции  $T(u, v)$ , можно получать соответствующие им картины дифракции.

Пример 1.3. Пусть падающая волна однородна, т.е.  $f(u, v) = 1$ , а отверстие является прямоугольным со сторонами  $2a$  и  $2b$  (рис. 4):

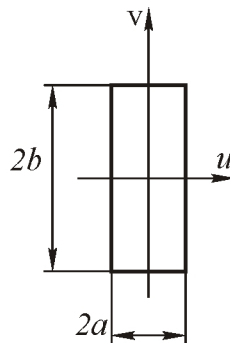


Рис. 4. Пример прямоугольного отверстия

Преобразование Фурье, описывающее картину дифракции, имеет вид:

$$F(x, y) = \frac{\sin(akx/z_0)}{kx/z_0} \frac{\sin(bky/z_0)}{ky/z_0}. \quad (21)$$

**Пример 1.4.** Пусть на непрозрачном экране имеется 1-D решетка  $2(M+1)$  отверстий, образованных путем многократного сдвига на период  $d$  функции, изображенной на рис. 4 по оси  $u$  (рис. 5)

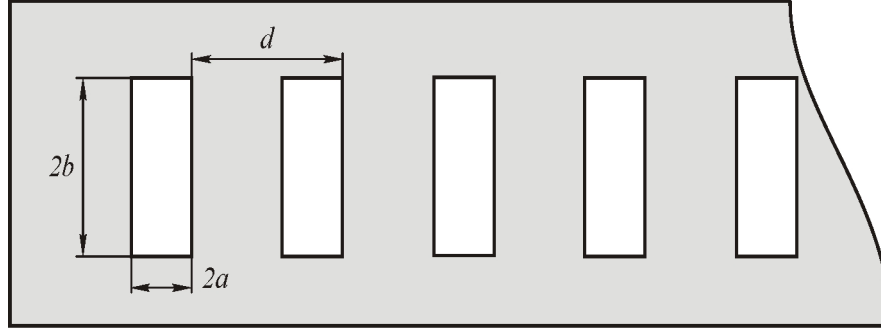


Рис. 5. Пример 1-D решетки

Выражение для спектра принимает вид:

$$F(x, y) = \frac{4 \sin \frac{akx}{z_0} \sin \frac{bky}{z_0} \sin \left( \left( M + \frac{1}{2} \right) \frac{dkx}{z_0} \right)}{\frac{kx}{z_0} \frac{ky}{z_0} \sin \frac{dkx}{2z_0}}. \quad (22)$$

В дальней зоне величина  $x/z_0 = \varphi$  может рассматриваться как угловая координата, а величина  $\omega = \frac{2\pi}{x} \varphi$  как приведенная угловая координата (рис. 6).

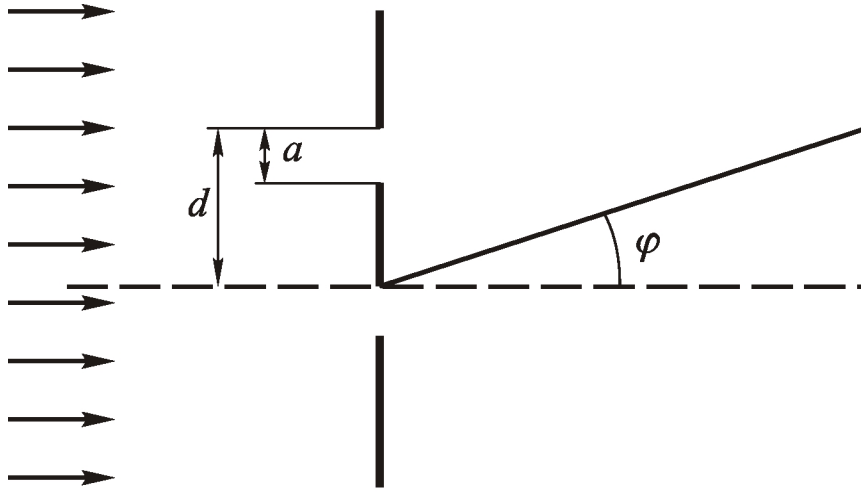


Рис. 6. Дифракция на амплитудной бинарной решетке

Соответственно, будем рассматривать распределение интенсивности поля дифракции по углам

$$|F(\omega, 0)|^2 = \frac{16 \sin^2(\omega a)}{\omega} \frac{\sin^2 \left[ \left( M + \frac{1}{2} \right) \omega d \right]}{\sin^2(\omega d)}. \quad (23)$$

На рисунках 2.7а и 2.7б показаны графики нормированной функции  $|F(u, 0)|^2 \Big|_{u=\omega a}$  при значениях параметров  $d=4a$ ,  $M=5$  и  $10$ .

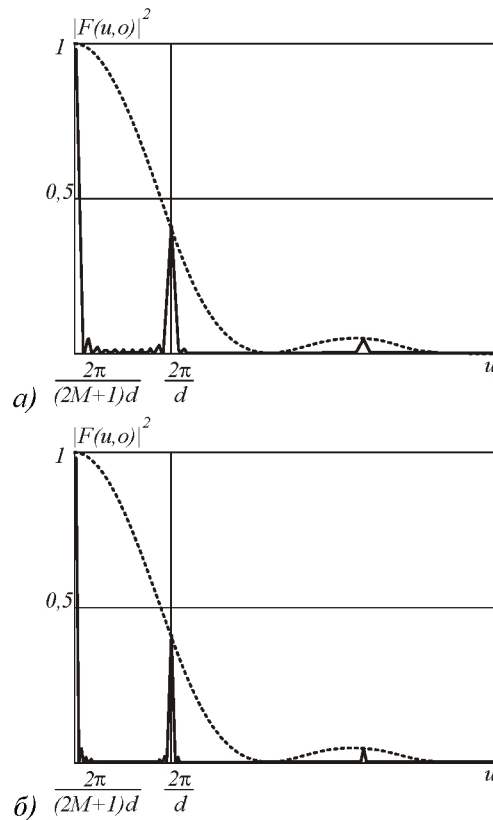


Рис. 7. Распределение интенсивности поля дифракции по углам

## 2. Дифракционные решетки

Дифракционная решетка – это совокупность большого числа препятствий и отверстий, сосредоточенных в ограниченном пространстве, на котором происходит *дифракция света* [2]. Различают нерегулярные и регулярные дифракционные решетки. Дифракционная решетка называется *нерегулярной*, если отверстия и препятствия распределены беспорядочно. У *регулярной* решетки отверстия и препятствия распределены по определенному закону. Дифракционные решетки бывают *поверхностные* и *пространственные*. Практическое значение в оптике представляют регулярные поверхностные дифракционные решетки. О них далее и идет речь.

### Одномерные дифракционные решетки

Первые ДОЭ — дифракционные решетки — были созданы более двух веков тому назад. Амплитудная одномерная дифракционная решетка представляет собой плоский транспарант, на котором чередуются светлые и темные параллельные полосы (штрихи и щели). Полоски имеют одинаковую ширину. На рис. 8 показан фрагмент одномерной амплитудной дифракционной решетки, а на рис. 9 показана функция пропускания света вдоль решетки по оси  $x$ .

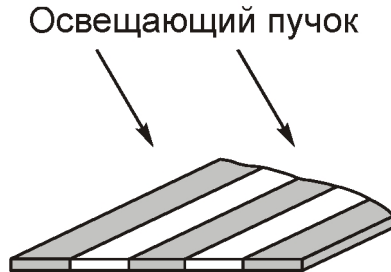


Рис. 8. Фрагмент бинарной амплитудной дифракционной решетки

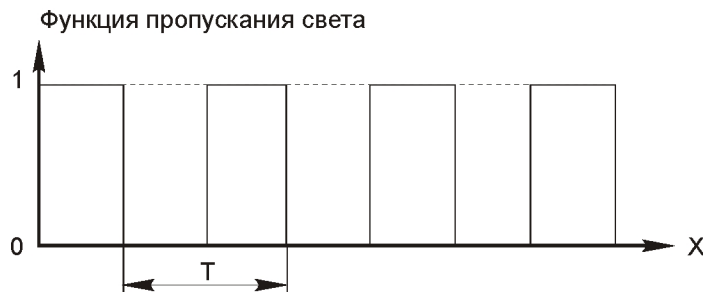


Рис. 9. Функция пропускания амплитудной дифракционной решетки

Если осветить такую решетку монохроматическим пучком света с длиной волны  $\lambda$ , падающим нормально к плоскости решетки, то в результате дифракции света на периодической структуре щелей будет образовано множество пучков света, выходящих под различными углами  $\alpha_r$  и соответствующих различным порядкам дифракции. Угол

$\alpha^p$  зависит от периода решетки и в предположении малости углов определяется по формуле

$$\alpha^p = p \frac{\lambda}{d}, \quad (24)$$

где  $p=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $d$  — период решетки.

Интенсивность света убывает с ростом абсолютной величины  $p$ . Как следует из теории дифракционных решеток, при равной ширине штриха и щели характер убывания определяется формулой

$$I(\alpha^p): \left( \frac{\sin(a\alpha^p)}{a\alpha^p} \right)^2 \approx \frac{I}{(2p+1)^2}, \quad (25)$$

где  $a = \frac{\pi d}{2\lambda}$ . Из-за того, что значительная часть света поглощается ам-

плитудным транспарантом, дифракционная эффективность в первом порядке не превышает 10%. У одномерной (1-D) фазовой дифракционной решетки этот показатель приблизительно в 4 раза выше. Фрагмент одномерной фазовой дифракционной решетки схематично показан на рис. 10.



Рис. 10. Фрагмент бинарной фазовой дифракционной решетки

Функция пропускания в данном случае является чисто фазовой, периодической с периодом  $d$  и скачкообразно меняющейся на  $\pi$  (см. рис. 11.). Функционально фазовая и амплитудная дифракционные решетки одинаковы.

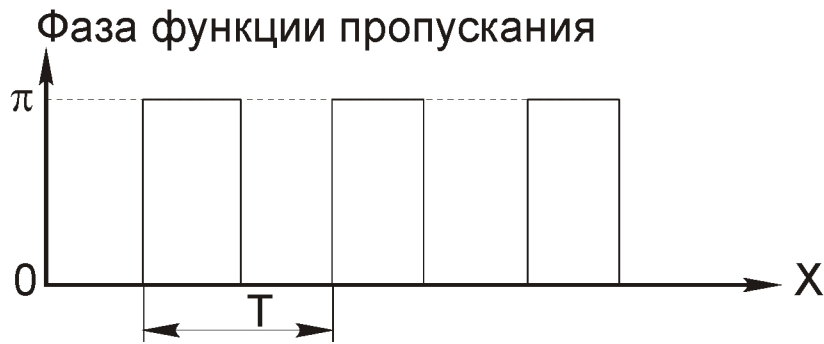


Рис. 11. Фаза функции пропускания фазовой дифракционной решетки

Совершенствование “базовых” ДОЭ, какими являются 1-D дифракционные решетки, возможно за счет изменения профиля зон. При этом получают так называемые решетки “с блеском”. Например, можно рассмотреть амплитудную 1-D дифракционную решетку, функция пропускания которой меняется по закону

$$\cos^2\left(2\pi\frac{\lambda}{d}\right).$$

В теории при дифракции света на такой решетке помимо нулевого образуются только  $\pm 1$  порядки дифракции. На практике, с учетом погрешностей изготовления ДОЭ, дело обстоит гораздо сложнее.

### Зонные пластинки

Естественным развитием одномерных бинарных амплитудных и фазовых дифракционных решеток являются соответствующие двумерные (2-D) радиально-симметричные решетки (зонные пластинки).

На рис. 12 показан центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея — Сорэ, а на рис. 13 — функция пропускания в зависимости от радиуса.



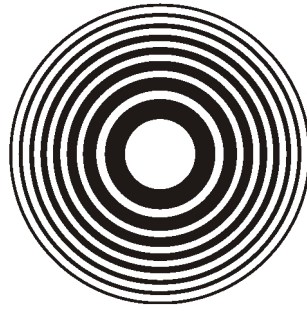


Рис. 12. Центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея — Сорэ

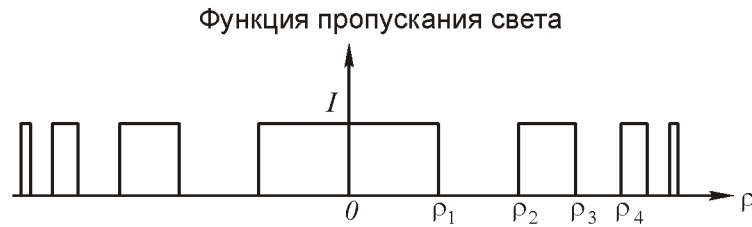


Рис. 13. Функция пропускания амплитудной зонной пластинки

Поясним понятие зоны. Зона — это ограниченная область ДОЭ, на которой функция пропускания света претерпевает однократное изменение от минимального до максимального значения. Для амплитудной дифракционной решетки зона представляет собой сочетание темной и светлой полос в пределах одного периода решетки (рис. 8). Граница зон при этом — прямая линия. Для зонной пластинки Рэлея — Сорэ [1] зона представляет собой совокупность темного и светлого колец переменной толщины (рис. 12).

Граница зон при этом — окружность переменного диаметра. Далее будут рассмотрены ДОЭ с более сложными зонами и, соответственно, границами зон.

Радиусы окружности меняются пропорционально квадратным корням из последовательных целых чисел  $p$ :

$$\rho_p = \sqrt{p\lambda f}, \quad (26)$$

где  $f$  — фокусное расстояние.

Фрагмент 2-D фазовой зонной пластинки и соответствующая фаза функции пропускания изображены на рис. 14 и рис. 15.

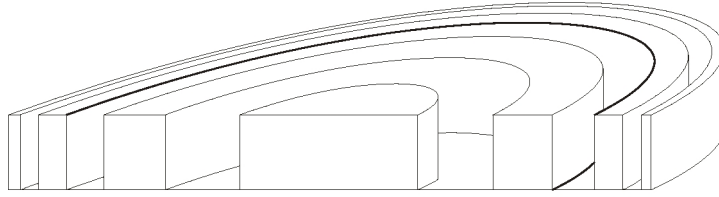


Рис. 14. Фрагмент бинарной фазовой зонной пластинки

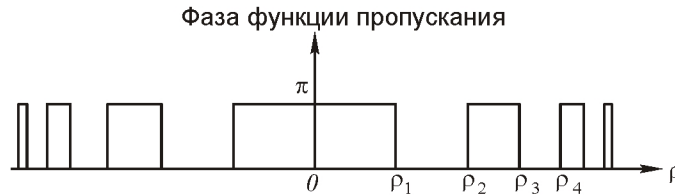


Рис. 15. Фаза функции пропускания бинарной фазовой зонной пластинки

Зонная пластинка выполняет функцию фокусировки света и ведет себя как линза с множеством фокусов  $f_{-2}, f_{-1}, f_0, f_1, f_2$ , соответствующих различным порядкам дифракции и расположенных на оси распространения света:

$$f_n = \frac{f}{2n+1}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (27)$$

Нормированная интенсивность света убывает с ростом номера порядка по закону:

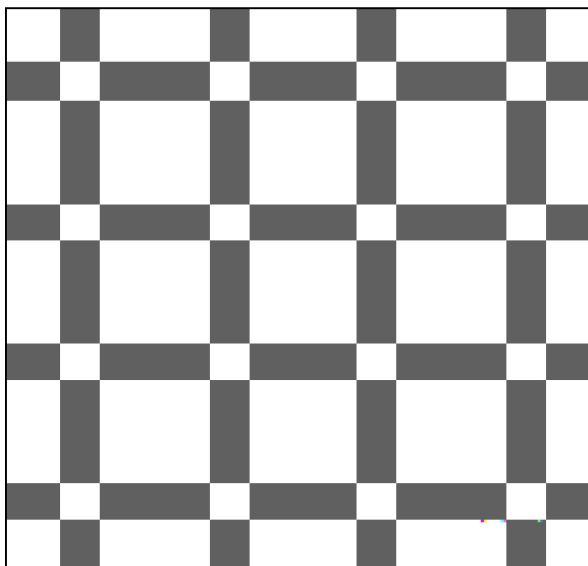
$$I_{2n+1} = \frac{4}{\pi^2} \frac{I}{(2n+1)^2}. \quad (28)$$

### Двумерные дифракционные решетки

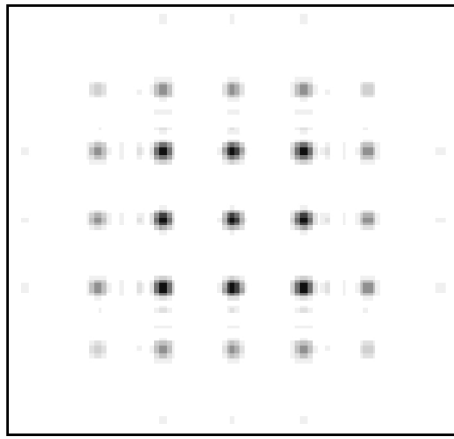
Двумерные фазовые решетки могут быть получены из одномерных. Для этого нужно перемножить фазовые функции двух одномерных решеток. Из двух одномерных бинарных решеток получается двумерная бинарная решетка. У такой решетки падает дифракционная эффектив-

ность. Так, если взять одномерную решетку с эффективностью 66%, то у полученной двумерной решетки эффективность не может быть больше чем 44%.

На рис. 16а приведен пример двумерной решетки, генерирующей девять одинаковых порядков. Она была получена из двух одинаковых одномерных фазовых решеток, поэтому получилась симметричная. Из-за этого она генерирует симметричное распределение интенсивностей. Этим методом можно получить различные фазовые решетки. Они могут генерировать различные двумерные распределения в зависимости от исходных решеток.



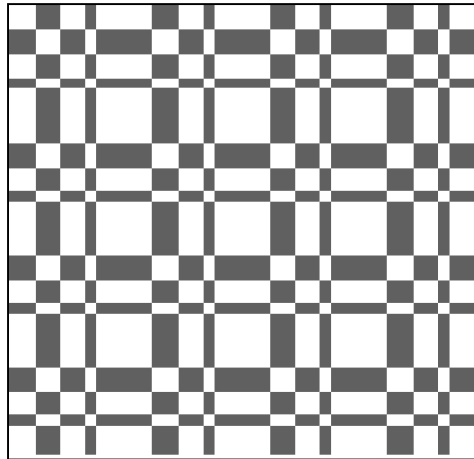
a)



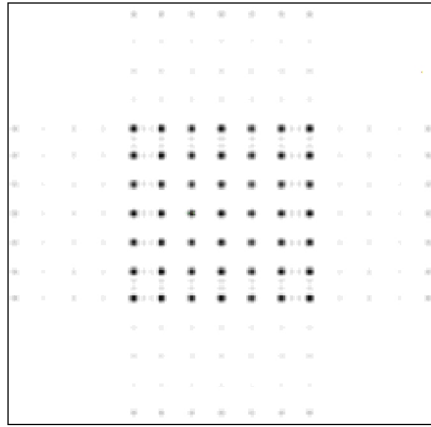
б)

*Рис. 16. а) Фазовый профиль двумерной девятой порядковой бинарной решетки (фрагмент). б) Распределение в Фурье плоскости, дифракционная эффективность - 41,25%.*

Аналогично была получена фазовая решетка для сорока девяти порядков равной интенсивности (рис. 17а, 17б).



а)



б)

Рис. 17. а) Фазовый профиль двухмерной сорока девяти порядковой бинарной решетки (фрагмент). б) Распределение в Фурье плоскости, эффективность - 54,33 %.

### 3. Плоские линзы и призмы

**Приведение функции к интервалу.** Фазовой функцией  $\varphi(u, v)$  оптического элемента называется функция, описывающая зависимость от пространственных координат величины набег фазы, создаваемой оптическим элементом в точке  $(u, v)$ . В ряде случаев границы зон ДОЭ могут быть получены, исходя из фазовых функций соответствующих традиционных (рефракционных) оптических элементов.

Традиционный оптический элемент характеризуется гладкой фазовой функцией  $\varphi(\mathbf{u})$ , где  $\mathbf{u} = (u, v)$  — поперечные координаты точки, лежащей в плоскости оптического элемента. При освещении оптического элемента пучком с комплексной амплитудой  $W_0(\mathbf{u})$  непосредственно за оптическим элементом образуется поле с амплитудой

$$W(\mathbf{u}) = \exp[i\varphi(\mathbf{u})]W_0(\mathbf{u}). \quad (29)$$

На рис. 18 изображена фазовая функция сферической линзы.

Толщина традиционного оптического элемента  $H$  может составлять десятки тысяч длин волн. При этом значения фазы  $\varphi$  лежат в ин-

тервале от 0 до тысяч единиц  $2\pi$ . В то же время изменения фазы на рассмотренных ранее ДОЭ лежат в диапазоне от 0 до  $2\pi$ .

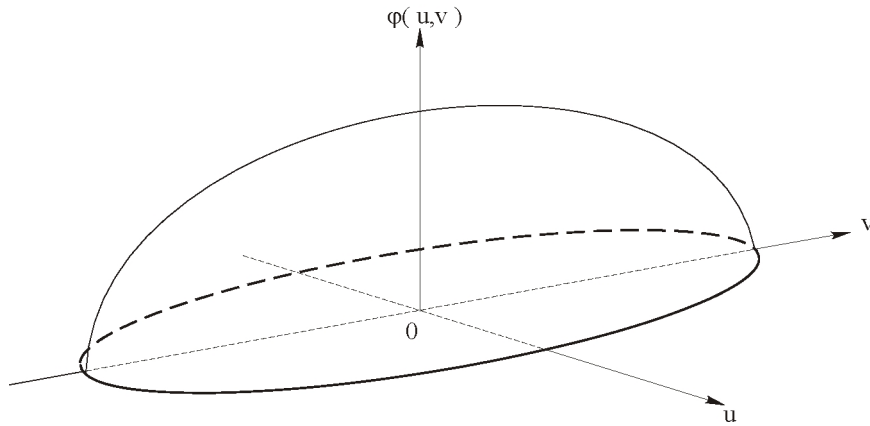


Рис. 18. Фазовая функция сферической линзы.

С учетом того, что комплексная экспонента в выражении (29) является периодической функцией с периодом  $2\pi$ , фаза может быть приведена к интервалу  $[0, 2\pi]$ .

Приведение к интервалу можно выполнить по формуле

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi} \varphi, \quad (30)$$

где  $\text{mod}_{2\pi} \varphi = \varphi - 2\pi j$  при  $j2\pi \leq \varphi \leq (j+1)2\pi$ ,  $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Из практических соображений может оказаться целесообразным приводить фазу к интервалу  $[0, 2\pi m)$  по формулам

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi m} \varphi, \quad (31)$$

где обычно  $m \sim 1—102$ . Эквивалентность исходной гладкой фазы  $\varphi$  и приведенной к интервалу кусочной фазы  $\Phi$  выражается соотношением

$$T \equiv \exp(i\Phi) = \exp(i\varphi). \quad (32)$$

**Плоская сферическая линза.** Уравнение фазовой функции сферической линзы в параксиальном приближении имеет вид

$$\varphi(u, v) = \varphi(r) = -k \frac{u^2 + v^2}{2f}, \quad (33)$$

где  $r \leq \frac{D}{2}$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число;  $f$  — фокусное расстояние;  $D$  — диаметр линзы;  $r = \sqrt{u^2 + v^2}$ .

Приведение фазовой функции (33) к интервалу  $[0, 2\pi)$  показано на рис. 19. Если материал линзы имеет коэффициент преломления  $n$ , то максимальная высота рельефа составляет

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{n-1}$$

и имеет порядок длины волны.

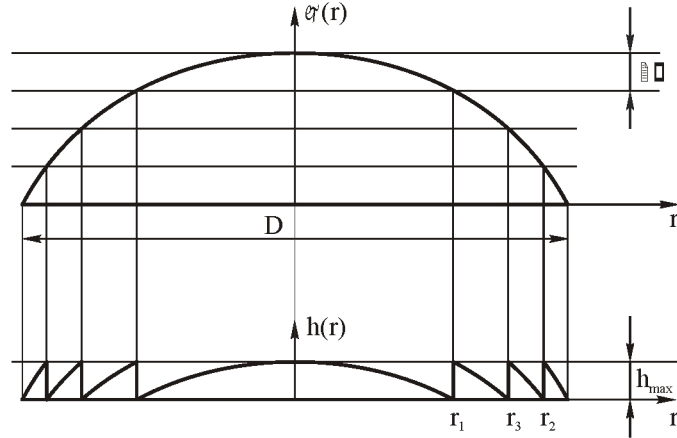


Рис. 19. Приведение фазовой функции линзы к интервалу  $[0, 2\pi)$

Радиусы зон Френеля можно найти из соотношения

$$\varphi(r_j) = -2\pi j, \quad (34)$$

откуда следует

$$r_j = \sqrt{2\lambda f j}. \quad (35)$$

Число полных зон F на линзе определяется из условия  $r_{j_0} \leq \frac{D}{2}$  и удовлетворяет соотношению

$$F = \left\lfloor \frac{D^2}{8\lambda f} \right\rfloor, \quad (36)$$

где  $\lfloor \cdot \rfloor$  — означают целую часть числа с округлением в меньшую сторону.

Ширина зон плоской сферической линзы

$$\Delta_j = r_j - r_{j-1}, j = \overline{1, F}$$

является переменной и уменьшается к периферии линзы. Характерным параметром является ширина  $\Delta$  самой узкой, в данном случае последней, периферийной зоны, определяющей требования к технологическому оборудованию. В более общем случае ДОЭ с фазовой функцией  $\varphi(u, v)$  можно определить ширину наиболее узкой зоны микро-рельефа с максимальной фазовой высотой  $2\pi m$ . Используя в пределах этой зоны линейную аппроксимацию фазовой функции, получим выражение:

$$\Delta = \frac{2\pi m}{\max |\nabla_{\perp} \varphi|}, \quad (37)$$

где  $\max$  берется вдоль поверхности ДОЭ,  $\nabla_{\perp} = \left( \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial}{\partial v} \right)$  — градиент функции  $\varphi(u, v)$ .

Сравним между собой уравнения радиусов колец зонной пластинки Рэлея — Сорэ (21) и сферической плоской линзы (35). Видим, что радиусы зон на линзе в  $\sqrt{2}$  раз больше радиусов колец на зонной пластинке. Соответственно, при заданном диаметре число колец на зонной пластинке в 2 раза больше, т.е. каждому кольцу сферической плоской линзы соответствует 2 кольца зонной пластины: темное и светлое. Плоская линза имеет непрерывный (в пределах зоны) фазовый рельеф, а фазовая зонная пластинка имеет аппроксимирующий его бинарный фазовый рельеф (см. рис. 20).



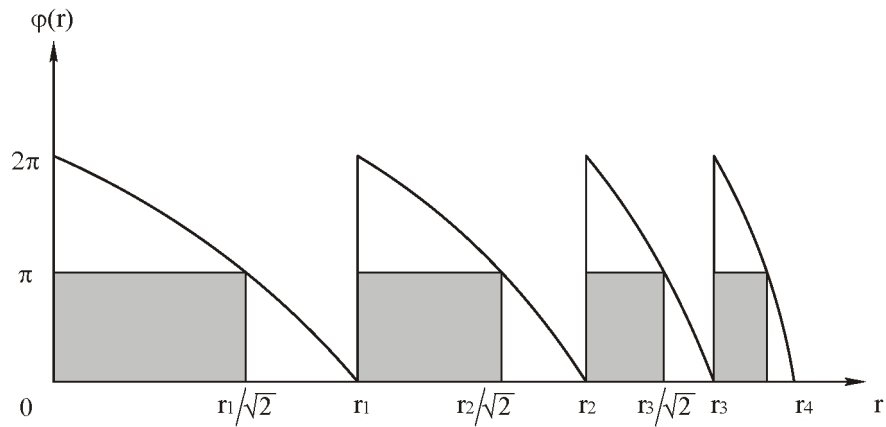


Рис. 20. Фазовая функция линзы Френеля и бинарной зонной пластинки (штриховые области)

Если подходить к созданию ДОЭ с общих позиций дискретной аппроксимации непрерывной фазовой функции, можно продолжить процедуру ступенчатой аппроксимации в пределах зоны Френеля исходной непрерывной фазовой функции. На рис. 21 показан пример квантования фазы плоской сферической линзы Френеля на 4 уровня.

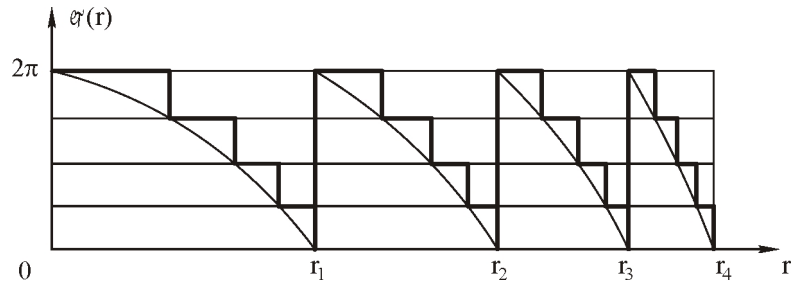


Рис. 21. Ступенчатая аппроксимация радиального сечения фазовой функции сферической линзы

На рис. 22 показана соответствующая фазовая функция.

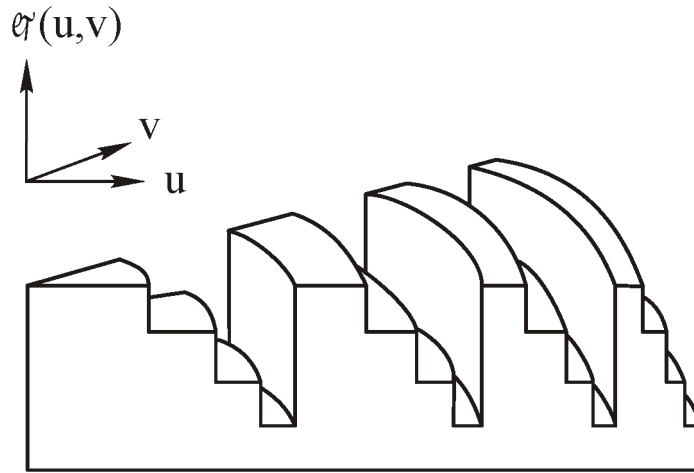


Рис. 22. Ступенчатая аппроксимация фазовой функции сферической линзы

Для практического получения амплитудной маски с  $N$  градациями яркости можно использовать  $(N - 1)$  бинарных амплитудных масок, осуществляя последовательный фотопроект. Существует также возможность уменьшить число бинарных масок до  $n = \log_2 N$ .

Нетрудно рассчитать радиусы колец, соответствующих градациям фазы в различных зонах. Знание их необходимо для расчета бинарных амплитудных масок, однако они не несут такого ясного физического смысла, как в случае зонной пластинки. Отметим также, что уравнение колец зонной пластинки Рэлея — Сорэ невозможно получить с помощью равномерной дискретизации фазовой функции плоской сферической линзы.

**Плоская цилиндрическая линза.** Рассмотрим цилиндрическую линзу (рис. 23) с фазовой функцией

$$\varphi(u) = -k \frac{u^2}{2f}, |u| \leq D/2. \quad (38)$$

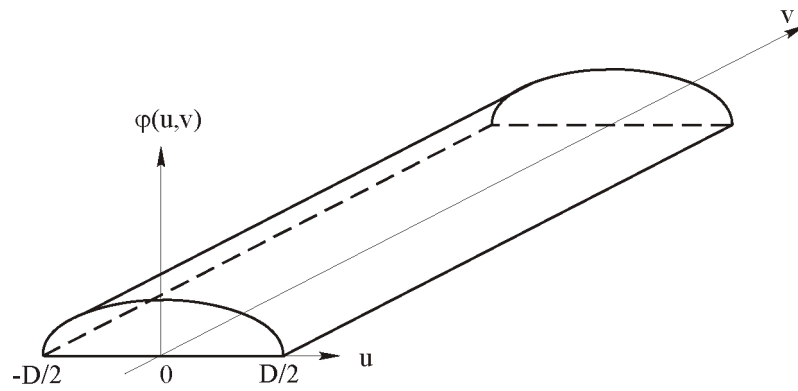


Рис. 23. Цилиндрическая линза

Приведение фазовой функции к интервалу  $[0; 2\pi]$  аналогично проведенному выше для сферической линзы. Границы зон в данном случае — прямые линии, а расстояния между ними определяются формулой (35) при замене  $r_j$  на  $u_j$ . На рис. 24 приведен фотошаблон плоской цилиндрической линзы.



Рис. 24. Фотошаблон для цилиндрической линзы

**Отражательная зонная пластинка.** Рассмотрим отражательную зонную пластинку, предназначенную для работы под углом  $\alpha$  с падающим пучком (рис. 25, 26) и осуществляющую фокусировку в точку  $F$ .

При нормальном падении максимальная высота рельефа отражательной зонной пластины должна составить  $\lambda/2$  для того, чтобы набег

фазы при прямом и обратном ходе составил  $2\pi$ , при наклонном падении  $h_{\max} = \lambda / (2 \cos \alpha)$ .

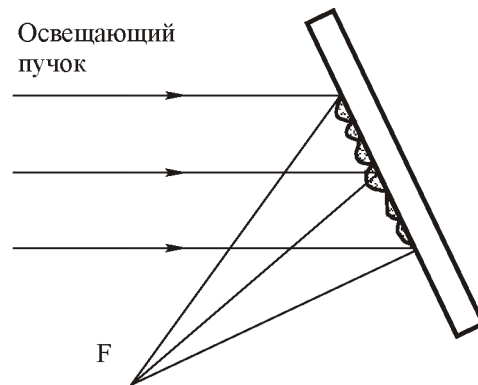


Рис. 25. Отражательная зонная пластинка

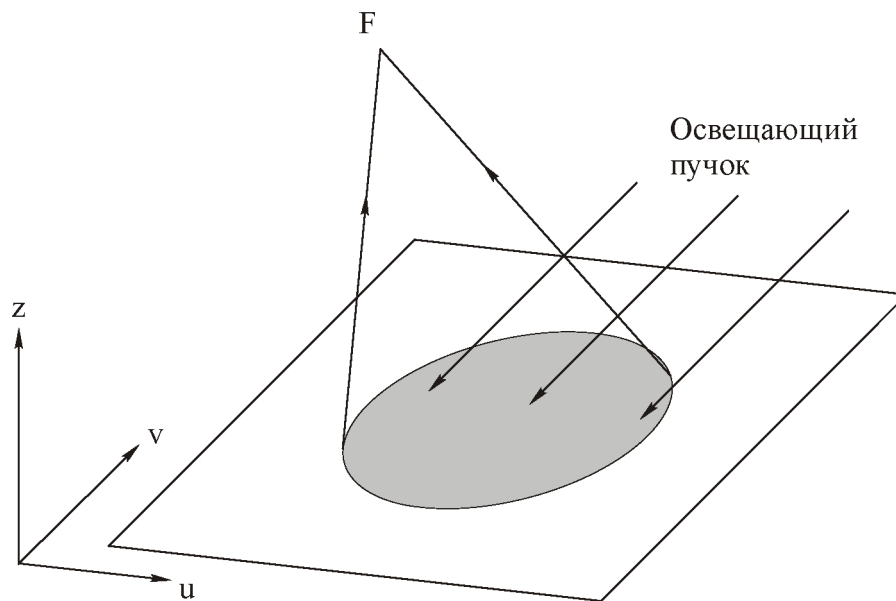


Рис. 26. Фокусировка в точку под углом

Уравнение границ зон отражательной зонной пластинки при нормальном падении в точности будет соответствовать уравнению границ зон пропускающей пластинки (высота зон отличается в  $2/(n-1)$  раза).

Уравнение границ зон при наклонном падении под углом можно получить путем простых рассуждений. Наклонное падение пучка эквивалентно введению поворотного зеркала. Спроецировав кольца зонной пластинки Рэлея — Сорэ на это зеркало, мы получим уравнение краев зон отражательной зонной пластинки при наклонном падении под углом  $\alpha$ . Понятно, что это будут эллипсы с коэффициентом растяжения по оси  $u$ , равном  $\cos \alpha$  (рис. 27).

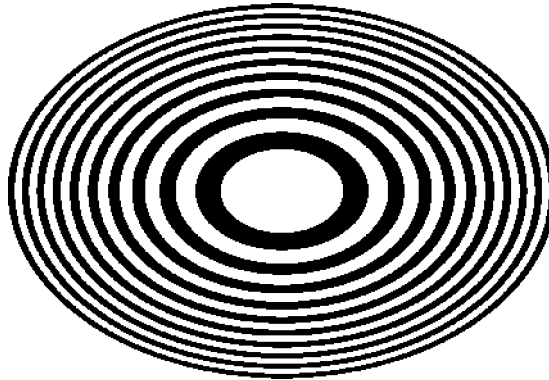


Рис. 27. Фотоматрица отражательной зонной пластинки с углом наклона  $\alpha = 45^\circ$

Высота рельефа отражательного ДОЭ, фокусирующего в точку под углом  $\alpha$ , определяется из уравнения

$$h(u, v) = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \frac{l}{2\pi} \bmod_{2\pi} \varphi(u \cos \alpha, v), \quad (39)$$

где  $\varphi(u, v)$  определяется формулой (10).

При выводе (39) использовано приближение плоской волны для падающего и отраженного пучков.

**Плоская призма.** Рассмотрим призму с углом  $\alpha$  (рис. 28).

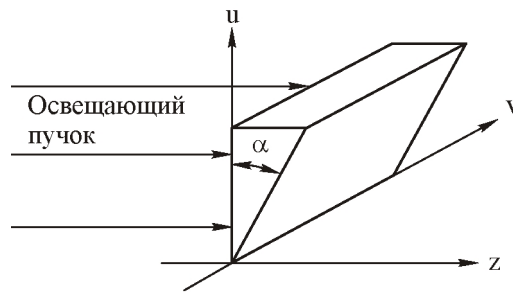


Рис. 28. Призма

Призма обеспечивает фазовый сдвиг, линейно зависящий от координаты и характеризуется фазовой функцией

$$\varphi(u) = \frac{2\pi}{\lambda} u (n-1) \operatorname{tg} \alpha. \quad (40)$$

Приводя фазовую функцию  $\varphi(u)$  к интервалу  $[0, 2\pi)$  (см. рис. 29), получим 1-D дифракционную решетку с блеском (рис. 30).

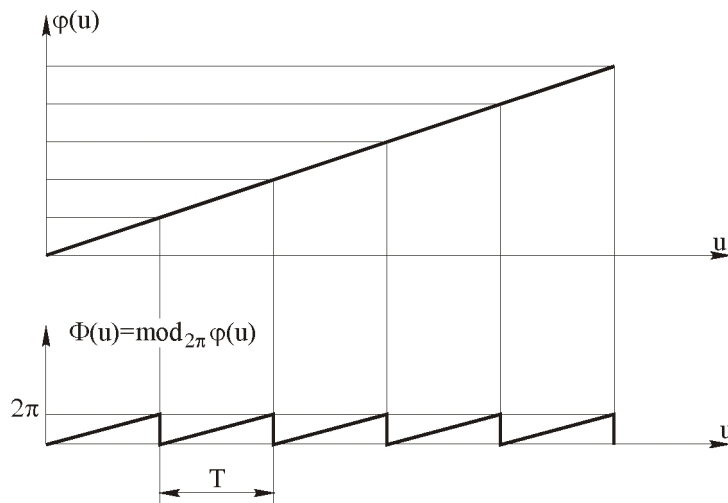


Рис. 29. Фазовая функция дифракционной решетки с блеском

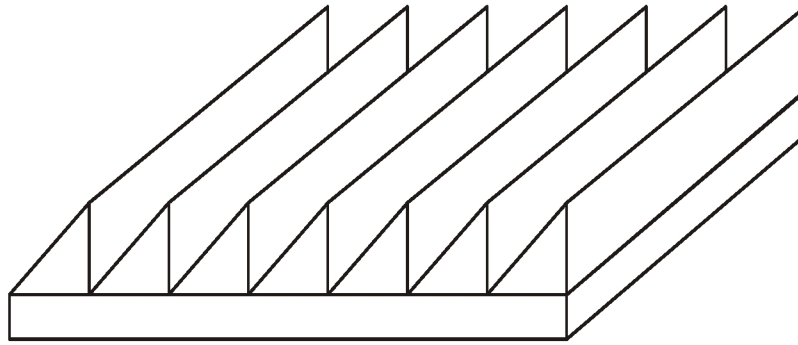


Рис. 30. Дифракционная решетка с блеском

Максимальная высота рельефа  $h_{\max} = \lambda / (n-1)$ , а уравнение высоты микрорельефа имеет вид

$$h(u) = \frac{\lambda}{n-1} \frac{l}{2\pi} \bmod_{2\pi} \varphi(u). \quad (41)$$

Различным углам отклонения  $\beta$  соответствуют различные периоды решетки

$$d = \frac{\lambda}{\sin \beta}, \quad (42)$$

где  $\sin \beta = (n-1) \tan \alpha$ .

Бинарная 1-D амплитудная дифракционная решетка получается при замене линейно-меняющейся фазовой функции в пределах одного периода на двоичную функцию, принимающую значения  $\pm \pi/2$  (Рис. 31).

**Комбинированные и сегментированные ДОЭ.** Выше уже говорилось о возможности получения комбинированных зонных пластинок, представляющих собой суперпозицию двух исходных зонных пластинок.

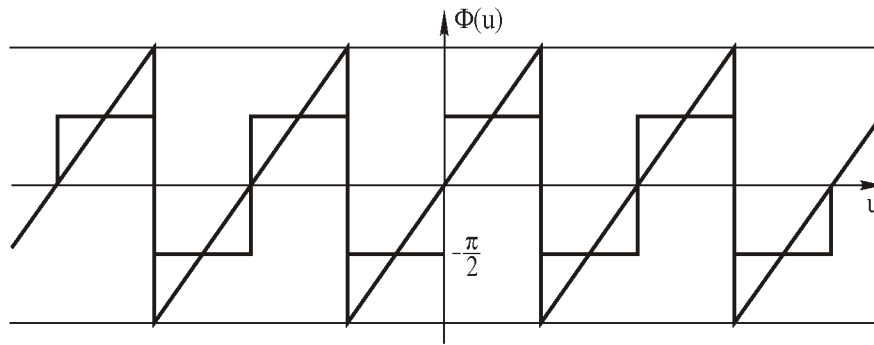


Рис. 31. Сравнение бинарной дифракционной решетки и решетки с блеском

Если два расположенных вплотную друг за другом оптических элемента имеют фазовые функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  соответственно, то они могут быть заменены комбинированным оптическим элементом с фазовой функцией  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ .

В качестве примера рассмотрим 2 скрещенные цилиндрические линзы с различными фокусными расстояниями

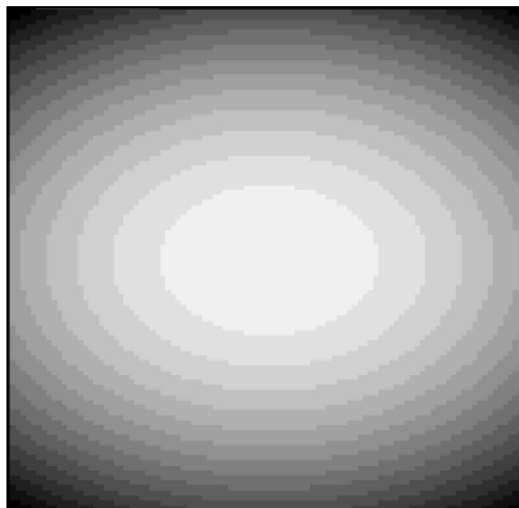
$$\varphi_1(u, v) = -k \frac{u^2}{2f_1}, \quad \varphi_2(u, v) = -k \frac{v^2}{2f_2}. \quad (43)$$

Фотошаблон комбинированного ДОЭ, соответствующего фазовой функции

$$\varphi(u, v) = -k \left( \frac{u^2}{2f_1} + \frac{v^2}{2f_2} \right), \quad (44)$$

приведен на рис. 32.

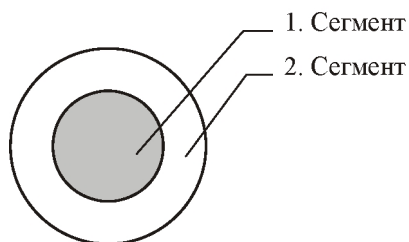




*Рис. 32. Две скрещенные цилиндрические линзы*

Границы краев зон являются эллиптическими. ДООЭ осуществляет фокусировку в отрезок.

Плоскость сегментированного ДООЭ в пределах апертуры разбивается на 2 или большее число сегментов (рис. 33), а в каждом из сегментов записывается зонная пластинка, соответствующая определенной фазовой функции. Например, таким образом можно получить трехсегментный ДООЭ, фокусирующий букву «R», фотошаблон которого приведен на рис. 34.



*Рис. 33. Сегментация ДООЭ*



Рис. 34. Фотошаблон фокусатора в букву «R»

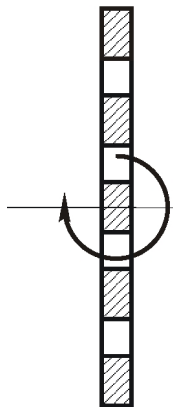
#### 4. Обратная задача дифракционной оптики

Для дифракционных решеток естественным является вопрос построения зон, отличных от периодических щелеобразных и кольцеобразных, и достижения на этой основе новых функциональных возможностей ДОО. Несмотря на кажущуюся очевидность такой постановки вопроса, с момента создания зонной пластинки он не поднимался в течение многих лет. Причина состояла в отсутствии практической возможности реализации зонных пластинок с варьируемым характером зон. Такая возможность появилась в связи с созданием компьютеров и технических средств машинной графики, микро- и нанoeлектроники.

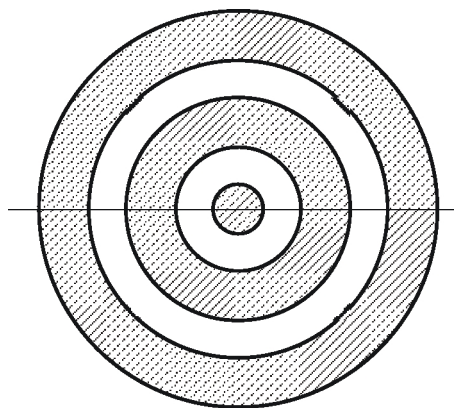
Рассмотренные выше примеры демонстрируют возможность получения зонных пластинок с различной формой зон. В то же время представляет интерес построение 2-D дифракционных решеток для более общих случаев. Например, для фокусировки в продольный или поперечный отрезок заданной длины, кольцо или какую-либо другую геометрическую фигуру. ДОО такого рода получили название “фокусаторы”. Рассмотрим для примера фокусатор в кольцо. Соответствующие границам зоны могут быть получены путем комбинации 1-D дифракционной решетки и зонной пластинки. Возьмем достаточно узкий сегмент 1-D дифракционной решетки (рис. 35), который ведет себя так

же, как целая дифракционная решетка, т.е. отклоняет входной монохроматический пучок на определенный угол в плоскости (рассматривается 1-й порядок дифракции).

Вращая сегмент вокруг центра, как показано на рис. 35, получим ДОО, зоны которого отображаются системой равноотстоящих концентрических черно-белых колец одинаковой ширины (рис. 36). Назовем его дифракционным аксиконом.

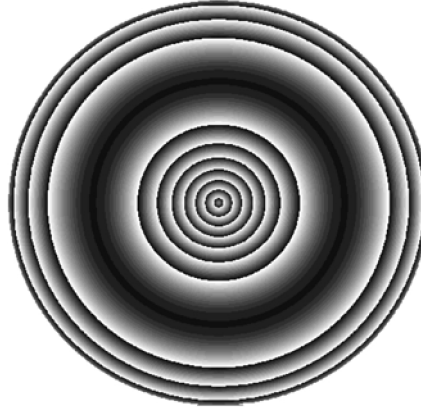


*Рис. 35. Узкий фрагмент 1-D дифракционной решетки*



*Рис. 36. Аксикон*

Нетрудно сообразить, что такой ДОЭ будет отклонять входной пучок на определенный телесный угол в пространстве. Для того, чтобы собрать дифрагированные пучки в фокальной плоскости, применим зонную пластинку, причем дифракционный аксикон и зонная пластинка могут быть совмещены в одной плоскости и записаны на одной подложке. При этом в плоскости ДОЭ образуется система концентрических неравномерно отстоящих колец переменной ширины (рис. 37). Таким образом, мы синтезировали амплитудный ДОЭ, фокусирующий в кольцо.



*Рис. 37. Фокусатор в кольцо*

Следуя описанной методике, можно построить различные фокусирующие ДОЭ. Например, записывая на одной подложке две скрещенные цилиндрические линзы с разными фокусными расстояниями, можно получить ДОЭ, фокусирующий в отрезок, лежащий в плоскости, перпендикулярной оси распространения (рис. 38).

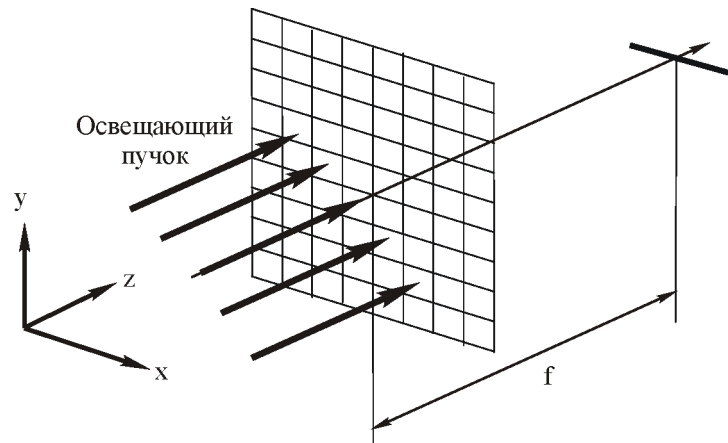


Рис. 38. Результат фокусировки  
двумя скрещенными цилиндрическими линзами

Видимо, нет особой необходимости говорить, что и фокусатор в кольцо и фокусатор в поперечный отрезок могут быть реализованы как фазовые ДОЭ. Достичь этого в простейшем случае можно путем фотографического отбеливания соответствующих амплитудных масок (фотошаблонов).

По существу в двух только что рассмотренных примерах речь идет о фазовой модуляции, при которой одна бинарная функция, описывающая дифракционную решетку, умножается на другую. Однако процесс модуляции параметров дифракционной решетки может осуществляться и при более широком классе модулирующих функций. В частности, осуществляя модуляцию радиусов колец зонной пластинки, можно построить фокусатор в соосный отрезок определенной длины, который фактически будет представлять собой зонную пластинку с протяженной продольной аберрацией. Идея получения соответствующего радиально-симметричного ДОЭ состоит в том, чтобы его периферийная часть соответствовала зонной пластинке с фокусным расстоянием  $F1$ , а центральная часть — зонной пластинке с расстоянием  $F2 > F1$ . Между центральной и периферийной частями должны быть записаны кольца, соответствующие зонным пластинкам, фокусное

расстояние которых уменьшается от  $F_2$  к  $F_1$ . В результате будет получен фокусатор в соосный отрезок длины  $l = F_2 - F_1$ . Фотошаблон такого фокусатора показан на рис. 39, а на рис. 40 показан процесс фокусировки.

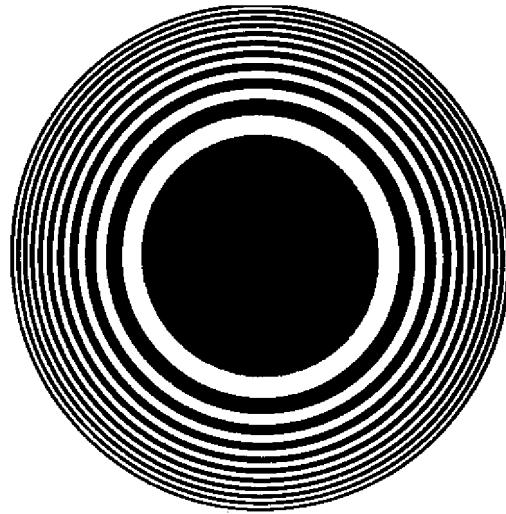


Рис. 39. Фокусатор в соосный отрезок

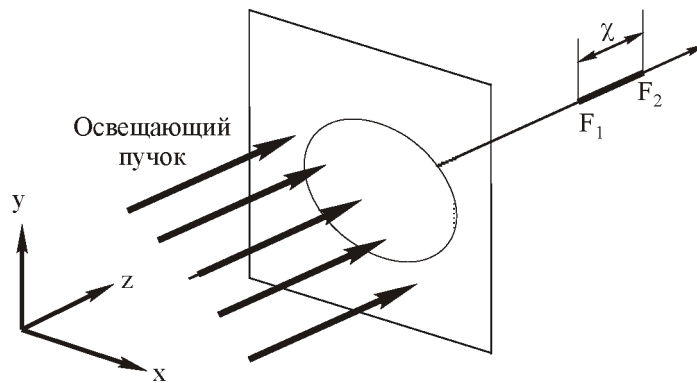


Рис. 40. Результат фокусировки в соосный отрезок

Общие методы определения фазовых функций ДОЭ, выполняющих заданные оптические преобразования, требуют решения обратных задач.

Рис. 41 иллюстрирует постановку обратной задачи дифракционной оптики – компьютерный синтез микрорельефа ДОЭ.

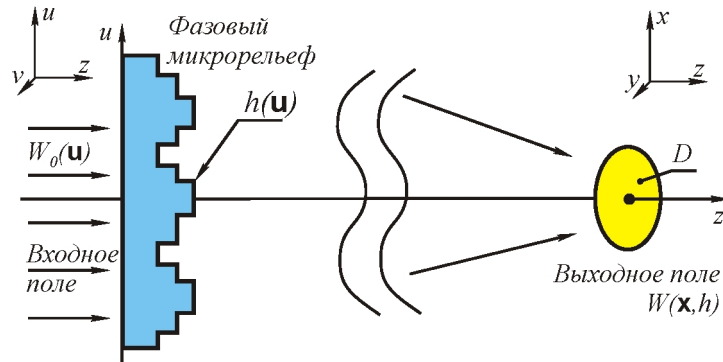


Рис. 41. Компьютерный синтез микрорельефа ДОЭ

Основная идея состоит в решении обратной задачи теории дифракции относительно границ и профиля зон ДОЭ. При этом, исходя из решаемой задачи, могут налагаться различные типы условий на выходе:

А) заданная интенсивность

$$I(\bar{x}) = |W(\bar{x}, h)|^2. \quad (45)$$

К этому типу задач относятся синтез программируемых дифракционных решеток, фокусаторов излучения, плоских линз, аксиконов и других ДОЭ, формирующих распределение интенсивности в заданной области пространства D.

Б) заданная фаза

$$\phi(\bar{x}) = \arg(W(\bar{x}, h)). \quad (46)$$

К этому типу задач относятся синтез формирователей волновых фронтов и компенсаторов.

В) заданные модуль и фаза  $\widehat{W}(\bar{x})$ .

Эта задача формально наиболее близка к задаче визуализации 3-D объекта, решаемой в цифровой голографии и может решаться соответствующими методами. При этом наибольший интерес в лазерной оптике представляет формирование амплитудно-фазовых распределений, соответствующих одно- и многомодовым лазерным пучкам с заданным соотношением весов между модами.

Рассмотрим для примера решение обратной задачи синтеза 1-D дифракционной решетки, формирующей заданное распределение интенсивности в разных периодах дифракции.

Пример 4.1. Расчет многопорядковой бинарной дифракционной решетки [5].

На рис. 42 показана оптическая схема использования дифракционной многопорядковой решетки. Следуя методу Дамманна [5], периодическая двухфазная функция решетки  $P(u)$  может быть представлена математически так (пусть период решетки равен 1)

$$P(u) = \tilde{P}(u) * \text{comb}(u), \quad (47)$$

где  $\tilde{P}(u)$  - функции одного периода решетки,

$$\text{comb}(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(u - n), \quad * - \text{знак операции свертки.}$$

Отклик решетки, то есть распределение комплексной амплитуды в фокальной плоскости сферической линзы, вычисляется как Фурье преобразование, и его можно представить так

$$p(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{p}(n) \delta(x - n), \quad (48)$$

где

$$\tilde{p}(n) = \int_{-0.5}^{0.5} \tilde{P}(u) \exp(i 2 \pi n u) du. \quad (49)$$



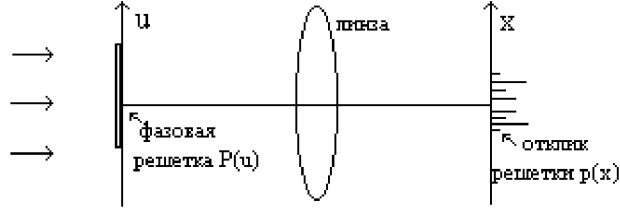


Рис. 42. Периодическая фазовая решётка формирует в фокальной плоскости линзы распределение интенсивности в виде отдельных максимумов

Функция одного периода решетки  $\tilde{P}^{(e)}(u)$ , представленная на рис. 43, имеет четное число нулей  $2N_z$  и может быть выражена в виде

$$\tilde{P}^{(e)}(u) = (-1)^{N_z} \text{rect}(u) - 2 \sum_{k=1}^{N_z} (-1)^k \text{rect} \left[ \frac{u - \frac{z_k + z_{-k}}{2}}{z_k - z_{-k}} \right].$$

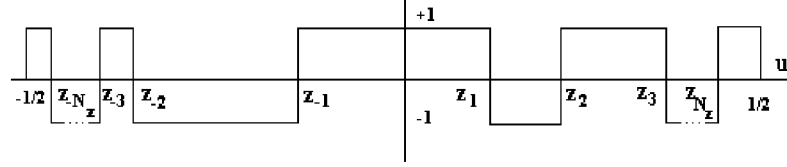


Рис. 43 Бинарный профиль одного периода фазовой бинарной решетки

Координаты  $z_k$  показывают расположение «скачков» фазы и называются нулями решетки. Из выражения (49) получаем отклик решетки:

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(e)}(n) &= (-1)^{N_z} \sin c(n) - 2 \sum_{k=1}^{N_z} (-1)^k (z_k - z_{-k}) \times \\ &\times \sin c[(z_k - z_{-k})n] \exp[jn(z_k + z_{-k})\pi] = \\ &= (-1)^{N_z} \sin c(n) - 2 \sum_{k=1}^{N_z} (-1)^k \left\{ [z_k \sin c(2z_k n) - z_{-k} \sin c(2z_{-k} n)] + \right. \\ &\left. + j[z_k \cos c(2z_k n) - z_{-k} \cos c(2z_{-k} n)] \right\}, \end{aligned} \quad (50)$$

где  $\sin c(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ ,  $\cos c(x) = \frac{1 - \cos(\pi x)}{\pi x}$ .

Рассмотрим бинарную решетку, которая формирует заданное число  $2N+1$  дифракционных порядков с заданной интенсивностью  $|q(n)|^2$  и произвольными фазами. Из сохранения энергии следует связь рассчитанной интенсивности порядков дифракции  $|\tilde{q}(n)|^2$  с заданной интенсивностью порядков  $|q(n)|^2$  с помощью константы  $\alpha$ :

$$|\tilde{p}(n)|^2 = |q(n)|^2, \alpha, n = [-N, N]. \quad (51)$$

Дифракционная эффективность  $\eta$  определяется как отношение входной энергии в области порядков, подлежащих выравниванию, ко всей энергии:

$$\eta = \frac{\sum_{n=-N}^N |p(n)|^2}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} |p(n)|^2} = \frac{\sum_{n=-N}^N |\tilde{p}(n)|^2}{\int_{-0.5}^{0.5} |\tilde{P}(u)|^2 du} = \sum_{n=-N}^N |\tilde{p}(u)|^2. \quad (52)$$

Среднеквадратичная относительная ошибка выравнивания интенсивности порядков:

$$\delta = \frac{1}{\bar{I}} \left( \frac{1}{M} \sum_{n=-N}^N (I_n - \bar{I})^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (53)$$

$$\text{где } \bar{I} = \frac{1}{M} \sum_{n=-N}^N I_n, M=2N+1. \quad (54)$$

Расчет основан на поиске координат «скачков» фазы решетки из нелинейного уравнения (51) с учетом уравнения (50). Решение нелинейной алгебраической системы уравнений можно проводить различными итеративными методами: методом Ньютона, методом Герчберга-Секстона или градиентным методом.

Результаты расчета методом Ньютона одномерных бинарных периодических решеток с четным числом «скачков» фазы на период,

формирующих заданное число порядков с одинаковой интенсивностью представлены в Таблице 2.1. В компьютерных экспериментах метод надежно работал до числа порядков равного 27. Получены решетки с дифракционной эффективностью 78-82 % и ошибкой СКО 1-5%. Для большего числа порядков ошибка возрастала до 10-20%.

Для 19 порядков рассчитывалась решетка с 10 «скачками» фазы на период. На рис. 44 и рис. 45 приведены вид решетки и полученное распределение интенсивности порядков в Фурье-плоскости.

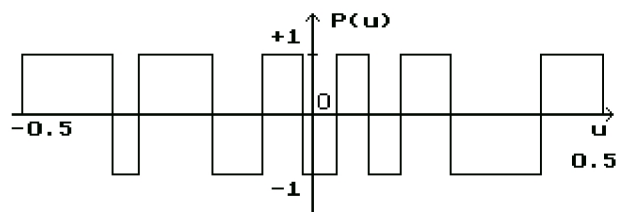


Рис. 44 Полученная решеточная функция с 10 «скачками» фазы на  $\pi$

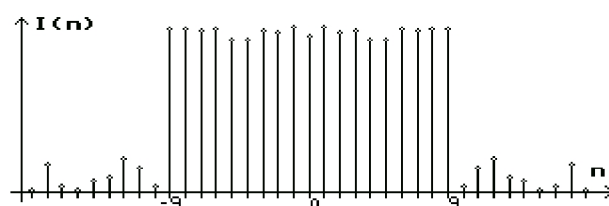


Рис. 45 Полученное распределение интенсивности порядков в Фурье-плоскости для решетки с 10 «скачками» фазы ( $\eta=82,42$   $\delta=2,68$ )

Таблица 2.1. Результаты расчета одномерных бинарных (0,  $\pi$ ) решеток с четным числом «скачков» на период, формирующих заданное число порядков с одинаковой интенсивностью.

| M  | $N_z$ | $\eta$ , % | $\delta$ , % | Координаты половины точек «скачков» фазы бинарной решетки |
|----|-------|------------|--------------|-----------------------------------------------------------|
| 5  | 3     | 66,42      | 0            | -0.13237 / 0.13237                                        |
| 9  | 7     | 78,59      | 0,43         | -0.29577 / -0.06364 / 0.12939 / 0.23002                   |
| 13 | 5     | 74,85      | 0,62         | -0.43988 / -0.17675 / 0.09779 / 0.11230 /                 |

|    |    |       |      |                                                                                                                                                          |
|----|----|-------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |       |      | 0.18871 / 0.21783                                                                                                                                        |
| 17 | 15 | 82,01 | 3,86 | -0.35905 / -0.22843 / -0.09013 / -0.00620<br>/ 0.04621 / 0.12967 / 0.20886 / 0.29904                                                                     |
| 21 | 19 | 82,52 | 3,97 | -0.34330 / -0.28511 / -0.23511 / -0.16996<br>/ -0.09448 / -0.02684 / 0.16438 / 0.25419<br>/ 0.30740 / 0.37166                                            |
| 25 | 23 | 83,47 | 2,82 | -0.47247 / -0.32568 / -0.28760 / -0.24317<br>/ -0.17142 / -0.09206 / 0.04249 / 0.10842<br>/ 0.16581 / 0.37656 / 0.42599 / 0.47312                        |
| 29 | 27 | 82,98 | 4,82 | -0.47075 / -0.42468 / -0.25997 / -0.19128<br>/ -0.14563 / -0.05824 / 0.04087 / 0.08716<br>/ 0.13014 / 0.17549 / 0.20843 / 0.26419 /<br>0.29230 / 0.35197 |

где  $M$  - число порядков с одинаковой интенсивностью,

$N$  - число «скачков» фазы бинарной решетки,

$\eta$  - дифракционная эффективность,

$\delta$  - среднеквадратичная ошибка.

## 5. Методы кодирования фазовой функции ДОЭ

Под кодированием понимается процедура отображения на материальном носителе амплитудно-фазового распределения, заданного математически – в виде формул или массивов данных в таблице. Термин этот возник в цифровой голографии.

**Голограммы Фурье и Френеля.** Методы цифровой голографии начали разрабатываться в конце 60-х годов в связи с широким проникновением в оптику компьютеров и средств машинной графики. Появление компьютеров дало реальную возможность для численного расчета амплитудно-фазовых характеристик светового поля в плоскости элемента, исходя из характеристик восстанавливаемого объекта. Развитие средств машинной графики предоставило широкие возможности для записи закодированных значений рассчитанной функции пропускания голографического элемента на физическом носителе. Появление методов цифровой

голографии впервые открыло возможность синтезировать голограммы объектов, заданных математически. основополагающими работами в области цифровой голографии следует назвать работы [6 — 12]. В настоящее время количество публикаций по цифровой голографии исчисляется тысячами.

Следует отметить, что работы по цифровой голографии были стимулированы задачей создания оптической системы визуализации 3-D объектов. На практике оказалось, что эта задача более эффективно решается дифракционными методами, усиливающими психовизуальные особенности восприятия 3-D сцен человеком. Однако прорыв, сделанный в цифровой голографии, в части задачи записи на оптический материал математически заданных амплитудно-фазовых и фазовых распределений оказался весьма важным для компьютерного синтеза дифракционных оптических элементов.

Как известно, распространение световой волны в пространстве в параксиальном приближении описывается преобразованием Френеля. Если при этом выполняется условие дальней зоны, преобразование Френеля сводится к преобразованию Фурье. Значение оператора, описывающего распространение световой волны в пространстве и характеристики восстанавливаемого объекта, позволяет рассчитать комплексную амплитуду световой волны в плоскости голографического элемента.

$$T(\mathbf{u}) = a_T(\mathbf{u}) \exp[i\varphi_T(\mathbf{u})], \quad (55)$$

где  $|T(\mathbf{u})| \equiv a_T(\mathbf{u}) \leq 1$ . Дискретизация функции пропускания  $T(\mathbf{u})$  приводит к появлению соответствующей матрицы отсчетов поля (“пикселей”):

$$\begin{aligned} T_{mn} &\equiv T(m, n) = a_T(m, n) \exp(i\varphi_T(m, n)) = \\ &= a_T(u, v) \exp(i\varphi_T(u, v)) \Big|_{\substack{u=m\delta u, \\ v=n\delta v}}, \end{aligned} \quad (56)$$

$$T = \{T_{mn}\}, m = \overline{1, N_u}, n = \overline{1, N_v}. \quad (57)$$

Если затем рассчитанные и определенным образом закодированные отсчеты нанести на физический носитель, то при освещении вос-

становливающей волной в выходной плоскости можно получить изображение голографированного объекта. На рис. 46 и 47, соответственно, представлены схемы формирования изображения голограммами Фурье и Френеля.

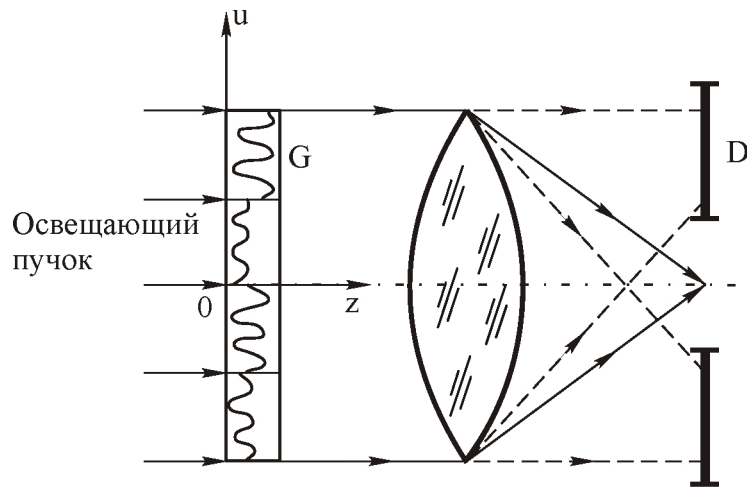


Рис. 46. Кодирование для голограмм Фурье

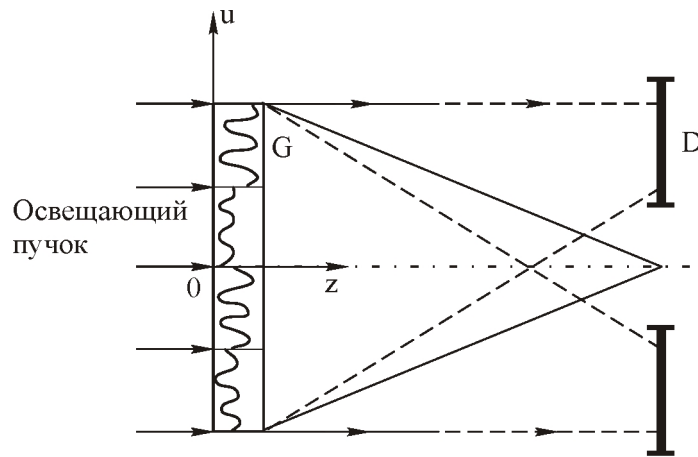


Рис. 47. Кодирование для голограмм Френеля

Под методами цифровой голографии понимается комплекс подходов к кодированию отсчетов  $Tmn$  и фиксации их на физическом носителе, то есть к синтезу цифровых голограмм с функцией пропускания (55). Амплитудно-фазовый характер (56) привел к появлению трех основных групп существующих типов цифровых голограмм.

Амплитудные голограммы. Кодированные отсчеты  $Tmn$  записываются на амплитудном носителе.

Фазовые голограммы. Кодированные отсчеты  $Tmn$  записываются на фазовом носителе.

Комбинированные голограммы. Амплитудная информация  $aT(m,n)$  наносится на носитель с амплитудным пропусканием, фазовая  $\varphi T(m,n)$  записывается на носителе с фазовым пропусканием, после записи носители совмещаются.

В настоящее время разработано большое количество методов кодирования амплитудно-фазовых характеристик как в амплитуду, так и в фазу. Наибольшее распространение получили фазовые голограммы, так как при их использовании из-за прозрачности фазовой среды удается создавать заданное изображение при сравнительно небольших потерях энергии.

Основным подходом к приведению поля в плоскости голограммы к чисто амплитудному или чисто фазовому является введение в плоскости восстановления объекта дополнительно вспомогательных элементов изображения. Эти элементы пространственно отделены от основного изображения, и поэтому не влияют на его качество. Они лишь перераспределяют энергию пучка, уменьшая яркость восстанавливаемого изображения. Процесс синтеза и восстановления фазовой голограммы с использованием вспомогательных элементов показан на рис. 48, 49.

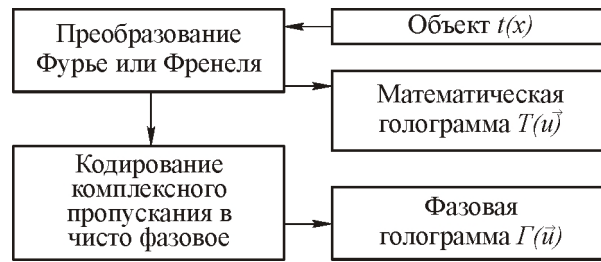


Рис. 48. Синтез фазовых голограмм.

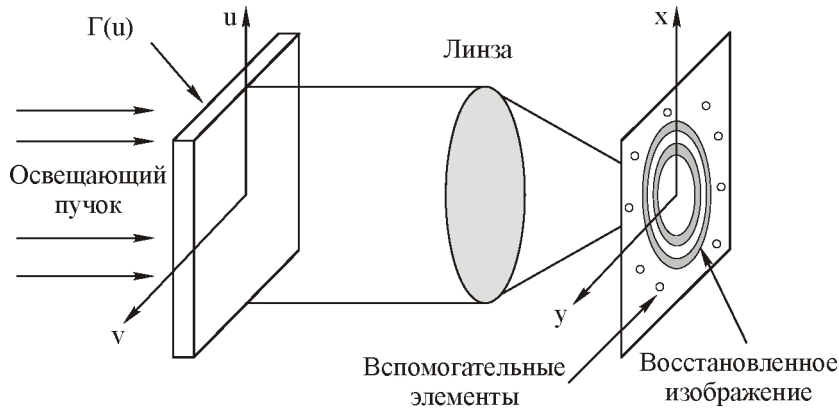


Рис. 49. Восстановление фазовой голограммы

Кодирование функции пропускания с введением вспомогательных элементов может осуществляться аналитически (например, введением в фазу или амплитуду несущей частоты, что приводит к формированию вспомогательных дифракционных порядков) или в ходе итерационного процесса.

Если исходный объект задан лишь его амплитудным (фазовым) распределением, то для приведения функции пропускания голограммы к чисто амплитудному или фазовому виду может использоваться соответственно фазовое (амплитудное) распределение на объекте.

Дадим краткий обзор существующих методов кодирования комплексной функции пропускания.

**Амплитудные голограммы.** Исторически первым методом расчета амплитудной голограммы является метод Ломана [6], основанный



на использовании свойств нерегулярной амплитудной дифракционной решетки. Ломан считал, что в принципе любая голограмма может быть интерпретирована как искаженная дифракционная решетка. Сутью цифровой голографии по Ломану, таким образом, является расчет этих искажений, исходя из характеристик голографируемого объекта. Голограмма Ломана представляет собой набор ячеек вида рис. 50, каждая из которых соответствует одному пикселу матрицы  $T$ .

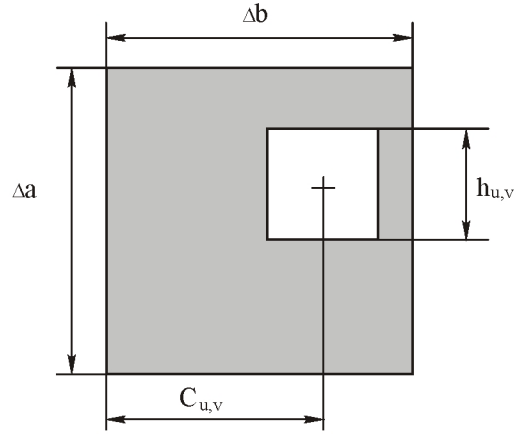


Рис. 50. Ячейка голограммы Ломана

Если рассматривать цифровую голограмму как искаженную решетку, то становится ясно, что при смещении отверстия в ячейке относительно центрального положения фаза падающей световой волны будет изменяться на пропорциональную величину. Поэтому смещение выбирается следующим образом:

$$C_{u,v} = \frac{\Phi_T(u,v)}{2\pi} \cdot \Delta b \quad (58)$$

При изменении же размеров отверстия в каждой ячейке будет изменяться амплитуда падающей волны. Размер отверстия определяется следующим образом:

$$h_{u,v} = \frac{a_T(u,v)}{a_{T_{\max}}} \Delta a. \quad (59)$$

Идейно близкими к методу Ломана являются подходы Ли [10] и Бэркхардта [13]. Подход Ли заключается в том, что каждому отсчету  $T_{mn}$  комплексной матрицы  $T$  ставится в соответствие две пары вещественных отсчетов  $T_{m,n}^1$ ,  $T_{m,n}^2$ ,  $T_{m,n}^3$  и  $T_{m,n}^4$ , значения которых фиксируются в ячейках двух соседних строк амплитудной голограммы

$$\begin{aligned} T_{m,n}^1 &= \begin{cases} T_{m,n}^{\gamma}, T_{m,n}^{\gamma} \geq 0, \\ 0, T_{m,n}^{\gamma} < 0, \end{cases} \\ T_{m,n}^2 &= \begin{cases} -T_{m,n}^{\gamma}, T_{m,n}^{\gamma} < 0, \\ 0, T_{m,n}^{\gamma} \geq 0, \end{cases} \\ T_{m,n}^3 &= \begin{cases} T_{m,n}^i, T_{m,n}^i \geq 0, \\ 0, T_{m,n}^i < 0, \end{cases} \\ T_{m,n}^4 &= \begin{cases} -T_{m,n}^i, T_{m,n}^i < 0, \\ 0, T_{m,n}^i \geq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (60)$$

где

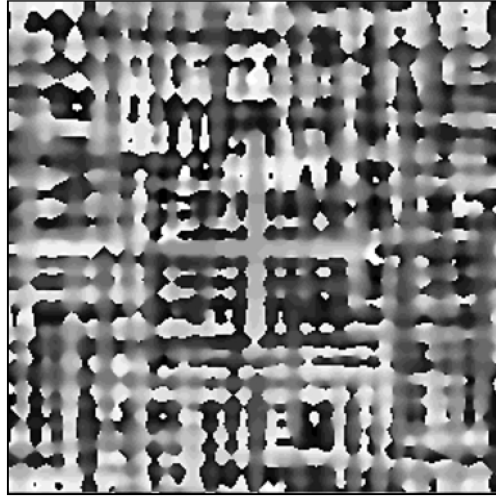
$$T_{m,n}^{\gamma} = \operatorname{Re}(T_{mn}), \quad T_{m,n}^i = \operatorname{Im}(T_{mn}). \quad (61)$$

Подход Бэркхардта заключается в том, что каждому комплексному отсчету  $T_{mn}$  в соответствие ставится три вещественных отсчета, фиксируемых в соседних ячейках голограммы:

$$\begin{aligned} T_{m,n}^1 &= a_T(m,n) \sin(\varphi_T(m,n)), \\ T_{m,n}^2 &= a_T(m,n) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi_T(m,n)\right), \\ T_{m,n}^3 &= a_T(m,n) \sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi_T(m,n)\right). \end{aligned} \quad (62)$$

Общим недостатком методов Ломана, Ли и Бэркхардта является низкая энергетическая эффективность, что вызвано амплитудным характером голограммы и возникновением высших дифракционных порядков вследствие неявного введения несущей.

**Фазовые голограммы.** Революционным открытием в области синтеза фазовых голограмм явилось создание в 1969 году киноформа [7]. Киноформ представляет собой тонкую фазовую пластинку с постоянным амплитудным пропусканием и фазовым пропусканием, определяемым фазой  $\varphi T(u, v)$  функции комплексного пропускания. На рис. 51 представлен фотошаблон киноформа, формирующего крестообразное изображение в виде амплитудного распределения.



*Рис. 51. Киноформ*

Теоретические исследования показали, что игнорирование амплитудной информации в плоскости голограммы приводит к тому, что около 80% энергии поля в плоскости восстановленного изображения приходится на полезную информацию об объекте. Остальные 20% энергии принадлежат помехам, снижающим качество восстановленного объекта. Для синтеза фазовых голограмм с более высоким качеством восстановления Кирком и Джонсом [8] был предложен метод сведения функции комплексного пропускания к чисто фазовой, основанный на введении в фазу рассчитываемого элемента синусоидальной несущей. Полезное изображение восстанавливается в "рабочем" дифракционном порядке, а остальные дифракционные порядки, так же как и в методе Ломана, использу-

ются в качестве вспомогательных элементов. На рис. 52 приведено изображение объекта, восстановленное с голограммы Кирка — Джонса (КД). Отчетливо видны дифракционный рабочий порядок (в центре) и вспомогательные дифракционные порядки.

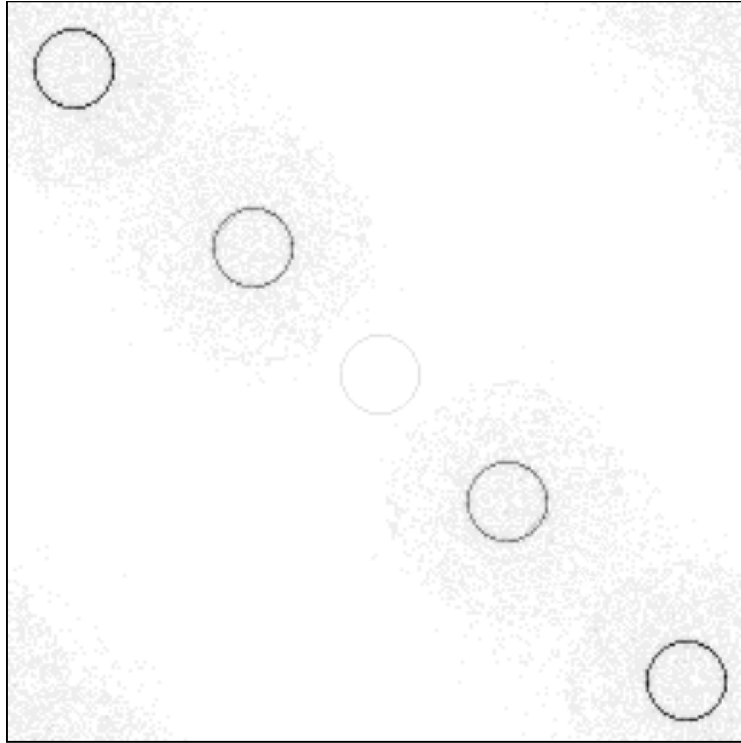


Рис. 52. Изображение объекта, восстановленное с голограммы Кирка — Джонса

Впоследствии было предложено обобщение метода КД на случай использования периодической несущей произвольной формы. В этом случае функция комплексного пропускания синтезируемого элемента выбирается в виде

$$T(\mathbf{u}) = \exp[i\varphi(\mathbf{u})] \quad (63)$$

$$\varphi(\mathbf{u}) = \varphi_T(\mathbf{u}) + \varphi_{\max} \beta a(\mathbf{u}) q_0 [\mathbf{v}\mathbf{u} + \alpha(\mathbf{u})], \quad (64)$$

где  $\mathbf{u}=(u,v)$  – вектор,  $q_0$  — произвольная периодическая функция с периодом  $l$ , принимающая значения  $q_0(t) \in [-l, l]$ ;  $\varphi_{\max} \in [0, 2\pi]$  — максимальный сдвиг фаз на высоте микрорельефа;  $\mathbf{v}=(v_1, v_2)$  – вектор несущей частоты;  $\alpha(\mathbf{u})$  — функция модуляции высоты микрорельефа, нелинейно связанная с  $\alpha_T(\mathbf{u})$  из уравнения (60) в каждой точке  $\mathbf{u}$ ;  $\beta \in [0, 1]$  — коэффициент глубины модуляции.

Оптический элемент (64) представляет собой нерегулярную дифракционную решетку, переходящую в регулярную при  $\varphi_T \equiv 0$ ,  $\alpha \equiv 0$ ,  $a \equiv 1$ . Изменение любого из перечисленных параметров приводит к перераспределению светового потока между различными порядками дифракции, что эквивалентно направлению части мощности светового пучка в “вспомогательные” элементы. При этом в полезный “рабочий” дифракционный порядок идет различная доля энергии из различных ячеек, что эквивалентно неявному введению амплитудного пропускания наряду с фазовым, но при использовании чисто фазовой структуры.

Уравнение (64) для фазового пропускания позволяет строить различные методы кодирования. Для любой периодической функции  $q_0$  может быть определен конкретный вид нелинейной зависимости нормированного распределения амплитуды от функции модуляции высоты микрорельефа:

$$a_T(\mathbf{u}) = B(\beta a(\mathbf{u})). \quad (65)$$

На рис. 53 приведены дифракционные решетки, соответствующие наиболее часто используемым несущим. В Таблице 2.2 приведены расчетные формулы для различных типов базовых решеток.

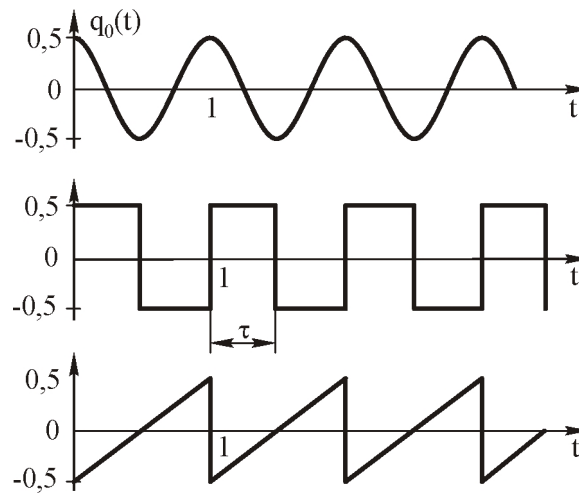


Рис. 53 Виды дифракционных решеток с разной формой периода несущей

Таблица 2.2. Расчетные формулы для различных типов решеток

| Тип базовой решетки<br>$q_0(t)$                                                                                     | $\varphi_{\max}$ | $B(\beta a)$<br>для $n$ -го дифракционного порядка                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Синусоидальная;<br>$\frac{l}{2} \cos(2\pi t)$                                                                       | $\sim \pi$       | $i^n J_n \left( \frac{l}{2} \varphi_{\max} \beta a \right)$                                                                                                                             |
| Прямоугольная;<br>0,5 при $l \leq t < 0,5 + l$<br>-0,5 при $0,5 + l \leq t < l + 1$<br>$l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ | $\pi$            | $\cos \left( \frac{\pi}{2} \beta a \right)$ при $n = 0$<br>$\frac{2}{\pi n} \sin \left( \frac{\pi}{2} \beta a \right)$ при $n = \pm 1, \pm 3, \dots$<br>0 при $n = \pm 2, \pm 4, \dots$ |
| Пилообразная;<br>( $t - 0, 5 - l$ ) при $l \leq t < l + 1$<br>$l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$                          | $2\pi$           | $(-l)^n \sin c(\beta a - n)$                                                                                                                                                            |

Заметим, что в частном случае  $n = 0$ ,  $\mathbf{v}_1 = (v_1, 0)$  синусоидальной несущей получаем те же уравнения, что в методе Кирка-Джонса [8]. В другом частном случае прямоугольной несущей приходим к методу синтетических коэффициентов [11].

Кодирование амплитудного распределения в фазовое может осуществляться не только за счет модуляции высоты микрорельефа, но и за счет модуляции других параметров несущей (рис. 54–56) [14].

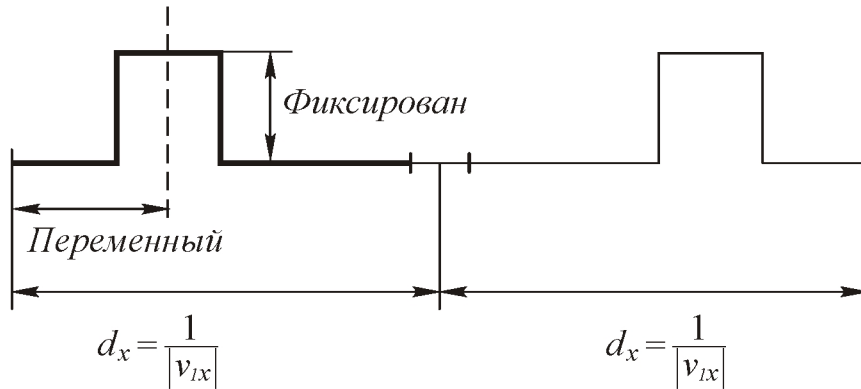


Рис. 54. Модуляция смещения центра штрихов дифракционного микрорельефа

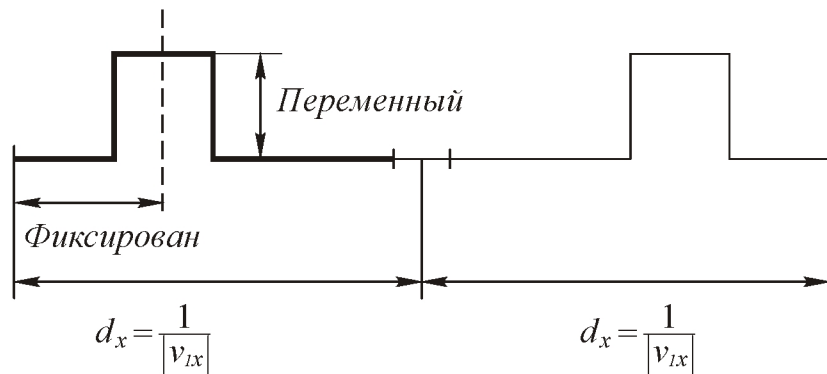


Рис. 55 Модуляция высоты штрихов дифракционного микрорельефа

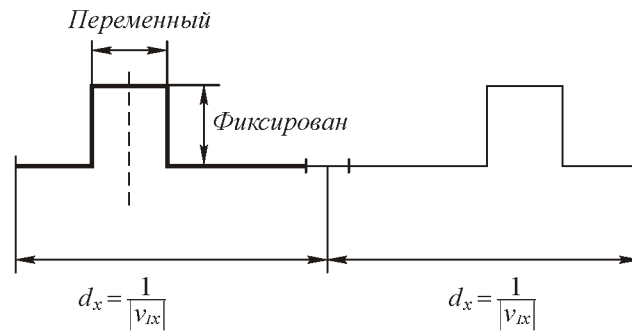


Рис. 56 Модуляция «скважности» штрихов дифракционного микрорельефа

Недостатком фазовых голограмм, использующих введение несущей, так же как и голограмм Ломана, Ли и Бэркхардта, является снижение энергетической эффективности из-за возникновения высших дифракционных порядков.

**Комбинированные голограммы.** К достоинствам комбинированных голограмм следует отнести то, что они создают единственный рабочий порядок, а также то, что они не создают помех, связанных с потерей амплитудной информации. Однако из-за технологической сложности изготовления и совмещения двух подложек, а также вследствие энергетических потерь, связанных с передачей амплитудного распределения, такие голограммы широкого распространения не нашли.

**Итеративный подход к расчету голограмм.** Широкое распространение получил итерационный подход к расчету голограмм [15–17]. Развитие данного подхода связано с постоянным повышением быстродействия средств вычислительной техники, а также с высоким качеством голограмм, рассчитанных с помощью данного подхода. В настоящее время имеется большое количество методов расчета как амплитудных, так и фазовых голограмм, развитых в рамках данного подхода. Хорошо исследованы вопросы, связанные с условиями сходимости и применимости итерационных процедур. На рис. 57 представлена в самом общем виде схема организации итерационного процесса расчета функции пропускания ДОЭ:



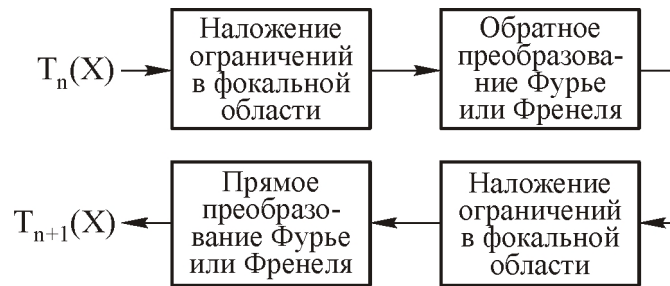


Рис. 57 Схема организации итерационного процесса

Математическим обоснованием построения итерационного процесса расчета ДОЭ служит, как правило, либо последовательное построение проекций на замкнутые множества, соответствующие ограничениям, накладываемым на функцию пропускания элемента в фокальной плоскости и плоскости элемента [17], либо широко известная градиентная процедура поиска функции [16].

В наиболее простом и часто используемом случае, когда объект задан своим амплитудным распределением, для расчета голографического элемента может быть применена итерационная процедура, известная как процедура уменьшения ошибки Фьенапа [15 — 16]. Заданное амплитудное распределение дополняют какой-либо стохастической или специально рассчитанной детерминированной фазой и осуществляют пересчет в плоскость голограммы. Получившееся амплитудное распределение в плоскости голограммы заменяют на амплитудное распределение освещающего пучка и осуществляют обратный пересчет. Фаза восстановленного объекта является дополнением исходного амплитудного распределения на следующей итерации. Фьенапом было показано, что такая процедура обладает свойством невозрастания ошибки.

Отметим, что расчет киноформа можно интерпретировать как результат работы нулевой итерации итерационного расчета фазовой голограммы объекта, заданного амплитудным распределением.

В случае, если исходный объект задан амплитудно-фазовым распределением, итерационная процедура может использоваться для сведения комплексной функции пропускания к фазовой или амплитудной

путем итерационного формирования вспомогательных элементов в плоскости восстановления объекта.

Голограммы, рассчитанные с помощью применения итерационного подхода, обладают высокой энергетической эффективностью и относительно небольшой ошибкой формирования заданного распределения. К недостаткам итерационного подхода можно отнести большие вычислительные затраты, а также то, что после 10 — 30 итераций начинается фаза стагнации, когда дальнейшее увеличение числа итераций не приводит к заметному снижению ошибки формирования заданного распределения. Общим недостатком фазовых голограмм, рассчитанных с помощью итеративного подхода и киноформа, являются технологические проблемы изготовления, возникающие из-за крайне нерегулярной фазовой структуры этих элементов.

## 6. Дискретизация и квантование фазы ДОЭ

**Модель дискретизации и квантования фазы при создании ДОЭ.** Широкие возможности дифракционной оптики ограничены характеристиками разрешения устройств расчета и генерации дифракционного микрорельефа оптических элементов. Дискретизация по аргументам и квантование по уровням функции фазового пропускания приводит в конечном счете к отклонению характеристик ДОЭ от расчетных.

Все основные этапы синтеза фазовых ДОЭ с помощью компьютера так или иначе связаны с дискретизацией и квантованием фазы. Гладкая фаза  $\varphi(u, v) = \varphi(\mathbf{u})$  рассчитывается в виде матрицы отсчетов (пикселей), приводится к интервалу  $[0, 2\pi t)$ , в результате чего образуется приведенная фаза  $\Phi(u, v) \equiv \Phi(\mathbf{u})$  (30), значения которой затем квантуются по  $M$  уровням и подаются для управления генератором фотошаблонов, отображающим ее в виде вариаций плотности почернения: полутоновых или бинарных. Далее следует технологический процесс формирования микрорельефа: полутоновые фотошаблоны могут быть использованы для формирования непрерывного дифрак-

ционно-фазового микрорельефа; набор бинарных фотошаблонов позволяет литографически получить ступенчатый фазовый микрорельеф.

Погрешности дискретизации и квантования являются принципиально неустраняемыми для оптических элементов, синтезируемых на компьютере, и подлежат оценке.

Рассмотрим модель дискретизации оптических элементов, изготавливаемых на растровом генераторе изображений или на растровом литографе.

Синтезированные на сканирующем растровом генераторе фотошаблоны являются набранными из множества  $J$  непересекающихся ячеек разрешения  $G_{\mathbf{j}}$ , в объединении составляющих рабочую область фотошаблона (см. рис. 58 и 59), где  $\mathbf{j} = (j_1, j_2)$  — двумерный индекс-номер ячейки разрешения с центром  $\mathbf{u}_{\mathbf{j}}$ . Размер ячеек  $G_{\mathbf{j}}$  определяет разрешение фотошаблонов и формируемых с них оптических элементов.

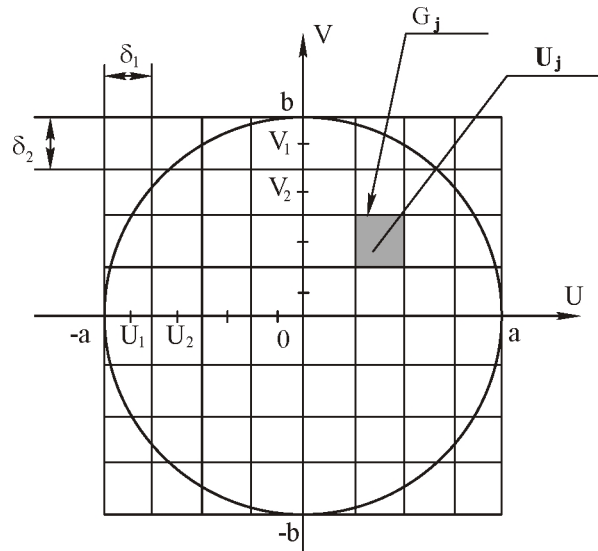


Рис. 58. Прямоугольная растровая структура фотошаблона

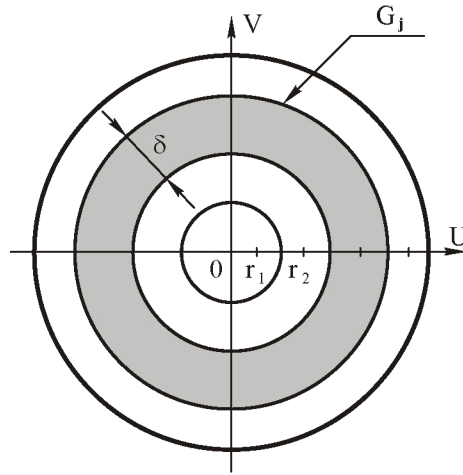


Рис. 59. Кольцевая растровая структура фотошаблона

Важнейшей характеристикой растрового генератора является функция распределения энергии воздействия в сканирующем пятне  $E_j(\mathbf{u})$ . Эта функция должна иметь протяженность, в точности равную размеру ячейки разрешения. В противном случае будут иметь место эффекты взаимного наложения фазы в соседних ячейках.

Рассмотрим наиболее интересные частные случаи растровых генераторов. При использовании прямоугольно растровых генераторов фотошаблонов с равномерным прямоугольным пятном размера  $\delta_1 \times \delta_2$  и полем  $2a \times 2b$  (см. рис. 58) можно пользоваться следующей моделью дискретизации:

$$G_j^r = \left\{ (u, v) : u_{j_1} - \frac{\delta_1}{2} \leq u \leq u_{j_1} + \frac{\delta_1}{2}, v_{j_2} - \frac{\delta_2}{2} \leq v \leq v_{j_2} + \frac{\delta_2}{2} \right\}, \quad (66)$$

$$\mathbf{u}_j = (u_{j_1}, v_{j_2}); \quad j_1 = \overline{1, N_1}, \quad j_2 = \overline{1, N_2},$$

где числа  $u_{j_1}, v_{j_2}$  образуют арифметическую прогрессию с шагом  $\delta_1, \delta_2$  соответственно,  $N_1 \delta_1 = 2a, N_2 \delta_2 = 2b$ . В этом случае

$$E_j(u, v) = \text{rect} \left( \frac{u - u_{j_1}}{\delta_1} \right) \text{rect} \left( \frac{v - v_{j_2}}{\delta_2} \right), \quad (67)$$

$$\text{где } \text{rect}(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ 0, & |t| \geq \frac{1}{2} \end{cases}.$$

При этом в пределах прямоугольного поля  $2a \times 2b$  имеется  $N_1 \times N_2$  возможных позиций пятна, лишь часть  $|J|$  из которых соответствует области  $G$  (кругу).

Прямоугольно растровые генераторы позволяют изготавливать фотошаблоны произвольных ДОО. При этом фазовая функция выражается интерполяционной формулой

$$\Phi(\mathbf{u}) = \sum_{j \in J} \Phi_j E_j(\mathbf{u}), \quad (68)$$

$$\text{где } \Phi_j \equiv \Phi(\mathbf{u})|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_j}.$$

Соответственно функция пропускания ДОО имеет вид

$$\delta(\mathbf{u}) = \exp[i\Phi(\mathbf{u})]. \quad (69)$$

При использовании кольцевых растровых генераторов фотошаблонов (рис. 59) область  $G$  представляет собой круг радиуса  $a$ , ячейки  $G_j$  нумеруются одним индексом  $j = \overline{1, N}$  и являются кольцами

$$G_j = \left\{ \mathbf{u} : r_j - \frac{\delta}{2} \leq |\mathbf{u}| \leq r_j + \frac{\delta}{2} \right\}, \quad (70)$$

$$E_j(\mathbf{u}) \equiv E_j(r) = \text{rect}\left(\frac{r - r_j}{\delta}\right). \quad (71)$$

Числа  $r_j$  образуют арифметическую прогрессию с шагом  $\delta$ ,  $r = |\mathbf{u}|$ .

Кольцевые генераторы ориентированы на изготовление фотошаблонов радиально-симметричных оптических элементов с функцией пропускания

$$\Gamma(\mathbf{u}) = \Gamma(r), \quad r = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (72)$$

и фазовой функцией

$$\Phi(\mathbf{u}) = \Phi(r) = \sum_{j=1}^N \Phi_j E_j(r). \quad (73)$$

Рассмотрим далее модель квантования значений фазы. При создании фотошаблонов отсчета фазы (пикселы)  $\Phi_j$  подвергаются квантованию по  $M$  эквидистантным уровням с постоянным шагом

$$h_m = \frac{2\pi m}{M} \quad (74)$$

и преобразуются в отсчеты  $\hat{\Phi}_j, j \in J$  квантованной фазы (рис. 60)

$$\hat{\Phi}_j = \hat{\Phi}(\Phi_j). \quad (75)$$

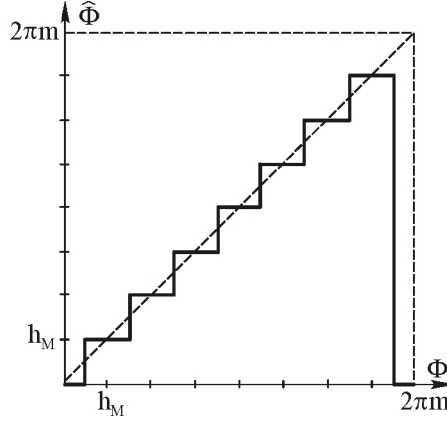


Рис. 60. Равномерное квантование фазы

Квантованные значения  $\hat{\Phi}_j$  являются управляющими сигналами растрового генератора фотошаблонов. С учетом квантования фазы по уровням фазовая функция и функция пропускания записываются соответственно в виде:

$$\hat{\Phi}(\mathbf{u}) = \sum_{j \in J} \hat{\Phi}_j E_j(\mathbf{u}), \quad (76)$$

$$\hat{\Gamma}(\mathbf{u}) = \exp[i \hat{\Phi}(\mathbf{u})]. \quad (77)$$

**Оценка погрешности дискретизации и квантования фазы в плоскости ДОЭ.** Рис. 61 иллюстрирует процедуру дискретизации и квантования фазы ДОЭ. Введем в рассмотрение погрешность дискретизации и квантования

$$\Delta\Phi(u) = \Phi(u) - \hat{\Phi}(u). \quad (78)$$

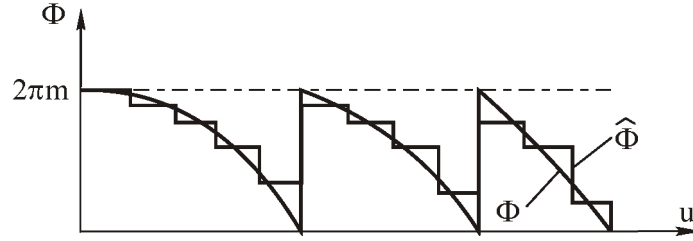


Рис. 61. Дискретизация (квантование) фазы

Из рис. 61 и предыдущего материала видно, что величина ее зависит от шага дискретизации по аргументам  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и от числа уровней квантования  $M$ . Таким образом, следует различать погрешность дискретизации и погрешность квантования.

В ряде случаев погрешность дискретизации практически отсутствует. В частности, если радиально-симметричный оптический элемент изготавливается с помощью кольцевого растрового генератора, то при правильном подборе радиуса колец погрешность дискретизации удастся свести к пренебрежимо малой величине.

В любом случае погрешность дискретизации стремятся свести к минимуму, однако ограничения здесь диктуются разрешением генератора фотошаблонов. В случае, когда разрешающая способность имеющегося генератора фотошаблонов не позволяет получать достаточно малую погрешность квантования, следует отказаться от его использования. Приведем некоторые соображения по выбору шага дискретизации. Рассмотрим непрерывную функцию  $f(u)$ ,  $-a \leq u \leq a$ , подлежащую дискретизации с шагом  $\Delta$ :

$$f(n) = f(u)|_{u=n\Delta}, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (79)$$

$$N = \left\lfloor \frac{2a}{\Delta} \right\rfloor. \quad (80)$$

Из теории сигналов известно: для того, чтобы дискретизация была обратимой, т.е. чтобы имелась возможность по функции  $f(n)$  восстановить функцию  $f(u)$ , следует выполнить условие

$$\Delta < \frac{1}{2F}, \quad (81)$$

где  $F$  — ширина спектра функции  $f(u)$ . Неравенство (81) является оправданным в выборе шага дискретизации, однако оно не указывает количественно, каким же должен быть он выбран. Дадим некоторые дополнительные количественные оценки. Для этого рассмотрим фазовую функцию  $\varphi(u, v)$  и наложим достаточно очевидное условие допустимости дискретизации в виде

$$\left| \delta_1 \frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial u} + \delta_2 \frac{\partial \varphi(u, v)}{\partial v} \right| < 2\pi, \quad (82)$$

или сокращенно  $|\nabla_{\delta} \varphi| < 2\pi$ .

Оценим погрешность кусочно-постоянной аппроксимации функции  $\varphi(\mathbf{u})$  (см. рис. 61). В каждой ячейке  $G_j$  функция  $\varphi$  может быть разложена в ряд Маклорена и аппроксимирована выражением

$$\varphi(u, v) = \varphi(u_{j_1}, v_{j_2}) + (u - u_{j_1})\varphi_u + (v - v_{j_2})\varphi_v, \quad (83)$$

где  $\varphi_u = \left. \frac{\partial \varphi(\mathbf{u})}{\partial u} \right|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_j}$ ;  $\varphi_v = \left. \frac{\partial \varphi(\mathbf{u})}{\partial v} \right|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_j}$ .

Предложенные соотношения позволяют выразить погрешность дискретизации в виде:

$$\Delta \varphi_j(\mathbf{u}) = -(\mathbf{u} - \mathbf{u}_j) \nabla_{\perp} \varphi(\mathbf{u}_j); \quad \nabla_{\perp} = (\partial/\partial u, \partial/\partial v). \quad (84)$$

Заметим, что в силу условия (82) имеет место неравенство

$$|\Delta \varphi_j(\mathbf{u})| < 2\pi. \quad (85)$$

Влияние дискретизации может быть охарактеризовано максимальной или среднеквадратичной погрешностью (флуктуацией) фазы, выражения для которых соответственно имеют вид

$$\Delta \varphi_{\max} = \max_{\mathbf{u} \in G} |\Delta \varphi(\mathbf{u})|, \quad (86)$$

$$\Delta \varphi_s = \left[ \frac{1}{|G|} \int_G |\Delta \varphi(\mathbf{u})|^2 d^2 u \right]^{1/2}, \quad (87)$$



где  $|G|$  — площадь области  $G$ .

Оценим величины (86) и (87) для прямоугольного сканирующего пятна (67) и гладкой функции  $\varphi(u, v)$ . Подставляя представление (83), (84) в уравнение (86), последовательно получаем

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\max} &= \max_{j \in J} \max_{\mathbf{u} \in G_j} |\Delta\varphi_j(\mathbf{u})| = \max_{j \in J} \max_{\mathbf{u} \in G_j} |\Delta\varphi_j(\mathbf{u})| \leq \\ &\leq \max_{j \in J} \max_{\mathbf{u} \in G_j} |(\mathbf{u} - \mathbf{u}_j) \nabla \perp \varphi(\mathbf{u}_j)|. \end{aligned} \quad (88)$$

Поскольку максимум линейной функции

$$(u - u_{j_1})\varphi_u + (v - v_{j_2})\varphi_v, \quad (89)$$

на прямоугольнике  $G_j$  (66) достигается при

$$\begin{aligned} u - u_{j_1} &= \frac{\delta_1}{2} \operatorname{sgn}(\varphi_u); \quad v - v_{j_2} = \frac{\delta_2}{2} \operatorname{sgn}(\varphi_v); \\ \operatorname{sgn}(t) &= \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (90)$$

и составляет

$$\frac{1}{2}(\delta_1|\varphi_u| + \delta_2|\varphi_v|), \quad (91)$$

то из (88) получается удобная оценка максимальной погрешности дискретизации фазы

$$\Delta\varphi_{\max} \leq \frac{1}{2} \max_{\mathbf{u} \in G} |\nabla_{\delta} \varphi(\mathbf{u})|_+, \quad (92)$$

где символ  $|\cdot|_+$  означает сумму модулей компонент вектора. Аналогично для  $\Delta\varphi_s$  имеем

$$|G| \cdot (\Delta\varphi_s)^2 = \sum_{j \in J} \int_{G_j} [\Delta\varphi_j(\mathbf{u})]^2 d^2 \mathbf{u}. \quad (93)$$

Выполняя простейшее интегрирование с учетом уравнения (71) и соотношений

$$\int_{G_j} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_j) d^2 \mathbf{u} = 0, \quad (94)$$

$$\int_{G_j} (u - u_{j_1})^2 d^2 \mathbf{u} = \frac{\delta_1^3 \delta_2}{12}; \quad \int_{G_j} (v - v_{j_2})^2 d^2 \mathbf{u} = \frac{\delta_1 \delta_2^3}{12}. \quad (95)$$

получаем

$$|G| \cdot (\Delta \varphi_s)^2 = \frac{1}{12} \sum_{j \in J} [\nabla_\delta \varphi(\mathbf{u}_j)]^2 \delta_1 \delta_2. \quad (96)$$

Заменяя сумму соответствующим интегралом, получаем удобную оценку среднеквадратичной погрешности дискретизации фазы

$$\Delta \varphi_s = \left\{ \frac{1}{12|G|} \int_G [\nabla_\delta \varphi(\mathbf{u})]^2 d^2 \mathbf{u} \right\}^{1/2}. \quad (97)$$

Оценки (92), (97) позволяют подсчитать погрешности дискретизации  $\Delta \varphi_s$  непосредственно по параметрам дискретизации  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  и первым производным фазы. Интересный частный случай соответствует “цилиндрической оптике” с  $\varphi(\mathbf{u}) \equiv \varphi(u)$ ,  $|u| \leq a$ . В этом случае формулы примут вид

$$\Delta \varphi_{\max} \leq \frac{\delta}{2} \max_{|u| \leq a} |\varphi'(u)|, \quad \varphi' = \frac{d\varphi}{du}, \quad (98)$$

$$\Delta \varphi_s = \left\{ \frac{\delta^2}{24a} \int_{-a}^a [\varphi'(u)]^2 du \right\}^{1/2}. \quad (99)$$

Другой важный частный случай соответствует радиально-симметричным фазовым функциям  $\varphi(\mathbf{u}) \equiv \varphi(r)$ ,  $r = |\mathbf{u}| \leq a$ . В этом случае

$$\Delta \varphi_{\max} \leq \frac{\delta}{2} \max_{0 \leq r \leq a} |\varphi'(r)|, \quad \varphi' = \frac{d\varphi}{dr}, \quad (100)$$

$$\Delta \varphi_s = \left\{ \frac{\delta^2}{6a^2} \int_0^a [\varphi'(r)]^2 r dr \right\}^{1/2}. \quad (101)$$

Оценки (92), (98) — (101) дают непосредственную связь возмущений дискретизации с производными гладкой фазовой функции.

Пример 6.1.

В качестве примера на рис. 62 приведен график среднеквадратичного отклонения  $\Delta\varphi_s$  при дискретизации фазы

$$\varphi(r) = -k \frac{1 + (n-1)^{-2}}{8f_0^3} r^4 \quad (102)$$

с параметрами  $\lambda = 0,63$  мкм,  $m = 1$ ,  $n = 1,5$ , разрешение  $\delta$  [мкм] является варьируемым параметром.

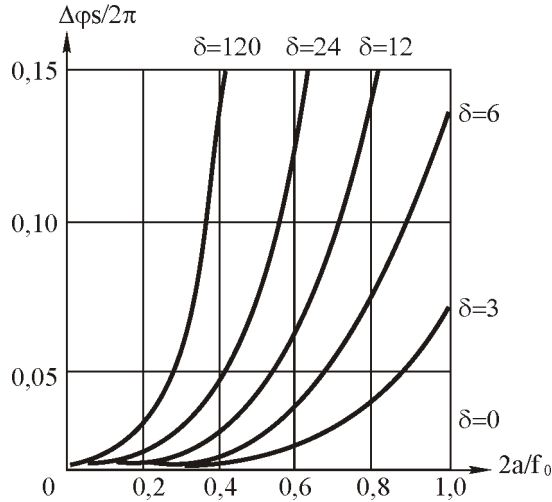


Рис. 62. Среднеквадратичное отклонение при дискретизации фазы

Из графиков на рис. 62 видно, например, что при разрешении генератора фотошаблона  $\delta = 6$  мкм удастся реализовать оптический элемент (102) с погрешностью дискретизации фазы, не превышающей 5% в диапазоне изменения параметра “относительное отверстие” ДОО  $0 \leq 2a/f \leq 0,8$ , а при разрешении  $\delta = 24$  мкм соответствующий диапазон сужается в 2 раза.

Перейдем к рассмотрению эффектов квантования. Следует различать ситуацию бинарного квантования ( $M = 2$ ) и примыкающего к ней “грубого” квантования с малым числом уровней  $M = 3, 4$ , а также квантования с большим числом уровней  $M \gg 2$ . В случае бинарного

квантования фаза ДОЭ принимает два значения: 0 и  $\pi$  (отсюда термин “бинарная оптика”).

ДОЭ работает как фазовая дифракционная решетка (или зонная пластинка), т.е. дает большое количество дифракционных порядков. Рабочим обычно является первый порядок дифракции, в который попадает до 40% энергии, что и определяет предельную дифракционную эффективность ДОЭ в данном случае. При большом числе уровней квантования можно ввести в рассмотрение шум квантования  $\Delta\varphi_k$ . Из рис. 62 видно, что при шаге квантования (74) максимальное значение погрешности квантования фазы

$$\Delta\varphi_{\max}^k = \pi m / M. \quad (103)$$

Если допустить, что  $\Delta\varphi_k$  принимает равновероятные значения в диапазоне  $[-\pi m / M, \pi m / M]$ , то нетрудно вычислить среднеквадратичное значение погрешности квантования фазы

$$\Delta\varphi_s = \frac{1}{2\pi m / M} \int_{-\pi m / M}^{\pi m / M} (\Delta\varphi_k)^2 d(\Delta\varphi_k) = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi m}{M} \right)^2. \quad (104)$$

При больших значениях  $M$  величина среднеквадратичной погрешности квантования фазы составляет доли процента. В этом случае эффект квантования фазы может быть сведен к появлению в плоскости ДОЭ дополнительного фазового транспаранта со случайной по полю апертуры фазой, варьирующейся в узком диапазоне  $[-\pi m / M, \pi m / M]$ , и описывается моделью случайного фазового диффузора.

**Анализ влияния дискретизации и квантования фазовой функции на характеристики ДОЭ.** Для анализа влияния дискретизации и квантования фазовой функции на характеристики ДОЭ следует рассмотреть дифракцию света на синтезированном оптическом элементе.

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну

$$W(u, v, z, t) = f(u, v) \exp[-i\omega(t - z/c)], \quad (105)$$

распространяющуюся в направлении  $z$  со скоростью  $c$ . Пусть в плоскости  $z = 0$  (рис. 63) размещен ДОЭ с пропусканием  $T(u, v)$  в апертуре  $G$ .

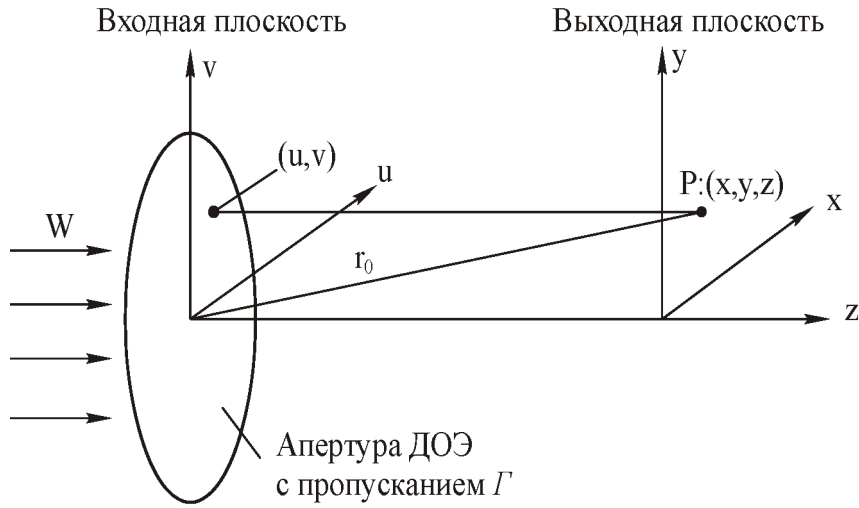


Рис. 63. Дифракция света на ДОЭ

Задачей является определение дифракционного поля

$$S(x, y, z, t) = g(x, y, z) \exp(-i\omega t) \quad (106)$$

на больших расстояниях от плоскости ДОЭ. Пусть  $r_0$  — расстояние от начала координат до точки  $P(x, y, z)$ , а  $\alpha = x/r_0$ ,  $\beta = y/r_0$  — направляющие косинусы линии  $OP$ . Тогда, если  $r_0$  велико по сравнению с размером области  $G$ , то поле  $g(x, y, z)$  в точке  $P$  выражается соотношением

$$g(x, y, z) = A e^{ikr_0} \iint_G T(u, v) \exp[-ik(\alpha u + \beta v)] du dv, \quad (107)$$

где  $A$  — постоянная. Полученный результат можно выразить через двумерное преобразование Фурье функции  $T(u, v)$ :

$$g(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{T}(u, v) \exp[-i(\omega_x u + \omega_y v)] du dv, \quad (108)$$

где

$$\bar{T}(u, v) = A e^{ikr_0} T(u, v). \quad (109)$$

Таким образом, на поверхности сферы с центром в начале координат комплексная амплитуда дифракционного поля пропорциональна

преобразованию Фурье  $g(\omega_x, \omega_y)$  функции пропускания  $T(u, v)$  ДОО. С учетом этого факта проведем качественный анализ влияния дискретизации и квантования на характеристики ДОО.

В случае ДОО, функция комплексного пропускания которого подверглась дискретизации с прямоугольным растром (67), выражение для поля в выходной плоскости имеет вид

$$g(x, y, z) = g(\omega_x, \omega_y) = A \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \sum_{j_1=0}^{N_1-1} \sum_{j_2=0}^{N_2-1} T(u_{j_1}, v_{j_2}) \int_{u_{j_1}}^{u_{j_1+1}} \int_{v_{j_2}}^{v_{j_2+1}} e^{-i\omega_x u} e^{-i\omega_y v} du dv, \quad (110)$$

где  $u_{j_1} = -A_1 + j_1 \frac{2A_1}{N_1}$ ,  $v_{j_2} = -A_2 + j_2 \frac{2A_2}{N_2}$ ,  $\omega_x = k\alpha$ ,  $\omega_y = k\beta$ ;

$A_1, A_2$  — размеры оптического элемента;  $N_1, N_2$  — число отсчетов по осям координат. После несложного преобразования предыдущее выражение приобретает вид

$$g(\omega_x, \omega_y) = A \frac{e^{ikR_0}}{R_0} \exp \left[ -i\omega_x \left( -A_1 + \frac{A_1}{N_1} \right) - i\omega_y \left( -A_2 + \frac{A_2}{N_2} \right) \right] P(\omega_x, \omega_y) Q(\omega_x, \omega_y), \quad (111)$$

где

$$Q(\omega_x, \omega_y) = \sum_{j_1=0}^{N_1-1} \sum_{j_2=0}^{N_2-1} \Gamma(u_{j_1}, v_{j_2}) e^{-ij_1 \omega_x 2A_1/N_1} e^{-ij_2 \omega_y 2A_2/N_2}, \quad (112)$$

$$P(\omega_x, \omega_y) = 4 \frac{A_1 A_2}{N_1 N_2} \operatorname{sinc} \left[ \frac{\omega_x A_1}{N_1} \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{\omega_y A_2}{N_2} \right]. \quad (113)$$

Функция  $Q(\omega_x, \omega_y)$  (112) представляет собой двумерную периодическую функцию с периодом по осям  $\pi N_1 / A_1$  и  $\pi N_2 / A_2$ , соответственно. Эта функция описывает хорошо известный эффект разложения спектров, возникающий при дискретизации исходного сигнала. При увеличении  $N_1, N_2$  — числа точек дискретизации исходного ДОО

расстояние между различными порядками возрастает. На практике число отсчетов необходимо выбирать таким образом, чтобы различные порядки в спектре были пространственно разнесены и не перекрывали друг друга. Функция  $P(\omega_x, \omega_y)$  по своей форме описывает дифракцию света на прямоугольном растре при дискретизации ДОО. Наличие этой функции уменьшает долю энергии, приходящуюся на дополнительные спектры. При увеличении числа точек дискретизации на ДОО эта доля энергии убывает. Характер убывания величины  $P$  с ростом  $N_1, N_2$  определяется зависимостью  $P \sim 1/x_1 x_2$ .

Рассмотрим теперь физические эффекты, возникающие при квантовании фазовой функции ДОО. Пусть  $\varphi(u, v)$  — фазовая функция ДОО для фокусировки пучка с комплексной амплитудой  $W(u, v)$  в область  $S$  фокальной плоскости. ДОО будем рассматривать как добавку к линзе с фокусным расстоянием  $f$ . Критерием качества работы квантованного дифракционного оптического элемента является дифракционная эффективность

$$E = \frac{\iint_S I(x, y) dx dy}{\iint_D |W(u, v)|^2 du dv}, \quad (114)$$

где  $W(u, v)$  — освещающий пучок,  $I(x, y)$  — интенсивность в фокальной области,  $D$  — апертура ДОО,  $S$  — область фокусировки.

Величина  $E$  характеризует долю энергии освещающего пучка, фокусируемую в требуемую область фокальной плоскости.

Квантование фазовой функции дифракционного оптического элемента может быть описано как результат применения нелинейного преобразования  $\hat{\Phi}(\varphi)$  к фазовой функции оптического элемента  $\varphi(u, v)$ . Нелинейное преобразование в случае квантования фазовой функции  $\varphi(u, v)$ , приведенной к интервалу  $2\pi$  по  $M$  уровням, имеет вид

$$\hat{\Phi}(\varphi) = \text{int} \left[ \frac{\varphi}{\Delta} \right] \Delta; \Delta = 2\pi/M, \quad (115)$$

где  $\text{int}[x]$  — операция взятия целой части числа  $x$ ;  $M$  — число уровней квантования фазы.

В случае квантования комплексная функция пропускания ДОЭ принимает вид

$$T(u, v) = \exp \{i\hat{\Phi}[\varphi(u, v)]\}. \quad (116)$$

Для описания работы дифракционного оптического элемента разложим функцию комплексного пропускания в ряд Фурье по переменной  $\varphi(u, v)$ .

$$T(u, v) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp \left[ i \frac{n}{m} \varphi(u, v) \right], \quad (117)$$

где  $2\pi m$  — максимальная фаза на оптическом элементе,

$$c_n = \frac{1}{2\pi m} \int_0^{2\pi m} \exp \left( i \hat{\Phi}(\xi) - i \frac{n}{m} \xi \right) d\xi. \quad (118)$$

С учетом (117) комплексная амплитуда поля в фокальной плоскости элемента представима в виде

$$F(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n F_n(x, y). \quad (119)$$

В приближении Френеля — Кирхгофа  $F_n$  имеет вид

$$F_n(\mathbf{x}) = \frac{l}{i\lambda f} \exp \left( i \frac{k}{2f} x^2 \right) \times \\ \times \iint_D T(u, v) \exp \left( i \frac{n}{m} \varphi(\mathbf{u}) - i \frac{kxu}{f} \right) d^2 u, \quad (120)$$

где  $(u, v)$  — плоскость, непосредственно прилегающая к оптическому элементу,  $(x, y)$  — плоскость фокусировки.

Согласно выше приведенным формулам ДОЭ формирует дифракционные порядки  $F_n(x, y)$ ,  $n = -\infty, \infty$ . Требуемый процесс фокусировки в рабочем (полезном) порядке дифракции  $m$  описывается величиной  $F_m(x, y)$ . Из общего вида фазовой функции следует, что слагаемые с другими  $n$  соответствуют расфокусированным изображениям с геометрическими размерами в  $n/m$  раз большими.

В общем случае расфокусированные изображения  $F_n(x, y)$  влияют на  $F_m(x, y)$ , при этом получаем следующую оценку интенсивности:



$$I(x, y) \geq |c_n|^2 I_n(x, y), \quad (121)$$

где

$$I(x, y) = |F(x, y)|^2, \quad I_n(x, y) = |F_n(x, y)|^2. \quad (122)$$

Для энергетической эффективности ДОЭ имеет место следующая оценка:

$$E \leq |c_n|^2 E_0, \quad (123)$$

где  $E_0$  — энергетическая эффективность ДОЭ с непрерывной (не-квантованной) фазовой функцией  $\varphi(u, v)$ .

Рассмотрим далее квантование фазовой функции оптического элемента с максимальной фазой, равной  $2\pi$  (т.е.  $m = 1$ ). Пусть число уровней квантования равно  $M$ . В этом случае выражение для  $c_n$  принимает следующий вид

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \int_{\frac{2\pi k}{M}}^{\frac{2\pi(k+1)}{M}} \exp\left(i \frac{2\pi k}{M} - i n \xi\right) d\xi. \quad (124)$$

Интересно отметить, что выражение для мощности дифракционных порядков не содержит фазовой функции исходного ДОЭ. После вычисления интеграла данное выражение принимает вид

$$c_n = i \frac{\left(\exp\left(-\frac{2\pi n i}{M}\right) - 1\right)}{2\pi n} \sum_{k=0}^{M-1} \left[\exp\left(-\frac{2\pi i(n-1)}{M}\right)\right]^k. \quad (125)$$

Используя формулу геометрической прогрессии, можно упростить полученное выражение:

$$c_n = i \frac{\left(\exp\left(-\frac{2\pi n i}{M}\right) - 1\right)}{2\pi n} \frac{1 - \exp(-2\pi i(n-1))}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi i(n-1)}{M}\right)}. \quad (126)$$

Раскрывая неопределенность, получаем окончательное выражение для  $c_n$ :

$$c_n = \begin{cases} \frac{iM}{2\pi n} \left[ \exp\left(-\frac{2\pi i n}{M}\right) - 1 \right], & \text{если } (n-1)M - \text{целое число,} \\ 0, & \text{если } \frac{(n-1)}{M} - \text{нецелое число.} \end{cases} \quad (127)$$

Рассмотрим случай  $n = sM+1$  (при других  $n$  согласно (127)  $c_n = 0$ ), где  $s$  — произвольное целое число, определяющее ненулевые дифракционные порядки:

$$c_{sM+1} = \frac{i}{2\pi\left(s + \frac{1}{M}\right)} \left[ \exp\left(-\frac{2\pi i}{M}\right) - 1 \right]. \quad (128)$$

Как видно из рис. 64а, при малом числе уровней квантования ( $M = 2$  — 6) существенный вес имеют первые 2 — 3 порядка дифракции. При увеличении числа уровней квантования фазы  $M$  дифракционного оптического элемента все коэффициенты, кроме первого, стремятся к нулю. Это означает, что вклад побочных порядков становится очень малым (рис. 64).

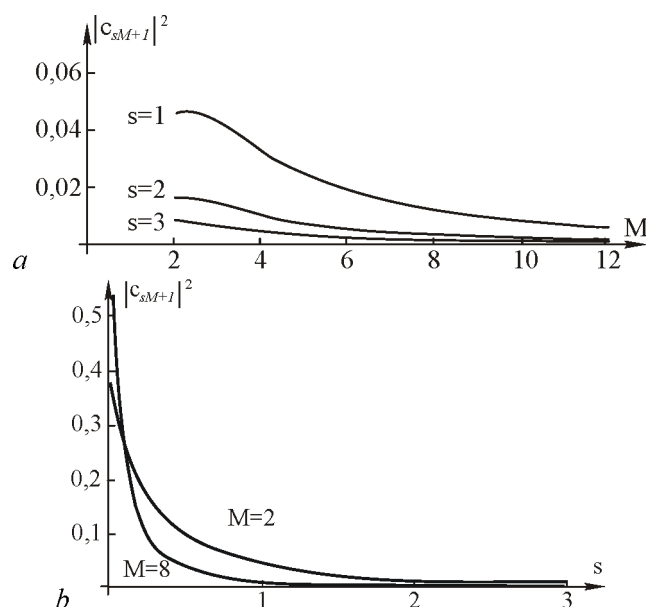


Рис. 64. Зависимость величины коэффициента  $c_{sM+1}$ :  
а) от числа уровней квантования  $M$ ; б) параметра  $s$

## 7. Компьютерное проектирование и формирование дифракционного микрорельефа

**Этапы компьютерного синтеза ДОЭ.** Создание ДОЭ с помощью компьютера - процесс сложный. Он включает в себя решение прямой и обратной задачи теории дифракции, требует применения оптико-электронной аппаратуры регистрации изображений и связан с использованием различных технологий получения фазового рельефа. Каждый из этих этапов существенно влияет на качество изготавливаемого ДОЭ, и заранее трудно представить точные значения его характеристик, таких, например, как толщина линии фокусировки или дифракционная эффективность ДОЭ. В этой связи процесс создания ДОЭ с помощью компьютера становится итерационным: исследуя характеристики синтезируемого элемента на различных этапах его изготовления, мы вырабатываем рекомендации к их улучшению (рис. 65). Эта

ситуация типична для процесса проектирования вообще и для автоматизированного проектирования в частности. Важную роль здесь играет исследование полученных характеристик ДОЭ, основанное на проведении экспериментов. В компьютерной оптике требуется проводить два вида экспериментов: вычислительные и натурные, причем и тот, и другой требуют применения компьютеров.

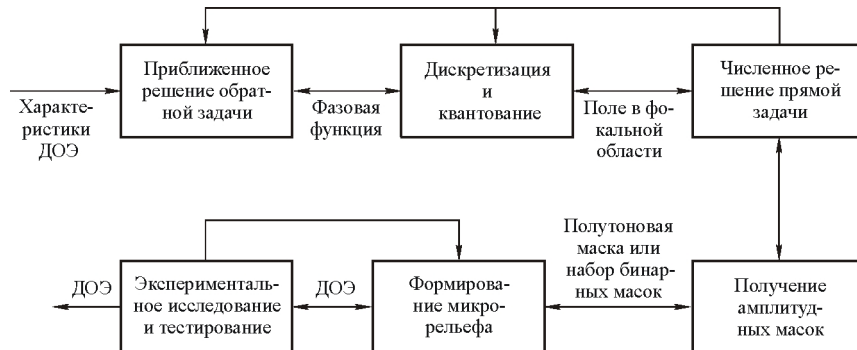


Рис. 65. Главные этапы компьютерного синтеза ДОЭ

**Программное обеспечение синтеза ДОЭ.** В качестве примера возможного оснащения компьютера специалиста по дифракционной оптике рассмотрим несколько программных комплексов, разработанных в Институте систем обработки изображений РАН.

На рис. 66 представлен экран (с поясняющими комментариями) программного обеспечения «QUICK-DOE» [18]. Это программное обеспечение включает реализацию аналитических методов расчета матриц, описывающих фазовые функции ДОЭ, и методов кодирования функций пропускания оптических элементов. Программное обеспечение также оснащено средствами формирования файлов для вывода на растровые фотопостроители, расчета цифровых голограмм, выполнения ряда вспомогательных функций. В частности, к вспомогательным операциям относятся преобразование форматов файлов, визуализация маски файла, моделирование работы ДОЭ на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ), описание и подготовка составного изображения для вывода на фотоплоттер. Программное обеспечение предна-

значено для использования физиками-оптиками, проектировщиками дифракционной оптики и программистами, разрабатывающими программы расчета ДОЭ.

«QUICK-DOE» содержит программы расчета следующих аналитически описанных ДОЭ:

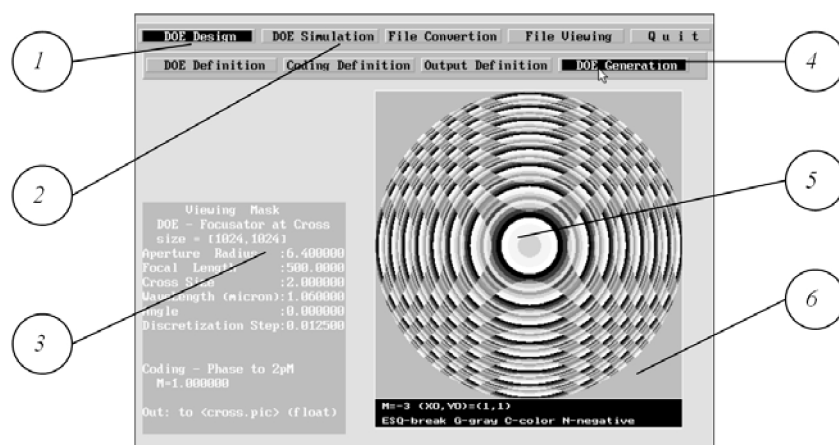


Рис. 66. Экран программного обеспечения «QUICK-DOE» с поясняющими комментариями: 1 — меню функций для расчета ДОЭ; 2 — меню функций моделирования ДОЭ; 3 — введенные параметры; 4 — меню функций для расчета ДОЭ; 5 — визуализация рассчитанной фазовой функции ДОЭ; 6 — параметры визуализации

- различных вариантов дифракционных линз (радиальная, бифокальная, многофокусная, цилиндрическая, скрещенные цилиндрические, с повышенной глубиной фокуса — см. главу 2;
- фокусаторов (в кольцо, в крест, в контур квадрата, в отрезок в фокальной плоскости, в прямоугольную область — см. главу 3);
- компенсаторов для преобразования сферического волнового фронта в волновой фронт с осесимметричной поверхностью вращения второго порядка (включая параболоид, эллипсоид и гиперболоид — см. главу 3);

- оптических фильтров (базисные функции Карунена-Лоэва, фильтр Винера, регуляризующий фильтр Тихонова);
- ДОО, согласованных с модами когерентного излучения (моданов), (моды Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра).

Список рассчитываемых ДОО может быть дополнен пользовательскими ДОО. Разработан и реализован несложный метод включения новых оптических элементов. Для введения нового элемента необходимо отредактировать программу проведения диалога для ввода требуемых параметров и написать программу расчета поля (фазы или амплитуды) в точке.

Программное обеспечение содержит различные варианты кодирования фазы и амплитуды:

- кодирование фазы по модулю  $2\pi$ ,
- кодирование из фазы в амплитуду с наложением несущей частоты,
- кодирование из амплитуды в фазу со значениями  $\{0, \pi\}$ ,
- кодирование из амплитуды в фазу с наложением несущей частоты методом Кирка-Джонса [19],
- кодирование методами Ломана и Ли,
- кодирование из амплитуды в амплитуду с наложением несущей частоты,
- преобразование амплитуды по абсолютной величине (амплитуда),
- преобразование амплитуды в интенсивность.

Для моделирования работы ДОО в приближении Френеля реализован дифракционный метод расчета, основанный на БПФ, а для более сложных оптических схем – менее точный метод расчета трассировки лучей.

Все преобразования могут быть выполнены не только для существующих элементов, но и для элементов, включенных позже пользователем.

При расчете элемента могут быть получены полутоновые или бинарные маски. Маска может быть записана в файл в следующих вариантах:

- каждый отсчет как действительное число,
- байт на отсчет,

- бит на отсчет (только для бинарных масок).

Если нужен набор из нескольких бинарных масок (2 — 4), то можно рассчитать их последовательно или записать полутоновую маску в файл и затем получить все требуемые бинарные маски, используя преобразование.

При расчете маски ДОЭ и изменении формата файла маски ДОЭ выполняется синхронная визуализация.

При работе «QUICK-DOE» поддерживается внутренний растрового типа формат файлов, записанный построчно с комментариями, содержащимися в заголовке и в окончании файла. Для стыковки с другим программным обеспечением предусмотрены перекодировщики в TIFF-формат байт/отсчет и обратно, и в поле байт/отсчет с построчной организацией. Для облегчения работы пользователя с программным обеспечением имеется удобная оболочка.

В случае необходимости рассчитанные с помощью «QUICK-DOE» фазовые функции оптических элементов могут быть оптимизированы с помощью соответствующего программного обеспечения, реализующего описанные в главе 4 итерационные методы. Такое программное обеспечение используется также, когда нельзя аналитически получить и запрограммировать фазовую функцию ДОЭ. На рис. 67 представлен экран программного обеспечения «Iter-DOE», предназначенного для расчета фазовых оптических элементов (киноформов, фокусирующих ДОЭ, многофокусных линз, аксиконов, компенсаторов) на основе быстрых интегральных преобразований. Многооконный интерфейс позволяет наглядно представить все изменения фазовой функции и характеристик качества работы ДОЭ в процессе итерационного расчета оптического элемента.

На рис. 68 представлен экран программного обеспечения, основанного на итерационных методах расчета ДОЭ. Это — программное обеспечение «Iter-MODE», предназначенное для расчета дифракционных оптических элементов, формирующих моды Гаусса-Лагерра, Гаусса-Эрмита и Бесселя на основе алгоритмов аппроксимации комплексной функции конечным числом базисных функций. Многооконный интерфейс позволяет наглядно представить вид фазовой маски

рассчитываемого 9-модового пространственного фильтра и результат моделирования воздействия этого фильтра на освещающий пучок с соответствующим модовым составом.

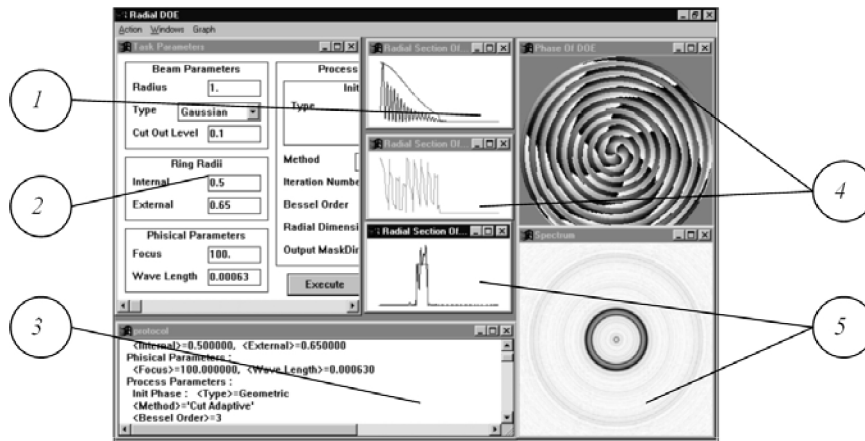


Рис. 67. Экран программного обеспечения «Iter-DOE» с поясняющими комментариями (на примере расчета фазового ДОЭ, фокусирующего в кольцо): 1 — радиальное сечение падающего света; 2 — окно параметров (тип падающего света, длина волны, радиусы кольца, тип начальной фазы, тип итеративного метода и т.д.); 3 — окно протокола (входные параметры, отклонение и эффективность на каждой итерации и т.д.);

4 — рассчитанная фаза (2D-маска и радиальное сечение);  
 5 — распределение интенсивности в плоскости фокусировки (2D-картина и радиальное сечение)



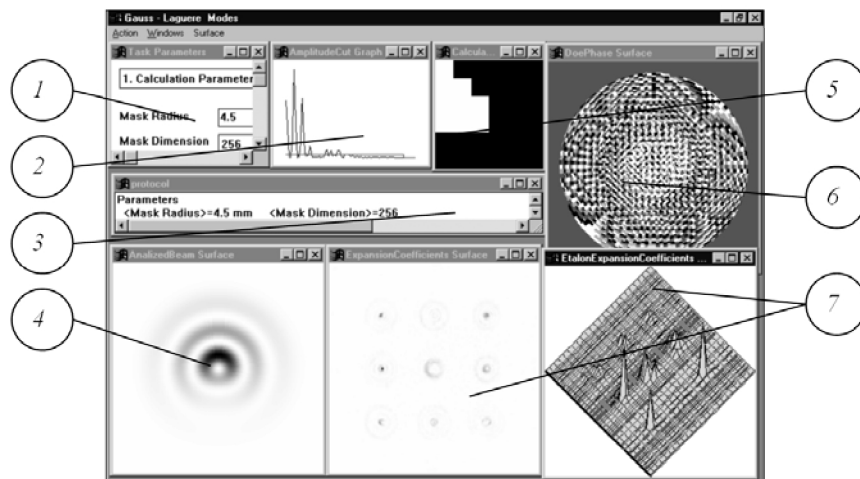


Рис. 68. Экран программного обеспечения «Iter-MODE» с поясняющими комментариями (на примере расчета ДОЭ, формирующего многомодовый пучок Гаусса-Лагерра): 1 — окно параметров (модовый состав светового пучка и фильтра, тип начальной фазы, тип итерационного метода, число итераций и т.д.); 2 — радиальное сечение амплитуды; 3 — окно протокола (входные параметры, отклонение и эффективность на итерациях и т.д.); 4 — 3-х модовый световой пучок; 5 — таблица модового состава пространственного фильтра; 6 — фазовая маска пространственного фильтра; 7 — действие фильтра (всплески интенсивности в точках, соответствующих модовому составу освещающего пучка – виды 2D и 3D)

Если в процессе итерационного расчета выясняется, что итерационными методами в приближении Френеля-Кирхгофа невозможно добиться решения поставленной задачи, то приходится использовать более точные методы электромагнитного подхода, изложенные в главе 6. Эти методы приходится применять также в случаях, когда нарушаются условия приближения Френеля. Программное обеспечение «GRAT-

ING SOLVER» (рис. 69) предназначено для расчета и моделирования дифракционных решеток в рамках электромагнитной теории.

Это программное обеспечение охватывает:

- моделирование отражающих и пропускающих дифракционных решеток с непрерывным и бинарным профилем рельефа;
- градиентные методы и стохастические алгоритмы решения обратной задачи расчета бинарного профиля из условия формирования заданных порядков дифракции;
- градиентные методы решения обратной задачи расчета непрерывного отражающего профиля в приближении Рэлея.

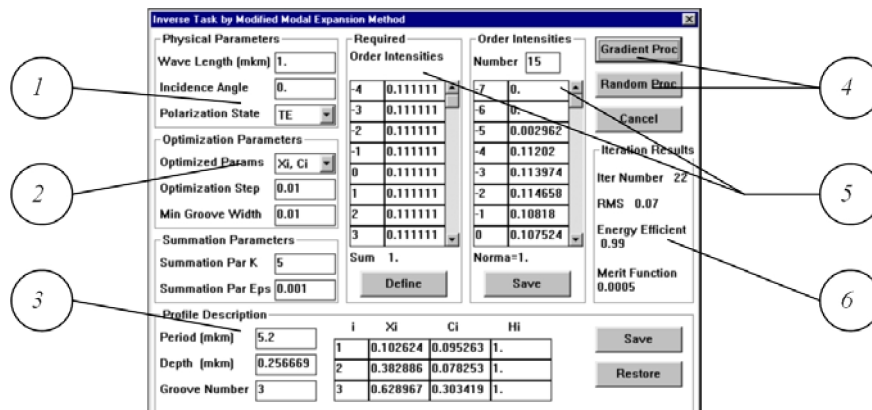


Рис. 69. Экран программного обеспечения «GRATING SOLVER» с поясняющими комментариями (на примере расчета 9-порядковой решетки с 3 штрихами): 1 — физические параметры задачи; 2 — параметры оптимизации профиля; 3 — окно параметров рассчитанного бинарного профиля; 4 — тип оптимизации (градиентный или случайный поиск); 5 — расчетные и требуемые интенсивности порядков; 6 — рабочие характеристики решетки (энергетическая эффективность, с.к.о., функция невязки)

На рис. 69 представлен экран программного обеспечения «GRATING SOLVER» с поясняющими комментариями (на примере расчета 9-порядковой решетки с 3 штрихами). Метод расчета основан на оп-

тимизации координат  $(x_i, c_i, h_i)$  штрихов профиля из условия минимизации функции невязки расчетных и требуемых интенсивностей порядков.

Для моделирования и оптимизации оптических схем с ДОО разработано программное обеспечение «RAY-TRACING-DOE» [102], основанное на специально развитых методах расчета трассировки лучей в оптических системах с ДОО (глава 9).

### **Типы дифракционных микрорельефов и способы их формирования**

ДОО представляет собой зонную пластинку с дифракционным микрорельефом, отображающим фазовую функцию. Полагаем, что зонная пластинка расположена в плоскости  $(u, v)$ . Микрорельеф  $h(u, v)$  связан с фазовой функцией пропускающего ДОО  $\varphi(u, v)$  соотношением [20]:

$$h(u, v) = \frac{\lambda}{2\pi(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha)} \text{mod}_{2\pi m}(\varphi(u \cos \alpha, v)), \quad (129)$$

в случае отражения световой волны от ДОО:

$$h(u, v) = \frac{\lambda}{4\pi \cos \alpha} \text{mod}_{2\pi m}(\varphi(u \cos \alpha, v)), \quad (130)$$

где  $\text{mod}_{2\pi m}(t)$  — функция, равная наименьшему положительному остатку от деления  $t$  на  $2\pi m$ ;  $m = 1, 2, 3, \dots$  — целое число,  $\lambda$  — рабочая длина волны,  $n$  — показатель преломления материала подложки, образующего микрорельеф,  $\alpha$  — угол между оптической осью светового пучка и нормалью к плоскости оптического элемента  $(u, v)$  (рис. 70).

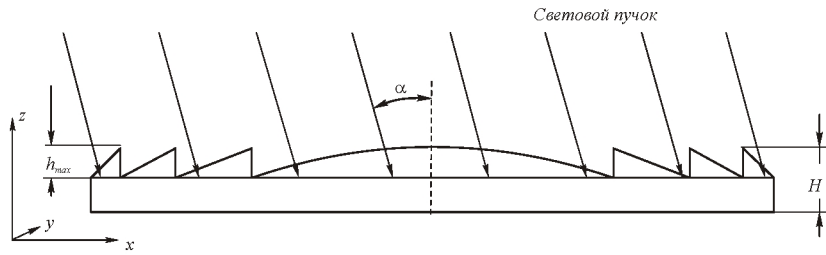


Рис. 70. Оптическая схема работы ДОЭ

Микрорельеф, полученный по формулам (129) или (130) на основе непрерывной фазовой функции  $\varphi(x, y)$ , называют кусочно-непрерывным или микрорельеф с «блеском» [21]. Согласно формулам (129) — (130), высота рельефа принимает максимальные значения при значениях фазовой функции  $\varphi(x, y)$  кратных  $2\pi m$ . Максимум высоты микрорельефа для пропускающего ДОЭ получается следующим:

$$h_{\max} = \frac{m\lambda}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha}, \quad (131)$$

а для отражающего ДОЭ:

$$h_{\max} = \frac{m\lambda}{2 \cos \alpha}. \quad (132)$$

При этом общая толщина  $H$  оптического элемента обычно существенно больше  $h_{\max}$  с учетом толщины подложки (рис. 70).

С точки зрения практической реализации ДОЭ, наибольшее распространение получили два типа фазового микрорельефа (рис. 71): ступенчатый (бинарный и многоуровневый) и кусочно-непрерывный.

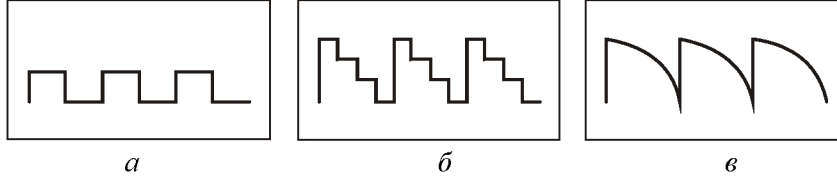


Рис. 71. Профили микрорельефов ДОЭ: (а) — бинарный; (б) — многоуровневый; (в) — кусочно-непрерывный

Ступенчатый многоуровневый профиль микрорельефа (см. рис. 15 и 16) выражает собой квантованную по  $M$  уровням фазовую функцию  $\hat{\varphi}(x, y)$  с шагом  $\Delta\varphi$ , определяемым из соображений технологичности и эффективности ДОЭ. Основной характеристикой ступенчатого рельефа ДОЭ с точки зрения технологии является степень его соответствия профилю фазовой функции  $\hat{\varphi}(x, y)$ . Наличие технологических ошибок приводит к снижению дифракционной эффективности ДОЭ.

Высота бинарного микрорельефа принимает два значения в пределах одной зоны и определяется соотношением

$$h(x, y) = \begin{cases} 0, & \varphi(x, y) < \pi, \\ h_{\max}, & \varphi(x, y) \geq \pi, \end{cases} \quad (133)$$

где  $\varphi(x, y)$  приведена к интервалу  $[0, 2\pi)$ .

Получение значений бинарной фазы в формуле (133) на основе исходной фазовой функции  $\varphi(x, y)$  рассмотрено выше (см. рис. 20).

Задача выбора типа микрорельефа определяется не только набором доступных разработчику технологий формирования дифракционного микрорельефа, но и требованиями к рабочим параметрам ДОЭ, предъявляемыми конкретной оптической схемой и функциональным назначением оптического элемента. Программные комплексы, созданные для проектирования ДОЭ, содержат средства, позволяющие оценить снижение качества и энергетической эффективности работы ДОЭ при переходе от кусочно-непрерывного к многоуровневому или бинарному микрорельефу [18]. Существуют различные технологии, реализующие запись фазовой функции на оптическую среду. Например, делительные машины позволяют непосредственно получать дифракционные решетки (в т.ч. с блеском) и, поскольку в данном случае границы зон представляют собой прямые линии, управление делительной машиной не требует реализации сложных алгоритмов. Существует также возможность непосредственного перевода на физическую среду радиально-симметричных и более сложных фазовых функций с помощью прецизионных механических станков с программным управлением [22, 23]. Такая возможность реально используется для изго-

товления ДОО субмиллиметрового и дальнего ИК диапазонов [24, 25]. Весьма перспективна технология фотолитографии — многоступенчатое химическое травление стеклянной подложки [26]. Для создания оптических элементов видимого диапазона применяют халькогенидные стеклообразные полупроводники (ХСП) [27], материалы с изменяющимся показателем преломления [28]. Перспективными технологиями получения кусочно-непрерывного микрорельефа являются методы, основанные на использовании жидких (и сухих) фотополимеризующихся композиций (ЖФПК) [29, 30].

Особое внимание специалистов в области дифракционной оптики привлекают технологии формирования микрорельефа, основанные на достижениях и оборудовании микроэлектроники [31]. Определяющими в таком выборе являются следующие основные факторы:

- близость геометрических размеров ДОО и микросхем;
- близость требуемых характеристик пространственного разрешения;
- высокий уровень автоматизации микроэлектронного оборудования и возможность реализации на нем сложных топологий зон;
- возможность получения многих градаций фазового микрорельефа;
- наличие множества технологических участков микроэлектроники и возможность аренды оборудования;
- высокая степень надежности технологических автоматов и повторяемость результатов;
- возможность использования материалов, имеющихся в микроэлектронике (субстраты, резисты и т.п.);
- наличие автоматизированных средств контроля результата.

Высокая степень автоматизации технологических операций микроэлектроники позволяет говорить об автоматизированном проектировании дифракционного микрорельефа оптических элементов. Такое проектирование включает в себя не только выбор специальных методов, учитывающих технологические ограничения, но и возможность итерационной оптимизации важнейших параметров ДОО на основе анализа результатов контроля качества получаемого микрорельефа и эффективности работы ДОО в оптической схеме. При этом выбор раз-

мера, формы, используемого материала, пространственного разрешения проектируемого микрорельефа (и соответственно выбор технологий) определяется как задачами, стоящими перед ДОО, так и оптическим диапазоном работы ДОО. Например, возможные границы пространственного разрешения дифракционной решетки могут лежать в пределах от  $0,25 \text{ мм}^{-1}$  в ИК и субмиллиметровом диапазонах и до  $1200 \text{ мм}^{-1}$  в УФ.

Модельное представление большинства технологий формирования микрорельефа ДОО дано на рис. 72. Изменения приведенной к рабочему интервалу  $[0, 2\pi t)$  фазовой функции ДОО представляются изменениями пропускания маски (шаблона), генерируемой на одном из автоматизированных прецизионных устройств. При целенаправленном подводе энергии через шаблон (засветке фотошаблона) активная среда изменяет свои свойства в засвеченных участках и формирует структуру, которая либо сама является дифракционной решеткой, либо способствует созданию ее путем травления подложки.

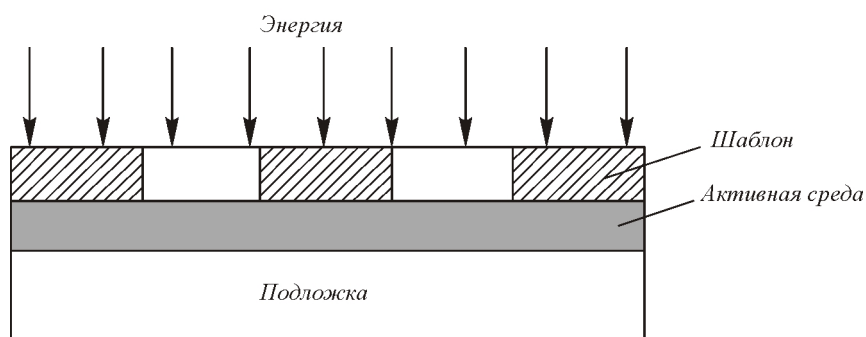


Рис. 72. Представление процесса формирования микрорельефа

В настоящее время для формирования дифракционного микрорельефа апробировано и отлажено множество технологий с использованием самых разнообразных (физически, химически, механически) активных сред: фокусируемых электронных и ионных пучков, газов, кислот, резистов, полимерных композиций, алмазных резцов. При этом разные технологии требуют создания разных шаблонов: наборов бинарных масок для фотолитографии, полутоновых фотошаблонов

для ЖФПК и отбеливания желатины, тонко-мембранной пленки для рентгеновской литографии или маски-трафарета для использования ионно-лучевой литографии. При использовании полутонковых шаблонов и соответствующих технологий формирование кусочно-непрерывного микрорельефа происходит в один этап (методы формирования кусочно-непрерывного рельефа рассмотрены в п. 4.4). При использовании набора бинарных шаблонов и соответствующих «бинарно-активных» сред для получения многоуровневого рельефа процесс, показанный на рис. 72, приходится повторять несколько раз, перебирая по очереди все шаблоны из набора. Для ряда современных технологий (электронная литография, станки с ЧПУ) изготовления физически существующего шаблона (или набора шаблонов) не происходит: в этих случаях формирование микрорельефа происходит на основе рассчитанного виртуального шаблона.

Важнейшими характеристиками фотошаблона (как реального, так и виртуального) являются параметры имеющихся на нем линий, особенно минимальное значение ширины линии и максимальное значение кривизны линии. Легче всего описать эти параметры для линий, имеющихся на бинарных шаблонах. При изготовлении бинарного ДОЭ фотошаблон является амплитудной зонной пластинкой. Линии на фотошаблоне повторяют формы зон, занимая для бинарного ДОЭ около половины площади зоны. В частности, для изготовления фазовой дифракционной решетки в качестве фотошаблона используется амплитудная дифракционная решетка, темные полосы на которой образуют линии фотошаблона (см. рис. 8). В случае изготовления более сложных типов ДОЭ линии на фотошаблоне могут быть разной толщины и иметь значительную кривизну (см., например, рис. 12).

Математическая модель линии (рис. 73) определяется следующими функциями:

$$x = x(t), y = y(t), Z = Z(t), 0 < t < L, \quad (134)$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  – дифференцируемые функции, параметрически описывающие кривую центров линии, которую будем называть «трассой»;  $Z(t)$  – функция ширины линии (суммарное расстояние от трассы до границ линии, отсчитываемое по перпендикуляру к трассе);  $t$  – рас-



стояние от начала линии, измеренное по трассе;  $L$  – длина линии (трассы).

Из (134) однозначно определяются границы линии, кривизна и радиус кривизны линии в каждой точке трассы.

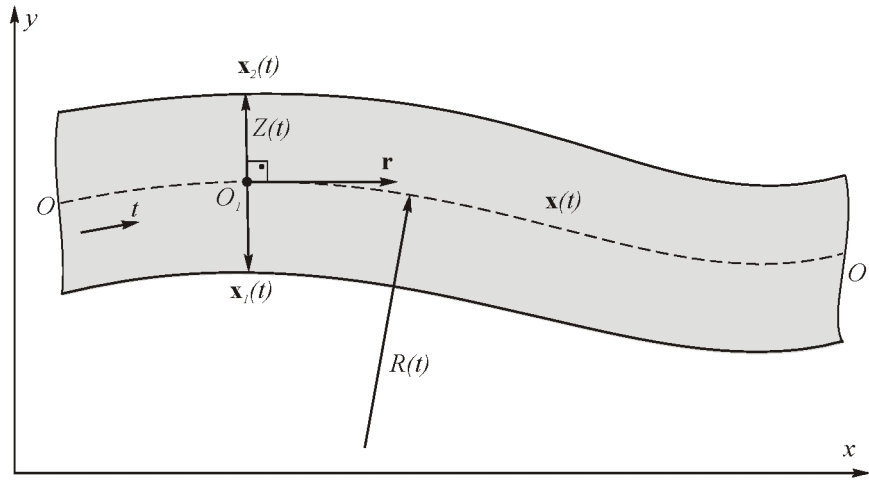


Рис. 73. Математическое описание характеристик линии

Кривизна линии в точке  $t$

$$R(t) = \frac{|y'' \cdot x' - x'' \cdot y'|}{|(x')^2 + (y')^2|}, \quad (135)$$

где

$$x' = \frac{dx(t)}{dt}, \quad x'' = \frac{d^2 x(t)}{dt^2},$$

$R(t)$  — радиус кривизны линии в точке  $t$  (величина, обратная кривизне, см. рис. 73.).

Параметры кривизны и минимальные размеры ширины линий шаблонов определяют выбор вида технологии и набор необходимого технологического оборудования. Очевидно, что чем меньше рабочая длина волны и чем выше оптическая сила ДОО, тем меньше ширина

линий шаблонов и, соответственно, выше требования к разрешению и точности используемых технологий и технологического оборудования.

Выбор технологии и устройств формирования фотошаблонов предполагает и соответствующую организацию данных расчета оптического элемента. Организация данных будет отличаться для устройств с круговым или построчным сканированием и устройств, имеющих векторный характер прорисовки (фотошаблона или микро-рельефа). Полутоновой или бинарный характер используемого автомата также определяет форму передачи данных: либо последовательный набор бинарных массивов (для бинарных устройств), либо один массив с соответствующим объемом байт на отсчет (обычно хватает одного байта), обеспечивающего необходимое число градаций фазы оптического элемента для устройств формирования полутоновых шаблонов.

### Список контрольных вопросов

1. Какая оптическая система называется пространственно-инвариантной?
2. Запишите формулу для оптического преобразования Фурье.
3. Нарисуйте схему бинарной дифракционной амплитудной решетки.
4. В чем отличие зонных пластинок от простейших дифракционных решеток?
5. Запишите уравнение фазовой функции для сферической линзы в параксиальном приближении.
6. Опишите принцип построения дифракционной решетки с блеском.
7. Опишите способ построения амплитудного фокусатора в кольцо.
8. Нарисуйте схему кодирования голограммы Френеля
9. Нарисуйте схему кодирования голограммы Фурье.
10. Опишите способ кодирования голограмм при помощи ячеек Ломана.
11. Что такое киноформ?
12. Объясните итеративный способ расчета голограмм.
13. Как строится растровая структура фотошаблона?
14. Как происходит квантование фазы?
15. Как влияет количество уровней квантования фазы ДОО на формирование им изображения?
16. Какие основные этапы компьютерного синтеза ДОО?

**Список специальных терминов**

ДОЭ

Плоская волна

Линейная система

Пространственно-инвариантная система

Дифракционная решетка

Зонная пластинка

Фазовая функция

Решетка с блеском

Голограмма

Квантование

## Список литературы

1. Папулис, А. Теория систем и преобразований в оптике / А. Папулис - М.: Мир, - 1971.
2. Физический энциклопедический словарь / М.: Советская энциклопедия, - 1960, - Т. 1.
3. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф - М.: Наука, - 1973.
4. Готов, П.А. Расчет двумерной бинарной решетки для генерации заданного набора дифракционных порядков / П.А. Готов, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2001. - №21. – С. 64-69.
5. Dammann, H. High-efficiency in-line multiple imaging by means of multiple phase holograms / H. Dammann, K. Gortler // Opt. Commun.. – 1971. – Vol.3. – P. 312-315.
6. Lohmann, A.W. Paris, D.P. Appl. Opt..6(10) 1739 — 1748 (1967)
7. Lesem, L.B, Hirsh, P.M., Jordan J.A. / IBM J. Res. Develop. -1969. - Vol. 13(3). P. 150 — 155.
8. Kirk J.P., Jones A.L. / J.Opt.Soc.Am.A. -1971. - Vol. 61(8). –P. 1023 — 1028.
9. Lee W.H., Binary Appl. Opt. -1979. –Vol. 18(21). –P. 3661-3669.
10. Lee W H Appl. Opt. – 1970, -Vol. 9(3). –P.639 — 643.
11. Chu D.C., Fienup J.R. Opt. Eng. -1974.-Vol. 13(3). –P. 189 — 195.
12. Gallagher N.C., Liu B. Appl. Opt. -1973. –Vol. 12(10). –P. 2328 — 2355.
13. Burckhardt C.B. Appl. Opt. -1970. –Vol. 9(8). –P. 1949.
14. Golub, M.A. Seminar on Digital image processing in medicine, remote sensing and visualisation of information / M.A. Golub – 1992. – V. 77
15. Fienup, J.R. Optical Engineering. -1980. –Vol. 19. –P. 297 — 303.
16. Fienup, J.R. Applied optics. -1982. –Vol. 21(15). –P. 2758 — 2769.
17. Старк, Г. Реконструкция изображений / Г. Старк - М.:Мир, 1992.
18. Волотовский, С.Г. Программное обеспечение по компьютерной оптике / С.Г. Волотовский [и др.] // Компьютерная оптика. -1995. –Вып. 14-15. –Ч.2 –С. 94-106.

19. Doskolovich L.L., Kazanskiy N.L., Soifer V.A., Tzaregorodtzev A. *Ye Optik.* – 1995. –Vol. 101(2). –P. 37-41.
20. Soifer V.A., Golub M.A. *Proceedings SPIE.* – 1992. -1751. P. 140-154.
21. Bryndahl O.J. *Opt. Soc. Am.* – 1970. Vol. 60. –P. 140-145.
22. Curcio M. *Proceedings SPIE.* -1981. Vol. 306. –P. 105-113.
23. Clark P.P., Londono C. *Optics News.* -1989. –Vol. 15. –P. 39-40.
24. Булатов, Е.Д. Компьютерная оптика / Е.Д. Булатов, С.А. Гридин, А.А. Даниленко – 1987. -№ 1. –С. 167-173.
25. Sweeney D.W., Sommargren G.E. *Applied Optics.* – 1995. – Vol. 34(14). –P. 2469-2475.
26. Бобров, С.Т. Применение лазеров в системах преобразования, передачи и обработки информации / С.Т. Бобров, Ю.Г. Туркевич – Л., 1978.
27. Гуревич, С.Б. Оптические методы обработки информации / С.Б. Гуревич, Н.И. Ильяшенко, Б.Т. Коломиец. – Л., 1974.
28. Грейсух, Г.И. Оптика градиентных и дифракционных элементов / Г.И. Грейсух, И.М. Ефименко, С.А. Степанов - М.:Радио и связь, 1990.
29. Грищенко, В.К. Жидкие фотополимеризующиеся композиции / В.К. Грищенко, А.Ф. Маслюк, С.С. Гундзера - Киев: Наукова думка, 1985.
30. Boiko Yu B, Solovjev V S, Calixto S, Loughnot D J *Applied Optics.* - 1994. –Vol. 33(5). –P. 787-793.
31. Введение в фотолитографию / под ред. В.П. Лаврищева - М.:Энергия, 1997.

Учебное издание  
*Сойфер Виктор Александрович*

ОПТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
Учебное пособие

Редакторская обработка  
Доверстка

Подписано в печать \_\_\_\_\_. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 6,0.

Тираж 120 экз. Заказ \_\_\_\_\_. ИП-80/2007

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.