

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Г.И. Панкова, В.В. Платонова, Н.В. Савченко

**Методика преподавания
НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
с использованием профессиональных графических редакторов**

Учебное пособие

Самара
Издательство СГАУ
2006



Инновационная образовательная программа
«Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области
аэрокосмических и геоинформационных
технологий»

Авторы: Г.И. Панкова, В.В. Платонова, Н.В.Савченко

УДК 515.629.7(075)

Методика преподавания начертательной геометрии с использованием профессиональных графических редакторов: Пособие / Самар. гос. аэрокосм. ун-т; Авторы Панкова Г. И., Платонова В. В., Савченко Н. В. Самара, 2006.

Табл. 3. Ил. 168. Библиогр.: 17 назв.

В настоящем пособии подробно изложена методика преподавания курса «Начертательная геометрия». Кроме основ теории изображений и геометрических преобразований, рассмотрены примеры решения конкретных геометрических задач, в том числе с использованием профессиональных графических редакторов.

Пособие разработано с целью оказания помощи студентам и преподавателям при подготовке к практическим занятиям по курсу «Начертательная геометрия» и «Компьютерная графика».

Печатается по Решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

УДК 515.629.7(075)

Рецензенты: д.т.н., профессор А.В. Волков

к.т.н., профессор Ю.В. Ларионов

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2006

Введение

Отличительной особенностью ускоряющегося научно-технического прогресса является экспоненциальный рост объема научно-технической информации. Наиболее эффективными средствами передачи информации являются визуальные. Знание этих средств, умение ими пользоваться – составляющие графической грамотности, основы которой в высшей школе закладываются при изучении курса «Начертательной геометрии», она входит в состав обязательных дисциплин ведущих технических вузов мира. Основная задача начертательной геометрии – изучение визуально-образного геометрического языка и технологии его реализации. Она является уникальным техническим языком, информативность которого настолько велика, что заменить его другим практически невозможно. Кроме того, начертательная геометрия, как никакая другая дисциплина, развивает логическое конструктивно-геометрическое мышление, пространственное представление и воображение, а также способность к анализу и синтезу пространственных форм. Роль ее в подготовке специалистов и решении прикладных задач возрастает в связи с необходимостью повышения эффективности труда конструктора.

Работа современного инженера немыслима вне его связи с компьютером. Развитие мощных вычислительных средств стимулировало новые методы проектирования, построения объемных моделей и изучения на них взаимодействия отдельных частей изделий в процессе работы и т.д. Эффективность использования CAD/CAM/CAE технологий зависит от знания основ теории изображений и умения их использовать как в стадии разработки, так и в решении прикладных задач. Интенсификация учебного процесса в вузах выдвигает новые требования к методике и средствам обучения. Поэтому в основу обучения студентов положен комплексный подход, где одновременно с традиционными инструментами (карандашом и линейкой), внедряются современные информационные технологии на базе известных графических пакетов AutoCAD, ADEM, КОМПАС-3D или других графических программ с удобным и простым интерфейсом, в среде которых реализован эпюр Монжа.

При выборе того или иного программного продукта должны учитываться его доступность и простота работы.*

Однако внедрение компьютерной геометрии и компьютерной графики оправдано лишь в том случае, если обучающийся знаком с теоретическими и практическими основами графического представления информации. Только при соблюдении этого условия студент может использовать компьютер в качестве «электронного кульмана» для выполнения учебных работ, а при изучении тем дисциплины, связанных с поверхностями, строить их объемные модели.

В предлагаемом пособии рассматривается суть метода проекций, анализируются основные способы построения изображений, и дается представление о геометрических преобразованиях. Это позволит научить студентов разрабатывать и читать графические изображения на бумаге, а также осмыслено делать их, используя современные системы трехмерного моделирования. Педагогическая практика показывает, что изложение даже хорошо систематизированных теоретических основ начертательной геометрии не обеспечивает ее глубокого практического освоения. Поэтому в пособии основные теоретические положения даются в форме вопросов и комментариев преподавателя, а также предполагаемых ответов студента, а решение задач в большинстве случаев сопровождается записью алгоритма решения.

Решение каждой задачи рекомендуется начать с представления условия в символической форме: над чертой пишется - что дано в задаче, под чертой – что необходимо определить. Это в дальнейшем облегчит написание алгоритма, запись которого основывается на определениях положений начертательной геометрии. *Например:* $(l \in l, l \subset \Sigma) \Rightarrow l \in \Sigma$. Алгоритм должен заканчиваться записью того, что стоит под чертой условия, т.е. ответить на вопрос задачи. Такой прием, как написание алгоритма помогает разделить задачу на более мелкие и приучает студентов к строгой логике мышления.

В связи с использованием мировой практикой цифровых технологий мы отказались от аналоговых понятий высоты, глубины и широты расположения точек относительно плоскостей проекций, заменив их на координаты x, y, z ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$).

Данная методика проведения практических занятий по различным темам курса разработана с учетом опыта кафедры «Инженерная графика» СГАУ.

Примерный тематический план практических занятий приведен в табл. 1.

Рекомендуемое пособие окажет методическую помощь преподавателям при подготовке и проведении практических занятий, а также даст возможность выбора учебного материала в соответствии с рабочими программами курса на

* В пособии приведены графические примеры лабораторных работ в графических пакетах AutoCAD, ADEM, КОМПАС-3D.

различных факультетах и специальностях. Кроме того, пособие может быть полезно студентам, изучающим дисциплину «Начертательная геометрия» при выполнении домашних задач и подготовки к экзамену.

Аттестация усвоения курса «Начертательной геометрии» проводится в виде экзамена. Промежуточный контроль знаний студентов может осуществляться по двум направлениям: традиционному – контрольные работы и альтернативному – компьютерное тестирование. Для этого предусмотрены задания разного уровня сложности, которые помогут контролировать знания как на начальном этапе обучения, так и по мере изучения дисциплины. Тестовые задания позволят обучающемуся корректировать процесс усвоения материала, поднять рейтинг и подготовиться к сдаче экзамена.

Пример тестового задания:

Тема: **Методы преобразования комплексного чертежа**

Вопрос: На каком чертеже после преобразования прямая общего положения L станет линией уровня?

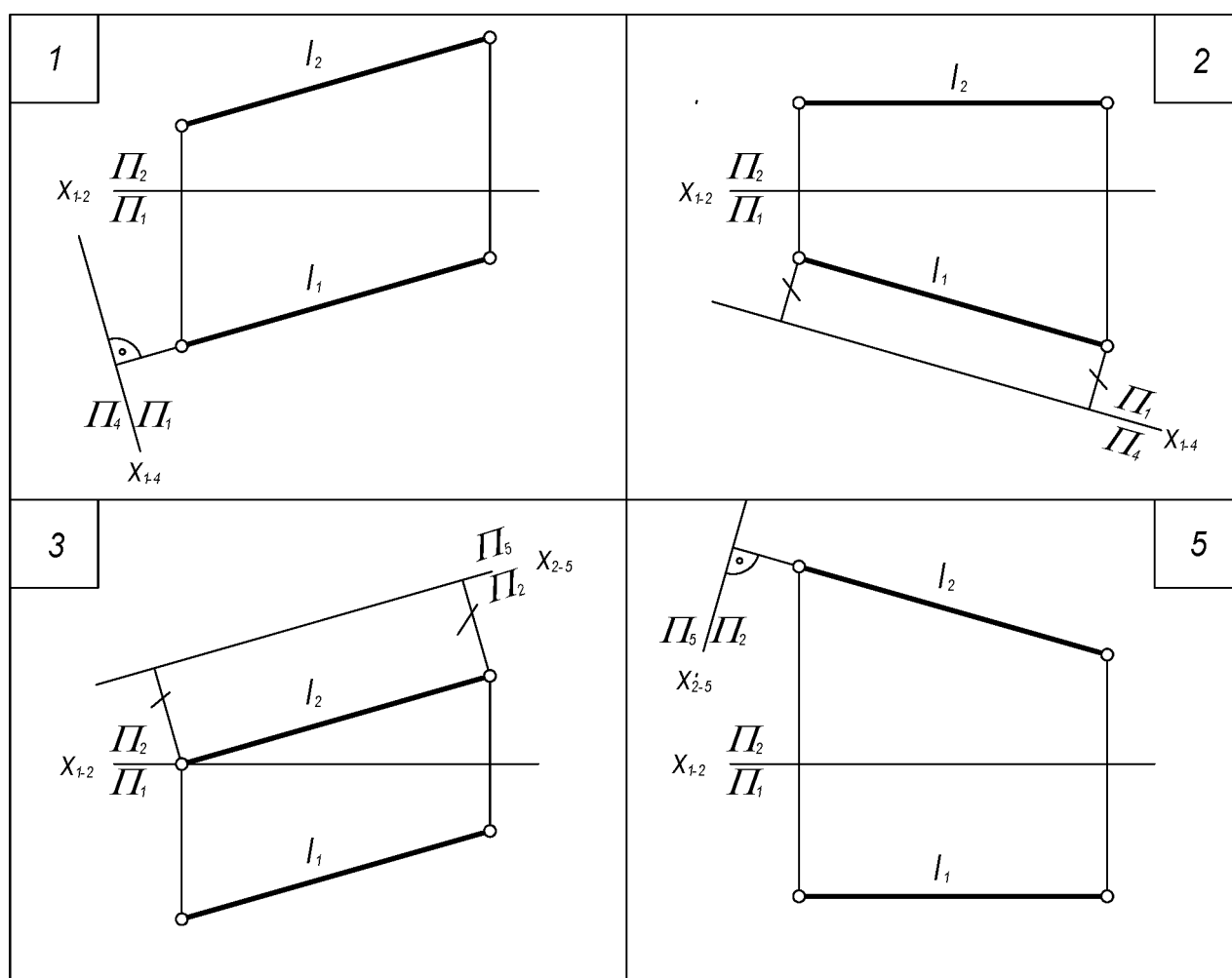


Таблица 1

Тематический план проведения практических занятий

№ темы	Наименование темы	№ занятия		Литература	
		24 ч	40 ч	[1]*	[2]
1	Пространственная модель и комплексный чертеж точки	1	1	§ 9, 10, 12	§ 4, 5, 6
2	Комплексный чертеж прямых общего и частного положения	1	2	§ 11	§ 10, 11
3	Точка на прямой	1	2	§ 6	§ 12
4	Деление отрезка в заданном отношении	1	2	§ 12	§ 12
5	Натуральная длина отрезка прямой и углы наклона его к плоскостям проекций. Метод прямоугольного треугольника	2	3	§ 14	§ 13
6	Взаимное положение прямых	2	4	§ 15	§ 14
7	Комплексный чертеж плоскостей общего и частного положения	3	4	§ 16, 17	§ 16, 17, 19
8	Прямая и точка в плоскости	3	4	§ 18, 19	§ 18
9	Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей	3	5	§ 23	§ 22, 27, 28
10	Пересечение плоскостей	4	5	§ 22	§ 24
11	Пересечение прямой и плоскости. Определение видимости	4	6	§ 20, 21	§ 25
12	Пересечение плоских фигур	4	6	§ 22	§ 26
13	Проецирование прямого угла	5	7	§ 6	§ 6, 58
14	Линия наибольшего наклона плоскости	5	7	§ 18	§ 18
15	Перпендикулярность прямой и плоскости	6	8	§ 24	§ 29
16	Перпендикулярность прямых общего положения	6	9	§ 25	§ 29
17	Перпендикулярность плоскостей	7	9	§ 24	§ 30
18	Преобразование комплексного чертежа методом замены плоскостей проекций	7	10	§ 27	§ 33
19	Вращение вокруг проецирующих прямых	-	11	§ 28 (1)	§ 34, 35
20	Плоскопараллельное перемещение	7	11	§ 28 (2)	§ 36

21	Преобразование комплексного чертежа вращением вокруг линии уровня	8	12	§ 28 (3)	§ 37	§ 40, 41
22	Поверхности. Точка и линия на поверхности	9	13	§ 55, 31, 58	§ 39, 49, 50, 51	§ 23, 24, 25, 57
23	Пересечение прямой с поверхностью	9	14	§ 32, 73	§ 42, 59	§ 56
24	Пересечение многогранника плоскостью. Построение развертки	10	15	§ 32	§ 42, 44	§ 49, 68
25	Пересечение поверхности вращения плоскостью. Построение развертки	11	16, 17	§ 73	§ 55, 56, 57, 58	§ 68 (Б, В)
26	Пересечение поверхностей	12	18, 19	§ 77, 78, 80, 81	§ 60, 62, 63, 64, 66	§ 51, 52, 53
27	Аксонметрические изображения	13	20, 21	§ 92, 93, 94, 95, 97	§ 71, 72, 73, 74, 75	§ 71, 72

* В квадратных скобках указаны номера книг из списка литературы на стр. 124 настоящего пособия

Условные обозначения геометрических объектов

1. Плоскости проекций:

Π_1 - горизонтальная плоскость проекций;

Π_2 - фронтальная плоскость проекций;

Π_3 - профильная плоскость проекций.

2. Точки – прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры (промежуточные точки): $A, B, C \dots$ или $1, 2, 3 \dots$

3. Проекции точек:

$A_1, B_1, C_1 \dots 1_1, 2_1, 3_1 \dots$ - горизонтальные проекции точек;

$A_2, B_2, C_2 \dots 1_2, 2_2, 3_2 \dots$ - фронтальные проекции точек;

$A_3, B_3, C_3 \dots 1_3, 2_3, 3_3 \dots$ - профильные проекции точек.

4. Прямые – строчные буквы латинского алфавита: $a, b, c \dots$

Прямые, проходящие через точки A и B , 1 и 2 : $(A-B)$, $(1-2)$.

5. Проекции прямых:

$a_1, b_1, c_1 \dots, (A_1-B_1), (1_1-2_1)$ - горизонтальные проекции прямых;

$a_2, b_2, c_2 \dots, (A_2-B_2), (1_2-2_2)$ - фронтальные проекции прямых;

$a_3, b_3, c_3 \dots, (A_3-B_3), (1_3-2_3)$ - профильные проекции прямых.

6. Отрезки прямых, ограниченных точками: $[AB]$, $[CD] \dots$

7. Луч, с началом в точке A : $[A-B)$

8. Линии уровня:

h – горизонтальная прямая;

f - фронтальная прямая;

p - профильная прямая.

9. Плоскости – прописные буквы греческого алфавита: $\Theta, \Sigma, \Psi \dots$

10. Следы плоскостей:

$\Theta_1, \Sigma_1, \Psi_1 \dots$ - горизонтальный;

$\Theta_2, \Sigma_2, \Psi_2 \dots$ - фронтальный;

$\Theta_3, \Sigma_3, \Psi_3 \dots$ - профильный.

11. Расстояния:

$/AB/$ - между точками A и B ;

$/a, b/$ - между параллельными прямыми a и b ;

$/A \Psi/$ - между точкой A и плоскостью Ψ ;

$/\Sigma, \Theta/$ - между параллельными плоскостями.

12. Углы – строчные буквы греческого алфавита: $\alpha, \beta, \gamma \dots$

13. Величина угла:

$\wedge /ABC/$, $\wedge /AB; BC/$ - с вершиной в точке B ;

$\wedge /a; b/$ - между пересекающимися прямыми;

$\wedge / \Sigma; \Theta/$ - между пересекающимися плоскостями.

Символы взаиморасположения и логических операций

Обозначение	Смысловое значение	Пример символической записи
$(\dots)$	способ задания геометрического объекта в пространстве и на комплексном чертеже	$A(A_1, A_2)$ – точка A задана на комплексном чертеже горизонтальной и фронтальной проекциями
$\in$ $\subset, \supset$	принадлежность	$A \in l$ – точка A принадлежит прямой l ; $l \subset \Sigma$ – прямая l лежит в плоскости Σ
$\equiv$	совпадение	$A \equiv B$ – точки A и B совпадают
$//$	параллельность	$a // b$ – прямые a и b параллельны
$\perp$	перпендикулярность	$c \perp d$ – прямые c и d перпендикулярны
	скрещивание	$m \text{ и } n$ – прямые m и n скрещивающиеся
$\cap$	пересечение	$k \cap l$ – прямые k и l пересекаются
$\bar{\cap}$	касание	$l \bar{\cap} \Phi = N$ – прямая l касается плоскости Φ в точке N
$\cup$	объединение	$AB \cup BC \cup CD$ – ломаная линия $ABCD$
$\sim$	подобие	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ – треугольники ABC и DEF подобны
$\cong$	конгруэнтность	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ – треугольники ABC и DEF конгруэнтны, т.е. они могут быть совмещены в пространстве движением первого порядка
$=$	равенство	$ AB = CD $ – отрезки AB и CD равны
$/$	отрицание	$A \notin l$ – точка A не принадлежит прямой l
$\wedge$	конъюнкция предложений (соответствует союзу «и»)	$K \in a \wedge K \in d$ – точка K принадлежит прямым a и d
$\vee$	дизъюнкция предложений (соответствует союзу «или»)	$A \in \Sigma \vee A \notin \Sigma$ – Точка A принадлежит плоскости Σ или точка A не принадлежит плоскости Σ

Обозначение	Смысловое значение	Пример символической записи
$\Rightarrow$ $\Leftarrow$	логическое следствие – импликация (следовательно, поэтому)	$a \parallel b \wedge c \parallel b \Rightarrow a \parallel c$ – прямые a и c параллельны прямой b , следовательно они параллельны между собой
$\Leftrightarrow$	логическая эквивалентность (что то же самое)	$A \in l \Leftrightarrow A_1 \in l_1, A_2 \in l_2$ – точка A принадлежит прямой l , следовательно ее проекции лежат на одноименных проекциях прямой; справедливо и обратное утверждение: проекции точки A лежат на одноименных проекциях прямой l , следовательно точка принадлежит этой прямой
$\rightarrow$ $\leftarrow$	отображение, преобразование	$\Pi_2/\Pi_1 \rightarrow \Pi_1/\Pi_4$ – система ортогональных плоскостей Π_2/Π_1 преобразуется в систему плоскостей Π_1/Π_4

Таблица 3

Греческий алфавит

Буква	Название	Буква	Название
A, α	альфа	N, ν	ню
B, β	бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	дельта	Π, π	пи
E, ε	эпсилон	P, ρ	ро
Z, ζ	дзета	$\Sigma, \varsigma, \sigma$	сигма
H, η	эта	T, τ	тау
$\Theta, \vartheta, \theta$	тэта	Y, υ	ипсилон
I, ι	йота	Φ, φ	фи
K, κ	каппа	X, χ	хи
Λ, λ	ламбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	мю	Ω, ω	омега

Тема 1. Пространственная модель и комплексный чертеж точки

Как называются основные плоскости проекций и как они образуются на комплексном чертеже (КЧ)?

Π_1 – горизонтальная плоскость проекций;

Π_2 – фронтальная плоскость проекций;

Π_3 – профильная плоскость проекций;

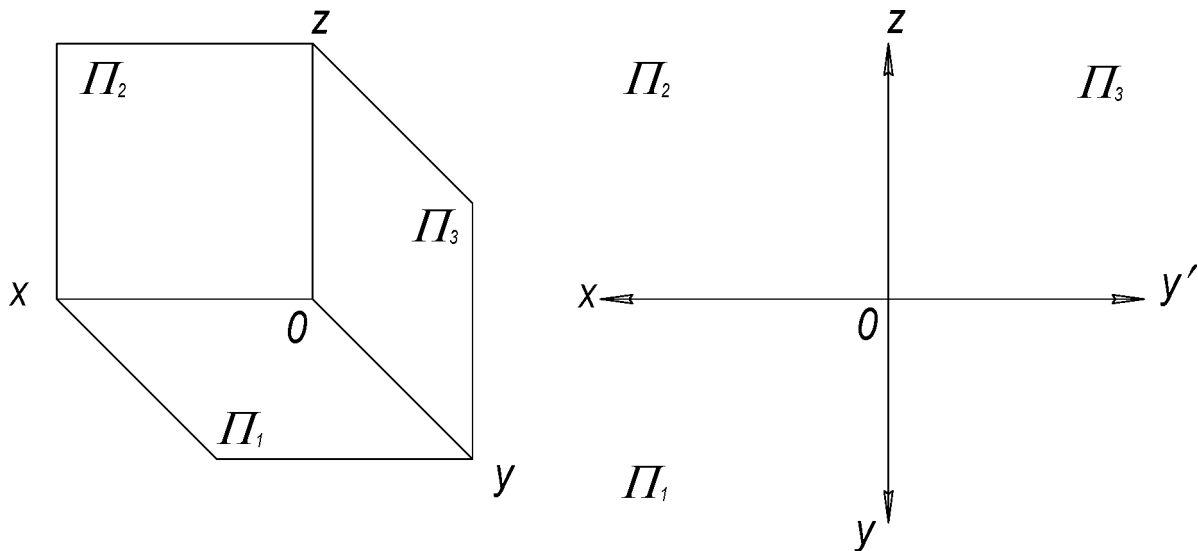
Ox, Oy, Oz – оси проекций.

КЧ получается в результате совмещения горизонтальной и профильной плоскостей проекций с фронтальной плоскостью проекций.

Почему на КЧ две оси y ?

Ось y лежит как в плоскости Π_1 , так и в плоскости Π_3 .

$$y \subset \Pi_1; y' \subset \Pi_3$$



Задача № 1. Построить в пространстве и на КЧ следующие точки:

1. Точка **A** отстоит от плоскости Π_1 на 30 мм, от плоскости Π_2 на 20 мм, от плоскости Π_3 на 60 мм.
2. Точка **B** принадлежит плоскости Π_2 и отстоит от плоскости Π_1 на 50 мм, от плоскости Π_3 на 30 мм.
3. Точка **C** лежит на оси y и отстоит от Π_2 на 40 мм.

Какие координаты имеют заданные точки?

$$A(60; 20; 30)$$

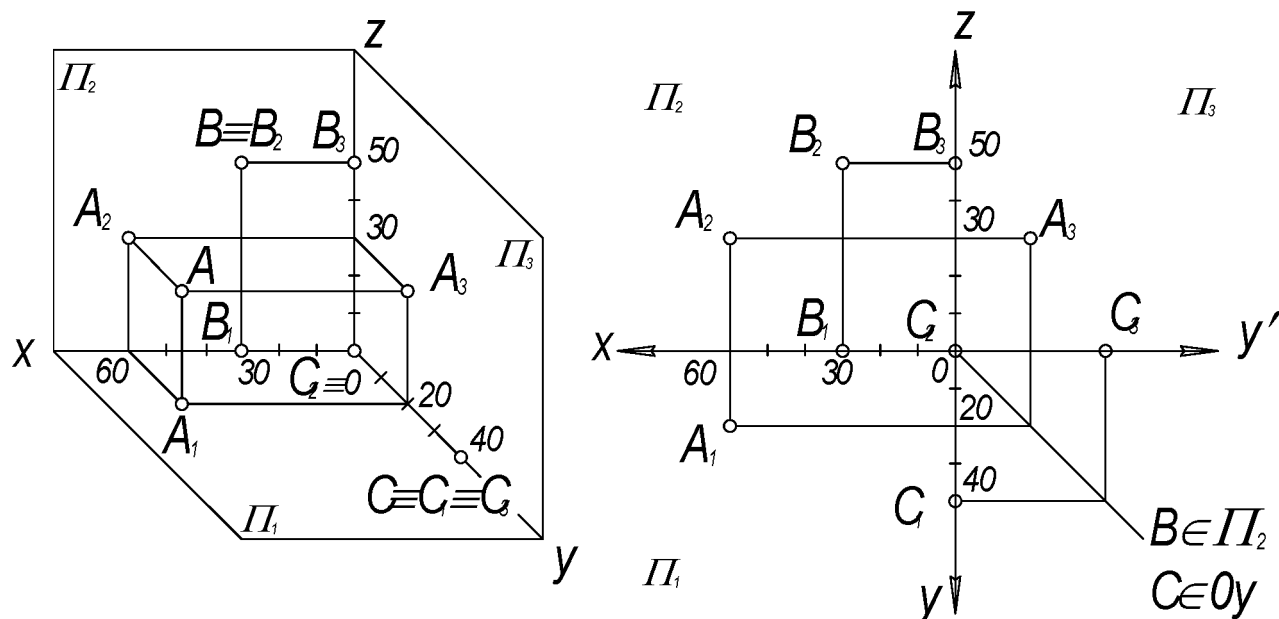
$$B(30; 0; 50)$$

$$C(0; 40; 0)$$

Как построить проекции точек по заданным координатам?

Для нахождения горизонтальной проекции точки необходимо:

1. На осях x и y отложить соответствующие координаты точки.
2. Из полученных координат провести линии связи перпендикулярно осям проекций. На пересечении линий связи находится горизонтальная проекция точки.
3. Остальные проекции строятся аналогично.
4. Из полученных проекций точек перпендикулярно плоскостям проекций восстанавливаются проецирующие лучи, на пересечении которых находится сама точка.



Обратить внимание на то, что:

1. На КЧ не присутствует сама точка, однако, мы можем судить о ее положении в пространстве.
2. Если точка расположена в плоскости проекций, то две ее проекции лежат на осях проекций
3. Точка, расположенная на оси y , имеет горизонтальную и профильную проекции на разных ветвях оси y :

$$C_1 \in y \subset \Pi_1; C_3 \in y' \subset \Pi_3$$

4. Горизонтальная и фронтальная проекции точки лежат на одной линии связи, перпендикулярной оси $0x$, а фронтальная и профильная проекции точки – на одной линии связи, перпендикулярной оси $0z$.
5. По двум проекциям точки можно всегда построить третью проекцию.

На каком расстоянии находится точка A от плоскости Π_1 , осей $0x$, $0y$, $0z$?

$$|A, 0x| = |AA_1| = |A_2; 0x| = z_A$$

$$|A, 0x| = |A_3 0|; \quad |A, 0y| = |A_2 0|; \quad |A, 0z| = |A_1 0|$$

Задача №2. Построить недостающие проекции точек D, E, F, G от точки D до оси Ox .

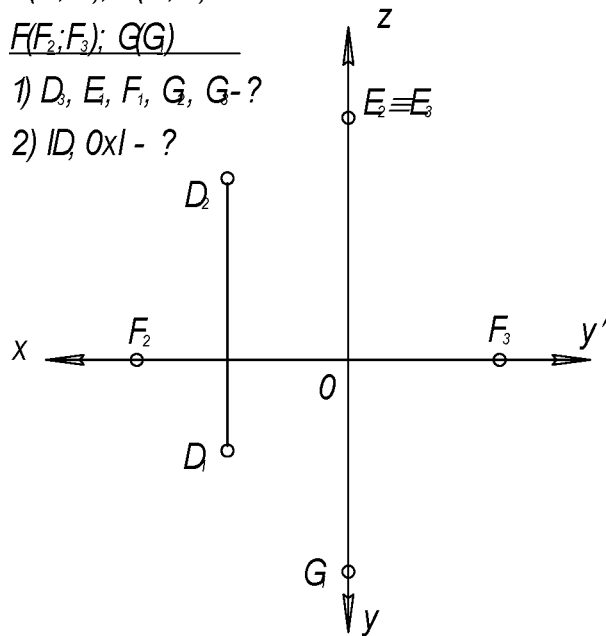
Дано:

$D(D_1; D_2); E(E_2; E_3)$

$F(F_2; F_3); G(G_2; G_3)$

1) D, E, F, G, G - ?

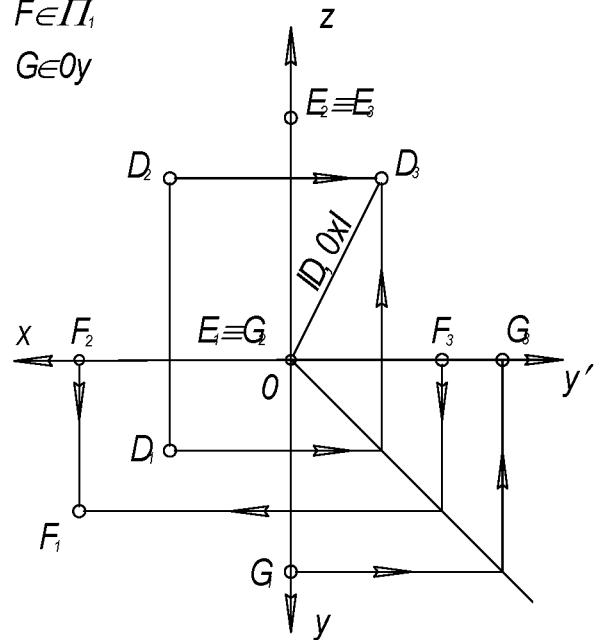
2) $|D, Ox|$ - ?



$E \in Oz$

$F \in \Pi_1$

$G \in Oy$

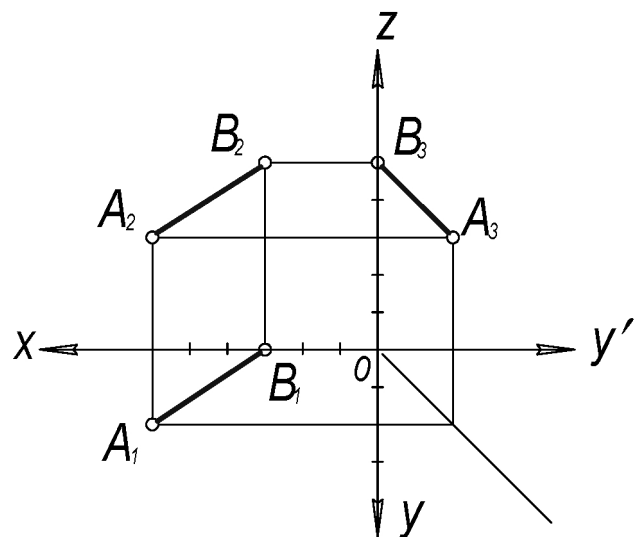
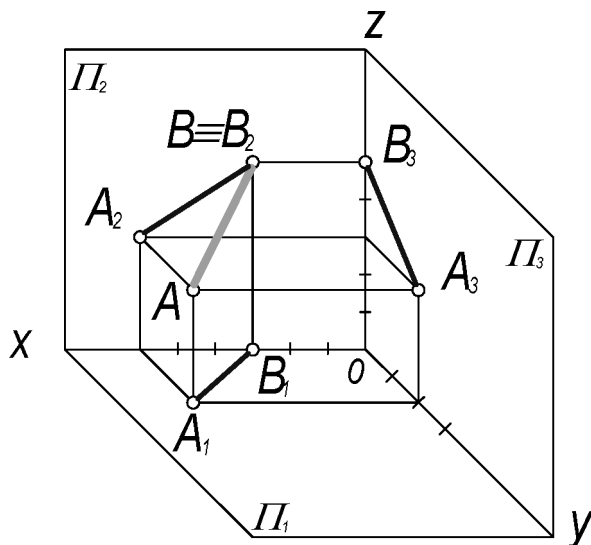


Тема 2. Комплексный чертёж прямых общего и частного положения

Тема 3. Точка на прямой

Как строятся проекции отрезка прямой линии?

Чтобы построить проекцию отрезка прямой линии, нужно построить проекцию двух точек ему принадлежащих. (Показать на рисунке первой задачи темы 1.)



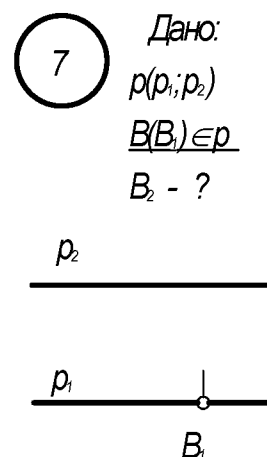
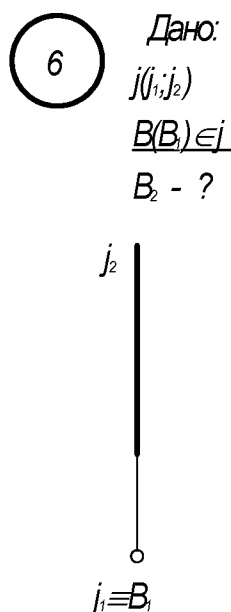
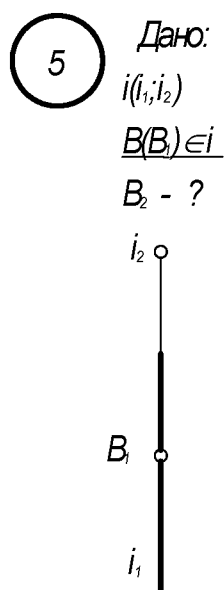
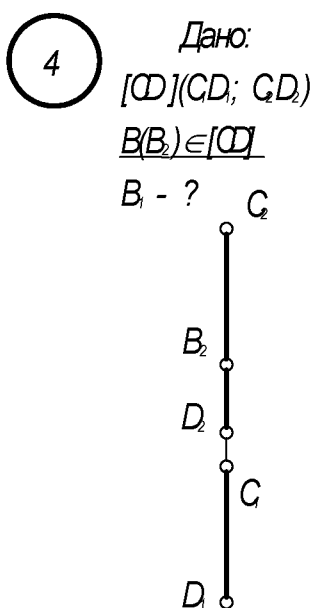
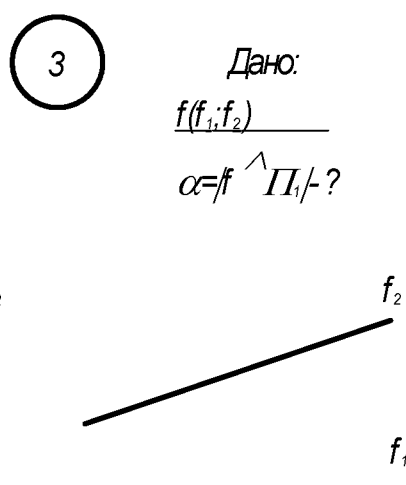
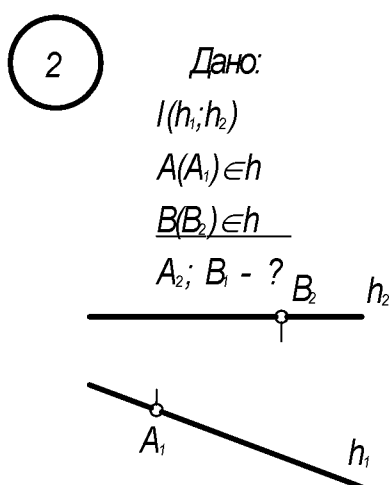
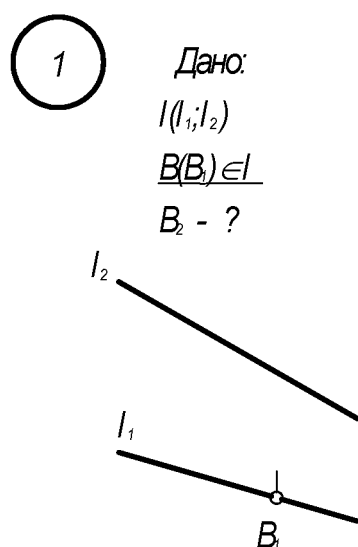
Какие положения, по отношению к плоскостям проекций, могут занимать прямые и какие названия при этом имеют?

Прямая общего положения – прямая не параллельная и не перпендикулярная к плоскостям проекций.

Прямые частного положения:

1. Прямые, параллельные одной из плоскостей проекций, – прямые уровня (горизонталь, фронталь и профильная прямая).
2. Прямые, перпендикулярные одной из плоскостей проекций, – проецирующие прямые (горизонтально-проецирующая, фронтально-проецирующая и профильно-проецирующая прямая).

Задача №1. Провести анализ прямых, заданных на КЧ. Построить недостающие проекции точек, принадлежащих заданным прямым.

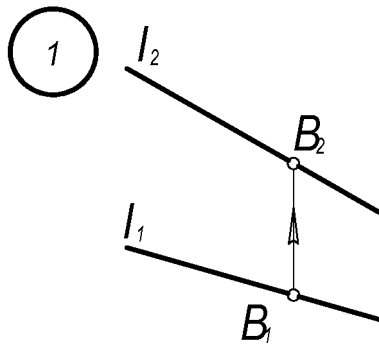


Смоделируйте в пространстве положение прямых, заданных на КЧ, с помощью линейки или карандаша.

Какой прямой является прямая l , исходя из ее проекций, заданных на КЧ?

Так как проекции прямой l не параллельны и не перпендикулярны линиям связи, то это прямая общего положения (восходящая влево).

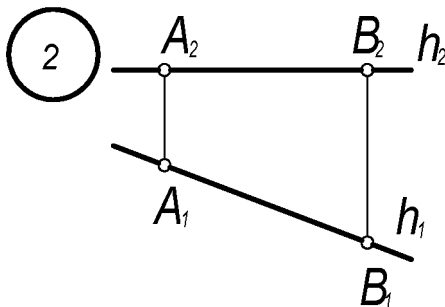
Как найти недостающую проекцию точки B , принадлежащей прямой?



Точка принадлежит прямой, если на КЧ проекции точки лежат на одноименных проекциях прямой.

$$B \in l \Rightarrow B_1 \in l_1, B_2 \in l_2$$

Какими прямыми являются вторая и третья прямые?

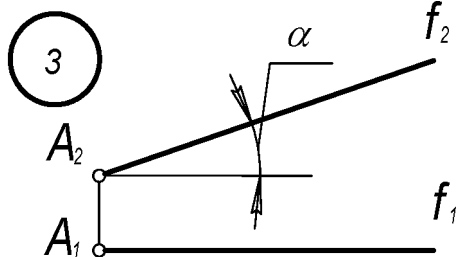


Вторая прямая – горизонталь

$$h \parallel \Pi_1 \ (h_2 \parallel OX)$$

Если на прямой h взять отрезок AB , то на горизонтальную плоскость проекций Π_1 он спроецируется без искажения.

$$|A_1B_1| = |AB|$$



Третья прямая – фронталь

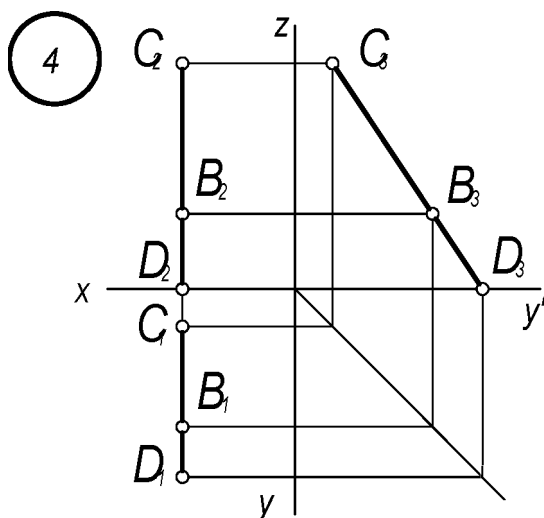
$$f \parallel \Pi_2 \ (f_1 \parallel OX)$$

Угол между фронтальной проекцией фронтали и осью Ox является углом наклона фронтали к горизонтальной плоскости

проекций.

$$\alpha = \left| f_2 \wedge Ox \right| = \left| f \wedge \Pi_1 \right|$$

Проанализируйте четвертую прямую. Почему такую прямую нужно задавать отрезком?

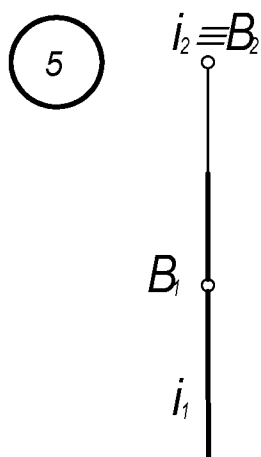


Отрезок CD принадлежит профильной прямой, она является восходящей. Профильную прямую на чертеже задают отрезком чтобы определить ее ориентацию в пространстве.

Недостающую проекцию точки B , принадлежащей плоскости, можно определить с помощью построений на Π_3 .

$$B \in [CD] \Rightarrow B_2 \in C_2D_2; B_3 \in C_3D_3; B_1 \in C_1D_1$$

Проанализируйте пятую, шестую и седьмую прямые.



Пятая прямая – фронтально проецирующая прямая.

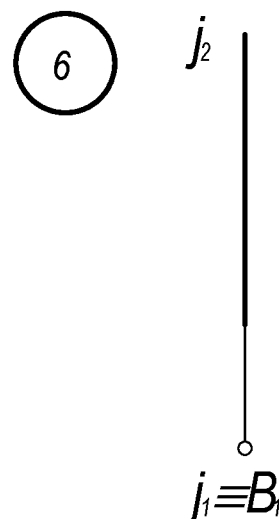
$$i \perp \Pi_2 (i_1 \perp 0x)$$

$$B \in i \Rightarrow \begin{cases} B_1 \in i_1 \\ B_2 \equiv i_2 \end{cases}$$

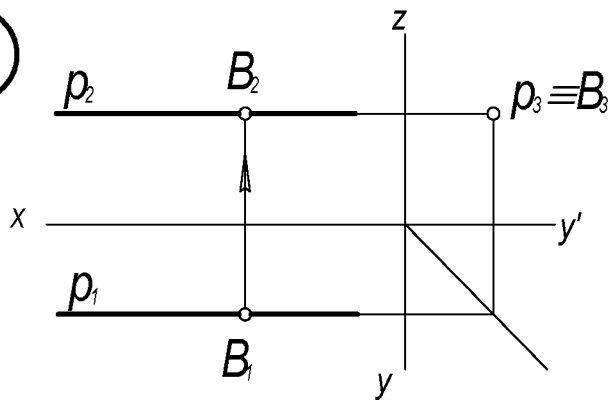
Шестая прямая горизонтально проецирующая:

$$j \perp \Pi_1 (j_2 \perp // x)$$

Фронтальную проекцию точки B_2 определить нельзя, т.к. ей может соответствовать любая проекция, лежащая на фронтальной проекции прямой j .



7



Седьмая прямая является профильно-проецирующей прямой.

$$p \perp \Pi_3 (p_1 // 0x, p_2 // 0x)$$

$$B \in p \Rightarrow \begin{cases} B_1 \in p_1 \\ B_2 \in p_2 \\ B_3 \in p_3 \end{cases}$$

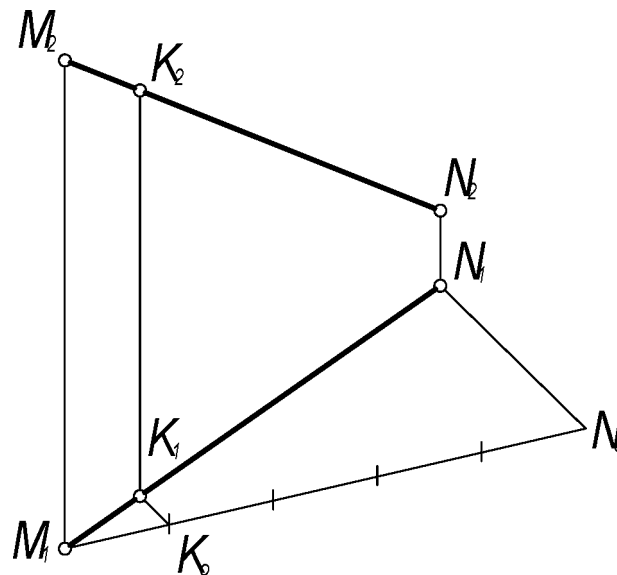
Тема 4. Деление отрезка в заданном отношении

Теорема Фалеса:

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне.

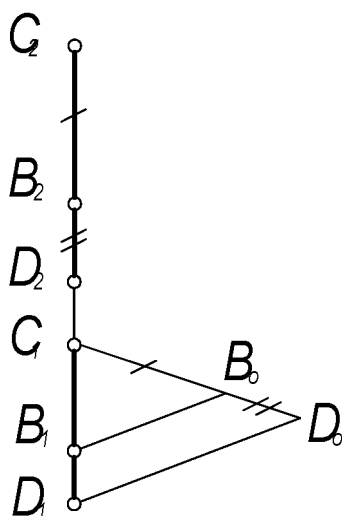
Используя эту теорему можно легко разделить любой отрезок в заданном отношении.

Задача № 1. Разделить отрезок MN точкой K в отношении $1:4$.



$$\frac{M_1K_o}{K_oN_o} = \frac{M_1K_1}{K_1N_1} = \frac{M_2K_2}{K_2N_2} = \frac{MK}{KN} = \frac{1}{4}$$

Задача №2. Найти недостающую проекцию точки B , принадлежащей отрезку CD (без построений на плоскости Π_3).



Тема 5. Натуральная длина отрезка прямой. Метод прямоугольного треугольника

Как на КЧ определить натуральную величину отрезка, принадлежащего прямой общего положения?

Для нахождения длины отрезка на КЧ строят прямоугольный треугольник, одним катетом которого равен проекции отрезка на плоскость проекций, другой – разности расстояний от концов отрезка до этой плоскости проекций.

Угол между проекцией отрезка и гипотенузой является углом наклона прямой к этой плоскости проекций.

Задача №1. Определить натуральную длину отрезка AB и углы наклона его к плоскостям проекций Π_1 , Π_2 , Π_3 .

Дано:

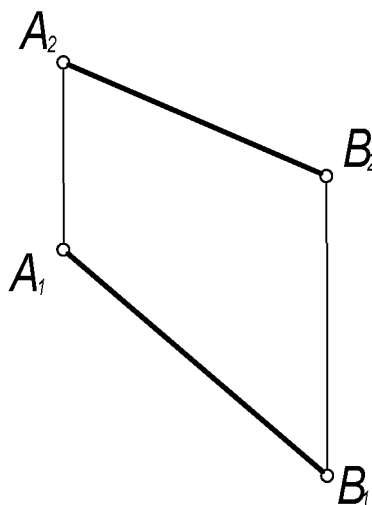
$[AB]$

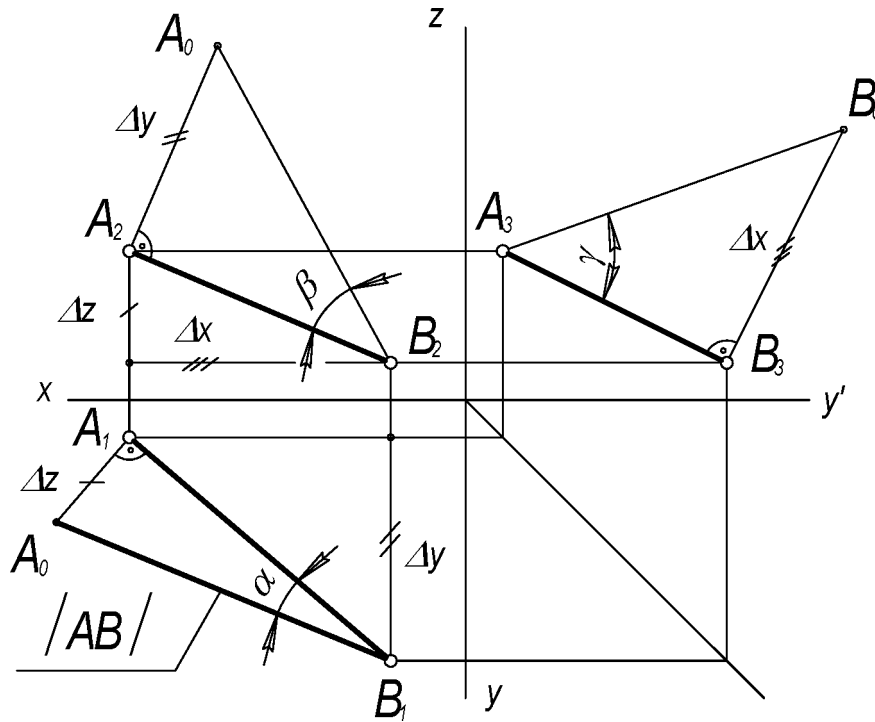
1. $|AB|$ - ?

2. $\alpha = |AB \wedge \Pi_1|$ - ?

$\beta = |AB \wedge \Pi_2|$ - ?

$\gamma = |AB \wedge \Pi_3|$ - ?





1. I кам - A_1B_1

II кам - $\Delta z = z_A - z_B$

$|A_0B_1| = |AB|$

$\alpha = \angle A_0B_1A_1 = \angle AB \wedge \Pi_1$

2. I кам - A_2B_2

II кам - $\Delta y = y_B - y_A$

$\beta = \angle A_0B_2A_2 = \angle AB \wedge \Pi_2$

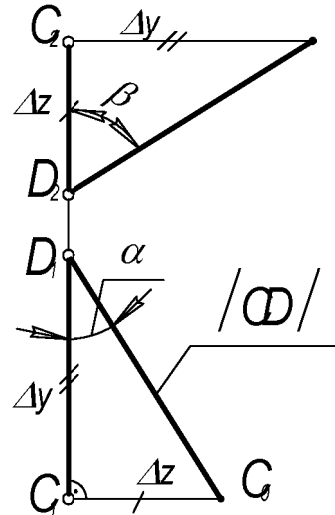
3. I кам - A_3B_3

II кам - $\Delta x = x_A - x_B$

$\gamma = \angle B_0A_3A_3 = \angle AB \wedge \Pi_3$

Задача №2. Определить натуральную длину отрезка CD и углы наклона его к плоскостям проекций.

Дано:
[CD]
1. $|CD|$ - ?
2. α, β, γ - ?



1. $[CD] \parallel \Pi_3 \Rightarrow \gamma = 0$

2. I кам - CD

II кам - $\Delta z = z_C - z_D = C_0D_2$
 $|C_0D_1| = |CD|$

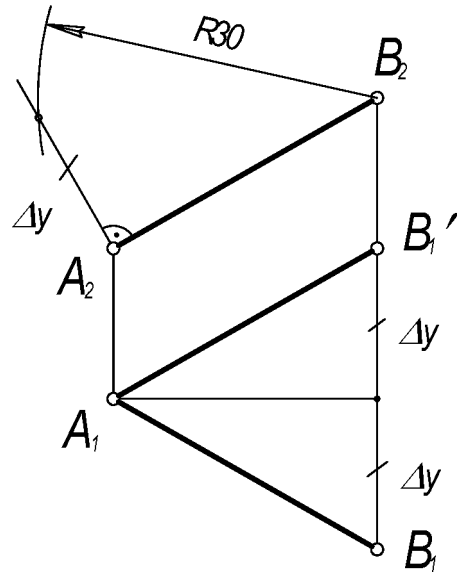
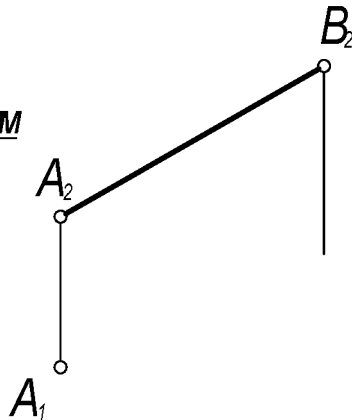
$\alpha = \angle C_0D_1D_1 = \angle CD \wedge \Pi_1$

3. $\Delta y = y_C - y_D = CD$

$\beta = \angle C_0C_1C_1 = \angle CD \wedge \Pi_2$

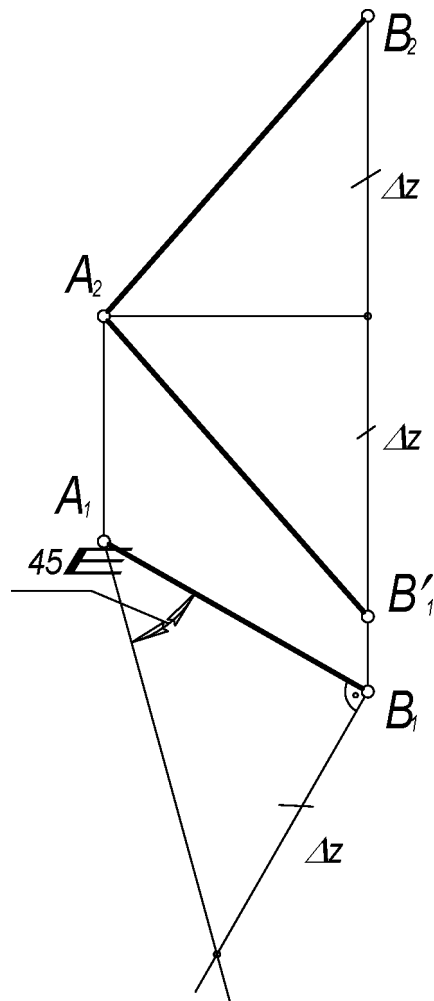
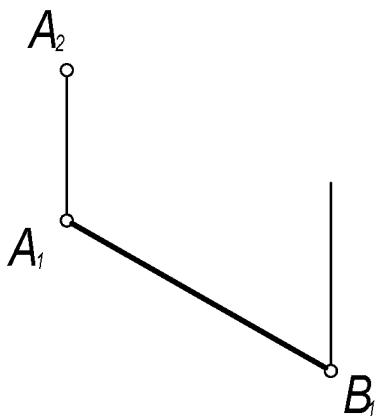
Задача №3 (дополнительная). Определить недостающую проекцию отрезка AB , если известна его длина. Сколько возможно решений?

Дано:
 $[AB](A_1; A_2 B_2)$
 $|AB| = 30 \text{ мм}$
 $A_1 B_1 - ?$



Задача №4 (дополнительная). Определить недостающую проекцию отрезка AB , если известен угол наклона его к горизонтальной плоскости проекций. Сколько возможно решений?

Дано:
 $[AB](A_1 B_1; A_2)$
 $\alpha = \angle AB \wedge \Pi_1 = 45^\circ$
 $A_2 B_2 - ?$



Лабораторная работа

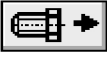
«Решение метрических задач методом прямоугольного треугольника с использованием элементов плоской графики в системе ADEM»

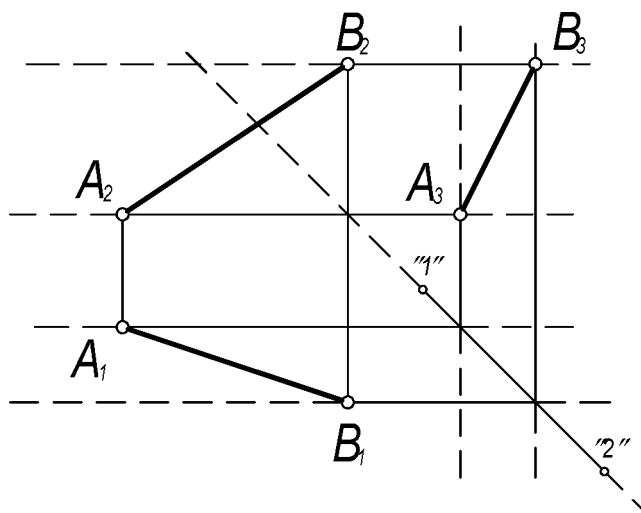
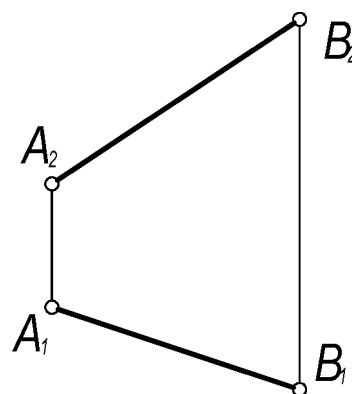
Цель работы:

1. Применение метода прямоугольного треугольника для решения практических задач.
2. Приобретение навыков работы с плоскими геометрическими элементами.

Задание: 1. Определить длину отрезка AB , принадлежащего прямой общего положения.
 2. Определить угол наклона этого отрезка к профильной плоскости проекций.

1. Построение профильной проекции отрезка AB :

- Вызовите из каталога  (имя файла укажет преподаватель) или постройте самостоятельно фронтальную и горизонтальную проекцию отрезка AB .
- Постройте вспомогательную прямую, подведя курсор в точку “1” и нажав клавишу «L», выберите угол наклона равный -45° , подтвердите ввод клавишей «Enter».



- Включите кнопку **Линия**  на Панели графических элементов M1, выберите тип линии – «Сплошная тонкая»  на Панели типов линий и штриховок. Постройте линию преломления, притянув курсор к вспомогательной прямой поочередно к точкам “1” и “2” с помощью клавиатурной команды «Alt»+ «C», завершая ввод каждой точки клавишей « ».

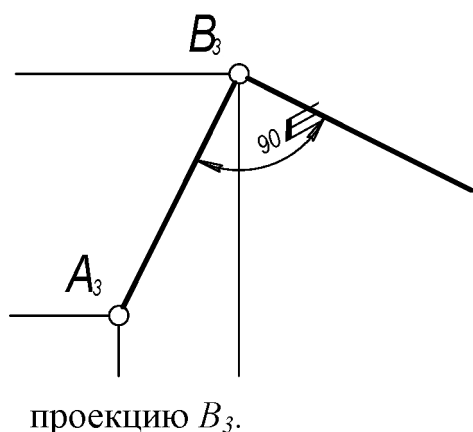
- Через проекции точек A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , проведите горизонтальные и вертикальные вспомогательные прямые (углы наклона 0° и 90°).

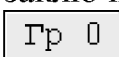
- Обведите полученные линии связи с помощью **Ломаной линии** , притягивая курсор к точкам пересечения вспомогательных линий с помощью клавиатурной команды «C»**. Ввод ломаной линии прерывается клавишей «Esc».

- Начертите проекции точек A_3 и B_3 с помощью команды **Окружность** , задав ее радиус (кнопка изменения шага курсора «D») равным 1 – 1,5 мм.
- Перейдите в черновой лист (слой 2), нажав клавишу <Tab> и сотрите вспомогательные линии связи с помощью команды **Стирать – Лист**. Вернитесь в чистовой лист (слой 1).

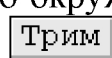
2. Определение натуральной величины отрезка AB с помощью метода прямоугольного треугольника:

- 1) Построения ведите на профильной плоскости проекций. В качестве первого катета выберите профильную проекцию отрезка A_3B_3 .
- 2) Задайте направление второго катета треугольника, проведя перпендикуляр к первому катету из проекции точки B_3 :



- заключите проекцию отрезка A_3B_3 в группу , щелкнув на ней левой клавишей мыши, прервите выделение объектов в группу клавишей «Esc».
- Скопируйте проекцию отрезка A_3B_3 с помощью команды **Копия** на Верхней Панели редактирования, выбрав Угловую копию, угол копирования - 90° , число копий 1, в качестве центра укажите проекцию B_3 .

3) Определите разность расстояний от концов отрезка до профильной плоскости проекций и постройте второй катет прямоугольного треугольника:

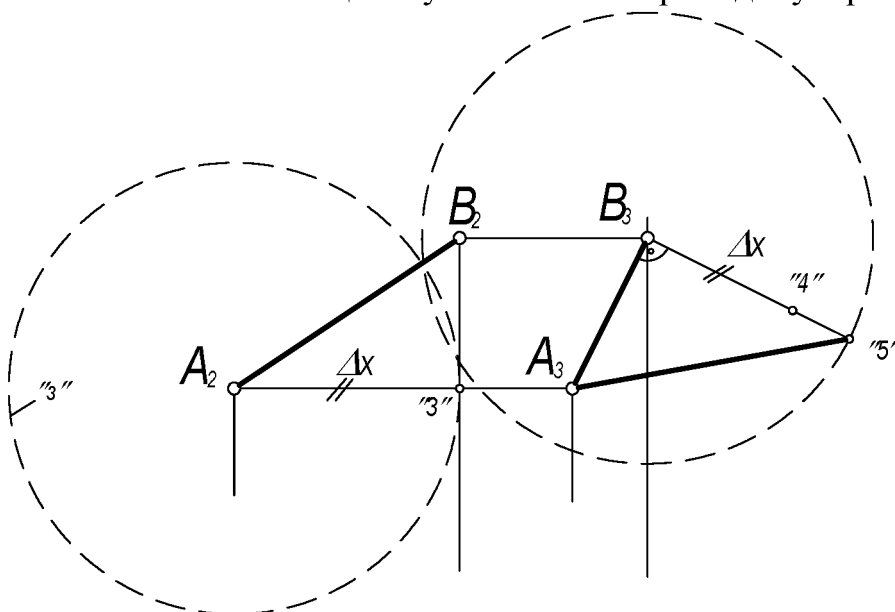
- Перейдите в черновой слой, нажав клавишу «Tab».
- Постройте окружность “з” с центром в проекции A_2 и выделите ее в группу.
- Перенесите эту окружность с помощью команды **Перенос**. Отвечая на запрос системы, выберите в качестве исходной точки центр окружности, а новой точки – проекцию B_3 .
- Вернитесь в чистовой слой, нажав клавишу «Tab».
- Если перпендикуляр не пересекает новую окружность, отредактируйте его с помощью команды **Триммирование**  (Панель редактирования объектов) – Продление линии, указав точку “4” на перпендикуляре, а затем

* Ввод цифровых значений всегда подтверждается клавишей «Enter».

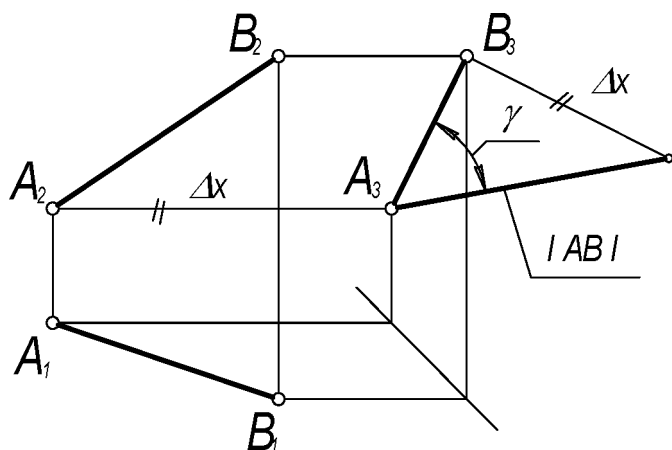
** Ввод узлов геометрических элементов всегда подтверждается клавишей « ».

на окружность, до которой необходимо его продлить.

- Измените толщину линии перпендикуляра, включив кнопку Цвет, толщина линии – Сплошная тонкая и щелкнув на линии перпендикуляра.



- Постройте гипотенузу прямоугольного треугольника, соединив проекцию A_3 и точку пересечения окружности с перпендикуляром. Полученная гипотенуза является натуральной длиной отрезка AB , а угол между ней и фронтальной проекцией – углом наклона отрезка к профильной плоскости проекций.
 - Перейдите в черновой слой и сотрите начерченные на нем объекты с помощью команды **Стереть – Лист**.
- 4) Оформите чертеж в соответствии с правилами начертательной геометрии, вновь перейдя в чистовой слой.



- 5) Запишите полученный результат в свою папку под именем «*n dl otrezka*».

Тема 6. Взаимное положение прямых

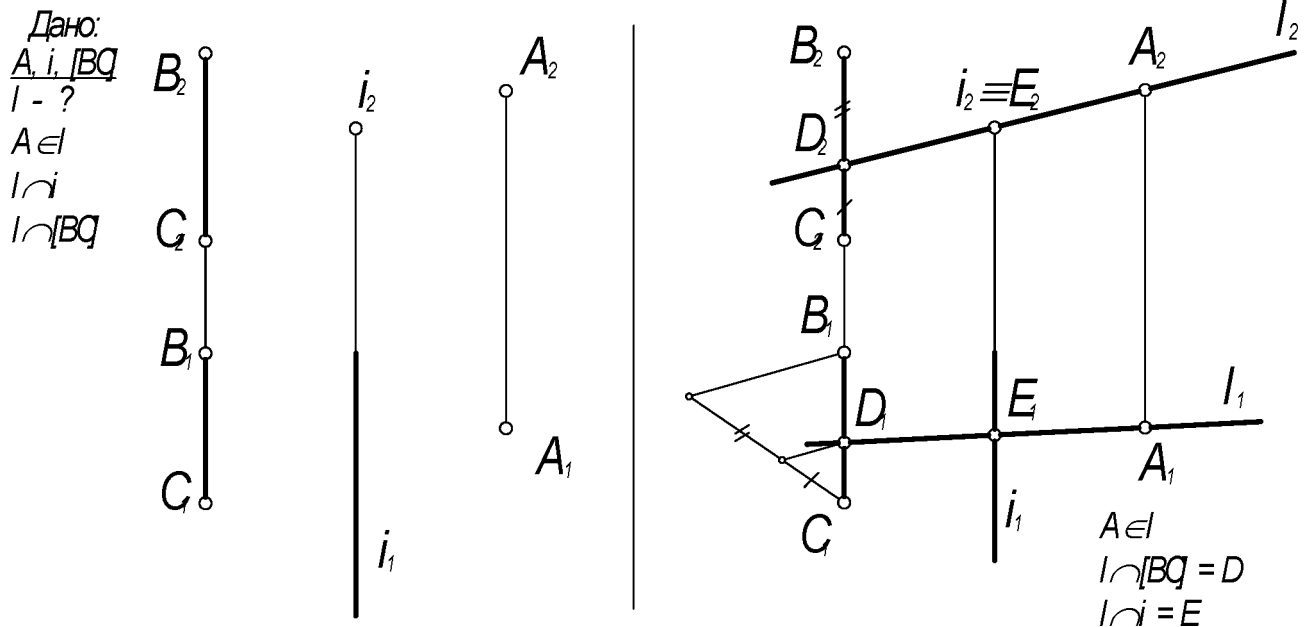
Какое положение в пространстве могут занимать две прямые?

В пространстве две прямые могут быть параллельны, пересекаться или скрещиваться.

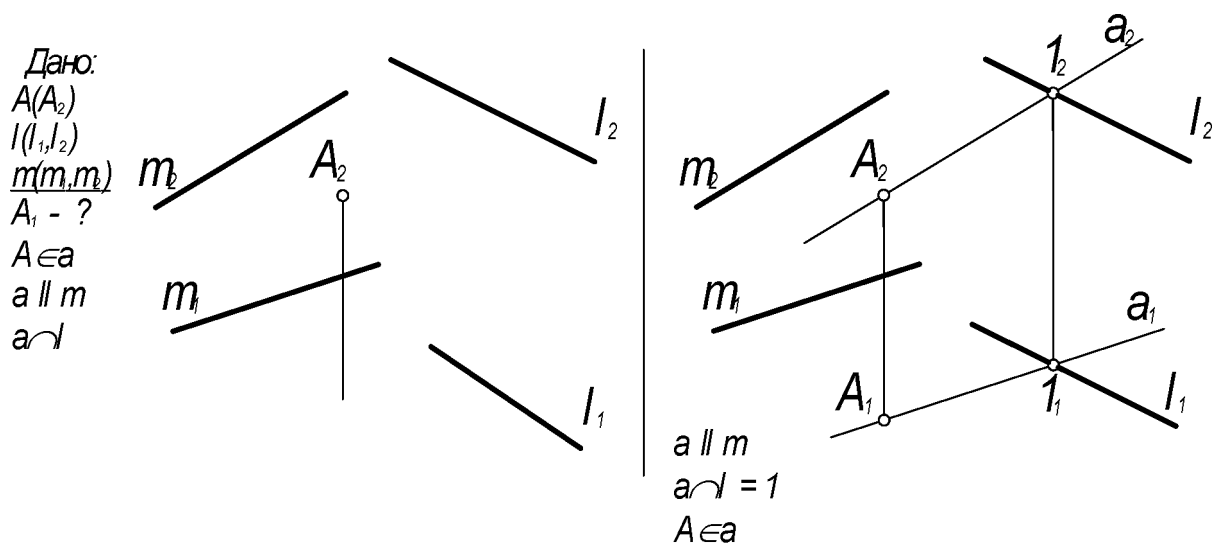
Как по КЧ определить взаимное расположение двух прямых?

1. Одноименные проекции двух параллельных прямых параллельны между собой.
2. Если одноименные проекции прямых пересекаются и проекции точки пересечения лежат на одной линии связи, то такие прямые пересекаются между собой.
3. Если не выполняется хотя бы одно из выше перечисленных условий, то прямые скрещиваются.

Задача № 1. Через точку A провести прямую, пересекающую прямую i и отрезок BC .

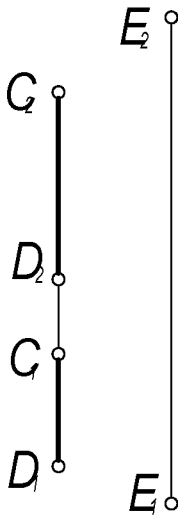


Задача № 2. Построить недостающую проекцию точки A , принадлежащей прямой a , параллельной прямой m и пересекающей прямую l .



Задача № 3. Дан отрезок CD и точка E . Построить отрезок EF , параллельный заданному отрезку, если известна его длина. Сколько возможно решений?

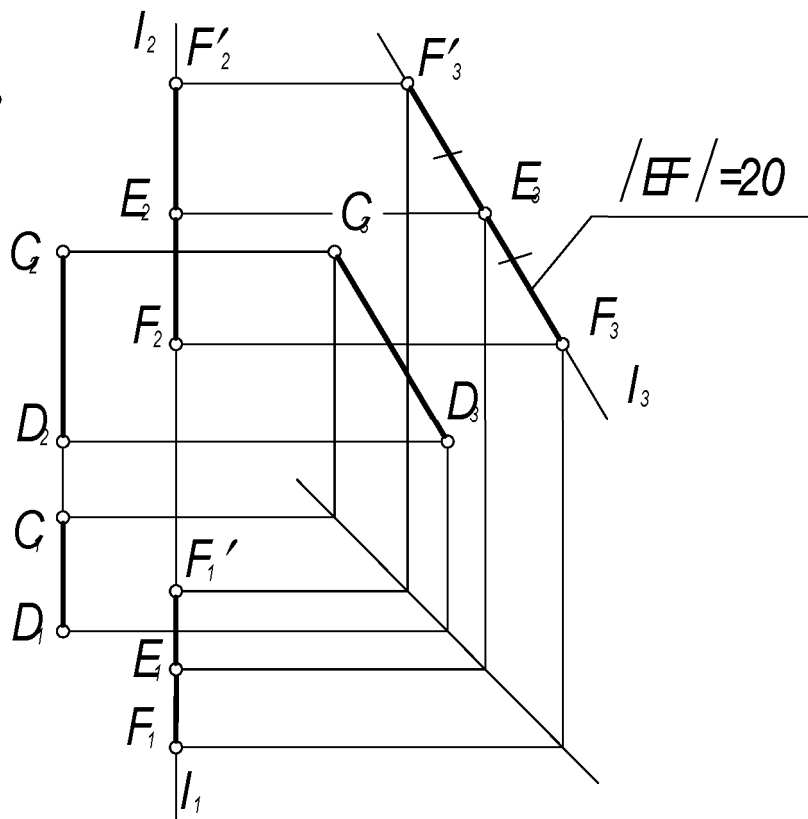
Дано:
 $E \in [\square]$
 $[EF] - ?$
 $[EF] \parallel [\square]$
 $|EF| = 20 \text{ мм}$



Как на КЧ может быть установлена параллельность профильных прямых?

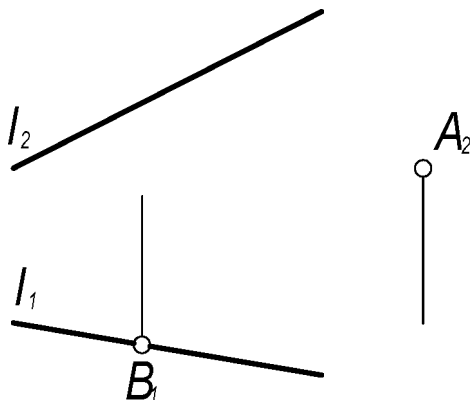
На профильной плоскости проекций Π_3 их проекции должны быть параллельны.

1. $E \in l, l \parallel [\square] \parallel \Pi_3$
2. $[EF] \subset l \Rightarrow |E_3 F_3| = |EF| = 20$



Задача № 4. (дополнительная) Построить отрезок $[AB]$, пересекающий прямую l , если известна его длина.

Дано:
 $l(l_1, l_2)$
 $A(A_2), B(B_1)$
 $[AB] - ?$
 $A \notin l, B \in l$
 $|AB| = 30$



Что известно про искомый отрезок $[AB]$?

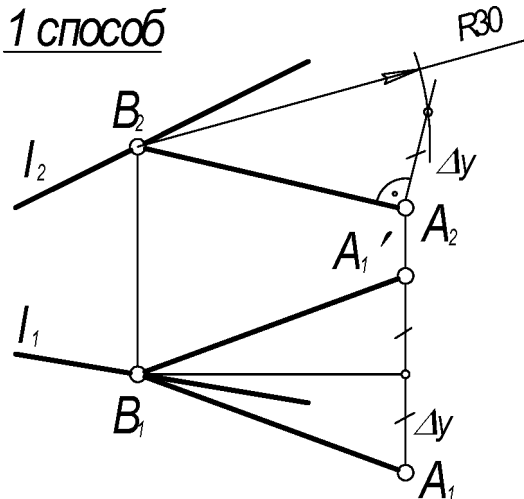
Известно, что отрезок пересекает прямую l . Следовательно, можно найти фронтальную проекцию точки B и всю фронтальную проекцию отрезка.

Далее задача решается с помощью метода прямоугольного треугольника. Может быть два пути решения.

Как можно построить горизонтальную проекцию отрезка, зная его длину?

Имея полностью заданную фронтальную проекцию отрезка A_2B_2 и его натуральную величину, можно определить разность расстояний от концов отрезка до Π_2 - Δy . Затем это расстояние откладывают от линии отсчета по линии связи точки A вверх или вниз. Таким образом задача имеет два решения.

1 способ



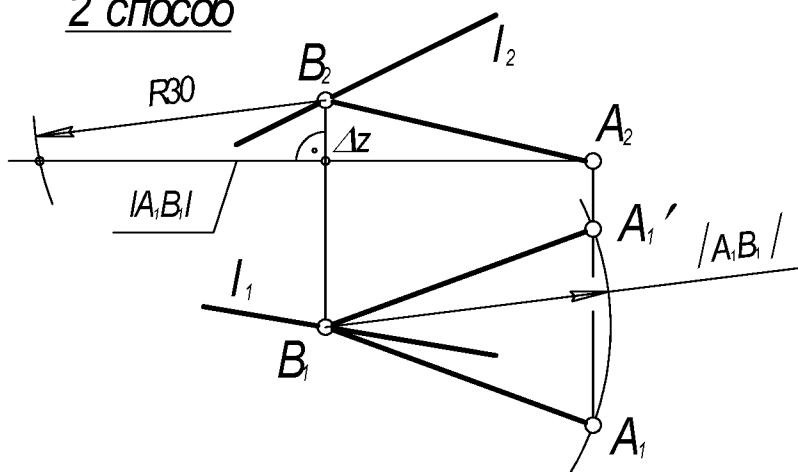
1. $B \in l \Rightarrow B_2 \in l_2$
2. I кам- A_2B_2
 $R = |AB| = 30 \Rightarrow$
 II кам - $\Delta y = y_A - y_B$
3. $[AB] \cap$
 $|AB| = 30 \text{ мм}$

Второй способ решения. Так как была определена фронтальная проекция отрезка, то известна разность расстояний от концов отрезка до Π_1 (Δz). Как можно использовать это расстояние для определения горизонтальной проекции отрезка?

Зная Δz и натуральную длину отрезка, можно определить длину его горизонтальной проекции, используя метод прямоугольного треугольника.

Раствором циркуля, равным $|A_1B_1|$, делаем засечки на линии связи точки A и получаем искомую проекцию этой точки.

2 способ



1. $B \in l \Rightarrow B_2 \in l_2$
2. I кам- Δz
 $R = |AB| = 30 \Rightarrow$
 II кам - $|A_1B_1|$
3. $[AB] \cap$
 $|AB| = 30 \text{ мм}$

Тема 7. Комплексный чертеж плоскости

Как в пространстве и на КЧ можно задать плоскости?

Плоскость можно задать:

1. Тремя точками, не лежащими на одной прямой.
2. Прямой и точкой, не лежащей на ней.
3. Двумя параллельными прямыми.
4. Двумя пересекающимися прямыми.
5. Плоской фигурой (треугольником и т.п.).
6. Следами.

Что называется следом плоскости?

Следами плоскости называются линии пересечения заданной плоскости с плоскостями проекций.

Какое положение в пространстве может занять плоскость относительно плоскостей проекций и как она при этом называется?

Плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций называется плоскостью общего положения.

Плоскость, параллельная одной из плоскостей проекций называется плоскостью уровня:

$\Gamma(\Gamma_2) // P_1$ - горизонтальная плоскость;

$\Phi(\Phi_1) // P_2$ - фронтальная плоскость;

$\Sigma(\Sigma_1, \Sigma_2) // P_3$ - профильная плоскость.

Плоскость, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется проецирующей:

$\Sigma(\Sigma_1) \perp P_1$ - горизонтально-проецирующая плоскость;

$\Sigma(\Sigma_2) \perp P_2$ - фронтально-проецирующая плоскость;

$\Sigma \perp P_3$ - профильно-проецирующая плоскость.

Как по КЧ определить положение плоскости в пространстве, в чем заключается особенность ее задания?

Проекция элементов, задающих плоскость частного положения, хотя бы на одну из плоскостей проекций вырождается в линию. Если эта линия не параллельна ни одной из осей проекций, то плоскость - проецирующая, если параллельна – плоскость уровня.

Если на КЧ геометрические элементы, задающие плоскость, не на одну из плоскостей проекций не будут проецироваться в прямую линию, то заданная плоскость является плоскостью общего положения.

Тема 8. Прямая и точка в плоскости

Как по КЧ установить принадлежность прямой и точки плоскости?

Прямая принадлежит плоскости, если имеет с плоскостью:

1. две общие точки;
2. одну общую точку и параллельна прямой, принадлежащей плоскости.

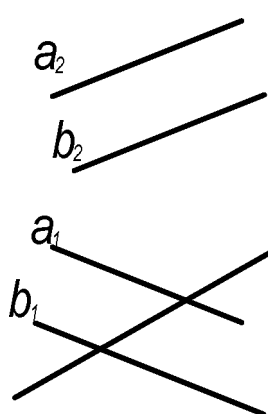
Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Какие линии называют линиями уровня плоскости?

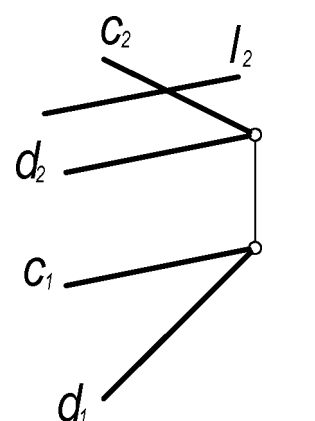
Линиями уровня плоскости называют прямые, лежащие в плоскости и параллельные плоскости проекций.

Задача №1 Провести анализ плоскостей, заданных на КЧ. Построить недостающие проекции прямых или точек, принадлежащих заданным плоскостям.

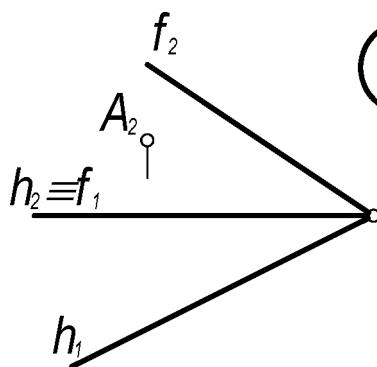
1 Дано:
 $\Sigma(a \parallel b)$
 $l(l_1)$
 $l_2 - ?$
 $l \subset \Sigma$



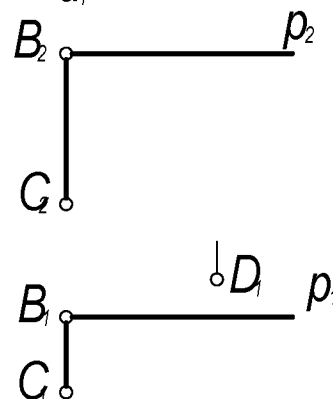
2 Дано:
 $\Theta(c \cap d)$
 $l(l_2)$
 $l_1 - ?$
 $l \subset \Theta$



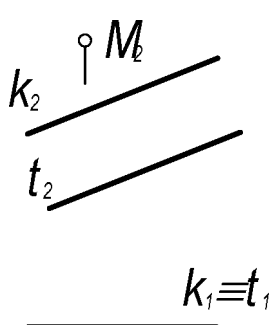
3 Дано:
 $\Omega(h \cap f)$
 $A(A_2)$
 $A_1 - ?$
 $A \in \Omega$



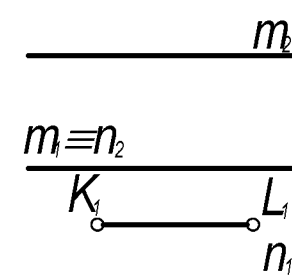
4 Дано:
 $\Psi(BC \cap p)$
 $D(D_1)$
 $D_2 - ?$
 $D \in \Psi$



5 Дано:
 $\mathcal{G}(k \parallel t)$
 $M(M_2)$
 $M_1 - ?$
 $M \in \mathcal{G}$

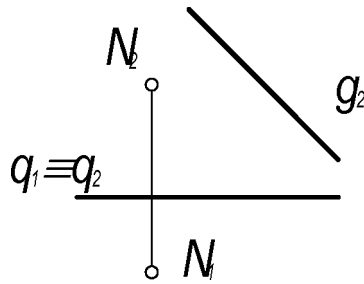


6 доп. Дано:
 $\zeta(m \parallel n)$
 $[K_L](K_1 L_1)$
 $K_2 L_2 - ?$
 $[K_L] \subset \zeta$



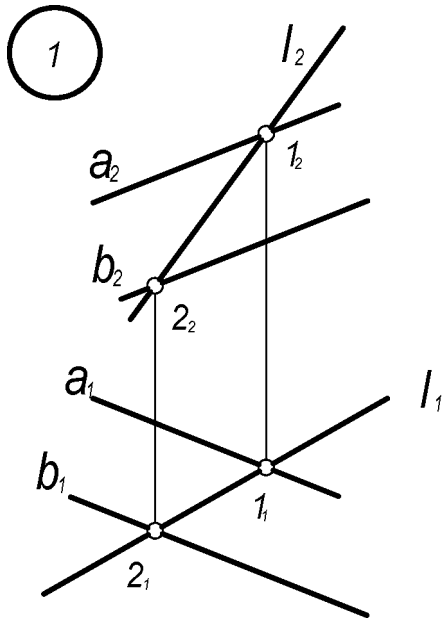
7 доп.

Дано:
 $\Lambda(N, q)$
 $g(g_2)$
 $g \cap ?$
 $g \subset \Lambda$

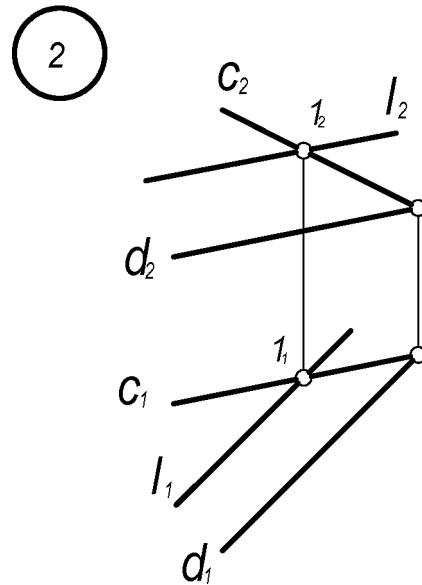


$\Sigma(a//b)$ – плоскость общего положения

$\Theta(c//d)$ – плоскость общего положения



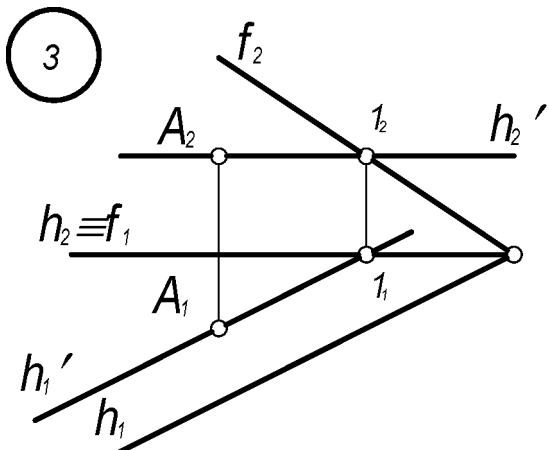
$$1 \in \Sigma, 2 \in \Sigma \Rightarrow l(12) \subset \Sigma$$



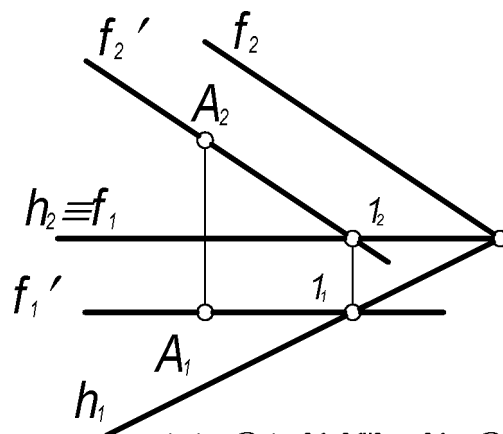
$$1 \in \Theta, l \parallel d \Rightarrow l \subset \Theta$$

Найдите недостающую проекцию точки A с помощью горизонтали и фронтали плоскости Ω .

Плоскость $\Omega(h \cap f)$ – плоскость общего положения.



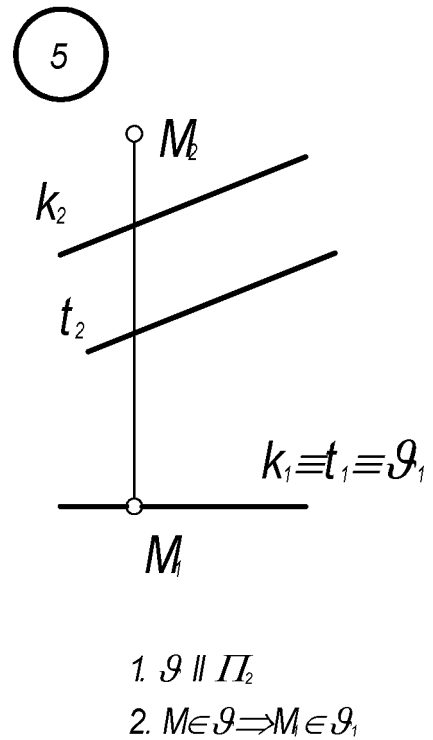
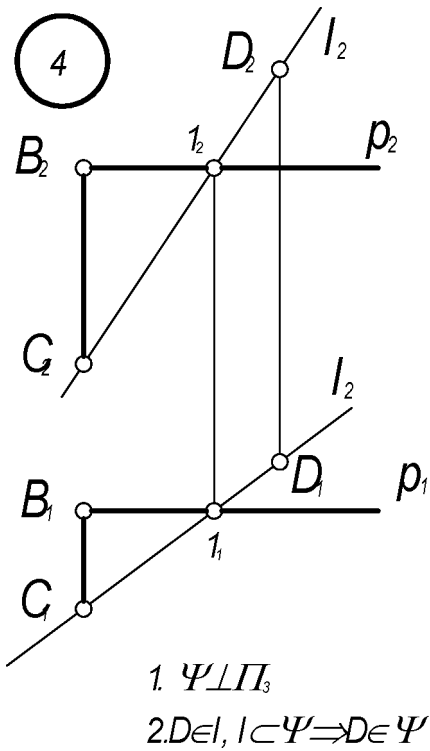
1. $1 \in \Omega, 1 \in h', h' \parallel h \Rightarrow h' \subset \Omega$
2. $A \in h' \Rightarrow A \in \Omega$



1. $1 \in \Omega, 1 \in f', f' \parallel f \Rightarrow f' \subset \Omega$
2. $A \in f' \Rightarrow A \in \Omega$

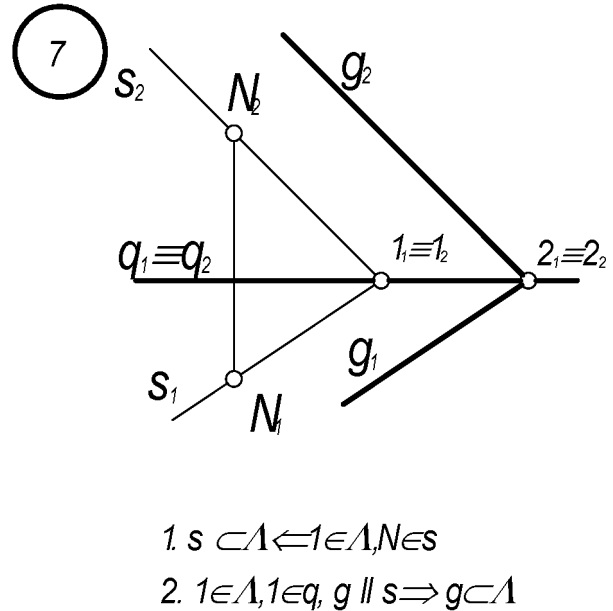
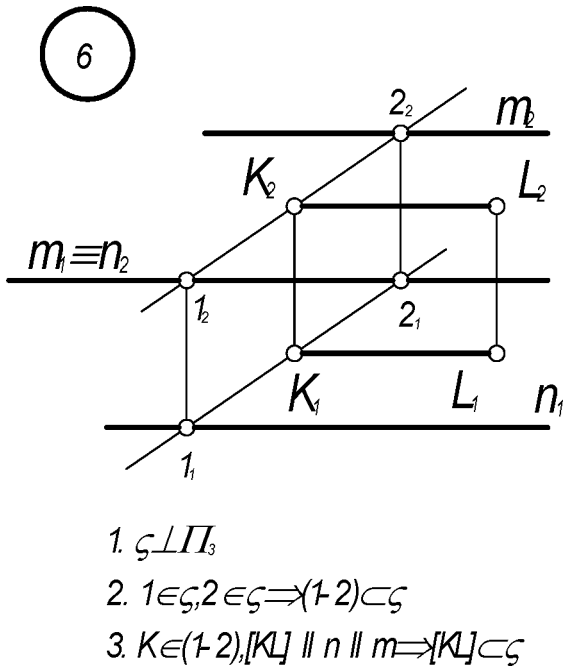
Плоскость $\Psi(BC \cap p)$ - профильно проецирующая.

Плоскость $\mathcal{G}(k \parallel t)$ - фронтальная плоскость уровня.



Плоскость $\zeta(m \parallel n)$ - профильно проецирующая.

Плоскость $\Lambda(N, q)$ - профильно проецирующая.



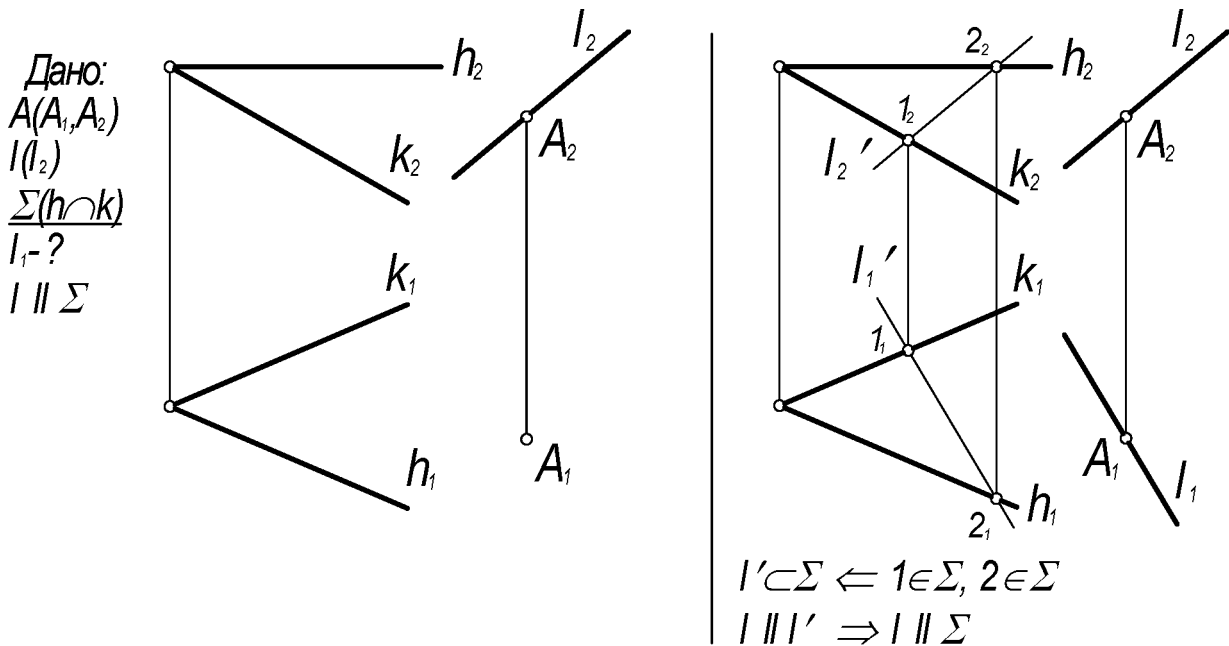
Тема 9. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей.

Как формулируется признак параллельности прямой и плоскости, а также параллельности двух плоскостей?

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, лежащей в этой плоскости.

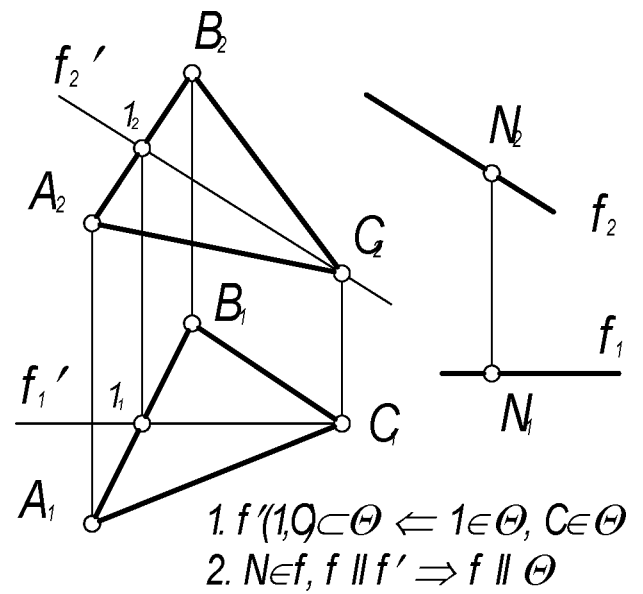
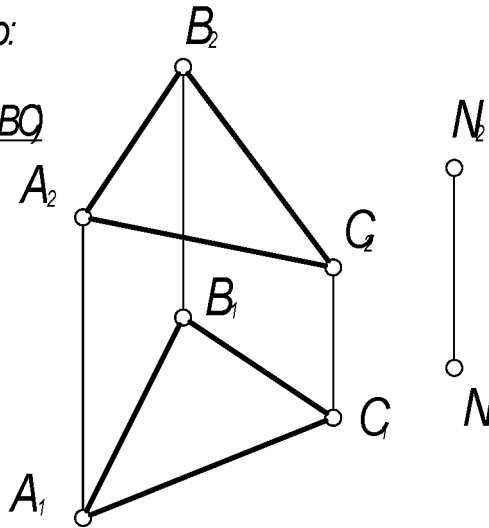
Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Задача № 1. Построить недостающую проекцию прямой l , параллельной плоскости Σ и проходящей через точку A .



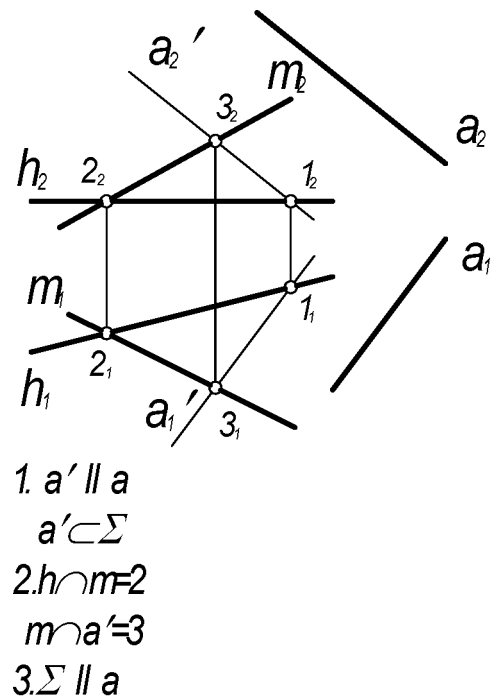
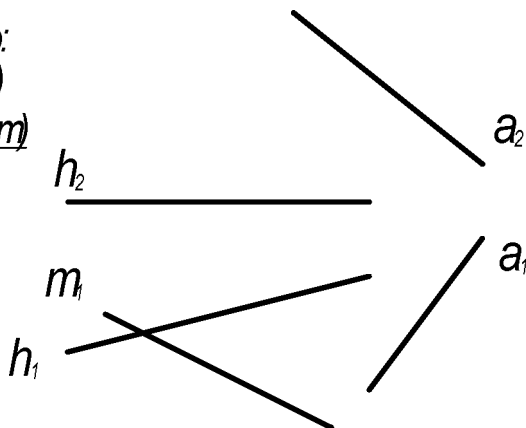
Задача № 2 (дополнительная). Через точку N провести фронталь, параллельную плоскости Θ .

Дано:
 N
 $\Theta(\triangle ABC)$
 $f - ?$
 $N \in f$
 $f \parallel \Theta$



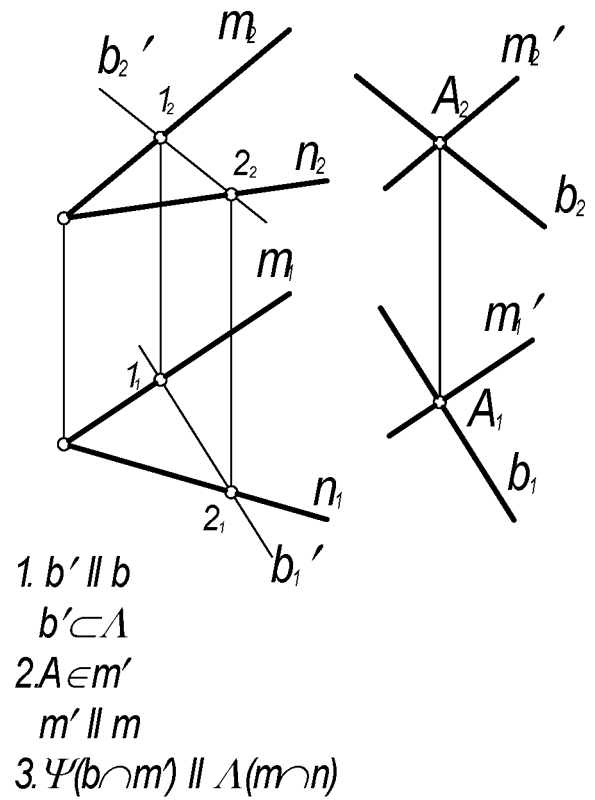
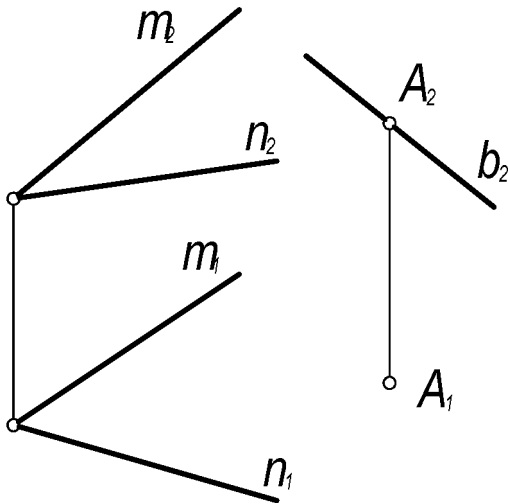
Задача № 3 (дополнительная). Построить недостающую проекцию плоскости Σ , параллельной прямой a .

Дано:
 $a(a_1, a_2)$
 $\Sigma(h \cap m)$
 $m - ?$
 $\Sigma \parallel a$



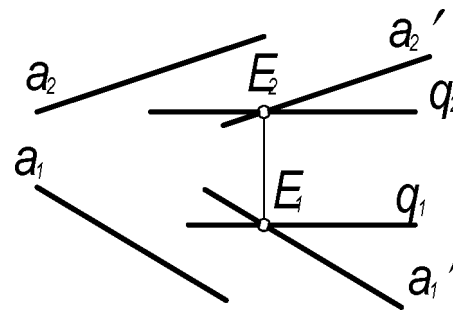
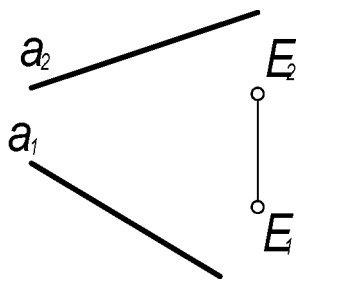
Задача № 4. Через точку A провести плоскость, параллельную плоскости Λ и содержащую прямую b .

Дано:
 $\Delta(m \cap n)$
 $A(A_1, A_2)$
 $b(b_2)$
 $\Psi - ?$
 $A \in \Psi$
 $\Psi \supset b$
 $\Psi \parallel \Delta$



Задача № 5.(дополнительная) Через точку E провести профильно-проецирующую плоскость, параллельную прямой a .

Дано:
 $E \in a$
 $P - ?$
 $P \parallel a$
 $P \perp \Pi_3$



1. $E \in a'$, $a' \parallel a$
2. $E \in q$, $q \perp \Pi_3$
3. $P(a' \cap q) \parallel a$
 $P(a' \cap q) \perp \Pi_3$

Тема 10. Пересечение плоскостей

Что является результатом пересечения двух плоскостей?

Две плоскости пересекаются по прямой линии.

Что необходимо определить на КЧ для построения линии пересечения плоскостей?

На КЧ необходимо построить две точки, принадлежащие обеим плоскостям или одну общую точку, если известно направление линии пересечения.

В каком случае известно направление линии пересечения?

Направление линии пересечения известно, если:

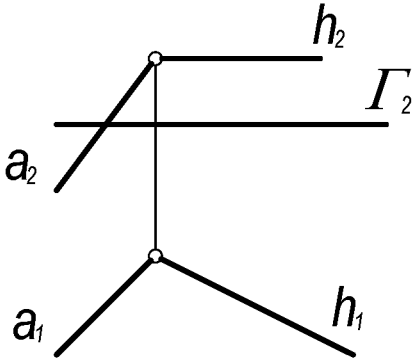
- 1) пересекающиеся плоскости содержат взаимно параллельные прямые, тогда линия пересечения проходит параллельно этим прямым;
- 2) пересекающиеся плоскости перпендикулярны третьей плоскости, тогда линия их пересечения также будет перпендикулярна этой плоскости.

Как можно определить общую точку для двух плоскостей?

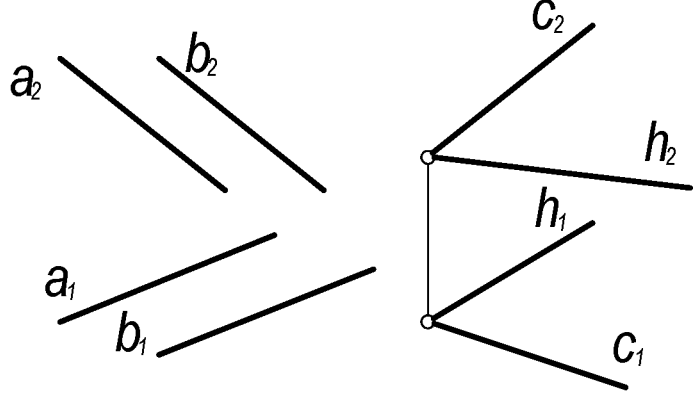
Общая точка определяется с помощью дополнительной плоскости частного положения, заданной следом. Находятся линии пересечения дополнительной плоскости с каждой из заданных плоскостей. Точка пересечения этих линий является общей для заданных и дополнительной плоскостей.

Задача № 1. Построить линию пересечения плоскостей.

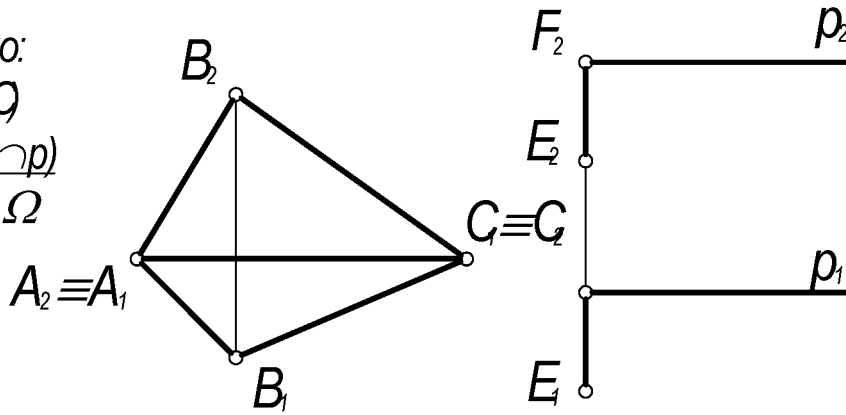
1 Дано:
 $\Sigma(a \cap h)$
 $\Gamma(\Gamma_2)$
 $l = \Sigma \cap \Gamma$



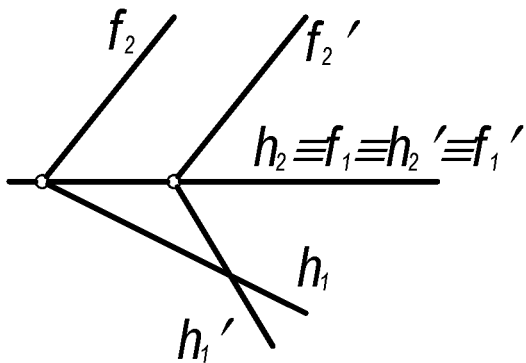
2 Дано:
 $\Theta(a \parallel b)$
 $\Omega(c \cap h)$
 $l = \Theta \cap \Omega$



3 Дано:
 $\Sigma(ABQ)$
 $\Omega(EF \cap p)$
 $l = \Sigma \cap \Omega$

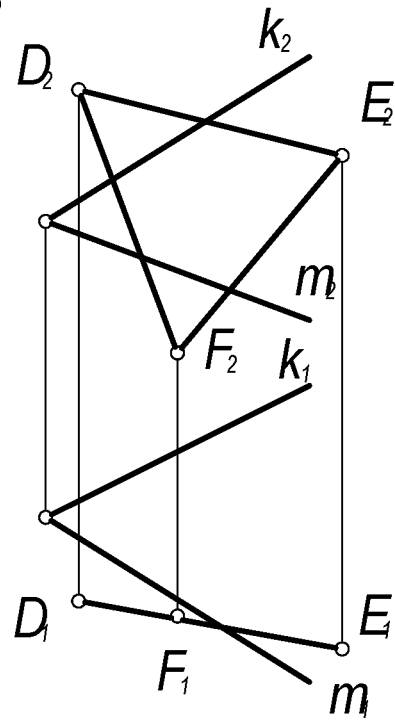


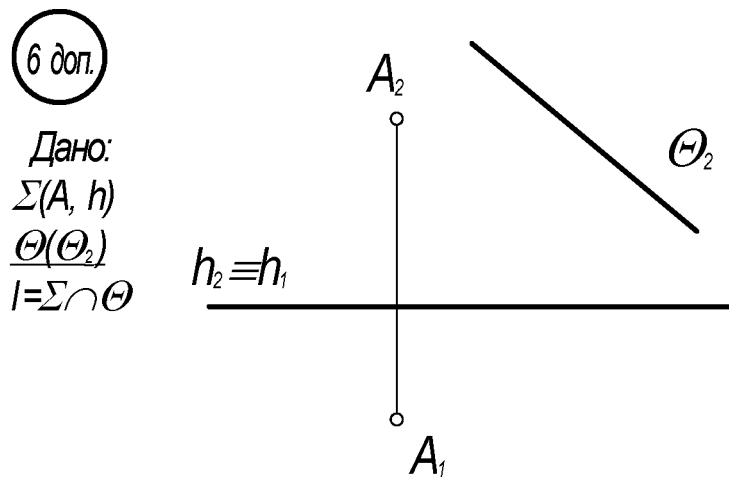
4 Дано:
 $\Sigma(h \cap f)$
 $\Omega(h' \cap f')$
 $l = \Sigma \cap \Omega$



5доп.

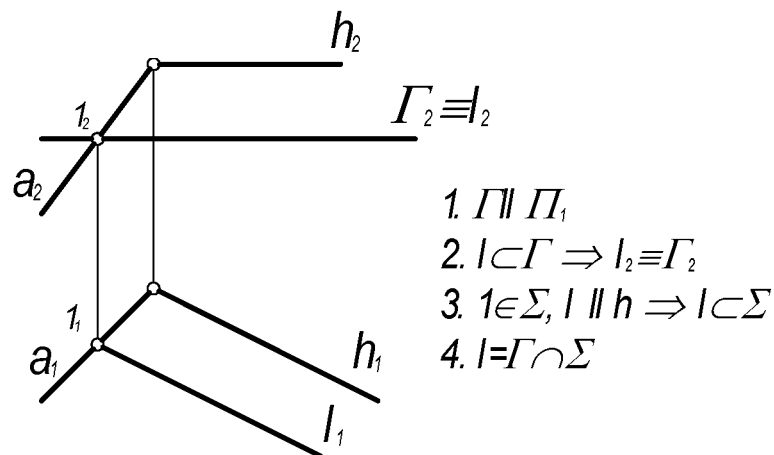
Дано:
 $\Sigma(DEF)$
 $\Theta(k \cap m)$
 $l = \Sigma \cap \Theta$





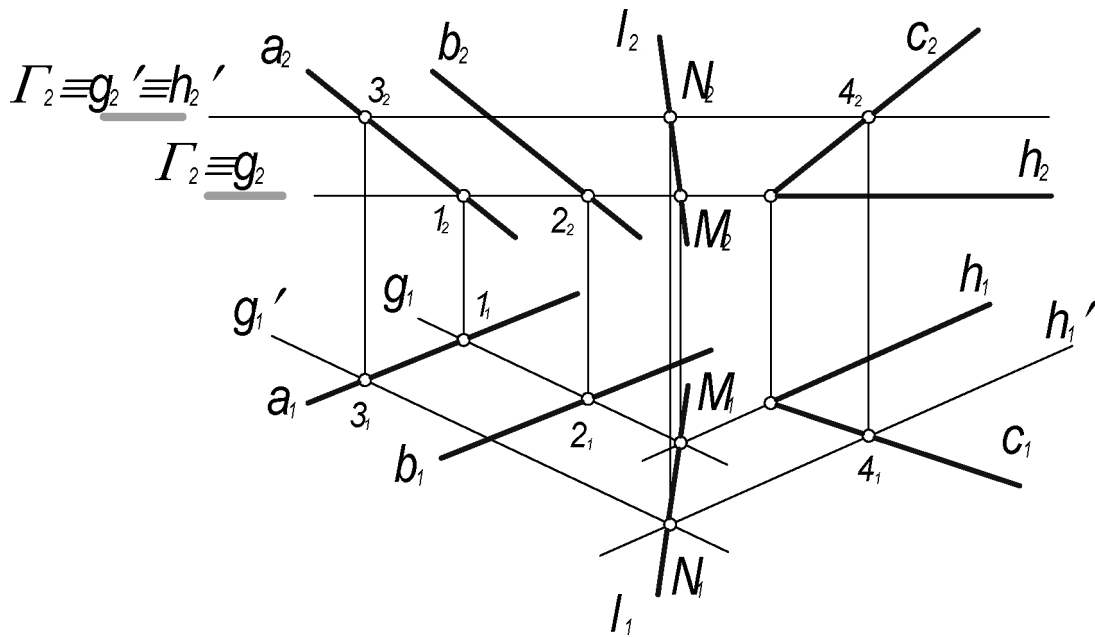
Проанализируйте графические условия задач. Какие плоскости участвуют в пересечении и как, исходя из этого, можно определить линию их пересечения?

1 задача. Заданы плоскость общего положения Σ и горизонтальная плоскость уровня Γ , заданная фронтальным следом. Значит, фронтальная проекция линии пересечения совпадет со следом плоскости Γ , а горизонтальную проекцию следует искать исходя из принадлежности линии пересечения второй плоскости Σ .

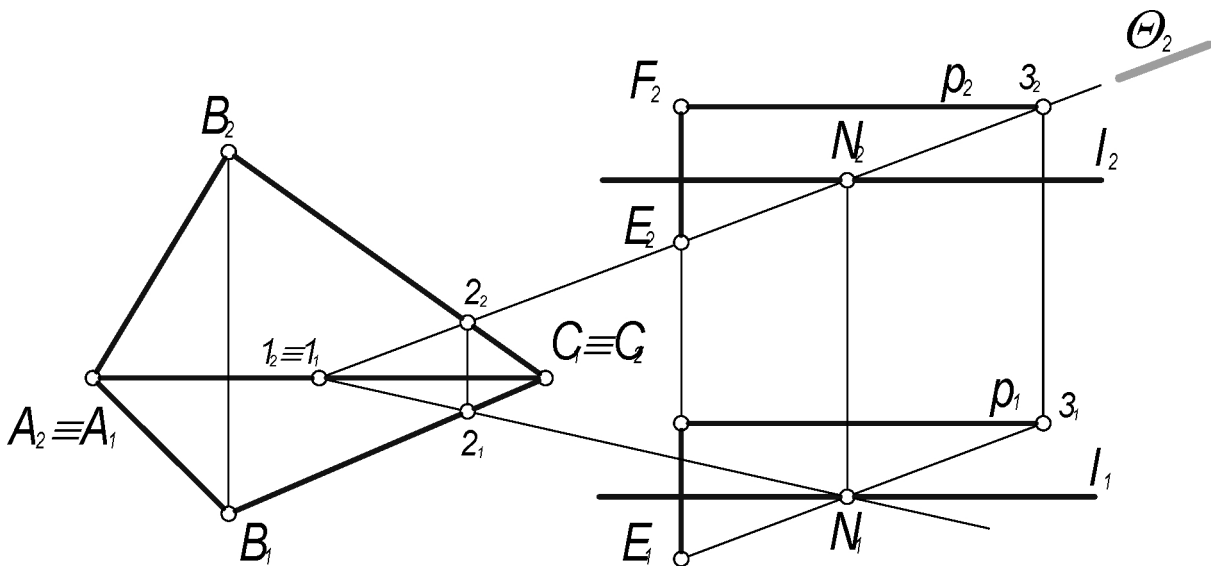


2 задача. Заданные плоскости являются плоскостями общего положения, поэтому для определения линии их пересечения необходимо найти две общие точки.

1. $\Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$
2. $\Gamma \cap \Theta = g, \Gamma \cap \Omega = h$
3. $g \cap h = M$
4. $\Gamma'(\Gamma'_2) \parallel \Pi_1$
5. $\Gamma' \cap \Theta = g', \Gamma' \cap \Omega = h'$
6. $g' \cap h' = N$
7. $\Theta \cap \Omega = (N - M) = l$



3 задача. Пересекающиеся плоскости содержат взаимно параллельные прямые, следовательно, направление линии пересечения определено изначально. Кроме того, эти плоскости являются профильно-проецирующими, а значит, линией их пересечения будет профильно-проецирующая прямая. Необходимо с помощью дополнительной плоскости определить общую точку для заданных плоскостей.



$$1. \Sigma \perp \Pi_3, \Omega \perp \Pi_3 \Rightarrow l \perp \Pi_3$$

$$AC \parallel p \Rightarrow l \parallel AC \parallel p$$

$$2. \Theta(\Theta_2) \perp \Pi_2$$

$$6. N \in l = \Sigma \cap \Omega$$

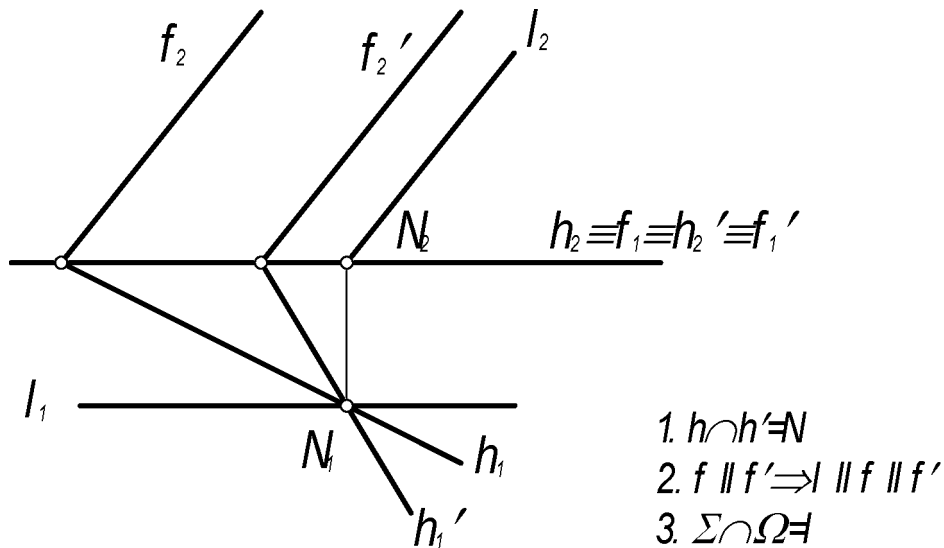
$$3. \Theta \cap \Sigma = (1-2)$$

$$4. \Theta \cap \Omega = (E-3)$$

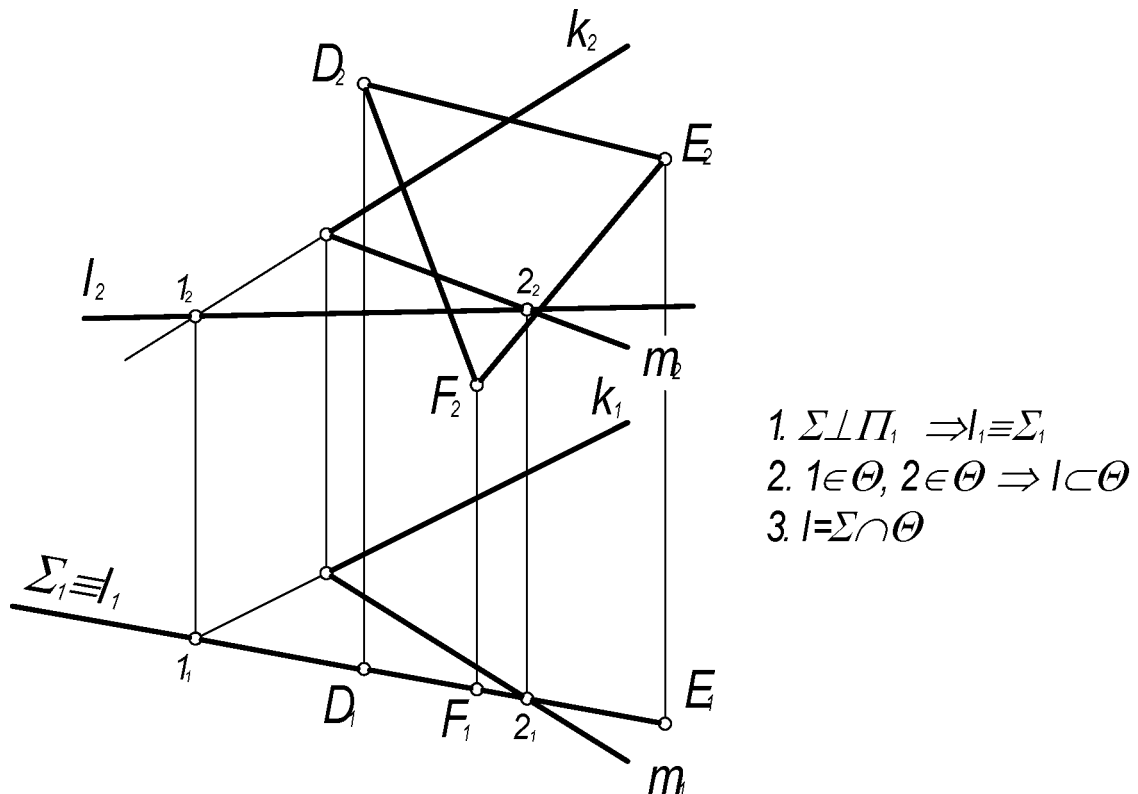
$$5. (1-2) \cap (E-3) = N$$

4 задача. Эти плоскости являются плоскостями общего положения. Однако линия их пересечения, определяется без дополнительных построений, так как:

- они имеют общую точку на пересечении их горизонталей;
- содержат взаимно параллельные фронтолы, следовательно, линией их пересечения является фронталь, проходящая через общую точку.



5 задача. Решается аналогично первой.



Тема 11. Пересечение прямой и плоскости.

Определение видимости прямой относительно плоскости

Как построить точку пересечения прямой с плоскостью?

Для построения точки пересечения прямой с плоскостью необходимо:

1. Провести через прямую вспомогательную плоскость частного положения, заданную следом.
2. Определить линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной.
3. В пересечении линии пересечения плоскостей с заданной прямой находится искомая точка.

Что называется конкурирующими точками и как с их помощью определить видимость прямой относительно плоскости?

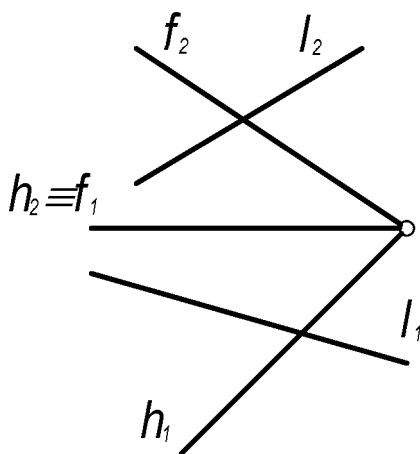
Конкурирующими в видимости по отношению к плоскости проекций называются точки, лежащие на одном проецирующем луче, но принадлежащие разным геометрическим объектам.

Видимой будет та точка, которая расположена дальше от плоскости проекций, на которой определяется видимость. Соответственно, виден тот геометрический объект, которому она принадлежит.

Задача № 1. Определить точку пересечения прямой l с заданной плоскостью и показать видимость прямой.

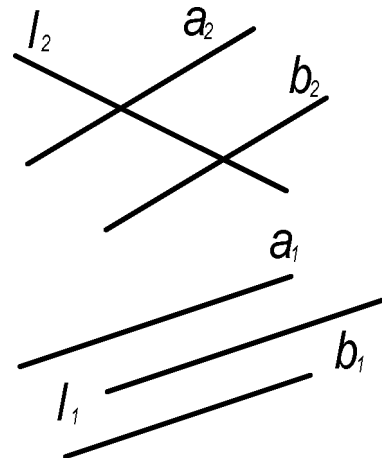
1

Дано:
 l
 $\Sigma(h \cap f)$
 $l \cap \Sigma = K$



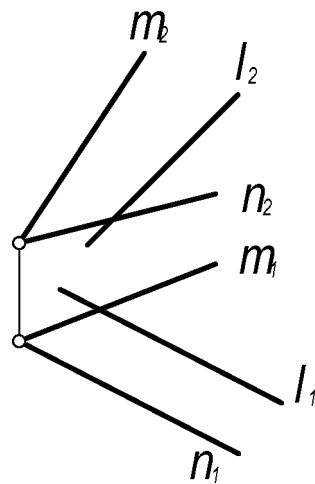
2

Дано:
 l
 $\Theta(a \cap b)$
 $l \cap \Theta = K$



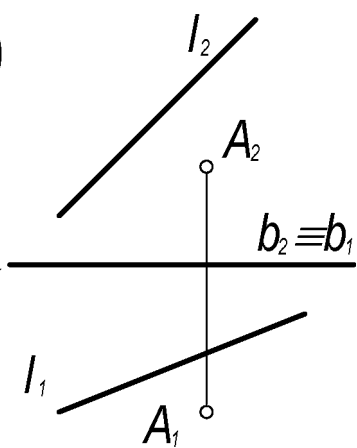
3

Дано:

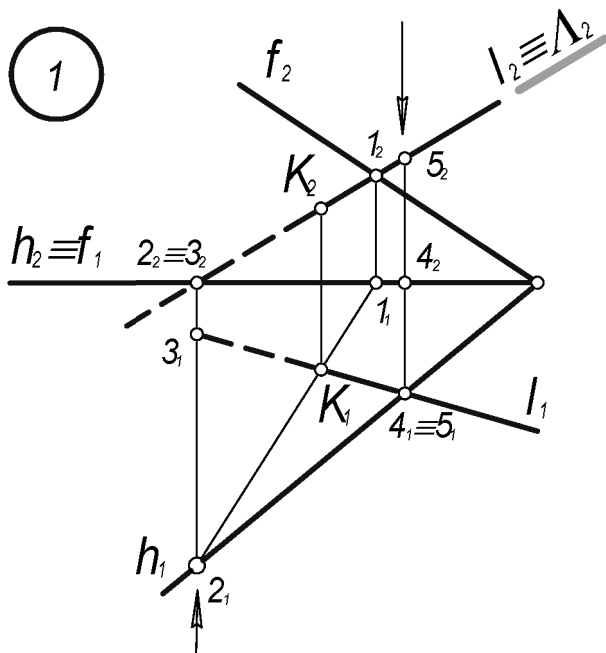
 $\Sigma(m \cap n)$ $l \cap \Sigma \neq K$ 

4

Дано:

 $\Theta(A, b)$ $l \cap \Theta \neq K$ 

1

1. $l \subset \Lambda(\Lambda_2)$ $\Lambda \perp \Pi_2$ 2. $\Lambda \cap \Sigma = (1-2)$ 3. $(1-2) \cap l \neq K$ 4. $K \notin \cap \Sigma$ 5. Видимость на Π_2 :

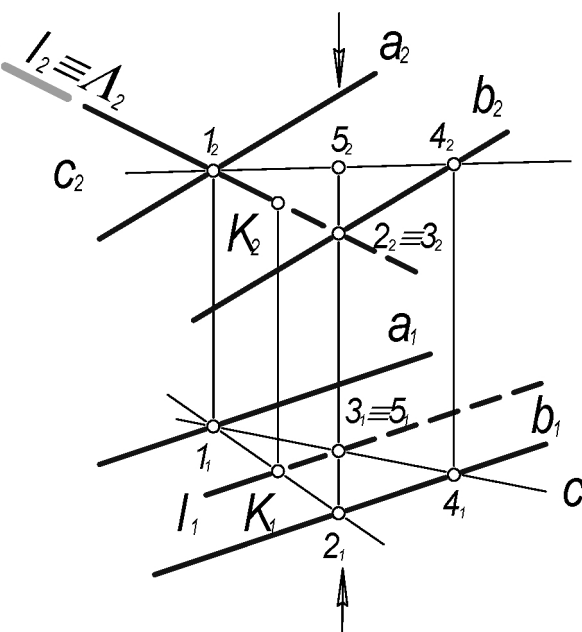
2, 3 - к. т

 $2 \in \Sigma, 3 \in l, y_2 > y_3 \Rightarrow l$ не виднаВидимость на Π_1 :

4, 5 - к. т

 $4 \in \Sigma, 5 \in l, z_4 < z_5 \Rightarrow l$ видна

2

1. $l \subset \Lambda(\Lambda_2)$, $\Lambda \perp \Pi_2$ 2. $\Lambda \cap \Theta = (1-2)$ 3. $(1-2) \cap l \neq K$ 4. $K \notin \cap \Theta$ 5. Видимость на Π_2 :

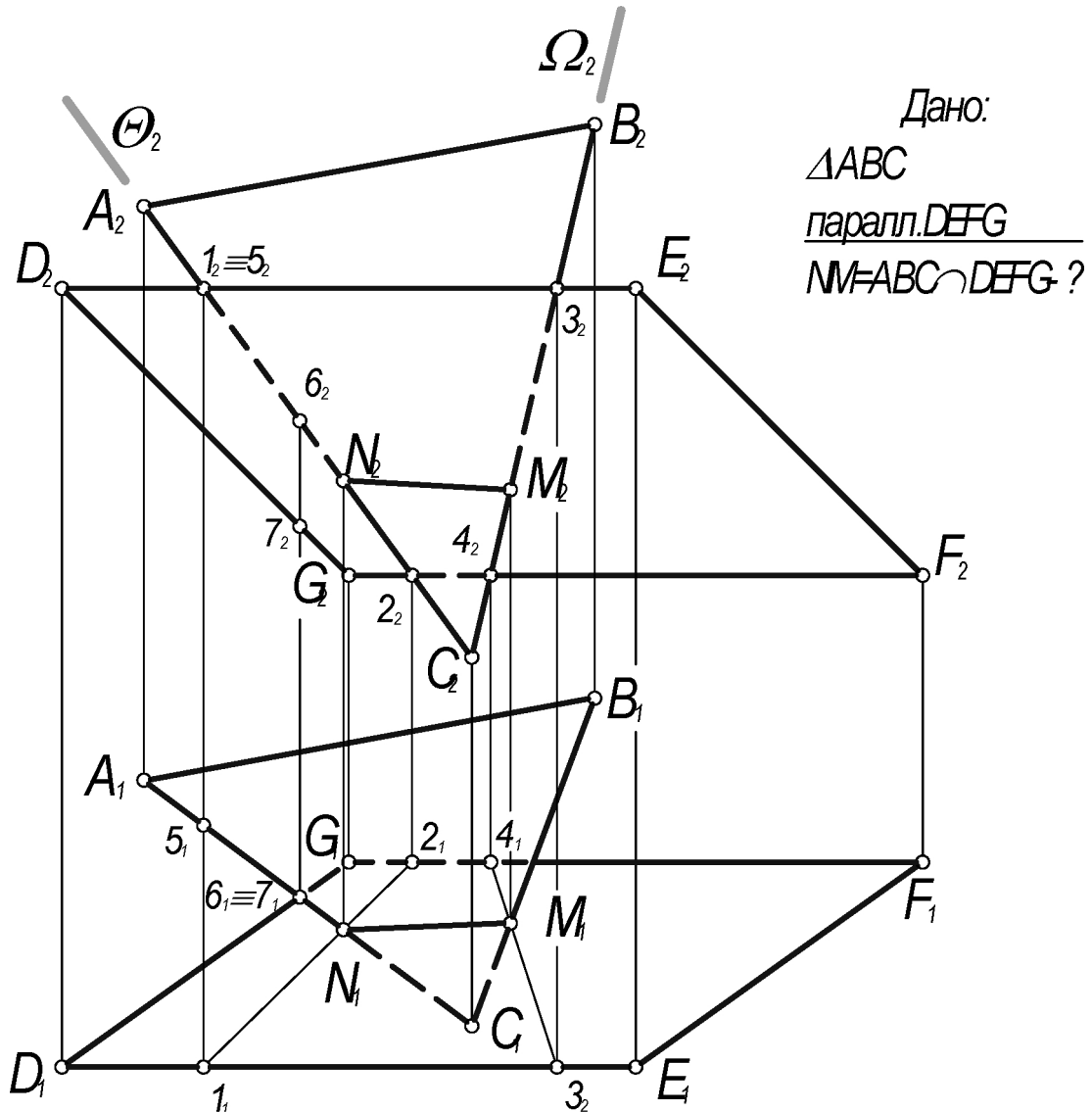
2, 3 - к. т

 $2 \in \Theta, 3 \in l, y_2 > y_3 \Rightarrow l$ не виднаВидимость на Π_1 : $s(1,4) \subset \Sigma \Leftarrow 1 \in \Theta, 4 \in \Theta$

3, 5 - к. т

 $5 \in \Theta, 3 \in l, z_3 < z_5 \Rightarrow l$ не видна

Задача № 1. Построить линию пересечения двух плоских фигур. Показать видимость.



1. $\Theta(\Theta_2) \supset AC$, $\Theta \cap DEFG = 1-2$, $1-2 \cap AC = N$
2. $\Omega(\Omega_2) \supset BC$, $\Omega \cap DEFG = 3-4$, $3-4 \cap BC = M$
3. $NV = ABC \cap DEFG$
4. Видимость на Π_2 .
 $1, 5$ - к.т., $1 \in DEFG$, $5 \in ABC$
 $y_1 > y_5 \Rightarrow$ виден $DEFG$
 Видимость на Π_1 .:
 $6, 7$ - к.т., $6 \in ABC$, $7 \in DEFG$
 $z_6 > z_7 \Rightarrow$ виден ABC

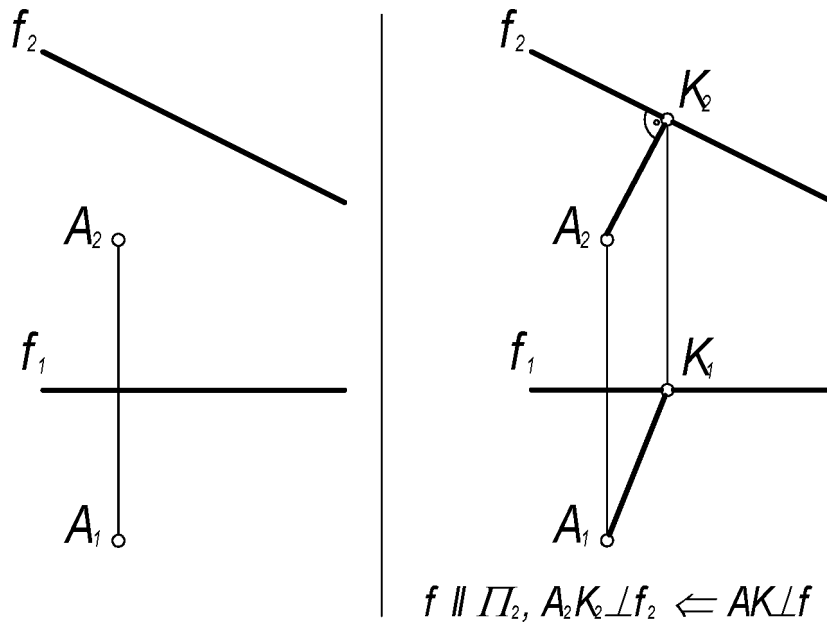
Тема 13. Проецирование прямого угла

В каком случае прямой угол на плоскость проекций проецируется без искажения?

Прямой угол проецируется на плоскость проекций без искажения, если хотя бы одна из его сторон параллельна этой плоскости проекций.

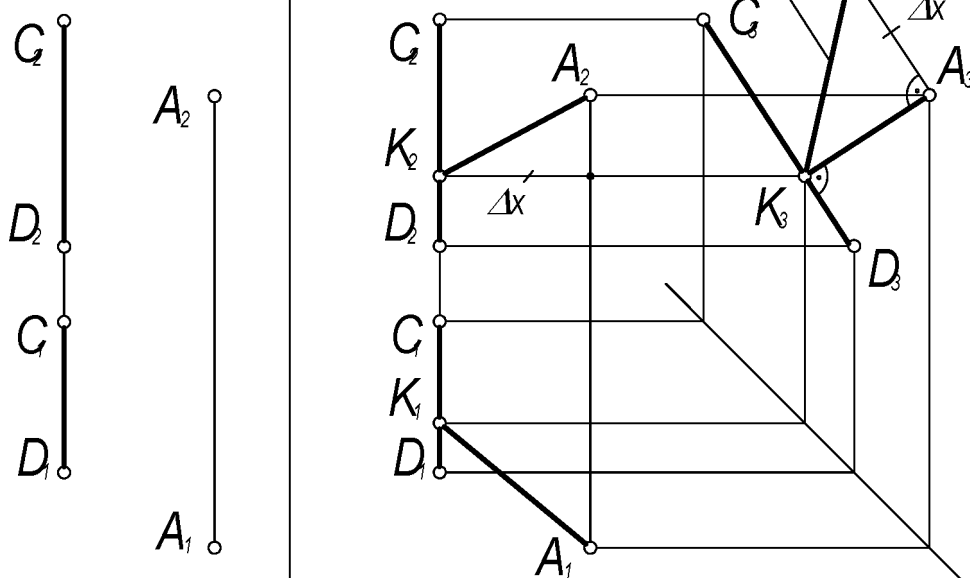
Задача № 1. Опустить перпендикуляр из точки A на фронталь.

Дано:
 A
 $f \parallel \Pi_2$
 $AK \perp f$ - ?



Задача № 2. Определить расстояние от точки A до отрезка CD .

Дано:
 A
 $CD \parallel \Pi_3$
 IA, CI - ?



1. $CD \parallel \Pi_3, AK \perp CD \Rightarrow A_2 K_0 \perp C_2 D_2$
2. $IA, CI = AK = A_2 K_0$

Тема 14. Линия наибольшего наклона

Что называется линией наибольшего наклона?

Линия наибольшего наклона – прямая, лежащая в плоскости и образующая с одной из плоскостей проекций наибольший угол.

Что представляет собой этот угол?

Этот угол определяет угол наклона всей плоскости к плоскости проекций.

Как располагаются линии наибольшего наклона в плоскости?

Линии наибольшего наклона перпендикулярны соответствующим линиям уровня плоскости.

Какая прямая называется линией ската?

Линией ската называется линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

Как построить линию ската на КЧ, используя теорему о проецировании прямого угла?

Линию наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций (линию ската) определяют следующие построения:

1. Проводится горизонталь, принадлежащая заданной плоскости общего положения.
2. Проводится произвольный перпендикуляр к горизонтали, расположенный также в этой плоскости. На основании теоремы о проецировании прямого угла, горизонтальная проекция этого перпендикуляра (линии ската плоскости) перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости.

Как определить угол наклона плоскости, например, к горизонтальной плоскости проекций?

Для того чтобы определить угол наклона заданной плоскости к горизонтальной плоскости проекции, необходимо:

1. На линии ската плоскости выбрать произвольный отрезок.
2. С помощью прямоугольного треугольника определить угол наклона этого отрезка к горизонтальной плоскости проекций. Этот угол и будет искомым.

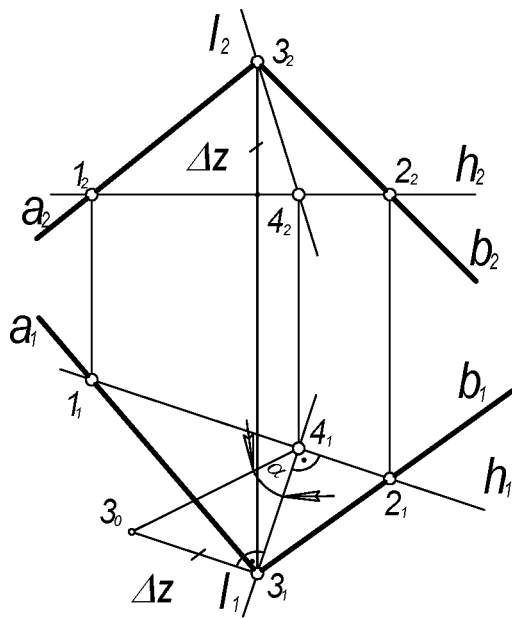
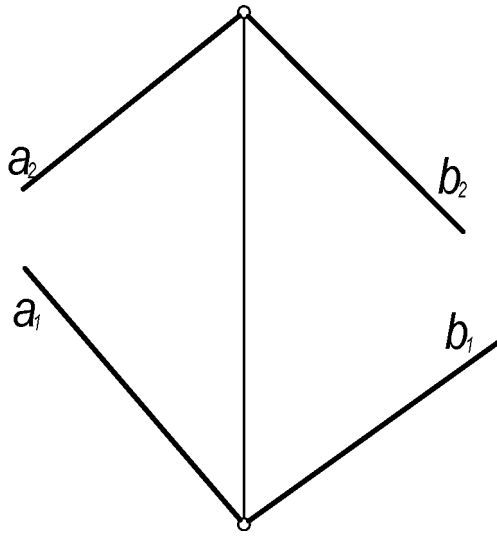
Углы наклона заданной плоскости к фронтальной и профильной плоскостям проекций определяются аналогично.

Задача №1. Определить углы наклона плоскости Σ к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.

Дано:
 $\Sigma(a \cap b)$

1. $\alpha = \angle \Sigma \wedge \Pi_1$

2. $\beta = \angle \Sigma \wedge \Pi_2$



1. $h \subset \Sigma, h \parallel \Pi_1$

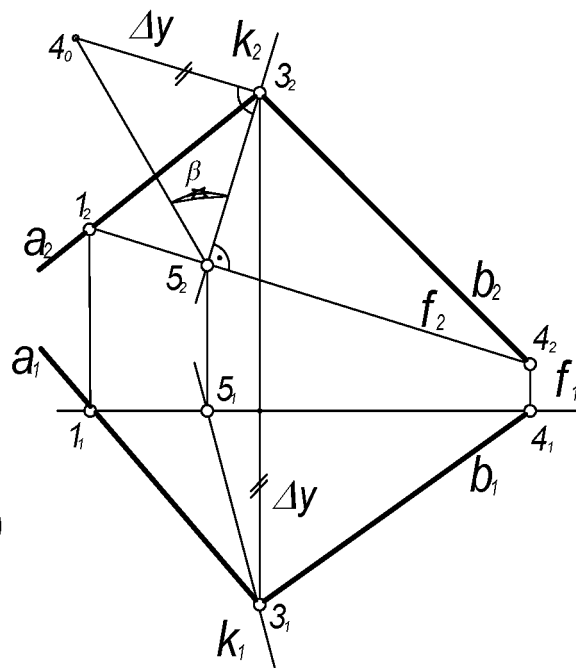
2. l -л.н.н. к $\Pi_1 \Leftarrow l \subset \Sigma, l \perp h (l_1 \perp h_1)$

3. $\alpha = \angle 3_0 4_1 \wedge 4_1 3_1 = \angle \Sigma \wedge \Pi_1$

4. $f \subset \Sigma, f \parallel \Pi_2$

5. k -л.н.н. к $\Pi_2 \Leftarrow k \subset \Sigma, k \perp f (k_2 \perp f_2)$

6. $\beta = \angle 4_0 5_2 \wedge 5_2 3_1 = \angle \Sigma \wedge \Pi_2$

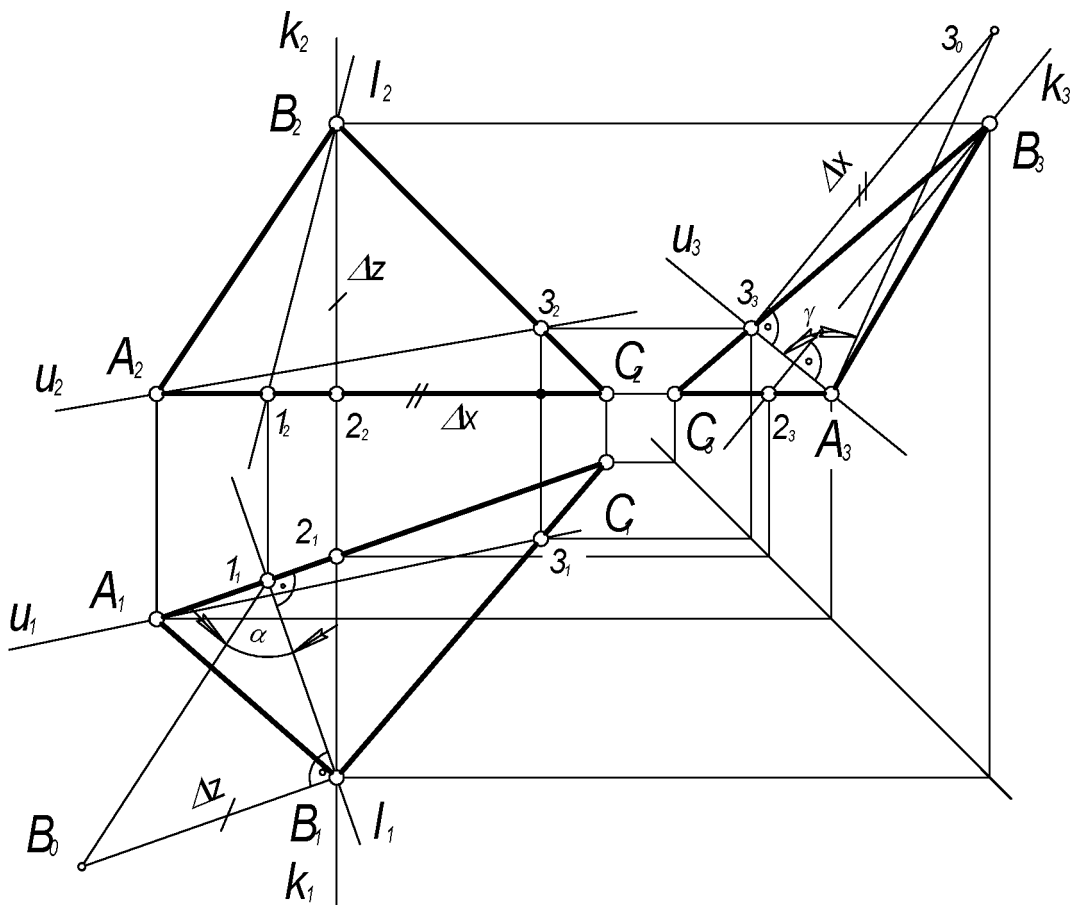
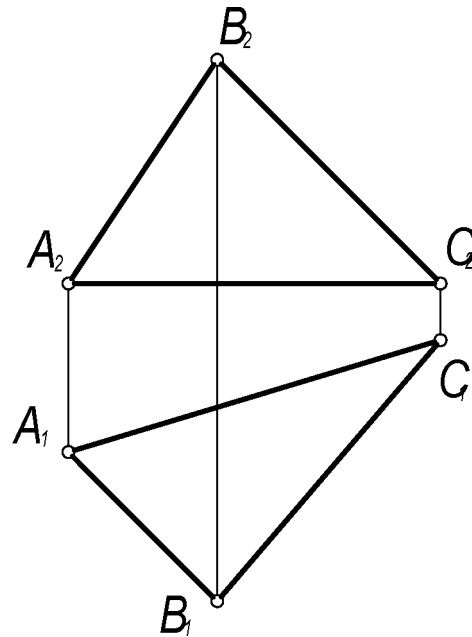


Задача № 2. Определить угол наклона плоскости Θ к профильной и горизонтальной плоскостям проекций.

Дано:
 $\Theta(\triangle ABO)$

$\alpha = \Theta \wedge \Pi_1 = ?$

$\gamma = \Theta \wedge \Pi_3 = ?$



1. $[AQ] \parallel \Pi_1$

4. $k \subset \Theta, k \parallel \Pi_3$

2. l -л.н.н. к. $\Pi_1 \Leftarrow l \subset \Theta, l \perp [AQ]$

5. u -л.н.н. к. $\Pi_3 \Leftarrow u \subset \Theta, u \perp k$

3. $\alpha = \angle B_1 A_1 B_2 \wedge \Pi_1$

6. $\gamma = \angle B_3 A_3 B_2 \wedge \Pi_3$

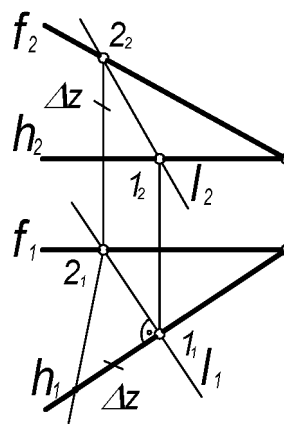
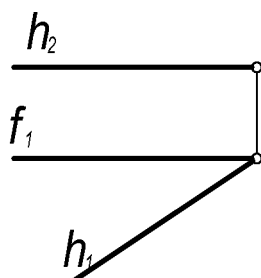
Задача № 3 (дополнительная). Построить недостающую проекцию элементов, задающих плоскость Ω , если известен угол наклона ее к горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Сколько возможно решений?

Дано:

$\Omega(h \cap f)$

$\alpha = \angle \Omega \wedge \Pi_1 = 45^\circ$

$f_2 = ?$



1. $1 \in \Omega$

2. $l \perp h, l \in \Omega \Rightarrow$
 l - л.н.н.

3. $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \Delta z \rightarrow 2$

4. $\Omega(h \cap f)$

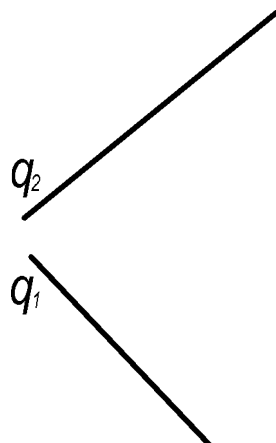
Задача №4 (дополнительная) Найти углы наклона плоскости Λ к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций, если известная линия наклона ее к фронтальной плоскости проекций.

Дано:

q - л.н.н. Λ к Π_2

$\alpha = \angle \Lambda \wedge \Pi_1 = ?$

$\beta = \angle \Lambda \wedge \Pi_2 = ?$



1. $A \in q, A \in f$

$f \parallel \Pi_2, f \perp q (f_2 \perp q_2) \Rightarrow \Lambda(f \cap q)$

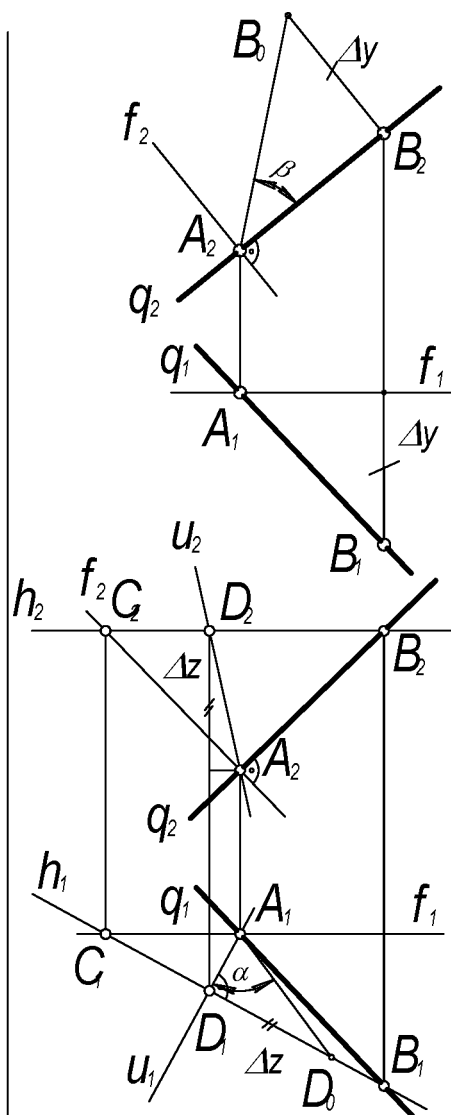
2. B - произвольная точка, $B \in q$

3. $\beta = \angle B_0 A_2 \wedge A_2 B_2 \Rightarrow \angle \Lambda \wedge \Pi_2 \Rightarrow \angle \Lambda \wedge \Pi_2$

4. $h \in \Lambda, h \parallel \Pi_1$

5. u - л.н.н. к $\Pi_1 \Leftarrow u \in \Lambda, u \perp h (u_1 \perp h_1)$

6. $\alpha = \angle D_0 A_1 \wedge A_1 D_1 \Rightarrow \angle \Lambda \wedge \Pi_1 \Rightarrow \angle \Lambda \wedge \Pi_1$



Тема 15. Перпендикулярность прямой и плоскости

Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости с точки зрения элементарной геометрии.

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости.

Если прямая заведомо перпендикулярна плоскости, сколько можно провести прямых, лежащих в плоскости, перпендикулярных этой прямой?

Прямых, перпендикулярных заданной прямой, существует бесчисленное множество, т.к. любая прямая, лежащая в перпендикулярной ей плоскости, перпендикулярна самой прямой.

Какие две пересекающиеся прямые в плоскости необходимо выбрать из множества прямых, лежащих в перпендикулярной плоскости, чтобы прямой угол между ними и заданной прямой спроецировался на плоскости проекций без искажения?

Эти прямые должны принадлежать плоскости и, на основании теоремы о проецировании прямого угла, быть параллельными одной из плоскостей проекций, т.е. должны быть прямыми уровня плоскости.

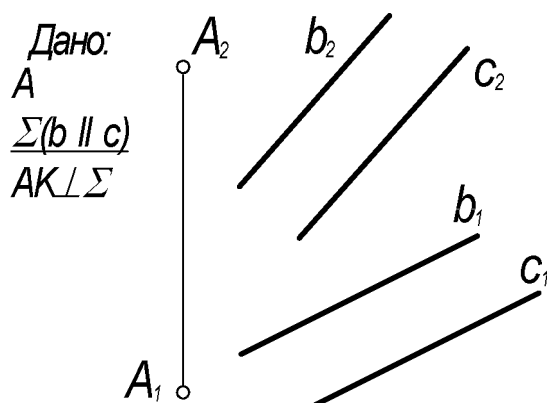
Исходя из вышесказанного, сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости с точки зрения начертательной геометрии.

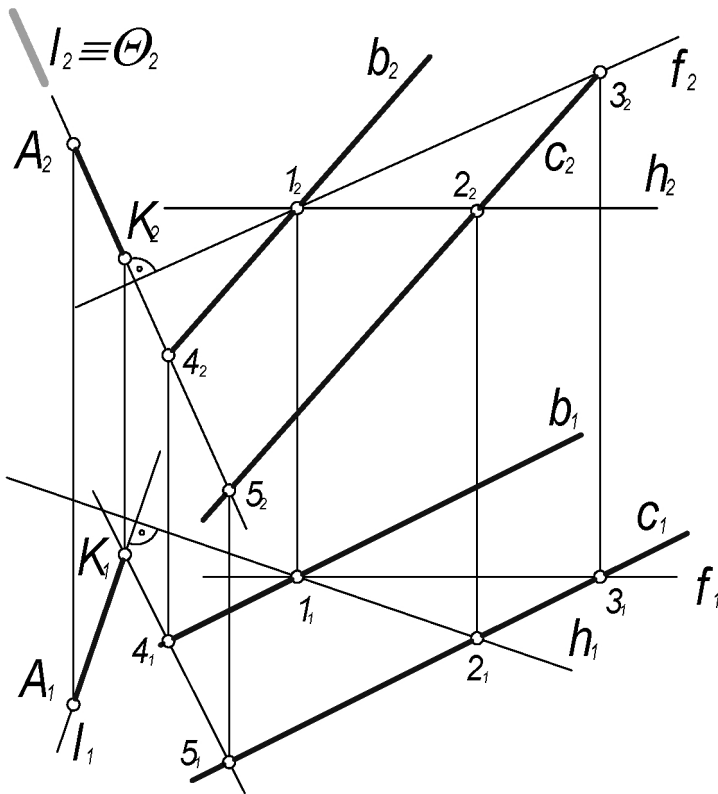
Прямая перпендикулярна плоскости, если она одновременно перпендикулярна любой фронтالي и горизонтали этой плоскости.

Как построить перпендикуляр к плоскости общего положения на КЧ?

На КЧ горизонтальная проекция такой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция – перпендикулярна фронтальной проекции фронтالي.

Задача №1. Из точки A опустить перпендикуляр на плоскость Σ и найти его основание.





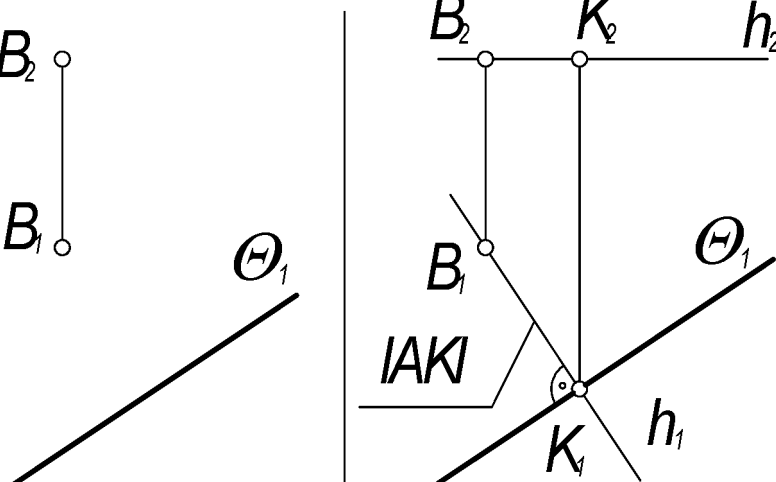
1. $h \subset \Sigma, f \subset \Sigma$
2. $A \in l, l \perp \Sigma \Leftrightarrow l \perp h, l \perp f (l_1 \perp h_1, l_2 \perp f_2)$
3. $l \subset \Theta(\Theta_2), \Theta \perp \Pi_2$
4. $\Theta \cap \Sigma = (4-5)$
5. $(4-5) \cap l = \cap \Sigma = K$
6. $[AK] \subset l \Rightarrow [AK] \perp \Sigma$

Как на КЧ построить прямую, перпендикулярную проецирующей плоскости?

Эта прямая будет являться линией уровня, параллельной той плоскости проекций, которой перпендикулярна заданная плоскость. На КЧ перпендикулярными будут след плоскости и соответствующая проекция прямой.

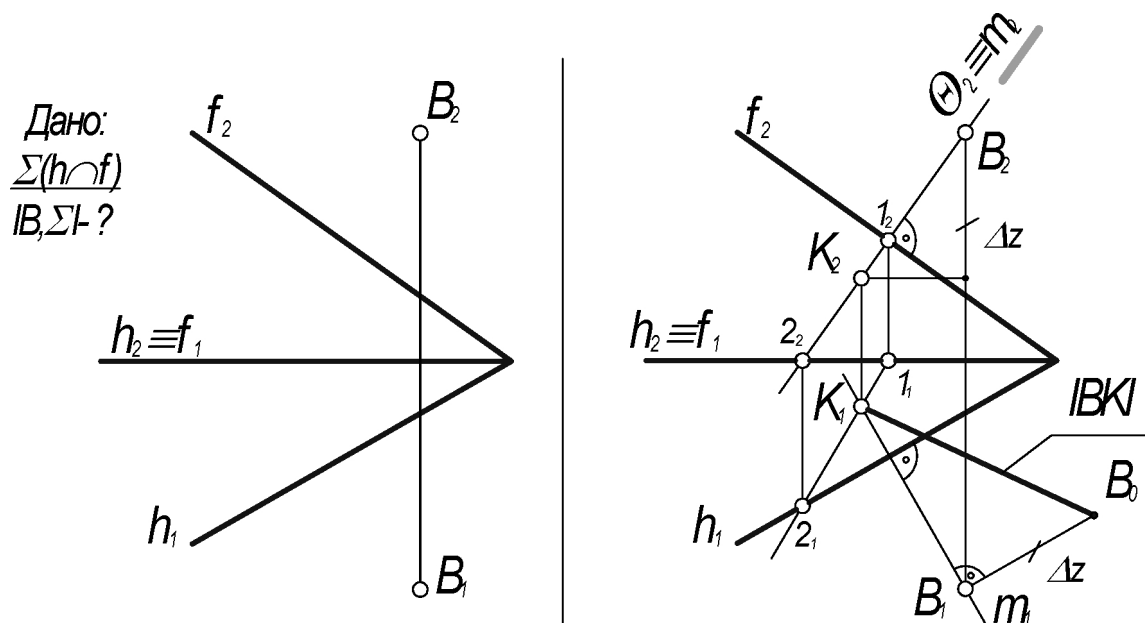
Задача № 2. Определить расстояние от точки B до плоскости Θ .

Дано:
 $\Theta(\Theta_1), B$
 $|B, \Theta| - ?$



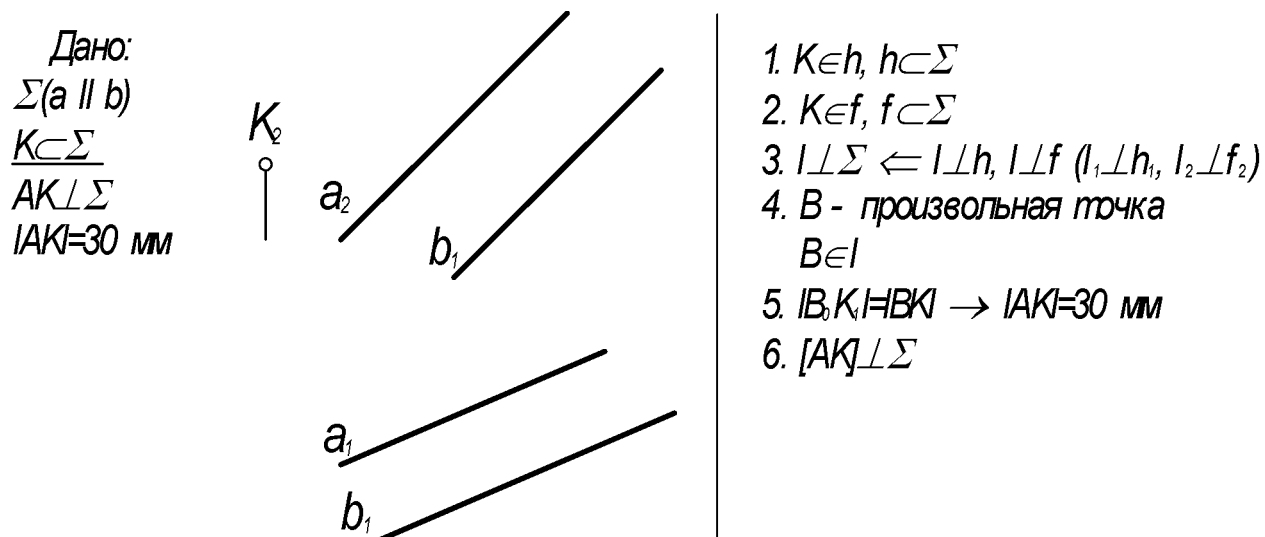
1. $\Theta(\Theta_1) \perp \Pi_1, B \in h \perp \Theta \Rightarrow h \parallel \Pi_1$
2. $K = h \cap \Theta$
3. $|B, K| = |B, \Theta|$

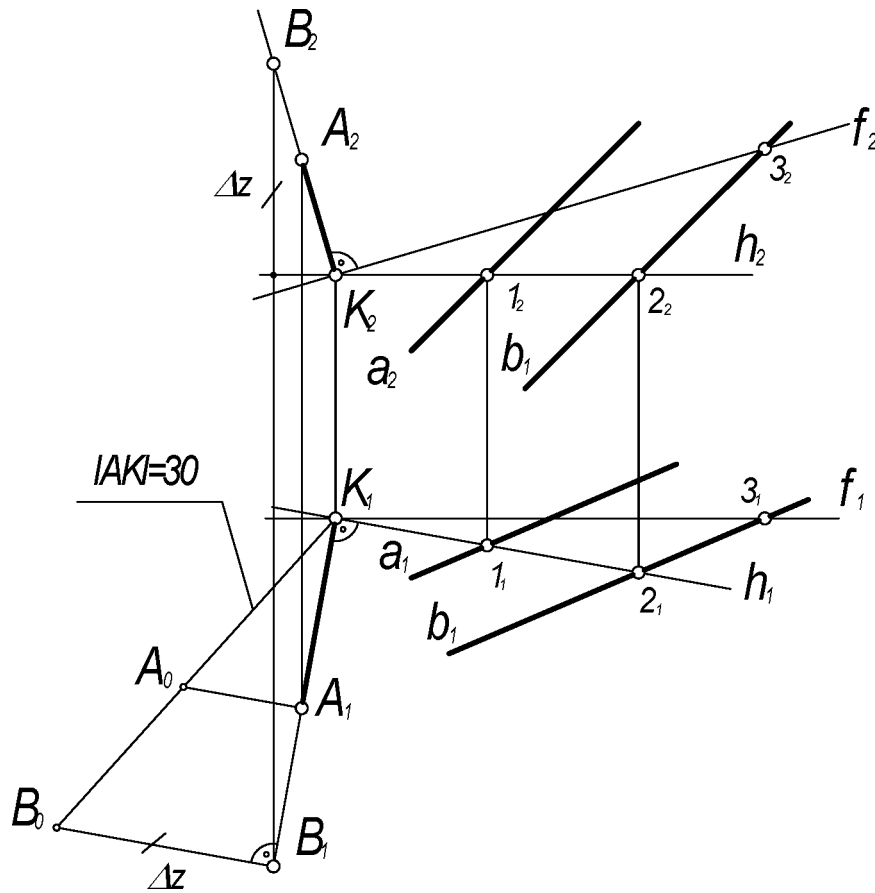
Задача № 3. Определить расстояние от точки B до плоскости Σ .



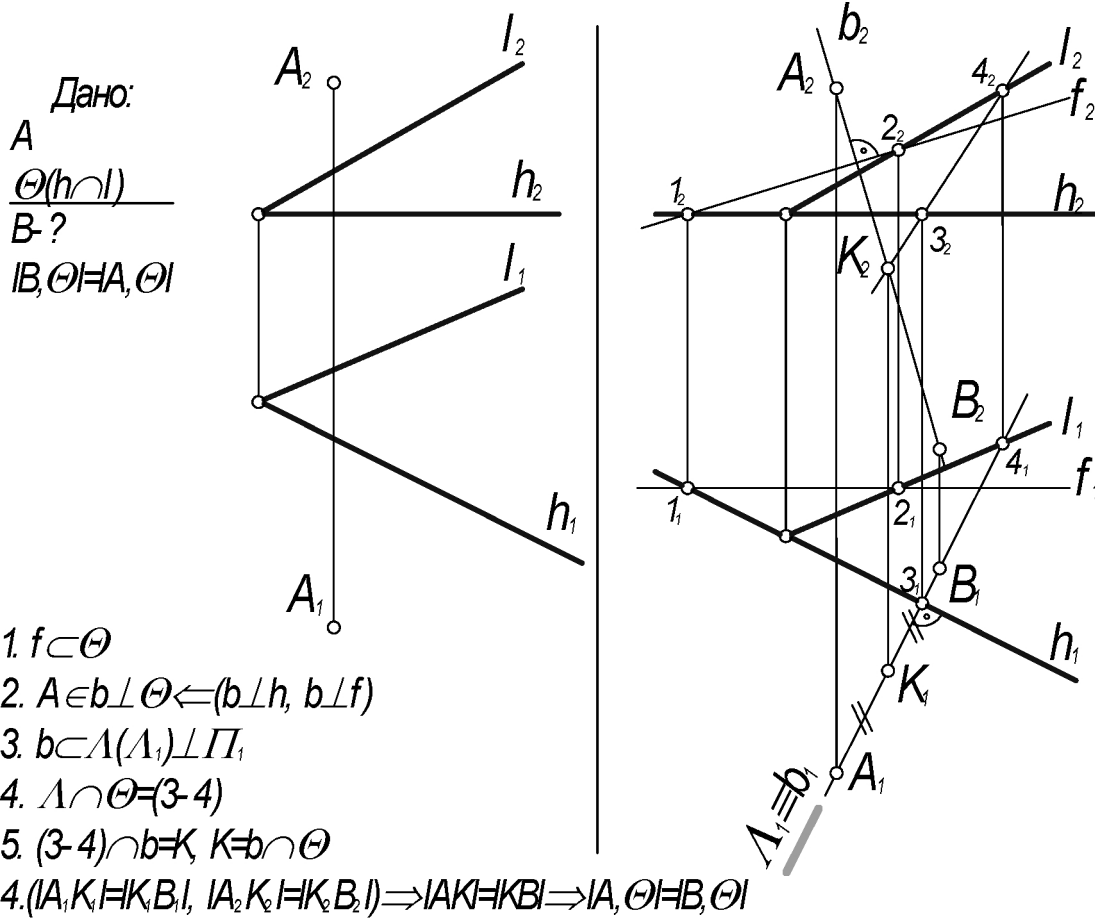
1. $B \in m, m \perp \Sigma \Rightarrow m \perp h, m \perp f (m \perp h, m \perp f_2)$
2. $m \subset \Theta(\Theta_2) \perp \Pi_2$
 $\Theta \cap \Sigma = (1-2)$
 $(1-2) \cap m = m \cap \Sigma = K$
3. $[BK] \subset m \perp \Sigma, |B, K| = |BK| = B, \Sigma$

Задача № 4. В точке K восстановить перпендикуляр к плоскости Θ длиной 30 мм.





Задача № 5. Построить точку B симметричную точке A относительно плоскости Θ .



Тема 16. Перпендикулярность прямых общего положения

Две перпендикулярные друг другу прямые в пространстве могут занимать произвольное положение по отношению к плоскостям проекций. **Как при этом спроецируется прямой угол на плоскости проекций?**

В зависимости от расположения лучей прямого угла, он может спроецироваться в тупой или острый.

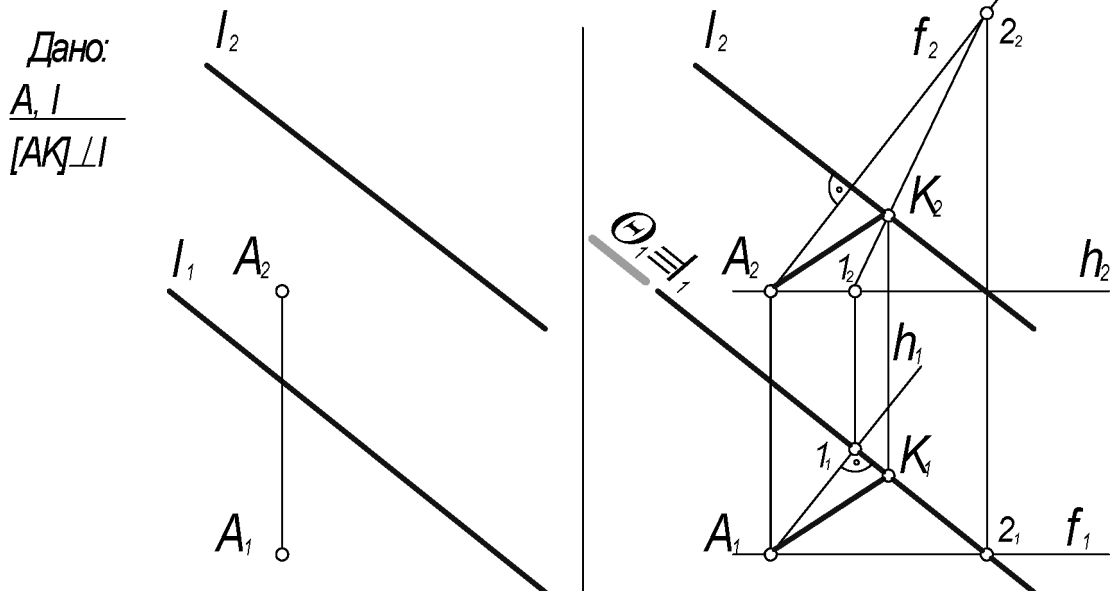
Как на КЧ доказать, что прямые перпендикулярны?

Для того чтобы доказать перпендикулярность двух пересекающихся прямых, нужно в точке их пересечения построить плоскость, перпендикулярную к одной из прямых, и показать принадлежность другой прямой этой плоскости.

Сформулируйте признак перпендикулярности двух пересекающихся или скрещивающихся прямых общего положения.

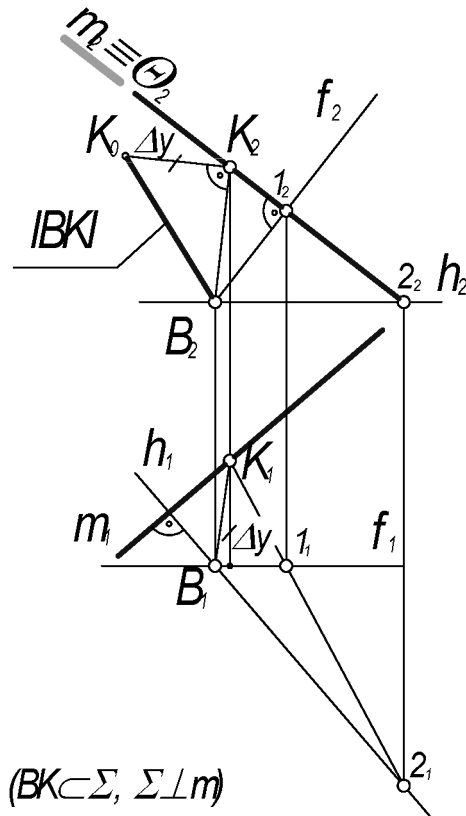
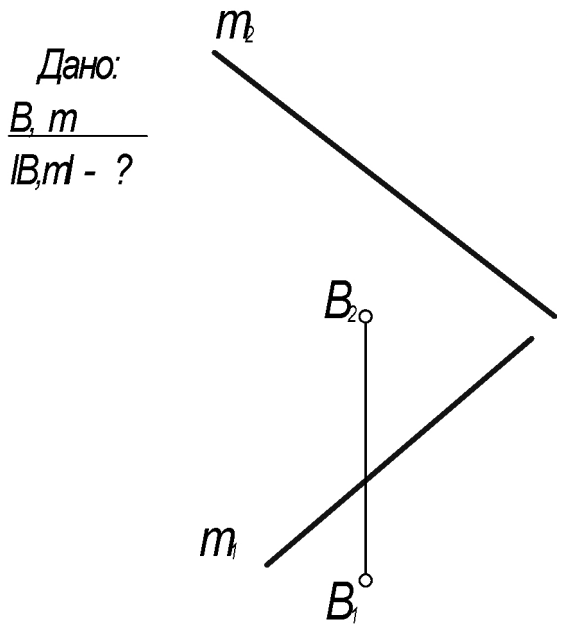
Прямые взаимноперпендикулярны, если через одну из них можно провести плоскость, перпендикулярную другой прямой.

Задача № 1. Из точки A опустить перпендикуляр на прямую l .



1. $A \in \Sigma, \Sigma(f \cap h) \perp l \Leftrightarrow (f \perp l, h \perp l)$
2. $l \subset \Theta(\Theta_1), \Theta \perp \Pi_1$
3. $\Theta \cap \Sigma = (1-2)$
4. $(1-2) \cap l = K, K \in \cap \Sigma$
5. $AK \perp l \Leftrightarrow (AK \subset \Sigma, \Sigma \perp l)$

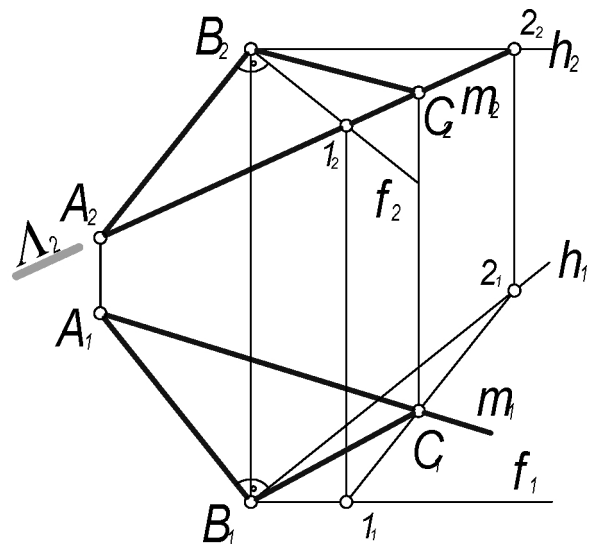
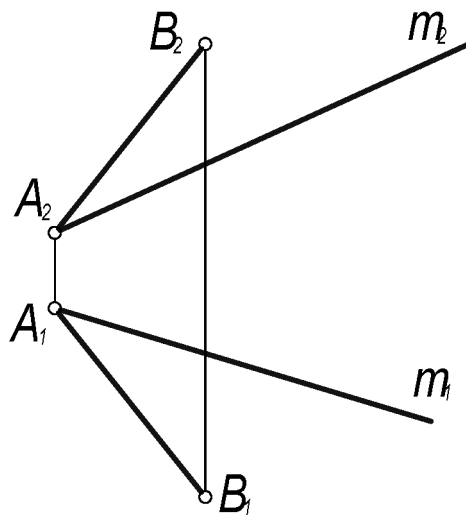
Задача № 2. Определить расстояние от точки B до прямой m .



1. $B \in \Sigma, \Sigma(f \cap h) \perp m \Leftarrow (f \perp m, h \perp m)$
2. $m \subset \Theta(\Theta_2), \Theta \perp \Pi_2$
3. $\Theta \cap \Sigma = (1-2)$
4. $(1-2) \cap m = K, K = m \cap \Sigma$
5. $BK \perp m \Leftarrow (BK \subset \Sigma, \Sigma \perp m)$
6. $|B, K_0| = |BK| = |B, m|$

Задача № 3 (дополнительная). Построить прямоугольный треугольник ABC , в котором угол B – прямой, m – направление гипотенузы.

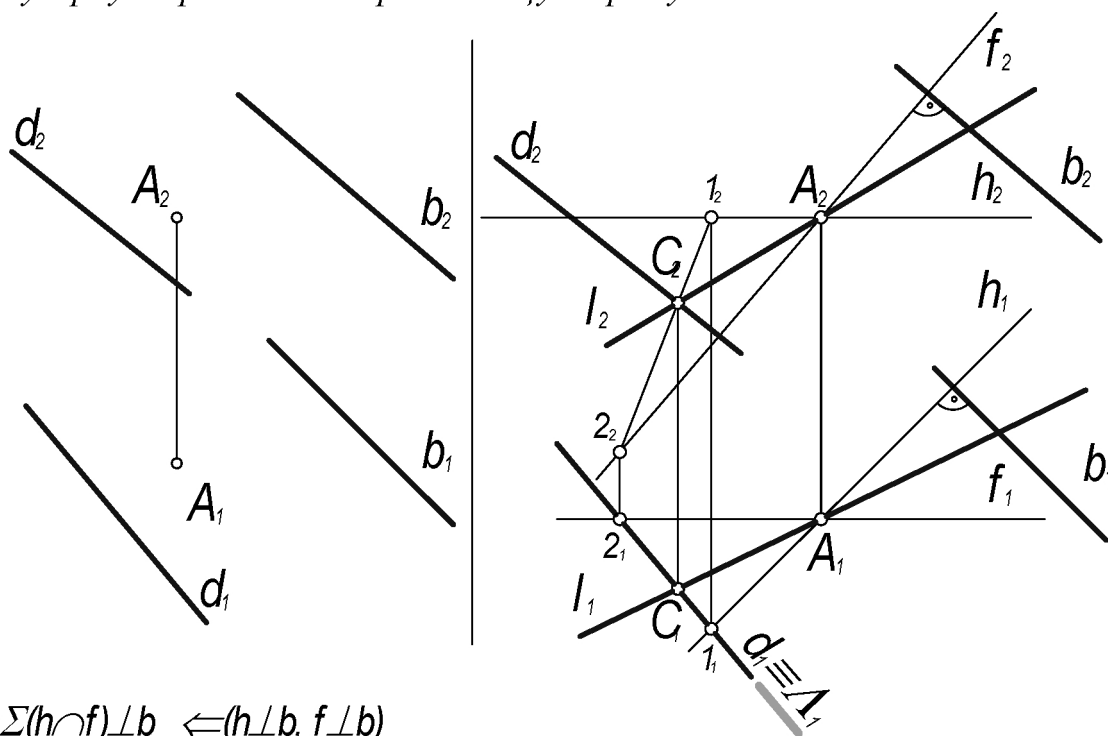
Дано:
 $[AB]$ – катет
 m – напр. гип.
 $\triangle ABC$?
 $\angle B = 90^\circ$



1. $\Theta(h \cap f) \perp AB \Leftarrow (h \perp AB, f \perp AB)$
2. $m \subset \Lambda(\Lambda_2), \Lambda \perp \Pi_2$
3. $\Lambda \cap \Theta = (1-2)$
4. $G(1-2) \cap m = m \cap \Theta$
5. $BC \subset (\Theta \perp AB) \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$

Задача № 4 (дополнительная). Через точку A провести прямую l перпендикулярную прямой b и пересекающую прямую d .

Дано:
 A, b, d
 $l - ?$
 $A \in l$
 $l \perp b$
 $l \cap d$



$$1. A \in \Sigma(h \cap f) \perp b \Leftrightarrow (h \perp b, f \perp b)$$

$$2. d \subset \Lambda(\Lambda_1), \Lambda \perp \Pi_1$$

$$3. \Lambda \cap \Sigma = (1-2)$$

$$4. (1-2) \cap d = C$$

$$5. l(A, C) \perp b \Leftrightarrow l \subset \Sigma, \Sigma \perp l$$

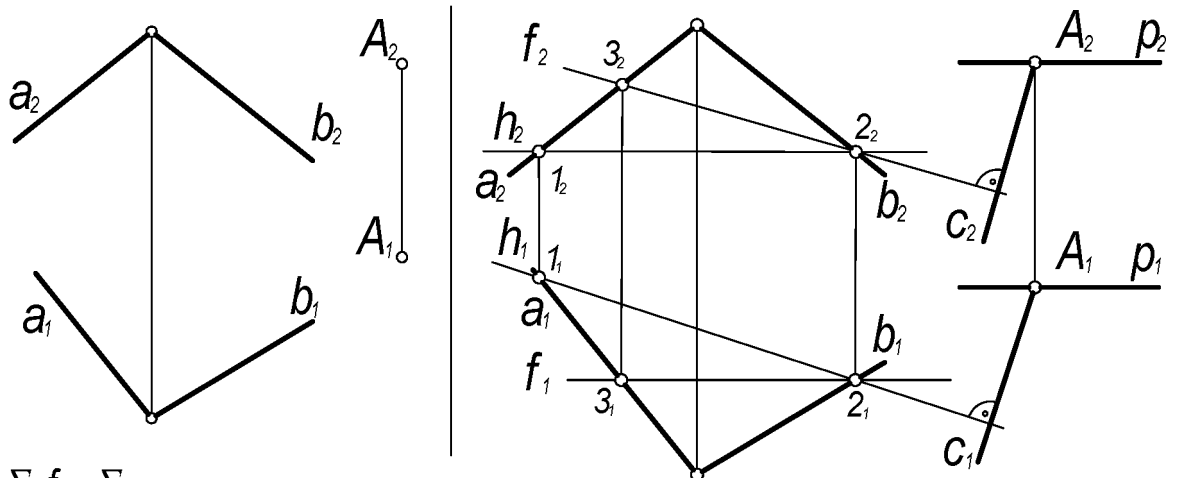
Тема 17. Перпендикулярность плоскостей

Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей.

Две плоскости перпендикулярны между собой, если одна из них содержит перпендикуляр к другой.

Задача №1. Через точку A провести плоскость, перпендикулярную заданной плоскости Σ и профильной плоскости проекций.

Дано:
 A
 $\Sigma(a \cap b)$
 $\Theta - ?$
 $A \in \Theta$
 $\Theta \perp \Sigma$
 $\Theta \perp \Pi_3$



$$1. h \subset \Sigma, f \subset \Sigma$$

$$2. A \in \Theta(c \cap p), (\Theta \perp \Sigma, \Theta \perp \Pi_3) \Leftrightarrow (c \perp \Sigma, p \perp \Pi_3)$$

Задача № 2 (дополнительная). Через точку A провести плоскость, перпендикулярную двум плоскостям общего положения.

Дано:

A

$\Sigma(a \parallel b)$

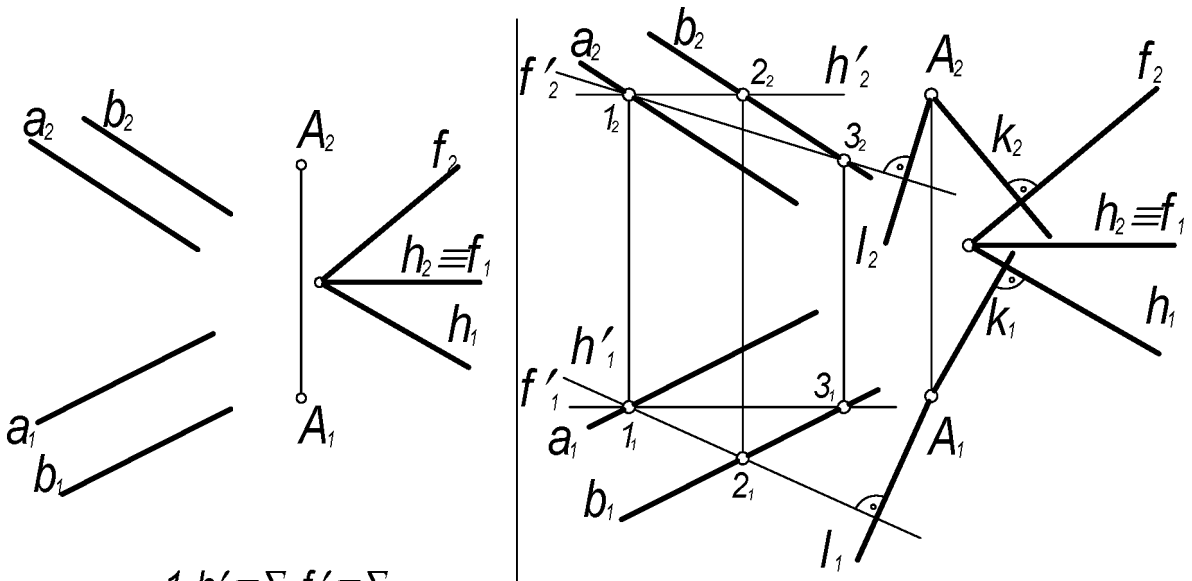
$\Theta(h \cap f)$

$\Omega - ?$

$A \in \Omega$

$\Omega \perp \Sigma$

$\Omega \perp \Theta$



1. $h' \subset \Sigma, f' \subset \Sigma$

2. $A \in \Omega(l \cap k), (\Omega \perp \Sigma, \Omega \perp \Theta) \Leftarrow (l \perp \Sigma, k \perp \Theta)$

Задача № 3 (дополнительная) Построить недостающую проекцию прямой a , если известно, что плоскость Θ перпендикулярна плоскости Ω .

Дано:

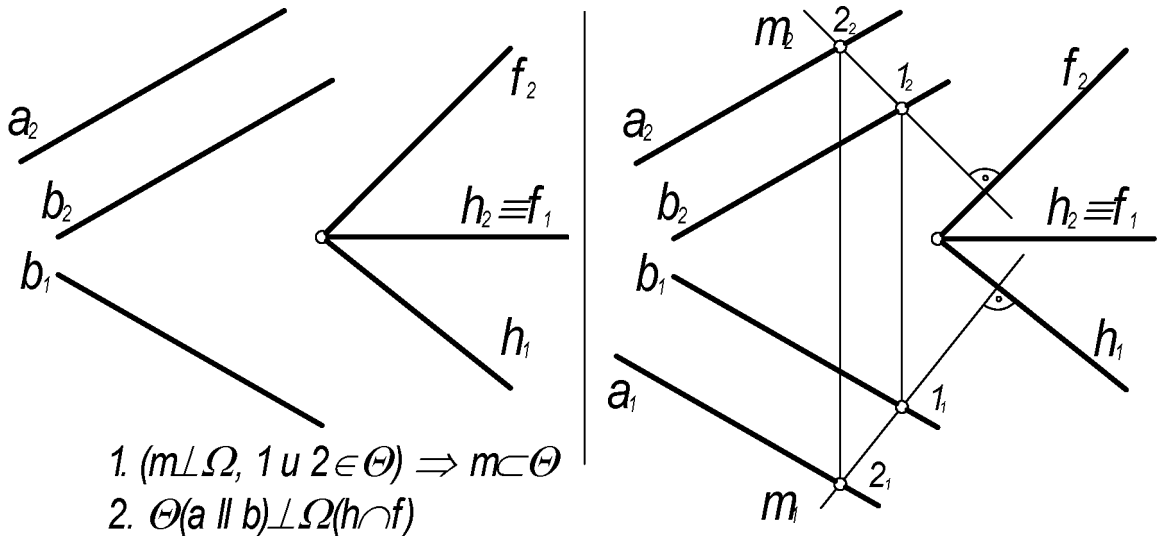
$\Omega(h \cap f)$

$a(a_2)$

$b(b_1, b_2)$

$\Theta(a \parallel b) - ?$

$\Theta \perp \Omega$



1. $(m \perp \Omega, 1 \cup 2 \in \Theta) \Rightarrow m \subset \Theta$

2. $\Theta(a \parallel b) \perp \Omega(h \cap f)$

Тема 18. Преобразование КЧ методом замены плоскостей проекций

Для чего необходимо преобразовывать КЧ?

КЧ преобразовывают для упрощения решения метрических и некоторых позиционных задач, когда заданному геометрическому объекту, располо-

женному произвольно по отношению к плоскостям проекций, необходимо придать частное положение.

Какие основные задачи можно решить с помощью преобразования КЧ?

1. Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.
2. Преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую.
3. Преобразовать плоскость общего положения в проецирующую.
4. Преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня.

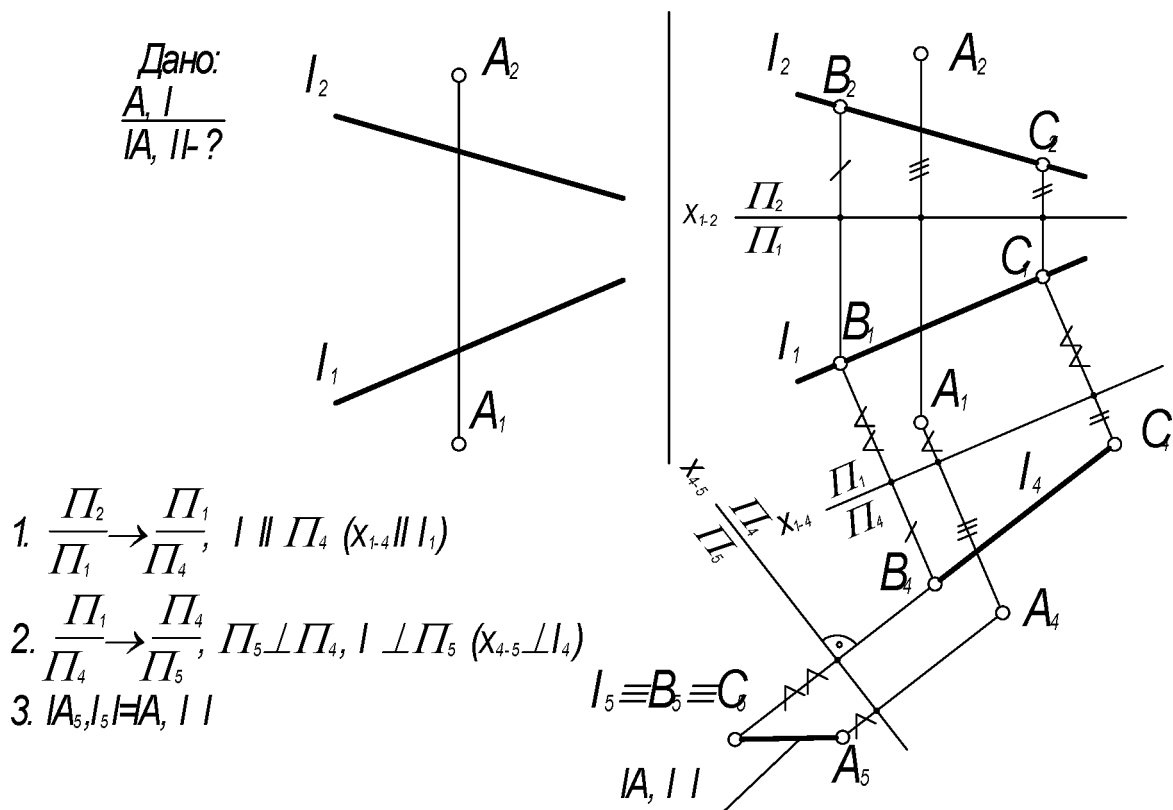
В чем заключается способ замены плоскостей проекций?

Последовательно вводятся дополнительные плоскости проекций, относительно которых, геометрический объект, не изменяя своего положения в пространстве, займет какое-либо частное положение.

Какое условие при замене плоскостей проекций должно остаться неизменным?

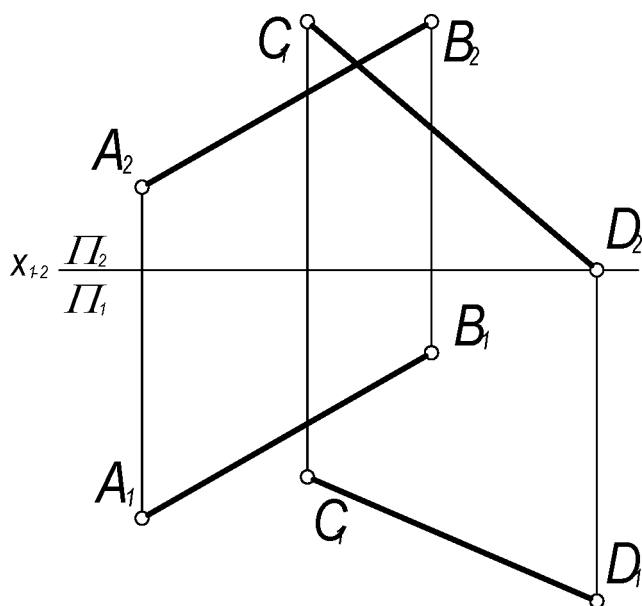
Расстояние от точки до оставшейся «старой» плоскости проекций в новой системе плоскостей не изменяется. При этом на КЧ расстояние от проекции точки до новой оси равно расстоянию от заменяемой проекции до заменяемой оси.

Задача № 1. Определить расстояние от точки A до прямой l .



Задача № 2. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Дано:
 $[AB] \dot{-} [CD]$
 $AB, CD - ?$

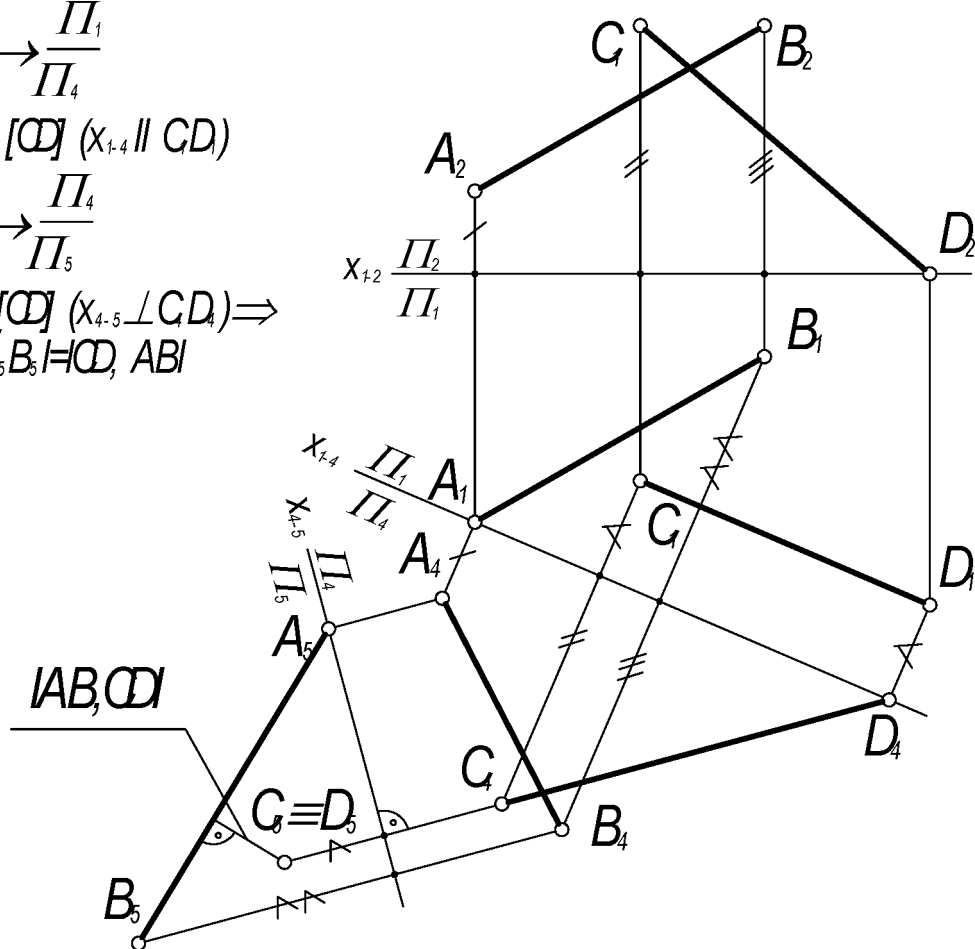


1. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$

$\Pi_4 \parallel [CD] \quad (x_{1,4} \parallel CD)$

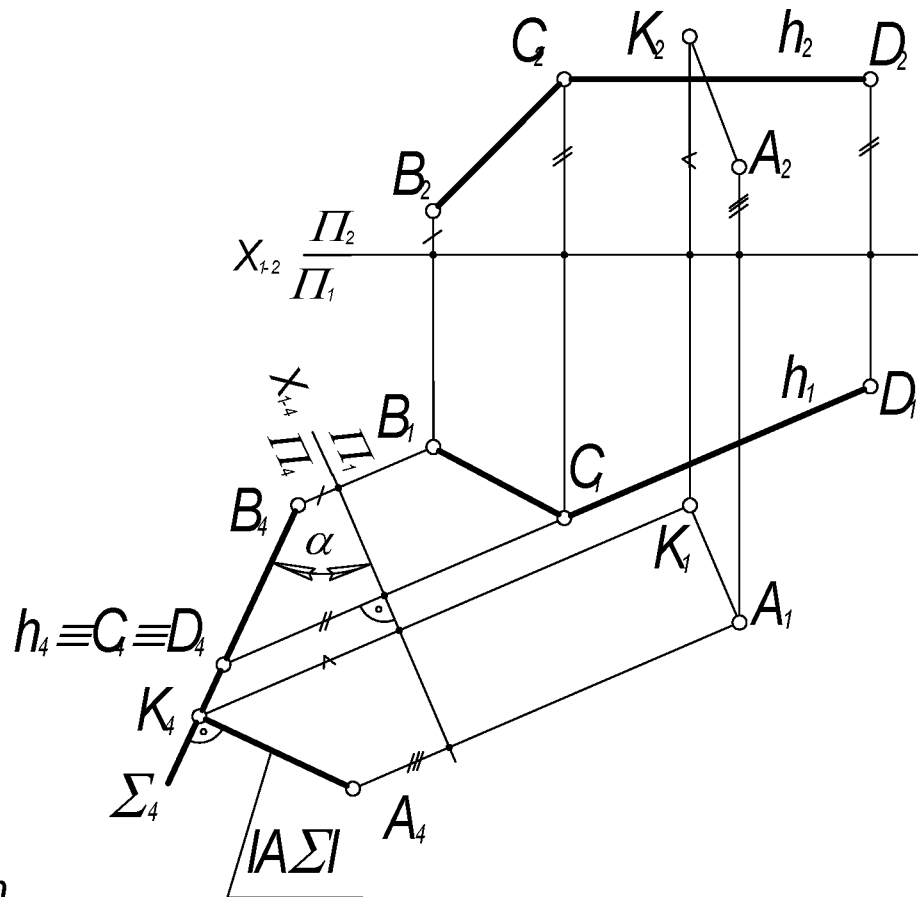
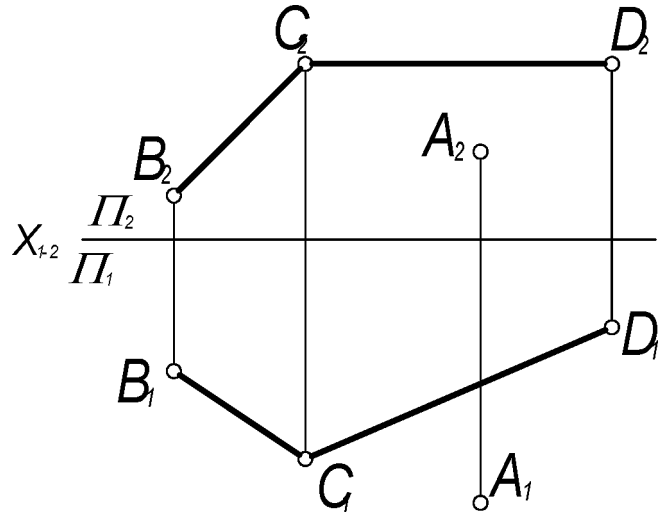
2. $\frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$

$\Pi_5 \perp [CD] \quad (x_{4,5} \perp CD) \Rightarrow$
 $IGD_5, A_5B_5 \parallel CD, AB \parallel$



Задача № 3. Опустить перпендикуляр из точки A на плоскость Σ .
Определить угол наклона плоскости Σ к горизонтальной плоскости проекций.

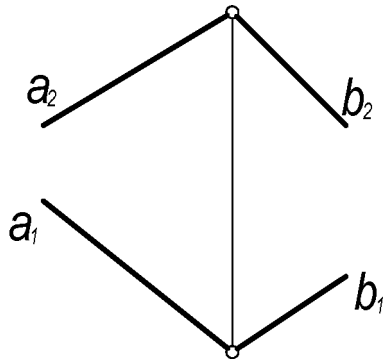
- Дано:
- A
- $\Sigma(BC \cap \omega)$
1. $|A, \Sigma|$?
2. $\alpha = \angle \Sigma \wedge \Pi_1$?



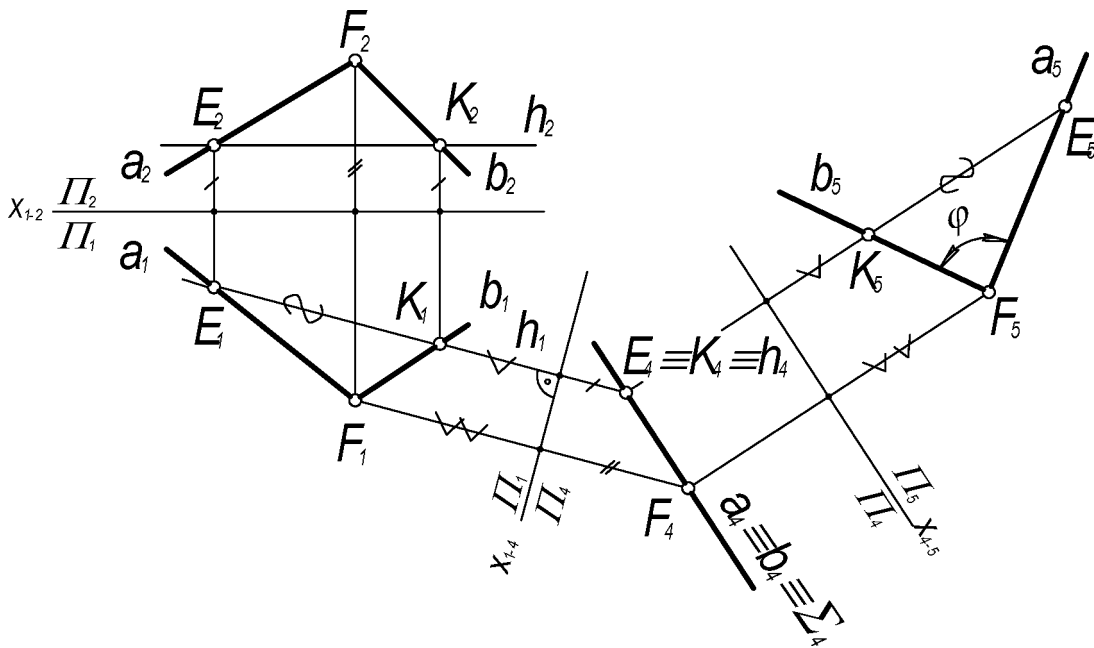
1. $[\omega] \subset h$
2. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}; \Pi_4 \perp \Sigma \Rightarrow \Pi_4 \perp h (x_{1,4} \perp h_1)$
3. $[AK] \perp \Sigma (A_4K_4 \perp \Sigma_4), |A_4K_4| = |AK| = |A, \Sigma|$
4. $\alpha = \angle \Sigma_4 \wedge x_{1,4} = \angle \Sigma \wedge \Pi_1$

Задача № 4. Определить величину угла между пересекающимися прямыми.

Дано:
 $a \cap b$
 $\angle a \wedge b$ - ?

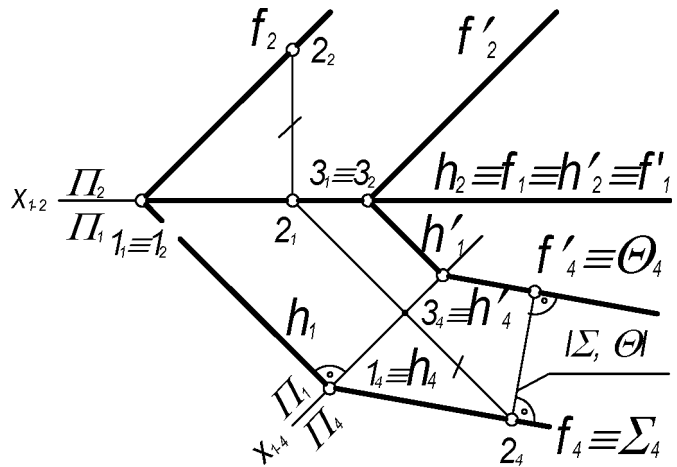
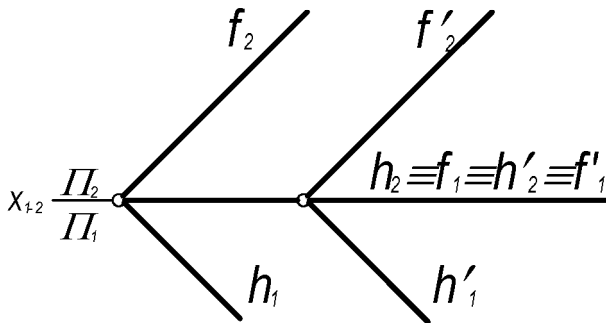


1. $h \subset \Sigma(a \cap b)$
2. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}, \Sigma \perp \Pi_4 \Rightarrow \Pi_4 \perp h (x_{1,4} \perp h_1)$
3. $\frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}, \Pi_5 \parallel \Sigma (x_{4,5} \parallel \Sigma_4) \Rightarrow$
 $\varphi = \angle a_5 \wedge b_5 = \angle a \wedge b$



Задача № 5 (дополнительная) Определить расстояние между параллельными плоскостями.

Дано:
 $\Sigma(h \cap f) \parallel \Theta(h' \cap f')$
 $|\Sigma, \Theta|$ - ?



1. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}, \Pi_4 \perp \Sigma, \Theta \Rightarrow \Pi_4 \perp h, h' (x_{1,4} \perp h_1, h'_1)$
2. $|\Sigma_4, \Theta_4| = |\Sigma, \Theta|$

Лабораторная работа

**«Решение метрических задач методом замены плоскостей проекций
с использованием элементов плоской графики
в системе КОМПАС-3D»**

Цель работы:

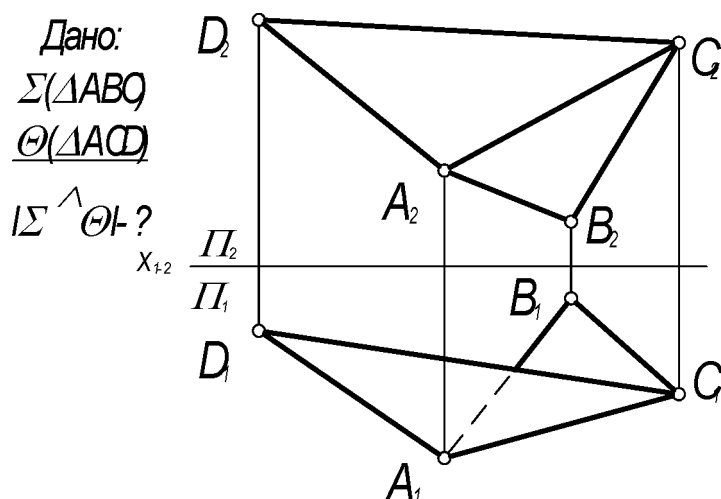
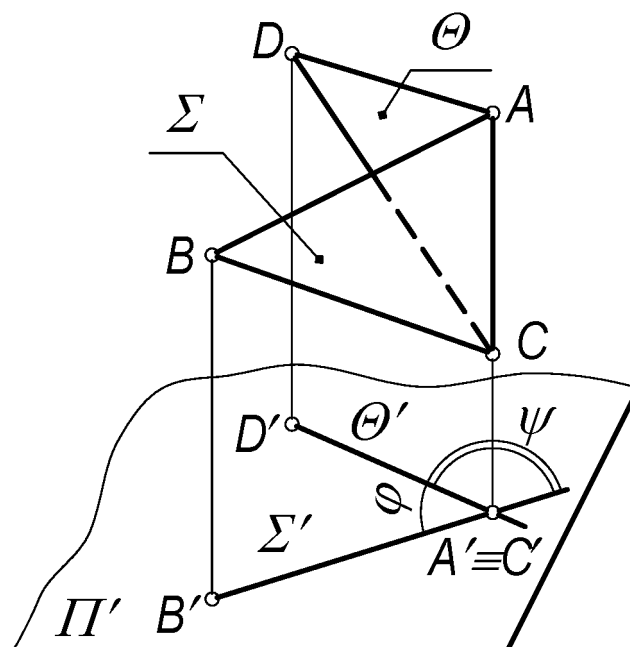
1. Применение метода замены плоскостей проекций для решения практических задач.
2. Рассмотрение особенностей использования «геометрического калькулятора» и выполнения команд по измерению характеристик плоских и пространственных объектов.

Задание: *Определить величину двугранного угла.*

Двугранным углом называется угол между двумя плоскостями.

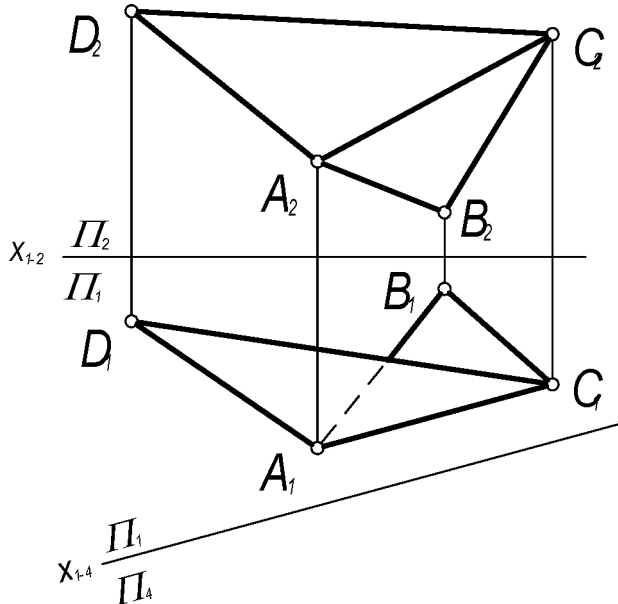
Он измеряется линейными углами φ и ψ , образованными линиями пересечения граней угла (плоскости Σ и Θ) с некоторой плоскостью проекций Π' .

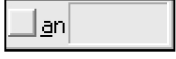
Для определения двугранного угла необходимо спроецировать его на плоскость, перпендикулярную линии пересечения плоскостей Σ и Θ (ребру AC).



В нашем случае ребро AC является прямой общего положения. Следовательно, для решения задачи необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций.

1. Вызовите из каталога (имя файла укажет преподаватель) или постройте самостоятельно графическое условие задачи.
2. Преобразование прямой AC из прямой общего положения в прямую уровня, параллельной новой плоскости проекций Π_4 :



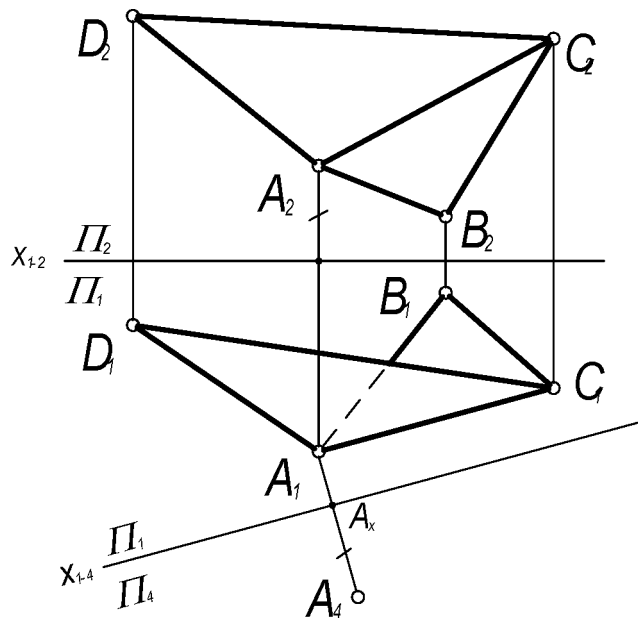
- Проведите ось x_{1-4} параллельно горизонтальной проекции ребра A_1C_1 . Для этого включите кнопку **Ввод отрезка**  на Панели инструментов **Геометрическое построение** , а в Строке параметров – Тип линии «Тонкая». Используя меню «геометрического калькулятора»* **Угол**  выберите направление оси проекций – «По 2 точкам» и укажите с помощью привязки «Ближайшая точка» последова-

тельно на проекции точек A_1 и C_1 .

- Задайте направление линии связи перпендикулярно новой оси проекций x_{1-4} , воспользовавшись командой «Наклон нормали» (меню **Угол**). Укажите на ось x_{1-4} и проведите линию от проекции A_1 до этой оси (A_1A_x).

- Для построения проекции A_4 на новой плоскости проекций Π_4 используйте одновременно две команды: «Направление прямой / отрезка» (меню **Угол**) и «Длина от

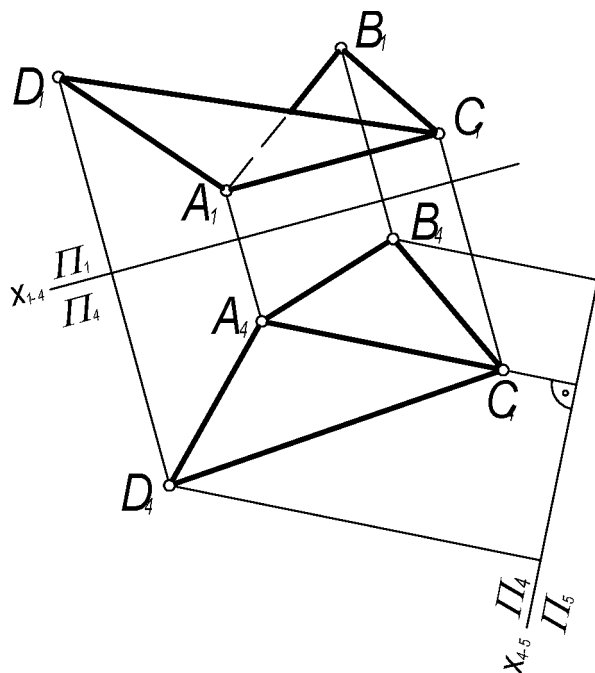
точки до кривой» (меню **Длина** ). В качестве направляющей укажите линию связи A_1A_x , а длину задайте от проекции A_2 до оси x_{1-2} .



* Меню «геометрический калькулятор» включается щелчком правой клавиши мыши на поле необходимого параметра (длина отрезка, угол наклона и т.д.) в Строке параметров.

- Построение проекций B_4 , C_4 , D_4 ведется аналогично.

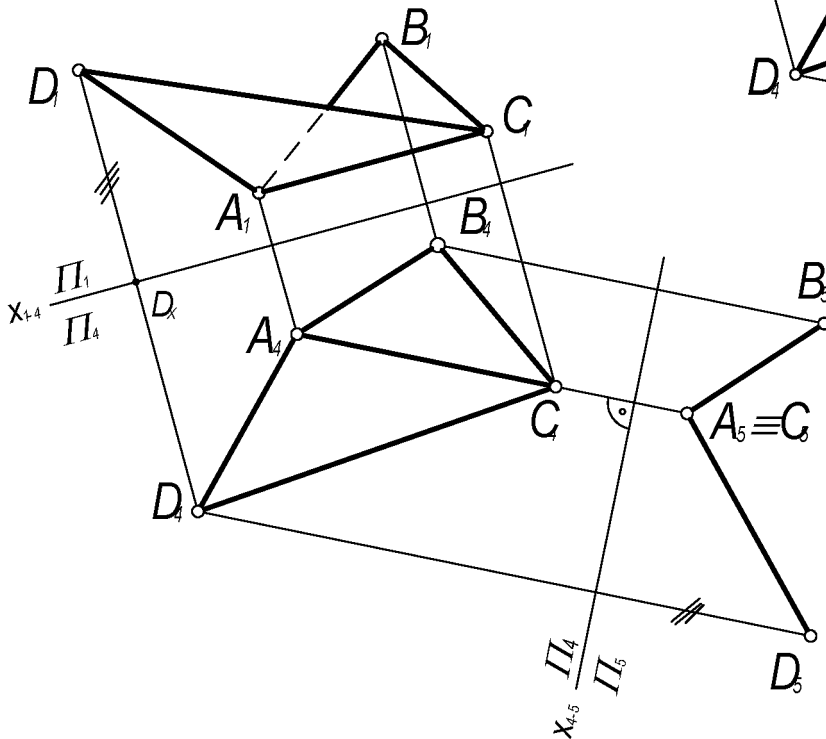
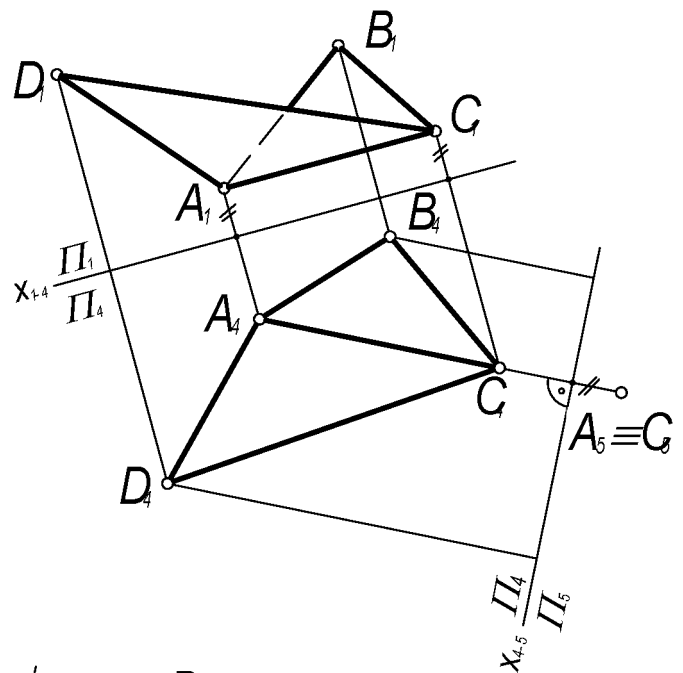
3. Преобразование линии уровня AC в проецирующую прямую.



- С помощью команды **Наклон нормали** (см. выше) задайте направление оси проекций x_{4-5} перпендикулярно проекции A_4C_4 .

- Проведите линии связи перпендикулярно новой оси с помощью этой же команды.

- Постройте проекции A_5C_5 с помощью команды «**Между двумя прямыми**» (меню **Длина**), указав проекцию отрезка A_1C_1 и ось x_{1-4} .

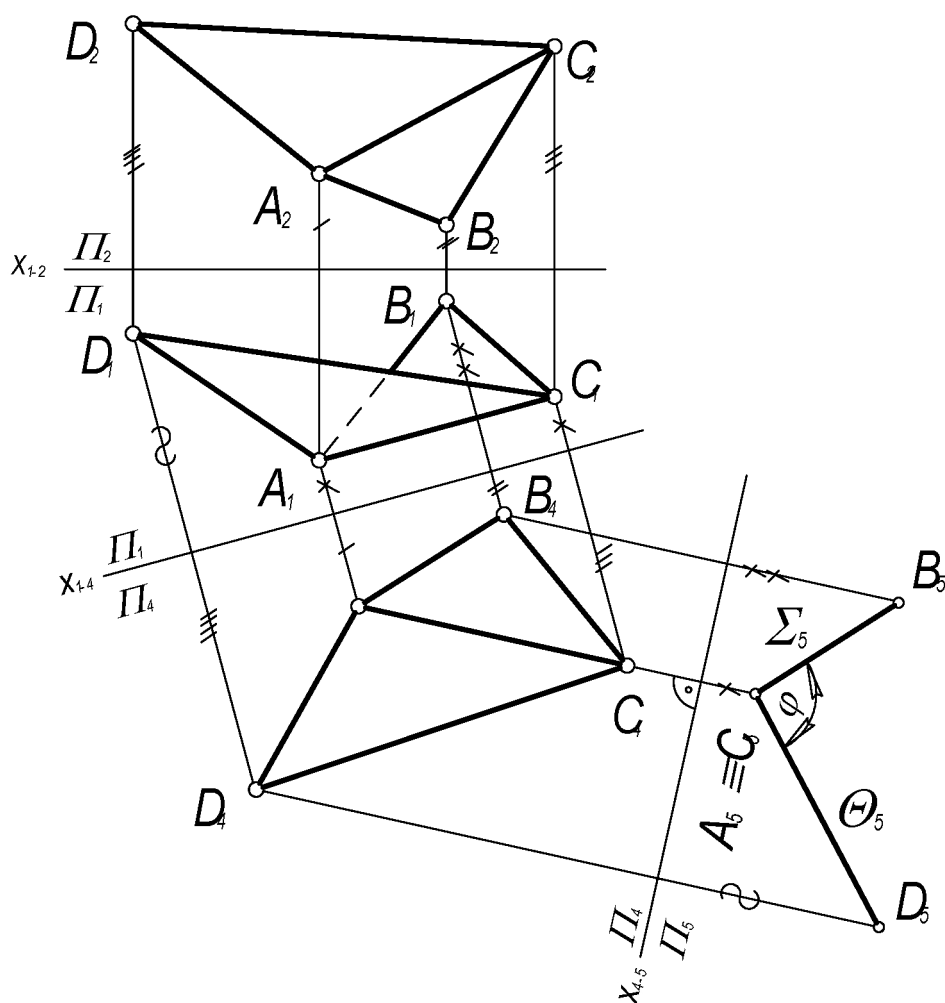


- Для построения проекции D_5 воспользуйтесь командой **длина** «**Между двумя точками**», указав на проекцию D_1 и проекцию точки на оси D_x . Проекция B_5 строится аналогично.

В результате построений на плоскости проекций Π_5 получены следы плоскостей Σ_5 и Θ_5 . Угол между ними равен величине угла между этими плоскостями.

4. Измерение двугранного угла:

- Включите кнопку **Угол между 2 прямыми/отрезками**  на Панели **Измерение**  и щелкните поочередно на следах плоскостей Σ_5 и Θ_5 . В появившемся окне будет отображено значение двугранного угла φ .



1. $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}$; $\Pi_4 \parallel AC$ ($x_{1,4} \parallel A_1C_1$)
2. $\frac{\Pi_1}{\Pi_4} \rightarrow \frac{\Pi_4}{\Pi_5}$; $\Pi_5 \perp AC$ ($x_{4,5} \perp A_4C_4$)
3. $\varphi = \angle \Sigma_5, \Theta_5 \neq \angle \Sigma, \Theta$

Тема 19. Вращение вокруг проецирующих прямых

В чем заключается сущность метода вращения вокруг проецирующих прямых?

Этот метод преобразования КЧ предполагает неизменность системы плоскостей проекций, в которой вокруг проецирующей оси, вращается геометрический объект (точка, прямая или фигура). При этом все принадлежащие ему точки вращаются в параллельных плоскостях, перпендикулярных оси вращения.

По какой траектории движутся эти точки?

Точки вращаются вокруг проецирующей прямой по окружности (дуге), центр которой находится на пересечении оси вращения с плоскостью вращения.

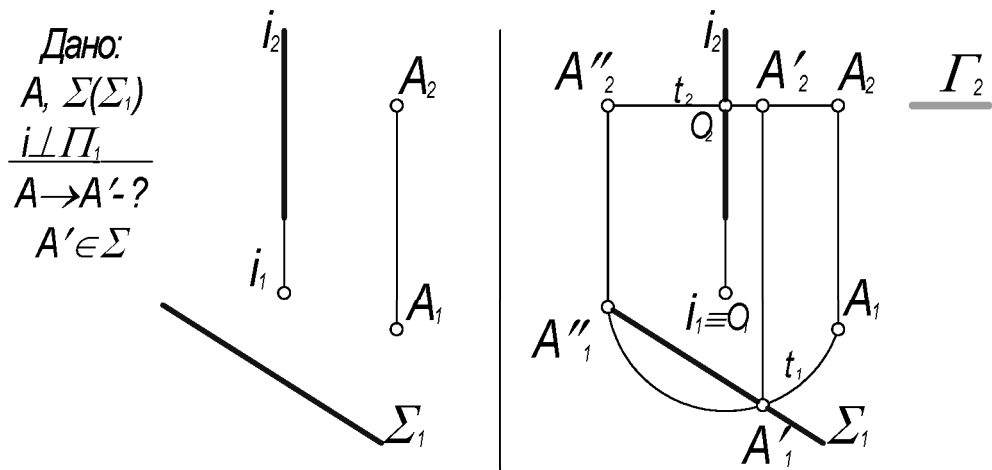
Чему равен радиус вращения точки?

Радиус вращения равен расстоянию от точки до оси вращения.

Как на КЧ выглядят проекции траектории движения точки?

Траектория движения точки вокруг оси проецируется без искажения на ту плоскость проекций, к которой ось вращения перпендикулярна. На другие плоскости проекций траектория движения спроецируется в виде отрезка, параллельного оси проекций.

Задача № 1. Повернуть точку A вокруг оси i так, чтобы она оказалась в плоскости Σ . Сколько возможно вариантов решения?



$$A \in \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$$

$$t - \text{пр. д\ddot{e}}. \text{ в } A, t \subset \Gamma \Rightarrow t \parallel \Pi_1(t_2 \parallel OX)$$

$$t \cap \Sigma = A'$$

Задача имеет второе решение - в A''

Задача № 2. Повернуть точку B вокруг оси j в плоскость Θ .

Дано:

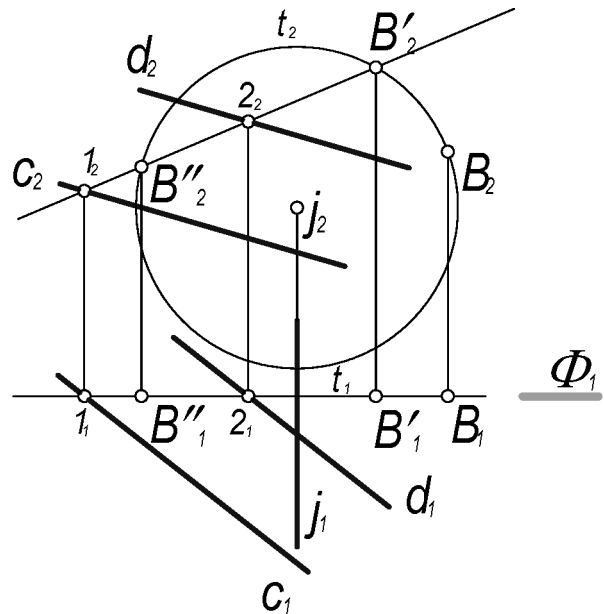
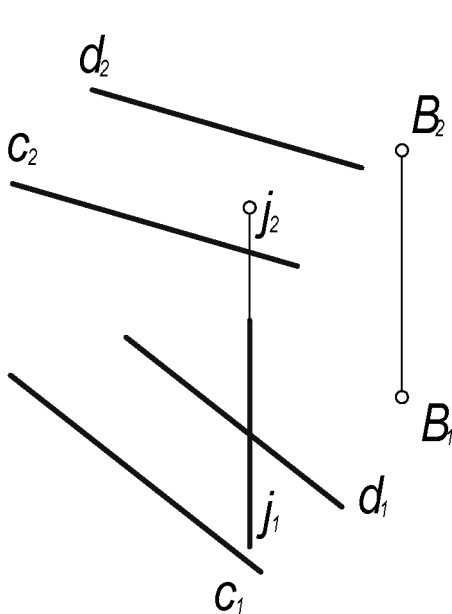
B

$\Theta(c \cap d)$

$j \perp \Pi_2$

$B \rightarrow B'$

$B' \in \Theta$



$B \in \Phi(\Phi_1) \parallel \Pi_2$

$\Phi \cap \Theta = (1-2)$

t - пр. д.в. mB , $t \in \Phi \Rightarrow t \parallel \Pi_2$ ($t \parallel OX$)

$t \cap (1-2) = B', B''$

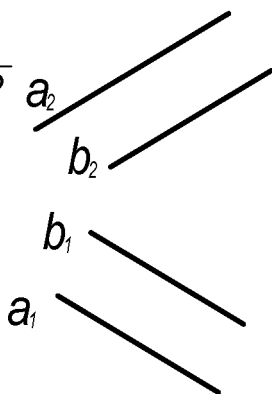
$B', B'' \in \Theta$

Задача № 3. Определить расстояние между параллельными прямыми.

Дано:

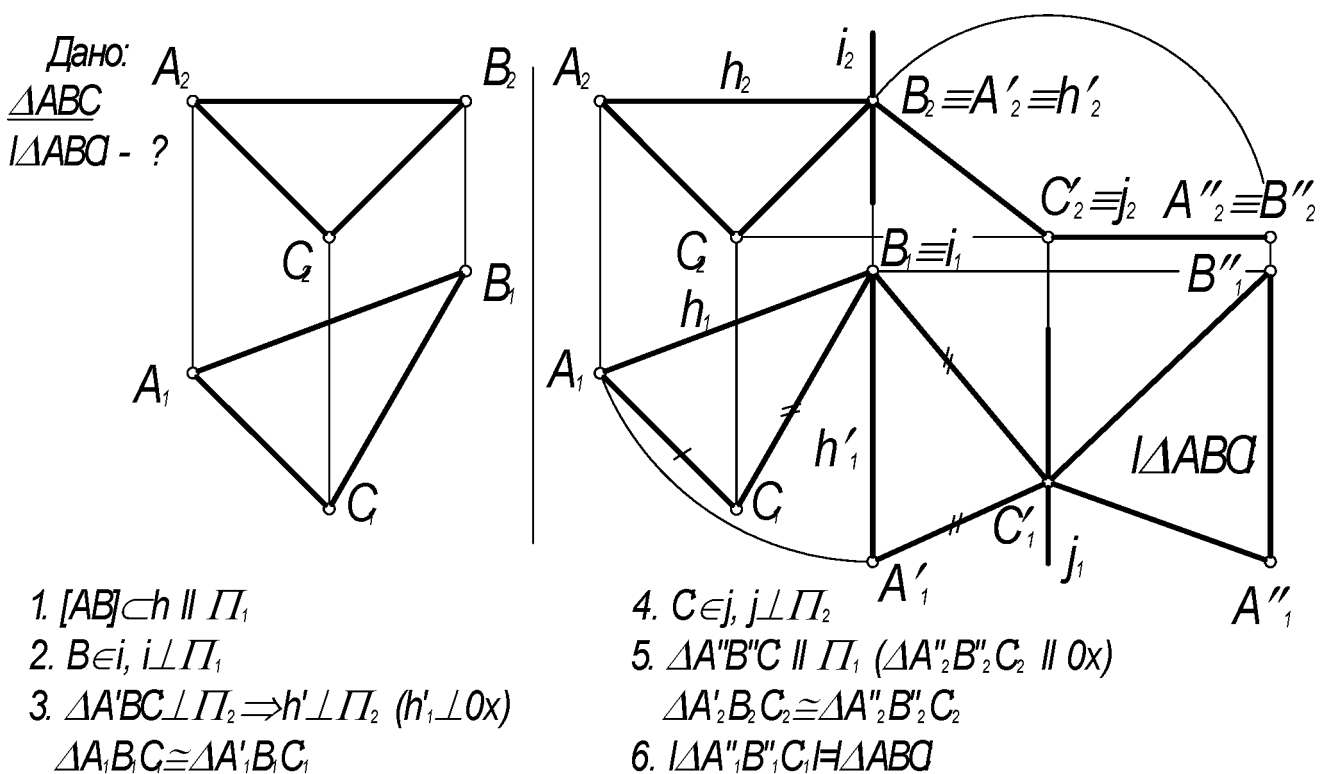
$a \parallel b$

$la, bl \text{ ?}$



! При задании графического условия данной задачи фронтальные и горизонтальные проекции прямых необходимо располагать на большом расстоянии друг от друга.

Задача № 5. Определить действительную величину ΔABC .



Тема 20. Плоскопараллельное перемещение

Что представляет собой плоскопараллельное движение фигуры?

При плоскопараллельном движении фигуры в пространстве все ее точки движутся в плоскостях, параллельных между собой, а также параллельных одной из плоскостей проекций.

Чем отличается способ плоскопараллельного перемещения от вращения вокруг проецирующей прямой?

При плоскопараллельном перемещении ось вращения не задается, не устанавливается величина радиуса вращения, а траектории движения точек фигуры произвольны.

Как осуществляется преобразование КЧ при плоскопараллельном перемещении геометрического объекта относительно одной из плоскостей проекций, например горизонтальной плоскости проекций Π_1 ?

При плоскопараллельном движении геометрического объекта относительно горизонтальной плоскости проекций его горизонтальную проекцию перемещают относительно плоскостей проекций так, как это требуется для решения задачи. При этом она не изменяет своего вида и величины, оставаясь конгруэнтной самой себе. На фронтальной плоскости

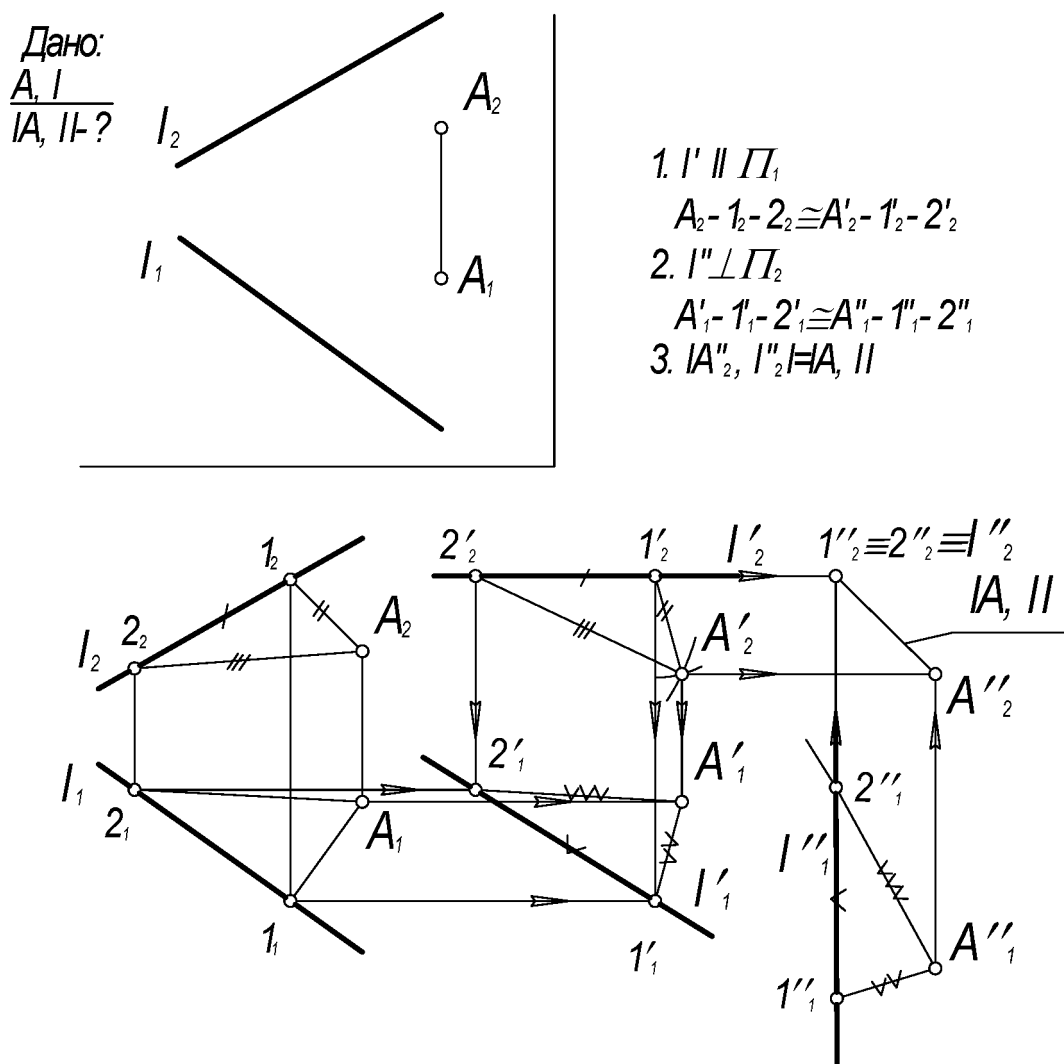
проекций проекции точек геометрической фигуры перемещаются по линиям, параллельным оси Ox , до пересечения с соответствующими линиями связи, идущими от перемещенной горизонтальной проекции.

Какие задачи можно решить, используя метод плоскопараллельного перемещения?

Этим методом решаются следующие основные задачи:

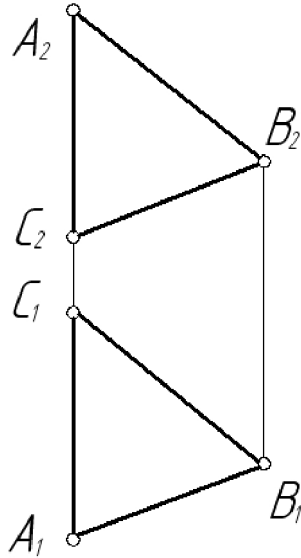
- преобразование прямой линии в положение прямой уровня, затем в проецирующую прямую;
- преобразование плоскости общего положения в проецирующую, затем в плоскость уровня.

Задача № 1. Определить расстояние от точки A до прямой общего положения l .



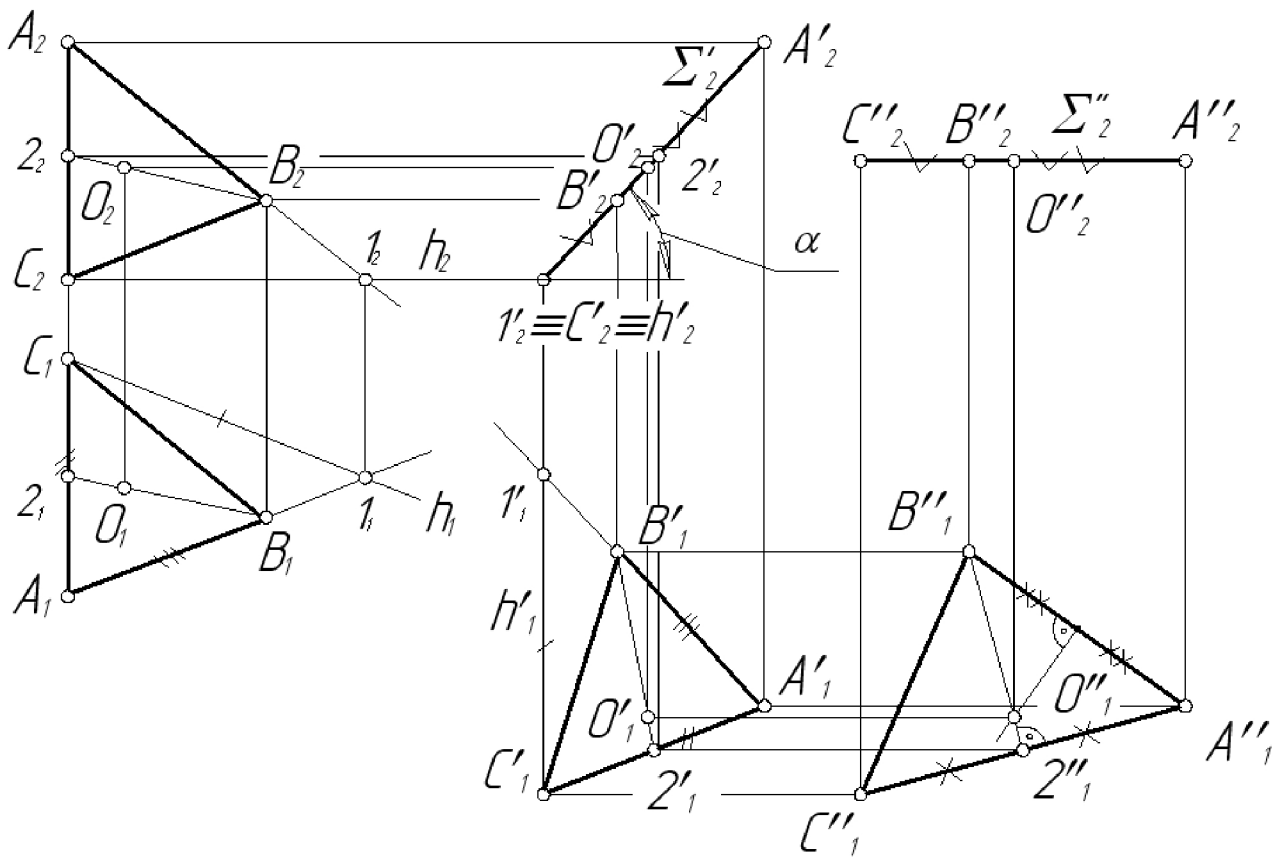
Задача № 2. Построить центр окружности, описанной около $\triangle ABC$.

Дано:
 $\triangle ABC$
 O - ц. о. о. - ?



Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

1. $h \in \Sigma(\triangle ABC)$, $h \parallel \Pi_1$
2. $\Sigma' \perp \Pi_2 \Rightarrow h' \perp \Pi_2$ ($h' \perp OX$)
 $\triangle 1A_1C_1 \cong \triangle 1'A'_1C'_1$
3. $\Sigma'' \parallel \Pi_1$ ($\Sigma''_2 \parallel OX$)
 $A'_2-B'_2-C'_2 \cong A''_2-B''_2-C''_2$
 $|\triangle A''_1B''_1C''_1| = |\triangle ABC|$
4. O - ц. о. о.



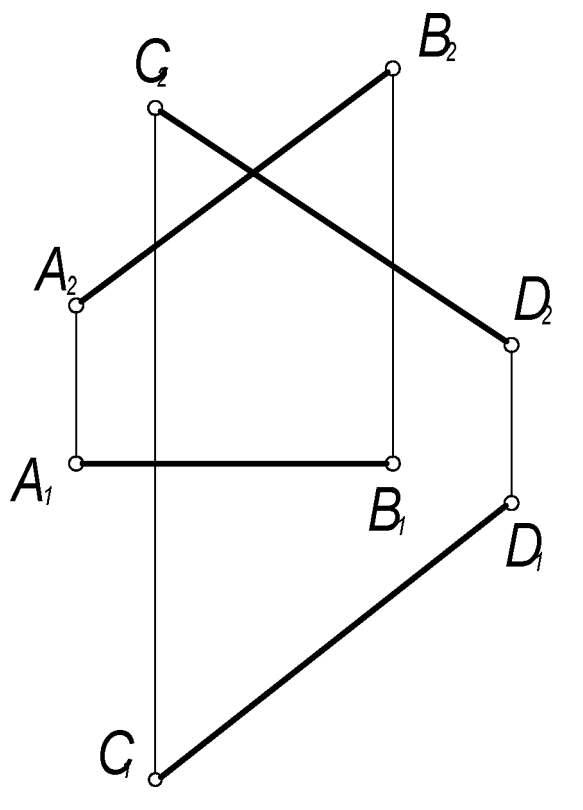
Задача №3 (дополнительная). Пересечь отрезки AB и CD перпендикулярной к ним прямой l .

Дано:
 $[AB] \dot{=} [CD]$

 $[NM] \text{ ?}$

$[NM] \perp [AB]$

$[NM] \perp [CD]$



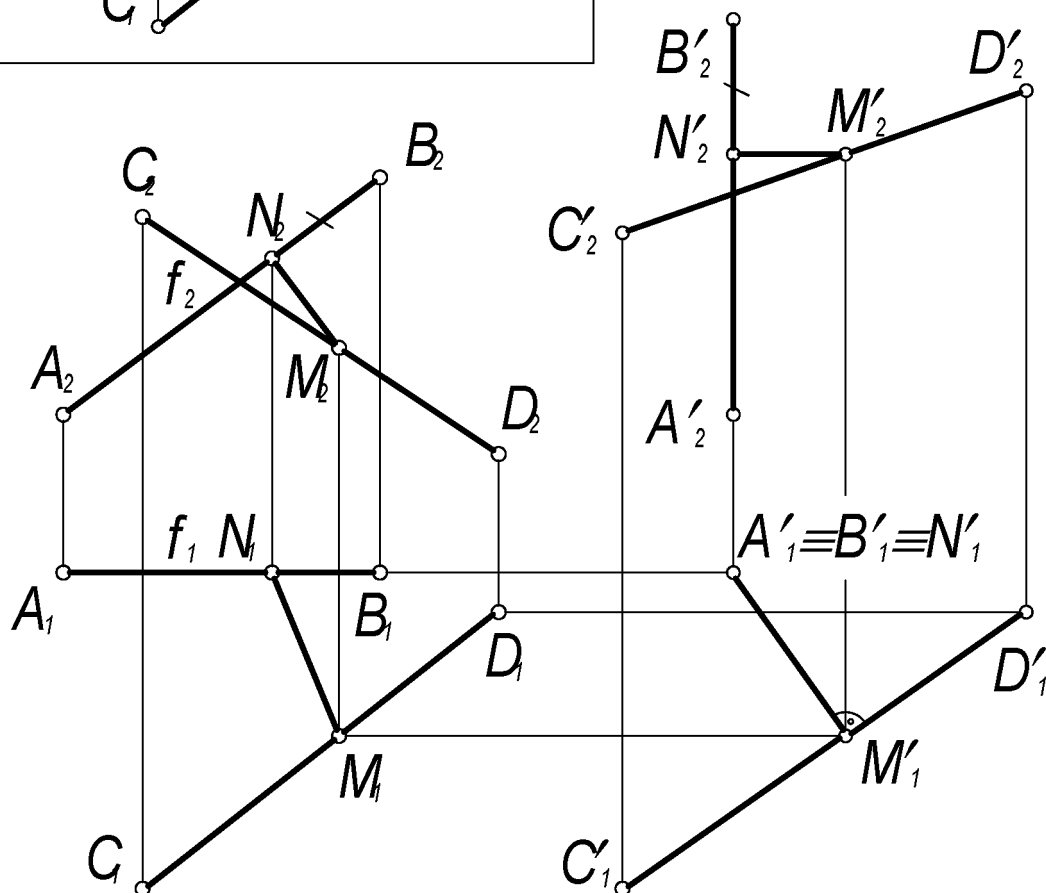
1. $[AB] \subset f$

$f'(A', B') \perp l_1$ ($A'_2 B'_2 \perp OX$)

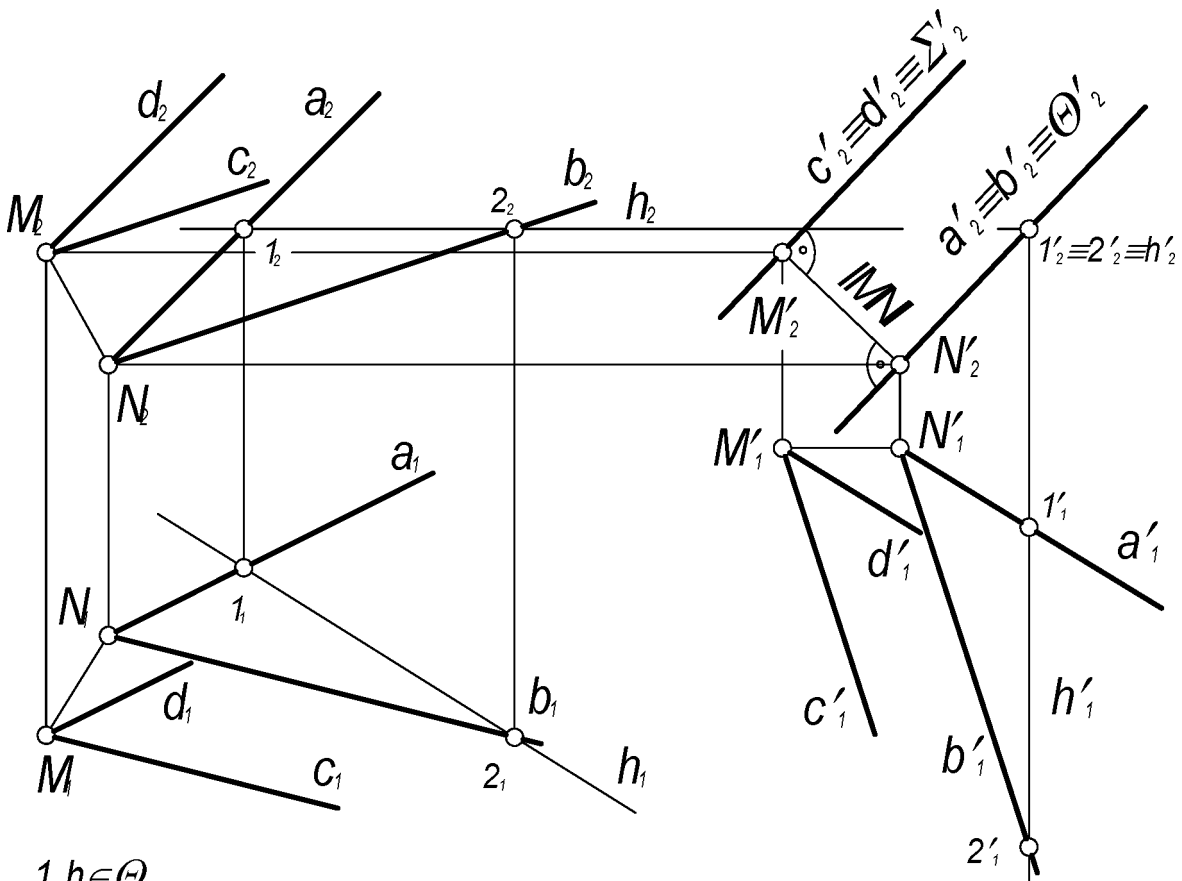
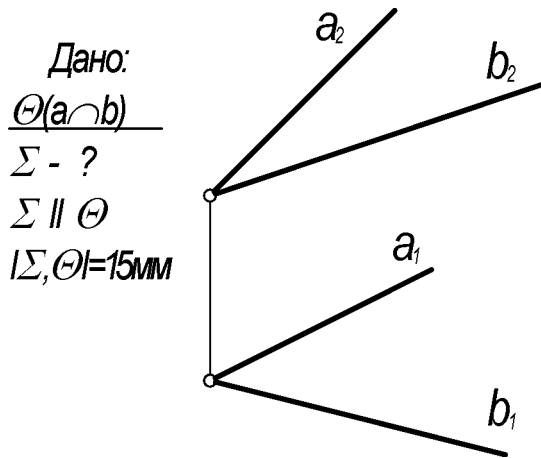
$A_2 B_2, C_2, D_2 \cong A'_2 B'_2, C'_2, D'_2$

2. $[NM] \perp [AB], [NM] \perp [CD]$

$IN_1 M_1 \equiv NM \equiv AB, CD$



Задача № 4 (дополнительная). Построить плоскость Σ , параллельную плоскости Θ . Расстояние между плоскостями - 15 мм.



1. $h \in \Theta$
2. $\Theta' \perp \Pi_2 \Rightarrow h \perp \Pi_2 (h_1 \perp OX)$
 $\Delta N_1 1_2 2_1 \cong \Delta N'_1 1'_2 2'_1$
3. $[NM] \perp \Theta, |NM| = 15 \text{ мм}$
4. $M \in c, M \in d, c \parallel b, d \parallel a \Rightarrow \Sigma(c \cap d) \parallel \Theta(a \cap b)$,
 $|\Sigma, \Theta| = |NM| = 15 \text{ мм}$

Тема 21. Вращение вокруг линии уровня

Для упрощения решения метрических задач необходимо переместить плоскость вместе с расположенными на ней плоскими геометрическими объектами в положение, параллельное одной из плоскостей проекций.

Какое преимущество, по сравнению с другими методами преобразования КЧ, дает способ вращения вокруг линий уровня?

В отличие от метода замены плоскостей проекций или плоско-параллельного перемещения, этот способ дает возможность преобразовать плоскость общего положения в плоскость уровня одним вращением. При этом положение плоскости, при котором она становится плоскостью уровня, определяется вращением только одной ее точки.

В чем заключается сущность метода?

При вращении вокруг линии уровня плоский геометрический объект (или плоскость) совмещается с плоскостью уровня, проходящей через ось вращения. И на соответствующую плоскость проекций плоская фигура проецируется без искажения.

Как при этом вращаются точки, принадлежащие плоской фигуре?

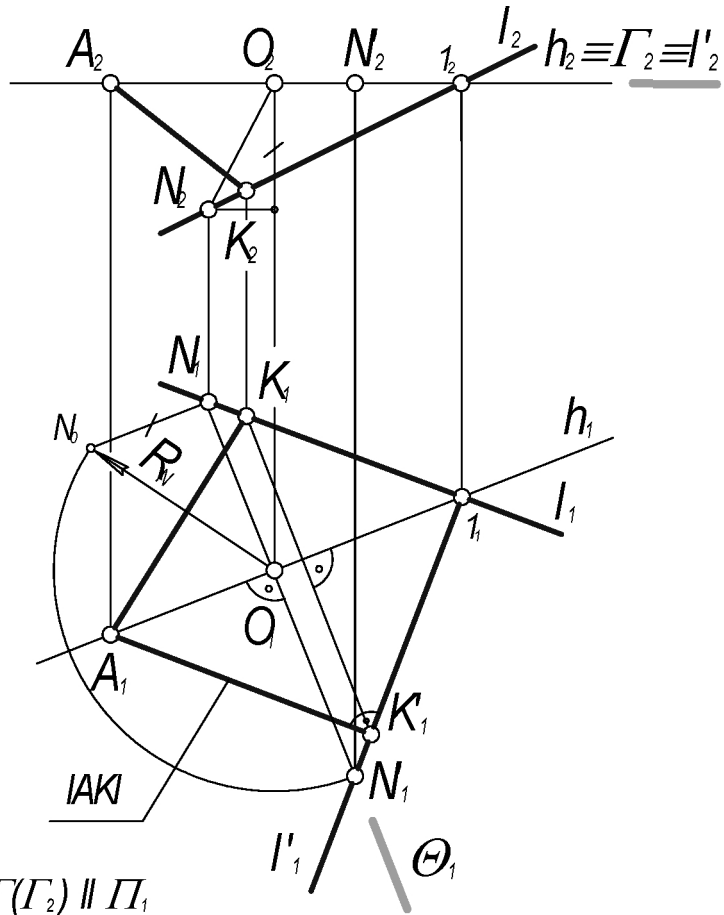
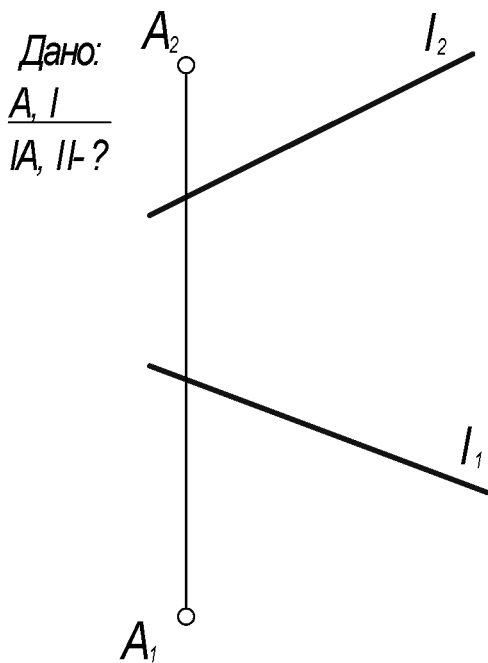
Каждая точка заданного геометрического объекта вращается в своей плоскости, перпендикулярной оси вращения (линии уровня). Траектория движения точки – окружность, центр которой находится на оси вращения. Радиус вращения равен расстоянию от точки до оси вращения.

Как на КЧ находится положение преобразованной плоскости?

Если за ось вращения взята горизонталь, то при вращении точки, принадлежащей заданной плоскости, на горизонтальную плоскость проекции Π_1 траектория движения точки будет проецироваться в отрезок, перпендикулярный горизонтальной проекции горизонтали. Новое положение плоскости будет определено, когда горизонтальная проекция траектории движения точки будет равна натуральной величине радиуса вращения.

При вращении плоскости вокруг фронтالي, построения на КЧ ведутся аналогично.

Задача № 1. Определить расстояние от точки A до прямой l .



1. $h \subset \Sigma(A, l)$

2. N - произвольная m

$N \in l \Rightarrow N \in \Sigma$

3. $N \in \Theta(\Theta_1) \perp h$ ($\Theta_1 \perp h_1$)

$\Theta \cap h = O$ - ц. вр. m N

$ION_1 \perp ON_1 = R_1$

4. $h \subset \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$

$(N \in \Gamma, 1 \in \Gamma) \Rightarrow l' \subset \Gamma, A \in \Gamma \Rightarrow \Sigma \equiv \Gamma$

5. $AK \perp l'$ ($A, K_1 \perp l'_1$)

$IA, K_1I = AK = A, II$

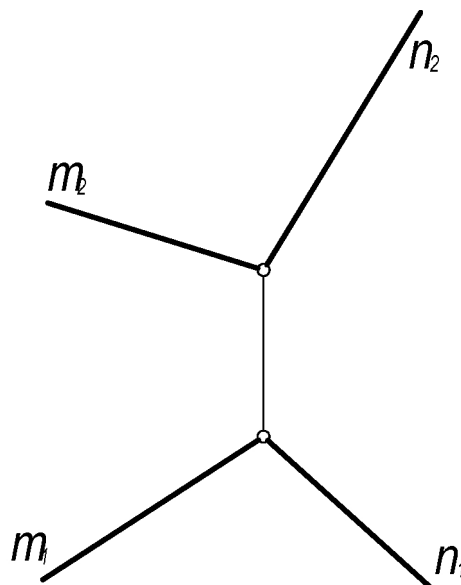
Задача № 2. Построить биссектрису угла $n \wedge m$ с помощью вращения вокруг фронтали.

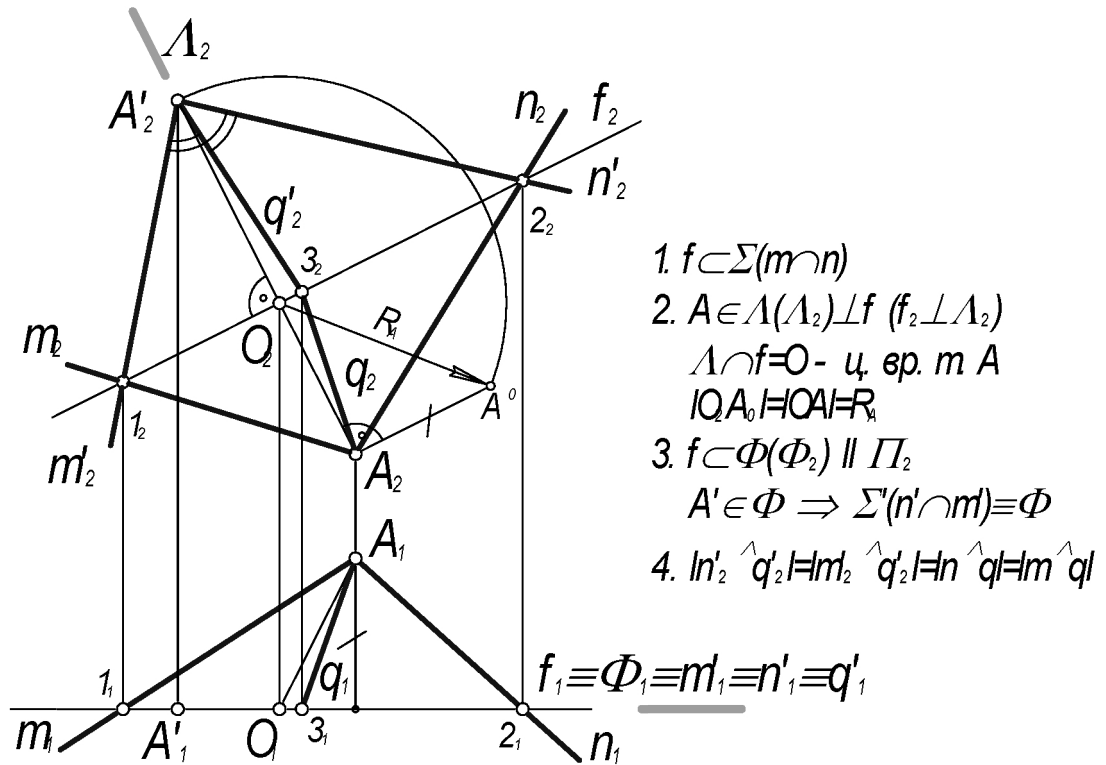
Дано:

$m \cap n$

$q - ?$

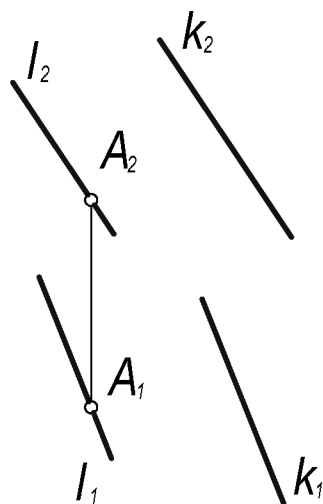
$Im \wedge qI = In \wedge qI$





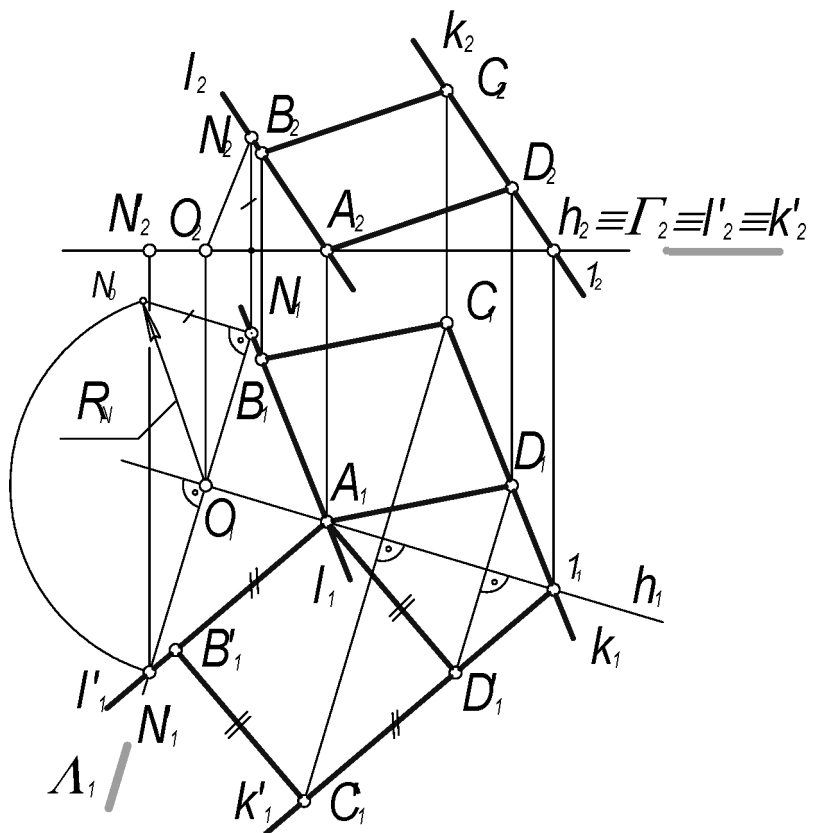
Задача № 3 (дополнительная). Построить квадрат $ABCD$ со стороной AB на прямой l .

Дано:
 $\Sigma(l \parallel k)$
 $A \in l$
 $\square ABCD$?
 $AB \perp l$



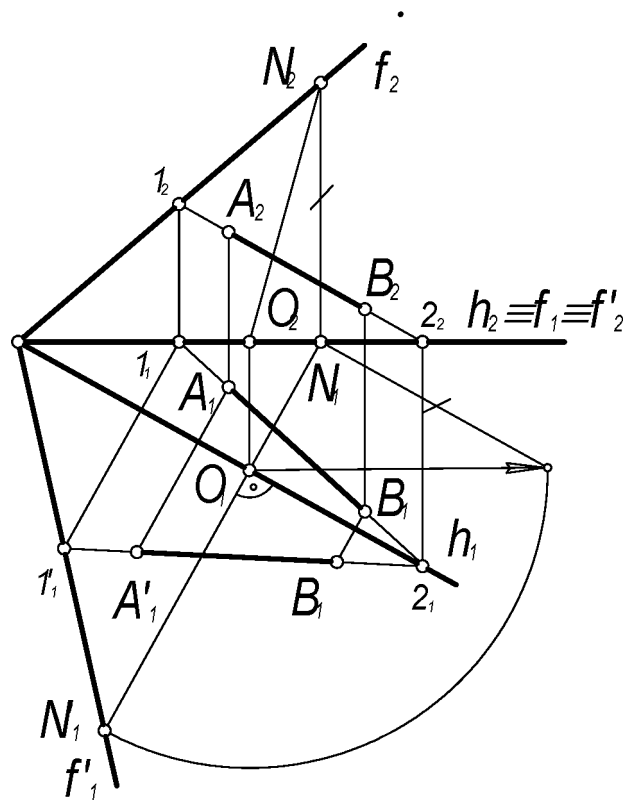
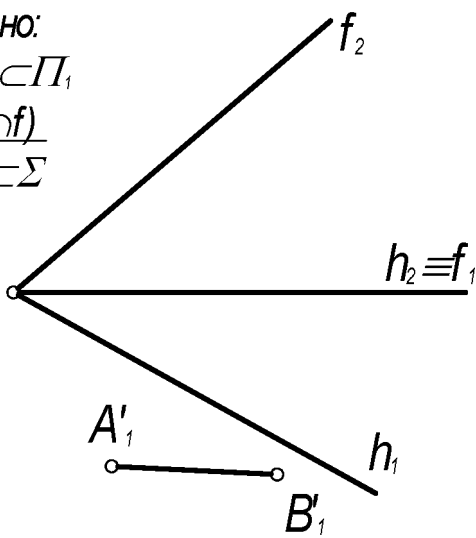
1. $A \in h \subset \Sigma$
2. $N \in l$ - произв. m
3. $N \in \Lambda(\Lambda_1) \perp h$ ($h_1 \perp \Lambda_1$)
 $\Lambda \cap h = O$ - ц. вр. m N
 $|ON| = |OQ| = R_\Lambda$
3. $h \subset \Gamma(\Gamma_1) \parallel \Pi_1$
 $N \in \Gamma \Rightarrow \Sigma'(l' \cap k') \equiv \Gamma$

4. $|\square A'B'C'D_1| \equiv |\square ABCD|$



Задача № 4 (дополнительная). Повернуть отрезок AB в плоскость Σ .

Дано:
 $[A'B'] \subset \Pi_1$
 $\Sigma(h \cap f)$
 $[AB] \subset \Sigma$

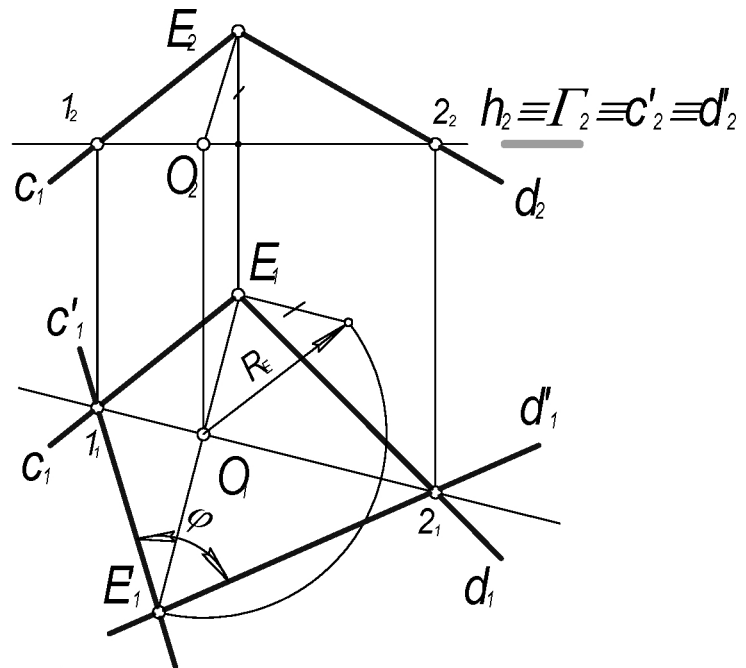
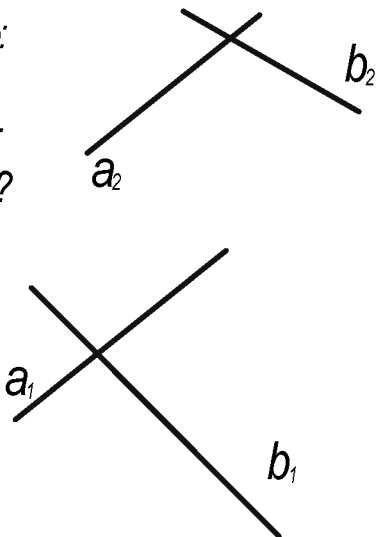


Задача № 5 (дополнительная). Определить величину угла между скрещивающимися прямыми a и b .

Угол между скрещивающимися прямыми равен углу, лучи которого параллельны этим прямым.

Дано:
 $a \nparallel b$

 $\angle a \wedge b = ?$



1. E - произвольная точка
2. $E = c \cap d$

$$c \parallel a, d \parallel b \Rightarrow \varphi = \angle c' \wedge d' = \angle c \wedge d = \angle a \wedge b$$

Тема 22. Поверхности. Точка на поверхности

Что называется поверхностью?

Поверхностью называется совокупность последовательных положений линий, движущихся в пространстве по определенному закону. Эти линии называются образующими.

Какая линия поверхности называется направляющей?

Направляющей называется линия, по которой движется образующая.

Какую поверхность называют гранной?

Гранной называют поверхность, образованную движением прямолинейной образующей по направляющей – ломаной линии. Если при этом образующая перемещается параллельно какому-либо направлению, получается призматическая поверхность, а если образующая все время проходит через одну точку – пирамидальная.

Какие поверхности называются поверхностями вращения?

Поверхностями вращения называются поверхности, образованные движением прямолинейной или криволинейной образующей вокруг оси.

Когда поверхность считается заданной?

Поверхность считается заданной, если относительно любой точки пространства можно однозначно решить вопрос о ее принадлежности поверхности.

Какие способы задания поверхности Вы знаете?

Поверхность на чертеже может быть задана:

1. Набором элементов, определяющих эту поверхность
2. Каркасом поверхности.
3. Очерком поверхности.

Что называется каркасом поверхности?

Каркасом поверхности называется множество линий и точек, принадлежащих поверхности.

Что называется очерком поверхности?

Очерк – проекция контура поверхности на плоскость проекций.

Какие линии называют параллелью, горлом и экватором поверхности вращения?

Параллелью называется окружность, которую описывает точка поверхности при вращении вокруг оси. Параллели лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Наибольшую параллель называют экватором поверхности, наименьшую – горлом.

Какие линии называются меридианами поверхности?

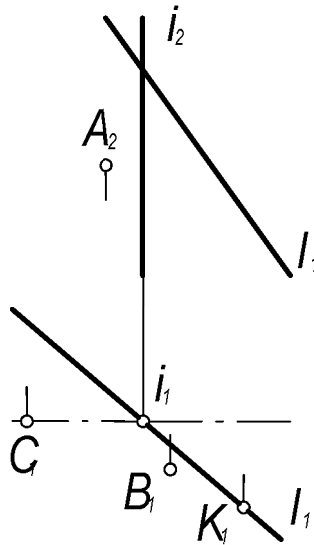
Меридианы – линии, образованные в результате пересечения поверхности плоскостями, проходящими через ось вращения поверхности.

Как находятся недостающие проекции точек, принадлежащих поверхности? Сформулируйте условие принадлежности точки и линии поверхности.

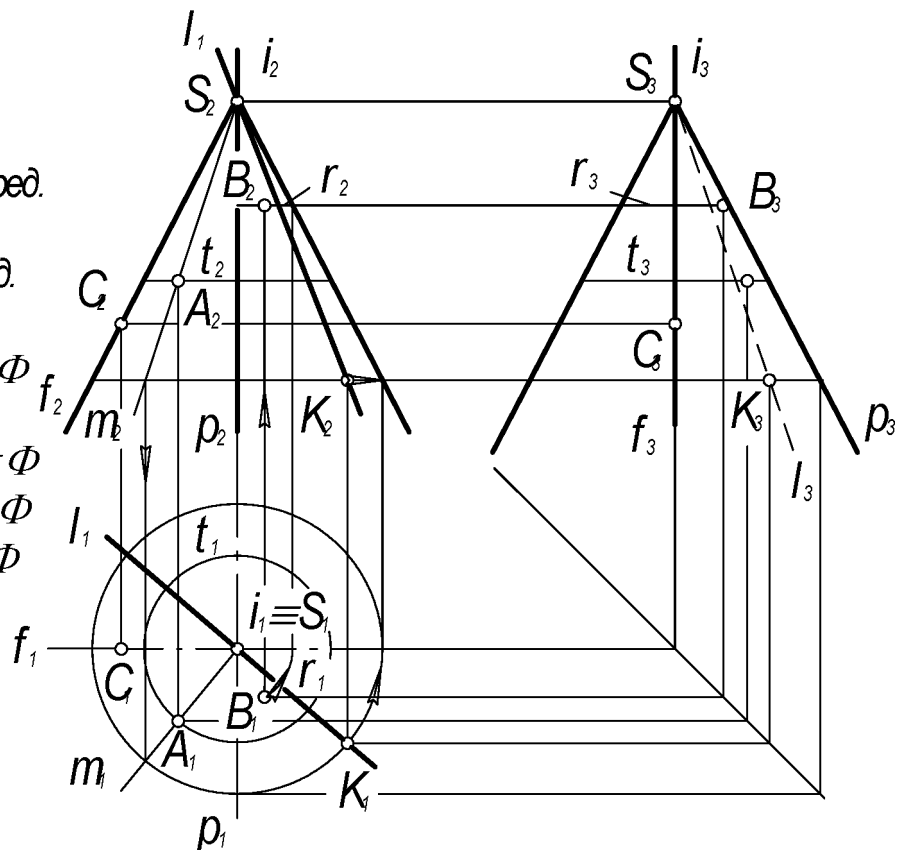
Точка принадлежит поверхности, если она находится на какой-либо линии, лежащей на этой поверхности. Линия принадлежит поверхности, если каждая ее точка принадлежит этой поверхности. При построении точки необходимо провести через нее на поверхности простейшие линии (прямые образующие или окружности-параллели).

Задача № 1. Построить фронтальный и профильный очерки конической поверхности $\Phi(l, i)$, если i – ось вращения, l – образующая. Построить недостающие проекции точек A, B, C, K , принадлежащих поверхности и лежащих на ее видимой части.

Дано:
 $\Phi(l, i)$ -конич. поверхность
 $A(A_2), B(B_2), C(C_2), K(K_2) \in l$
 очерки на Π_1, Π_2, Π_3 , - ?
 $A_1, A_3; B_1, B_3; C_1, C_3$ - ?
 $A, B, C \in \Phi$

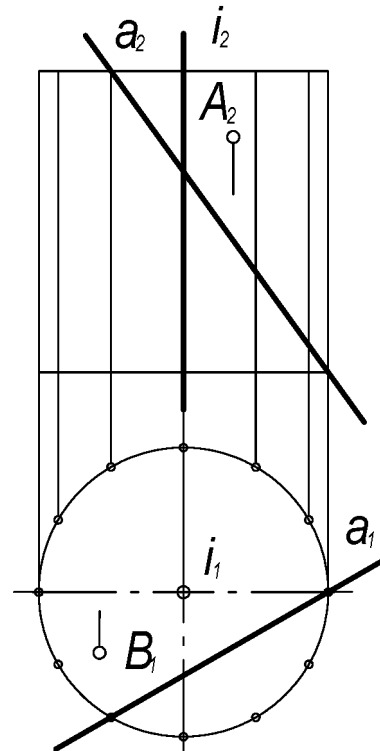


1. f - гл. меридиан, опред. очерк на Π_2
2. p - меридиан, опред. очерк на Π_3
3. $A \in t, t \subset \Phi \Rightarrow A \in \Phi$
или
 $A \in m, m \subset \Phi \Rightarrow A \in \Phi$
4. $B \in r, r \subset \Phi \Rightarrow B \in \Phi$
5. $C \in f, f \subset \Phi \Rightarrow C \in \Phi$



Задача № 2. Построить каркас и очерки поверхности вращения (однополосный гиперболоид) $\Phi(a, i)$, если i – ось вращения, a – образующая. Построить недостающие проекции точек A, B , принадлежащих поверхности.

Дано:
 $\Phi(a \dot{-} i)$ -пов. вращ.
 $A(A_2), B(B_1)$
 каркас, очерки пов. - ?
 A_1, B_2 - ?
 $A, B \in \Phi$



Линейчатая поверхность, которую необходимо построить в данной задаче, называется однополосным гиперболоидом вращения. Она образуется вращением прямой a вокруг скрещивающейся с ней оси i .

Ближайшая к оси вращения точка образующей описывает наименьшую параллель – горло гиперболоида.

Главный меридиан – гипербола.

Эта поверхность может быть также получена вращением очерковой гиперболы вокруг своей мнимой оси i .

Поверхность имеет два семейства прямолинейных образующих, т.к. через одну точку можно провести две прямые – нисходящую прямую a (как в данной задаче) и восходящую прямую. Это видно, если касательно к горлу гиперболоида провести плоскость, параллельную оси вращения. Такая плоскость пересекает поверхность по двум прямым. Вторая восходящая прямая образует второе семейство образующих.

Если в центре горла гиперболоида построить конус с таким же углом наклона образующих, как у гиперболоида (угол этот покажут образующие 2-2 и 8-8), то получим так называемый асимптотический конус, к которому поверхность приближается в бесконечности.

Тема 23. Пересечение прямой с поверхностью

Каков алгоритм нахождения точек пересечения прямой с поверхностью?

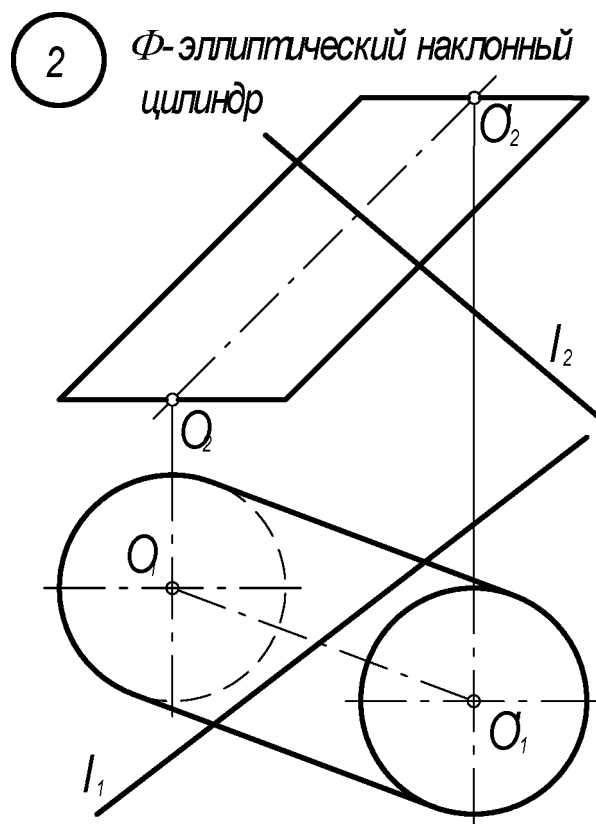
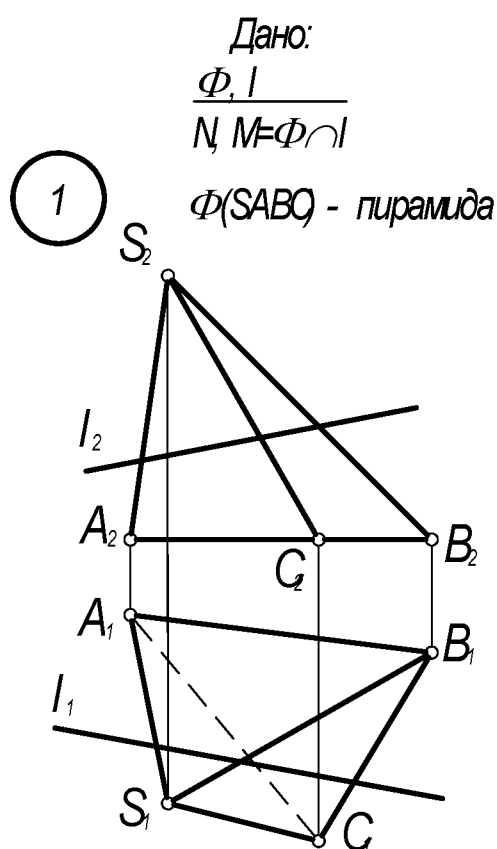
Для определения точек пересечения прямой с поверхностью необходимо выполнить следующие построения:

1. ЗаклЮчить заданную прямую во вспомогательную плоскость.
2. Определить линию пересечения вспомогательной плоскости с заданной.
3. Найти точки пересечения заданной прямой с линией пересечения поверхности с плоскостью.

Как следует выбирать вспомогательную плоскость?

Вспомогательная плоскость должна пересекать заданную поверхность по простейшим линиям, проекции которых возможно построить на КЧ (окружности или прямые). Как правило в качестве вспомогательной плоскости выбирается проецирующая плоскость.

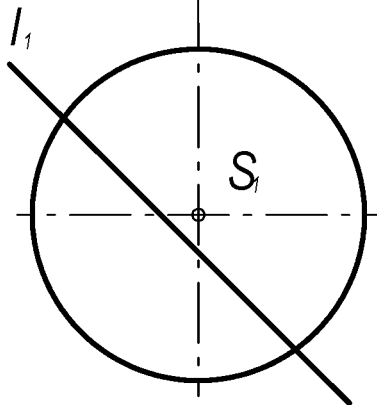
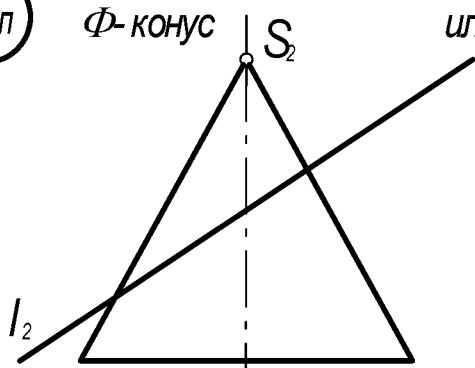
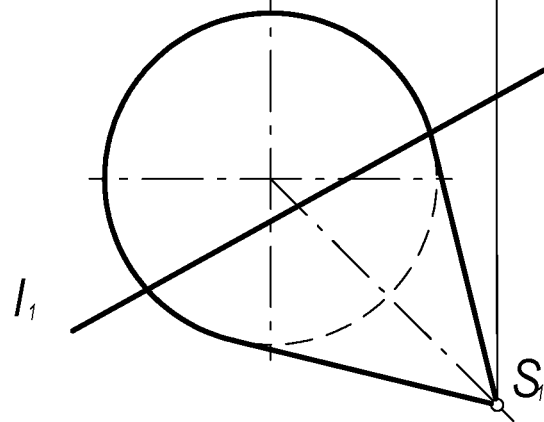
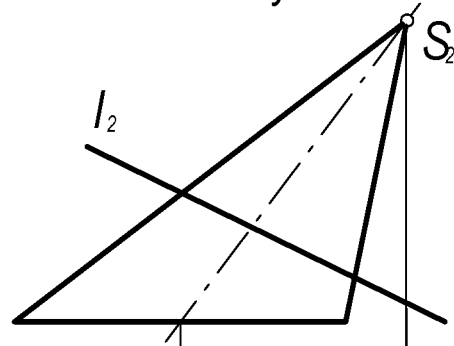
Задачи № 1-5. Определить точки пересечения прямой l с поверхностью Φ . Показать видимость прямой.



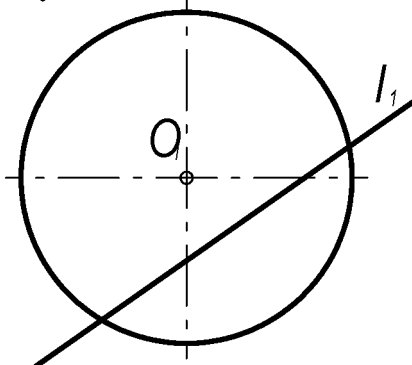
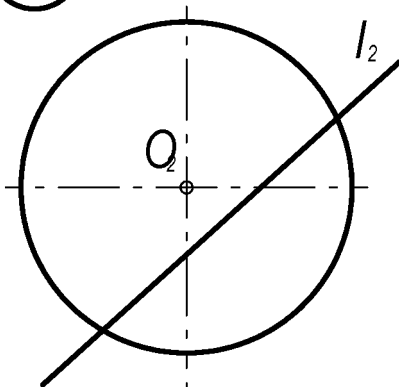
3 доп

 Φ - конус

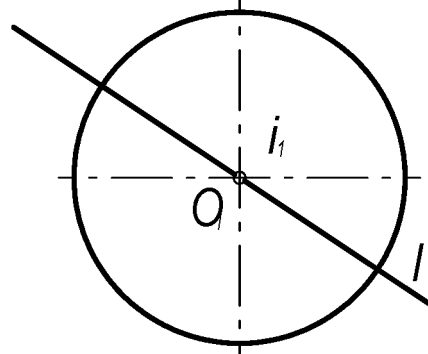
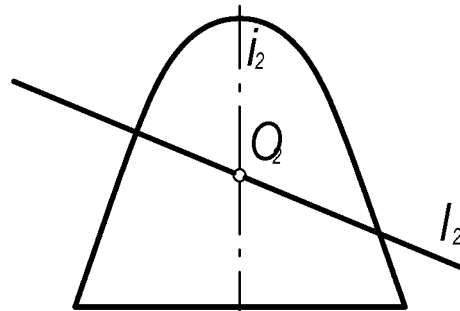
или

 Φ - наклонный конус

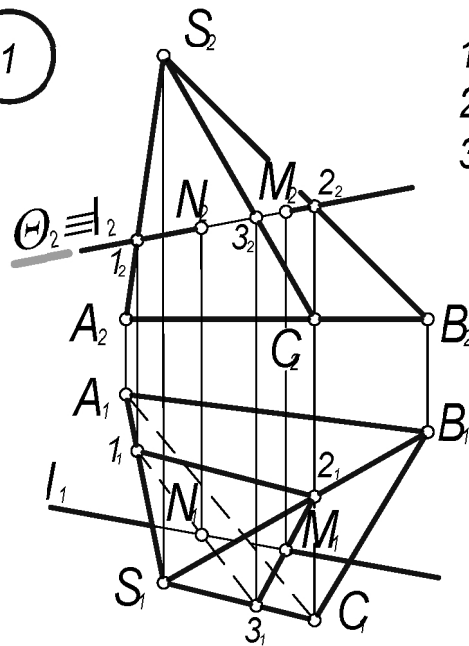
4

 Φ - сфера

5

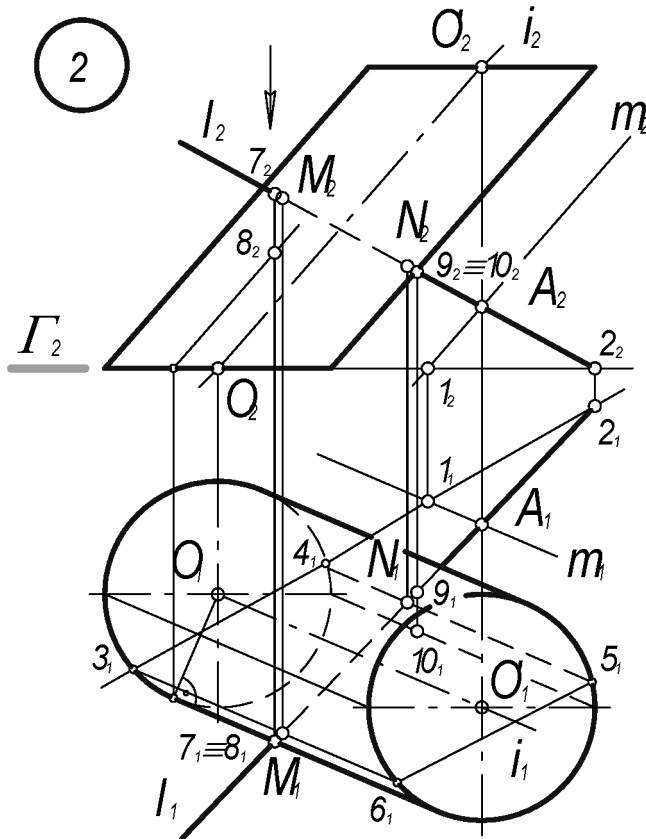
 Φ - параболоид вращения $I \cap i = 0$ 

1



1. $l \subset \Theta(\Theta_2) \perp \Pi_2$
2. $\Theta \cap \Phi_\pi = 1-2-3$
3. $1-2-3 \cap l = \Phi_\pi \cap l = NM$

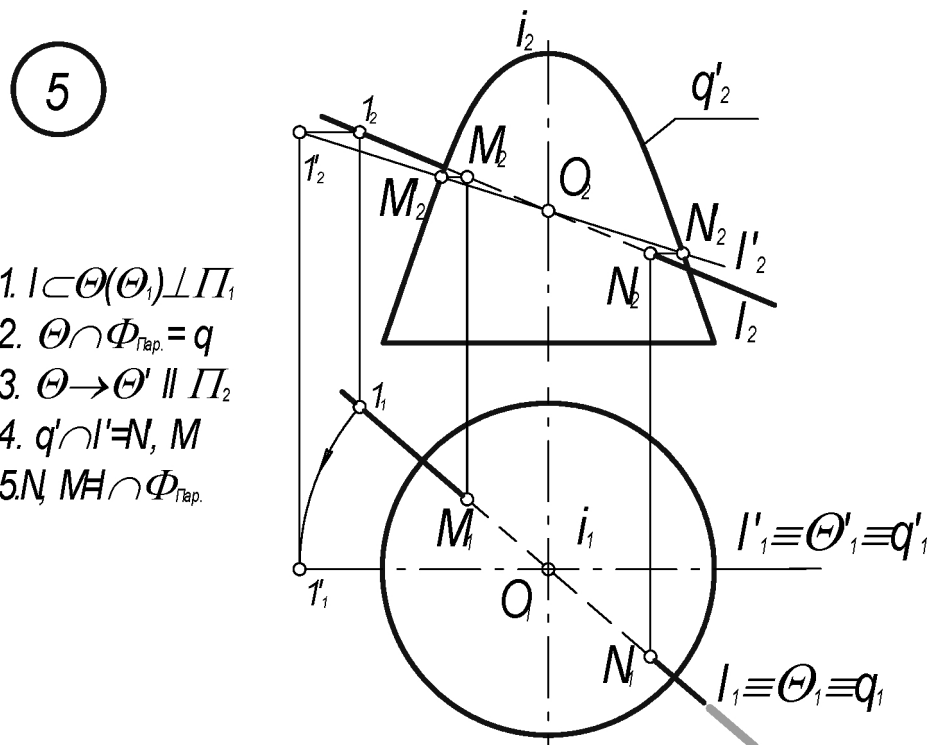
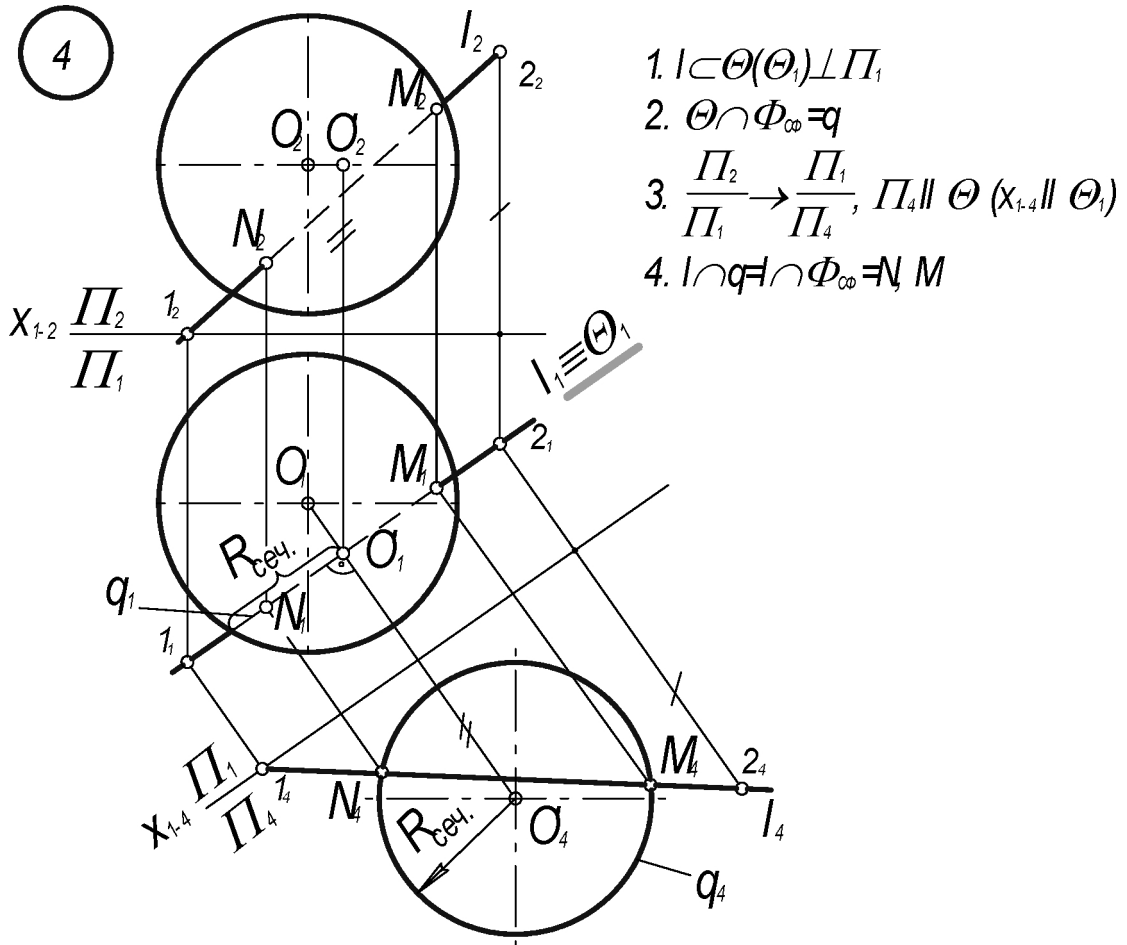
2



1. $l \subset \Theta(l \cap m), m \parallel i \Rightarrow \Theta \parallel i$
2. осн. $\Phi_\perp \subset \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$
 $\Gamma \cap \Theta = (1-2)$
 $(1-2) \cap \text{осн. } \Phi_\perp = 3-4$
3. $\Theta \cap \Phi_\perp = 3-4-5-6$
4. $3-4-5-6 \cap l = \cap \Phi_\perp = MN$

! Особое внимание в задаче № 2 следует обратить на определение видимости и правильность нахождения проекций очерков образующих (см. чертеж). Конкурирующие точки в видимости на пл. Π_1 – 7, 8, на Π_2 – 9, 10. Второй способ определения видимости – разбиение поверхности на две половины: видимую и невидимую. Принадлежность точек N и M соответствующим частям поверхности определяет видимость входа и выхода прямой.

! Для построения линии пересечения q плоскости-посредника Θ с поверхностью Φ в задачах 4 и 5, используются методы преобразования комплексного чертежа. В первом случае – замена плоскостей проекций, во втором – вращение вокруг проецирующей оси i .



Тема 24. Пересечение многогранника плоскостью. Построение развертки

Что является сечением многогранника плоскостью?

Сечением многогранника плоскостью в общем случае является плоский многоугольник, вершины которого лежат на пересечении ребер многогранника с заданной плоскостью, а его стороны являются линиями пересечения граней с этой плоскостью.

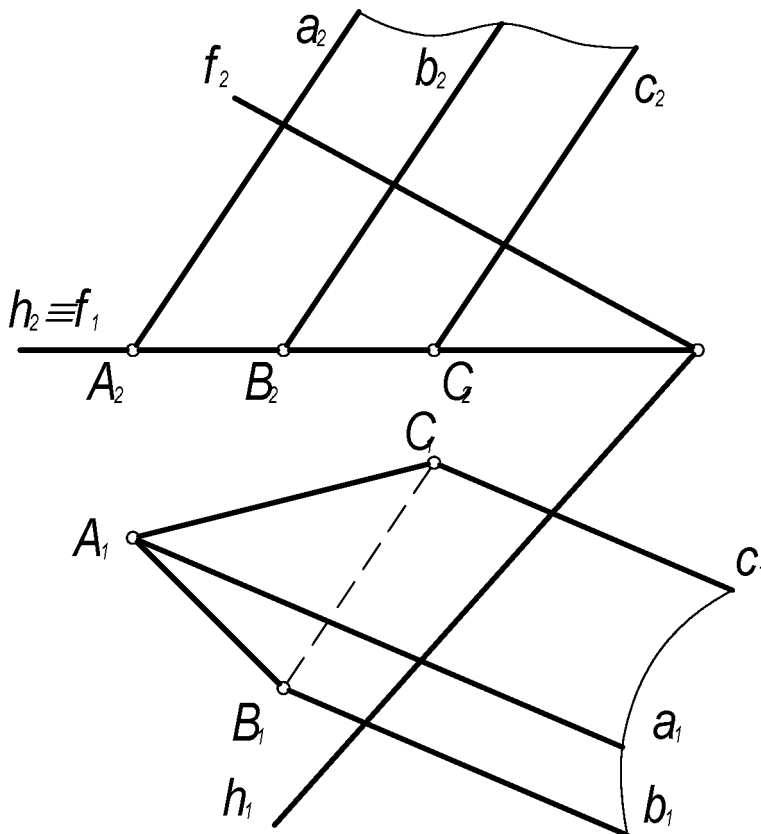
Какие способы пересечения многогранника с плоскостью Вы знаете?

Линия пересечения многогранника с плоскостью определяется с помощью введения дополнительных секущих плоскостей частного положения, проходящих через ребра многогранника – способ ребер; через грани многогранника – способ граней.

Что называется разверткой поверхности?

Разверткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с плоскостью. При этом не должно быть наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга.

Задача №1. Построить линию пересечения наклонной призмы плоскостью $\Sigma(h \cap f)$. Показать видимость. Построить развертку нижней отсеченной части призмы.



Анализ задачи и ход решения:

1. **Построение линии пересечения.** Так как заданная плоскость Σ пересекает только грани призмы, не задевая основание, линией пересечения будет треугольник. Вершины $\triangle KLM$ определяются методом ребер, т.е. нахождением точек пересечения ребер призмы с плоскостью Σ :

$$\begin{array}{lll} 1) a \subset \Theta(\Theta_2) & \Theta \cap \Sigma = (1-2) & (1-2) \cap a = K \\ 2) b \subset \Theta'(\Theta'_2) & \Theta' \cap \Sigma = (3-4) & (3-4) \cap b = L \\ 3) c \subset \Theta''(\Theta''_2) & \Theta'' \cap \Sigma = (5-6) & (5-6) \cap c = M \end{array}$$

2. **Определение видимости.** Необходимо определить видимость:

- заданной плоскости относительно поверхности;
- сечения относительно поверхности;
- поверхности относительно плоскости.

Видимость определяется методом конкурирующих точек.

3. **Определение натуральной величины сечения.** Натуральная величина сечения определяется вращением вокруг линии уровня (горизонтали h). Точка K разворачивается радиусом R_N в горизонтальную плоскость проекций Π_1 (точка K'). Точки L' и M' определяются с помощью нахождения неподвижных точек на продолжении сторон треугольника сечения.

$$|\triangle K'L'M'| = |\triangle KLM|$$

4. **Построение развертки.** Необходимо построить развертку нижней отсеченной части поверхности наклонной призмы. Для этого необходимо найти натуральную величину ребер и расстояния между ними.

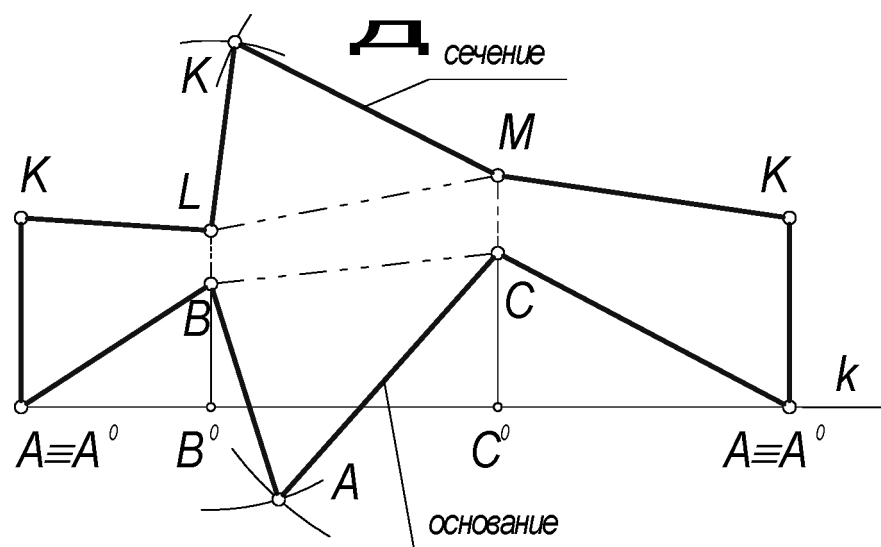
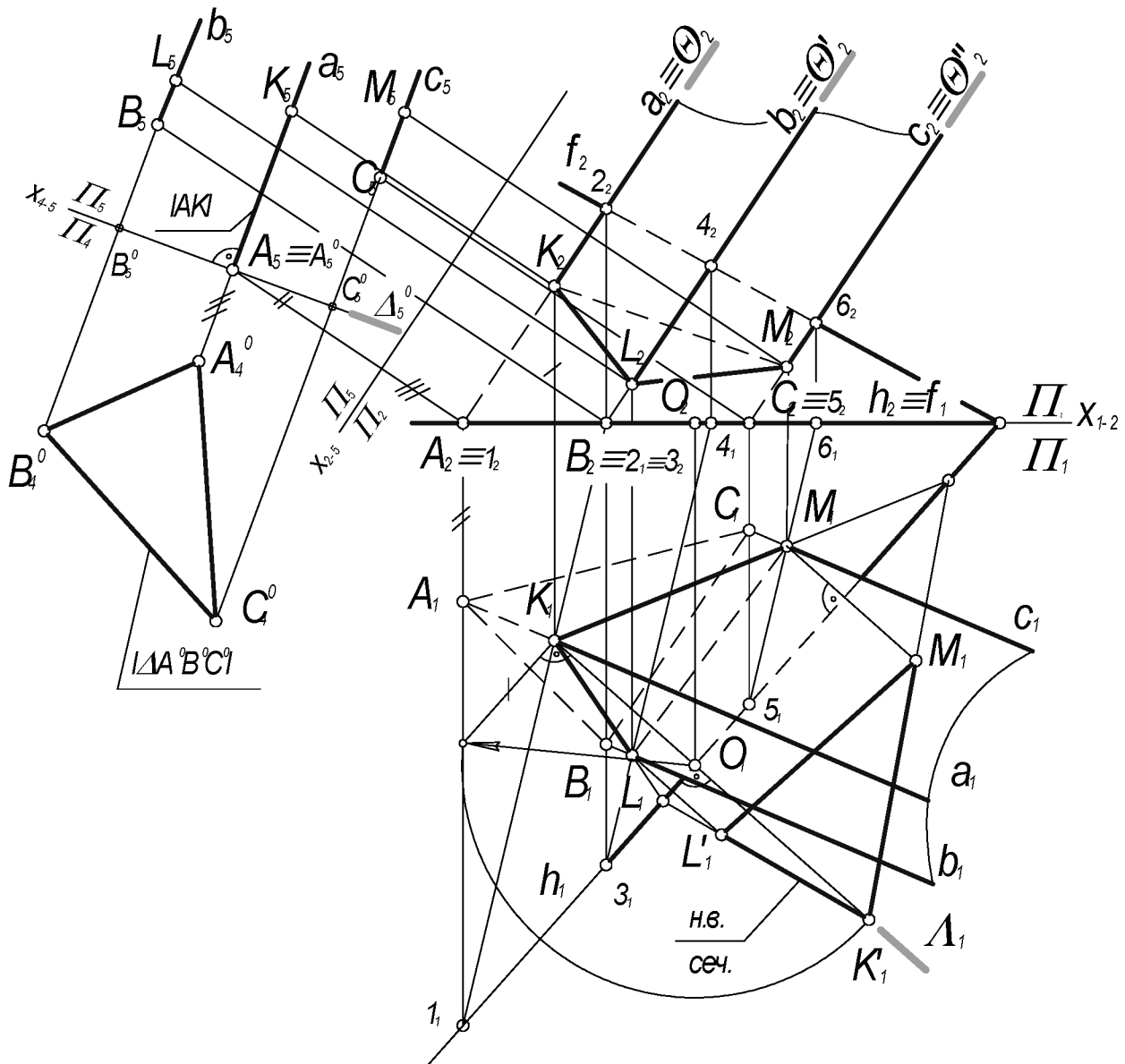
- 1) КЧ методом замены преобразовывается так, чтобы ребра наклонной призмы стали прямыми уровня.

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_2}{\Pi_5}; \Pi_5 \parallel a(x_{2-5} \parallel a_2); |A_5L_5| = |AL|$$

- 2) Расстояния между ребрами находятся с помощью плоскости Δ , проходящей перпендикулярно им. Натуральную величину нормального сечения $\triangle A_0B_0C_0$ определяют с помощью преобразования плоскости Δ в плоскость уровня

$$\begin{array}{l} \Delta \perp a (\Delta_5 \perp a_5) \\ \frac{\Pi_2}{\Pi_5} \rightarrow \frac{\Pi_5}{\Pi_4}; \Pi_4 \parallel \Delta(x_{4-5} \parallel \Delta_5); |\triangle A_4^0 B_4^0 C_4^0| = |\triangle ABC| \end{array}$$

- 3) **Построение развертки методом нормального сечения.** Нормальное сечение $A^0B^0C^0$ (натуральная величина) разворачивается в прямую k . Из его вершин, перпендикулярно линии k задаются направления ребер и откладываются их натуральные величины в соответствующую сторону от линии отсчета. Таким образом, получается развертка боковой поверхности, к которой пристраиваются сечение и основание призмы.



Лабораторная работа

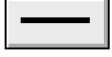
«Решение задач по теме «Пересечение плоскости с поверхностью многогранника» с использованием системы ADEM 3D»

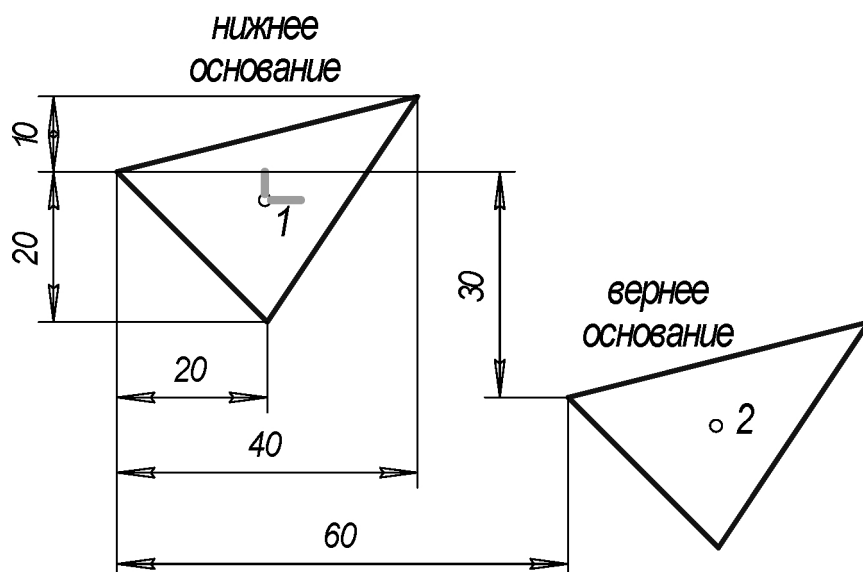
Цель работы:

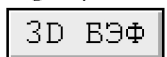
Практическое решение задач методом сквозного моделирования в среде Adem 3D.

Задание: 1. Создать объемную модель наклонной призмы методом «Сечение».
2. Выполнить этор «Пересечение призмы плоскостью общего положения» (см. предыдущую задачу).

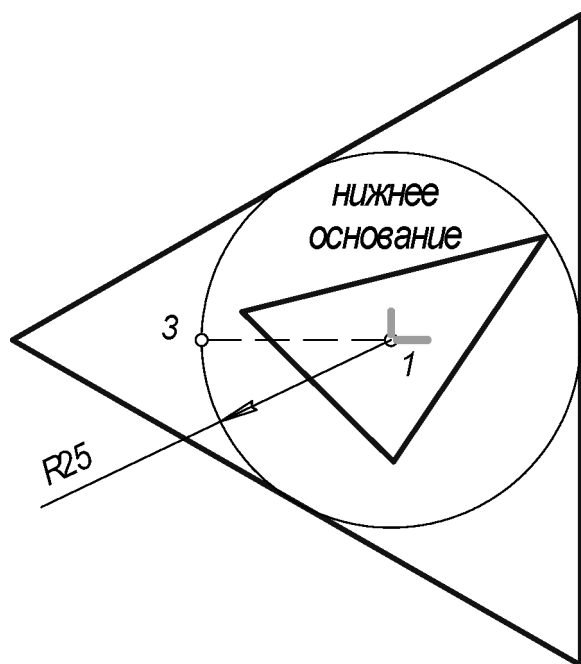
1. Создание модели наклонной призмы:

- В модуле 2D, по размерам, представленным на рисунке, постройте «эскиз» верхнего и нижнего основания призмы (замкнутый контур , тип линии – «Основная» ).



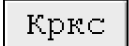
- Установите начало координат внутри треугольника нижнего основания, подведя курсор примерно в точку 1 и нажав клавишу <O>.
- Включите кнопку создания трехмерных объектов  на Верхней Панели редактирования, в появившемся окне выберите операцию «БЭФ Сечение», режим – «Линейная аппроксимация».
- Отвечая на вопрос системы «Укажите ребро сечения № 1», щелкните левой клавишей мыши на контуре нижнего основания. Подтвердите выбор клавишей <Y>.

- Введите высоту сечения, равную 0.*
 - Точку сжатия для нижнего сечения выберите в начале координат (<Home>, <Insert>, <Esc>).
 - На вопрос системы о ребре сечения № 3, укажите контур верхнего основания. Подтвердите выбор клавишей <Y>.
 - Задайте высоту сечения Z, равную 50 мм.
 - После ввода данных нажмите клавишу <Esc> и задайте точку сжатия верхнего основания, подведя курсор примерно в точку 2 и нажав клавиши <Insert>, <Esc>.
 - Запишите полученный результат в свою папку под именем «*nprizma*».
2. Создание модели секущей плоскости:



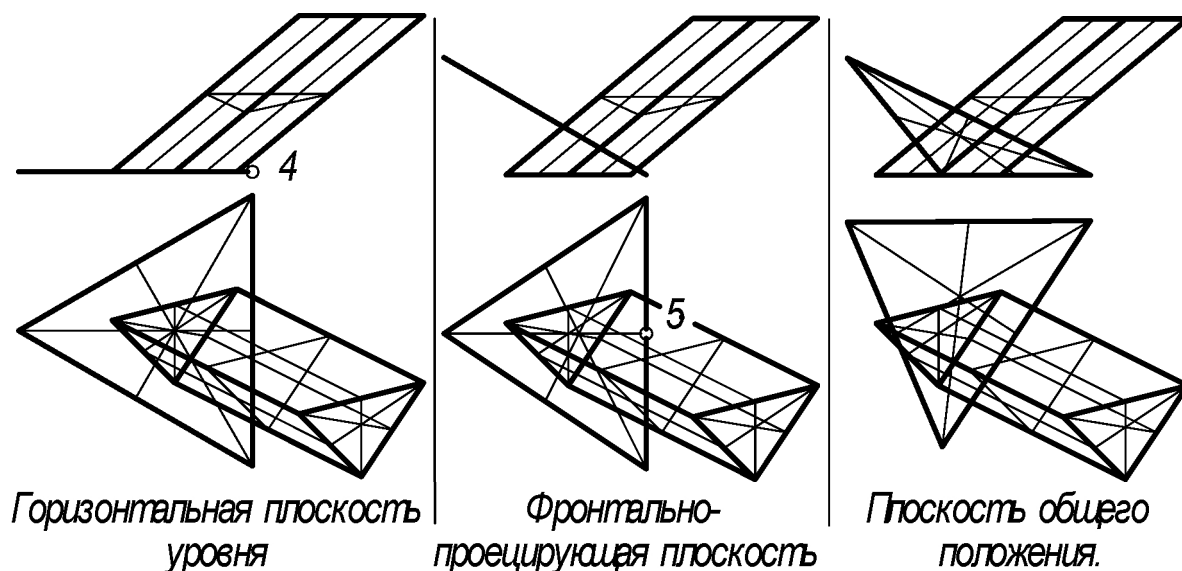
- В модуле 2D создайте «эскиз» секущей плоскости, задав ее равнобедренным треугольником (команда построения многоугольника  на панели элементов M2, центр вписанной окружности должен располагаться в начале координат, а радиус быть равен 25 мм).
- Постройте модель секущей плоскости с помощью операции «Сечение», задав точку сжатия сечений в начале координат, а высоту второго сечения равной 0,01 мм.
- Запишите полученный результат в свою папку под именем «*ploskost*».

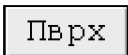
3. Построение сечения призмы:

- Перейдите в модуль трехмерного моделирования, выполнив команду из Строки выпадающих меню **Модуль – Модуль ADEM 3D**.
- Прочтите из каталога  созданные вами файлы «*nprizma*» и «*ploskost*». Построенная вами плоскость является плоскостью уровня, которую нужно преобразовать в плоскость общего положения.
- Включите каркасное отображение модели  Кркс, выберите фронтальную проекцию геометрических объектов  XZ.
- Заклучите модель плоскости в группу, нажав кнопку  Гр 0.
- Поверните фронтальную проекцию плоскости вокруг точки 4 на угол - 30°. Плоскость займет проецирующее положение по отношению к фронтальной плоскости проекций.

* Ввод цифровых значений подтверждается клавишей <Enter>, ввод геометрических объектов – клавишей - <>.

- Выберите горизонтальную плоскость проекций .
- Поверните плоскость вокруг точки пять на угол $33,5^\circ$ - плоскость в пространстве займет общее положение. Убедитесь в этом, включив отображение всех плоскостей проекций .

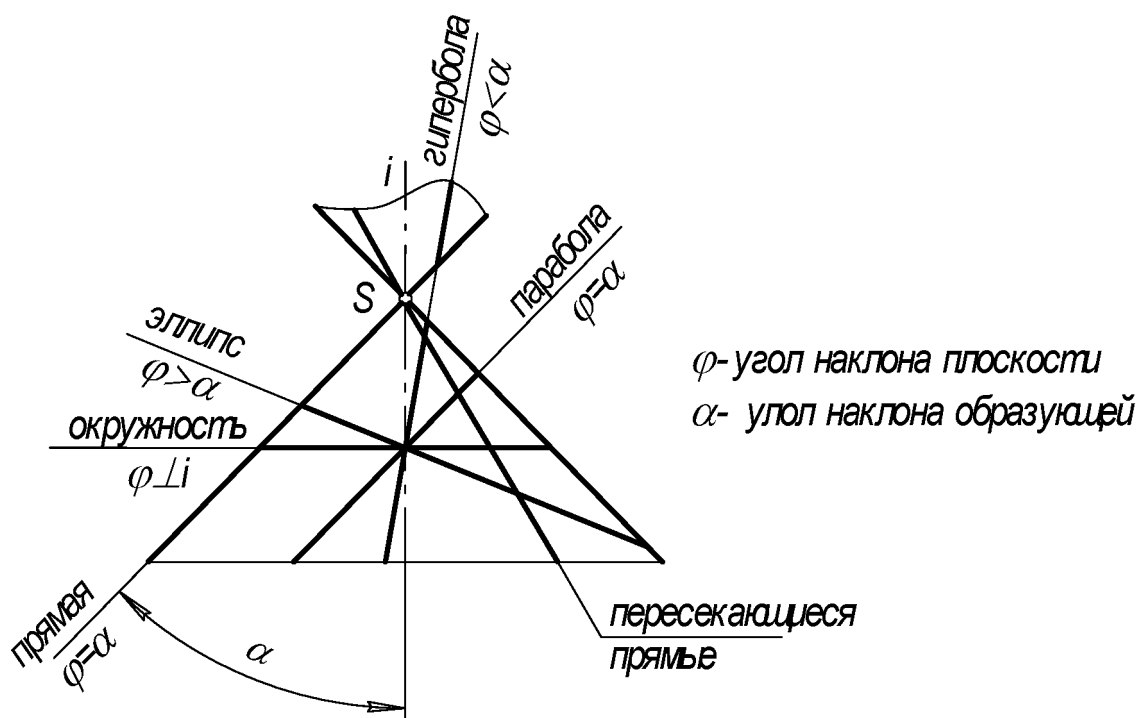


- Просмотрите полученные модели в поверхностном отображении .
 - Выполните булеву операцию **Объединение** , в качестве объемного элемента выбрав призму, а базового элемента – плоскость.
 - Полученный результат запишите в каталог под именем «*peresechenie*».
4. Преобразование 3D модели в 2D модели:
- Запишите последовательно вид спереди и сверху с помощью команды меню **Файл – Сохранить как...** с расширением .cat («*gl vid*», «*vid sv*»).
 - Выполнив команду **Модуль - Модуль ADEM 2D**, перейдите в плоскографический редактор и установите формат листа *A3* с помощью команды меню **Режим – Формат – A3**, включите флажок «Отрисовать границы».
 - Загрузите из каталога  основную надпись (ADEM – ADM – FORMESKD – файл «*A3 k02*» и установите ее в начало координат («*Home*», «*»*»).*
 - Вызовите из каталога сохраненные Вами, расставляя изображения с соблюдением проекционных связей. Выполните на полученном чертеже вспомогательные построения, необходимые для определения линии сечения методами начертательной геометрии (см. задачу №1).
 - Запишите полученный результат к себе в папку.

* Начало координат должно находить в левом нижнем углу экрана, если это не так, нажмите клавишу «*A*».

Тема 25. Пересечение поверхности вращения плоскостью

Какой формы могут быть линии сечения поверхности вращения в зависимости от расположения секущей плоскости? Проиллюстрируйте их на примере пересечения конуса.



Форма сечения зависит от угла наклона секущей плоскости к оси вращения поверхности.

Если секущая плоскость:

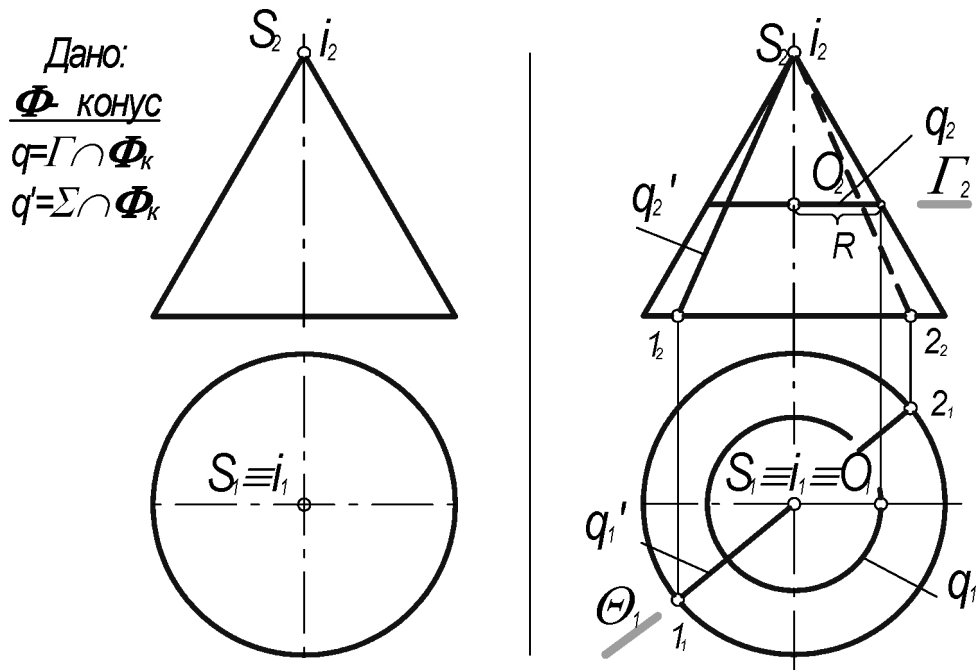
- 1) перпендикулярна оси вращения, сечение – окружность;
- 2) наклонена к оси и пересекает все образующие – эллипс;
- 3) параллельна одной образующей – парабола;
- 4) параллельна двум образующим – гипербола;
- 5) проходит через вершину – две пересекающиеся прямые;
- 6) Касается поверхности – прямая.

Вся совокупность этих линий может быть получена при пересечении конуса плоскостью. Поэтому их называют коническими сечениями, или **кониками**.

Какой в общем виде алгоритм построения линии пересечения плоскости с поверхностью?

Для построения линии пересечения необходимо найти общие точки поверхности и заданной плоскости. Для определения этих точек необходимо ввести дополнительные секущие плоскости, которые дают наиболее простые линии сечения – окружности или ломаные прямые.

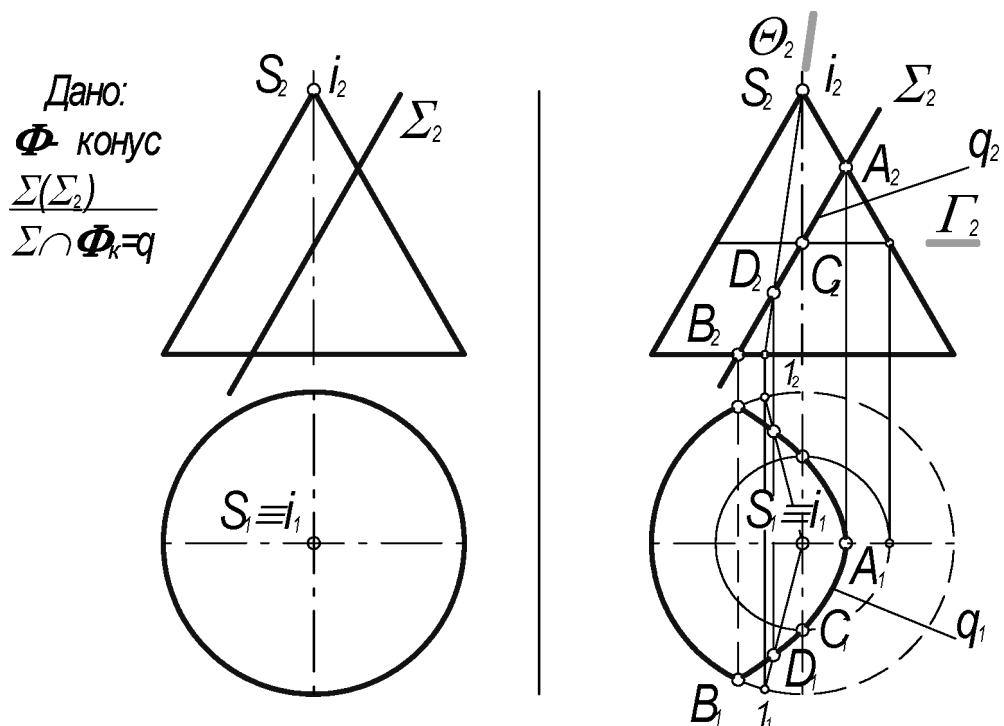
Задача № 1. Построить линию пересечения конуса плоскостями частного положения, выбрав их так, чтобы одна из них пересекла конус по окружности, а вторая – по образующим.



$\Gamma(\Gamma_2) \perp i \Rightarrow \Gamma(\Gamma_2) \cap \Phi_K = q(Q R) - \text{окружность}$

$S \in i \subset \Theta \Rightarrow \Theta \cap \Phi_K = 1S \cup S2 = q' - \text{ломаная линия}$

Задача № 2. Построить линию сечения конуса плоскостью частного положения Σ .



Так как плоскость Σ параллельна очерковой образующей конуса, линия сечения – парабола. Σ - фронтально-проецирующая плоскость, следовательно, фронтальная проекция линии пересечения определена и совпадает с фронтальным следом плоскости. Горизонтальная проекция линии пересечения определяется, исходя из принадлежности точек сечения поверхности конуса.

Точки пересечения поверхности с плоскостью определяются по уже изученному алгоритму с помощью плоскостей-посредников, пересекающих конус по окружностям-параллелям или проходящих через его вершину.

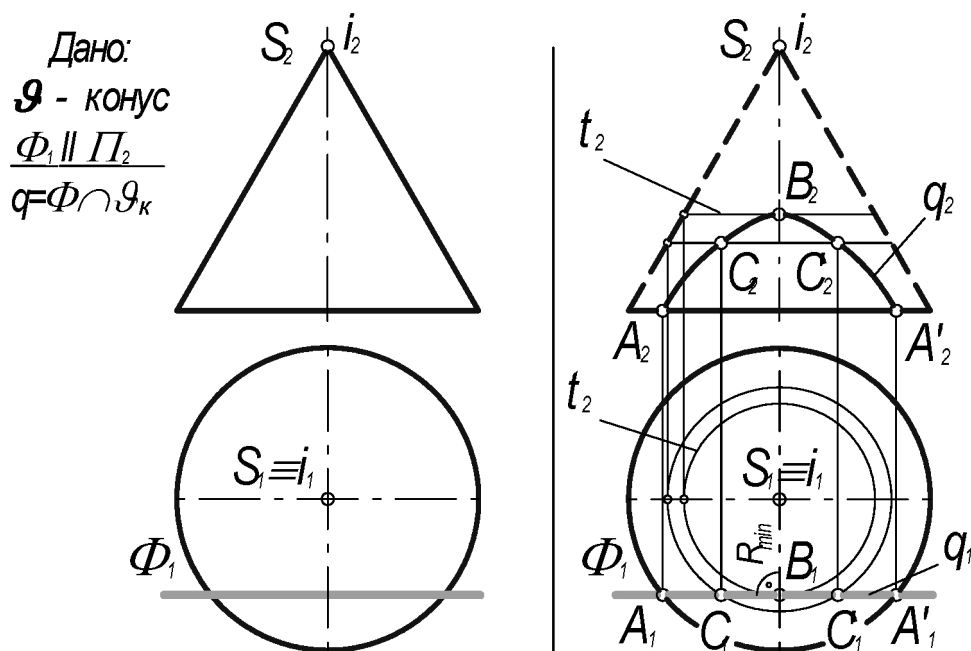
Задача № 3. Построить линию сечения конуса фронтальной плоскостью уровня Φ .

Фронтальная плоскость уровня $\Phi(\Phi_I)$ пересекает поверхность конуса по параболе q :

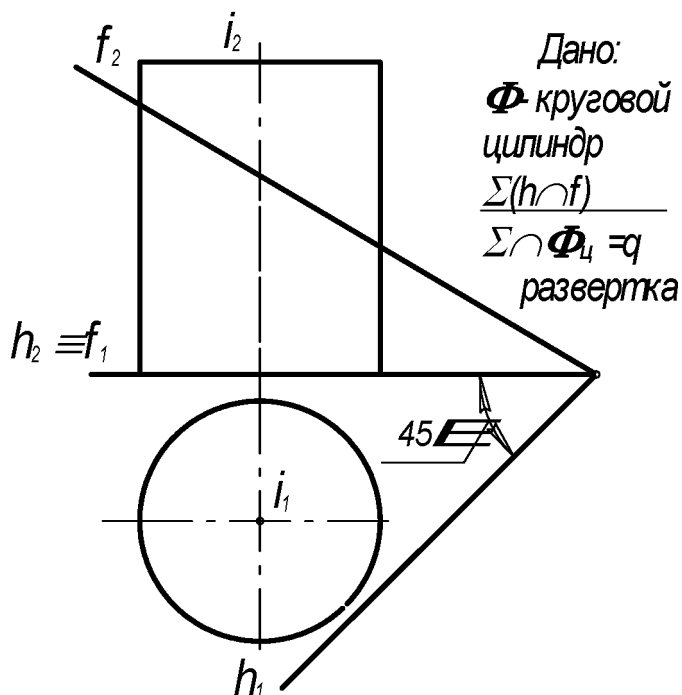
- точки A и A' лежат на пересечении заданной плоскости с основанием конуса;
- высшей точкой сечения является точка B , расположенная на параллели t , имеющей минимальный радиус;

$$t \cap \Phi = B$$

- промежуточные точки C и C' находятся аналогично.



Задача № 4. Построить сечение прямого кругового цилиндра плоскостью $\Sigma(h \cap f)$, определить натуральную величину сечения. Построить развертку нижней отсеченной части поверхности цилиндра.



Дано:
 Φ - круговой
 цилиндр
 $\Sigma(h \cap f)$
 $\Sigma \cap \Phi_{\text{ц}} = q$
 развертка

! Рассмотрены два варианта решения задачи. В первом варианте большая ось эллипса находится с помощью линии наибольшего наклона, а натуральная величина сечения определяется вращением вокруг линии уровня. Во втором – используется метод замены плоскостей проекций. Описание решения задачи приводится только для первого варианта.

Анализ задачи и ход решения

1. **Определение линии пересечения.** Заданная плоскость пересекает только боковую поверхность цилиндра, следовательно, линией пересечения q является эллипс.

Так как цилиндр проецирующий на Π_1 , горизонтальная проекция линии пересечения определена и совпадает с горизонтальным очерком поверхности. Фронтальные проекции точек сечения определяется исходя из принадлежности их секущей плоскости Σ .

Характерные точки линии пересечения:

1) **Высшая и низшая точки сечения** (A, B) определяют большую ось эллипса и лежат на линии наибольшего наклона плоскости Σ к плоскости основания цилиндра. Эти точки определяются с помощью дополнительной плоскости Θ .

$$i \subset \Theta(\Theta_1) \perp h (\Theta_1 \perp h_1)$$

$$\Theta \cap \Sigma = (1-2) \supset [AB] ((1-2) \cap \Phi_{\text{ц}} = A, B)$$

$$[AB] \cap i = O - \text{центр эллипса}$$

2) **Малая ось эллипса** (C, D) перпендикулярна к линии наибольшего наклона (большой оси), т.е. лежит на горизонтали плоскости $\Gamma(\Gamma_2)$.

$$O \in \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$$

$$\Gamma \cap \Sigma = h' \supset [CD] (h' \cap \Phi_{\text{ц}} = C, D)$$

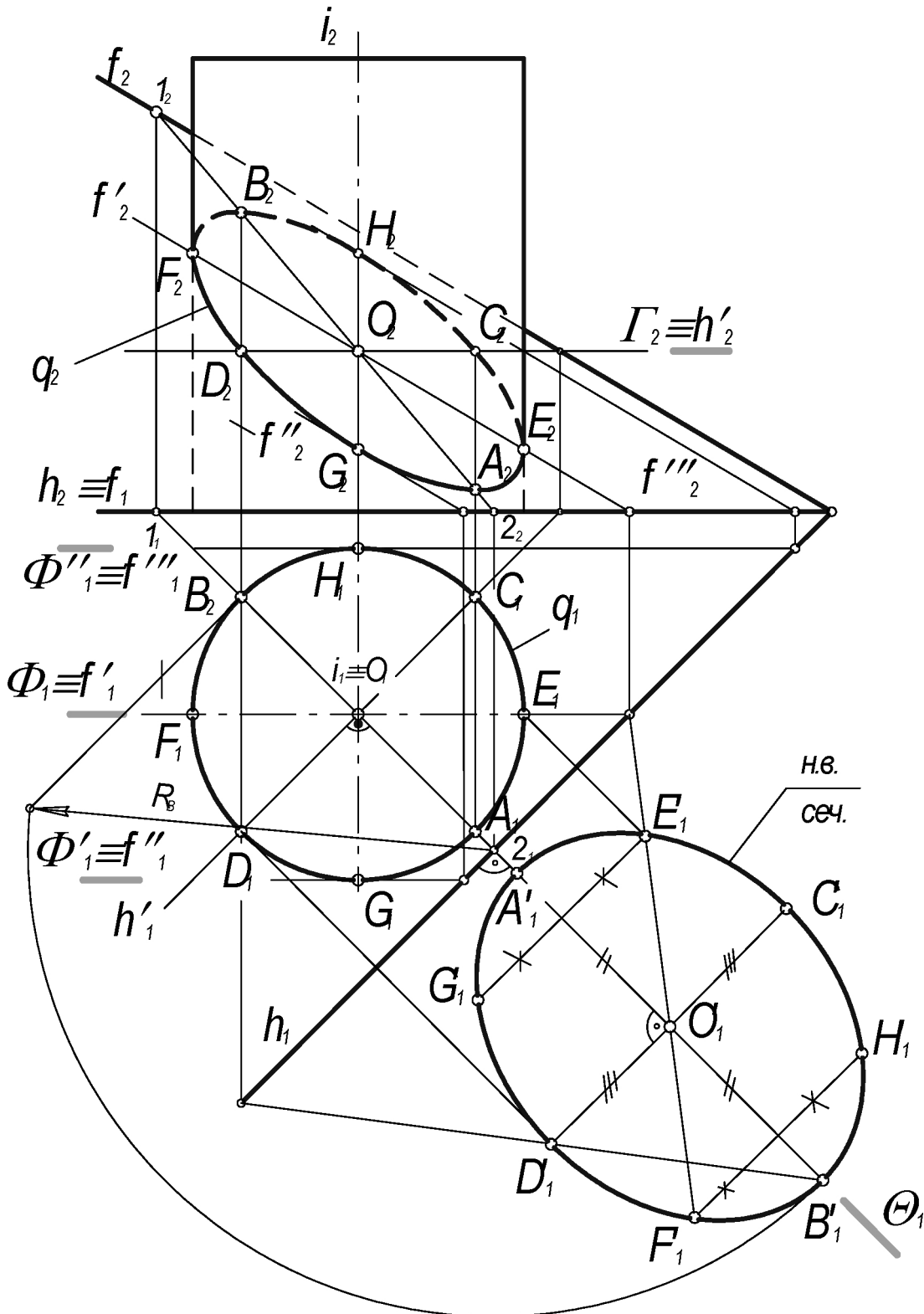
3) **Точки границы видимости** (E, F) сечения на Π_2 лежат на плоскости $\Phi(\Phi_1)$, делящей цилиндр на видимую и невидимую части по отношению к фронтальной плоскости проекций.

$$i \subset \Phi(\Phi_1) \quad // \quad \Pi_2(\Phi_1 // 0x)$$

$$\Phi \cap \Sigma = f' \supset [EF] \quad (f' \cap \Phi_u = EF)$$

4) Ближняя и дальняя точки сечения (H, G) определяются с помощью фронтальных плоскостей уровня Φ' и Φ'' , проходящих касательно к поверхности Φ_u .

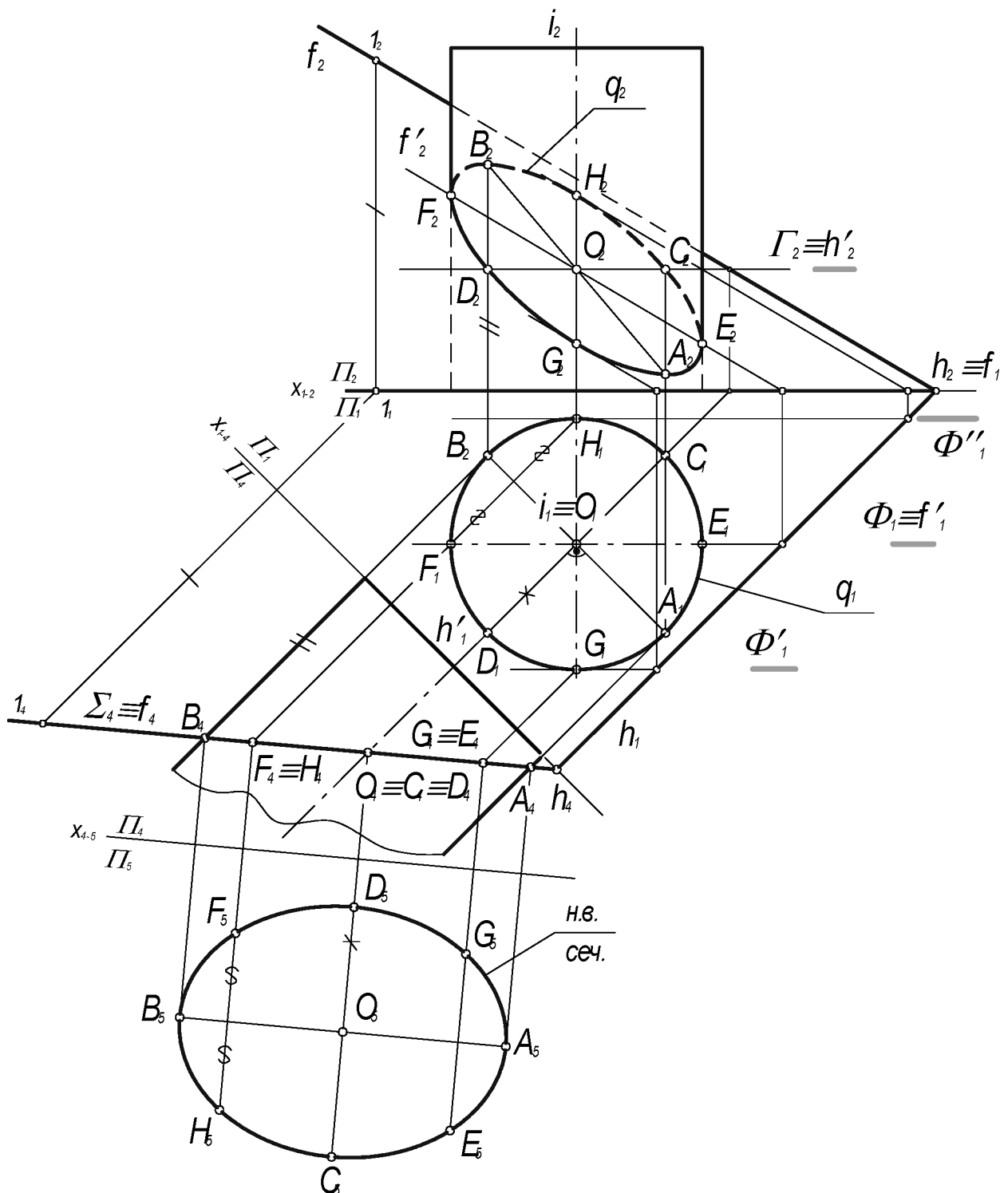
$$\begin{array}{cc} \Phi'(\Phi'_1) // \Pi_2(\Phi'_1 // 0x) & \Phi''(\Phi''_1) // \Pi_2(\Phi''_1 // 0x) \\ \Phi' \cap \Sigma = f'' \ni G & \Phi'' \cap \Sigma = f''' \ni H \end{array}$$



5) **Промежуточные точки** (P , Q) могут быть определены введением дополнительных горизонтальных или фронтальных плоскостей уровня (на чертеже не показаны).

2. **Видимость** (см. Тема 24, задача № 1).

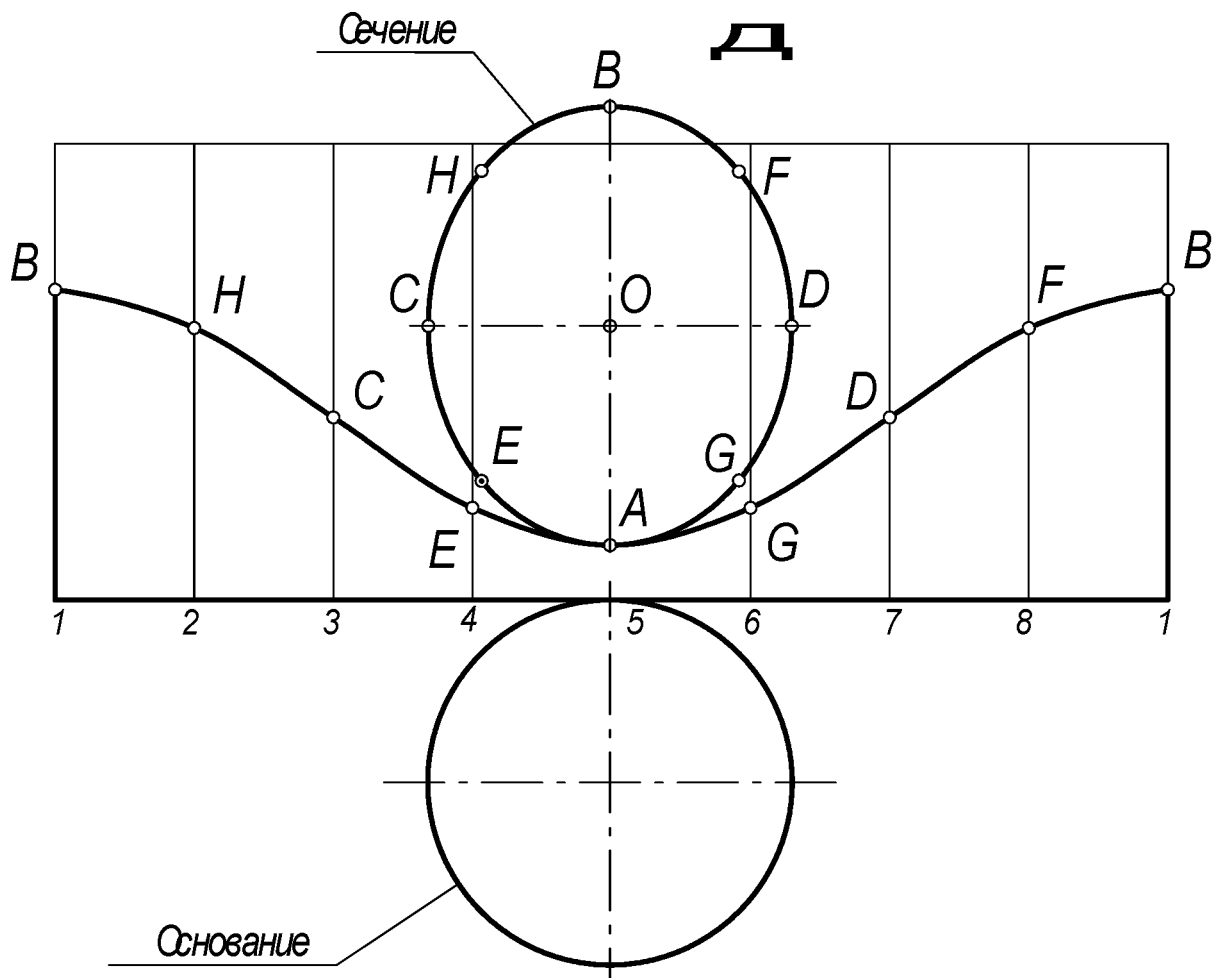
3. **Натуральная величина сечения** находится вращением его вокруг горизонтали h . Вращается точка B , центр вращения – точка 2. Остальные точки находятся путем определения неподвижных точек отрезков, проходящих через точку B и искомую точку.

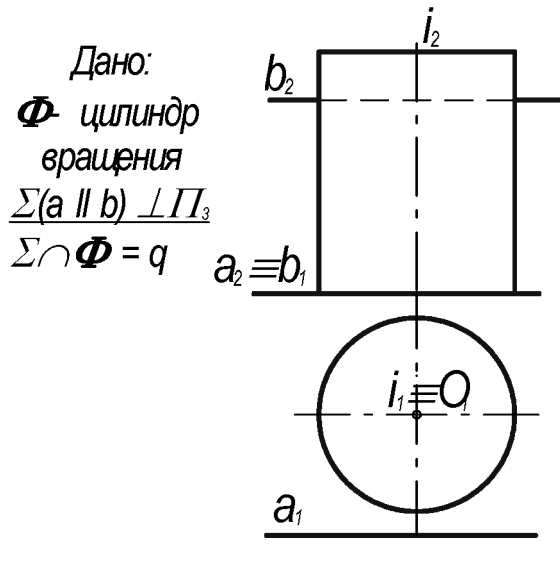


4. **Развертка** боковой поверхности цилиндра представляет собой прямоугольник высотой, равной высоте цилиндра, и длиной $2\pi R$, где R – радиус основания цилиндра. Графическое построение величины $2\pi R$ осуществляется способом малых хорд, при котором окружность основания делится на 8 или 12 частей и полученная длина дуги приравняется хорде. На соответствующих образующих находятся точки линии пересечения.

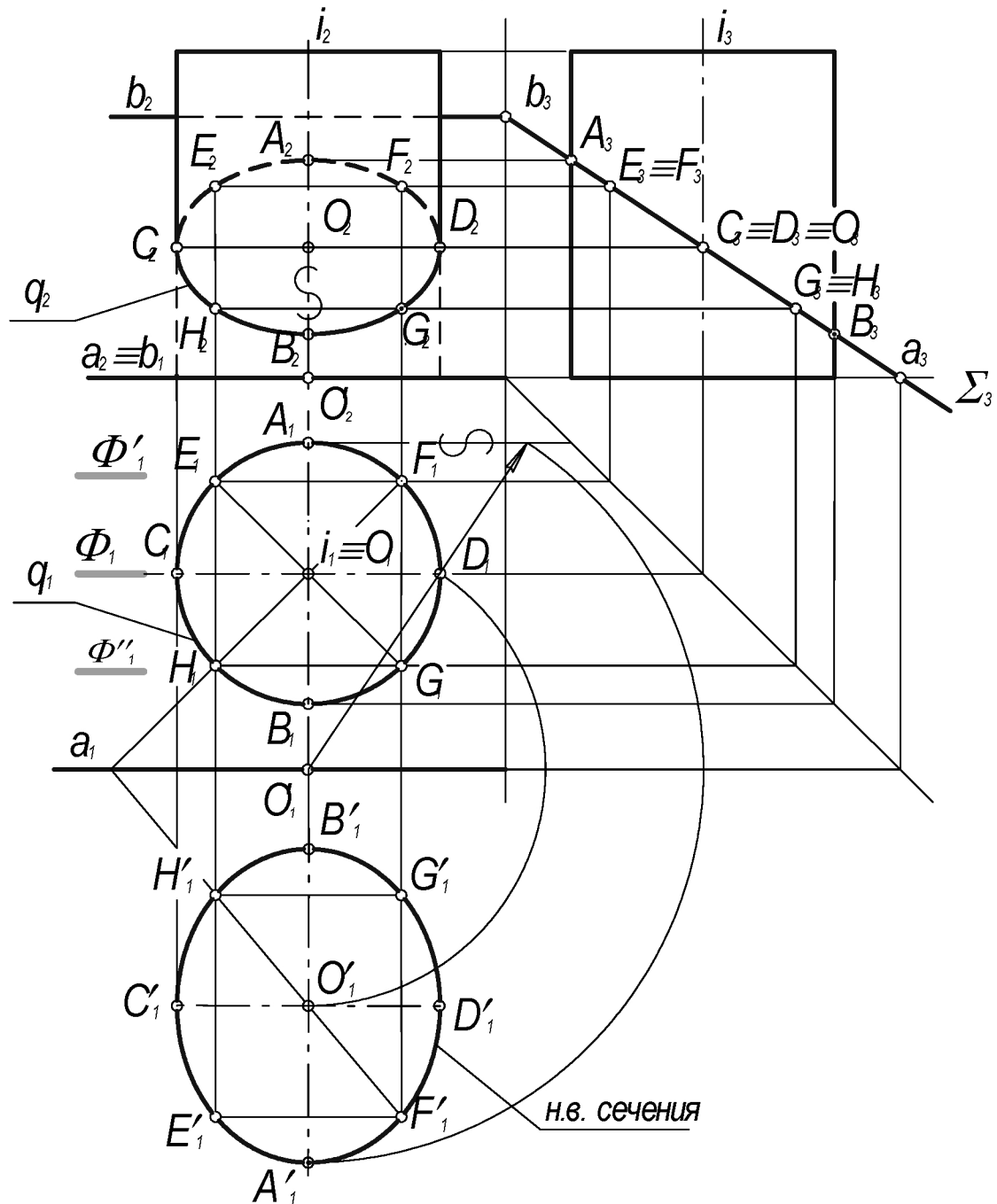
! Разрывать отсеченную боковую поверхность цилиндра необходимо по наиболее короткой или длинной образующей так, чтобы развертка представляла собой симметричную фигуру и была единым целым.

К полученной боковой поверхности в нижней или верхней точке пристраивается сечение, а также основание.



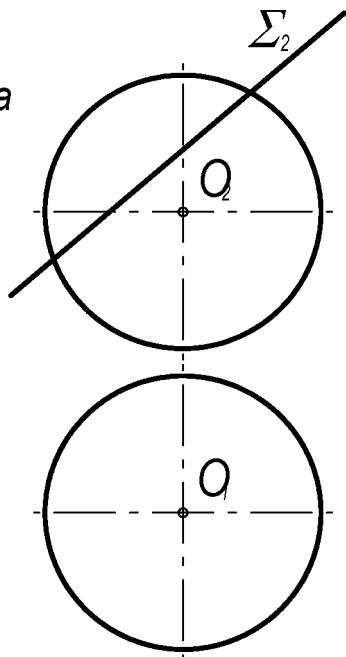


Задача № 5 (дополнительная).
 Построить линию пересечения
 кругового цилиндра плоскостью част-
 ного положения.



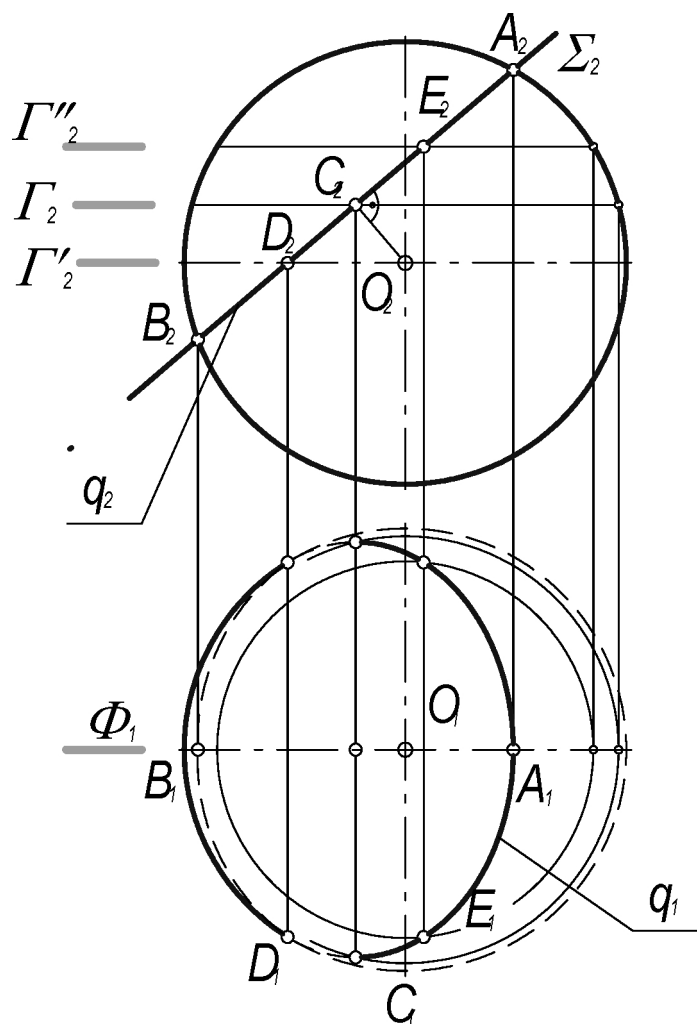
Задача № 6. Построить линию пересечения сферы плоскостью частного положения.

Дано:
 Φ - сфера
 $\Sigma(\Sigma_2) \perp \Pi_2$
 $\Sigma \cap \Phi = q$

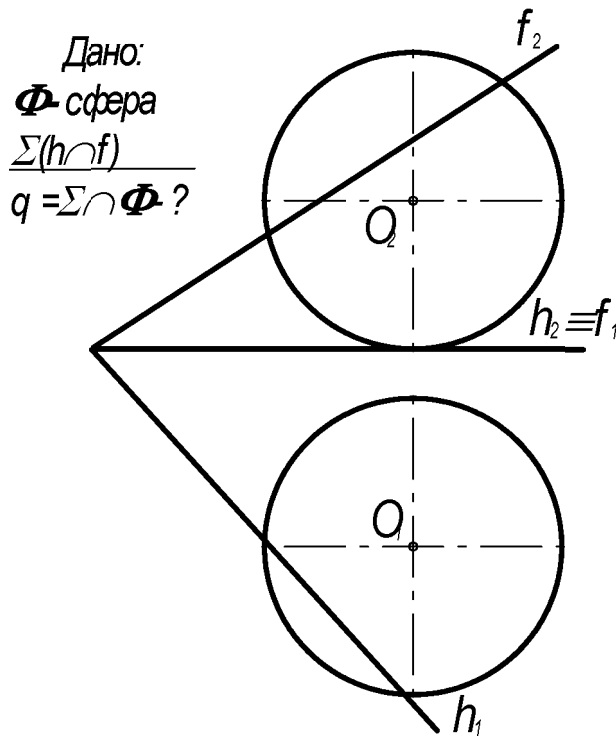


Линия сечения сферы плоскостью — окружность, но на плоскости проекций, в зависимости от положения секущей плоскости, она может проецироваться в виде эллипса или отрезка прямой.

Каждую точку сечения можно получить с помощью дополнительных плоскостей, параллельных плоскостям проекций. Границами выбора таких плоскостей являются высшая и низшая точки сечения. В данной задаче эти точки лежат на пересечении главного меридиана поверхности с фронтально-проецирующей плоскостью $\Sigma(\Sigma_2)$.



Задача № 7 (дополнительная). Построить линию пересечения сферы с плоскостью общего положения.



Линия сечения сферы – окружность, но на фронтальную и горизонтальную плоскости проекций в данной задаче она будет проецироваться в виде эллипса. Высшая и низшая точки сечения A, B (большая ось «эллипса») лежат на линии наибольшего наклона заданной плоскости Σ к горизонтальной плоскости проекций Π_1 и определяются методом замены плоскостей проекций.

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow \frac{\Pi_1}{\Pi_4}, \Pi_4 \perp \Sigma \Rightarrow \Pi_4 \perp h$$

Центр сечения – точка O' находится с помощью перпендикуляра, опущенного из центра сферы на проецирующую плоскость $\Sigma(\Sigma_4)$.

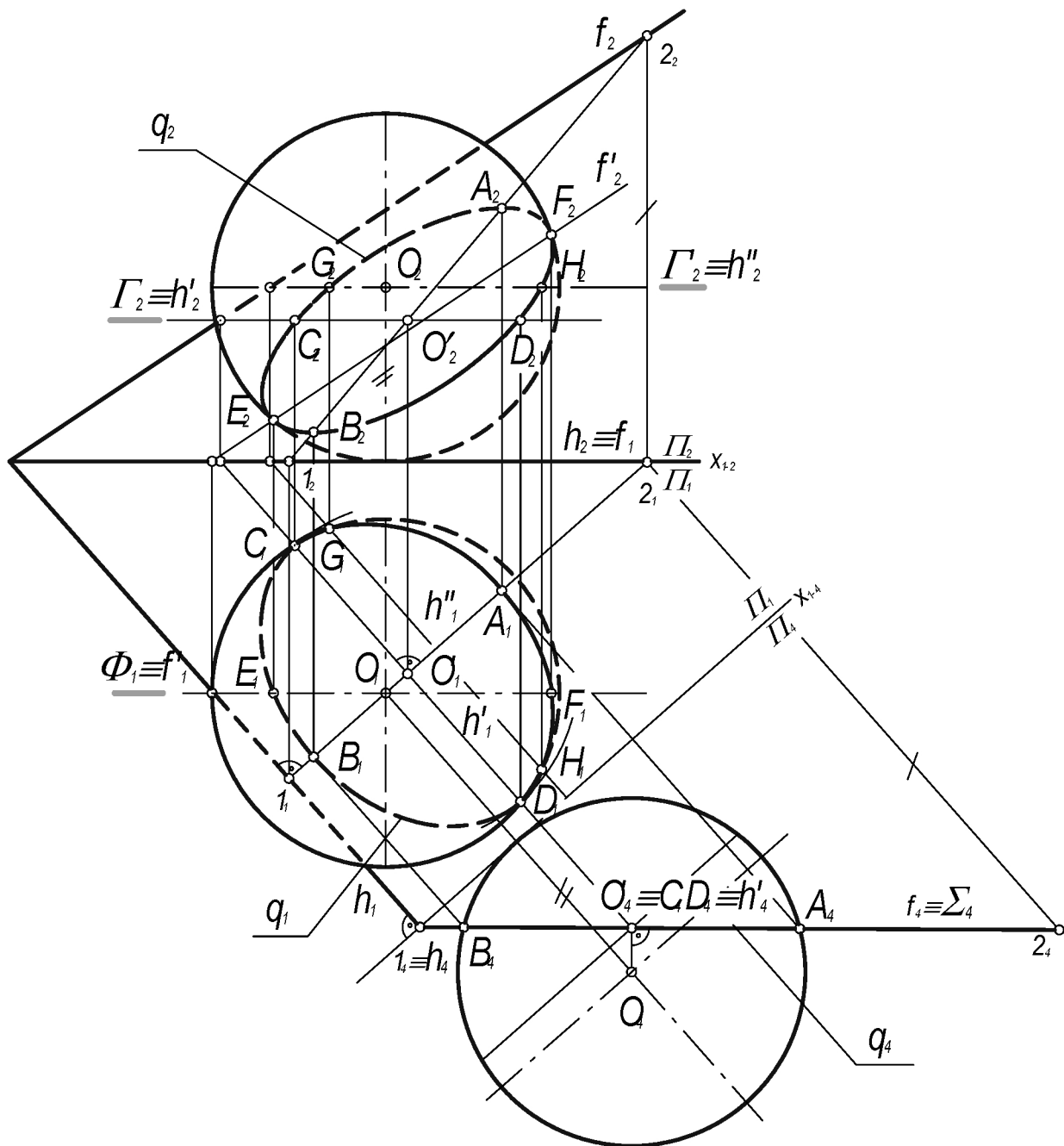
$$\text{Радиус сечения } R = \frac{1}{2} |A_4 B_4| = |AB|.$$

Малая ось «эллипса» располагается перпендикулярно большой и лежит в горизонтальной плоскости $\Gamma(\Gamma_2)$, проходящей через центр сечения.

Точки границы видимости линии сечения на Π_1 (G, H) и на Π_2 (E, F) определяются с помощью плоскостей уровня $\Phi(\Phi_1)$ и $\Gamma'(\Gamma'_2)$, пересекающих заданную плоскость Σ по линиям уровня.

Полученные точки соединяются с учетом видимости, разделив сферу на видимую и невидимую части.

Видимость поверхности определяется с помощью конкурирующих точек или путем логических размышлений.



Лабораторная работа

«Решение задач по теме «Пересечение поверхности плоскостью» с использованием системы Компас 3D»

Цель работы:

Практическое решение задач методом сквозного моделирования.

- Задание:** 1. Рассмотрение возможных форм сечения поверхности вращения плоскостью (на примере сечений тора).
2. Выполнить этор «Пересечение тора фронтальной плоскостью уровня».

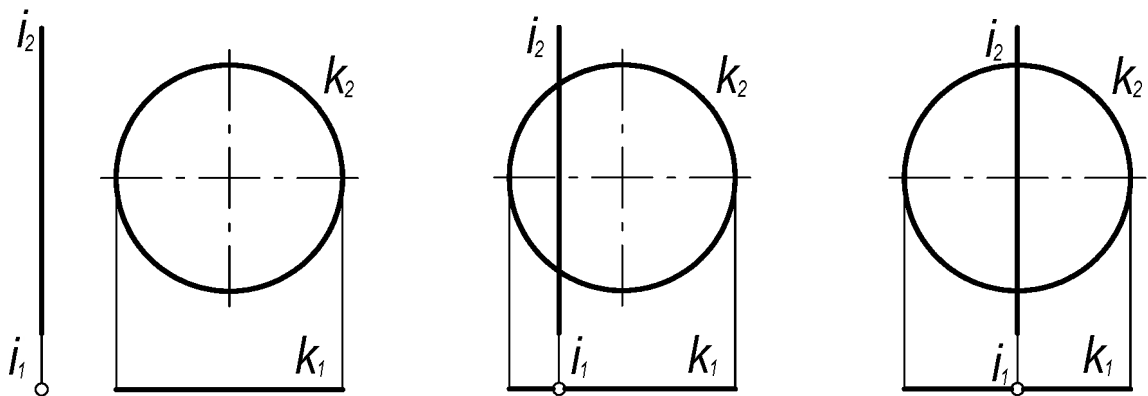
Тор – это поверхность, образованная вращением окружности вокруг оси, лежащей в плоскости окружности.

Открытый тор (кольцо) образуется в случае, когда образующая окружности не пересекается с осью вращения.

Закрытый тор получается, когда вращение проходит вокруг хорды окружности.

Частным случаем тора является **сфера**, образованная вращением окружности вокруг диаметра.

Определители поверхности тора

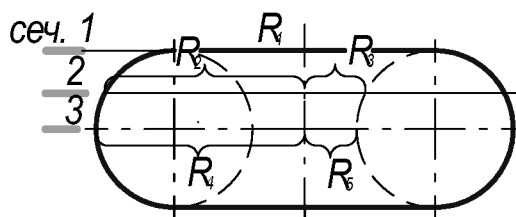


Открытый тор $\Phi(i, k)$

Открытый тор $\Phi(i, k)$

Сфера тор $\Phi(i, k)$

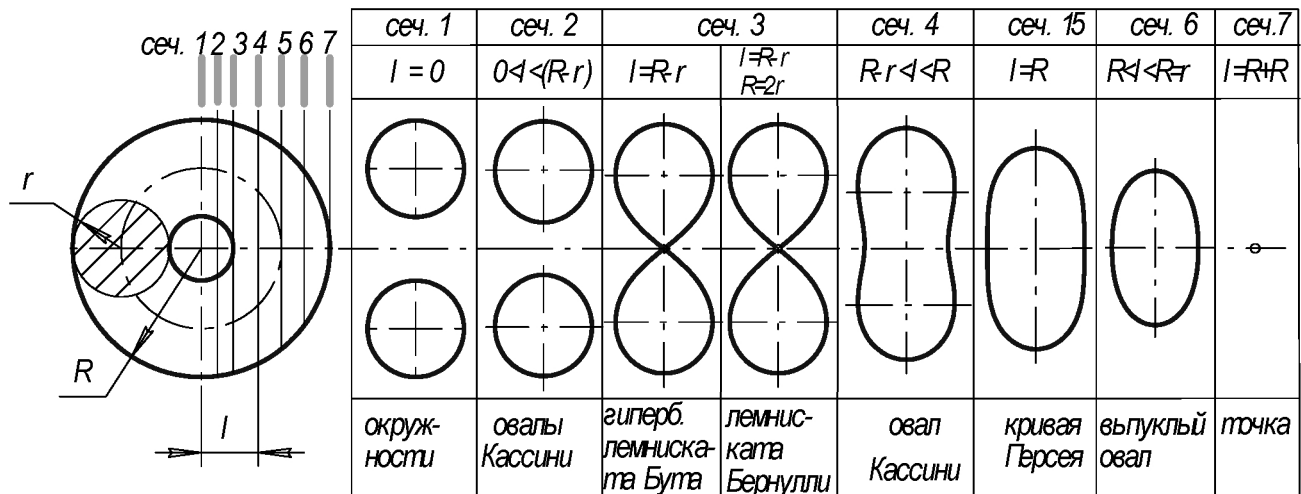
Пересечение тора плоскостями, перпендикулярными оси вращения



№ сечения	Линия пересечения
1	Окружность радиуса $R1$
2	Две окружности радиусом $R2$ и $R3$
3	Две окружности радиусом $R4$ и $R5$

Пересечение тора плоскостями, параллельными оси вращения

При пересечении тора плоскостями, параллельными оси вращения, получаются кривые четвертого порядка, общее название которых – овалы Бернулли.

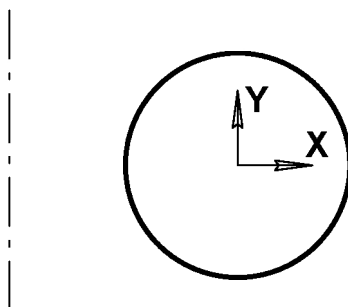


1. Создание нового документа.

- Любым способом запустите систему КОМПАС 3D.
- Создайте новый документ типа **Деталь**, воспользовавшись командой меню **Файл – Создать – Деталь** или пиктограммой **Новая деталь** на Панели управления.
- Запишите только что созданный документ в свою папку с помощью команды **Файл – Сохранить как ...** под именем «Тор».

2. Построение определителя поверхности тора.

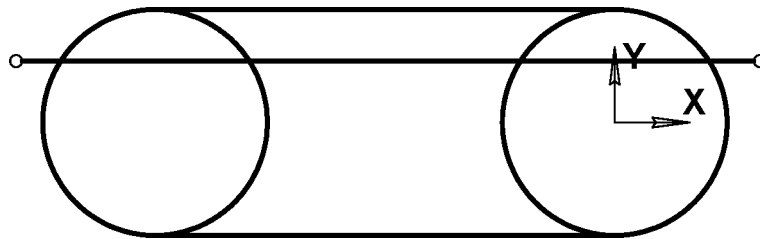
- В **Дереве построений** выберите **Фронтальную плоскость**, а в Строке состояний – «Вид спереди».
- Перейдите для построения определителя в двухмерный графический редактор, выбрав на Панели управления пиктограмму **Новый эскиз** .
- Включите **Геометрическое построение** на Панели инструментов и кнопку **Ввод окружности** .
- Постройте окружность в точке начала координат без отрисовки осей стилем линии «Основная». Эта окружность будет являться образующей тора.



- Щелкните на кнопке **Ввод отрезка** и начертите вертикальный отрезок стилем линии «Осевая» слева от окружности.
- Закройте эскиз с помощью команды **Закончить редактирование** на Панели управления.

3. Построение трехмерной модели тора.

- Для задания объема выберите команду **Операция вращением** . В диалоговом окне «Параметры» нажмите кнопку «Создать» трехмерную модель.
 - Выберите на Панели управления пиктограмму **Полутоновое** , а в строке состояний поочередно ориентацию «Вид сверху», «Изометрия».
 - Перейдите к первоначальному **Каркасному**  отображению модели, «Вид спереди».
 - Запишите полученную модель тора с помощью команды **Файл – Сохранить** и закройте документ **Деталь**.
4. Пересечение тора плоскостью.
- Вызовите из архива, сохраненную ранее модель тора и сохраните ее под именем «Сечение 1».
 - Создайте **Новый эскиз** на Фронтальной плоскости и постройте стилем линии «Основная» след секущей плоскости, проходящей перпендикулярно оси вращения. Начальная и конечная точка этого отрезка должны быть указаны таким образом, чтобы они лежали за пределами контура тора.



- Закройте эскиз и примените к нему операцию **Сечение по эскизу**  в прямом направлении.
 - Сохраните полученную модель сечения тора.
 - Посмотрите изображение сечения тора на плоскостях проекций и в изометрии при различных режимах отображения (**Каркас** , **Невидимые тонкие линии** , **Полутоновая** ).
5. Построение эпюра «Пересечение поверхности тора плоскостью».
- Выполните команду **Файл – Создать заготовку для чертежа**. В списке «Виды» включите флажки, соответствующие видам *Спереди*, *Сверху*, *изометрии*. Система автоматически сформирует выбранные изображения и запишет их в новый файл.
 - Выполните на полученном чертеже вспомогательные построения, необходимые для определения линии сечения методами начертательной геометрии, используя функции двумерного редактора и запишите его под именем «Пересечение тора».
6. Постройте трехмерные модели оставшихся сечений, вызвав модель тора из архива.

Гвар. примен.	НГ.16.515			
Стр. №				
Год. и дата				
Взам. инв. №	Инв. № добул.			
Год. и дата				
Инв. № подл.				

Technical drawing showing the intersection of a torus with a plane. The top view shows a rectangle with rounded ends, with points 1_2 and 2_2 marked. The front view shows concentric circles with points 1_1 and 2_1 marked. A coordinate system (x', y', z') is shown at the bottom right.

НГ.16.515			
Изм.	Лист	№ докум.	Год. и дата
Разраб.	Захарова А.	Год.	Дата
Пров.	Савченко НВ	Год.	Дата
Т.контр.	Год.	Дата	Дата
И.контр.	Савченко НВ	Год.	Дата
Утв.	Год.	Дата	Дата

Пересечение тора
плоскостью

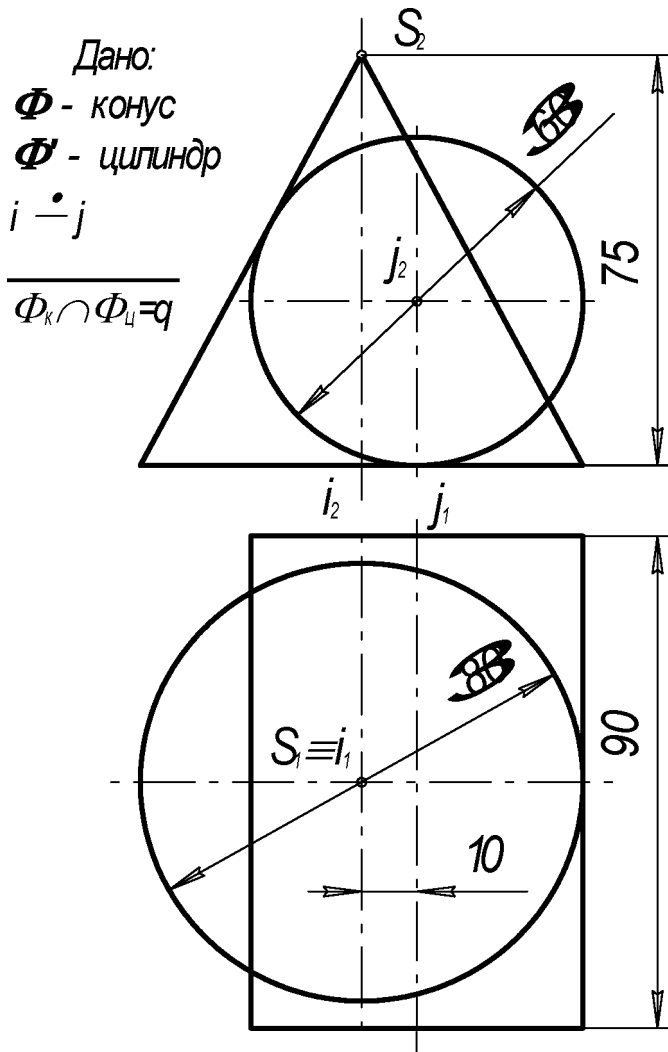
Лист	Масса	Масштаб
1	-	-
Листов		

СТАУ, гр. 1115

Тема 26. Пересечение поверхностей

26.1. Метод секущих плоскостей

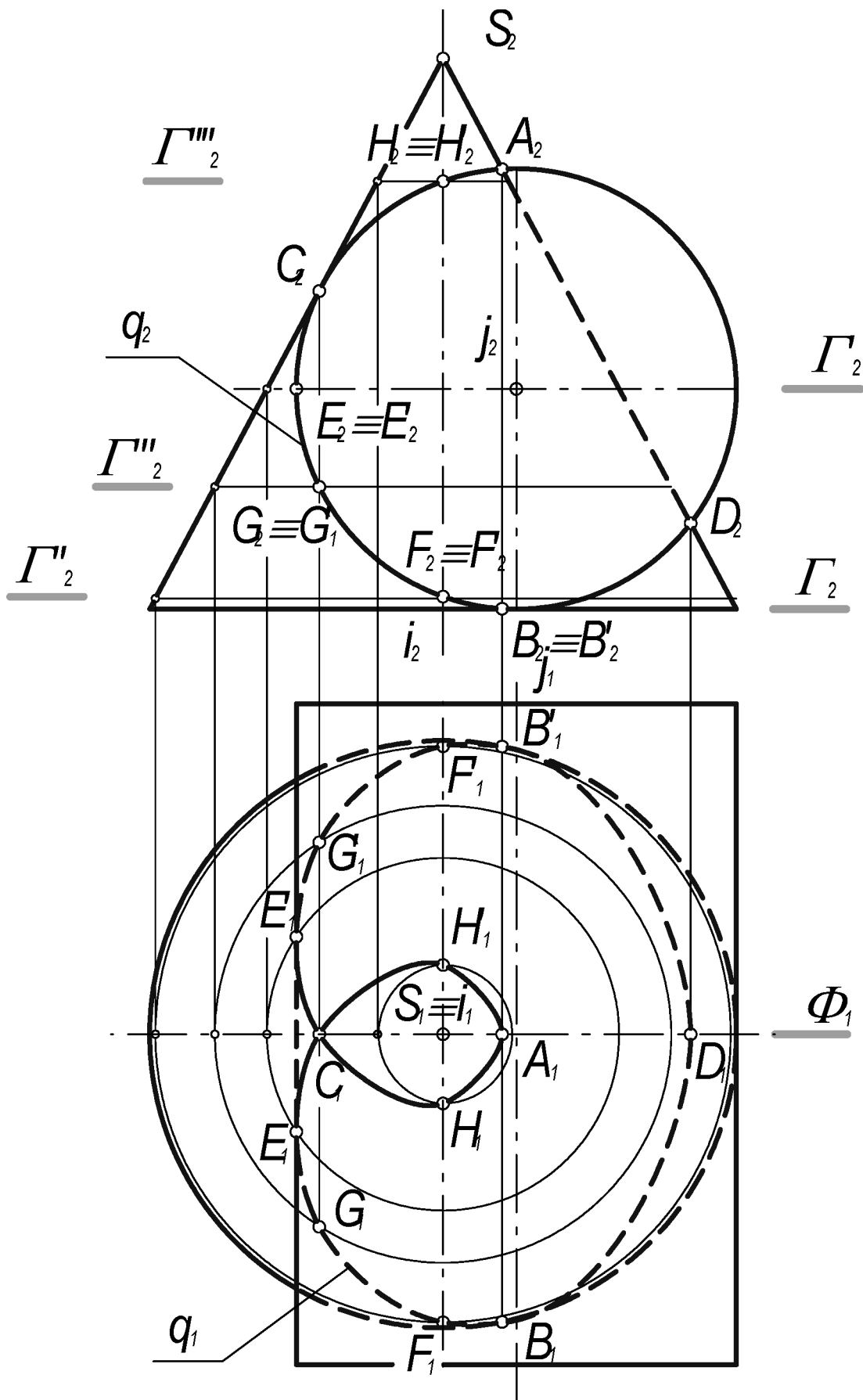
Задача № 1. Построить линию пересечения цилиндра и конуса.



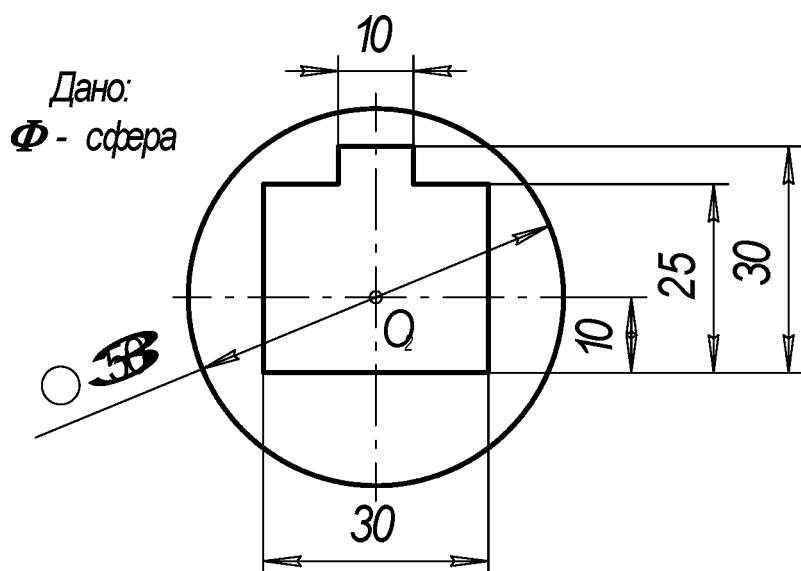
Результатом пересечения двух поверхностей вращения (конуса и цилиндра) будет пространственная кривая линия. Т.к. заданный цилиндр – проецирующий на фронтальную плоскость проекций Π_2 , фронтальная проекция линии сечения будет проецироваться на очерк цилиндра в виде дуги окружности. Горизонтальные проекции точек линии пересечения определяются исходя из принадлежности их поверхности конуса с помощью дополнительных секущих плоскостей (горизонтальных плоскостей уровня), пересекающих конус по параллелям.

Необходимо определить следующие характерные точки линии сечения:

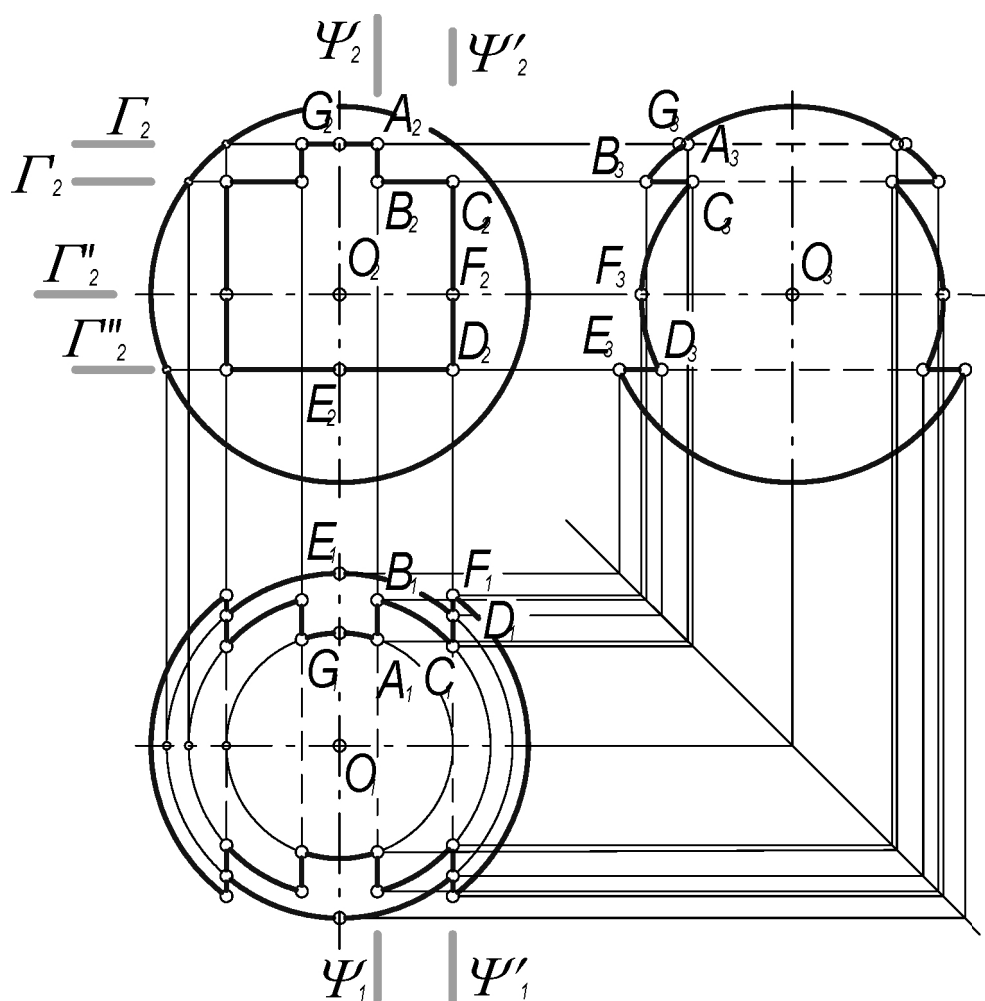
- 1) Точки, расположенные на низшей образующей цилиндра (B, B'), определяются с помощью горизонтальной плоскости, проходящей через основание конуса $\Gamma(\Gamma_2)$.
- 2) Точки, лежащие на очерковых образующих конуса (A, C, D), определяются с помощью фронтальной плоскости $\Phi(\Phi_1)$, проходящей через его ось симметрии.
- 3) Точки границы видимости, лежащие на горизонтальных очерковых образующих цилиндра (E, E') определяются, с помощью горизонтальной плоскости $\Gamma(\Gamma'_1)$, проходящей через его ось симметрии.
- 4) Точки, лежащие на ближайшей и наиболее удаленной образующей конуса, определяются с помощью плоскостей Γ'' и Γ''' .



Задача № 2 (дополнительная). Построить горизонтальную и фронтальную проекции шара с вырезом.



Вырез строится с помощью плоскостей уровня, пересекающих шар по параллелям.



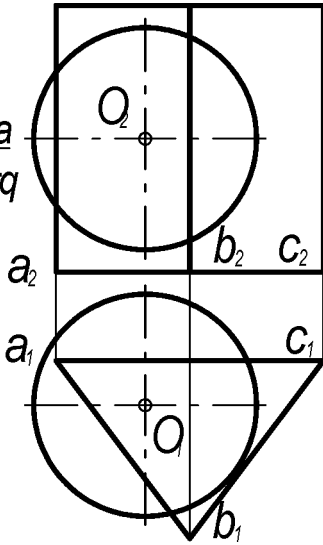
Задача № 3 (дополнительная). Построить линию пересечения сферы с трехгранной призмой.

Дано:

Φ - сфера

Φ' - призма

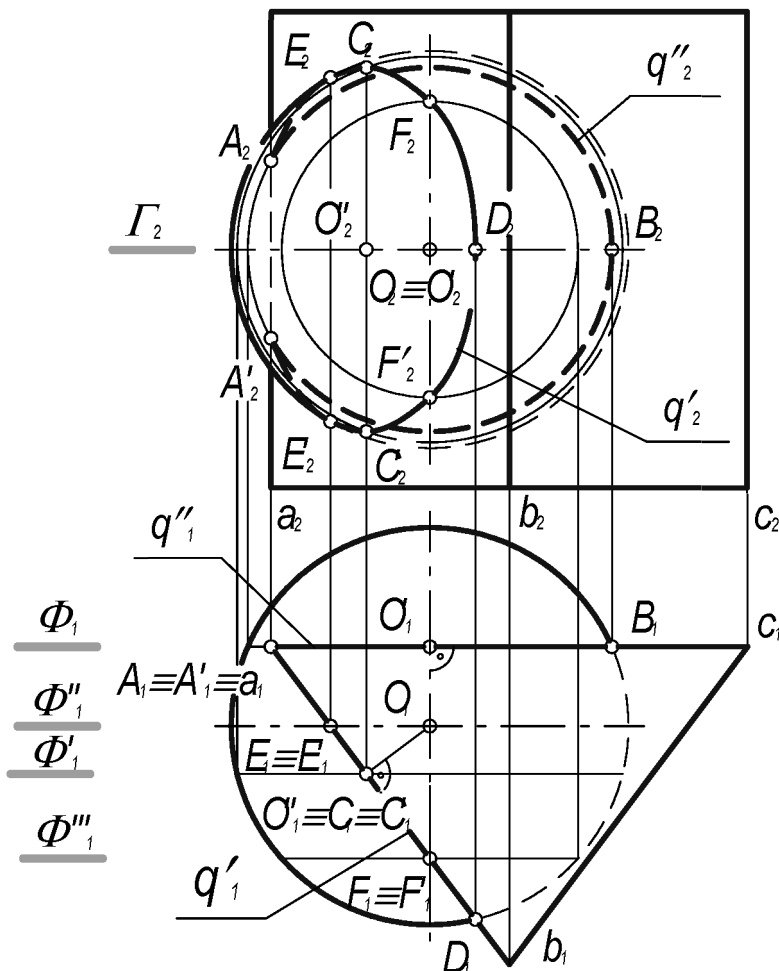
$\Phi_{\text{сф.}} \cap \Phi'_{\text{пр.}} = q$



При пересечении поверхности вращения с многогранником задача сводится к нахождению ряда плоских кривых которые являются линиями пересечения отдельных граней и ребер многогранника с кривой поверхностью.

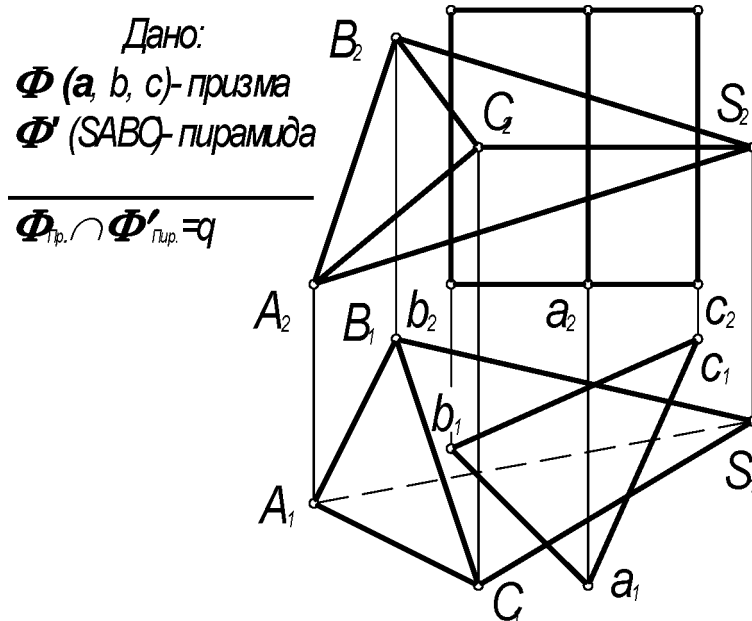
Сечением сферы с призмой будет линия, распадаящаяся на две дуги окружности. Центрами этих дуг будут точки оснований перпендикуляров, проведенных из центра сферы к граням призмы. Так как заданная призма проецирующая на Π_1 , горизонтальная проекция линии пересечения

будет проецироваться в виде отрезков на горизонтальный очерк призмы. Фронтальные проекции верхней и нижней точек сечения сферы с гранью ab находятся с помощью фронтальной плоскости $\Phi'(\Phi'_1)$, проходящей через центр дуги O'' .



Точки границы видимости E и E' определяются с помощью фронтальной плоскости $\Phi''(\Phi''_1)$, проходящей через главный меридиан сферы. Дуга, полученная в результате пересечения сферы с гранью ac , будет проецироваться на фронтальную плоскость проекций без искажения.

Задача № 4 (дополнительная). Построить линии пересечения призмы с пирамидой.

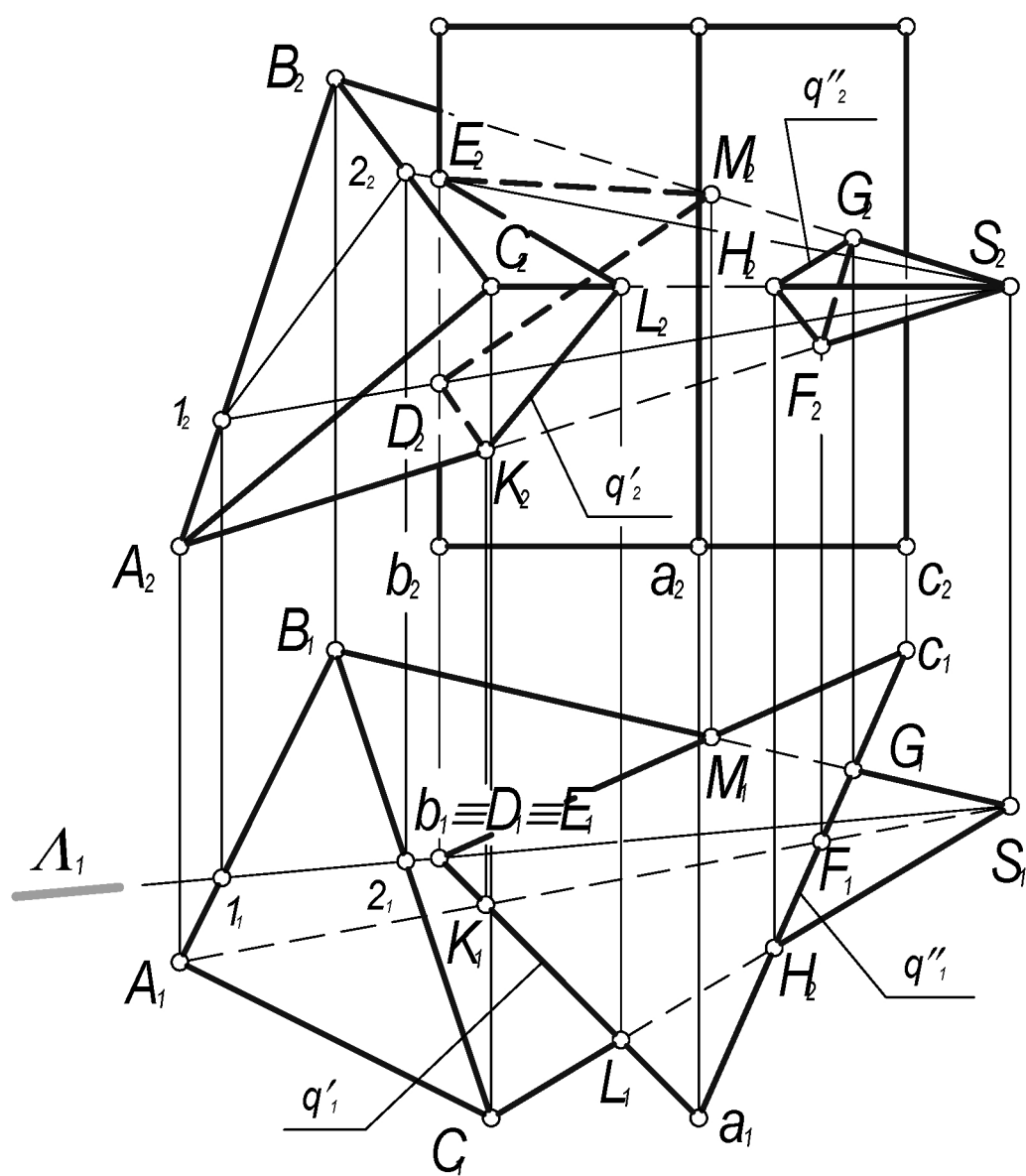


В результате пересечения заданных многогранников получаются две ломаные линии, одна из которых пространственная.

Эти линии соединяют соответствующие точки пересечения ребер одного многогранника с гранями другого. Искомые точки сечения можно получить, решая задачу на пересечение прямой (ребра) с плоскостью (гранью).

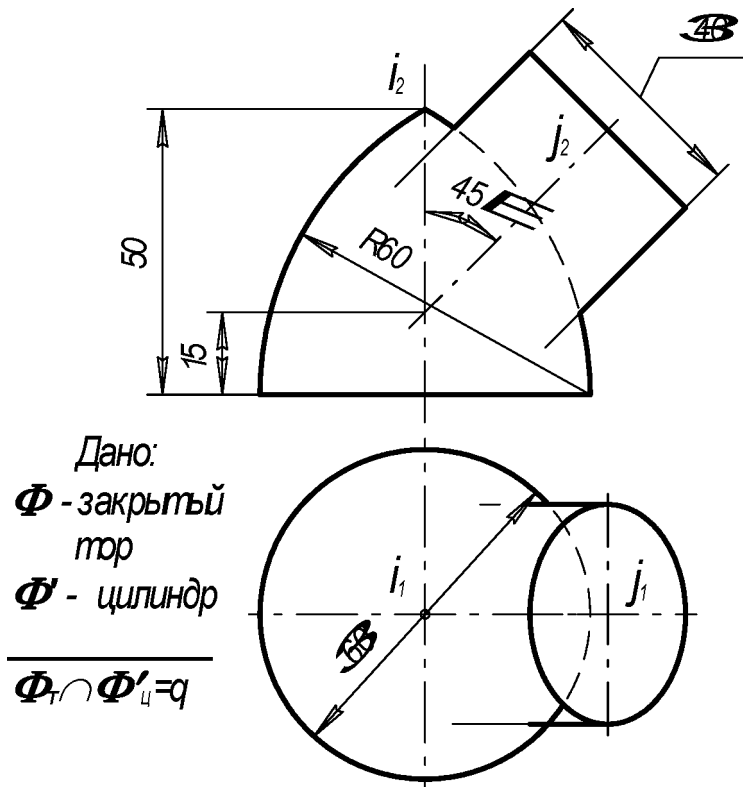
$$\begin{aligned} SA \cap ab &= K, SA \cap ac = F \\ SB \cap ac &= G, SB \cap bc = M \\ SC \cap ab &= L, SC \cap ac = H \\ b \cap SAB &= D, E \\ \Phi_{\text{пр.}} \cap \Phi'_{\text{пир.}} &= q(q', q'') \end{aligned}$$

Для определения видимости линии сечения строится диаграмма, на которой схематично в произвольных размерах изображаются грани призмы и пирамиды. Знаками "+" и "-" отмечается видимость граней многогранников. На соответствующих гранях и ребрах наносятся точки сечения и соединяют их с учетом видимости. Видимыми считаются те звенья линии пересечения, которые лежат на видимых гранях обоих многогранников.



	+	-	+	Π_2
SA	K		F	+
SC	L		H	+
SB	E	M	G	-
SA	K	D	F	
	a	b	c	a

26.2. Метод концентрических сфер

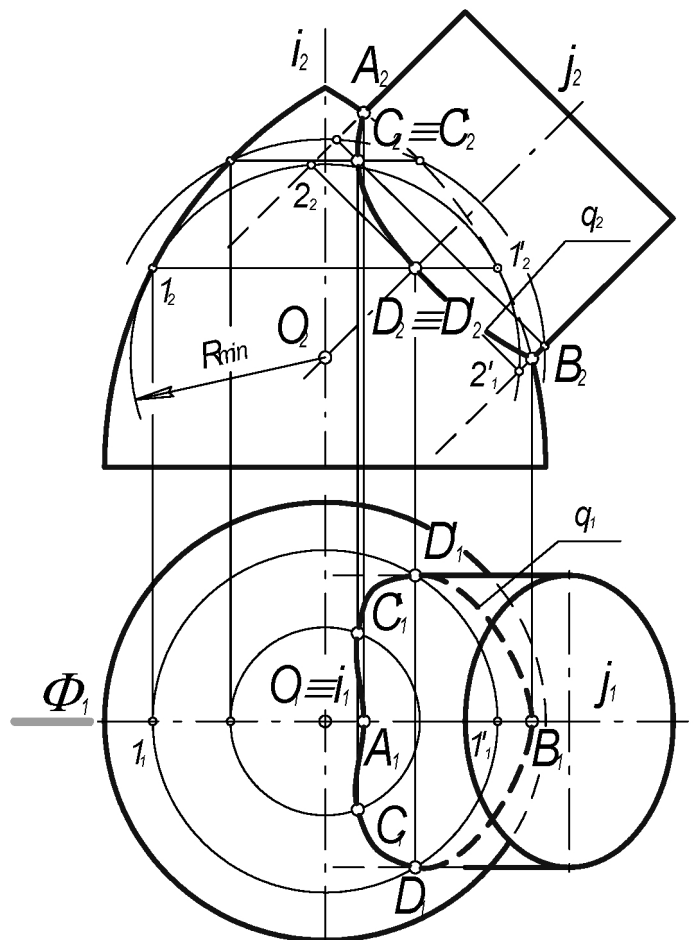


Высшая и низшая точки сечения A и B определяются с помощью плоскости $\Phi(\Phi_1)$, проходящей через плоскость симметрии поверхностей.

Первая сфера с радиусом R_{min} проводится так, чтобы она касалась поверхности тора. И пересекала поверхность цилиндра. Эта сфера соосна с заданными поверхностями, поэтому пересекает их по окружностям, которые проецируются на Π_2 в виде отрезков. В пересечении этих окружностей находятся точки C и C' . Горизонтальные проекции точек определяются, исходя из принадлежности их поверхности тора, т.к. линия пересечения этой поверхности проецируется на Π_1 без искажения. Другие точки получают аналогично.

Задача №5 (дополнительная).
 Построить линию пересечения закрытого тора с цилиндром вращения.

На чертеже заданы две поверхности вращения, оси которых пересекаются в точке O , имеющие общую плоскость симметрии, параллельную фронтальной плоскости проекций Π_2 . Следовательно, задачу можно решать с помощью дополнительных секущих сфер, центр которых находится в точке пересечения осей.



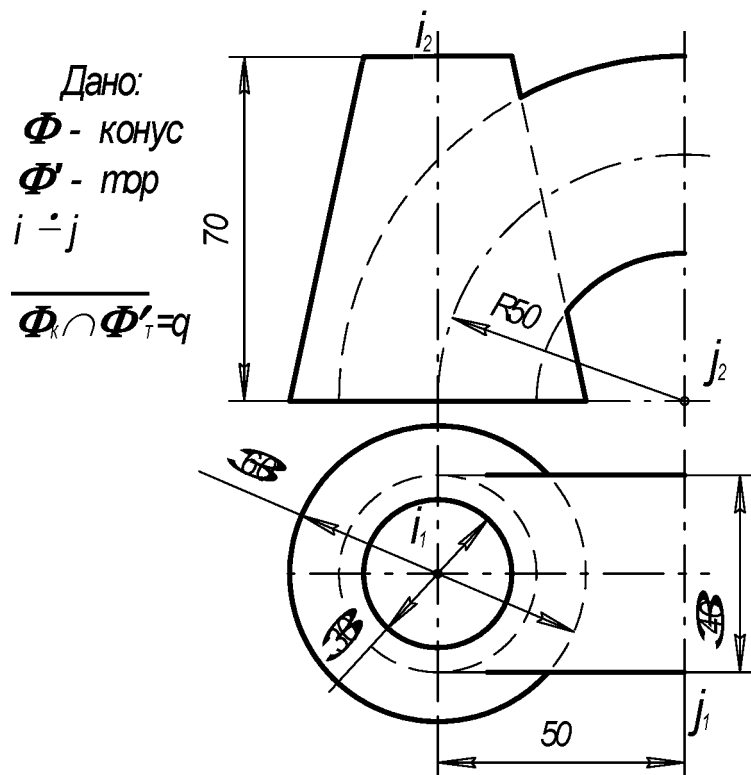
26.3. Метод эксцентрических сфер

Метод секущих эксцентрических сфер может быть применен при соблюдении следующих условий:

- 1) Одна из пересекающихся поверхностей циклическая, вторая – поверхность вращения.
- 2) Поверхности должны иметь общую плоскость симметрии, параллельную одной из плоскостей проекций.

Сущность метода заключается в следующем: подбирается сфера, пересекающая обе заданные поверхности по окружностям. Точки пересечения этих окружностей будут являться искомыми точками линии сечения.

Задача № 6. Построить линию пересечения усеченного конуса с открытым тором.



Заданные поверхности располагаются так, что их оси $i \perp \Pi_1$, $j \perp \Pi_2$, а фронтальная плоскость $\Phi(\Phi_1)$ является плоскостью симметрии. С помощью этой плоскости находятся высшая и низшая точки сечения.

$$\Phi \cap \Phi_K = f$$

$$\Phi \cap \Phi'_T = f'$$

$$f \cap f' = A, B$$

Для построения промежуточных точек необходимо через ось тора провести фронтально-проецирующую плоскость, пересекающую тор по окружности $l-l'$.

$$j \subset \Lambda(\Lambda_2) \perp \Pi_2$$

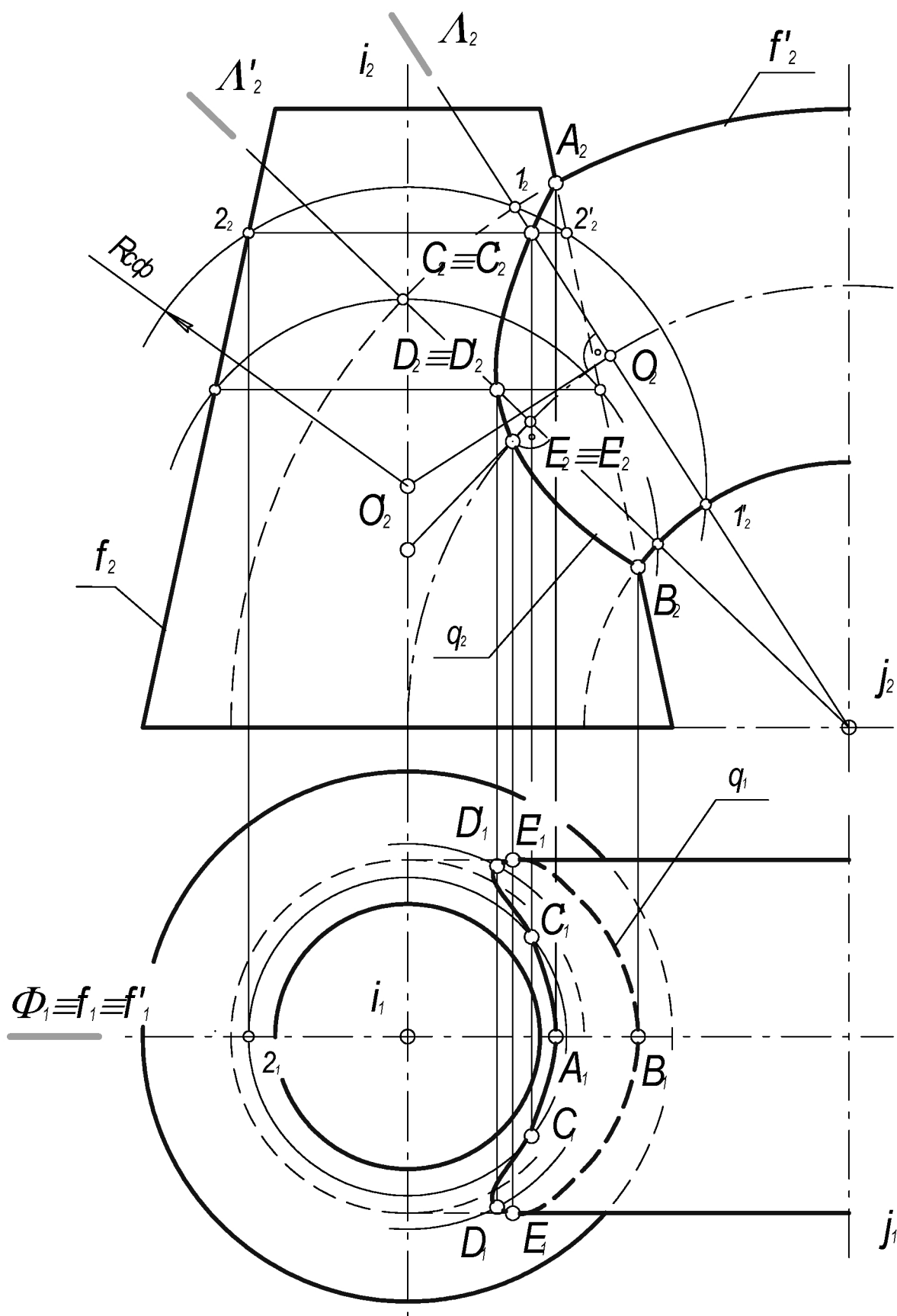
$$\Lambda \cap \Phi'_T = l-l'$$

O – центр сечения тора, из которого строится перпендикуляр к плоскости Λ . На пересечении этого перпендикуляра с осью конуса i находится центр первой секущей сферы. Радиус сферы подбирается таким образом, чтобы она пересекала тор по окружности $l-l'$.

$$R_{сф.} = /l, O/$$

Полученная сфера пересекает конус по параллели $2-2'$. На пересечении двух окружностей находятся искомые точки C и C' .

Остальные точки находятся аналогично.



Лабораторная работа

«Решение задач по теме «Пересечение поверхностей» с использованием системы AutoCAD»

Цель работы:

Практическое решение задач методом моделирования в системе AutoCAD.

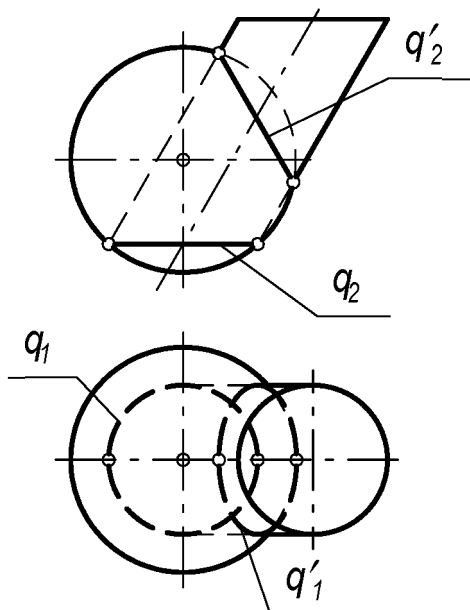
Задание: *Рассмотреть особые случаи пересечения поверхностей второго порядка.*

Поверхность второго порядка – множество точек пространства, декартовы координаты которых соответствуют алгебраическому уравнению второй степени.

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + eyz + fxz + gx + hy + jz + k = 0$$

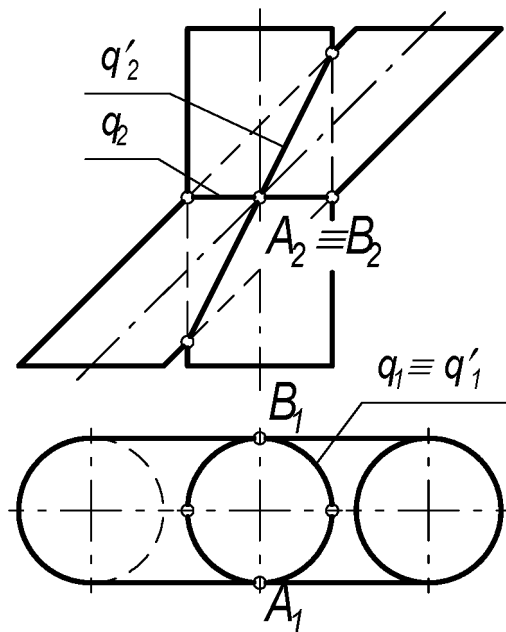
Из аналитической геометрии известно, что порядок линии пересечения поверхностей равен произведению порядков поверхностей. Поэтому в общем случае две поверхности второго порядка (квадрики) пересекаются по пространственной линии четвертого порядка (биквадратной кривой), которая иногда распадается на несколько линий.

В некоторых частных случаях линия пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка. Условия, при которых это возможно, определены в следующих теоремах. Зная их, можно быстрее и точнее построить линию пересечения поверхностей.



Теорема 1. Если две квадрики пересекаются по одной плоской кривой, то существует и другая плоская кривая, по которой они пересекаются.

Например, линия пересечения сферы и эллиптического цилиндра с круговым основанием распадается на две коники – окружности (q, q').

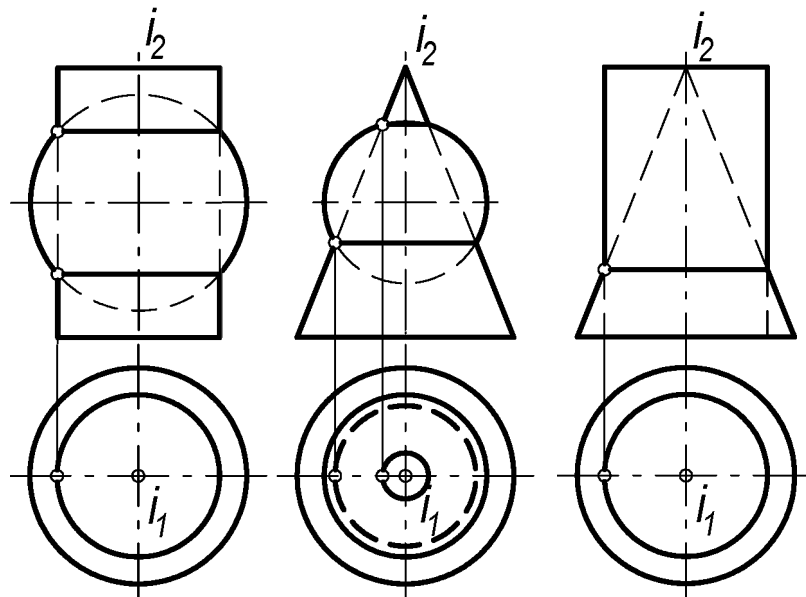


Теорема 2. Если две квадрики имеют касание в двух точках, то линия их пересечения распадается на две коники, плоскости которых проходят через отрезок прямой, соединяющей эти точки.

Поверхности прямого кругового цилиндра и эллиптического цилиндра с круговым основанием имеют две общие точки касания (A, B). Следовательно, по Т2 они пересекаются по двум коникам – окружности (q) и эллипсу (q'), плоскости которых пересекаются по прямой AB .

Теорема 3. Две соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям-параллелям, число которых равно числу точек пересечения главных полумеридианов поверхностей.

Соосными называются поверхности, имеющие общую ось вращения.



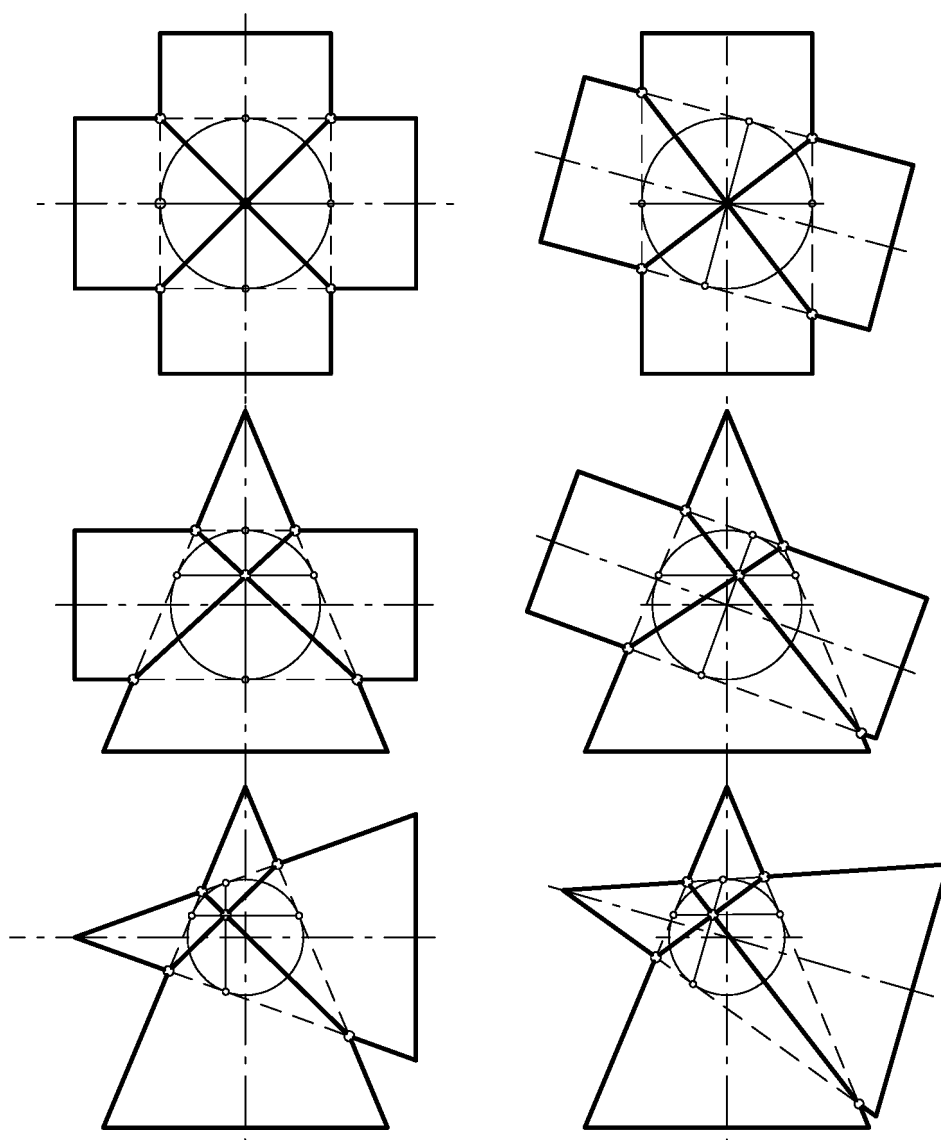
Так как плоскость сечения перпендикулярна оси вращения i , линия сечения (окружность) проецируется:

- в окружность на плоскость, перпендикулярную оси i ;
- в отрезок прямой – на плоскость, параллельную оси i ;

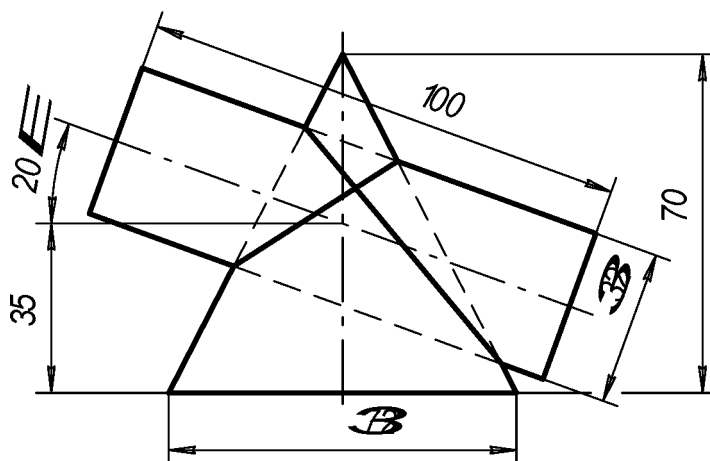
- в эллипс – на любую другую плоскость.

Эти особенности соосных поверхностей вращения позволяют использовать их, в частности сферу, в качестве посредников при построении линии пересечения поверхностей вращения. Любая поверхность вращения, ось которой проходит через центр сферы, соосна с ней и, следовательно, пересекает ее по окружности.

Теорема 4 (Теорема Монжа): Если две поверхности второго порядка (квадрики) описаны вокруг третьей квадрики, то они пересекаются по двум плоским кривым второго порядка (коникам).



В соответствии с этой теоремой, линии пересечения поверхностей, описанных около сферы, будут плоскими кривыми – эллипсами. Убедитесь в этом, смоделировав линию пересечения конуса и цилиндра.



1. Создание видовых экранов:

- Выполните команду меню **View (Вид) – Viewports (Видовые экраны) – New Viewports (Новые ВЭ)** и в открывшемся диалоговом окне перейдите на вкладку «New Viewports».
- В поле «Standard Viewports (Стандартные конфигурации)» выделите строку *Four: Equal (Четыре: равномерно)*, в списке «Apply to: (Применить к:)» выберите *Display (Экран)*, а в списке «Setup (Режим)» - *3D*.
- В области «Preview (Образец)» щелчком выделите поочередно четыре ВЭ, присваивая им имя из списка «Change view to (Сменить вид на)» - «*Front*», «*Top*», «*Left*», «*SE Isometric*».
- Присвойте новой конфигурации видов имя «*4VP*», набрав его в поле «New Name (Новое имя)», и закройте диалоговое окно клавишей «ОК».

2. Построение конуса:

- Для получения более наглядного изображения в Командной строке наберите название переменной **Isolines** и выберите ее значение, равное 8 ↵.
- Активизируйте экран вида сверху, щелкнув на нем левой клавишей мыши.

- Выберите команду построения конуса  на Панели инструментов **Тела**:

Specify center point for base of cone or [Elliptical] <0, 0, 0>:

Задайте центр основания конуса или [Эллиптический]: 0, 0, 0 ↵

Specify radius for base of cone or [Diameter]:

Задайте радиус основания конуса или [Диаметр]: 36 ↵

Specify height of cone or [Apex]:

Задайте высоту конуса или [Вершину]: 70 ↵

3. Построение цилиндра:

- Активизируйте экран вида слева.
- Выберите команду построения цилиндра :

Specify center point for base of cylinder or [Elliptical] <0, 0, 0>:

Задайте центр основания цилиндра или [Эллиптический]: 0, 35, -50 ↵

Specify radius for base of cylinder or [Diameter]:

Задайте радиус основания цилиндра или [Диаметр]: 16 ↵

Specify height of cylinder or [Apex]:

Задайте высоту цилиндра или [Вершину]: 100 ↵

4. Редактирование изображений:

- Активизируйте экран вида спереди.
- Выберите команду Вращение  на Панели редактирования.

Select objects:

Укажите объект: укажите цилиндр ↵

Specify base point:

Укажите точку поворота: 0, 35, 0 ↵

Specify rotation angle or [Reference]:

Укажите угол поворота или [Относительно]: -20 ↵

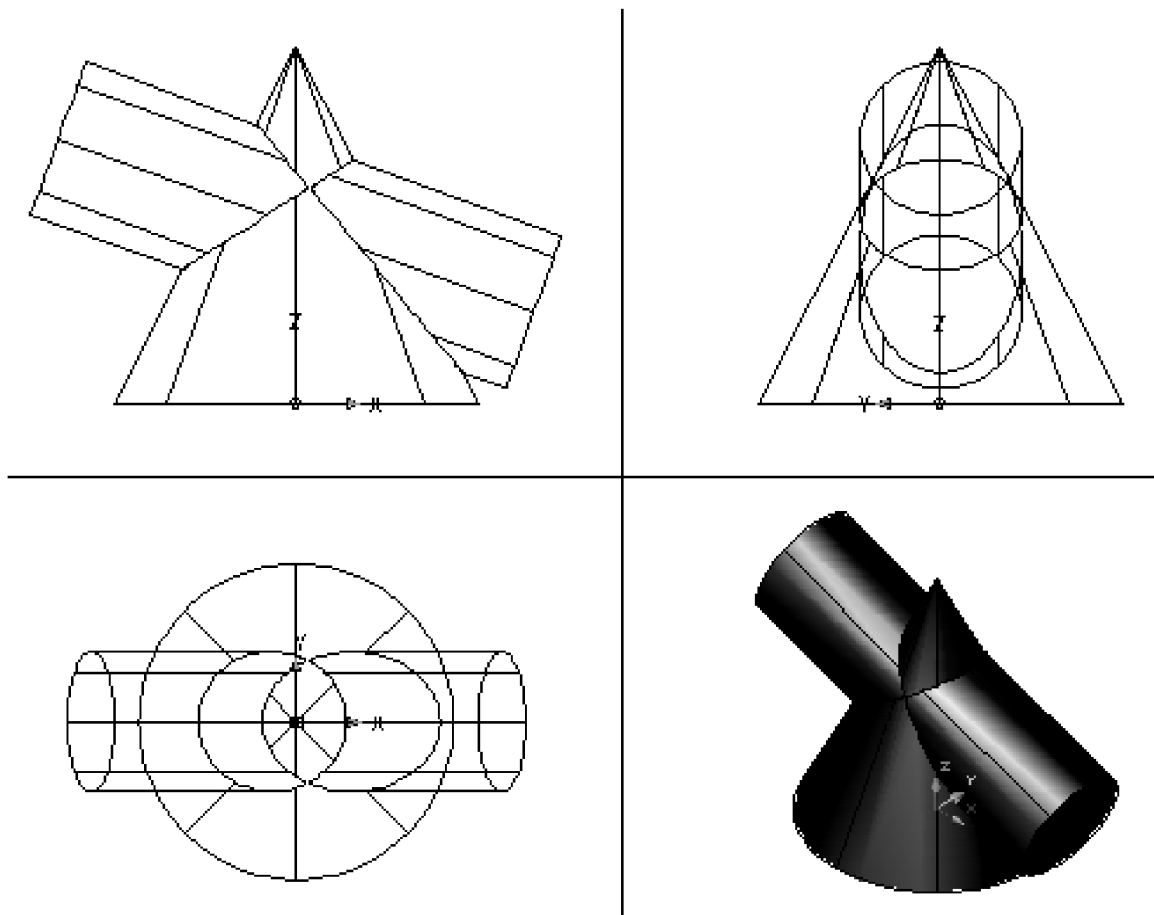
- Установите на экране мировую систему координат.

5. Построение линии пересечения:

- Выберите команду Союз .

Select objects:

Укажите объект: выделите рамкой конус и цилиндр ↵



27. Аксонометрия

Какие проекции называются аксонометрическими?

Аксонометрическими называются проекции, полученные в результате параллельного проецирования геометрического объекта вместе с осями координат x , y , z на некоторую плоскость, называемую плоскостью аксонометрических проекций или картинной плоскостью.

Как производится переход от ортогональных координат к аксонометрическим?

При переходе от ортогональных координат к аксонометрическим происходит искажение отрезков, параллельных осям проекций. Мерой его являются коэффициенты искажения – отношение аксонометрической длины отрезка к его истинной величине.

Какие виды аксонометрических проекций вы знаете?

В зависимости от направления проецирования аксонометрические проекции делятся на следующие виды:

- прямоугольные (направление проецирования перпендикулярно картинной плоскости);
- косоугольные (направление проецирования не перпендикулярно картинной плоскости).

В зависимости от соотношений коэффициентов искажения аксонометрические проекции делятся на:

- изометрию (коэффициенты искажения по аксонометрическим осям равны);
- диметрию (коэффициенты искажения равны по двум аксонометрическим осям);
- триметрию (коэффициенты искажения различны).

Чему равны теоретические коэффициенты искажения в прямоугольной изометрии и диметрии?

$$K_x = K_y = K_z \approx 0,82 \text{ - прямоугольная изометрия}$$

$$K_x = K_z \approx 0,94, \quad K_y \approx 0,47 \text{ - прямоугольная диметрия}$$

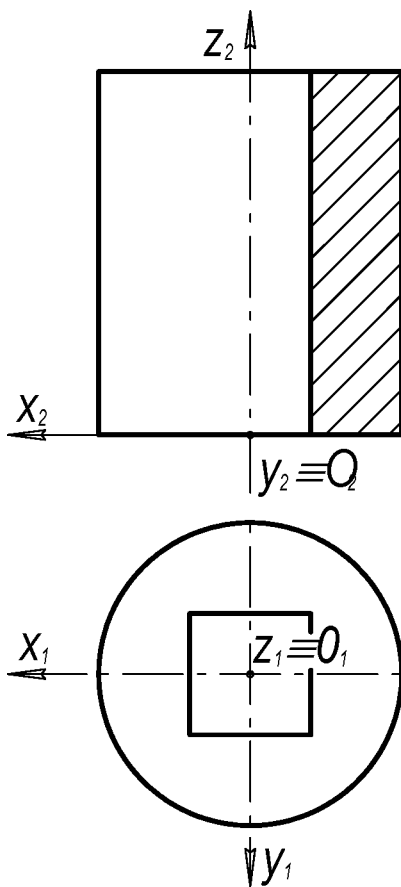
Построение аксонометрии детали

1. Деталь ориентируется относительно декартовых координат.
2. Строятся аксонометрические проекции осей.
3. Пользуясь инвариантностью параллельности, выполняется построение аксонометрии детали. При этом отрезки умножаются на соответствующие коэффициенты с учетом углового масштаба. Для этого строится диаграмма –

прямоугольный треугольник, одним катетом которого берется отрезок, принимаемый за 1,0; другой равен коэффициенту искажения. Если по направлению первого катета отложить натуральную длину отрезка и из конца его провести вертикальную линию, то гипотенуза отсечет от этой вертикальной линии отрезок, равный длине заданного отрезка умноженной, на коэффициент искажения.

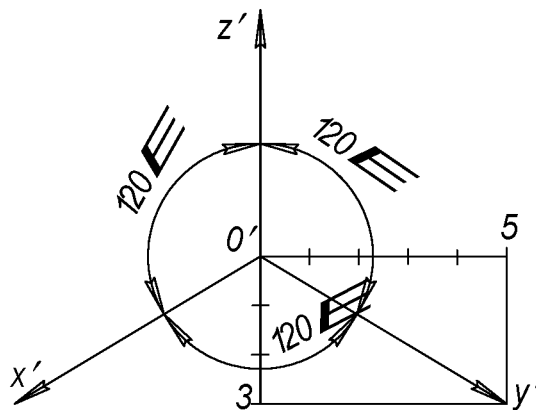
4. Выполняется четвертной разрез детали с помощью плоскостей $x'z'$ и $y'z'$ (или $x'y'$).
5. Плоскости разреза заштриховываются.

Задача № 1. Построить практическую прямоугольную изометрию и прямоугольную и косоугольную диметрию цилиндрической детали с прямоугольным отверстием.



Под какими углами в прямоугольной изометрии располагаются оси x' и y' относительно оси z' ?

Оси x' и y' располагаются под углом 120° к оси z' .



На практике, в целях сокращения вычислений, рекомендуется пользоваться приведенными коэффициентами искажения.

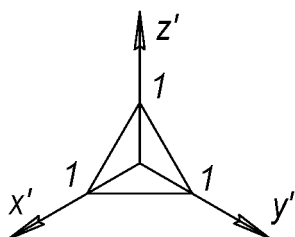
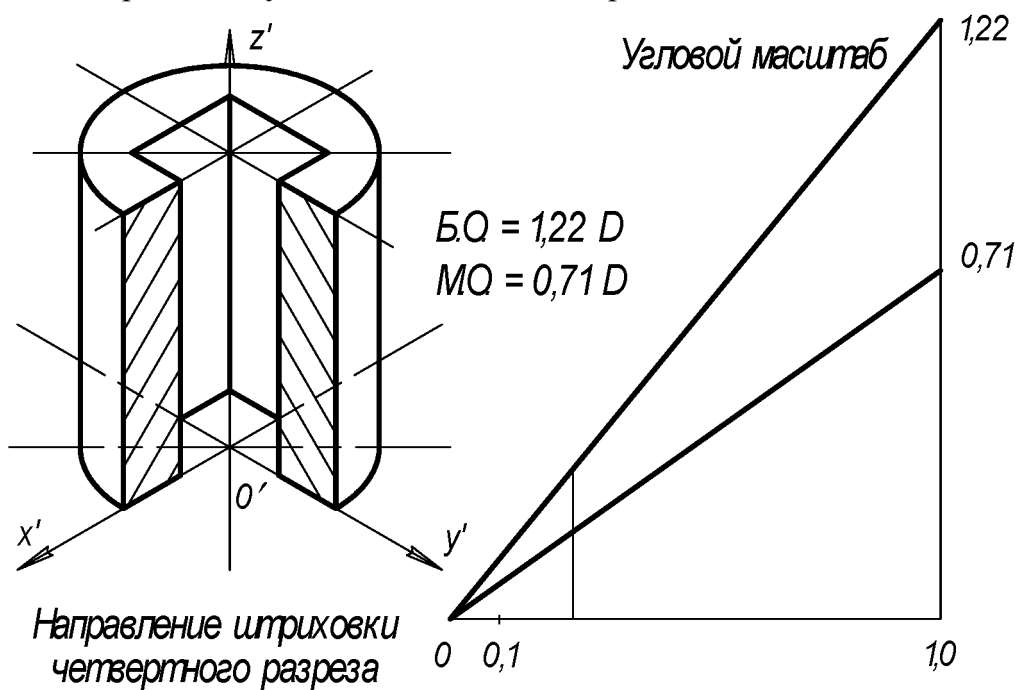
Чему равен этот коэффициент для прямоугольной изометрии и чему равен, при этом, коэффициент приведения?

Приведенный коэффициент искажения в прямоугольной изометрии равен единице:

$$K_{пр.} = K_x = K_y = K_z = 1.$$

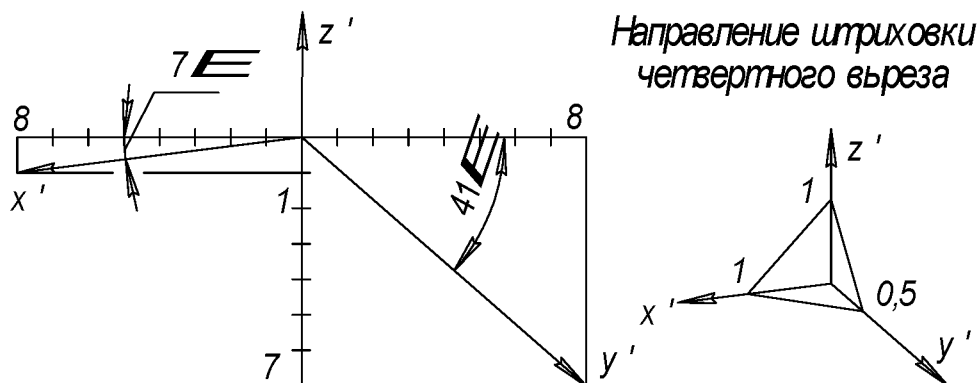
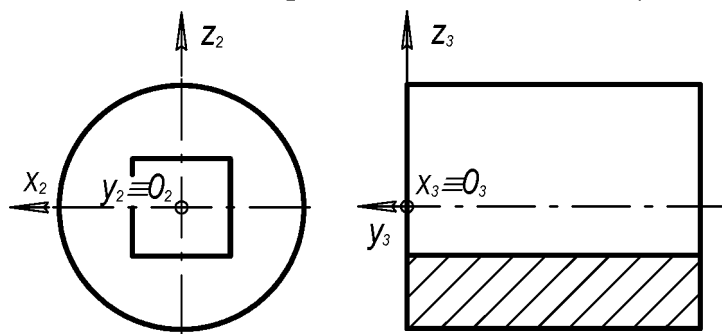
$$\text{Коэффициент приведения: } m = \frac{1}{K} = \frac{1}{0,82} = 1,22.$$

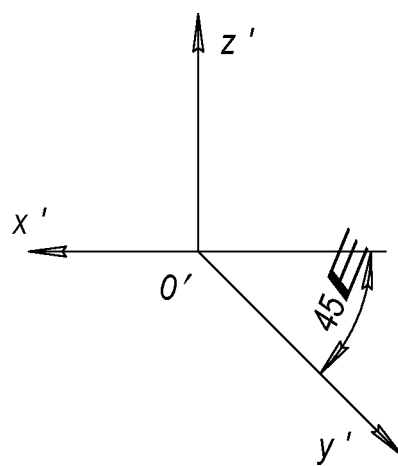
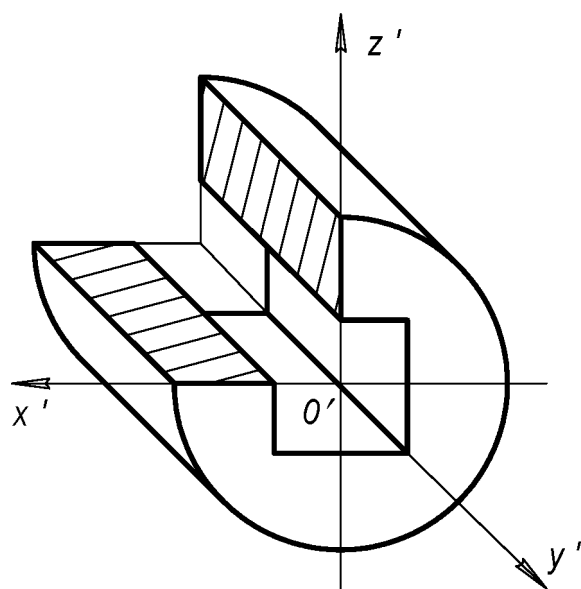
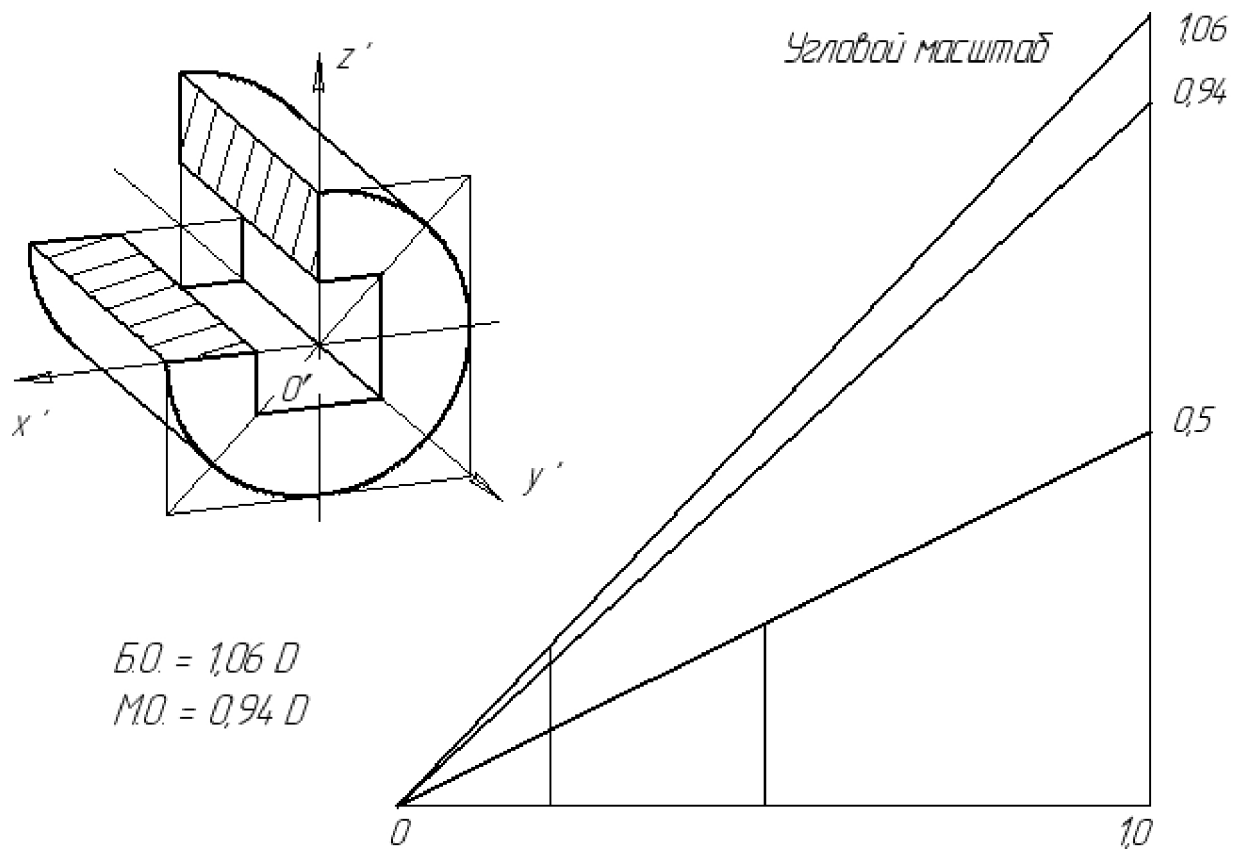
Следовательно, в практической (или приведенной) прямоугольной изометрии изображение увеличивается в 1,22 раза.



Чему равны приведенные коэффициенты искажения по осям в прямоугольной и косоугольной диметрии?

$$K_{пр.} = K_x = K_z = 1, \quad K_y = 0,5$$





СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Список учебной литературы по начертательной геометрии

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. - М.: Высш. шк., 1985.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. - М.: Высш. шк., 1998.
3. Королев Ю.И. Начертательная геометрия. - СПб.: Питер, 2006
4. Лагерь А.И., Мота А.Н., Рушелюк К.С. Основы начертательной геометрии. - М.: Высш. шк., 2005.
5. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. - М.: Высш. шк., 1999.
6. Нартова Л.Г., Якунин В.И. Начертательная геометрия. - М.: Дрофа, 2003.
7. Фролов С.А. Начертательная геометрия. - М.: Высш. шк., 1983.

Список дополнительной литературы по начертательной геометрии

8. Панин В.И. и др. Геометрическое проектирование деталей самолета и двигателя в задачах по начертательной геометрии. - Куйбышев: КуАИ, 1977.
9. Панин В.И. и др. Проецирование элементов авиационных двигателей в начертательной геометрии. - Куйбышев: КуАИ, 1978.
10. Панкова Г.И., Платонова В.В., Савченко Н.В. Начертательная геометрия. Практические занятия: Пособие для преп. - Самара: СГАУ, 2006.

Список дополнительной литературы по компьютерной графике

11. Быков А.В. и др. ADEM CAD/CAM/TDM. Черчение, моделирование, механообработка. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003.
12. Буланже Г.В., Гущин И.А., Гончаров В.А. Инженерная графика. Проецирование геометрических тел. – М.: Высш. шк., 2003.
13. Красильников Г. и др. Автоматизация инженерно-графических работ. – СПб.: Питер, 2000.
14. Потемкин А. Инженерная графика. Просто и доступно. – М.: Лори, 2000.
15. Потемкин А. Трехмерное твердотельное моделирование. – М.: Компьютер Пресс, 2002.
16. Съемщикова Л.С. Создаем чертежи на компьютере в AutoCAD 2005/2006. – М.: ДМК Пресс, 2006.
17. Чемпинский Л.А. Основы геометрического моделирования. – Самара: СГАУ, 2005.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Тема 1. Пространственная модель и комплексный чертёж точки	11
Тема 2. Комплексный чертёж прямых общего и частного положения	13
Тема 3. Точка на прямой	13
Тема 4. Деление отрезка в заданном отношении	17
Тема 5. Натуральная длина отрезка прямой. Метод прямоугольного треугольника	18
Лабораторная работа «Решение метрических задач с использованием элементов плоской графики в системе ADEM»	22
Тема 6. Взаимное положение прямых	24
Тема 7. Комплексный чертёж плоскости	28
Тема 8. Прямая и точка в плоскости	29
Тема 9. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей ...	32
Тема 10. Пересечение плоскостей	34
Тема 11. Пересечение прямой и плоскости. Определение видимости прямой относительно плоскости	40
Тема 12. Пересечение плоских фигур	42
Тема 13. Проецирование прямого угла	44
Тема 14. Линия наибольшего наклона	45
Тема 15. Перпендикулярность прямой и плоскости	49
Тема 16. Перпендикулярность прямых общего положения	53
Тема 17. Перпендикулярность плоскостей	55
Тема 18. Преобразование КЧ методом замены плоскостей проекций	56
Лабораторная работа «Решение метрических задач методом замены плоскостей проекций с использованием элементов плоской графики в системе КОМПАС-3D»	61
Тема 19. Вращение вокруг проецирующих прямых	65
Тема 20. Плоскопараллельное перемещение	68
Тема 21. Вращение вокруг линии уровня	73
Тема 22. Поверхности. Точка на поверхности	77
Тема 23. Пересечение прямой с поверхностью	81
Тема 24. Пересечение многогранника плоскостью. Построение развертки	86

<i>Лабораторная работа</i> «Решение задач по теме «Пересечение плоскости с поверхностью многогранника» с использованием системы ADEM 3D»	89
Тема 25. Пересечение поверхности вращения плоскостью	92
<i>Лабораторная работа</i> «Решение задач по теме «Пересечение поверхности плоскостью» с использованием системы Компас 3D»	102
Тема 26. Пересечение поверхностей	107
26.1. Метод секущих плоскостей	107
26.2. Метод концентрических сфер	113
26.3. Метод эксцентрических сфер	114
<i>Лабораторная работа</i> «Решение задач по теме «Пересечение поверхностей» с использованием системы AutoCAD»	116
27. Аксонометрия	121
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	125

Учебное издание

**Методика преподавания
НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
с использованием профессиональных графических редакторов**

Учебное пособие

Составители: **Панкова Галина Ивановна**
Платонова Валентина Васильевна
Савченко Нелли Вячеславовна

Редакторская обработка О.Ю. Дьяченко
Компьютерная верстка Н.В. Савченко

Подписано в печать 15.11.06 Формат 60х84 $\frac{1}{16}$.

Бумага офсетная. Печать офсетная
Усл. печ. л. 7,44 Усл. кр. – отт. 7,56 Печ.л. 8,0.
Тираж экз. Заказ ИП- /2006

Самарский государственный аэрокосмический университет
443086 Самара, Московское шоссе, 34

Самарского государственного аэрокосмического университета

