

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

А. И. БЕЛОУСОВ, А.В. ГРИЦИН, А. А. РОМАНОВ

ОЦЕНКА НАДЁЖНОСТИ
ЛОПАТКИ И РАБОЧЕГО КОЛЕСА
НА ЭТАПЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА ANSYS

Под редакцией
Заслуженного деятеля науки и техники РФ
д-ра техн. наук, профессора
А. И. Белоусова

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2007

УДК 621.452.3

ББК 34.3

Б 438



**Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области аэро-
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В. Н. С а м с о н о в

канд. техн. наук Е. П. К о ч е р о в

Белоусов А.И.

Б 438 **Оценка надежности лопатки и рабочего колеса на этапе проектирования с использованием пакета ANSYS:** учеб. пособие / *А.И. Белоусов, А.В. Грицин, А.А. Романов*; под ред. д-ра техн. наук, проф. *А.И. Белоусова*. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 80 с. : ил.

ISBN 978-5-7883-0530-1

Изложена методика определения параметров безотказности деталей ДЛА. Для этого учитывается разброс напряжений в детали методом линеаризации и предложенным авторами методом Монте-Карло в пакете конечно-элементного анализа ANSYS. Приведены расчеты интенсивности отказов лопатки по её статической прочности и рабочего колеса по разбросу собственных частот. Сравнены результаты расчетов лопатки по рассмотренным методам при внезапных отказах. Расчет при постепенных отказах иллюстрируется изнашиванием бандажных полок лопаток турбины. Предложен подход к учету разброса собственных частот рабочих колес.

Пособие предназначено для студентов факультета ДЛА очной формы обучения по специальностям 160301 и 160302, изучающих дисциплину "Обеспечение надежности двигателей".

Разработано на кафедре конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов.

УДК 621.452.3

ББК 34.3

ISBN 978-5-7883-0530-1

© Белоусов А. И., Грицин А. В.,

Романов А. А., 2007

© Самарский государственный

аэрокосмический университет, 2007

Введение

Надежность – это свойство двигателя сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих возможность выполнения требуемых функций в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонта, транспортирования и хранения.

Проблема повышения надежности ГТД является частью общей проблемы безопасности и регулярности движения, а также экономической эффективности авиационного транспорта.

С развитием двигателей возрастает их трудоемкость и стоимость. Для повышения экономической эффективности ГТД важно обеспечивать высокие показатели надежности. Задача эта очень сложна, так как современные двигатели имеют напряженные параметры, их рабочие режимы находятся вблизи границ предельного состояния элементов.

В результате работ, проведенных в последние годы конструкторскими, научно-исследовательскими, эксплуатирующими организациями и серийными заводами по совершенствованию конструкции, улучшению технологии изготовления, применению повышающих работоспособность узлов и деталей восстановительно-технологических методов, отработке методики испытаний, применению средств технической диагностики, удалось значительно улучшить показатели надежности ГТД. Так, в короткий срок ресурс отечественных двигателей вырос в 6...8 раз, для ряда ГТД пассажирских самолетов гарантийный ресурс уже превышает 6000 ч при назначенном ресурсе 18000...20000 ч [1, 10]. При этом надежность отечественных двигателей (например, по такому показателю, как наработка на выключение в полете) в ряде случаев выше надежности лучших зарубежных ГТД.

Выполнение растущих требований к надежности изделий может быть достигнуто благодаря разработке оптимальной конструкции,

совершенствованию технологии, максимальному использованию возможностей материала.

Обеспечение высокой и стабильной *конструкционной прочности* двигателей, под которой понимается прочность конструкции в реальных условиях работы с учетом металлургических, технологических и конструкционных факторов, — одно из направлений решения проблемы повышения надежности изделий.

Требуемая надежность двигателей закладывается на этапе проектирования, доводится до требуемого для начала эксплуатации уровня на этапе опытно-конструкторской отработки, совершенствуется и обеспечивается при производстве, улучшается и реализуется при эксплуатации.

Но даже если конструирование, расчеты, изготовление, сборка, испытания отдельных элементов выполнены правильно, в соответствии с нормативно-технической документацией, при доводке опытных изделий и в эксплуатации наблюдаются отказы и разрушения деталей. Это объясняется многообразием факторов, влияющих на конструкционную прочность, и отсутствием четких, научно обоснованных рекомендаций по ряду вопросов конструирования, выбора материала, расчета на прочность с учетом комплексности нагружения и длительности эксплуатации.

Большинство отказов опытных ГТД (~60%) связано с недостаточной прочностью конструкционных элементов [10]. Таким образом, обеспечение прочностной надежности современных двигателей летательных аппаратов представляет собой актуальную и сложную научно-техническую проблему.

На основе физики возникновения отказы деталей двигателя могут быть разбиты на две группы. К первой группе относятся внезапные отказы, носящие характер случайного выброса: хрупкое разрушение; превышение предела текучести в какой-либо точке детали, для которой остаточные деформации недопустимы; возникновение слишком больших упругих деформаций. Ко второй группе относятся постепенные отказы, возникающие в результате необратимого накопления повреждений в детали: накопление пластических деформаций (деформаций ползучести), усталостных

повреждений, ведущих к развитию усталостных трещин, механическое изнашивание и др.

Таким образом, при оценке надежности деталей авиационных двигателей необходимо учитывать внезапные и постепенные отказы.

Поведение реальных конструкций обусловлено взаимодействием целого ряда факторов, имеющих явно выраженный случайный характер. В связи с этим определение надежности конструкций невозможно без применения методов теории вероятностей и математической статистики.

К особенностям ДЛА с точки зрения оценки показателей надежности относятся [9]:

- сравнительно небольшой объем статистической совокупности (в ряде случаев единичные экземпляры);

- трудность получения опытных данных для последующей обработки методом математической статистики;

- сложный характер и взаимосвязанность процессов нагружения;

- повышенное влияние на надежность конструкций стабильности технологических процессов и сборочных работ.

Силы, действующие на конструкцию, как правило, оказывают многократное влияние или развертывают свои вероятностные свойства во времени. Механические свойства материалов, изготавливаемых в массовом количестве, могут быть изучены основательно [7]. Таким образом, поведение самой уникальной конструкции определяется случайными факторами массового характера, для каждого из которых допускается статистическое толкование вероятности. Предсказать на основе этого статистического материала поведение конструкции – в этом и состоит цель расчета надежности ДЛА.

Настоящее пособие является дальнейшим развитием учебных пособий [4], [5].

1. Определение параметров безотказности

1.1. Расчет интенсивности внезапных отказов

Для авиационных силовых установок, отказ которых приводит к тяжелым последствиям, большую опасность представляют внезапные отказы. Наиболее частым проявлением внезапных отказов являются поломка, деформация и растрескивание отдельных деталей изделий и узлов их крепления, вызванные неблагоприятным сочетанием действующих нагрузок и фактической прочности. Разрушения из-за нарушения прочности могут возникнуть в результате непредвиденных местных напряжений, вызванных нерасчетными статическими или динамическими нагрузками в сочетании с невыявленными производственными отклонениями. Указанные местные напряжения и нагрузки как случайные величины существенно отличаются от средних величин, принимаемых при прочностных расчетах и оценке ресурса изделия.

Одной из задач проектирования двигателя является обеспечение гарантии того, что за время эксплуатации не наступит ни одно из предельных состояний его элементов, т.е. не нарушатся условия их нормального функционирования. Решение этой задачи – определение рациональных характеристик прочности при заданных показателях надежности.

При определении запаса прочности возникают затруднения в установлении величины предельных напряжений, с которыми сравниваются расчетные. Такие параметры прочности, как предел прочности (длительной прочности) при фиксированной температуре или предел выносливости данного материала в изделии, очевидно, являются случайными величинами в связи с существованием допусков на химический состав материала и технологию его получения, неоднородность температурного режима различных плавок и внешних климатических условий, отклонение условий термической обработки сортамента и др. (рис. 1.1).

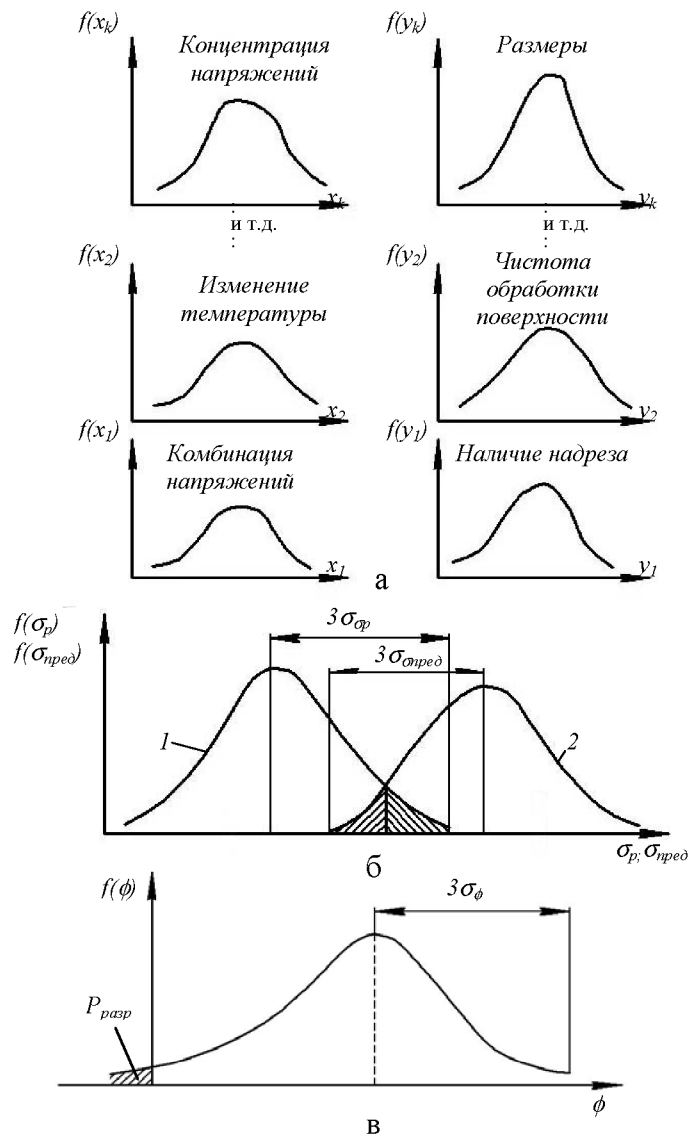


Рисунок 1.1. Распределения: а - различных факторов, влияющих на действующие (1) и предельные (2) напряжения; б - действующих (1) и предельных (2) напряжений; в - запаса работоспособности

Вычисление минимальных запасов прочности, гарантирующих надежную работу в течение ресурса, осложняется тем, что двигатель эксплуатируется в разных режимах. Поэтому задачу о необходимых запасах прочности можно ставить только в вероятностном плане.

Введем понятие функции качества (запаса работоспособности) [3]:

$$\varphi = (\sigma_{пред} - \sigma_p), \quad (1)$$

где $\sigma_{пред}$ – предельные напряжения (предел длительной прочности, предел выносливости и др.);
 σ_p – рабочее напряжение в расчетном сечении.

Для надежной работы детали двигателя необходимо выполнение условия непревышения

$$\varphi > 0. \quad (2)$$

Предельные напряжения и рабочее напряжение – случайные величины. Они имеют нормальное или логарифмически нормальное распределение вокруг среднего значения с некоторым стандартным отклонением от него [1,3,15]. Следовательно, функция качества φ согласно выражению (1) также является случайной величиной, композицией распределений $\sigma_{пред}$ и σ_p .

Применение нормального закона оправдано тем, что в случае совместного действия достаточно большого числа случайных возмущений, подчиняющихся различным законам распределения (если среди них нет превалирующего), результирующее возмущающее воздействие имеет согласно центральной предельной теореме теории вероятностей распределение, близкое к нормальному. Тогда согласно свойствам композиции законов распределений и функция качества φ описывается нормальным законом Гаусса с математическим ожиданием $\bar{\varphi} = \bar{\sigma}_{пред} - \bar{\sigma}_p$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\varphi} = \sqrt{\sigma_{\sigma_{пред}}^2 + \sigma_{\sigma_p}^2}$.

Вероятность неразрушения детали согласно условию (2)

$$P_6(t) = \text{Вер}[(\sigma_{\text{пред}} - \sigma_p) > 0] = \int_0^\infty f(\varphi) d\varphi = \frac{1}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{(\varphi - \bar{\varphi})^2}{2\sigma_\varphi^2}} d\varphi, (3)$$

где t – наработка, для которой определяется вероятность
неразрушения;

$\bar{\varphi}$ – математическое ожидание функции качества φ ;

σ_φ – среднее квадратическое отклонение φ .

Введем переменную $z = \frac{\varphi - \bar{\varphi}}{\sigma_\varphi}$. Тогда $d\varphi = \sigma_\varphi dz$. Выражение (3)

для вероятности неразрушения преобразуется в нормированный нормальный закон распределения

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz, (4)$$

$$P_6(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\gamma}^\infty e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\gamma e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0.5 + F(\gamma), (5)$$

где $\gamma = \frac{\bar{\varphi}}{\sigma_\varphi} = \frac{1}{v_\varphi}$ – коэффициент однородности (гауссовская мера надежности).

Для интеграла вероятности (4) имеются таблицы в справочниках по математике.

Преобразуем выражение коэффициента однородности, подставив согласно свойствам композиции распределений значения $\bar{\varphi}$ и σ_φ :

$$\gamma = \frac{\bar{\sigma}_{\text{пред}} - \bar{\sigma}_p}{\sqrt{\sigma_{\sigma_{\text{пред}}}^2 + \sigma_{\sigma_p}^2}} = \frac{\frac{\bar{\sigma}_{\text{пред}}}{\bar{\sigma}_p} - 1}{\sqrt{\frac{\sigma_{\sigma_{\text{пред}}}^2}{\bar{\sigma}_p^2} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{\text{пред}}^2}{\bar{\sigma}_{\text{пред}}^2} + \frac{\sigma_{\sigma_p}^2}{\bar{\sigma}_p^2}}} = \frac{k - 1}{\sqrt{k^2 \cdot v_{\sigma_{\text{пред}}}^2 + v_{\sigma_p}^2}}, (6)$$

где коэффициент запаса прочности (из расчета на прочность)

$$k = \frac{\bar{\sigma}_{пред}}{\bar{\sigma}_p}; \quad (7)$$

коэффициент вариации предельных напряжений

$$v_{\sigma_{пред}} = \frac{\sigma_{\sigma_{пред}}}{\bar{\sigma}_{пред}}; \quad (8)$$

коэффициент вариации рабочего напряжения

$$v_{\sigma_p} = \frac{\sigma_{\sigma_p}}{\bar{\sigma}_p}. \quad (9)$$

Вероятность разрушения (прочностного отказа)

$$Q(t) = 1 - P_e(t). \quad (10)$$

Показателем для оценки надежности (безотказности) детали двигателя является интенсивность отказов λ , которая для наиболее опасных нелокализованных разрушений должна быть меньше $1 \cdot 10^{-9}$ 1/ч. Для определения интенсивности отказов необходимо знать время работы двигателя на режимах и вероятность разрушения на каждом режиме.

Напряжения в детали от центробежных сил на режимах работы двигателя приближенно можно оценить по формуле

$$(\sigma_p)_{p.э} = (\sigma_p)_{\max} \frac{\omega_{p.э}^2}{\omega_{\max}^2}, \quad (11)$$

где $(\sigma_p)_{p.э}$ и $\omega_{p.э} = a_p \cdot \omega_{\max}$ – напряжение в детали и угловая

скорость на рассматриваемом
режиме эксплуатации;

$(\sigma_p)_{\max}$ и $\omega_{\max}$ – напряжение и угловая скорость
на максимальном (взлетном)
режиме.

В первом приближении можно считать, что статистические разбросы прочности $v_{\sigma_{пред}}$ и рабочего напряжения v_{σ_p} не зависят от режимов работы двигателя (на всех режимах эксплуатации

$v_{\sigma_{пред}} = const$ и $v_{\sigma_p} = const$), т.е. функция вероятностей $F(x)$ зависит только от коэффициента запаса прочности.

Коэффициент запаса прочности в режиме эксплуатации вычисляем по формуле

$$k_{p.э} = \frac{\sigma_{пред}}{(\sigma_p)_{p.э}} = \frac{\sigma_{пред}}{(\sigma_p)_{\max}} \cdot \frac{(\sigma_p)_{\max}}{(\sigma_p)_{p.э}} = \frac{k_{взл}}{a_p^2}. \quad (12)$$

Определив по зависимости (6) коэффициент однородности γ , по таблицам соответствующий интеграл вероятности $F(\gamma)$, по формулам (5) вероятность неразрушения детали и (10) вероятность разрушения на каждом режиме работы двигателя, находим интенсивность отказов детали за 1 ч работы двигателя:

$$\lambda = \left(\sum_1^{n_p} Q(t)_{p.э} \cdot \bar{t}_{p.э} \right) / t \quad [\text{ч}^{-1}], \quad (13)$$

где n_p – количество режимов эксплуатации двигателя;

$Q(t)_{p.э}$ – вероятность отказа (разрушения) детали на данном режиме работы двигателя;

$\bar{t}_{p.э} = \frac{t_{p.э}}{t}$ – относительная наработка на рассматриваемом режиме;

$t_{p.э}$ – наработка на рассматриваемом режиме;

t – суммарная наработка на всех режимах.

Из вышеизложенного следует, что для оценки показателей надежности деталей двигателя при статическом нагружении необходимо научиться определять среднеквадратическое отклонение σ_{σ_p} возникающих в детали напряжений.

1.2. Определение интенсивности внезапных отказов при динамических нагрузках

Для надежной работы детали двигателя необходимо выполнение условия неперевышения

$$\varphi = |\omega_{рез} - f_B| > 0, \quad (14)$$

где $\omega_{рез}$ – собственная частота колебаний;

$f_B = m_B \cdot \omega_{раб}$ – частота возбуждающей нагрузки;

$\omega_{раб}$ – рабочая частота вращения ротора.

Собственная частота колебаний и рабочая частота вращения ротора – случайные величины. $\omega_{раб}$ имеет нормальное распределение вокруг среднего значения $\bar{\omega}_{раб}$ с некоторым отклонением от него, указанным в технической документации на двигатель.

Применение нормального закона оправдано тем, что в случае совместного действия достаточно большого числа случайных возмущений, подчиняющихся различным законам распределения, если среди них нет преобладающего, результирующее возмущающее воздействие имеет согласно центральной предельной теореме теории вероятностей распределение, близкое к нормальному.

Аналогично можно представить, что собственная частота колебаний распределяется вокруг некоторого среднего значения со своим отклонением.

Вероятность ненаступления резонанса в рабочем колесе определяем по формуле

$$P_e(t) = \text{Вер} [|\omega_{рез} - f_B| > 0] = \int_0^\infty f(\varphi) d\varphi = \frac{1}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{(\varphi - MO\{\varphi\})^2}{2\sigma_\varphi^2}} d\varphi, \quad (15)$$

где t – время наработки, для которого определяется

вероятность ненаступления резонанса;

$MO\{\varphi\}$ – математическое ожидание φ ;

σ_φ – среднеквадратическое отклонение φ .

Заменив переменные $z = \frac{\varphi - MO\{\varphi\}}{\sigma_\varphi}$, $d\varphi = \sigma_\varphi dz$, с помощью

теоремы разбиения интеграла выражение для вероятности заменим

нормированным нормальным законом распределения, таблицы которого рассчитаны по формуле (4).

Преобразуем выражение коэффициента однородности, подставив значения $MO\{\varphi\} = \left| \bar{f}_B - \bar{\omega}_{рез} \right|$ и $\sigma_\varphi = \sqrt{\sigma_{f_B}^2 + \sigma_{\omega_{рез}}^2}$

$$\gamma = \frac{\left| \bar{f}_B - \bar{\omega}_{рез} \right|}{\sqrt{\sigma_{f_B}^2 + \sigma_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{\left| \frac{\bar{f}_B}{\bar{\omega}_{рез}} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{\sigma_{f_B}^2}{\bar{\omega}_{рез}^2} \cdot \frac{\bar{f}_B^2}{\bar{f}_B^2} + \frac{\sigma_{\omega_{рез}}^2}{\bar{\omega}_{рез}^2}}} = \frac{|\varepsilon - 1|}{\sqrt{\varepsilon^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}}, \quad (16)$$

$$\text{где} \quad \varepsilon = \frac{\bar{f}_B}{\bar{\omega}_{рез}}; \quad (17)$$

коэффициент вариации частоты вращения ротора

$$\vartheta_{f_B} = \frac{\sigma_{f_B}}{\bar{f}_B}; \quad (18)$$

коэффициент вариации частоты собственных колебаний рабочего колеса

$$\vartheta_{\omega_{рез}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез}}}{\bar{\omega}_{рез}}. \quad (19)$$

Тогда вероятность наступления резонанса определяется по формуле (10).

Для того чтобы определить интенсивность отказов, необходимо знать время работы двигателя на режимах и вероятность наступления резонанса на каждом режиме. Интенсивность отказов детали за 1 ч работы двигателя определим по формуле (13).

Для оценки показателей надежности деталей двигателя при динамическом нагружении необходимо научиться определять $\sigma_{\omega_{рез}}$.

1.3. Расчет вероятности безотказной работы при постепенных отказах – изнашивание бандажных полок

Оценку вероятности безотказной работы (ВБР) проведем на примере изнашивания бандажных полок лопаток тВД.

Ресурс работы двигателя в значительной мере определяется надежной работой газовой турбины. Деталью турбины, в наибольшей степени определяющими надежность ее работы, являются рабочие лопатки. При длительной эксплуатации лопаток происходит их изнашивание - прежде всего по бандажным полкам (БП).

Поскольку основной причиной отказа лопаток является изнашивание, то расчет БП на изнашивание является не последним по значимости.

В последнее время разрабатываются расчеты на износостойкость, отражающие важнейшие процессы, происходящие при изнашивании: фрикционная усталость деформирования микронеровностей, тепловые процессы, работа смазочного слоя в предпосылках контактной гидродинамики. Однако для подобных друг другу деталей при ограниченном диапазоне изменения параметров сохраняют свое значение технические расчеты на основе использования зависимостей в простейшей степенной форме от основных параметров.

Ниже дается попытка несколько конкретизировать эти расчеты и распространить их на оценку надежности при изнашивании бандажных полок.

Оценку надежности следует вести:

- по изменению линейного размера одной детали, которое может характеризовать точность или прочность;
- по изменению сочетания линейных размеров сопряженных деталей – зазоров в подшипниках, натяга в БП, шагов зубчатых и цепных передач, которое может характеризовать динамические нагрузки, несущую способность, шум и т.д.

Обычно известно предельно допустимое значение размера $N_{пред}$, при износе до которого деталь снимают с эксплуатации. Также заданы среднее значение $\bar{N}_{нач}$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma_{Nнач}$ начального размера. В этом случае, если известны среднее значение интенсивности изнашивания $\bar{I}$ и ее коэффициент вариации $v_{\bar{I}}$, можно оценить квантиль нормального распределения γ , а по нему ВБР детали:

$$p(t) = 0.5 + F(\gamma),$$

$$\text{причем } \gamma = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\Delta}^2 + v_{\bar{I}}^2}}, \quad (20)$$

где $v_{\Delta} = \frac{\sigma_N}{\bar{\Delta}}$ – коэффициент вариации размера детали;

$\bar{\Delta} = \bar{N}_{нач} - N_{пред}$ – допустимый износ;

$\bar{n} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{I} \cdot v \cdot t}$ – условный коэффициент запаса по изнашиванию, вычисленный как отношение средних значений допустимого износа $\bar{\Delta}$ к действительному $\bar{I} \cdot v \cdot t$.

Если рассматривается изнашивание БП, то $\sigma_N = \sqrt{\sigma_{N1}^2 + \sigma_{N2}^2}$ – среднее квадратичное отклонение начального натяга, где σ_{N1} и σ_{N2} – средние квадратичные отклонения размера БП на стыке, принимаемые равными шестой части соответствующих допусков.

Формулу для интенсивности изнашивания, если известны значения коэффициента трения f , представим в виде [14]

$$I = k_1 \frac{p^m f^n}{H^l}, \quad (21)$$

где $k_1 = \frac{k_2}{f_0^n}$;

f и f_0 – коэффициенты трения рассматриваемой и исходной пар трения;

H – твердость изнашиваемого материала;
 k_2 – коэффициент пропорциональности;
 m, n, l – показатели степеней, зависящие от влияния смазки, термообработки деталей и степени близости давления в контакте p к предельному значению, при котором проявляется схватывание материалов.

Если рассматривать суммарный износ сопряженных поверхностей 1 и 2, то $I = I_1 + I_2$. Следовательно, суммарный износ можно считать согласно формуле(21)

$$\frac{1}{H^I} = \frac{1}{H_1^I} + \frac{1}{H_2^I},$$

где H_1 и H_2 – твердость сопряженных поверхностей деталей.

Формула (15) позволяет выразить коэффициент вариации интенсивности изнашивания v_I через коэффициенты вариации давления v_p , трения v_f , твердости v_H :

$$v_I = \sqrt{(m \cdot v_p)^2 + (n \cdot v_f)^2 + (l \cdot v_H)^2}.$$

Значение v_H при рассмотрении изнашивания сопряженных деталей может быть оценено по коэффициентам вариации v_{H1} , v_{H2} твердости деталей:

$$v_H = \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{H}}{\bar{H}_1} \right) v_{H1} \right]^2 + \left[\left(\frac{\bar{H}}{\bar{H}_2} \right) v_{H2} \right]^2}.$$

Оценка ВБР бандажных полок по критерию изнашивания приведена в разд. 9.

2. Методика определения среднеквадратического отклонения рабочего напряжения

Рассмотрим два способа определения среднеквадратического отклонения рабочего напряжения в детали: с помощью традиционного метода линеаризации (малых возмущений) и с использованием метода конечных элементов в пакете конечно-элементного анализа ANSYS.

Проанализируем оба метода.

2.1. Метод линеаризации (метод малых возмущений)

Широко распространенный на практике метод линеаризации [12] (метод малых возмущений) заключается в следующем. Проаппроксимируем нелинейную в общем случае зависимость $\sigma_p = f(X_i); i = 1, 2, \dots, m$ (см. рисунок 1.1) линейной, статистически эквивалентной зависимостью. Метод основан на допущении малости случайных отклонений возмущающих параметров X_i от их математических ожиданий $\bar{X}_i$. Он удобен, если зависимость σ_p от возмущающих параметров X_i имеет явное однозначное аналитическое выражение при известных (обычно нормальных) законах распределения случайных величин X_i .

Разложив функцию $\sigma_p = f(X_i)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m)$ относительно центрированных возмущений и сохранив только линейные члены ряда, получим

$$\sigma_p \cong f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_H \Delta X_i. \quad (22)$$

Индекс Н при частных производных указывает на то, что их вычисляют в точке $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m)$, т.е. при номинальном (расчетном) значении возмущающих факторов.

По теоремам о математическом ожидании и дисперсии линейной функции $\bar{\sigma}_p \equiv f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, K, \bar{X}_m)$;

$$\sigma_{\sigma_p} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_H^2 \sigma_{X_i}^2 + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_H \left(\frac{\partial f}{\partial X_j} \right)_H r_{X_i X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j}}, \quad (23)$$

где $r_{X_i X_j}$ – коэффициент корреляции величин X_i и X_j .

Обозначение $i < j$ указывает на то, что суммирование распространяется на все возможные парные сочетания величин X_i и X_j . Производные $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ представляют собой коэффициенты влияния возмущений X_i на напряжение σ_p . Если величины X_i и X_j некоррелированы ($r_{X_i X_j} = 0$), то в формуле для определения σ_{σ_p} сохраняется только первая сумма под радикалом:

$$\sigma_{\sigma_p} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_H^2 \sigma_{X_i}^2}. \quad (24)$$

При проектировании известны расчетные (средние) значения $\bar{X}_i$ и возможные предельные отклонения ΔX_i (допуски) возмущающих параметров. Используем их в расчете надежности: вместо математических ожиданий подставим значения $\bar{X}_i$, а среднеквадратические отклонения найдем как

$$\sigma_{X_i} = \frac{\Delta X_i}{K_\gamma}, \quad (25)$$

где K_γ – число среднеквадратических отклонений, соответствующее вероятности γ , с которой случайные отклонения, превышающие ΔX_i , считают практически невозможными. Например, значению $K_\gamma = 3$ при нормальном распределении соответствует $\gamma=0,9973$.

2.2. Использование метода конечных элементов

В пакете конечно-элементного анализа ANSYS начиная с версии 5.7 появился модуль для решения вероятностных задач “Probabilistic Design System” (PDS), который позволяет решать задачи прочностной надежности методом Монте-Карло (метод статистического моделирования) [1].

Для того чтобы иметь возможность проводить вероятностные расчеты, исследовать влияние возмущающих факторов на интересующий нас параметр, по величине которого можно сделать вывод о работоспособности детали, сначала необходимо создать параметрическую модель рассчитываемой детали и рассчитать ее на прочность. Параметрами в этой модели будут выступать интересующие нас возмущающие факторы (плотность и упругие характеристики материала, величина угловой скорости, характерные геометрические размеры и проч.), а также результирующее значение напряжения. Данная параметрическая модель должна быть построена в командах ANSYS и иметь возможность загрузки как текстовый файл с помощью команды *File\Read Input From....*

Параметры задаются через команду **Set, имя параметра, значение* или через меню *Parameters\Scalar Parameters....* Далее строится модель с использованием этих параметров и производится расчет на прочность. После расчета задается искомый параметр через команду **GET, имя параметра, напряжения, номер узла* (например **GET, SZ_MAX, SZ, 5*) или через меню *Parameters\Get Scalar Data....*

Таким образом, задается группа «входных» параметров, случайный характер которых известен и может быть описан некоторым законом распределения (например, геометрические допуски, рассеивание механических свойств материала, отклонения частоты вращения ротора от расчетной), и один или несколько «выходных» параметров, например максимальное растягивающее напряжение в лопатке.

После выполнения прочностного расчета система готова к проведению вероятностного анализа. Для начала анализа

необходимо перейти в модуль *Prob Design* и указать, в каком файле содержится параметрическая модель детали, например *lopatka.txt*. Это осуществляется следующей командой *PDANL,'lopatka','txt',' '*, либо через меню *Prob Design\ Analysis File\ Assign* (рисунок 2.1).

Так же, как и при традиционном подходе, необходимо указать значения среднеквадратических отклонений «входных» параметров, задать соответствующие номинальные значения и законы распределения. Это можно сделать следующей командой *PDVAR, имя параметра, закон распределения, номинальное значение, CKO,0,0* (Например *PDVAR,Young, GAUS, 1.42e11, 6.667e8, 0, 0*) или через меню *Prob Design\ Prob Definitns\ Random Input* (рисунок 2.3).

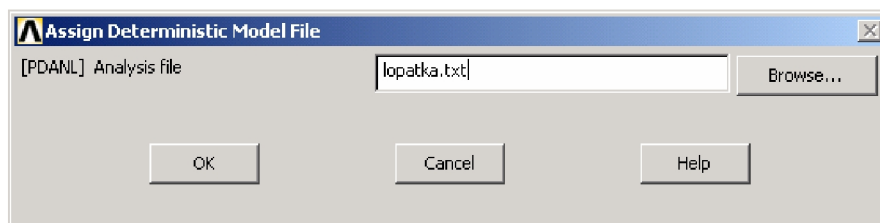


Рисунок 2.1. Выбор файла, содержащего модель детали

На рисунке 2.2 показано задание распределения возмущающих параметров. ANSYS позволяет задавать следующие законы распределения:

- 1) GAUS – нормальный закон распределения Гаусса;
- 2) TGAU – асимметричный закон Гаусса;
- 3) LOG1, LOG2 – логарифмический нормальный;
- 4) TRIA – треугольный;
- 5) UNIF – закон равновероятности;
- 6) EXPO – экспоненциальный;
- 7) BETA – бета-распределение;
- 8) GAMMA – гамма-распределение;
- 9) WEIB – закон Вейбулла.

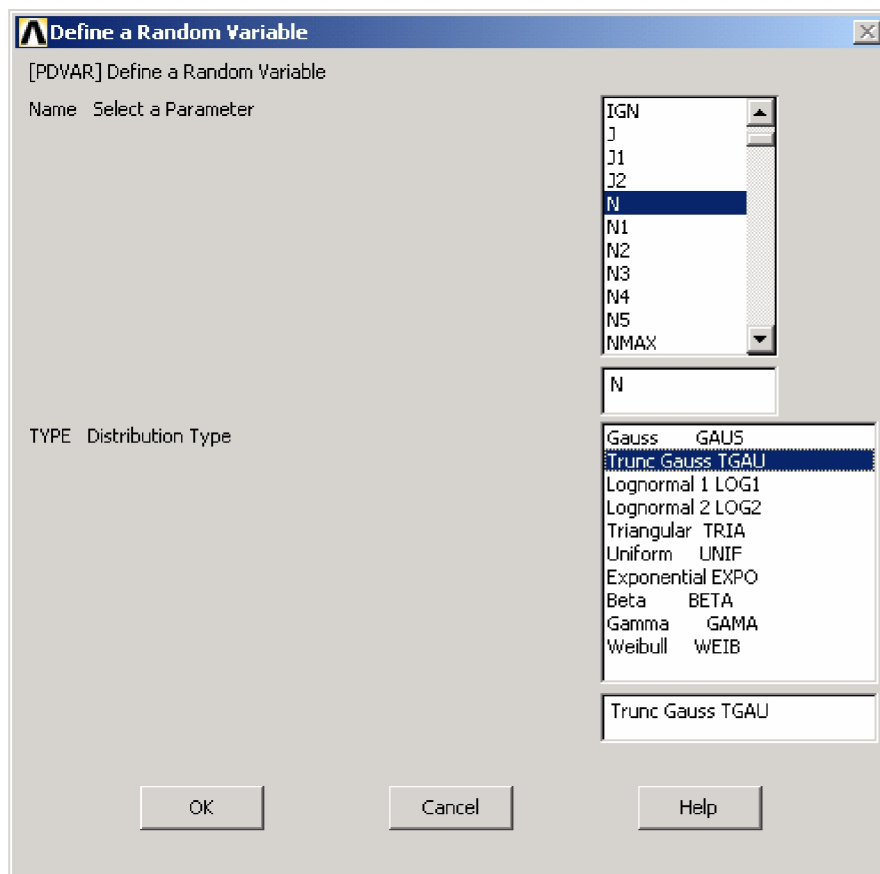
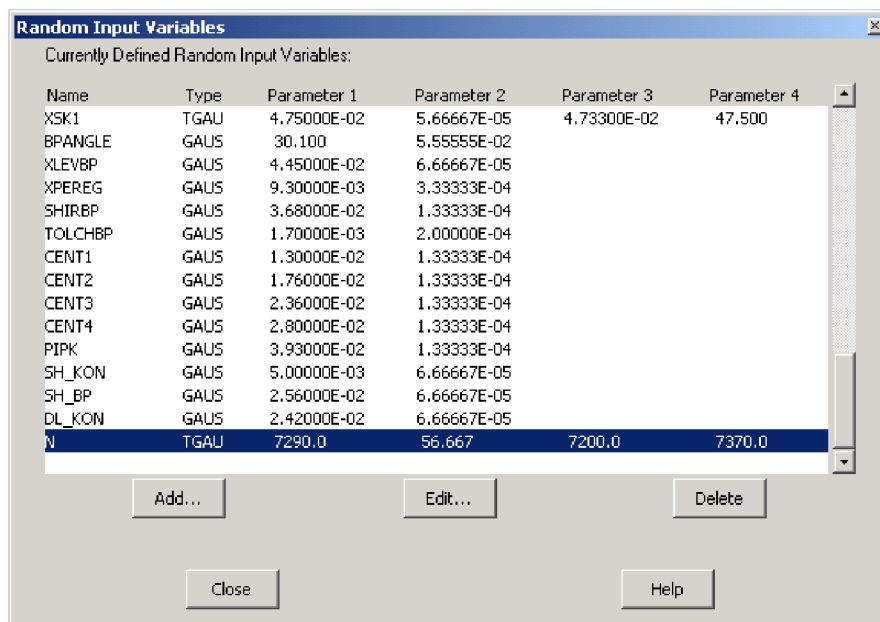


Рисунок 2.2. Задание законов распределения возмущающих факторов

Далее задаются, если необходимо, коэффициенты корреляции через меню *Prob Design\ Prob Definitns\ Correlation* и «выходные» параметры командой *PDVAR*, имя параметра, *RESP* (Например *PDVAR, SZ_MAX, RESP*) или через меню *Prob Design\ Prob Definitns\ Random Output* (рисунок 2.4).



*Рисунок 2.3. Список возмущающих факторов.
В столбцах – имя параметра, тип закона распределения,
номинальное значение величины и параметры распределения*

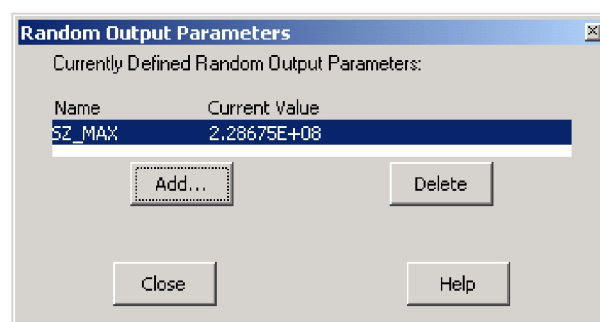


Рисунок 2.4. Список искомых параметров

Далее выбирается метод проведения вероятностного анализа – фактически он определяет способ моделирования исследуемой системы образцов. Получение статистических данных происходит путем многократного повторения исходного прочностного расчета.

При каждом повторении возмущающие факторы изменяются системой в соответствии с заданными законами распределения и выбранным методом вероятностного анализа. Количество повторений расчета, задаваемое пользователем, можно рассматривать как выборку из совокупности исследуемых деталей. Чем больше количество повторений задать, тем выше точность расчета и больше затраты машинного времени (например, выборка из 50 лопаток, состоящих из 7000 элементов, рассчитывается около трех часов). Метод расчета задается через меню *Prob Design\ Prob Method\ Monte Carlo Sims*, где выбирается метод *Latin Hypercube* (рисунок 2.5) и задаются параметры расчета (рисунок 2.6).

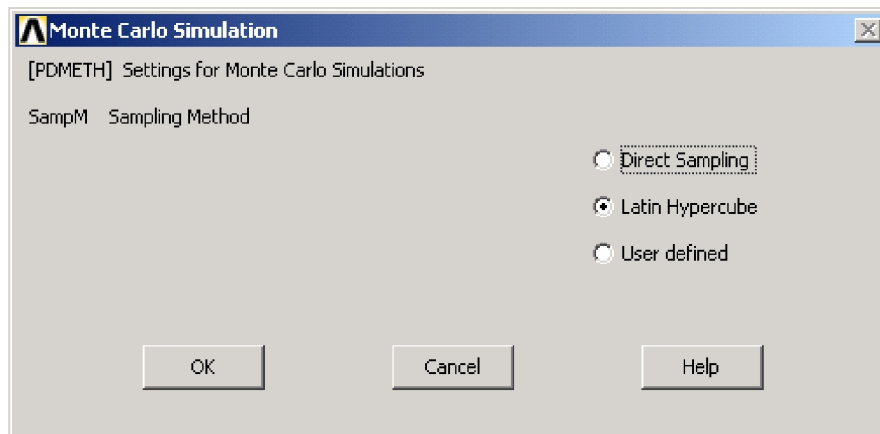


Рисунок 2.5. Выбор метода расчета

Это можно также осуществить командами *PDMETH, MCS, LHS* и *PDLHS, размер выборки, 1, RAND, , 'ALL ', , , INIT*.

Остается только запустить систему на расчет *Prob Design\ Run\ Exec Serial\ Run Serial*

Результатом вероятностного расчета в пакете ANSYS являются интегральные функции распределения возмущающих и результирующих факторов, их номинальные значения и среднеквадратические отклонения, вероятности достижения ими заданных значений, матрицы корреляций и графики вероятностных

коэффициентов чувствительности, показывающие, как рассеивание «входных» параметров влияет на рассеивание «выходного» параметра.

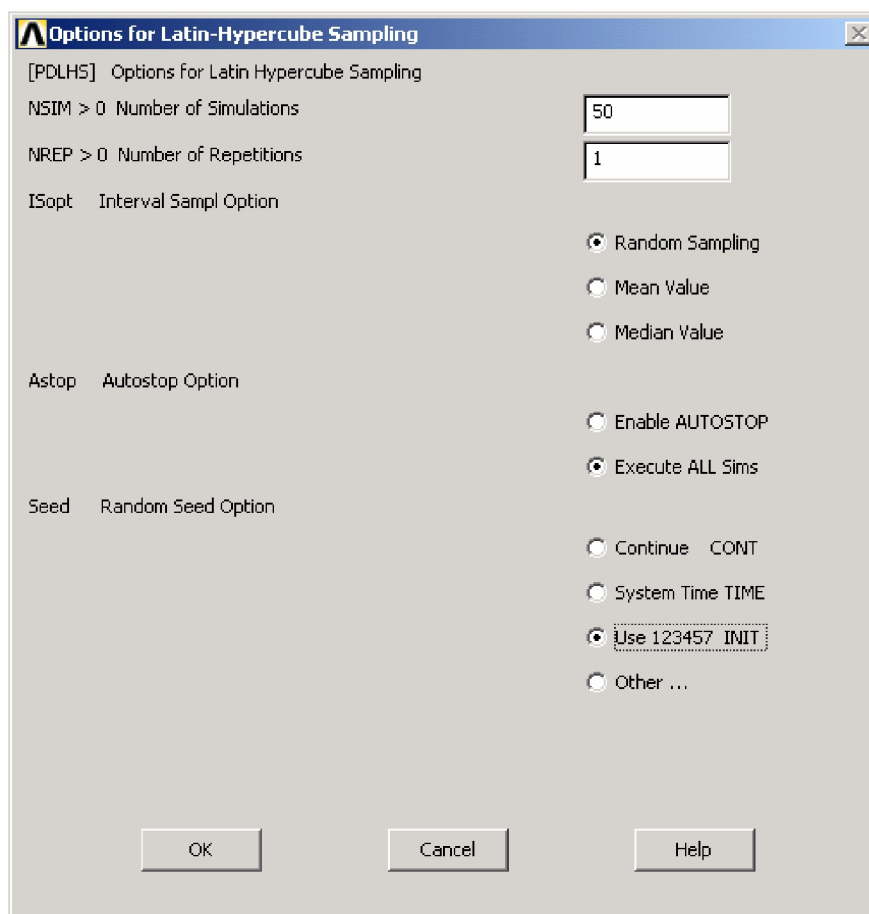


Рисунок 2.6. Задание параметров расчета

Результаты расчета можно просмотреть по пути *Prob Design\ Prob Results\ Statistics*, либо сформировать отчет - *Prob Design\ Prob Results\ Report\ Generate Report*, задав предварительно опции

формирования отчета *Prob Design\ Prob Results\ Report\ Report Options*.

3. Расчет параметров надежности лопатки по методу малых возмущений

Рабочие лопатки компрессора и турбины подвержены нагрузкам от газовых и центробежных сил, которые вызывают статические и переменные напряжения.

Статические напряжения в лопатках в основном складываются из напряжений растяжения от центробежных сил и изгибных напряжений от газовых и центробежных сил, вызванных наличием выносов центров масс для компенсации изгиба от газовых сил.

Произведем расчет лопатки первой ступени турбины высокого давления двигателя НК-8-4 по методике [13].

3.1. Исходные данные

1. Материал Ж30-МС.
2. Температура $T = 1073.2$ К.
3. Предел длительной прочности $\sigma_{\text{ол}}^t = 392.8$ МПа.
4. Коэффициент вариации предела длительной прочности $\vartheta_{\sigma_{\text{ол}}^t} = 0.087$.
5. Плотность материала $\rho = 7800$ кг/м³.
6. Мощность ступени $N = L_T \cdot \frac{10^3}{130} = 225 \cdot \frac{10^3}{130} = 1.73$ кВт.
7. Угловая скорость $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 6950}{30} = 727.8$ рад/с.
8. Число лопаток $z = 95$.
9. Высота лопатки $l_{\text{л}} = 0.1$ м.
10. Втулочный радиус $R_1 = 0.420$ м.
11. Средний радиус $R_{\text{ср}} = 0.470$ м.
12. Периферийный радиус $R_2 = 0.520$ м.
13. Расход газа $m_{\text{г}} = 110.447$ кг/с.
14. Осевые составляющие абсолютной скорости газа на входе и

выходе ступени $C_{1a} = 177.1 \text{ м/с}$, $C_{2a} = 185.7 \text{ м/с}$.

15. Давление на входе и выходе из ступени

$$P_1 = 572.265 \text{ кПа}, \quad P_2 = 456.110 \text{ кПа}.$$

16. Окружные составляющие абсолютной скорости газа на входе и выходе ступени $C_{1u} = 585.856 \text{ м/с}$,

$$C_{2u} = 74.820 \text{ м/с}.$$

17. Угол установки лопаток $\gamma = 67^\circ$.

18. Угол наклона системы координат (η, ξ) к системе (x, y)

$$\beta = 90 - \gamma = 90 - 67 = 23^\circ.$$

19. Величины $\Delta R = R_2 - R_1 = 0.520 - 0.420 = 0.1 \text{ м}$,

$$R_{\text{усл}} = R_1 + R_2 = 0.520 + 0.420 = 0.940 \text{ м}.$$

3.2. Среднеквадратическое отклонение рабочего напряжения

1. Выполнив расчет на прочность, находим напряжения в характерных точках втулочного сечения [8,13,15]. Расчет надежности производим для точки $A(\eta_A, \xi_A)$ максимального напряжения, где η_A, ξ_A - координаты точки (рисунок 3.1).

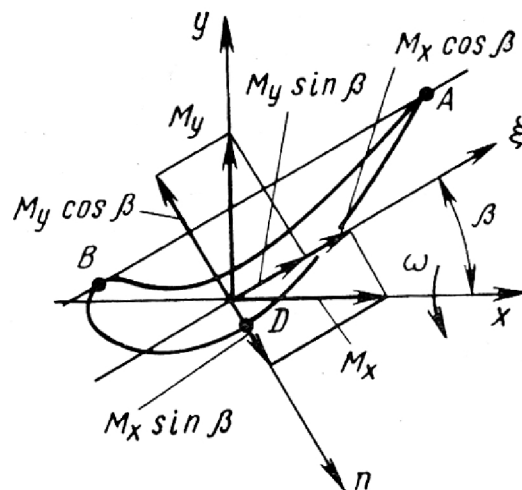


Рисунок 3.1. К определению напряжений в точке A

Суммарные напряжения в точке A $\sigma_{\Sigma A} = 235$ МПа.

Главные моменты инерции $J_{\eta} = 1.973 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$;

$$J_{\xi} = 3.164 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4.$$

Найдем составляющие изгибающих моментов. Для этого найдем компоненты газовых сил по формулам

$$P_x = \pi \cdot \left(\frac{R_2 + R_1}{z} \right) \cdot (P_1 - P_2) + \frac{m \cdot g \cdot (C_{1a} - C_{2a})}{z \cdot (R_2 - R_1)}; \quad (26)$$

$$P_y = \frac{m \cdot g \cdot (C_{1u} - C_{2u})}{l_{II} \cdot z}; \quad (27)$$

$$P_x = \pi \cdot \left(\frac{0.520 + 0.420}{95} \right) \cdot (575.265 - 456.110) \cdot 10^3 +$$

$$+ \frac{110.447 \cdot (177.051 - 185.674)}{95 \cdot (0.520 - 0.420)} = 3.5 \text{ кН/м};$$

$$P_y = \frac{110.447 \cdot (585.856 - 74.820)}{0.1 \cdot 95} = 5.9 \text{ кН/м}.$$

Составляющие изгибающих моментов от газовых сил по осям x , y определим по формулам

$$M_{px} = P_y \cdot \frac{l_{\Pi}^2}{2}; \quad (28)$$

$$M_{py} = P_x \cdot \frac{l_{\Pi}^2}{2}. \quad (29)$$

После подстановки получим

$$M_{px} = 5.9 \cdot 10^3 \cdot \frac{0.1^2}{2} = 29.7 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{py} = 3.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{0.1^2}{2} = 17.6 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Тогда составляющие изгибающих моментов по главным осям инерции будут равны:

$$M_{p\xi A} = M_{px} \cdot \cos \beta + M_{py} \cdot \sin \beta; \quad (30)$$

$$M_{p\eta A} = M_{px} \cdot \sin \beta - M_{py} \cdot \cos \beta; \quad (31)$$

$$M_{p\xi A} = 29.7 \cdot \cos(23) + 17.6 \cdot \sin(23) = 34.2 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_{p\eta A} = 29.7 \cdot \sin(23) - 17.6 \cdot \cos(23) = -4.6 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Координаты точки А $\eta_A = -0.010757 \text{ м}$, $\xi_A = 0.025469 \text{ м}$.

Площадь сечения $F = 0.256 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$.

2. Проанализировав назначение, режимы работы, особенности конструкции, технологии изготовления и эксплуатации проектируемого двигателя, выявляем возмущающие факторы и их возможные (предельные) отклонения:

мощность ступени $\Delta N = 55 \text{ Вт}$;

высота лопатки $\Delta l_{\Pi} = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

угловая скорость $\Delta \omega = 17.8 \text{ рад/с}$;

средний радиус $\Delta R_{cp} = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

величина $\Delta(\Delta R) = 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

расход газа $\Delta m_{\Gamma} = 6.9 \text{ кг/с}$;

осевая составляющая абсолютной скорости газа

$\Delta C_a = |C_{1a} - C_{2a}| = |177.1 - 185.7| = 8.6 \text{ м/с}; \quad \Delta \Delta C_a = 0.475 \text{ м/с};$
 перепад давления $\Delta P = P_1 - P_2 = 575.3 - 456.1 = 116.2 \text{ кПа};$
 $\Delta \Delta P = 7 \text{ кПа};$
 максимальная толщина профиля (рисунок 3.2) $\delta = 6.93 \cdot 10^{-3} \text{ м};$
 $\Delta \delta = 0.44 \cdot 10^{-3} \text{ м};$
 максимальная величина прогиба средней линии профиля
 $h = 0.0147 \text{ м}; \quad \Delta h = 0.7 \cdot 10^{-3};$
 хорда профиля $b = 0.042 \text{ м}; \quad \Delta b = 0.85 \cdot 10^{-3} \text{ м};$
 плотность материала $\Delta \rho = 78 \text{ кг/м}^3$.



Рисунок 3.2. Эскиз профиля лопатки

3. Выявленные возмущающие факторы имеют среднеквадратические отклонения согласно формуле (25):

$$\text{мощность ступени } \sigma_N = \frac{\Delta N}{3} = \frac{55}{3} = 18.3 \text{ Вт};$$

$$\text{высота лопатки } \sigma_{l_{\Pi}} = \frac{\Delta l_{\Pi}}{3} = \frac{2.4 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\text{угловая скорость } \sigma_{\omega} = \frac{\Delta \omega}{3} = \frac{17.8}{3} = 5.93 \text{ рад/с};$$

$$\text{средний радиус } \sigma_{R_{cp}} = \frac{\Delta R_{cp}}{3} = \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.133 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\text{расход газа } \sigma_{m_r} = \frac{\Delta m_r}{3} = \frac{6.9}{3} = 2.3 \text{ кг/с};$$

осевая составляющая абсолютной скорости газа

$$\sigma_{\Delta C_a} = \frac{\Delta(\Delta C_a)}{3} = \frac{0.475}{3} = 0.158 \text{ м/с};$$

перепад давления $\sigma_{\Delta P} = \frac{\Delta(\Delta P)}{3} = \frac{7}{3} = 2.36 \text{ кПа};$

максимальная толщина профиля

$$\sigma_{\delta} = \frac{\Delta \delta}{3} = \frac{0.44 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.148 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

максимальная величина прогиба средней линии профиля

$$\sigma_h = \frac{\Delta h}{3} = \frac{0.7 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.233 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

хорда профиля $\sigma_b = \frac{\Delta b}{3} = \frac{0.85 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.283 \cdot 10^{-3} \text{ м};$

плотность материала $\sigma_{\rho} = \frac{\Delta \rho}{3} = \frac{78}{3} = 26 \text{ кг/м}^3;$

величины $\sigma_{\Delta R} = \frac{\Delta(\Delta R)}{3} = \frac{2.4 \cdot 10^{-3}}{3} = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ м};$

$$\sigma_{R_{\text{усл}}} = \sigma_{R_{\text{ср}}} \cdot \sqrt{2} = 0.133 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2} = 0.189 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

4. Определяем номинальные значения коэффициентов влияния на напряжение изгиба от газовых сил: составляющих изгибающих моментов по главным осям инерции:

$$\left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial M_{\xi A}}\right)_H = \frac{|\eta_A|}{J_{\xi}} = \frac{|-0.010757|}{3.164 \cdot 10^{-9}} = 3.4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3};$$

$$\left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial M_{p\xi A}}\right)_H = \frac{|\xi_A|}{J_{\eta}} = \frac{|0.02547|}{1.973 \cdot 10^{-8}} = 1.291 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3};$$

главных моментов инерции

$$\left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial J_{\xi}}\right)_H = -\frac{|M_{p\xi} \cdot \eta_A|}{J_{\xi}^2} = -\frac{|34.2 \cdot (-0.0108)|}{(3.164 \cdot 10^{-9})^2} = -3.676 \cdot 10^{16} \text{ Н/м}^6;$$

$$\left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial J_{\eta}}\right)_H = -\frac{|M_{p\eta} \cdot \xi_A|}{J_{\eta}^2} = -\frac{|-4.56 \cdot 0.0255|}{(1.973 \cdot 10^{-8})^2} = -2.982 \cdot 10^{14} \text{ Н/м}^6.$$

5. Вычисляем номинальные значения коэффициентов влияния на составляющие изгибающих моментов по главным осям инерции: мощности ступени

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial N}\right)_H = \frac{l_{\Pi} \cdot \cos \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}} = \frac{0.1 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47} = 1.415 \cdot 10^{-6} \text{ с/рад};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial N}\right)_H = \frac{l_{\Pi} \cdot \sin \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}} = \frac{0.1 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47} = 6.008 \cdot 10^{-7} \text{ с/рад};$$

высоты лопатки

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial l_{\Pi}}\right)_H = \left(\frac{N \cdot \cos \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}}\right) + \left(\frac{\pi \cdot l_{\Pi} \cdot R_{yсл} \cdot \Delta P \cdot \sin \beta}{z}\right) +$$

$$+ \left(\frac{n_{\xi} \cdot \Delta C_a \cdot \sin \beta}{2 \cdot z}\right) = \left(\frac{1731 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47}\right) + \left(\frac{\pi \cdot 0.1 \cdot 0.94 \cdot 116.2 \cdot 10^3 \cdot \sin 23^\circ}{95}\right) +$$

$$+ \left(\frac{110.45 \cdot 8.6 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95}\right) = 143.2 \text{ Н};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial l_{\Pi}}\right)_H = \left(\frac{N \cdot \sin \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}}\right) - \left(\frac{\pi \cdot l_{\Pi} \cdot R_{yсл} \cdot \Delta P \cdot \cos \beta}{z}\right) -$$

$$- \left(\frac{\pi \cdot l_{\Pi} \cdot \Delta C_a \cdot \cos \beta}{2 \cdot z}\right) = \left(\frac{1731 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47}\right) + \left(\frac{\pi \cdot 0.1 \cdot 0.94 \cdot 116.2 \cdot 10^3 \cdot \sin 23^\circ}{95}\right) +$$

$$- \left(\frac{110.45 \cdot 8.62 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95}\right) = -337.2 \text{ Н};$$

угловой скорости

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \omega}\right)_H = -\frac{N \cdot l_{\Pi} \cdot \cos \beta}{2 \cdot \omega^2 \cdot z \cdot R_{cp}} = -\frac{1731 \cdot 0.1 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 727.8^2 \cdot 95 \cdot 0.47} = -3.37 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \omega}\right)_H = -\frac{N \cdot l_{\Pi} \cdot \sin \beta}{2 \cdot \omega^2 \cdot z \cdot R_{cp}} = -\frac{1731 \cdot 0.1 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 727.8^2 \cdot 95 \cdot 0.47} = -1.43 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} / \text{рад};$$

среднего радиуса

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial R_{cp}}\right)_H = -\frac{N \cdot l_{\Pi} \cdot \cos \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}^2} = -\frac{1731 \cdot 0.1 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47^2} = -5.21 \cdot 10^{-3} \text{ Н};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial R_{cp}}\right)_H = -\frac{N \cdot l_{\Pi} \cdot \sin \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}^2} = -\frac{1731 \cdot 0.1 \cdot \sin(23)}{2 \cdot 727.8 \cdot 95 \cdot 0.47^2} = -2.21 \cdot 10^{-3} \text{ Н};$$

условного радиуса

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial R_{yсл}}\right)_H = \frac{\pi \cdot l_{\Pi}^2 \cdot \Delta P \cdot \sin(\beta)}{2 \cdot z} = \frac{\pi \cdot 0.1^2 \cdot 116.2 \cdot 10^3 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95} = 7.5 \text{ Н};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial R_{yсл}}\right)_H = -\frac{\pi \cdot l_{\Pi}^2 \cdot \Delta P \cdot \cos(\beta)}{2 \cdot z} = -\frac{\pi \cdot 0.1^2 \cdot 116.2 \cdot 10^3 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95} = -17.68 \text{ Н};$$

величины ΔR

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta R}\right)_H = \left(\frac{N \cdot \cos \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}}\right) + \left(\frac{\pi \cdot \Delta R \cdot R_{yсл} \cdot \Delta P \cdot \sin \beta}{z}\right) +$$

$$+ \left(\frac{m_{\gamma} \cdot \Delta C_a \cdot \sin \beta}{2 \cdot z} \right) = \left(\frac{1731 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 7278 \cdot 95 \cdot 0.47} \right) + \left(\frac{\pi \cdot 0.1 \cdot 0.94 \cdot 1162 \cdot 10^3 \cdot \sin 23^\circ}{95} \right) +$$

$$+ \left(\frac{110.45 \cdot 8.62 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95} \right) = 143.2 \text{ Н};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta R} \right)_H = \left(\frac{N \cdot \sin \beta}{2 \cdot \omega \cdot z \cdot R_{cp}} \right) - \left(\frac{\pi \cdot \Delta R \cdot R_{ycl} \cdot \Delta P \cdot \cos \beta}{z} \right) -$$

$$- \left(\frac{m_{\gamma} \cdot \Delta C_a \cdot \cos \beta}{2 \cdot z} \right) = \left(\frac{1731 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 7278 \cdot 95 \cdot 0.47} \right) - \left(\frac{\pi \cdot 0.1 \cdot 0.94 \cdot 1162 \cdot 10^3 \cdot \cos 23^\circ}{95} \right) -$$

$$- \left(\frac{110.45 \cdot 8.62 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95} \right) = -337.2 \text{ Н};$$

расхода газа

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial m_{\gamma}} \right)_H = \frac{\Delta R \cdot \Delta C_a \cdot \sin \beta}{2 \cdot z} = \frac{0.1 \cdot 8.62 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95} = 1.77 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial m_{\gamma}} \right)_H = - \frac{\Delta R \cdot \Delta C_a \cdot \cos \beta}{2 \cdot z} = - \frac{0.1 \cdot 8.62 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95} = -4.2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с};$$

величины ΔC_a

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta C_a} \right)_H = \frac{\Delta R \cdot m_{\gamma} \cdot \sin \beta}{2 \cdot z} = \frac{0.1 \cdot 110.45 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95} = 0.023 \text{ Н} \cdot \text{с};$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta C_a} \right)_H = - \frac{\Delta R \cdot m_{\gamma} \cdot \cos \beta}{2 \cdot z} = - \frac{0.1 \cdot 110.45 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95} = -0.054 \text{ Н} \cdot \text{с};$$

величины ΔP

$$\left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta P} \right)_H = \frac{\pi \cdot l_{\Pi}^2 \cdot R_{ycl} \cdot \sin \beta}{2 \cdot z} = \frac{\pi \cdot 0.1^2 \cdot 0.94 \cdot \sin 23^\circ}{2 \cdot 95} = 6.073 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3;$$

$$\left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta P} \right)_H = - \frac{\pi \cdot l_{\Pi}^2 \cdot R_{ycl} \cdot \cos \beta}{2 \cdot z} = - \frac{\pi \cdot 0.1^2 \cdot 0.94 \cdot \cos 23^\circ}{2 \cdot 95} = -1.43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

6. Находим номинальные значения коэффициентов влияния на главные моменты инерции:

хорды профиля

$$\left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial b}\right)_H = 0.041 \cdot \delta \cdot (\delta^2 + h^2) = 0.041 \cdot 6.9 \cdot 10^{-3} \cdot ((6.9 \cdot 10^{-3})^2 + 0.015^2) =$$

$$= 7.5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3;$$

$$\left(\frac{\partial J_{\eta}}{\partial b}\right)_H = 0.114 \cdot b^2 \cdot \delta = 0.114 \cdot 0.0422^2 \cdot 6.93 \cdot 10^{-3} = 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

максимальной толщины профиля

$$\left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial \delta}\right)_H = 0.041 \cdot b \cdot (h^2 + 3 \cdot \delta^2) = 0.041 \cdot 0.0422 \cdot (0.015^2 + 3 \cdot 0.0069^2) =$$

$$= 6.23 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3;$$

$$\left(\frac{\partial J_{\eta}}{\partial \delta}\right)_H = 0.083 \cdot b^3 = 0.083 \cdot 0.0422^3 = 2.85 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

максимального прогиба средней линии профиля

$$\left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial h}\right)_H = 0.082 \cdot b \cdot \delta \cdot h = 0.082 \cdot 0.0422 \cdot 0.0069 \cdot 0.015 = 3.52 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3.$$

7. Рассчитываем номинальные значения коэффициентов влияния на напряжение растяжения:

плотности материала лопатки

$$\left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial \rho}\right)_H = \omega^2 \cdot l_{\Pi} \cdot R_{cp} = 727.8^2 \cdot 0.1 \cdot 0.47 = 2.49 \cdot 10^4 \text{ м}^2 \cdot \text{рад}^2 / \text{с}^2;$$

угловой скорости

$$\left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial \omega}\right)_H = 2 \cdot \omega \cdot \rho \cdot l_{\Pi} \cdot R_{cp} = 2 \cdot 727.8 \cdot 7800 \cdot 0.1 \cdot 0.47 = 5.34 \cdot 10^5 \text{ рад} \cdot \text{кг} / \text{с} \cdot \text{м};$$

высоты пера лопатки

$$\left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial l_{\Pi}}\right)_H = \omega^2 \cdot \rho \cdot R_{cp} = 727.8^2 \cdot 7800 \cdot 0.47 = 1.94 \cdot 10^9 \text{ МПа} / \text{м};$$

среднего радиуса

$$\left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial R_{cp}}\right)_H = \omega^2 \cdot \rho \cdot l_{II} = 727.8^2 \cdot 7800 \cdot 0.1 = 4.13 \cdot 10^8 \text{ МПа/м.}$$

8. Определяем дисперсию составляющих изгибающих моментов по главным осям инерции для газовых сил по формуле (20):

$$\begin{aligned} \sigma_{Mp\xi}^2 &= \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial N}\right)_H^2 \cdot \sigma_N^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial l_{II}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{l_{II}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \omega}\right)_H^2 \cdot \sigma_\omega^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial R_{cp}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{R_{cp}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial R_{yсл}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{R_{yсл}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta R}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta R}^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial m_\Gamma}\right)_H^2 \cdot \sigma_{m_\Gamma}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta C_a}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta C_a}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\xi}}{\partial \Delta P}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta P}^2 = \\ &= (1.42 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 18.3^2 + (143.2.5)^2 \cdot (0.8 \cdot 10^{-3})^2 + (-3.37 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 5.93^2 + \\ &+ (-5.21 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (0.133 \cdot 10^{-3})^2 + (7.5)^2 \cdot (0.189 \cdot 10^{-3})^2 + (143.2)^2 \cdot (0.8 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ (1.77 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2.3^2 + (0.023)^2 \cdot 0.158^2 + (6.077 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (2.36 \cdot 10^3)^2 = 0.046(\text{Н}\cdot\text{м})^2; \\ \sigma_{Mp\eta}^2 &= \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial N}\right)_H^2 \cdot \sigma_N^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial l_{II}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{l_{II}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \omega}\right)_H^2 \cdot \sigma_\omega^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial R_{cp}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{R_{cp}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial R_{yсл}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{R_{yсл}}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta R}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta R}^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial m_\Gamma}\right)_H^2 \cdot \sigma_{m_\Gamma}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta C_a}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta C_a}^2 + \left(\frac{\partial M_{p\eta}}{\partial \Delta P}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\Delta P}^2 = \\ &= (6.01 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 18.3^2 + (-337.2)^2 \cdot (0.8 \cdot 10^{-3})^2 + (-1.43 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 5.93^2 + \\ &+ (-2.21 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (0.133 \cdot 10^{-3})^2 + (-17.68)^2 \cdot (0.189 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ (-337.2)^2 \cdot (0.8 \cdot 10^{-3})^2 + (-4.2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2.3^2 + (-0.054)^2 \cdot 0.158^2 + \\ &+ (-1.43 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (2.33 \cdot 10^3)^2 = 0.257 (\text{Н}\cdot\text{м})^2. \end{aligned}$$

9. Вычисляем дисперсию моментов инерции сечения по зависимости (18):

$$\begin{aligned}\sigma_{J_{\xi}}^2 &= \left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial b}\right)_H^2 \cdot \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial \delta}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\delta}^2 + \left(\frac{\partial J_{\xi}}{\partial h}\right)_H^2 \cdot \sigma_h^2 = \\ &= (7.5 \cdot 10^{-8})^2 \cdot (0.283 \cdot 10^{-3})^2 + (6.23 \cdot 10^{-7})^2 \cdot (0.148 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ (3.52 \cdot 10^{-7})^2 \cdot (0.233 \cdot 10^{-3})^2 = 1.55 \cdot 10^{-20} \text{ м}^8; \\ \sigma_{J_{\eta}}^2 &= \left(\frac{\partial J_{\eta}}{\partial b}\right)_H^2 \cdot \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial J_{\eta}}{\partial \delta}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\delta}^2 = (1.4 \cdot 10^{-6})^2 \cdot (0.283 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ (2.85 \cdot 10^{-6})^2 \cdot (0.148 \cdot 10^{-3})^2 = 3.33 \cdot 10^{-19} \text{ м}^8.\end{aligned}$$

10. Находим дисперсию напряжения изгиба от газовых сил по уравнению (18):

$$\begin{aligned}\sigma_{\sigma_{pA}}^2 &= \left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial M_{\xi A}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{M_{p\xi}}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial M_{\eta A}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{M_{p\eta}}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial J_{\xi}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{J_{\xi}}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{pA}}{\partial J_{\eta}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{J_{\eta}}^2 = \\ &= (3.4 \cdot 10^6)^2 \cdot 0.046 + (1.29 \cdot 10^6)^2 \cdot 0.257 + (-3.68 \cdot 10^{16})^2 \times \\ &\times 1.55 \cdot 10^{-20} + (-2.98 \cdot 10^{14})^2 \cdot 3.33 \cdot 10^{-19} = 21.9 \cdot 10^{12} \text{ МПа}^2.\end{aligned}$$

11. Рассчитываем дисперсию напряжения растяжения от центробежных сил по формуле (18):

$$\begin{aligned}\sigma_{\sigma_p}^2 &= \left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial \rho}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\rho}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial \omega}\right)_H^2 \cdot \sigma_{\omega}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial l_{II}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{l_{II}}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial R_{cp}}\right)_H^2 \cdot \sigma_{R_{cp}}^2 = \\ &= (2.49 \cdot 10^4)^2 \cdot 26^2 + (5.34 \cdot 10^5)^2 \cdot 5.93^2 + (1.94 \cdot 10^9)^2 \cdot (0.8 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ (4.13 \cdot 10^8)^2 \cdot (0.133 \cdot 10^{-3})^2 = 1.29 \cdot 10^{13} \text{ МПа}^2.\end{aligned}$$

12. Определяем среднеквадратическое отклонение полного напряжения:

$$\sigma_{\sigma_{\Sigma A}} = \sqrt{\sigma_{\sigma_{pA}}^2 + \sigma_{\sigma_p}^2} = \sqrt{21.9 \cdot 10^{12} + 1.29 \cdot 10^{13}} = 5.91 \cdot 10^6 = 5.91 \text{ МПа}.$$

3.3. Определение параметров надежности лопатки

Коэффициент вариации рабочего напряжения по уравнению (9):

$$v_{\sigma_{\Sigma A}} = \frac{\sigma_{\sigma_{\Sigma A}}}{\sigma_{\Sigma A}} = \frac{5.91}{235} = 0.025.$$

Тогда запас прочности на взлетном режиме при наработке

$$t_p = 5000 \text{ ч по зависимости (7) будет равен } k = \frac{\sigma_{b,\tau}^t}{\sigma_p} = \frac{392.8}{235} = 1.67.$$

Определяем коэффициент однородности по формуле (6):

$$\gamma = \frac{k-1}{\sqrt{k^2 \cdot v_{\sigma_{b,\tau}^t}^2 + v_{\sigma_p}^2}} = \frac{1.67-1}{\sqrt{1.67^2 \cdot 0.087^2 + 0.025^2}} = 4.55.$$

Вычисляем вероятность неразрушения по формуле (5):

$$P_e(5000) = 0.5 + F(\gamma) = 0.5 + F(4.55) = 0.99999736.$$

Вероятность разрушения находим по формуле (10):

$$Q(5000) = 1 - P_e(5000) = 1 - 0.99999736 = 2.64 \cdot 10^{-6}.$$

Двигатель НК-8-4 работает на следующих режимах:

- 1) взлетный $n = n_{\max} - \bar{t}_{\text{взл}} = 0.03$;
- 2) номинальный $n = 0.909 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{\text{ном}} = 0.2$;
- 3) 0.8 номинала $n = 0.727 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.8\text{ном}} = 0.4$;
- 4) 0.6 номинала $n = 0.545 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.6\text{ном}} = 0.08$;
- 5) 0.4 номинала $n = 0.364 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.4\text{ном}} = 0.07$;
- 6) малый газ $n = 0.182 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{\text{м.г}} = 0.22$.

Найдем напряжения в лопатке на всех режимах работы двигателя по соотношению (11):

$$(\sigma_p)_{\text{ном}} = (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.909^2 = 235 \cdot 0.909^2 = 194.1 \text{ МПа};$$

$$(\sigma_p)_{0.8\text{ном}} = (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.727^2 = 235 \cdot 0.727^2 = 124.1 \text{ МПа};$$

$$(\sigma_p)_{0.6\text{ном}} = (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.545^2 = 235 \cdot 0.545^2 = 69.8 \text{ МПа};$$

$$(\sigma_p)_{0.4\text{ном}} = (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.364^2 = 235 \cdot 0.364^2 = 31.1 \text{ МПа};$$

$$(\sigma_p)_{M2} = (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.182^2 = 235 \cdot 0.182^2 = 7.78 \text{ МПа.}$$

Определим коэффициент запаса прочности в режиме эксплуатации по выражению (12):

$$k_{\text{ном}} = \frac{k_{\text{взл}}}{0.909^2} = \frac{1.67}{0.909^2} = 2.02;$$

$$k_{0.8\text{ном}} = \frac{k_{\text{взл}}}{0.727^2} = \frac{1.67}{0.727^2} = 3.16;$$

$$k_{0.6\text{ном}} = \frac{k_{\text{взл}}}{0.545^2} = \frac{1.67}{0.545^2} = 5.63;$$

$$k_{0.4\text{ном}} = \frac{k_{\text{взл}}}{0.364^2} = \frac{1.67}{0.364^2} = 12.6;$$

$$k_{M2} = \frac{k_{\text{взл}}}{0.182^2} = \frac{1.67}{0.182^2} = 50.5.$$

Рассчитываем коэффициент однородности для каждого из режимов по формуле (6):

$$\gamma_{\text{ном}} = \frac{k_{\text{ном}} - 1}{\sqrt{k_{\text{ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дл}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{2.024 - 1}{\sqrt{2.024^2 \cdot 0.087^2 + 0.02^2}} = 5.757;$$

$$\gamma_{0.8\text{ном}} = \frac{k_{0.8\text{ном}} - 1}{\sqrt{k_{0.8\text{ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дл}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{3.164 - 1}{\sqrt{3.164^2 \cdot 0.087^2 + 0.02^2}} = 7.829;$$

$$\gamma_{0.6\text{ном}} = \frac{k_{0.6\text{ном}} - 1}{\sqrt{k_{0.6\text{ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дл}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{5.63 - 1}{\sqrt{5.63^2 \cdot 0.087^2 + 0.02^2}} = 9.44;$$

$$\gamma_{0.4\text{ном}} = \frac{k_{0.4\text{ном}} - 1}{\sqrt{k_{0.4\text{ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дл}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{12.622 - 1}{\sqrt{12.622^2 \cdot 0.087^2 + 0.02^2}} = 10.581;$$

$$\gamma_{M2} = \frac{k_{M2} - 1}{\sqrt{k_{M2}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дл}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{50.487 - 1}{\sqrt{50.487^2 \cdot 0.087^2 + 0.02^2}} = 11.266.$$

Вычисляем вероятность неразрушения на каждом режиме по уравнению (5):

$$P_{\sigma}(5000)_{ном} = 0.5 + F(\gamma_{ном}) = F(5.757) = 0.99999999571;$$

$$P_{\sigma}(5000)_{0.8ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.8ном}) = F(7.83) = 0.999999999999998;$$

$$P_{\sigma}(5000)_{0.6ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.6ном}) = F(9.44) = 1;$$

$$P_{\sigma}(5000)_{0.4ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.4ном}) = F(10.6) = 1;$$

$$P_{\sigma}(5000)_{мг} = 0.5 + F(\gamma_{мг}) = F(11.3) = 1.$$

Вероятность разрушения на каждом режиме работы находим по выражению (10):

$$Q(5000)_{ном} = 1 - P_{\sigma}(5000)_{ном} = 1 - 0.99999999571 = 4.29 \cdot 10^{-9};$$

$$Q(5000)_{0.8ном} = 1 - P_{\sigma}(5000)_{0.8ном} = 1 - 0.999999999999998 = 2.3 \cdot 10^{-15};$$

$$Q(5000)_{0.6ном} = 1 - P_{\sigma}(5000)_{0.6ном} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(5000)_{0.4ном} = 1 - P_{\sigma}(5000)_{0.4ном} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(5000)_{мг} = 1 - P_{\sigma}(5000)_{мг} = 1 - 1 = 0.$$

Определяем интенсивность отказов за 1 час работы двигателя по соотношению (13) с использованием времени работы на каждом режиме $t_{p.э}$:

$$\lambda = \left(\sum_1^{n_p} Q(5000)_{p.э} \cdot t_{p.э} \right) / t = (2.64 \cdot 10^{-6} \cdot 0.03 + 4.29 \cdot 10^{-9} \cdot 0.2 + 2.3 \cdot 10^{-15} \cdot 0.4) / 5000 = 1.6 \cdot 10^{-11} \text{ ч}^{-1}.$$

Полученное значение интенсивности отказов меньше величины $1 \cdot 10^{-9} \text{ ч}^{-1}$. Следовательно, лопатка отвечает требованиям по надежности, т.е. соответствует мировому уровню безопасности полетов.

4. Расчет параметров надежности лопатки с использованием метода конечных элементов

4.1. Анализ статической прочности лопатки

В программе ANSYS 7.0 была построена параметрическая конечно-элементная модель лопатки, приведенная на рисунке 4.1. Материал лопатки Ж30МС.

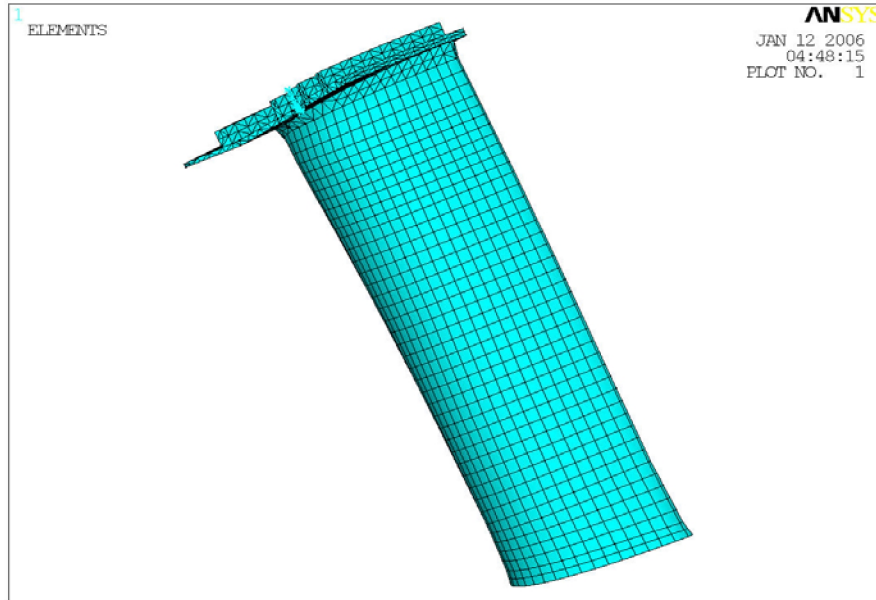


Рисунок 4.1. Конечно-элементная модель лопатки

В модели предусмотрено изменение параметров лопатки согласно допускам чертежа.

Сетка элементов строилась следующим образом.

1. Перо лопатки разбито конечным элементом Solid 45 на параллелепипеды.
2. Переходный объем между регулярной сеткой на пере и нерегулярной на бандажной полке разбит элементом Solid 95.

3. Бандажная полка разбита элементом Solid 92 на тетраэдры с предварительной разбивкой всех поверхностей для повышения качества конечно-элементной сетки.
4. На контактной поверхности бандажной полки были созданы контактные элементы типа Contac 49 – контакт узлов с поверхностью. Для этого узлы с одной из контактных поверхностей были скопированы на угол $360/z_d$ (где $z_d=95$ – количество лопаток) и скопированные узлы были связаны уравнениями совместности перемещений с исходными. Далее был смоделирован контакт между этими узлами и второй контактной поверхностью бандажной полки. Контактные элементы показаны на рисунке 4.2.

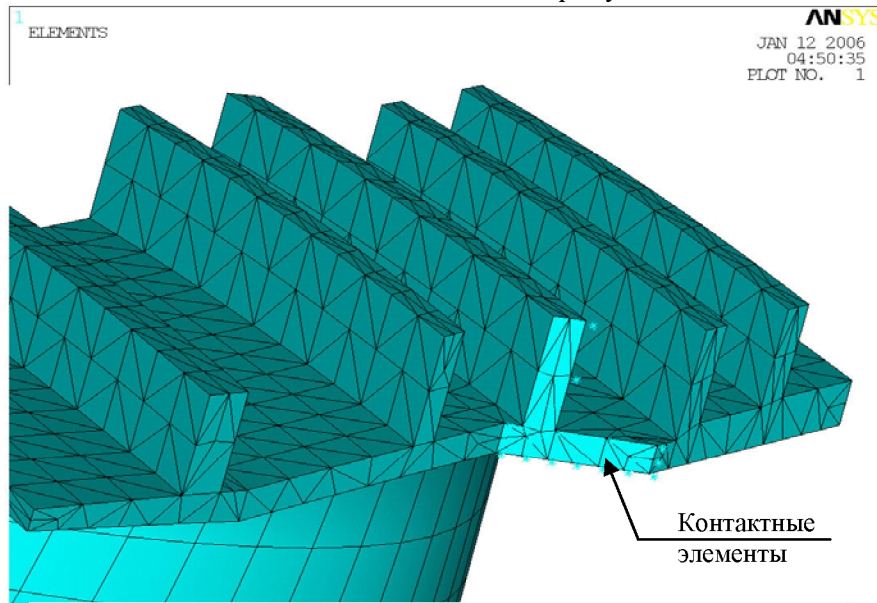


Рисунок 4.2. Контактные элементы на контактных поверхностях

На модель были наложены следующие граничные условия:

- 1) запрещены перемещения во всех направлениях во втулочном сечении;
- 2) смоделировано контактное взаимодействие на контактных поверхностях бандажной полки;
- 3) приложена центробежная нагрузка, соответствующая угловой скорости

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 6950}{60} = 727.8 \text{ рад/с};$$

- 4) приложена газодинамическая нагрузка к поверхности корытца, изменяющаяся по высоте лопатки в виде квадратичной зависимости, а по длине пера в виде линейной.

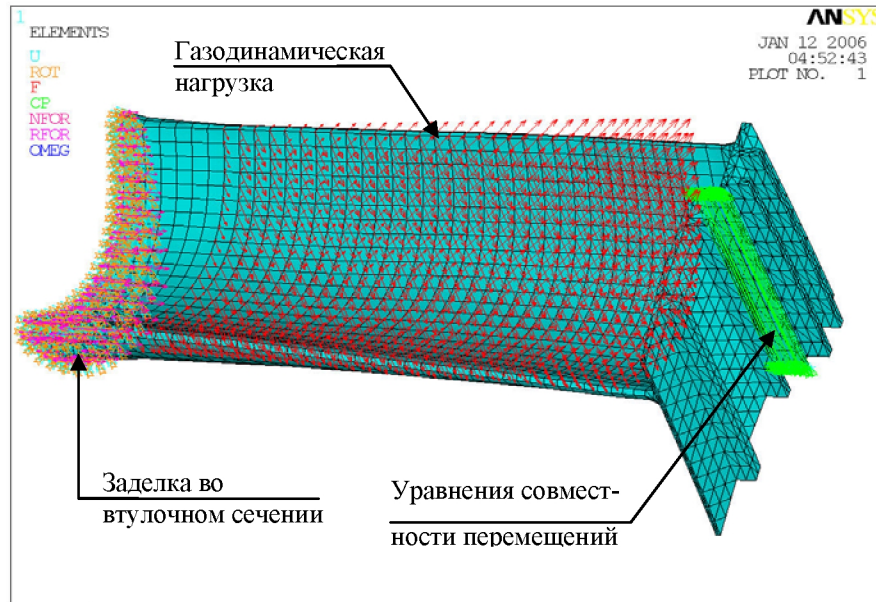


Рисунок 4.3. Граничные условия

4.1.1. Расчет газовой нагрузки

Сведем необходимые для расчета газодинамической нагрузки данные в таблицу 4.1, которые находим по методике [11].

Таблица 4.1. Исходные данные

D_i	m	0.84	0.89	0.94	0.99	1.03	1.04
C_{1a}	m/c	195	186	177	169	163	162
C_{1u}	m/c	646	614	586	560	541	536
C_{2a}	m/c	195	192	186	180	175	174
C_{2u}	m/c	78.4	77.5	74.8	72.6	70.6	70.1
ρ_1	$кг/м^3$	1.63	1.73	1.82	1.89	1.95	1.97
ρ_2	$кг/м^3$	1.52	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
P_1	$кПа$	497	537	572	604	627	633
P_2	$кПа$	456	456	456	456	456	456
z_n	95						

В рабочих условиях на лопатку кроме центробежных действуют еще и газодинамические силы. Составляющие газодинамических сил в осевом и окружном направлениях можно определить по зависимостям

$$P_{\Gamma ui} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot r_i}{z_n} \cdot C_{1ai} \cdot \rho_{1i} \cdot (C_{2ui} - C_{1ui}); \quad (32)$$

$$P_{\Gamma ai} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_i}{z_n} \cdot [(P_{1i} - P_{2i}) + \rho_{1i} \cdot C_{1ai}^2 - \rho_{2i} \cdot C_{2ai}^2], \quad (33)$$

где $P_{\Gamma ui}$ – окружная интенсивность газовой нагрузки в i -м сечении;

$P_{\Gamma ai}$ – осевая интенсивность газовой нагрузки в i -м сечении;

r_i – радиус i -го сечения;

z_n – число лопаток (в рабочем колесе установлено 95 лопаток);

C_{1ai} – осевая скорость на входе в РК в i -м сечении;

C_{2ai} – осевая скорость на выходе из рабочего колеса на соответствующем радиусе;

C_{1ui} – окружная скорость на входе в рабочее колесо на соответствующем радиусе;
 C_{2ui} – окружная скорость на выходе из РК на соответствующем радиусе;
 ρ_{1i} – плотность газа на входе в рабочее колесо на соответствующем радиусе;
 ρ_{2i} – плотность газа на выходе из рабочего колеса на соответствующем радиусе;
 P_{1i} – давление на входе в рабочее колесо на соответствующем радиусе;
 P_{2i} – давление на выходе из рабочего колеса на соответствующем радиусе.

По высоте лопатки принимаем закон изменения газовой нагрузки согласно

$$f(r) = A \cdot (r - r_2) \cdot (r - r_1) + B \cdot (r - r_1) + C, \quad (34)$$

где r_1, r_2 – радиусы втулочного и среднего сечений соответственно;

A, B, C – константы, определяемые из граничных условий.

Газовая нагрузка, действующая в k -м слое, будет равна

$$q_k = \int_{r_k - \Delta r}^{r_k + \Delta r} f(r) \cdot dr. \quad (35)$$

По длине профиля принимается линейный закон изменения газовой нагрузки:

$$F_{ak_i} = F_{a0_i} + k \cdot y_k; \quad (36)$$

$$F_{uk_i} = F_{u0_i} + k \cdot y_k, \quad (37)$$

причем

$$\sum_{k=1}^n F_{ak_i} = q_{ai}, \quad \sum_{k=1}^n F_{uk_i} = q_{ui}.$$

Коэффициенты k, F_{a0i} и F_{u0i} находятся из следующей системы уравнений:

$$n \cdot F_{a0_i} + k \cdot \sum y_k = q_{ai}; \quad (38)$$

$$n \cdot F_{u0_i} + k \cdot \sum y_k = q_{ui}; \quad (39)$$

$$\sum_k (F_{a0} + k \cdot y_k) \cdot x_k - \sum_k (F_{u0} + k \cdot y_k) \cdot y_k = 0. \quad (40)$$

Из уравнения (32)

$$F_{a0_i} = \frac{q_{ai} - k \cdot \sum y_k}{n}. \quad (41)$$

Из уравнения (33)

$$F_{u0_i} = \frac{q_{ui} - k \cdot \sum y_k}{n}. \quad (42)$$

Из совместного решения трех уравнений (38)...(40) получаем коэффициент k:

$$k = \frac{\frac{q_{ui} \cdot \sum y_k}{n} - \frac{q_{ai} \cdot \sum x_k}{n}}{\sum y_k \cdot x_k + \sum y_k \cdot y_k + \frac{\sum y_k \cdot \sum y_k}{n} - \frac{\sum y_k \cdot \sum x_k}{n}}. \quad (43)$$

Расчет узловой газовой нагрузки осуществляется непосредственно в программе параметрической модели лопатки.

4.1.2. Расчет на прочность

Будем рассматривать растягивающие напряжения SZ. Напряженное состояние лопатки показано на рисунках 4.4 и 4.5.

Построим графики изменения температуры лопатки, предела длительной прочности для ресурса 5000 ч, растягивающих напряжений и запаса прочности по радиусу (рисунки 4.6-4.8).

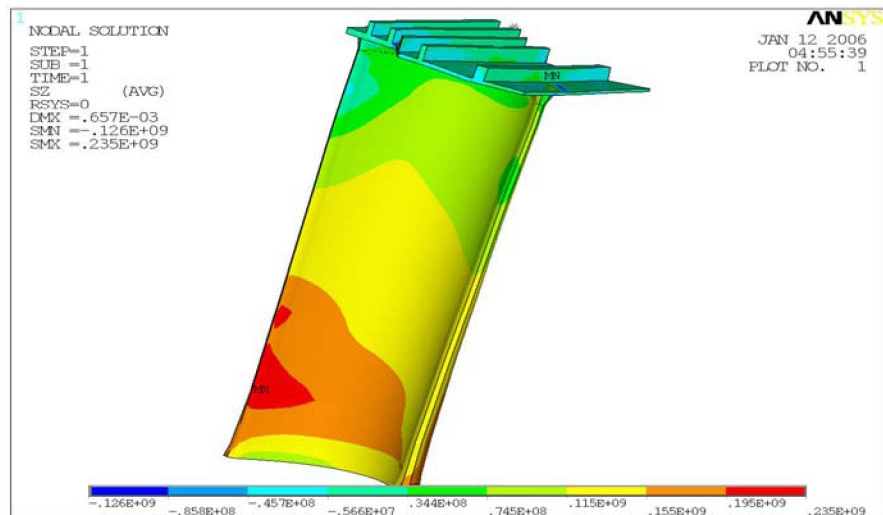


Рисунок 4.4. Напряженное состояние лопатки

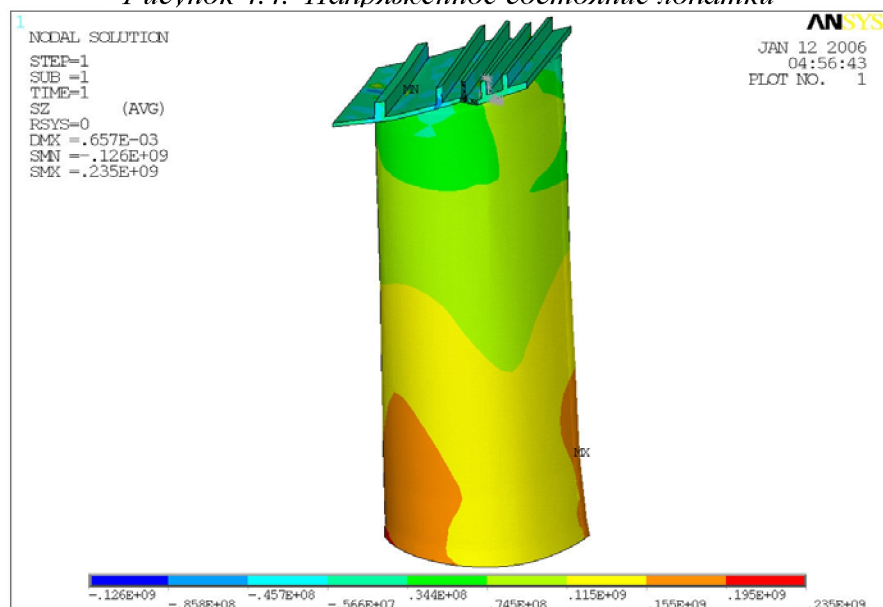


Рисунок 4.5. Напряженное состояние лопатки

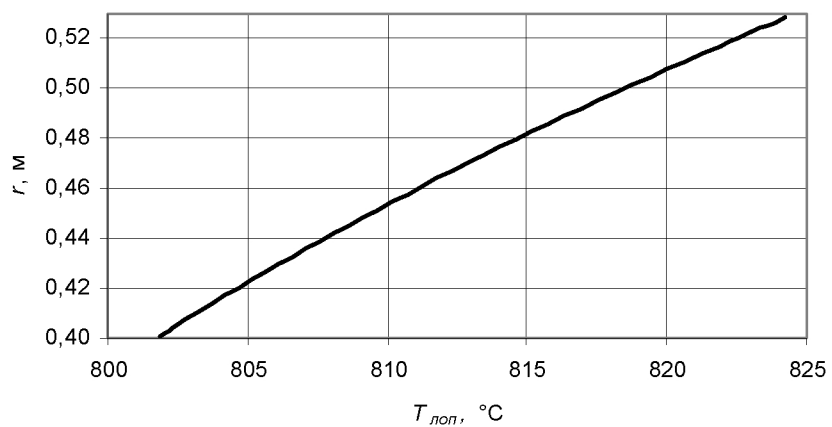


Рисунок 4.6. Изменение температуры лопатки по радиусу

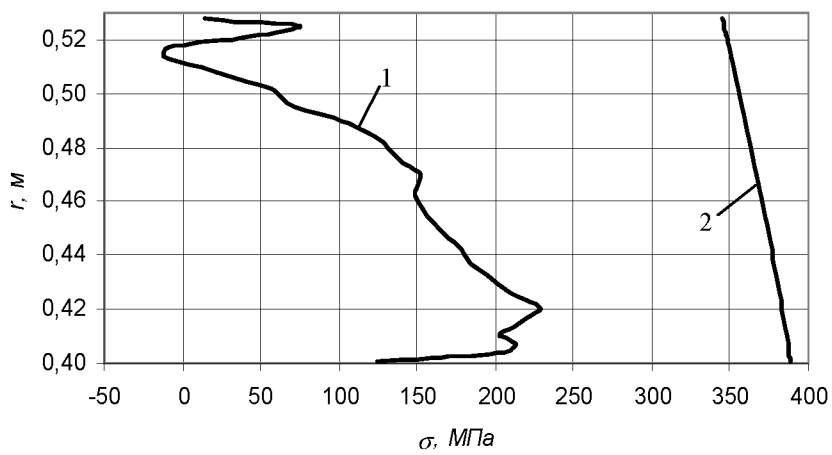


Рисунок 4.7. Распределение предела длительной прочности для ресурса 5000 ч (2) и растягивающих напряжений (1)

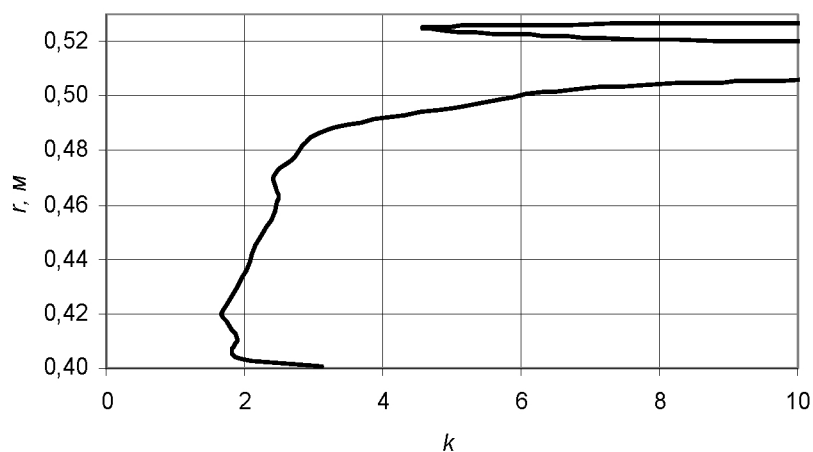


Рисунок 4.8. Распределение коэффициента запаса прочности по радиусу

Минимальный запас прочности

$$K_{min} = \frac{\sigma_{b,\tau}^t}{\sigma_p} = \frac{392.8}{234.88} = 1.67 \geq 1.6.$$

Лопатка отвечает нормам прочности. Следовательно, можно считать расчет на прочность окончанным и приступить к определению разброса рабочих напряжений.

4.2. Определение среднеквадратического отклонения рабочего напряжения от расчетного значения

4.2.1. Исходные данные для расчета

Исходными данными для расчета будут средние значения параметров, влияющих на величину рабочего напряжения, их среднеквадратические отклонения и закон распределения. Для несимметричного закона Гаусса необходимо задать также минимальное и максимальное значения параметра.

За среднее значение параметра будем брать номинальный размер по чертежу. Среднеквадратическое отклонение будем определять по формуле (25):

$$\sigma_i = \frac{\Delta_i}{3}, \text{ где } \Delta_i - \text{величина допуска на размер.}$$

Сведем исходные данные в таблицу 4.2.

Таблица 4.2. Исходные данные к расчету

№ п/п	Параметр	Закон	Среднее значение	СКО σ_i	Минимум	Максимум	Примечание
1	YOUNG	GAUS	$1.42 \cdot 10^{11}$	$6.67 \cdot 10^8$			Модуль Юнга
2	PUASSON	GAUS	0.3	$3 \cdot 10^{-3}$			К-т Пуассона
3	RO	GAUS	7800	26			Плотность
4	KC ₁ A	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			Параметры, влияющие на изменение газодинамической нагрузки
5	KC ₁ U	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
6	KC ₂ A	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
7	KC ₂ U	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
8	KP ₁	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
9	KP ₂	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
10	KRO ₁	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			
11	KRO ₂	GAUS	1	$3.33 \cdot 10^{-3}$			Параметры системы координат
12	SKANGLE	GAUS	10.25	0.11			
13	YSK	GAUS	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
14	XSK	GAUS	$1 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
15	ZPER	GAUS	0.531	$1.33 \cdot 10^{-4}$			Радиусы сечений лопатки
16	ZPR ₁	GAUS	0.52	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
17	ZPR ₂	GAUS	0.495	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
18	ZSR	GAUS	0.470	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
19	ZPR ₃	GAUS	0.445	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
20	ZVT	GAUS	0.420	$1.33 \cdot 10^{-4}$			Радиусы скругления входной кромки лопатки
21	R ₁ VX	GAUS	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			
22	R ₂ VX	GAUS	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			
23	R ₃ VX	GAUS	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			
24	R ₄ VX	GAUS	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			
25	R ₅ VX	GAUS	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			
26	R ₆ VX	GAUS	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$			Радиусы скругления выходной кромки лопатки
27	R ₁ VIX	GAUS	$6 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			
28	R ₂ VIX	GAUS	$6 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			
29	R ₃ VIX	GAUS	$6.5 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			
30	R ₄ VIX	GAUS	$7 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			
31	R ₅ VIX	GAUS	$7.5 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			
32	R ₆ VIX	GAUS	$82 \cdot 10^{-4}$	$1.67 \cdot 10^{-5}$			Смещение оси построения профилей относительно
33	SM_PER	GAUS	0	$2.67 \cdot 10^{-4}$			
34	SM_PR ₁	GAUS	0	$2 \cdot 10^{-4}$			
35	SM_PR ₂	GAUS	0	$2 \cdot 10^{-4}$			
36	SM_SR	GAUS	0	$2 \cdot 10^{-4}$			

Окончание табл. 4.2

№ п/п	Параметр	Закон	Среднее значение	СКО σ_i	Минимум	Максимум	Примечание
37	SM_PR ₃	GAUS	0	$2 \cdot 10^{-4}$			плоскости симметрии замка
38	SM_VT	GAUS	0	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
39	XSK ₁	TGAU	$4.6 \cdot 10^{-2}$	$5.67 \cdot 10^{-5}$	$4.594 \cdot 10^2$	$4.6 \cdot 10^{-2}$	Размеры бандажной полки
40	BPANGLE	GAUS	27.5	$5.56 \cdot 10^{-2}$			
41	XLEVBP	GAUS	$4.3 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
42	XPEREG	GAUS	$9.5 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$			
43	SHIRBP	GAUS	$3.6 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
44	TOLCHBP	GAUS	$1.77 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$			
45	CENT ₁	GAUS	$1.19 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
46	CENT ₂	GAUS	$1.59 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
47	CENT ₃	GAUS	$2.09 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
48	CENT ₄	GAUS	$2.59 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
49	PIPK	GAUS	$3.74 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
50	SH_KON	GAUS	$5 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
51	SH_BP	GAUS	$2.725 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
52	DL_KON	GAUS	$2.9 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			
53	N	TGAU	6950	56.67	6860	7030	Частота вращения

4.2.2. Анализ результатов

В результате расчета в программе ANSYS был получен интегральный нормальный закон распределения рабочего напряжения со среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\sigma_p} = 20.5$ МПа.

4.3. Определение параметров надежности лопатки

Коэффициент вариации рабочего напряжения по уравнению (9)

$$v_{\sigma_{\Sigma 4}} = \frac{\sigma_{\sigma_{Z \max}}}{\sigma_{Z \max}} = \frac{20.5}{234.88} = 0.087.$$

Коэффициент вариации предела длительной прочности

$$v_{\sigma_{\sigma}} = \frac{\sigma_{\sigma_{b,\tau}}^t}{\sigma_{b,\tau}^t},$$

где $\sigma_{\sigma_{b,\tau}}^t = \frac{100}{3} = 33.3$ МПа – среднеквадратическое отклонение

предела длительной прочности;

$\sigma_{b,\tau}^t = 392.8$ МПа – математическое ожидание предела

длительной прочности при темпе-

ратуре 800°C и наработке 5000ч.

Тогда

$$v_{\sigma_{b,\tau}}^t = \frac{33.3}{392.8} = 0.085.$$

Запас прочности на взлетном режиме при наработке $t_p = 5000$ ч

по зависимости (7) будет равен $k = \frac{\sigma_{b,\tau}^t}{\sigma_p} = \frac{392.8}{234.8} = 1.67$.

Определяем коэффициент однородности по формуле (6):

$$\gamma = \frac{k-1}{\sqrt{k^2 \cdot v_{\sigma_{b,\tau}}^2 + v_{\sigma_p}^2}} = \frac{1.67-1}{\sqrt{1.67^2 \cdot 0.085^2 + 0.087^2}} = 4.04.$$

Вычисляем вероятность неразрушения по формуле (5):

$$P_{\sigma}(5000) = 0.5 + F(\gamma) = 0.5 + F(4.04) = 0.999973.$$

Вероятность разрушения находим по формуле (10):

$$Q(5000) = 1 - P_{\sigma}(5000) = 1 - 0.999973 = 2.69 \cdot 10^{-5}.$$

Двигатель НК-8-4 работает на следующих режимах:

- 1) взлетный $n = n_{\max} - \bar{t}_{\text{взл}} = 0.03$;
- 2) номинальный $n = 0.909 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{\text{ном}} = 0.2$;
- 3) 0.8 номинала $n = 0.727 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.8\text{ном}} = 0.4$;

- 4) 0.6 номинала $n = 0.545 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.6 \text{ ном}} = 0.08$;
- 5) 0.4 номинала $n = 0.364 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{0.4 \text{ ном}} = 0.07$;
- 6) малый газ $n = 0.182 \cdot n_{\max} - \bar{t}_{\text{м.г}} = 0.22$.

Найдем напряжения в лопатке на всех режимах работы двигателя по соотношению (11):

$$\begin{aligned}(\sigma_p)_{\text{ном}} &= (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.909^2 = 234.882 \cdot 0.909^2 = 194.079 \text{ МПа}; \\(\sigma_p)_{0.8 \text{ ном}} &= (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.727^2 = 234.882 \cdot 0.727^2 = 124.142 \text{ МПа}; \\(\sigma_p)_{0.6 \text{ ном}} &= (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.545^2 = 234.882 \cdot 0.545^2 = 69.766 \text{ МПа}; \\(\sigma_p)_{0.4 \text{ ном}} &= (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.364^2 = 234.882 \cdot 0.364^2 = 31.121 \text{ МПа}; \\(\sigma_p)_{\text{мг}} &= (\sigma_p)_{\max} \cdot 0.182^2 = 234.882 \cdot 0.182^2 = 7.78 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Определим коэффициент запаса прочности в режиме эксплуатации по выражению (12):

$$\begin{aligned}k_{\text{ном}} &= \frac{k_{\text{взл}}}{0.909^2} = \frac{1.67}{0.909^2} = 2.02; \\k_{0.8 \text{ ном}} &= \frac{k_{\text{взл}}}{0.727^2} = \frac{1.67}{0.727^2} = 3.16; \\k_{0.6 \text{ ном}} &= \frac{k_{\text{взл}}}{0.545^2} = \frac{1.67}{0.545^2} = 5.63; \\k_{0.4 \text{ ном}} &= \frac{k_{\text{взл}}}{0.364^2} = \frac{1.67}{0.364^2} = 12.6; \\k_{\text{мг}} &= \frac{k_{\text{взл}}}{0.182^2} = \frac{1.67}{0.182^2} = 50.49.\end{aligned}$$

Рассчитываем коэффициент однородности для каждого из режимов по формуле (6):

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{ном}} &= \frac{k_{\text{ном}} - 1}{\sqrt{k_{\text{ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дт}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{2.02 - 1}{\sqrt{2.02^2 \cdot 0.085^2 + 0.08728^2}} = 5.32; \\\gamma_{0.8 \text{ ном}} &= \frac{k_{0.8 \text{ ном}} - 1}{\sqrt{k_{0.8 \text{ ном}}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\text{дт}}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{3.16 - 1}{\sqrt{3.16^2 \cdot 0.085^2 + 0.08728^2}} = 7.67;\end{aligned}$$

$$\gamma_{0.6ном} = \frac{k_{0.6ном} - 1}{\sqrt{k_{0.6ном}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\partial\alpha}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{5.63 - 1}{\sqrt{5.63^2 \cdot 0.085^2 + 0.08728^2}} = 9.54;$$

$$\gamma_{0.4ном} = \frac{k_{0.4ном} - 1}{\sqrt{k_{0.4ном}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\partial\alpha}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{12.62 - 1}{\sqrt{12.62^2 \cdot 0.085^2 + 0.08728^2}} = 10.82;$$

$$\gamma_{мз} = \frac{k_{мз} - 1}{\sqrt{k_{мз}^2 \cdot \vartheta_{\sigma_{\partial\alpha}}^2 + \vartheta_{\sigma_p}^2}} = \frac{50.49 - 1}{\sqrt{50.49^2 \cdot 0.085^2 + 0.08728^2}} = 11.56.$$

Вычисляем вероятность неразрушения на каждом режиме по уравнению (5):

$$P_{\epsilon}(5000)_{ном} = 0.5 + F(\gamma_{ном}) = F(5.32) = 0.999999478;$$

$$P_{\epsilon}(5000)_{0.8ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.8ном}) = F(7.67) = 0.999999999999989;$$

$$P_{\epsilon}(5000)_{0.6ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.6ном}) = F(9.54) = 1;$$

$$P_{\epsilon}(5000)_{0.4ном} = 0.5 + F(\gamma_{0.4ном}) = F(10.82) = 1;$$

$$P_{\epsilon}(5000)_{мз} = 0.5 + F(\gamma_{мз}) = F(11.56) = 1.$$

Вероятность разрушения на каждом режиме работы находим по выражению (10):

$$Q(5000)_{ном} = 1 - P_{\epsilon}(5000)_{ном} = 1 - 0.999999478 = 5.22 \cdot 10^{-7};$$

$$Q(5000)_{0.8ном} = 1 - P_{\epsilon}(5000)_{0.8ном} = 1 - 0.999999999999989 = 1.14 \cdot 10^{-14};$$

$$Q(5000)_{0.6ном} = 1 - P_{\epsilon}(5000)_{0.6ном} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(5000)_{0.4ном} = 1 - P_{\epsilon}(5000)_{0.4ном} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(5000)_{мз} = 1 - P_{\epsilon}(5000)_{мз} = 1 - 1 = 0.$$

Определяем интенсивность отказов за 1 час работы двигателя по соотношению (13) с использованием времени работы на каждом режиме $t_{p.э}$:

$$\lambda = \left(\sum_1^{n_p} Q(5000)_{p.э} \cdot t_{p.э} \right) / t = (2.69 \cdot 10^{-5} \cdot 0.03 + 5.217 \cdot 10^{-7} \cdot 0.2 + 1.14 \cdot 10^{-14} \cdot 0.4) / 5000 = 0.1629 \cdot 10^{-9} \text{ ч}^{-1}.$$

Полученное значение интенсивности отказов меньше величины $1 \cdot 10^{-9} \text{ч}^{-1}$. Следовательно, лопатка отвечает требованиям по надежности, т.е. соответствует мировому уровню безопасности полетов.

5. Сравнение результатов расчета среднеквадратического отклонения рабочего напряжения

Произведем сравнение метода малых возмущений и метода конечных элементов в определении среднеквадратического отклонения рабочего напряжения по результатам расчета, произведенного для лопатки (см. разделы 3 и 4).

В результате расчета методом малых возмущений получено среднеквадратическое отклонение напряжения для лопатки равным $\sigma_{\sigma_{\Sigma A}} = 5.905 \text{ МПа}$, методом конечных элементов $\sigma_{\sigma_p} = 20.5 \text{ МПа}$. Такая большая разница в значениях среднеквадратического отклонения обусловлена, на наш взгляд, следующими причинами:

1. Для метода малых возмущений характерно наличие расчетной формулы напряжения, на основе которой проводится анализ, для метода конечных элементов – отсутствие формулы как таковой, а анализ производится путем многократных повторений расчета на прочность с различными значениями возмущающих факторов.

2. Количество возмущающих факторов, как видно из расчетов, для метода конечных элементов существенно больше, чем для метода линеаризации (например, в последнем методе не учитываются параметры бандажной полки). Это обусловлено тем, что в методе линеаризации количество входных параметров ограничено их вхождением в расчетную формулу, то есть учитывается только явная зависимость между входными и выходными параметрами. При расчете методом Монте-Карло нет необходимости анализировать зависимость между входными и выходными параметрами, она получается в результате расчета.

Расчет методом конечных элементов занимает гораздо больше времени, чем методом линеаризации, что обусловлено затратами времени на построение параметрической конечно-элементной модели детали и на расчет. Но от этого зависит надежность проектируемой детали и проектируемого двигателя, поэтому лучше использовать более точный метод конечных элементов.

6. Расчет ВБР бандажной полки по критерию изнашивания

Оценим вероятность безотказной работы $p(t)$ по критерию изнашивания бандажных полок лопаток первой ступени тВД двигателя НК-8-4. Будем считать, что твердость БП в местах стыковки составляет $HB = 340 \dots 370$ ($\overline{H}_1 = \overline{H}_2 = 355$), ресурс 5000 ч.

Определим условия трения. Контактное давление обычно составляет 20...40 МПа [6], тогда среднее давление $\bar{p} = 30$ МПа. При наличии данных о натяге, угле поворота БП, во время работы и жесткости лопатки, давление в контакте можно вычислить по формулам, приведенным в [6]. Скорость трения определяем из частоты колебания лопатки на режимах работы двигателя:

$$v = \omega_{\text{возб}} \cdot a,$$

где $\omega_{\text{возб}} = Z_{CA} \cdot \omega$ – частота вынужденных колебаний лопатки;

a – амплитуда колебаний;

ω – частота вращения;

Z_{CA} – число сопловых аппаратов.

В дальнейшем зададимся несколькими значениями амплитуды колебаний и найдем вероятность безотказной работы.

Коэффициент трения исходной пары $f = 1.1 \dots 3.0$ [2].

Минимальное значение натяга определяется из технических требований на сборку рабочего колеса: $N_{\text{пред}} = 0.0$ мм.

Примем коэффициент трения после приработки $f_0 = 2.05$ [2].

Интенсивность изнашивания может определяться по различным зависимостям. Если есть статистические данные по изнашиванию аналогичной конструкции за определенный период времени, то

сначала ищется скорость изнашивания $v_u = \frac{\text{износ}}{\text{время}}$. Затем находятся

безразмерная интенсивность изнашивания $I = \frac{v_u}{v}$ и ее средняя

величина $\bar{I}$. Для определения интенсивности изнашивания можно воспользоваться зависимостями, приведенными в [14]. Для нашего случая воспользуемся классификацией износостойкости, приведенной в [16]. Установленные классы износостойкости объединяются принятыми в механике твердых тел основными видами контактного взаимодействия поверхностей трения. Для БП характерен упругий контакт, поэтому отнесем наш случай ко второму классу. Тогда средняя интенсивность изнашивания $\bar{I} = 5.5 \cdot 10^{-11}$.

Предполагается, что рассеяние показателей степеней m , n , l отсутствует.

Зависимость изменения температурного натяга в процессе приемистости в зависимости от угла наклона контактной поверхности для двигателей семейства НК изображена на рисунке 6.1. Для $\beta = 55^\circ$ $\bar{N}_{НЧ} = 0.4$ мм.

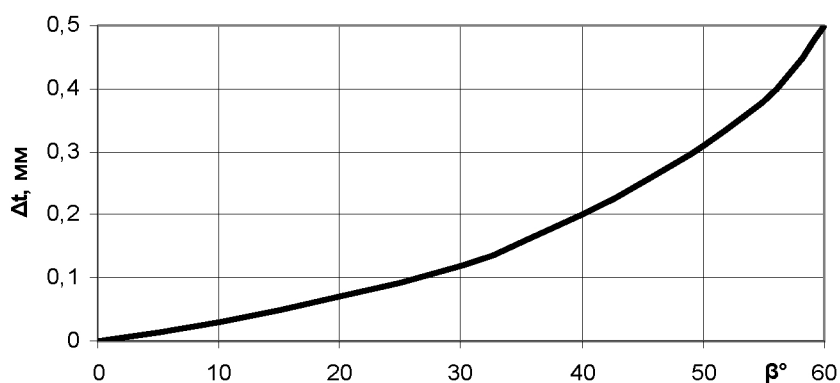


Рисунок 6.1. Изменение температурного натяга в процессе приемистости

Определим среднее квадратичное отклонение размера БП и начального натяга. Размер БП на стыке составляет $29_{-0,1}$, тогда

$$\sigma_{N1} = \sigma_{N2} = \frac{0.1}{6} = 0.016667 \text{ мм. Отсюда}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_{N1}^2 + \sigma_{N2}^2} = \sqrt{2} \cdot \sigma_{N1} = 0.02357.$$

Принимаем $m = 1$; $n = 1$; $l = 1$.

$$\text{Вычисляем } \bar{H} = \frac{\bar{H}_1' \bar{H}_2'}{\bar{H}_1' + \bar{H}_2'} = \frac{\bar{H}_1^2}{2 \cdot \bar{H}_1} = \frac{\bar{H}_1}{2} = \frac{355}{2} = 177.5.$$

Считая, что среднее квадратическое отклонение равно шестой части допуска, определяем коэффициенты вариации для контактного давления, коэффициента трения, твердости:

$$v_P = \frac{\sigma_P}{M_P}; \sigma_P = \frac{20}{6} = 3.33333 \text{ МПа} \Rightarrow v_P = \frac{3.33333}{30} = 0.111;$$

$$v_f = \frac{\sigma_f}{M_f}; \sigma_f = \frac{1.9}{6} = 0.31667 \Rightarrow v_f = \frac{0.31667}{2.05} = 0.1545;$$

$$v_{H1} = v_{H2} = \frac{\sigma_{H1}}{M_{H1}}; \sigma_{H1} = \frac{30}{6} = 5.0 \Rightarrow v_H = \frac{5}{355} = 0.014.$$

Далее определяем коэффициент вариации твердости:

$$v_H = \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{H}}{\bar{H}_1} \right) \cdot v_{H1} \right]^2 + \left[\left(\frac{\bar{H}}{\bar{H}_2} \right) \cdot v_{H2} \right]^2} =$$

$$= \sqrt{\left[\left(\frac{\bar{H}_1}{2 \cdot \bar{H}_1} \right) \cdot v_{H1} \right]^2 + \left[\left(\frac{\bar{H}_1}{2 \cdot \bar{H}_2} \right) \cdot v_{H2} \right]^2} = \frac{v_{H1}}{\sqrt{2}} = 0.0099;$$

$$v_I = \sqrt{(m \cdot v_P)^2 + (n \cdot v_f)^2 + (l \cdot v_H)^2} =$$

$$= \sqrt{(1 \cdot 0.111)^2 + (1 \cdot 0.1545)^2 + (1 \cdot 0.0099)^2} = 0.191.$$

Квантиль нормального распределения определяем по формуле

$$\gamma = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_\Delta^2 + v_I^2}},$$

где $v_\Delta = \frac{\sigma_N}{\bar{\Delta}}$ – коэффициент вариации размера детали;

$$\bar{\Delta} = \bar{N}_{НАЧ} - N_{ПРЕД} = 0.4 - 0.0 = 0.4 \text{ мм};$$

$$v_{\Delta} = \frac{\sigma_N}{\Delta} = \frac{0.02357}{0.4} = 0.0589.$$

Зададимся значениями амплитуды на взлетном режиме (таблица 6.1). Будем считать, что амплитуда колебаний на разных режимах изменяется пропорционально оборотам.

Двигатель НК-8-4 работает на следующих режимах:

- 1) взлетный $n = n_{\max} - 3\%$ времени полета;
- 2) номинальный $n = 0.909 \cdot n_{\max} - 20\%$ времени полета;
- 3) 0.8 номинала $n = 0.727 \cdot n_{\max} - 40\%$ времени полета;
- 4) 0.6 номинала $n = 0.545 \cdot n_{\max} - 8\%$ времени полета;
- 5) 0.4 номинала $n = 0.364 \cdot n_{\max} - 7\%$ времени полета;
- 6) малый газ $n = 0.182 \cdot n_{\max} - 22\%$ времени полета.

Тогда амплитуда колебаний на этих режимах:

- 1) $a_{\text{взлет}} = 1.0 \cdot a_{\text{взлет}};$
- 2) $a_{\text{ном}} = 0.909 \cdot a_{\text{взлет}};$
- 3) $a_{0.8\text{ном}} = 0.727 \cdot a_{\text{взлет}};$
- 4) $a_{0.6\text{ном}} = 0.545 \cdot a_{\text{взлет}};$
- 5) $a_{0.4\text{ном}} = 0.364 \cdot a_{\text{взлет}};$
- 6) $a_{\text{м.г.}} = 0.182 \cdot a_{\text{взлет}}.$

Результаты расчета приведены в таблице 6.1

По газодинамическому расчету получилось число сопловых лопаток $Z_{CA} = 48$. Определим частоту вынужденных колебаний

лопатки по формуле $\omega_{\text{возб}} = Z_{CA} \cdot \omega = Z_{CA} \frac{\pi \cdot n_i}{30},$

где n_i в – число оборотов в минуту на i-м режиме.

Результаты расчета даны в таблице 6.2.

Скорость трения определяется по формуле $v = \omega_{\text{возб}} \cdot a.$

Результаты представлены в таблице 6.3.

Найдем значение условного коэффициента запаса по изнашиванию. Для этого воспользуемся формулой $\bar{n} = \frac{\bar{\Delta}}{\bar{I} \cdot v \cdot t}$, а результаты расчета сведем в таблицу 6.4. Время работы на каждом режиме примем как соответствующую часть (см. с. 58) от ресурса 5000 ч.

Подставляем в формулу (14) для квантиля нормального распределения все вышеполученные значения. Результаты представлены в таблице 6.5.

Вероятность неразрушения на каждом режиме определяем по формуле (5). Результаты расчета сведены в таблицу 6.6.

Вероятность безотказной работы $p_c = \prod_{i=1}^n p_i(t)$:

$$p_{1c} = 0.9999855 \cdot 3.470777 \cdot 10^{-4} \cdot 7.262372 \cdot 10^{-5} \cdot 0.999999 \cdot 1 \cdot 1 = 2.521 \cdot 10^{-8};$$

$$p_{2c} = 0.9999999 \cdot 2.795779 \cdot 10^{-3} \cdot 4.623396 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1.29 \cdot 10^{-6};$$

$$p_{3c} = 1 \cdot 0.06183709 \cdot 9.545129 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 5.902 \cdot 10^{-4};$$

$$p_{4c} = 1 \cdot 0.99999988 \cdot 0.68010030 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0.062;$$

$$p_{5c} = 1 \cdot 1 \cdot 0.99999988 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0.99999988;$$

$$p_{6c} = p_{7c} = p_{8c} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1.$$

Таблица 6.1. Значения амплитуды колебаний (в мкм) на режимах работы двигателя НК-8-4

№	Режим					
	взлетный	номинальный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	малый газ
1	200	181.8	145.4	109	72.8	36.4

2	150	136.35	109.05	81.75	54.6	27.3
3	100	90.9	72.7	54.5	36.4	18.2
4	50	45.45	36.35	27.25	18.2	9.1
5	25	22.725	18.175	13.625	9.1	4.55
6	25	13.635	10.905	8.175	5.46	2.73
7	10	9.09	7.27	5.45	3.64	1.82
8	5	4.545	3.635	2.725	1.82	0.91

Таблица 6.2. Вынужденная частота колебаний лопатки

Режим	Взлет- ный	Номиналь- ный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	Малый газ
$\omega_{возб}$, Гц	34935	31756	25397	19039	12716	6358

Таблица 6.3. Значения скорости трения (в м/с)

№	Режим					
	взлетный	номи- нальный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	малый газ
1	6.987	5.773	3.693	2.075	0.926	0.231
2	5.24	4.33	2.77	1.556	0.694	0.174
3	3.493	2.887	1.846	1.038	0.463	0.116
4	1.747	1.443	0.923	0.519	0.231	0.058
5	0.873	0.722	0.462	0.259	0.116	0.029
6	0.524	0.433	0.277	0.156	0.069	0.017
7	0.349	0.289	0.185	0.104	0.046	0.012
8	0.175	0.144	0.092	0.052	0.023	0.006

Таблица 6.4. Коэффициент запаса по изнашиванию

№	Режим					
	взлетный	номи- нальный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	малый газ
1	1.928	0.35	0.274	2.343	6.235	7.936
2	2.57	0.467	0.365	3.245	8.313	10.581
3	3.855	0.7	0.547	4.867	12.47	15.871
4	7.71	1.4	1.094	9.735	24.94	31.742
5	15.421	2.799	2.188	19.469	49.88	63.484
6	25.701	4.666	3.647	32.449	83.134	105.807
7	38.552	6.999	5.471	48.673	124.701	158.71
8	77.104	13.997	10.941	97.346	249.402	317.42

Таблица 6.5. Квантиль нормального распределения

№	Режим					
	взлетный	номинальный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	малый газ
1	4.128	-3.392	-3.799	6.012	12.649	13.735
2	6.451	-2.771	-3.313	8.316	13.914	14.696
3	9.63	-1.54	-2.344	11.231	15.11	15.581

4	13.62	1.925	0.468	14.451	16.155	16.351
5	15.532	7.14	5.165	15.881	16.596	16.682
6	16.183	10.959	9.217	16.366	16.754	16.802
7	16.473	13.204	11.939	16.585	16.829	16.86
8	16.736	15.354	14.787	16.787	16.901	16.916

Таблица 6.6. Вероятность неразрушения (ВБР)

№	Режим					
	взлетный	номинальный	0.8 ном.	0.6 ном.	0.4 ном.	малый газ
1	0.9999855	$3.470777 \cdot 10^{-4}$	$7.262372 \cdot 10^{-5}$	0.99999999	1	1
2	0.9999999	$2.795779 \cdot 10^{-3}$	$4.623396 \cdot 10^{-4}$	1	1	1
3	1	0.06183709	$9.545129 \cdot 10^{-3}$	1	1	1
4	1	0.99999988	0.68010030	1	1	1
5	1	1	0.99999988	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1

Таким образом, при выбранных условиях и исходных данных получаем, что амплитуда перемещений на номинальном режиме и 0.8 номинального в первых четырех вариантах велика. Это объясняет, почему нужно уменьшать колебания лопатки именно на длительных режимах работы. Таким образом, для бандажной полки рабочего колеса первой ступени тВД НК-8-4 нельзя допускать амплитуду более 50 мкм при выбранных исходных данных, допущениях и законе распределения амплитуды по режимам.

7 Расчет параметров надежности рабочего колеса

методом конечных элементов

7.1 Определение частот собственных колебаний рабочего колеса

В 1 ст. турбины ВД двигателя НК-8-4 используется диск с центральным отверстием. Материал диска ЭИ698ВД.

Построим конечно-элементную модель сектора диска по размерам чертежа. Наложим следующие граничные условия:

- 1) условие контакта на бандажной полке (рисунок 7.2);
- 2) частота вращения в виде угловой скорости $\omega = 727.8$ рад/с;
- 3) газодинамическая нагрузка на поверхности корытца лопатки;
- 4) условие симметричности сектора, наложенное командой Cyclic sector;
- 5) запрет осевых перемещений диска по поверхности соединения с носком вала;
- 6) температурный градиент с температурой на ободке $t_{об} = 800^{\circ}C$ и на ступице $t_{ст} = 650^{\circ}C$ с изменением температуры по радиусу по квадратичному закону;
- 7) совместность перемещений узлов на контактных поверхностях замка и паза по нормали к этим поверхностям;
- 8) совместность перемещений узлов на одной из торцевых линий замка и паза в осевом направлении.

Конечно-элементная модель сектора диска показана на рисунках 7.1, 7.2, приложенные граничные условия - на рисунках 7.3, 7.4.

Произведем расчет сектора с целью определения собственных частот рабочего колеса. Результаты расчета приведены на рисунках 7.5, 7.6.

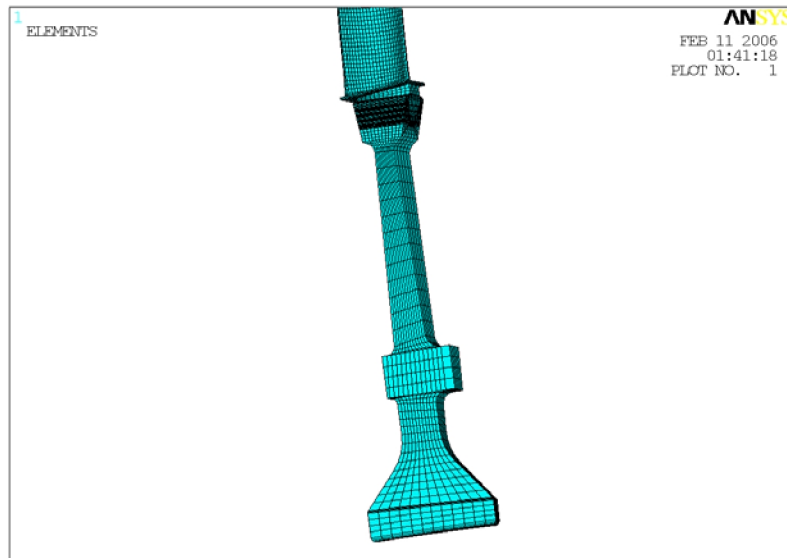


Рисунок 7.1. Конечно-элементная модель сектора диска

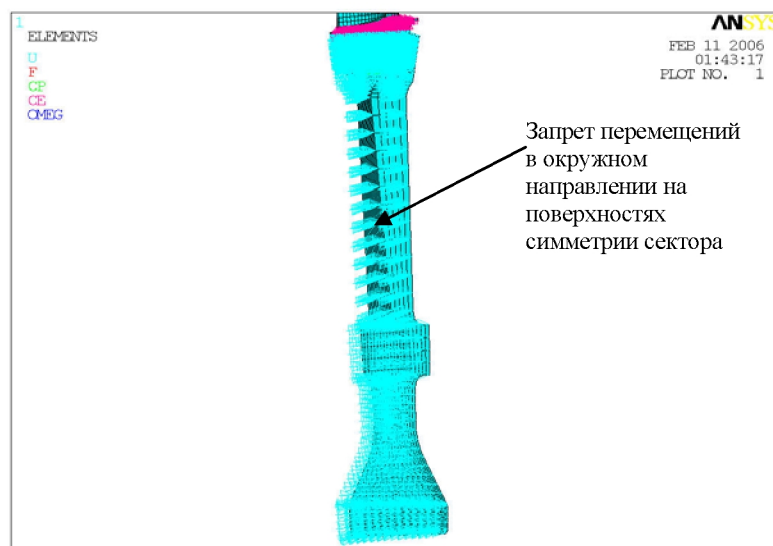


Рисунок 7.2. Граничные условия симметричности

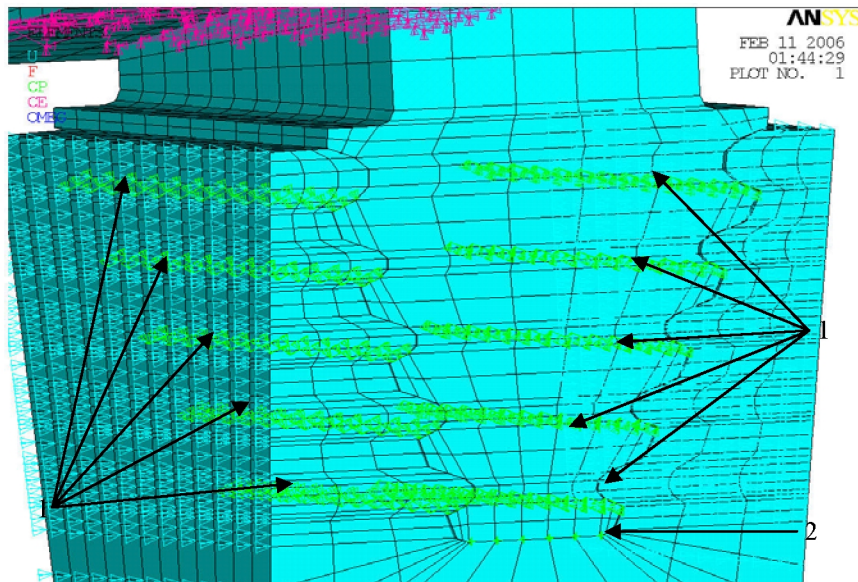


Рисунок 7.3. Граничные условия контакта на рабочих поверхностях замка и паза (1) и моделирование контровки (2)

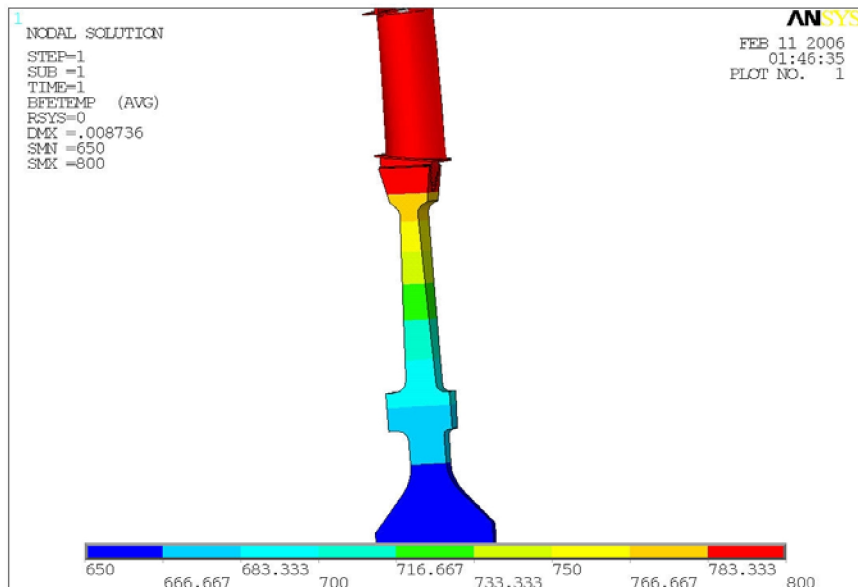


Рисунок 7.4. Температурный градиент

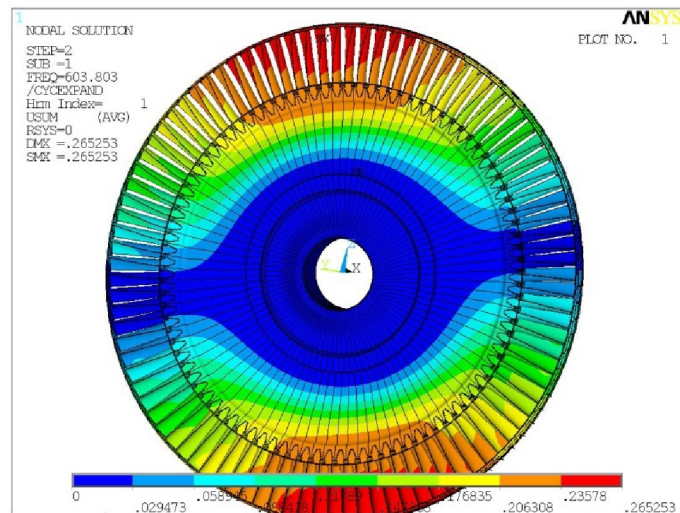


Рисунок 7.5. Форма колебаний рабочего колеса с одним узловым диаметром

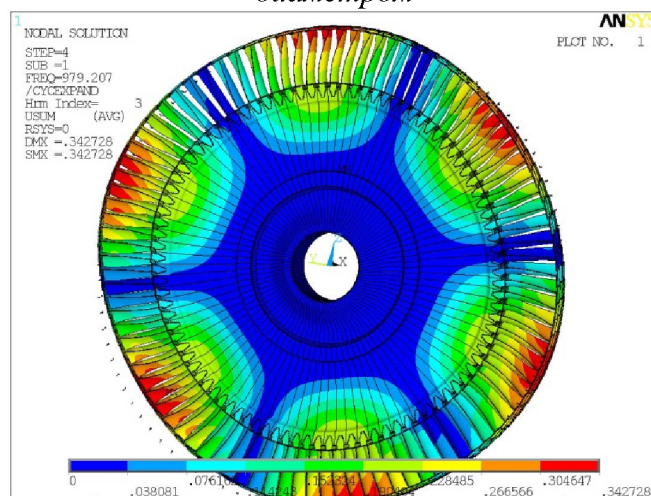


Рисунок 7.6. Форма колебаний рабочего колеса с тремя узловыми диаметрами

Таблица 7.1. Формы колебаний диска

$\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	544,01	603,80	766,02	979,21	1192,1	1310,7	1345,3	1357,7	1363,8	1367,3	1369,6
1	988,58	1032,3	1063,4	1083,7	1127	1258,9	1461,6	1669,1	1845,9	1974,7	2059,7
2	1661,6	1969	2307,4	2390,4	2435,5	2485,7	2555,4	2659	2806,8	2964,5	3031,5
3	2136,2	2504,9	2857,2	3044,1	3060,4	3068,9	3075,9	3084,2	3101	3163,5	3350,1
4	2525,8	2816,6	3012,3	3159,2	3312,8	3492,9	3714,6	3961,4	4183	4342,6	4472,8

Далее в расчетах будем рассматривать формы семейства $n=0$.

Построим резонансную диаграмму для рабочего колеса (рисунок 7.7).

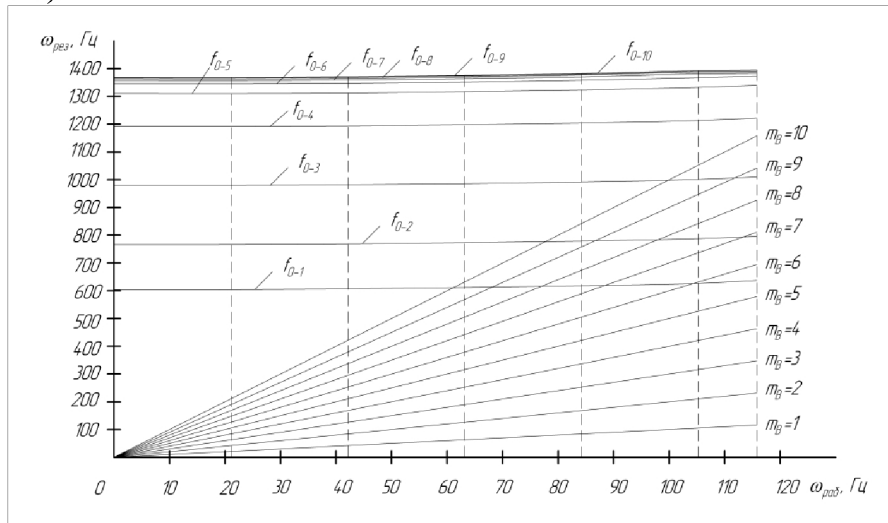


Рисунок 7.7. Резонансная диаграмма

7.2 Определение среднеквадратического отклонения собственных частот колебания от расчетного значения

7.2.1. Исходные данные для расчета

Исходными данными для расчета будут средние значения параметров, влияющих на величину собственной частоты, их

Таблица 7.2. Исходные данные к расчету хвостовика

№ п/п	Параметр	Закон	Среднее значение	СКО σ_i	Мини- мум	Макси- мум	Примечание
1	DIAM PL	TGAU	0.400	$1.67 \cdot 10^{-4}$	0.3995	0.4005	Параметры полки
2	TOL PL	GAUS	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$			
3	Z OS	GAUS	$1.243 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$			Радиальные размеры
4	Z ZAM	GAUS	$2.1 \cdot 10^{-2}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$			
5	Z NIZ	TGAU	$1.907 \cdot 10^{-2}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$1.902 \cdot 10^{-2}$	$1.913 \cdot 10^{-2}$	Параметры ножки
6	TOL NOJ	GAUS	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-4}$			
7	DL NOJ	TGAU	$3.8 \cdot 10^{-2}$	$5.67 \cdot 10^{-5}$	$3.783 \cdot 10^{-2}$	$3.8 \cdot 10^{-2}$	Углы зубьев
8	X ZAMP	TGAU	$1.008 \cdot 10^{-2}$	$2.33 \cdot 10^{-5}$	$1.001 \cdot 10^{-2}$	$1.008 \cdot 10^{-2}$	
9	ZUB ANG1	GAUS	7.5	0.1111			Шаг зубьев
10	ZUB ANG2	GAUS	50	0.3333			
11	SZUB1	TGAU	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	Шаг зубьев
12	SZUB2	GAUS	$4.2 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-6}$			
13	SZUB3	GAUS	$8.4 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-6}$			
14	SZUB4	GAUS	$1.26 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-6}$			
15	SZUB5	GAUS	$1.68 \cdot 10^{-2}$	$6.67 \cdot 10^{-6}$			
16	SZUB6	TGAU	$2.1 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2.1 \cdot 10^{-3}$	Выступы
17	VIST ZUB	TGAU	$8 \cdot 10^{-4}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-4}$	
18	RZUB1	TGAU	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$	Радиусы скругления
19	RZUB2	TGAU	$0.75 \cdot 10^{-3}$	$6.67 \cdot 10^{-5}$	$7.3 \cdot 10^{-4}$	$7.5 \cdot 10^{-4}$	
20	ANG ZAM ₁	GAUS	12	0.1111			Углы замка
21	ANG ZAM ₂	GAUS	12	0.1111			

Таблица 7.3. Исходные данные к расчету диска

№ п/п	Параметр	Закон	Среднее значение	СКО σ_i	Мини- мум	Макси- мум	Примечание
1	DIAM 1	TGAU	0.211	$6.33 \cdot 10^{-5}$	0.21081	0.211	Радиальные размеры
2	DIAM 2	TGAU	0.21	$1.75 \cdot 10^{-5}$	0.20998	0.21003	
3	DIAM 3	TGAU	0.179	$5.67 \cdot 10^{-5}$	0.179	0.17917	
4	DIAM 4	TGAU	0.179	$2.08 \cdot 10^{-4}$	0.179	0.17963	
5	DIAM 5	TGAU	$9.5 \cdot 10^{-2}$	$2.67 \cdot 10^{-4}$	$9.42 \cdot 10^{-2}$	$9.5 \cdot 10^{-2}$	
6	DIAM 6	TGAU	$7.65 \cdot 10^{-2}$	$1.77 \cdot 10^{-4}$	$7.65 \cdot 10^{-2}$	$7.703 \cdot 10^{-2}$	

№ п/п	Параметр	Закон	Среднее значение	СКО σ_i	Мини- мум	Макси- мум	Примечание
7	BOBISH	TGAU	$4.8 \cdot 10^{-2}$	$5.67 \cdot 10^{-5}$	$4.783 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{-2}$	Линейные размеры
8	LIN1	GAUS	$1.45 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$			
9	LIN2	GAUS	$1.65 \cdot 10^{-2}$	$2.67 \cdot 10^{-4}$			
10	DANG1	GAUS	35	0.4444			Угловые размеры
11	DANG2	GAUS	38	0.6667			
12	RAD1	TGAU	$4 \cdot 10^{-2}$	$3.33 \cdot 10^{-3}$			Радиусы скругления
13	RAD2	TGAU	$6 \cdot 10^{-3}$	$1.67 \cdot 10^{-4}$			

Таблица 7.4. Результаты расчета

Режим МГ					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	604,31	0.2709	f 0-6	1345,08	1.105
f 0-2	766,26	0.0823	f 0-7	1356,87	1.123
f 0-3	979,3	0.1477	f 0-8	1362,9	1.124
f 0-4	1192,01	0.3511	f 0-9	1366,7	1.125
f 0-5	1309,87	0.9605	f 0-10	1368,8	1.122
Режим 0.4 номинала					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	606.9	0.2697	f 0-6	1347.	1.101
f 0-2	768.6	0.0817	f 0-7	1359.	1.119
f 0-3	981.5	0.1460	f 0-8	1365.	1.120
f 0-4	1194.	0.3520	f 0-9	1369.	1.119
f 0-5	1312.	0.9585	f 0-10	1371.	1.117
Режим 0.6 номинала					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	611.5	0.2685	f 0-6	1351.	1.097
f 0-2	773.0	0.0811	f 0-7	1364.	1.115
f 0-3	985.7	0.1443	f 0-8	1370.	1.116
f 0-4	1198.	0.3529	f 0-9	1374.	1.114
f 0-5	1317.	0.9554	f 0-10	1376.	1.112
Режим 0.8 номинала					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	617.9	0.2668	f 0-6	1358.	1.092
f 0-2	779.1	0.0802	f 0-7	1370.	1.109
f 0-3	991.7	0.1420	f 0-8	1377.	1.109
f 0-4	1204.	0.3540	f 0-9	1380.	1.107
f 0-5	1323.	0.9510	f 0-10	1382.	1.105
Номинальный режим					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО

f 0-1	626.73	0.2649	f 0-6	1367.8	1.087
f 0-2	787.80	0.0795	f 0-7	1380.6	1.104
f 0-3	1000.5	0.1397	f 0-8	1386.9	1.103
f 0-4	1213.2	0.3551	f 0-9	1390.5	1.102
f 0-5	1332.5	0.9489	f 0-10	1392.9	1.099
Взлетный режим					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	637.2	0.2629	f 0-6	1373.1	1.082
f 0-2	796.4	0.0778	f 0-7	1382.9	1.095
f 0-3	101.7	0.1389	f 0-8	1387.2	1.093
f 0-4	1222.1	0.3539	f 0-9	1391.1	1.092
f 0-5	1340.2	0.9478	f 0-10	1395.2	1.097

среднеквадратические отклонения и закон распределения. Диск рассчитываем совместно с лопаткой, поэтому исходными данными будут параметры лопатки (см. раздел 4.2.1), параметры хвостовика (таблица 7.2) и параметры диска (таблица 7.3).

7.2.2 Анализ результатов

В результате расчета в программе ANSYS был получен интегральный нормальный закон распределения частот колебания рабочего колеса для каждого режима работы двигателя (таблица 7.4).

7.3 Определение параметров надежности рабочего колеса

Из резонансной диаграммы (рисунок 7.7) видно, что возникновение резонанса наиболее вероятно: на режиме МГ, 0.4 номинала, 0.6 номинала, а также 0.8 номинала по форме колебаний f 0-1; на взлетном и номинальном режимах по форме колебаний f 0-10. Проведем расчет параметров надежности для этих случаев.

Двигатель НК-8-4 работает на следующих режимах:

- 1) взлетный $n_{\max}$ - 3% времени полета;
- 2) номинальный $n = 0.909 \cdot n_{\max}$ - 20% времени полета;
- 3) 0.8 номинала $n = 0.727 \cdot n_{\max}$ - 40% времени полета;
- 4) 0.6 номинала $n = 0.545 \cdot n_{\max}$ - 8% времени полета;

5) 0.4 номинала $n = 0.364 \cdot n_{\max}$ - 7% времени полета;

6) малый газ $n = 0.182 \cdot n_{\max}$ - 22% времени полета.

Найдем коэффициент вариации частоты вращения ротора по формуле (18):

$$\vartheta_{f_B} = \frac{56.67}{115.83} = 0.489;$$

коэффициент вариации частоты собственных колебаний рабочего колеса (формула (19)):

$$\vartheta_{\omega_{рез_макс}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_макс}}}{\bar{\omega}_{рез_макс}} = \frac{1.097}{1395.2} = 7.86 \cdot 10^{-4};$$

$$\vartheta_{\omega_{рез_ном}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_ном}}}{\bar{\omega}_{рез_ном}} = \frac{1.099}{1392.9} = 7.89 \cdot 10^{-4};$$

$$\vartheta_{\omega_{рез_0.8ном}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_0.8ном}}}{\bar{\omega}_{рез_0.8ном}} = \frac{0.2668}{617.9} = 4.32 \cdot 10^{-4};$$

$$\vartheta_{\omega_{рез_0.6ном}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_0.6ном}}}{\bar{\omega}_{рез_0.6ном}} = \frac{0.2685}{611.5} = 4.39 \cdot 10^{-4};$$

$$\vartheta_{\omega_{рез_0.4ном}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_0.4ном}}}{\bar{\omega}_{рез_0.4ном}} = \frac{0.2697}{606.9} = 4.44 \cdot 10^{-4};$$

$$\vartheta_{\omega_{рез_МГ}} = \frac{\sigma_{\omega_{рез_МГ}}}{\bar{\omega}_{рез_МГ}} = \frac{0.2709}{604.31} = 4.48 \cdot 10^{-4}.$$

Определим коэффициент $\mathcal{E}$ в режиме эксплуатации по формуле (17):

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{\bar{f}_{B_макс}}{\bar{\omega}_{рез_макс}} = \frac{1158.3}{1395.2} = 0.83;$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ном} &= \frac{\overline{f_{B_ном}}}{\overline{\omega_{рез_ном}}} = \frac{1052.9}{1392.9} = 0.76; \\ \varepsilon_{0.8ном} &= \frac{\overline{f_{B_0.8ном}}}{\overline{\omega_{рез_0.8ном}}} = \frac{84.211}{617.9} = 0.136; \\ \varepsilon_{0.6ном} &= \frac{\overline{f_{B_0.6ном}}}{\overline{\omega_{рез_0.6ном}}} = \frac{63.129}{611.5} = 0.103; \\ \varepsilon_{0.4ном} &= \frac{\overline{f_{B_0.4ном}}}{\overline{\omega_{рез_0.4ном}}} = \frac{42.163}{606.9} = 0.07; \\ \varepsilon_{МГ} &= \frac{\overline{f_{B_МГ}}}{\overline{\omega_{рез_МГ}}} = \frac{21.082}{604.31} = 0.04.\end{aligned}$$

Рассчитаем коэффициент однородности для каждого из режимов по формуле (16):

$$\begin{aligned}\gamma_{макс} &= \frac{|\varepsilon_{макс} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{макс}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{|0.83 - 1|}{\sqrt{0.83^2 \cdot 0.489^2 + 0.000786^2}} = 4.18; \\ \gamma_{ном} &= \frac{|\varepsilon_{ном} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{ном}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{|0.76 - 1|}{\sqrt{0.76^2 \cdot 0.489^2 + 0.000789^2}} = 5.9; \\ \gamma_{0.8ном} &= \frac{|\varepsilon_{0.8ном} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{0.8ном}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{|0.136 - 1|}{\sqrt{0.136^2 \cdot 0.489^2 + 0.000432^2}} = 7.95; \\ \gamma_{0.6ном} &= \frac{|\varepsilon_{0.6ном} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{0.6ном}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{|0.103 - 1|}{\sqrt{0.103^2 \cdot 0.489^2 + 0.000439^2}} = 9.59; \\ \gamma_{0.4ном} &= \frac{|\varepsilon_{0.4ном} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{0.4ном}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{рез}}^2}} = \frac{|0.07 - 1|}{\sqrt{0.07^2 \cdot 0.489^2 + 0.000444^2}} = 10.07;\end{aligned}$$

$$\gamma_{\text{мг}} = \frac{|\varepsilon_{\text{МГ}} - 1|}{\sqrt{\varepsilon_{\text{МГ}}^2 \cdot \vartheta_{f_B}^2 + \vartheta_{\omega_{\text{рез}}}^2}} = \frac{|0.04 - 1|}{\sqrt{0.04^2 \cdot 0.489^2 + 0.000448^2}} = 10.669.$$

Вычислим вероятность ненаступления резонанса на каждом режиме по уравнению (5):

$$P_{\text{в}}(t)_{\text{макс}} = 0.5 + F(\gamma_{\text{макс}}) = 0.5 + F(4.18) = 0.999998913;$$

$$P_{\text{в}}(t)_{\text{ном}} = 0.5 + F(\gamma_{\text{ном}}) = 0.5 + F(5.9) = 0.9999989881;$$

$$P_{\text{в}}(t)_{0.8\text{ном}} = 0.5 + F(\gamma_{0.8\text{ном}}) = 0.5 + F(7.95) = 0.9999999999802;$$

$$P_{\text{в}}(t)_{0.6\text{ном}} = 0.5 + F(\gamma_{0.6\text{ном}}) = 0.5 + F(9.59) = 1;$$

$$P_{\text{в}}(t)_{0.4\text{ном}} = 0.5 + F(\gamma_{0.4\text{ном}}) = 0.5 + F(10.07) = 1;$$

$$P_{\text{в}}(t)_{\text{мг}} = 0.5 + F(\gamma_{\text{мг}}) = 0.5 + F(10.669) = 1.$$

Вероятность разрушения на каждом режиме работы находим по формуле (10):

$$Q(t)_{\text{макс}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{\text{макс}} = 1 - 0.999998913 = 1.087 \cdot 10^{-6};$$

$$Q(t)_{\text{ном}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{\text{ном}} = 1 - 0.9999989881 = 1.02 \cdot 10^{-7};$$

$$Q(t)_{0.8\text{ном}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{0.8\text{ном}} = 1 - 0.9999999999802 = 1.981 \cdot 10^{-13};$$

$$Q(t)_{0.6\text{ном}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{0.6\text{ном}} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(t)_{0.4\text{ном}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{0.4\text{ном}} = 1 - 1 = 0;$$

$$Q(t)_{\text{мг}} = 1 - P_{\text{в}}(t)_{\text{мг}} = 1 - 1 = 0.$$

Найдем интенсивность отказов за 1 час работы двигателя по формуле (13):

$$\lambda = \left(\sum_1^{n_p} Q(t)_{p.э.} \cdot t_{p.э} \right) / t = (1.087 \cdot 10^{-7} \cdot 0.03 + 1.02 \cdot 10^{-7} \cdot 0.2 + 1.981 \cdot 10^{-13} \cdot 0.4) / 5000 = 0.408 \cdot 10^{-12}.$$

Полученное значение интенсивности отказов меньше величины $1 \cdot 10^{-9}$, следовательно, диск отвечает требованиям по надежности.

7.4 Влияние параметров на среднеквадратическое отклонение собственных частот

7.4.1 Влияние отклонений геометрических параметров на среднеквадратическое отклонение собственных частот

Определим среднеквадратическое отклонение собственных частот колебаний рабочего колеса при условии, что возмущающими факторами будут являться только геометрические параметры и их отклонения. Результаты сведем в таблицу 7.5.

Таблица 7.5. Частоты и их среднеквадратические отклонения (возмущающий фактор – геометрические параметры)

Взлетный режим					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	637.2	0.0116	f 0-6	1373.1	0.0031
f 0-2	796.4	0.0201	f 0-7	1382.9	0.0013
f 0-3	101.7	0.0272	f 0-8	1387.2	0.0007
f 0-4	1222.1	0.0263	f 0-9	1391.1	0.0004
f 0-5	1340.2	0.0098	f 0-10	1395.2	0.0003

7.4.2 Влияние отклонений химического состава материала на среднеквадратическое отклонение собственных частот

Механические свойства сплавов имеют некоторое отклонение от своих значений. Это вызвано тем, что содержание каждого из компонентов в сплаве не является строго определенным, а имеет некоторый разброс.

При проектировании какой-либо ответственной детали двигателя важно знать, какое влияние окажет на рабочие параметры этой детали разброс механических свойств сплава. Это позволит определиться с выбором конкретных партий материала (в выплавке) со строго определенными механическими свойствами.

Определим среднеквадратическое отклонение собственных частот колебаний рабочего колеса при условии, что возмущающими

факторами будут являться только механические свойства материала и их отклонения. Результаты сведем в таблицу 7.6.

Таблица 7.6. Частоты и их среднеквадратические отклонения (возмущающий фактор – свойства материала)

Взлетный режим					
Форма колебаний	Частота, Гц	СКО	Форма колебаний	Частота, Гц	СКО
f 0-1	637.2	0.1925	f 0-6	1373.1	0.4929
f 0-2	796.4	0.0512	f 0-7	1382.9	0.5025
f 0-3	101.7	0.1053	f 0-8	1387.2	0.4987
f 0-4	1222.1	0.2248	f 0-9	1391.1	0.4976
f 0-5	1340.2	0.5272	f 0-10	1395.2	0.5081

По результатам, приведенным в таблицах 7.5 и 7.6, видно, что наибольшее влияние на разброс собственных частот оказывают отклонения механических свойств материалов.

Ввиду того, что параметры надежности рассчитанного рабочего колеса позволяют применить невысокие требования по разбросу свойств материала, это приведет к снижению стоимости сплава, поставляемого для изготовления рабочего колеса.

Приложения

Вкладка 1 – рабочий чертеж лопатки первой ступени турбины высокого давления ТРДД НК-8-4.

Вкладка 2 – рабочий чертеж диска первой ступени турбины высокого давления ТРДД НК-8-4.

Список использованных источников

1. Акимов, В.М. Основы надежности газотурбинных двигателей: учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / В.М. Акимов. – М.: Машиностроение, 1981. – 207с.
2. Александров, В.Г. Авиационный технический справочник / В.Г. Александров, А.В. Майоров, А.М. Пашестюк. – М.: Транспорт, 1969 – 495с.
3. Белоусов, А. И. Прочностная надежность деталей турбомашин: учеб. пособие. / А.И. Белоусов, И.А. Биргер. – Куйбышев: КуАИ, 1983. – 75с.
4. Белоусов, А. И. Оценка параметров прочностной надежности деталей ДЛА на этапе проектирования: учебное пособие / А.И. Белоусов, А.В. Грицин. – Самара: СГАУ, 2006. – 116 с.
5. Белоусов, А. И. Оценка параметров прочностной надежности деталей ДЛА на этапе проектирования с учетом внезапных отказов: учеб. пособие / А.И. Белоусов, А.В. Сафронов. – Самара: СГАУ, 2004. – 105с.
6. Биргер, Б.Ф. Расчет на прочность деталей машин: справочник / Б.Ф. Биргер, Г.Б. Шорр, Г.Б. Иосилевич; под ред. И.А. Биргера. – М.:Машиностроение, 1993. – 568с.
7. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и размеров сортамента: справочник / под ред. С. О. Охупкина. – М.: Машиностроение, 1970. – 568 с.
8. Вьюнов, С.А. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей: учебник для студентов вузов по специальности «Авиационные двигатели и энергетические установки» / С. А. Вьюнов, Ю. И. Гусев, А. В. Карпов; под общ. ред. Д. В. Хромина. – М.: Машиностроение, 1989. – 368 с.
9. Косточкин, В. В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок: учебник для студентов / В.В. Косточкин – М: Машиностроение, 1976. – 248с.
10. Кузнецов, Н. Д. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей / Н.Д. Кузнецов, В.И. Цейтлин. – М.: Машиностроение, 1976. – 216с.
11. Мамаев, Б.И. Газодинамическое проектирование осевых турбин авиационных ГТД: учеб. пособие / Б.И. Мамаев, Н.Ф. Мусаткин, Б.М. Аронов. – Куйбышев: КуАИ, 1984. – 70 с.

12. Москаленко, А.С. Расчет надежности деталей авиационных газотурбинных двигателей: учеб. пособие / А.С. Москаленко. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1985. – 107с.
13. Биргер, И.А. Расчет на прочность авиационных газотурбинных двигателей / И. А. Биргер, В. М. Даревский, И. В. Демьянушко; под ред. И. А. Биргера, Н. И. Котерова – М.: Машиностроение, 1984. – 208с.
14. Решетов, Д.Н. Надежность машин / Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.В. Фадеев; под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Высшая школа, 1988. – 234с.
15. Скубачевский, Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей: учебник для студентов авиационных вузов / Г.С. Скубачевский. – М.: Машиностроение, 1974. – 520 с.
16. Трение, изнашивание и смазка: справочник. В 2 кн. Кн. 1 / Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. – М.: Машиностроение, 1979. – 358с.

Содержание

Введение.....	3
1. Определение параметров безотказности.....	6
1.1. Расчет интенсивности внезапных отказов.....	6
1.2. Определение интенсивности внезапных отказов при динамических нагрузках	11
1.3. Расчет вероятности безотказной работы при постепенных отказах – изнашивание бандажных полок	14
2. Методика определения среднеквадратического отклонения рабочего напряжения	17
2.1. Метод линеаризации (метод малых возмущений).....	17
2.2. Использование метода конечных элементов.....	19
3. Расчет параметров надежности лопатки по методу малых возмущений	26
3.1. Исходные данные	26
3.2. Среднеквадратическое отклонение рабочего напряжения	27
3.3. Определение параметров надежности лопатки	38
4. Расчет параметров надежности лопатки с использованием метода конечных элементов	41
4.1. Анализ статической прочности лопатки	41
4.1.1. Расчет газовой нагрузки	44
4.1.2. Расчет на прочность.....	46
4.2. Определение среднеквадратического отклонения рабочего напряжения от расчетного значения	49
4.2.1. Исходные данные для расчета	49
4.2.2. Анализ результатов.....	51
4.3. Определение параметров надежности лопатки	51
5. Сравнение результатов расчета среднеквадратического отклонения рабочего напряжения	55
6. Расчет ВБР бандажной полки по критерию изнашивания	57
7 Расчет параметров надежности рабочего колеса методом конечных элементов.....	64
7.1 Определение частот собственных колебаний рабочего колеса.....	64
7.2 Определение среднеквадратического отклонения собственных частот колебания от расчетного значения.....	69
7.2.1 Исходные данные для расчета	69
7.2.2 Анализ результатов.....	71

7.3 Определение параметров надежности рабочего колеса	71
7.4 Влияние параметров на среднеквадратическое отклонение собственных частот	75
7.4.1 Влияние отклонений геометрических параметров на среднеквадратическое отклонение собственных частот	75
7.4.2 Влияние отклонений химического состава материала на среднеквадратическое отклонение собственных частот	75
Приложения	77
Список использованных источников	78

Учебное издание

*Белоусов Анатолий Иванович
Грицин Алексей Валерьевич
Романов Александр Александрович*

**ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ
ЛОПАТКИ И РАБОЧЕГО КОЛЕСА
НА ЭТАПЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА ANSYS**

Учебное пособие

Технический редактор С. Г. М а т в е е в
Редакторская обработка Н. С. К у п р и я н о в а
Корректорская обработка А. В. Я р о с л а в ц е в а
Доверстка И. С. С т а р ч е в о й

Подписано в печать 18.10.07. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 5,0.

Тираж 120 экз. Заказ . ИП-48/2007

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.