

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

УПРАВЛЕНИЕ
ПОПЕРЕЧНО-МОДОВЫМ СОСТАВОМ
КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2007

УДК 535.4, 535.8
ББК 22.343
У 677



**Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области аэро-
космических и геоинформационных технологий"**

Авторы: *Павельев В.С., Хонина С.Н., Котляр В.В., Казанский Н.Л.*

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В. В. И в а х н и к,
д-р физ.-мат. наук, проф. И. П. З а в е р ш и н с к и й

У677 Управление поперечно-модовым составом когерентного излучения: учеб. пособие / [В.С. Павельев и др.] – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 192 с.: 111 ил.

ISBN 978-5-7883-0619-3

В данном учебном пособии рассмотрены методы анализа и формирования мод лазерного излучения с помощью дифракционных оптических элементов. Изложены основные положения теории мод оптических волноводов. Приведены результаты расчетов и оптических экспериментов. В пособии показано, что рассмотренные оптические элементы позволяют решать ряд актуальных задач волоконной оптики и оптического приборостроения.

Учебное пособие предназначено для студентов, проходящих подготовку по магистерской программе «Оптические информационные технологии» в рамках направления 010600, а также по специальности (направлению) «Прикладные математика и информатика» 010501, 010500.

УДК 535.4, 535.8
ББК 22.343

ISBN 978-5-7883-0619-3

© Павельев В.С., Хонина С.Н.,
Котляр В.В., Казанский Н.Л., 2007
© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2007

Оглавление

1. Распространение электромагнитного излучения в оптических волноводах	4
1.1. Моды ступенчатого оптического волокна	5
1.2. Моды градиентного оптического волокна	25
2. Моданы – дифракционные оптические элементы, согласованные с модами лазерного излучения	31
2.1. Метод введения дополнительной области	35
2.2. Метод знаковой функции с оптимизацией апертуры	60
2.3. Метод частичного кодирования	92
3. Расчет ДОО, согласованных с характеристиками градиентной среды	105
4. ДОО для анализа поперечных мод световых полей	122
4.1. Одновременное формирование нескольких самовоспроизводящихся лазерных пучков в различных дифракционных порядках	122
5. Селекция мод в свободном пространстве	133
5.1. Селекция мод ГЛ	135
5.2. Селекция мод ГЭ	143
6. Передача информации с модовым уплотнением каналов	146
7. Оптоволоконные датчики на основе селекции мод	171
7.1 Исследование связи мод вызванной периодическими микроизгибами градиентного волоконного световода	172
7.2 Исследование зависимости мощностей мод на выходе ступенчатого волоконного световода от величины его прогиба	174
Список специальных терминов	183
Список контрольных вопросов	183
Список литературы	185

1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

Волноводная мода определяется как некоторое особое распределение поля, которое распространяется вдоль волновода с сохранением определенного состояния поляризации, постоянной групповой скоростью и без изменения структуры своего первоначального поперечного распределения [1, 2].

Для многомодовых оптических волокон существует термин модовое уплотнение каналов – mode division multiplexing (MDM), который используется для методов уплотнения каналов передачи информации, где каждая распространяющаяся в волокне пространственная мода рассматривается как отдельный канал, несущий свой сигнал [3, 4].

Суть модового уплотнения каналов состоит в том, чтобы с помощью лазерных пучков, являющихся линейной суперпозицией распространяющихся в волноводе мод, можно формировать сигналы, которые будут эффективно передавать информацию в одном физическом носителе – многомодовом волокне. Передаваемая информация может содержаться как в модовом составе, так и в доле энергии, которую несет каждая мода лазерного пучка.

Идея MDM до сих пор не нашла практического применения из-за сложности возбуждения определенной суперпозиции мод с заданным распределением энергии по модам, а также из-за перетекания энергии между модами в неидеальных волноводах при передаче информации на большие расстояния. Однако в [5,6] теоретически и экспериментально показано, что для оптических волокон длиной 1-2 м, которые применяются, например, в эндоскопии, при небольших изгибах (радиус кривизны которых значительно больше радиуса сердцевины волновода) моды не «смешиваются» (т.е. перетекания энергии между модами не происходит), а лишь приобретают фазовый набег, связанный с кривизной изгиба.

В [7] экспериментально показано, что высшая мода (с азимутальным индексом 9) не чувствительна к изгибам 4-метрового градиентного волокна, радиус кривизны которых более 5 см. Известно также [8], что коэффициент «смешивания» соседних мод является доминирующим. Т.о. возбуждая далекие друг от друга моды, можно

минимизировать их «смешивание». Особенно перспективными могут быть в этом отношении моды с различными азимутальными индексами. Последнее время, в связи с развитием и все более широким использованием локальных сетей, интерес к модовому уплотнению каналов передачи информации вновь оживился [9-11].

Одной из основных проблем в MDM является возбуждение определенной суперпозиции мод с заданным распределением энергии по модам. Для возбуждения мод невысокого порядка, в частности, LP11 часто используют периодическую деформацию (сдавливание или изгибание) волокна [12, 13]. Возбуждение LP11 мод достигается также с помощью наклонной решетки, записанной в волокне с фоточувствительной средой при интерференции двух пучков лазерного излучения [14]. Но более простым в этом случае способом является фазовая модуляция. В [15], например, она производилась смещением диэлектрических пластинок, помещенных в волновой фронт гауссового пучка. Для возбуждения спиральных мод лазерное излучение вводится в торец волокна под определенным углом и со смещением относительно центра волокна [16,17]. Также моды высокого порядка LP m 1 формировались с помощью амплитудных оптических масок, в которых закодирована комплексная функция распределения мод [18]. При этом для каждой моды используется отдельная маска.

Все эти методы либо сложны в исполнении, либо не позволяют возбуждать набор мод с произвольно заданным энергетическим вкладом.

В разделе 2 мы покажем, что эффективным средством решения этих проблем является применение методов дифракционной оптики.

С помощью дифракционных оптических элементов (ДОЭ) можно эффективно возбуждать и селективировать любой набор мод с заданными весами [19, 20].

1.1. Моды ступенчатого оптического волокна

Рассмотрим диэлектрический волновод, в котором энергия распространяется в определенном направлении, например вдоль оси z , с постоянной распространения β . Будем считать, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(x, y)$ не зависит от продольной координаты z и меняется только в поперечном направлении. Такая модель неоднородной среды хорошо описывает оптическое волокно [21-23].

Тогда электромагнитное поле, распространяющееся в волноводе, можно записать в виде

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_0(x, y) \exp(-i\beta z), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_0(x, y) \exp(-i\beta z), \quad (2)$$

где β – постоянная распространения, которую нужно будет определить.

Уравнения Максвелла (1) и (2) можно записать в «компонентном» виде:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \mathbf{e}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z = \\ & = -i\omega\mu_0 (H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y + H_z \mathbf{e}_z), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x - \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \mathbf{e}_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z = \\ & = i\omega\varepsilon (E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z). \end{aligned} \quad (4)$$

Если подставить выражения (1) и (2) и взять производные по z , то можно расписать покомпонентные уравнения:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + i\beta E_y = -i\omega\mu_0 H_x, \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} - i\beta E_x = -i\omega\mu_0 H_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 H_z, \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + i\beta H_y = i\omega\varepsilon E_x, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} - i\beta H_x = i\omega\epsilon E_y, \quad (9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\epsilon E_z. \quad (10)$$

Используя уравнения (5)-(10), можно выразить поперечные компоненты через продольные. Например, подставляя (6) в (8), получим

$$E_x = \frac{-i}{k^2 - \beta^2} \left(\omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} + \beta \frac{\partial E_z}{\partial x} \right), \quad (11)$$

где $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon$. Аналогично для других компонент:

$$E_y = \frac{-i}{k^2 - \beta^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \quad (12)$$

$$H_x = \frac{-i}{k^2 - \beta^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial x} - \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \quad (13)$$

$$H_y = \frac{-i}{k^2 - \beta^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial y} + \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} \right). \quad (14)$$

Далее получим уравнения только для продольных компонент. Подставляя (13) и (14) в (10), получим уравнение относительно одной компоненты E_z :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)E_z = 0. \quad (15)$$

Это выражение можно было получить из волнового уравнения Гельмгольца (29), подставив поле в виде (1). Аналогично для компоненты H_z

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (k^2 - \beta^2)H_z = 0. \quad (16)$$

Нужно отметить, что уравнения (15) и (16) являются независимыми.

Рассмотрим ступенчатое оптическое волокно круглого сечения, где сердцевина радиуса a имеет показатель преломления n_1 , а оболочка радиуса b имеет показатель преломления n_2 (рис. 1, а). Предположим, что радиус оболочки волокна достаточно большой и поле в оболочке, экспоненциально убывающее, близко к нулю на стыке оболочки волокна с воздухом. Такое предположение позволяет, как показано на рис. 1, б, рассматривать волокно с одной граничной поверхностью.

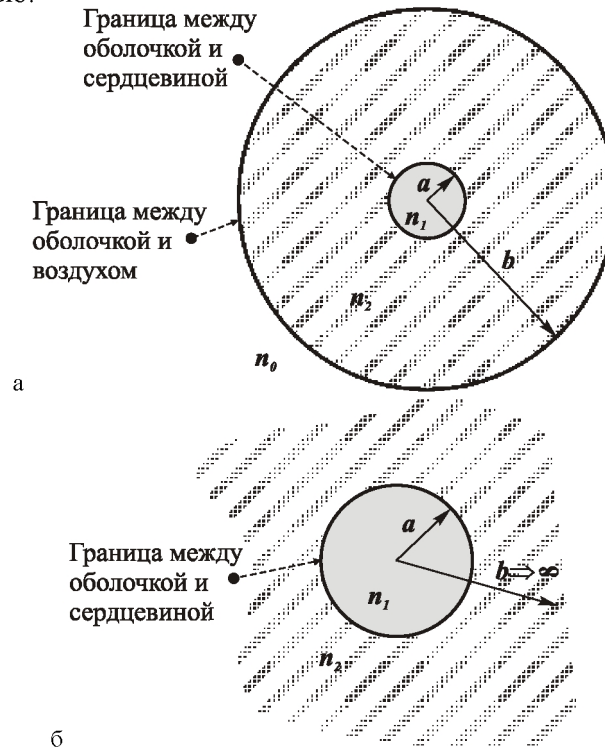


Рис. 1. Геометрия круглого ступенчатого оптического волокна

Учитывая форму оптического волокна, рассмотрим цилиндрическую систему координат для компонент электромагнитного поля. Будем считать, что поле распространяется в направлении оси z . Чтобы получить выражение для мод ступенчатого волокна, нужно решить модифицированные волновые уравнения (15) и (16) для z -компонент электрического и магнитного векторов в сердцевине и оболочке, а затем получить из уравнений (11)-(14) остальные (поперечные) компоненты.

Учитывая круглое сечение оптического волокна, лучше использовать поперечные компоненты в полярной системе координат (r, ϕ) . В этом случае уравнения (11)-(16) будут выглядеть следующим образом:

$$E_r = \frac{-i}{\alpha^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \omega \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right), \quad (17)$$

$$E_\phi = \frac{-i}{\alpha^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \quad (18)$$

$$H_r = \frac{-i}{\alpha^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \omega \varepsilon \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right), \quad (19)$$

$$H_\phi = \frac{-i}{\alpha^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right), \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \alpha^2 E_z = 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + \alpha^2 H_z = 0, \quad (22)$$

где $\alpha^2 = k^2 - \beta^2$.

Чтобы получить решение уравнения (21), применим метод разделения переменных. Будем искать решение в виде

$$E_z(r, \phi) = A \cdot R(r) \cdot \Phi(\phi). \quad (23)$$

Учитывая радиальную симметрию оптического волокна, выберем в качестве $\Phi(\phi)$ угловые гармоники:

$$\Phi(\phi) = \exp(im\phi), \quad (24)$$

где m – положительное или отрицательное целое.

Тогда дифференциальное уравнение для радиальной части будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \left(\alpha^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R(r) = 0. \quad (25)$$

Это известное дифференциальное уравнение, решением которого являются многочисленные цилиндрические функции. Конкретный вид функций выберем из следующих соображений:

а) в сердцевине волокна поле должно быть конечным, в т.ч. и в центре при $r = 0$,

б) в оболочке волокна поле должно экспоненциально спадать на больших расстояниях от центра.

Тогда в сердцевине волокна следует использовать функцию Бесселя первого рода $J_m(\alpha r)$, а в оболочке – модифицированную функцию Бесселя $K_m(\gamma r)$, которая спадает как $\exp(-\alpha r)$ для $\alpha = i\gamma$.

Учитывая, что сердцевина волокна, $r \leq a$, имеет показатель преломления n_1 , то нужно использовать параметр

$\alpha_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_1 - \beta^2} = \sqrt{(k_0 n_1)^2 - \beta^2}$, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число в воздухе. Аналогично в оболочке, $r \geq a$, имеющей показатель преломления n_2 .

Т.к. далее придется «сшивать» два решения, полученные в сердцевине и в оболочке, на границе двух сред, т.е. при $r = a$, введем следующие параметры:

$$u = a\sqrt{(k_0 n_1)^2 - \beta^2}, \quad (26)$$

$$w = a\sqrt{\beta^2 - (k_0 n_2)^2}, \quad (27)$$

$$u^2 + w^2 = V^2, \quad (28)$$

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (29)$$

Параметр V называется числом отсечки.

Тогда компоненты электромагнитного поля будут следующими:

– в сердцевине волокна, т.е. при $0 \leq r \leq a$:

$$E_z = A_1 J_m \left(u \frac{r}{a} \right) \exp(im\phi), \quad (30)$$

$$H_z = B_1 J_m \left(u \frac{r}{a} \right) \exp(im\phi), \quad (31)$$

– в оболочке волокна, т.е. при $a \leq r \leq b$:

$$E_z = A_2 K_m \left(w \frac{r}{a} \right) \exp(im\phi), \quad (32)$$

$$H_z = B_2 K_m \left(w \frac{r}{a} \right) \exp(im\phi). \quad (33)$$

Поперечные компоненты получаются из выражений (17)-(20). Например,

$$E_r = \frac{-ia^2}{u^2} \left[A_1 \beta \frac{u}{a} J_m' \left(u \frac{r}{a} \right) + A_2 \frac{im\omega\mu_0}{r} J_m \left(u \frac{r}{a} \right) \right] \exp(im\phi). \quad (34)$$

Удовлетворение граничным условиям на границе двух диэлектрических сред Γ в общем виде означает непрерывность тангенциальных и нормальных компонент электрического и магнитного поля на этой границе:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)|_{\Gamma} = 0, \quad (35)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (36)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (37)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (38)$$

где $\mathbf{n}$ – вектор нормали к границе двух сред ($r = a$), индексы 1 и 2 означают первую и вторую среды.

Учитывая, что вектор нормали к границе двух сред в оптическом волокне совпадает с e_r , из уравнения (35) получим

$$(E_{z1} - E_{z2}) \Big|_{r=a} = 0, \quad (39)$$

$$(E_{\phi 1} - E_{\phi 2}) \Big|_{r=a} = 0. \quad (40)$$

Из уравнения (36) соответственно:

$$(H_{z1} - H_{z2}) \Big|_{r=a} = 0, \quad (41)$$

$$(H_{\phi 1} - H_{\phi 2}) \Big|_{r=a} = 0. \quad (42)$$

Четыре уравнения (39)-(42) позволяют однозначно определить коэффициенты A_1, B_1, A_2, B_2 :

$$A_1 J_m(u) - A_2 K_m(w) = 0, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} A_1 \frac{im\beta}{u^2} J_m(u) - B_1 \frac{\omega\mu_0}{u} J'_m(u) + \\ + A_2 \frac{im\beta}{w^2} K_m(w) - B_2 \frac{\omega\mu_0}{w} K'_m(w) = 0, \end{aligned} \quad (44)$$

$$B_1 J_m(u) - B_2 K_m(w) = 0, \quad (45)$$

$$\begin{aligned}
& A_1 \frac{\omega \varepsilon_1}{u} J'_m(u) + B_1 \frac{im\beta}{u^2} J_m(u) + \\
& + A_2 \frac{\omega \varepsilon_2}{w} K'_m(w) + B_2 \frac{im\beta}{w^2} K_m(w) = 0,
\end{aligned} \tag{46}$$

Уравнения (43)-(46) имеют нетривиальное решение, если детерминант системы этих уравнений равен нулю:

$$\begin{vmatrix}
J_m(u) & 0 & -K_m(w) & 0 \\
\frac{im\beta}{u^2} J_m(u) & -\frac{\omega \mu_0}{u} J'_m(u) & \frac{im\beta}{w^2} K_m(w) & -\frac{\omega \mu_0}{w} K'_m(w) \\
0 & J_m(u) & 0 & -K_m(w) \\
\frac{\omega \varepsilon_1}{u} J'_m(u) & \frac{im\beta}{u^2} J_m(u) & \frac{\omega \varepsilon_2}{w} K'_m(w) & \frac{im\beta}{w^2} K_m(w)
\end{vmatrix} = 0. \tag{47}$$

Раскрытие уравнения (47) дает уравнение, которое называется уравнением на собственные числа или характеристическим уравнением волновода:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right] \left[\frac{n_1^2}{n_2^2} \cdot \frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right] = \\
& = m^2 \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \left(\frac{n_1^2}{n_2^2} \cdot \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right).
\end{aligned} \tag{48}$$

Уравнение (48) позволяет получить набор допустимых значений u_{mq} , w_{mq} , β_{mq} , определяющих множество распространяющиеся в ступенчатом волокне мод. Выражая коэффициенты B_1 , A_2 , B_2 через A_1 с помощью (43)-(46) и полагая $A_1 = 1$, можно окончательно записать [22]:

$$E_{mq}^z = \exp(im\phi) \begin{cases} J_m\left(\frac{u_{mq}r}{a}\right), & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} K_m\left(\frac{w_{mq}r}{a}\right), & a \leq r \leq b, \end{cases} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}
E_{mq}^r &= -ia\beta_{mq} \exp(im\phi) \times \\
&\times \begin{cases} \frac{1}{u_{mq}} \left\{ \frac{1-P_{mq}}{2} J_{m-1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) - \frac{1+P_{mq}}{2} J_{m+1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) \right\}, & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{1}{w_{mq}} \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} \left\{ \frac{1-P_{mq}}{2} K_{m-1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) + \frac{1+P_{mq}}{2} K_{m+1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) \right\}, & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (50)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{mq}^\phi &= -ia\beta_{mq} \exp(im\phi) \times \\
&\times \begin{cases} \frac{1}{u_{mq}} \left\{ \frac{1-P_{mq}}{2} J_{m-1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) + \frac{1+P_{mq}}{2} J_{m+1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) \right\}, & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{1}{w_{mq}} \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} \left\{ \frac{1-P_{mq}}{2} K_{m-1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) - \frac{1+P_{mq}}{2} K_{m+1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) \right\}, & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{mq}^z &= \exp(im\phi) \begin{cases} \frac{\beta_{mq} P_{mq}}{\omega \mu_0} J_m \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right), & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{\beta_{mq} P_{mq}}{\omega \mu_0} \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} K_m \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right), & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (52)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{mq}^r &= i \frac{a\beta_{mq}^2}{\omega \mu_0} \exp(im\phi) \times \\
&\times \begin{cases} \frac{1}{u_{mq}} \left\{ \frac{\gamma_{mq}^1 - P_{mq}}{2} J_{m-1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) + \frac{\gamma_{mq}^1 + P_{mq}}{2} J_{m+1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) \right\}, & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{1}{w_{mq}} \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} \left\{ \frac{\gamma_{mq}^2 - P_{mq}}{2} K_{m-1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) - \frac{\gamma_{mq}^2 + P_{mq}}{2} K_{m+1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) \right\}, & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (53)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_{mq}^\phi &= -i \frac{a\beta_{mq}^2}{\omega \mu_0} \exp(im\phi) \times \\
&\times \begin{cases} \frac{1}{u_{mq}} \left\{ \frac{\gamma_{mq}^1 - P_{mq}}{2} J_{m-1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) - \frac{\gamma_{mq}^1 + P_{mq}}{2} J_{m+1} \left(\frac{u_{mq}r}{a} \right) \right\}, & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{1}{w_{mq}} \frac{J_m(u_{mq})}{K_m(w_{mq})} \left\{ \frac{\gamma_{mq}^2 - P_{mq}}{2} K_{m-1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) + \frac{\gamma_{mq}^2 + P_{mq}}{2} K_{m+1} \left(\frac{w_{mq}r}{a} \right) \right\}, & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (54)
\end{aligned}$$

где

$$P_{mq} = \frac{m \left(\frac{1}{u_{mq}^2} + \frac{1}{w_{mq}^2} \right)}{\frac{J'_m(u_{mq})}{u_{mq} J_m(u_{mq})} + \frac{K'_m(w_{mq})}{w_{mq} K_m(w_{mq})}},$$

$$\gamma_{mq}^1 = \left(\frac{k_0 n_1}{\beta_{mq}} \right)^2,$$

$$\gamma_{mq}^2 = \left(\frac{k_0 n_2}{\beta_{mq}} \right)^2, \quad (55)$$

а также были использованы следующие соотношения для функций Бесселя:

$$J'_m(x) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(x) - J_{m+1}(x)], \quad (56)$$

$$\frac{ma}{ur} J_m\left(\frac{ur}{a}\right) = \frac{1}{2} \left[J_{m-1}\left(\frac{ur}{a}\right) + J_{m+1}\left(\frac{ur}{a}\right) \right], \quad (57)$$

$$K'_m(x) = -\frac{1}{2} [K_{m-1}(x) + K_{m+1}(x)], \quad (58)$$

$$\frac{ma}{wr} K_m\left(\frac{wr}{a}\right) = -\frac{1}{2} \left[K_{m-1}\left(\frac{wr}{a}\right) - K_{m+1}\left(\frac{wr}{a}\right) \right]. \quad (59)$$

В общем случае моды, распространяющиеся в ступенчатом оптическом волокне, описываются 6-компонентным электромагнитным полем (49)-(55). Моды, у которых присутствуют продольные компоненты $E_z \neq 0$ и $H_z \neq 0$, называются гибридными и обозначаются HE, если $E_z > H_z$, и EH, если $E_z < H_z$.

В случае, когда $m = 0$, правая часть уравнения (48) обнуляется и возникают уравнения на собственные числа для поперечных ТЕ- и ТМ-мод:

$$\frac{J'_m(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{wK_m(w)} = 0, \quad (60)$$

$$\frac{n_1^2}{n_2^2} \cdot \frac{J'_m(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{wK_m(w)} = 0. \quad (61)$$

Уравнение (60) соответствует ТЕ-моду ($E_z = 0$), а уравнение (61) – ТМ-моду ($H_z = 0$).

В терминах лучевой модели распространения света в ступенчатом оптическом волокне гибридные моды соответствуют косым лучам, а поперечные – меридиональным.

Важным параметром для каждой распространяющейся моды является частота отсечки. Мода будет «утекающей», т.е. не распространяющейся, если ее поле в оболочке не спадает. Для модифицированной функции Бесселя известна [24] следующая аппроксимация при больших значениях аргумента:

$$K_m\left(\frac{wr}{a}\right) \sim \sqrt{\frac{\pi a}{2wr}} \exp\left(-\frac{wr}{a}\right). \quad (62)$$

Для больших значений w поле сконцентрировано в сердцевине оптического волокна. При уменьшении w поле начинает выходить все больше в оболочку, а при $w = 0$ «уходит» из волновода. Частота, при которой это происходит, называется частотой отсечки [25]. При отсечке

$$w_c = a\sqrt{\beta_c^2 - (k_0 n_2)^2} = 0 \quad (63)$$

$$\text{или } \beta_c = k_0 n_2 = \omega_c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_2}. \quad (64)$$

С другой стороны, в ситуации «отсечки» в сердцевине волокна выполняется равенство

$$u_c = a\sqrt{(k_0 n_1)^2 - \beta_c^2} = a\omega_c \sqrt{\mu_0(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}, \quad (65)$$

или

$$\omega_c = \frac{u_c}{a\sqrt{\mu_0(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}}. \quad (66)$$

Параметр u_c называется числом отсечки волокна:

$$u_c \equiv V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (67)$$

В оптическом волокне с $\omega_c = 0$ ($u_c = 0$) распространяется только одна мода – гибридная мода HE_{11} , которая существует для всех частот. Такое одномодовое волокно имеет очень маленький диаметр сердцевинны a и маленькую разность показателей преломления сердцевинны и оболочки волокна.

Линейно-поляризованные моды слабонаправляющего ступенчатого волокна

Для наиболее распространенных коммерческих волокон разность показателей преломления сердцевинны и оболочки $\Delta n = n_1 - n_2$ меньше 1%. Такие волокна называются слабонаправляющими и для них, полагая $n_1 \cong n_2$, можно существенно упростить выражения для распространяющегося электромагнитного поля.

В предположении слабонаправляющей аппроксимации уравнение на собственные значения принимает вид

$$\frac{J'_m(u)}{uJ_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{wK_m(w)} = \pm m \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right). \quad (68)$$

Используя соотношения (56)-(59) для функций Бесселя, уравнение (68) можно упростить. При использовании знака «+» получаем уравнение

$$\frac{uJ_m(u)}{J_{m+1}(u)} = -\frac{wK_m(w)}{K_{m+1}(w)}, \quad (69)$$

соответствующее гибридным модам ЕН, а для знака «-»

$$\frac{uJ_{m-2}(u)}{J_{m-1}(u)} = -\frac{wK_{m-2}(w)}{K_{m-1}(w)}, \quad (70)$$

соответствующее гибридным модам НЕ.

Сравнивая уравнения (69) и (70), можно заметить, что НЕ-моды порядка $m = m_0 + 1$ вырождаются в ЕН-моды порядка $m = m_0 - 1$. Тогда более чем одна мода имеют одинаковые собственные значения (и скорости распространения). Причем возможно составить линейную комбинацию гибридных мод, которая имеет линейную поляризацию (LP-моды) и является преимущественно поперечной [26,27].

Если ввести для LP-моды вместо m индекс p

$$p = \begin{cases} 1, & \text{TE, TM,} \\ m+1, & \text{ЕН,} \\ m-1, & \text{НЕ,} \end{cases} \quad (71)$$

то уравнение на собственные значения будет одним:

$$\frac{uJ_{p-1}(u)}{J_p(u)} = -\frac{wK_{p-1}(w)}{K_p(w)}. \quad (72)$$

В таблице 1 приведено соответствие между линейно-поляризованными и гибридными модами ступенчатого волокна.

Таблица 1. Соответствие между линейно-поляризованными и гибридными модами

Линейно-поляризованные моды	LP0q ($p=0$)	LP1q ($p=1$)	LPpq ($p=2,3,\dots$)
Гибридные моды	HE1q ($m=1$) HE-1q ($m=-1$)	TE0q ($m=0$) TM0q ($m=0$) HE2q ($m=2$) HE-2q ($m=-2$)	EH _{p-1 ,q} EH _{- p-1 ,q} HE _{p+1 ,q} HE _{- p+1 ,q}
Степень вырождения	2	4	4

В приближении слабонаправляющего оптического волокна удобнее перейти из полярных координат в декартовы. Учитывая, что по-

перечное поле для LP-моды существенно линейно-поляризовано, полный набор мод имеет место, когда только одна электрическая и одна магнитная компонента является доминирующей. Тогда и поле можно рассматривать в скалярном виде [27, 28]:

$$\Psi_{pq}(r, \varphi, z) = \exp(-i\beta_{pq}z) \times \begin{cases} \cos(p\varphi) \left[\frac{J_p(u_{pq}r/a)}{J_p(u_{pq})}, 0 \leq r \leq a, \right. \\ \left. \sin(p\varphi) \left[\frac{K_p(w_{pq}r/a)}{K_p(w_{pq})}, a \leq r \leq b. \right. \right] \end{cases} \quad (73)$$

Можно выбрать электрический вектор, описываемый выражением (73), лежащим вдоль любого радиуса, например вдоль оси x , E_x ,

и магнитный вектор перпендикулярно $H_y = -\frac{k_0 n_{1,2}}{\omega \mu_0} E_x$. E_y и H_x

будут очень малы по сравнению с E_x и H_y . При этом всегда можно изменить поляризацию и выбрать вторую пару электрического и магнитного векторов, перпендикулярную первой. При этом каждая пара с независимыми поляризациями может быть взята либо с $\cos(p\varphi)$, либо с $\sin(p\varphi)$, которые возникают при линейных комбинациях гибридных мод. Т.о. четыре типа LP-мод отражают четыре типа гибридных мод.

Интенсивность скалярного поля (73) выражает распределение энергии, распространяющейся в ступенчатом слабонаправляющем волноводе [27].

Расчет LP-мод

Для расчета LP-мод нужно:

- по заданным характеристикам оптического волокна (a, b, n_1, n_2) и длины волны лазерного излучения λ определить число отсечки V (67);
- для найденного V определить множество решений $\{u_{pq}\}$ системы уравнений (28) и (72) относительно параметра u ;

- для каждого u_{pq} можно определить β_{pq} и w_{pq} , используя формулы (26) и (27);
- используя выражение (73) для найденных параметров u_{pq} , w_{pq} , β_{pq} , можно определить комплексное распределение моды с индексами (p, q) в любой точке ступенчатого оптического волокна.

Обычно наибольшие проблемы вызывает определение множества решений $\{u_{pq}\}$.

Следует отметить, что вся область определения $u \in [0, v]$ разделена на интервалы корнями функции Бесселя $J_p(u)$, находящейся в знаменателе в левой части ур. (72). В каждом интервале выражения, представленные в левой и правой части, являются унимодальными функциями. Поэтому в интервале может быть не более одного решения u_{pq} , где индекс p соответствует порядку функций Бесселя в знаменателе, а индекс q – номеру интервала (начиная с единицы). Для любого фиксированного p выполняется неравенство $u_{p,q} < u_{p,q+1}$.

На рис. 2. показано графическое решение уравнения на собственные значения (72) для (а) $V = 10$ и (б) $V = 100$ при фиксированных значениях p . Количество решений определяется числом пересечений функций, представляющих собой левую и правую части уравнения (72).

Для определения $u_{p,q}$ можно использовать табулирование функций, входящих в уравнение (72), но знание характера поведения этих функций позволяет сократить объем вычислений, что становится значимым с ростом числа отсечки V .

Рассмотрим распространение некоторой линейной суперпозиции LP-мод в идеальном ступенчатом оптическом волокне:

$$U_0(r, \varphi) = \sum_{p,q \in \Omega} C_{pq} \Psi_{pq}(r, \varphi), \quad (74)$$

где C_{pq} – комплексные коэффициенты, $\Psi_{pq}(r, \varphi)$ – моды из (73) при $z = 0$, угловая часть которых без потери общности представлена в несколько другом виде:

$$\begin{aligned}
\Psi_{pq}(r, \varphi, z) &= \exp(-i\beta_{pq}z)T_p(\varphi)R_{pq}(r) = \\
&= \exp(-i\beta_{pq}z)\exp(ip\varphi) \begin{cases} \frac{J_p(u_{pq}r/a)}{J_p(u_{pq})}, & 0 \leq r \leq a, \\ \frac{K_p(w_{pq}r/a)}{K_p(w_{pq})}, & a \leq r \leq b. \end{cases} \quad (75)
\end{aligned}$$

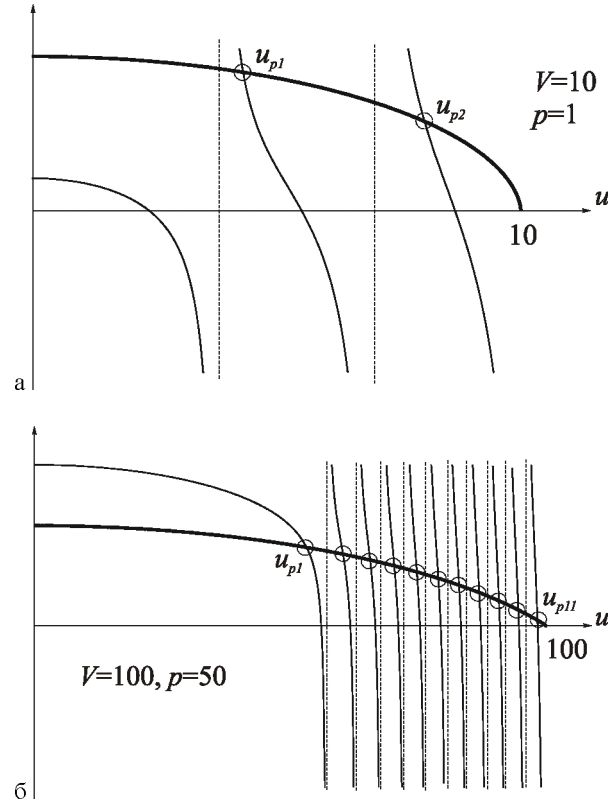


Рис. 2. Графическое решение уравнения на собственные значения (72) для фиксированных значений V и p . Тонкой линией показана функция, представляющая собой левую часть уравнения (72), а жирная линия для правой части уравнения

Хотя выражения (73) и (75) связаны друг с другом простым соотношением, они описывают моды с несколько различными свойствами. Так, например, моды (73) являются действительными при $z = 0$, но не имеют орбитального углового момента.

Линейная плотность проекции на ось z орбитального углового момента линейно-поляризованного поля, заданного в полярных координатах, может быть вычислена по следующей формуле [29]:

$$J_{z0} = -\frac{i}{2\omega} \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(U \frac{\partial U^*}{\partial \varphi} - U^* \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) r dr d\varphi}{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} U U^* r dr d\varphi}, \quad (76)$$

где ω – циклическая частота света в вакууме.

Для поля (74) с модами вида (75) выражение (76) можно записать в следующем виде:

$$\omega J_{z0} = -\frac{\sum_{p,q \in \Omega} |C_{pq}|^2 p}{\sum_{p,q \in \Omega} |C_{pq}|^2}. \quad (77)$$

Формула (77) верна для мод с нормированной радиальной частью:

$$\int_0^b R_{pq}^2(r) r dr = 1, \quad (78)$$

что вполне можно выполнить при расчете.

Таким образом, каждая мода вида (75) имеет линейную плотность z -проекции орбитального углового момента, пропорциональную первому индексу p . В то же время выражение (76) для любой моды вида (73) равно нулю.

Заметим, что основное свойство мод – инвариантность к оператору распространения в данной среде. Т.е. при распространении мода не меняет своей структуры, приобретая лишь фазовый набег. В

частности, поперечное распределение интенсивности поля (75) на любом расстоянии будет таким же, как и при $z = 0$:

$$\begin{aligned} \left| \Psi_{pq}(r, \varphi, z) \right|^2 &= \left| R_{pq}(r) \exp(ip\varphi) \exp(-i\beta_{pq}z) \right|^2 = \\ &= \left| R_{pq}(r) \right|^2 = \left| \Psi_{pq}(r, \varphi) \right|^2. \end{aligned} \quad (79)$$

На рис. 3. показаны поперечные распределения (негативы) амплитуды (а) и интенсивности (в), а также радиальное сечение амплитуды (б) для некоторых мод (75) ступенчатого волокна с числом отсечки $V = 8,4398$. Эти характеристики моды не меняются при распространении в идеальном волокне. Изменения происходят только в фазе. Для сравнения на рис. 3, з приведена фаза при $z = 0$, а на рис. 3д – через 100 мкм.

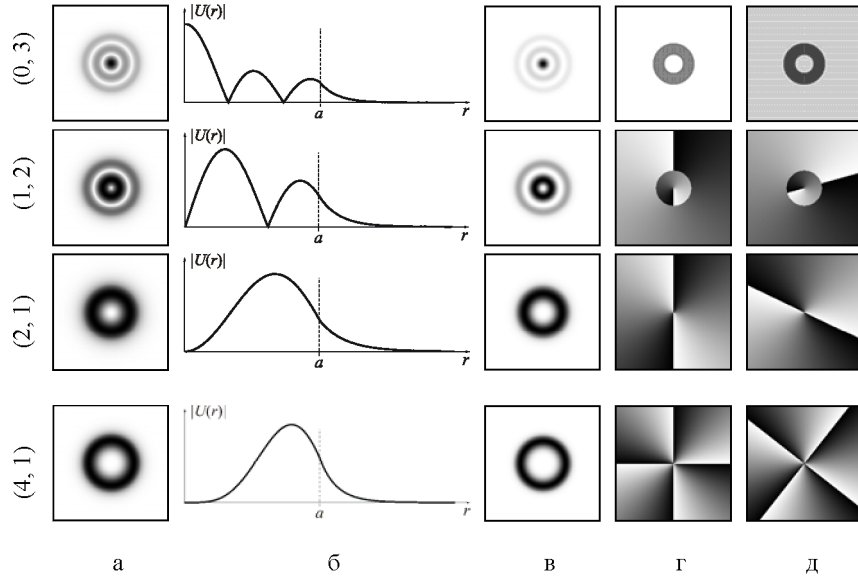


Рис. 3. Моды (p, q) : (0,3), (1,2), (2,1), (4,1): поперечное распределение (негатив) амплитуды (а), радиальное сечение амплитуды (б), поперечное распределение (негатив) интенсивности (в) в плоскостях $z=0$ и $z=100$ мкм; поперечное распределение фазы (белый цвет соответствует значению фазы 0, а черный – 2π) в плоскостях $z=0$ (г) и $z=100$ мкм (д)

Для численного моделирования были использованы следующие параметры: радиус сердцевины $a = 5$ мкм, радиус оболочки $b = 62,5$ мкм, показатели преломления сердцевины и оболочки соответственно $n_1 = 1,45$, $n_2 = 1,44$. Оптические волноводы с такими параметрами обычно используются для одномодового режима при излучении с длиной волны $\lambda = 1,31$ мкм и $\lambda = 1,55$ мкм. Однако для излучения гелий-неонового лазера, $\lambda = 0,633$ мкм, режим становится маломодовым [30, 31], т.е. распространяющихся мод становится несколько. Постоянные распространения мод, полученные при решении уравнения на собственные значения (72), приведены в табл. 2.

Таблица 2 Характеристики мод для ступенчатого волокна с числом отсечки $V=8,4398$.

Номер	p	q	u_{pq}	β_{pq}
1	0	1	2,1474291730684545	9,919887285972235
2	0	2	4,900219427448308	9,880695108697655
3	0	3	7,545941268399409	9,8138153978706
4	± 1	1	3,4157021271478394	9,905651972872423
5	± 1	2	6,193521985887937	9,851610693939358
6	± 2	1	4,568598425596171	9,88704901300449
7	± 2	2	7,3722733639627895	9,819093912699257
8	± 3	1	5,661700788644216	9,864402040454456
9	± 3	2	8,42461940929785	9,785175182942139
10	± 4	1	6,713633609103453	9,83797269761591
11	± 5	1	7,731137785879236	9,808047827674855

В общем случае поле (74) не будет обладать свойством инвариантности отдельной моды (79). Однако можно подобрать такой модовый состав в (74), что интенсивность такой суперпозиции будет обладать некоторыми особыми свойствами самовоспроизведения.

Суперпозиция (74) в идеальном через расстояние z в идеальном волокне будет иметь следующее комплексное распределение:

$$U(r, \varphi, z) = \sum_{p,q \in \Omega} C_{pq} \Psi_{pq}(r, \varphi, z), \quad (80)$$

где $\Psi_{pq}(r, \varphi, z) = \Psi_{pq}(r, \varphi) \cdot \exp(-i\beta_{pq}z)$, β_{pq} – постоянные распространения.

Для любой пары мод интенсивность на расстоянии z

$$\begin{aligned}
& \left| C_{p_i q_i} \Psi_{p_i q_i}(r, \varphi, z) + C_{p_j q_j} \Psi_{p_j q_j}(r, \varphi, z) \right|^2 = \\
& = \left| C_{p_i q_i} \right|^2 R_{|p_i|q_i}^2(r) + \left| C_{p_j q_j} \right|^2 R_{|p_j|q_j}^2(r) + \\
& + 2 \left| C_{p_i q_i} \right| \left| C_{p_j q_j} \right| R_{|p_i|q_i}(r) R_{|p_j|q_j}(r) \times \\
& \times \cos \left[\arg C_{p_i q_i} - \arg C_{p_j q_j} + (p_i - p_j) \varphi + (\beta_{|p_i|q_i} - \beta_{|p_j|q_j}) z \right]
\end{aligned} \tag{81}$$

отличается от интенсивности при $z = 0$

$$\begin{aligned}
& \left| C_{p_i q_i} \Psi_{p_i q_i}(r, \varphi) + C_{p_j q_j} \Psi_{p_j q_j}(r, \varphi) \right|^2 = \\
& = \left| C_{p_i q_i} \right|^2 R_{|p_i|q_i}^2(r) + \left| C_{p_j q_j} \right|^2 R_{|p_j|q_j}^2(r) + \\
& + 2 \left| C_{p_i q_i} \right| \left| C_{p_j q_j} \right| R_{|p_i|q_i}(r) R_{|p_j|q_j}(r) \times \\
& \times \cos \left[(\arg C_{p_i q_i} - \arg C_{p_j q_j}) + (p_i - p_j) \varphi \right],
\end{aligned} \tag{82}$$

за счет члена, содержащего косинус.

Если наложить определенные условия на все пары мод, входящих в состав суперпозиции (74), то можно получить поля с особыми свойствами воспроизведения (повторения) распределения интенсивности.

1.2. Моды градиентного оптического волокна

Начнем с некоторых математических формул, описывающих моды как собственные функции оператора распространения. Введем декартовы координаты $(x, y, z) = (\mathbf{x}, z)$ в среде распространения пучка. Двумерный вектор $\mathbf{x} = (x, y)$ представляет поперечные координаты; z — продольная координата вдоль оптической оси. Введем различные обозначения для поперечных координат в параллельных плоскостях $\mathbf{u} = (u, v)$, $\mathbf{x}' = (x', y')$ и т.д. Положим рассматриваемые моды локализованными внутри области $\mathbf{x} \in G$ в сечении пучка. Применим скалярное представление светового поля и скалярную ди-

фракционную теорию без учета поляризационных эффектов. Опишем, таким образом, монохроматическое или квазимонохроматическое поле комплексной амплитудой $w(\mathbf{x}, z)$, соответствующей длине волны λ . Ниже мы рассмотрим вопрос о границах применимости скалярной дифракционной теории к описанию волноводных сред. Необходимо отметить, что комплексная амплитуда моды $\psi_p(\mathbf{x})$ с номером p рассматривается на поверхности волнового фронта, и $\mathbf{x}$ — координата проекции точки волнового фронта на ближайшую плоскость, перпендикулярную направлению распространения моды. В случае линейной среды можно ввести линейный оператор распространения $\hat{P}$, связывающий комплексные распределения F и F_l на двух волновых фронтах, разделенных некоторым расстоянием [4]:

$$\hat{P}F(\mathbf{x}) = F_l(\mathbf{x}')$$

Моды конкретной линейной среды $\psi_p(\mathbf{x})$ не меняют своей поперечной конфигурации при распространении в ней и, таким образом, удовлетворяют уравнению на собственные значения:

$$\hat{P}\psi_p = \gamma_p \psi_p, \quad (83)$$

где γ_p — комплекснозначные собственные значения. Отметим, что оператор $\hat{P}$ и его собственные значения γ_p зависят от расстояния между рассматриваемыми волновыми фронтами. Таким образом, моды ψ_p являются собственными функциями оператора распространения $\hat{P}$ [4]. Как известно, если выполняются математические свойства нормировки и компактности [4]

$$\hat{P}\hat{P}^* = \hat{P}^*\hat{P} \equiv \hat{Q}, \quad (84)$$

где $*$ — символ эрмитово-сопряженного оператора, оператор $\hat{P}$ имеет полное и счетное множество ортогональных собственных функций. Будем предполагать, что свойство ортогональности выполняется с учетом некоторой весовой функции $\rho_0(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{x} \in G$, завися-

щей от различного наклона плоскости волнового фронта мод. Естественно, можно выбрать ортонормированные моды ψ_p

$$\iint_G \psi_p(\mathbf{x}) \psi_{p'}^*(\mathbf{x}) \rho_0(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} = \delta_{pp'}, \quad (85)$$

используя соответствующую нормировку, где $*$ — символ комплексного сопряжения и

$$\delta_{pp'} = \delta_{pp'} \delta_{ll'} = \begin{cases} 1, & \mathbf{p} = \mathbf{p}' \\ 0, & \mathbf{p} \neq \mathbf{p}' \end{cases}$$

символ Кронекера. Заметим, что ρ_0 меняет свою форму по координате $\mathbf{x}$. Мощности $\hat{P}^{m_0}$ оператора $\hat{P}$ соответствуют числу m_0 полных проходов пучка. Операторы $\hat{P}^*$ и $\hat{P}^{m_0}$ являются коммутативными с оператором $\hat{P}$ и, таким образом, имеют те же собственные функции ψ_p и собственные числа, соответственно, связанные уравнениями

$$\hat{P}^* \psi_p = \gamma_p^* \psi_p, \quad \hat{P}^{m_0} \psi_p = (\gamma_p)^{m_0} \psi_p. \quad (86)$$

Оператор $\hat{Q}$ (84) имеет неотрицательные собственные числа

$$\lambda_p = |\gamma_p|^2, \quad \hat{Q} \psi_p = \lambda_p \psi_p \quad (87)$$

и может быть назван энергетическим оператором. Значения λ_p (87) характеризуют затухания модовых мощностей за один полный проход и значения $\arg \gamma_p$ дают фазовую задержку за один проход. В пассивном волноводе имеем

$$0 \leq \gamma_p \leq 1,$$

а величина

$$\alpha_p = 1 - \lambda_p \quad (88)$$

характеризует потери мощности для ψ_p - моды (включая дифракционные потери) на один проход волновода. Моду, имеющую максимальное значение λ_p (и, таким образом, минимальные потери) называют основной или принципиальной. Обычно она обозначается нулевым индексом $0 = (0, 0)$:

$$\lambda_0 = \max_p \lambda_p. \quad (89)$$

В соответствии с (89) затухание модовой мощности ψ_p для m_0 проходов равно $|\gamma_p|^{2m_0}$ и фазовая задержка равна $m_0 \arg \gamma_p$. Потери p -й моды за m_0 проходов определяется по формуле $\alpha_p^{m_0} = 1 - \lambda_p^{m_0}$ и упорядочены так же, как потери за проход. Рассмотрим моду ψ_p , имеющую более высокий порядок по сравнению с $\psi_{p'}$. Мода ψ_p характеризуется более высокими дифракционными потерями, т.е. $\alpha_p > \alpha_{p'}$ или $\lambda_p < \lambda_{p'}$. Моды ψ_p и $\psi_{p'}$ с равными $\lambda_p = \lambda_{p'}$ для $p \neq p'$ соответствуют вырожденным собственным значениям $\hat{Q}$ -оператора и могут быть упорядочены, например, по возрастанию постоянной распространения, пропорциональной $|\arg \gamma_p|$. Будучи собственными колебаниями волновода, моды могут быть охарактеризованы следующими инвариантными и экстремальными свойствами, объясняющими широкое использование мод, а не других базисов для описания распространения когерентного света:

1. Моды — это единственный двумерный базис функций, сохраняющих взаимную ортогональность при распространении в собственной волноводной среде.

2. Одномодовый пучок характеризуется наименьшими потерями мощности по сравнению с любыми другими пучками, содержащими моды более высоких порядков.

Свойство мод воспроизводить свою поперечную структуру в процессе их распространения было сформулировано выше и может быть добавлено к этим свойствам. Определив понятие моды уравне-

нием (83), можем представить полное поле $F(\mathbf{x}, z)$ в волноводной среде как суперпозицию мод:

$$F(\mathbf{x}, z) = \sum_p F_p \gamma_p(z) \psi_p(\mathbf{x}), \quad \gamma_p(0) = 1. \quad (90)$$

Будем говорить, что коэффициенты w_p ортогонального разложения определяют модовый состав поля

$$F_p = \iint_G F(\mathbf{x}, 0) \psi_p(\mathbf{x}) \rho_0(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}. \quad (91)$$

Так как разложение удовлетворяет условию теоремы Парсеваля, можем записать полную энергию поля F , формируемую парциальными мощностями $|w_p|^2$ отдельных мод:

$$\iint_G |F(\mathbf{x}, 0)|^2 \rho_0(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} = \sum_p |F_p|^2. \quad (92)$$

Определим распределение мощности поля по модам как нормированную величину следующего вида:

$$\frac{|F_p|^2}{\iint_G |F(\mathbf{x}, 0)|^2 \rho_0(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x}}.$$

Изменения коэффициентов F_p в зависимости от значения p определяют модовый состав поля и определяются состоянием возбужденной волноводной среды.

Для градиентного волоконного световода с поперечно-неоднородным показателем преломления $n(\mathbf{x})$ волновые фронты направляемых мод являются плоскими. В этом случае оператор $\hat{P}$ связывает решение $F(\mathbf{x}, z)$ уравнения Гельмгольца

$$\nabla_{\perp}^2 F(\mathbf{x}, z) + \frac{\partial^2 F(\mathbf{x}, z)}{\partial^2 z} + n^2(\mathbf{x}) k^2 F(\mathbf{x}, z) = 0 \quad (93)$$

с граничным значением комплексной амплитуды $F|_{z=0} = F(\mathbf{x}, 0)$, где $\nabla_{\perp} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ — поперечный дифференциальный оператор Гамильтона (рис. 4). При учете конечного диаметра волновода появятся дополнительные граничные условия на границе сердечника. Моды градиентного волокна имеют плоский волновой фронт и удовлетворяют уравнению

$$\nabla_{\perp}^2 \psi_p(\mathbf{x}) + [k^2 n^2(\mathbf{x}) - \beta_p^2] \psi_p(\mathbf{x}) = 0 \quad (94)$$

Для произвольного значения z имеем

$$F(\mathbf{x}, z) = \gamma_p \psi_p(\mathbf{x}), \quad (95)$$

$$\gamma_p = \exp(iK_p z), \quad (96)$$

$$K_p = \beta_p + iq_p, \quad (97)$$

где β_p — константа распространения, q_p — коэффициент затухания моды ψ_p (рис. 4).

Таким образом, моды градиентного оптоволокна удовлетворяют уравнению на собственные значения (83) для любого расстояния z . Собственные значения определяются уравнением (96).

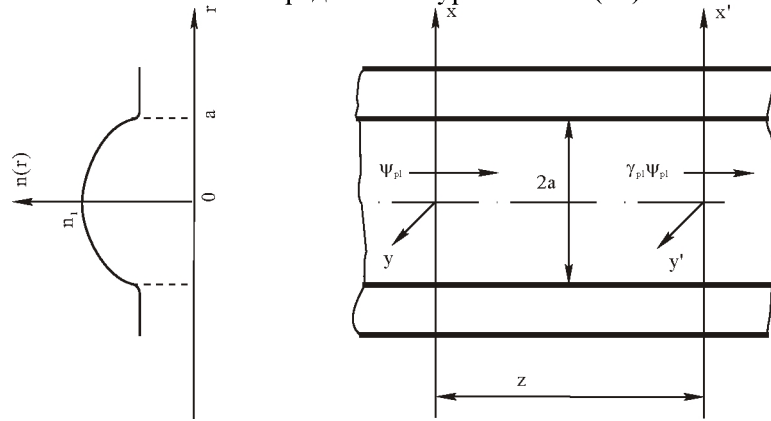


Рис. 4. Моды в оптоволокне с градиентным профилем $r = \sqrt{x^2 + y^2} \leq a$

2. МОДАНЫ – ДИФРАКЦИОННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СОГЛАСОВАННЫЕ С МОДАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В лазерной оптике [32,33], оптике линзоподобных сред [1], волноводной оптике [34,4] возникают задачи, в которых требуется сформировать одномодовые пучки, т.е. пучки, поперечные распределения поля $E(x, y)$ и $H(x, y)$ в которых являются решениями соответствующих векторных уравнений [1,2]. Кроме того, в значительном количестве приложений требуется получать информацию о поперечно-модовом составе пучка [4].

Как было показано в разделе 1, в большинстве случаев задача формирования моды может быть сведена к формированию в заданной плоскости комплекснозначного распределения $\psi(x, y)$, $\Psi(\mathbf{x}, z) = \psi(\mathbf{x}) \exp(i\beta z)$, $\mathbf{x} = (x, y)$.

Дифракционные оптические элементы, предназначенные для формирования мод и анализа поперечно-модового состава пучка, (моданы) были впервые предложены в работах [35,36]. Близкий подход был изложен в работах [3,37], опубликованных примерно в то же время, что и работы [35,36].

Первые моданы представляли собой амплитудные модулированные дифракционные решетки с функцией комплексного пропускания, определяемой модовой композицией.

Соображения эффективного использования мощности источника излучения приводят к идее реализации чисто фазового оптического элемента [4].

Тонкий чисто фазовый оптический элемент характеризуется фазовой функцией $\varphi(\mathbf{u})$, где $\mathbf{u} = (u, v)$ — поперечные координаты точки, лежащей на поверхности подложки оптического элемента [20]. Будем считать, что при освещении тонкого оптического элемента пучком с комплексной амплитудой $W'(\mathbf{u})$, $A(\mathbf{u}) = |W'(\mathbf{u})|$ непосредственно за элементом формируется поле с комплексной амплитудой

$$W(\mathbf{u}) = W'(\mathbf{u}) T(\mathbf{u}),$$

где $T(\mathbf{u}) = \exp[i\varphi(\mathbf{u})]$ - функция комплексного пропускания фазового элемента.

Если мода задана своим комплекснозначным распределением $\psi(x, y)$ (рис. 5), задача формирования заданной моды с помощью фазового ДОЭ, т.е. путем воздействия только на фазу освещающего пучка, в общем случае является некорректной.

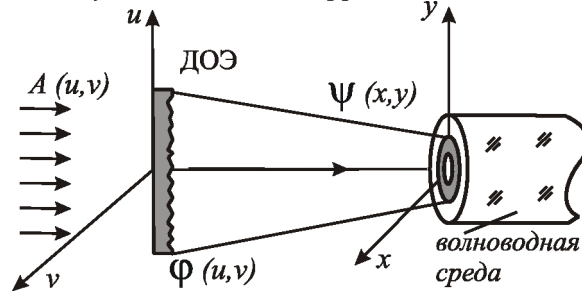


Рис. 5. Постановка задачи формирования модового пучка, заданного распределением комплексной амплитуды $\psi(x, y)$ в его поперечном сечении, с помощью фазового ДОЭ

Некорректность обусловлена свойствами оператора распространения света [20]: сигнал не может быть однозначно определен лишь фазой своего спектра. Основу подхода к решению задачи формирования одномодового распределения, изложенного в [4], составляет идея введения вспомогательных элементов для приведения комплексной функции пропускания элемента (в общем случае комплекснозначной) к фазовой. Будучи пространственно разделены с полезным изображением, вспомогательные элементы не влияют на качество его восстановления, а лишь снижают долю энергии, идущей на формирование полезного изображения (рис. 6).

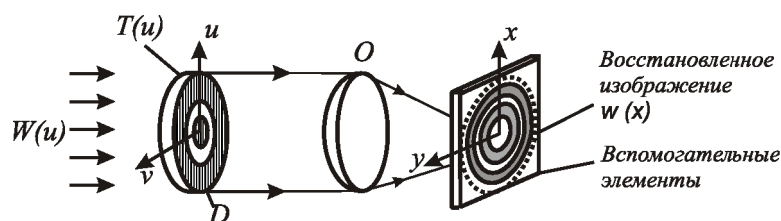


Рис. 6. Приведение функции пропускания ДОО к фазовой с помощью введения вспомогательных элементов в выходную плоскость ДОО

Хорошо известна идея формирования вспомогательных элементов в виде паразитных дифракционных порядков с помощью введения модулированной несущей в фазу элемента [4,38]. Амплитуда несущей выбирается локально зависящей от функции пропускания — в точках, где амплитуда функции пропускания максимальна, она равна нулю, в точках, где амплитуда функции комплексного пропускания имеет минимальное значение — амплитуда несущей максимальна. Применение метода [38] позволяет создавать заданное одномодовое распределение с высокой точностью. Однако появление паразитных дифракционных порядков, вызванное введением опорной волны в фазу, приводит к низкой энергетической эффективности элемента. Это объясняется сильным отличием структуры амплитудного распределения формируемой моды от типичного амплитудного распределения освещающего пучка, гауссова или равномерного.

В 2.1-2.3 рассмотрен другой подход к формированию одномодовых пучков. Он заключается в расчете фазовой функции элемента, формирующего из освещающего пучка некоторое световое распределение с высоким содержанием “полезной” моды в плоскости ДОО и некоторым содержанием “паразитных” или вспомогательных мод. Отметим целесообразность выбора в качестве вспомогательных мод неканализуемых мод волновода, то есть мод, распространение которых в волноводе происходит с потерями энергии на неполное внутреннее отражение на границе “сердцевина-оболочка”. В этом случае волновод играет роль своего рода “фильтра” вспомогательных мод, введенных для повышения энергетической эффективности ДОО. Вопрос об оптимальном соотношении содержания заданной моды в формируемом пучке и энергетической эффективности элемента решается каждый раз, исходя из специфики конкретной задачи. На-

прашивается мысль о необходимости наличия "инструментария" численных методов, позволяющих находить необходимый компромисс в каждом конкретном случае. Численные процедуры, рассмотренные в разделе 2, предоставляют исследователю такую возможность.

Далеко не во всех приложениях "полезная" мода однозначно задана своим амплитудно-фазовым распределением. Учитывая актуальность задачи формирования одномодовых распределений в градиентных средах, обусловленную главным образом потенциальными телекоммуникационными приложениями, представляется целесообразным рассмотреть возможность поиска собственных функций оператора распространения в волноводной среде, отличных от известных аналитических решений [4].

В [39] предлагается переформулировать задачу - найти собственную функцию $\psi(x, y)$, соответствующую определенному собственному числу $\lambda_m = \exp(i\beta_m z)$ оператора $\tilde{P}$ распространения света в градиентной среде, имеющую амплитудное распределение, максимально близкое к распределению освещающего пучка $|\psi(x, y)| \cong A(x, y)$. В этом случае фаза $\varphi(x, y) = \arg(\psi(x, y))$ может быть выбрана в качестве фазовой функции формирующего оптического элемента (рис. 7).

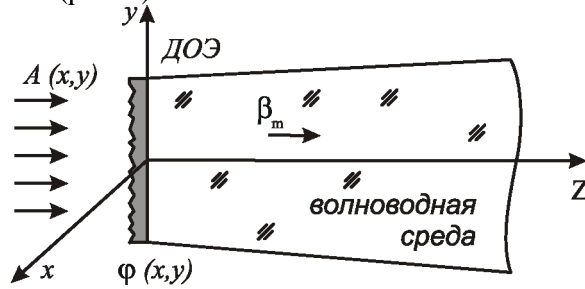


Рис. 7. Постановка задачи формирования модового пучка, заданного распределением амплитуды в поперечном сечении освещающего пучка $A(x, y)$ и значением постоянной распространения β_m

В [39] показано, что наличие непростых собственных значений λ_m оператора распространения $\tilde{P}$ света в линзоподобной среде (то есть значений, каждому из которых соответствует более одной собственной функции оператора распространения света в линзоподобной среде) позволяет поставить задачу поиска собственной функции $\psi(x, y)$ в соответствующем собственном подпространстве с амплитудой, максимально близкой к амплитуде освещающего пучка $A(x, y)$. Задача синтеза ДОЭ, формирующего моду линзоподобной среды, таким образом, может быть решена в два этапа:

- поиск собственной функции с амплитудным распределением, максимально близким к амплитудному распределению освещающего пучка;

- реализация ДОЭ с фазовой функцией, определяемой фазой найденной собственной функции.

Близость амплитудного распределения освещающего пучка к распределению амплитуды в сечении формируемой моды определяет отсутствие необходимости в затратах энергии на вспомогательные элементы.

Представляется, что такой подход к формированию мод волноводных сред может быть востребован при решении задач оптических телекоммуникаций, при передаче световой энергии с минимальными потерями на дисперсию, а также для эффективного устранения межмодовой дисперсии многомодового пучка.

Анализу вышеупомянутого подхода посвящен п. 3.

2.1. Метод введения дополнительной области

В [40] предложена итерационная процедура, позволяющая рассчитывать ДОЭ, формирующие одномодовые распределения Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра, с энергетической эффективностью в 2-3 раза большей, чем элементы, рассчитанные с введением несущей в фазу и содержанием заданной моды в формируемом пучке 88-95%.

Процедура [40] построена на основе метода обобщенных проекций [41] и использует разбиение выходной плоскости на “основную” и “вспомогательную” области.

Постановка задачи синтеза ДОЭ, предназначенного для формирования модового комплексного распределения, представлена на рис. 5.

Итеративная процедура [40] построена на базе математического метода обобщенных проекций. Суть метода - в последовательном построении математических проекций на замкнутые множества, соответствующие ограничениям, наложенным на функцию и ее спектр (в нашем случае – распределение света в плоскости ДОЭ $W(u, v)$ и комплексное одномодовое распределение $w(x, y)$).

Для любого замкнутого множества G_j функция $p = P_j q$ может быть названа проекцией q на G_j , если $p \in G_j$ и $\|p - q\| = \min_{z \in G_j} \|z - q\|$.

Оператор P_j будем называть проекционным оператором (или проектором) на множество G_j . Будем считать, что известны m атрибутивных свойств функции w , каждое из которых относит ее к одному из m замкнутых множеств $G_1, \dots, G_m$. В работе [41] для нахождения функции w было предложено использовать рекурсивную процедуру следующего вида:

$$w_{n+1} = T_{1,n} T_{2,n} \dots T_{m,n} w_n, \quad (98)$$

где w_0 - выбранное начальное приближение,

$$T_{j,n} = E + \alpha_{j,n} (P_j - E), j = 1, 2, \dots, m,$$

где E - единичный оператор и $\alpha_{j,n}$; $0 \leq \alpha_{j,n} \leq 1$ - некоторые параметры, вводимые в общем случае для повышения скорости поиска точки w , называемые параметрами релаксации.

Для того чтобы построить итеративную процедуру (98) расчета фазовых ДОЭ, необходимо определить множества G_1 и G_2 и, соответственно, построить проекционные операторы P_1 и P_2 . В случае выполнения условия параксиального приближения и условия дальней зоны, преобразование Френеля — Кирхгофа, связывающее комплексную амплитуду $W(u)$ в плоскости ДОЭ с комплексной ампли-

тудой $w(\mathbf{x})$ в выходной плоскости, сводится к преобразованию Фурье [20]:

$$\begin{cases} w(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(W(\mathbf{u})) \\ W(\mathbf{u}) = \mathbf{F}^{-1}(w(\mathbf{x})) \end{cases} \quad (99)$$

Сформулируем задачу синтеза фазового ДОЭ, формирующего заданное комплексное одномодовое распределение $\psi(\mathbf{x})$ в области L плоскости наблюдения, как задачу поиска такой функции $w(\mathbf{x})$,

которая, удовлетворяя условию $\iint_L |w(\mathbf{x}) - \psi(\mathbf{x})|^2 d^2\mathbf{x} = 0$, имела бы

амплитуду Фурье-спектра $C\sqrt{I_\theta(\mathbf{u})}$, где $I_\theta(\mathbf{u})$ — распределение интенсивности освещающего пучка, C — константа, выбираемая из условия сохранения энергии. Ограничению на амплитуду Фурье-спектра искомой функции соответствует множество G_1 функций $w(\mathbf{x})$ с амплитудой Фурье-спектра

$$W(\mathbf{u}) = \begin{cases} C\sqrt{I_\theta(\mathbf{u})} & (\mathbf{u}) \in D \\ 0 & (\mathbf{u}) \notin D \end{cases}, \quad (100)$$

где D -апертура ДОЭ, с соответствующим проектором [41]

$$P_1 w = \mathbf{F}(C\sqrt{I_\theta(\mathbf{u})} \exp(i \cdot \arg[W(\mathbf{u})])) \quad (101)$$

В качестве множества, описывающего ограничение, наложенное на распределение в фокальной плоскости, естественно определить замкнутое множество:

$$G_2 = \left\{ w : \iint_{\mathbf{x} \in L} |w(\mathbf{x}) - \psi(\mathbf{x})|^2 d^2\mathbf{x} = 0, \iint_{\mathbf{x} \notin L} |w(\mathbf{x})|^2 d^2\mathbf{x} = 0 \right\} \quad (102)$$

Оператор

$$P_2 w = \begin{cases} \psi_P(\mathbf{x}), & (\mathbf{x}) \in L \\ 0, & (\mathbf{x}) \notin L \end{cases} \quad (103)$$

является проекционным на множество G_2 [41]. Однако в случае, если амплитуда освещающего пучка отлична от амплитуды Фурье-образа восстанавливаемой моды, множество допустимых решений будет пусто. Стагнация соответствующей итеративной процедуры начнется в этом случае с первых же итераций. Поэтому предлагается [40] использовать построение проекции не на множество G_2 , а на множество G'_2 :

$$G'_2 = \left\{ w : \iint_{\mathbf{x} \in L} \left| \psi_P(\mathbf{x}) - w(\mathbf{x}) \right|^2 d^2 \mathbf{x} = 0; \iint_{r \geq R_2} |w(\mathbf{x})|^2 d^2 \mathbf{x} = 0 \right\}, \quad (104)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\mathbf{x} = (x, y)$, R_2 — радиус некоторой области L' такой, что для любого $\mathbf{x} \in L$ верно $\mathbf{x} \in L'$. Очевидно, $G_2 \subset G'_2$.

Оператор

$$P_2 w(\mathbf{x}) = \begin{cases} \psi_P(\mathbf{x}) & (\mathbf{x}) \in L \\ w(\mathbf{x}) & (\mathbf{x}) \in L'/L \\ 0 & r \geq R_2 \end{cases} \quad (105)$$

является проекционным на множество G'_2 . Значения комплексной амплитуды в точках внутри вспомогательной области L'/L являются свободными параметрами, необходимыми для работы итеративной процедуры. Доля энергии освещающего пучка, дифрагируемая в точки вспомогательной области, является «платой» за приведение амплитуды Фурье-образа формируемого изображения к амплитуде освещающего пучка. Интересно отметить, что размер области L' определяет степень «размытия» множества G_2 . Итеративная процедура (98), использующая операторы (101), (105), обладает свойством уменьшения ошибки суммарного расстояния (ОСР)

$$\Phi(w_{n+1}) \leq \Phi(w_n), \quad \Phi(w_n) = (P_1 w_n - w_n) + (P_2 w_n - w_n) \quad (106)$$

до множеств G_1, G_2' . Второе слагаемое функционала (106) в этом случае описывает отклонение формируемого комплексного распределения $w(\mathbf{x})$ от эталонного одномодового распределения $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})$ для $(x, y) \in L$, первое — отклонение амплитуды Фурье-спектра от распределения амплитуды освещающего пучка $C\sqrt{I_0}(\mathbf{u})$ на апертуре D рассчитываемого элемента на данной итерации. Очевидным образом построенный алгоритм может быть применен к расчету ДОЭ, формирующего в заданной области L требуемое распределение комплексной амплитуды произвольного вида. Отметим, что выбор размера области L'/L соответствует поиску необходимого компромисса между энергетической эффективностью и точностью формирования заданного одномодового распределения. В результате рассчитанный ДОЭ с заданной эффективностью формирует пучок, состоящий из полезной моды и допустимым вкладом "паразитных" мод. В случае, если множество точек области L'/L пусто, результат поиска фазовой функции ДОЭ будет совпадать с найденным решением в виде знаковой функции моды.

Пример 1. Итеративный расчет одномодового модана.

В работе [40] исследовалось применение итеративной процедуры с проекторами (101), (105) к синтезу ДОЭ, формирующих из гауссова пучка с распределением интенсивности

$$I_0(\mathbf{u}) = \exp\left[-\frac{2\mathbf{u}^2}{\sigma_{00}^2}\right] \quad (107)$$

эталонное распределение, описываемое модой лазерного излучения $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})$ внутри области L с радиусом R_l . В качестве эталонного распределения выбиралось распределение, описываемое модовыми функциями Гаусса — Эрмита (1,0) и Гаусса — Лагерра (1,0). В качестве начального приближения выбиралась функция

$$w_0(\mathbf{x}) = \begin{cases} \psi(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in L, \\ \tilde{\mu}\chi(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in L'/L, \\ 0, & r \geq R_2, \end{cases} \quad (108)$$

где $\chi(\mathbf{x})$ — случайная вещественная функция, равномерно распределенная на отрезке $\left[0, \max_{\mathbf{x} \in L} |\psi(\mathbf{x})|\right]$, параметр $\tilde{\mu}$ определяет соотношение долей энергии, приходящейся на полезную и вспомогательную области начального приближения. Введение случайного предсказания во вспомогательную область приводит к появлению свободных параметров, необходимых для работы итеративной процедуры. На рис. 8 приведена амплитуда начального распределения $|w_0(\mathbf{x})|$, содержащего эталонное распределение в полезной области и случайное предсказание во вспомогательной. На рис. 9 приведена фазовая маска итеративно рассчитанного модана Гаусса — Эрмита (1,0). На рис. 10 приведена амплитуда изображения, сформированного рассчитанным элементом (результат численного моделирования).

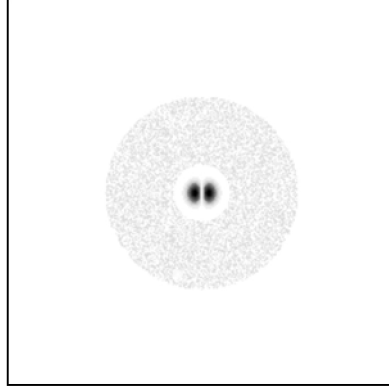


Рис. 8. Амплитуда начального распределения

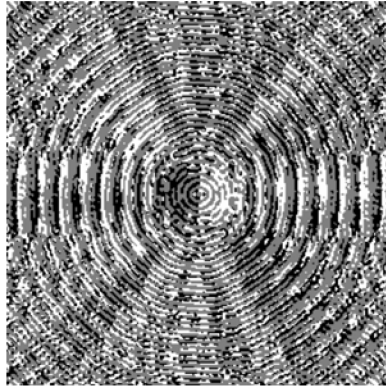


Рис. 9. Фазовая маска рассчитанного модана

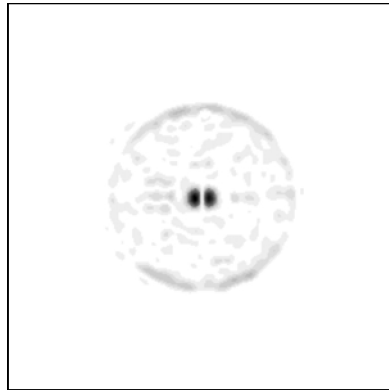


Рис. 10. Результат моделирования рассчитанного модана

В [40] использовались следующие критерии качества формирования моды: энергетическая эффективность

$$e_m = L \frac{\iint \left| w_m(\mathbf{x}) \right|^2 d^2 \mathbf{x}}{\iint_D I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}}, \quad (109)$$

где $w_m(\mathbf{x})$ - комплексное распределение, формируемое рассчитанным элементом на m -й итерации итеративной процедуры, и удельная мощность заданной моды в области L

$$\zeta_m = \left| C_0 \iint_L w_m(\mathbf{x}) \psi^*(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} \right|^2, \quad (110)$$

характеризующая долю энергии формируемой моды в полезной области L . C_0 выбиралась из условия ортонормированности базиса модовых функций $\iint_L \psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}) \psi^*(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} = 1$:

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{\iint_L |w_m(\mathbf{x})|^2 d^2 \mathbf{x}}}. \quad (111)$$

Так как амплитуда модовых функций достаточно быстро спадает при удалении от точки (0,0), при соответствующем выборе размера полезной области L оправдан переход к интегрированию по L в (109). В силу ортогональности взаимодействие мод происходит так, что при интегрировании (110) вклад паразитных мод уничтожается и величина ζ определяет долю энергии в области L , приходящуюся на формируемую моду $\psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})$. Для вычислительного эксперимента были использованы следующие параметры: радиус апертуры элемента $a = 10$ мм, гауссов параметр освещающего пучка $\delta_{00} = 3,5$ мм, длина волны освещающего пучка $\lambda = 0,6328$ мкм, фокусное расстояние Фурье-линзы $f = 50$ мм, внешний радиус полезной области $R_1 = 30$ мкм, внешний радиус вспомогательной области $R_2 = 95$ мкм, фундаментальный радиус формируемой моды в выходной фокальной плоскости линзы $\sigma = 5,6$ мкм, число отсчетов матрицы $N_2 = 128 \times 128$. В работе [40] проводилось сравнение характеристик моданов, рассчитанных с помощью предложенной итеративной процедуры с характеристиками моданов, рассчитанных с помощью ме-

тода Кирка — Джонса [38]. Как показано в [4], энергетическая эффективность однолучкового модана, рассчитанного обобщенным методом Кирка — Джонса, может быть найдена по следующей формуле:

$$e_k = g \tilde{C}^2, \quad (112)$$

где $g \leq 1$ определяется типом базовой дифракционной решетки; в случае выбора синусоидальной или прямоугольной несущей и выбора в качестве рабочего 0-го дифракционного порядка $g = 1$;

$$\tilde{C}^{-1} = \max_{\mathbf{u} \in D} \left| \frac{\Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{u}) / \sqrt{E_I}}{\sqrt{I_0(\mathbf{u})} / \sqrt{E_0}} \right|, \quad (113)$$

$$E_0 = \iint_D I_0(\mathbf{u}) d^2 \mathbf{u}, \quad (114)$$

$$E_I = \iint_D \left| \Psi_{\mathbf{p}}(\mathbf{u}) \right|^2 d^2 \mathbf{u}, \quad (115)$$

$\Psi(\mathbf{u}) = \mathbf{F}^{-1}(\psi(\mathbf{x}))$ — формируемое одномодовое распределение в плоскости элемента. Результаты вычислительного эксперимента приведены в табл. 3.

Как видно из табл. 3, предлагаемый метод позволяет рассчитывать моданы с энергетической эффективностью более чем в два раза большей, чем обобщенный метод Кирка—Джонса. При этом формируемое распределение на 95-98% состоит из заданной моды.

Таблица 3. Результаты вычислительного эксперимента по итеративному расчету однолучковых моданов (в скобках даны значения энергетической эффективности для метода Кирка — Джонса)

Критерий	Мода Гаусса — Эрмита (1,0)	Мода Гаусса — Лагерра (1,0)
Эффективность e , %	53,3 (26,3)	59,4 (26,4)
Удельная мощность заданной моды ζ , %	95,2	98,6

Пример 2. Изготовление и экспериментальное исследование
ДОО, рассчитанного с помощью разработанной итерационной
процедуры

Для экспериментального исследования свойств элементов, рассчитанных с помощью итеративной процедуры [40], изготовлен и исследован модан, предназначенный для формирования моды Гаусса — Эрмита (1,0). Отметим особенность мод Гаусса — Эрмита, заключающуюся в том, что поворот модана на 90° приводит к взаимной смене значений первого и второго номеров формируемой моды. Таким образом, синтезировав два модана Гаусса — Эрмита (1,0) с помощью одного комплекта технологических бинарных масок, можно получить возможность формирования двух мод — Гаусса — Эрмита (1,0) и Гаусса — Эрмита (0,1) с одинаковыми значениями фундаментального модового радиуса. Элемент рассчитывался как добавка к линзе. Исходя из конкретных условий постановки натурального эксперимента, были выбраны следующие физические параметры элемента: длина волны освещающего пучка $\lambda = 0,6328$ мкм, радиус апертуры элемента $a = 3,072$ мм, радиус освещающего гауссова пучка $\delta_{00} = 0,385$ мм, внешний радиус полезной области $R_1 = 2$ мм, внешний радиус вспомогательной области $R_2 = 10$ мм, фокусное расстояние линзы $f = 452$ мм, число отсчетов фазовой функции рассчитываемого элемента $N = 2048 \times 2048$, количество итераций итеративной процедуры [40] $n = 10$. На рис. 11 приведено рассчитанное распределение фазовой функции на апертуре модана, приведенное к диапазону $[0, 2\pi]$. С помощью процедуры быстрого преобразования Фурье было проведено компьютерное моделирование работы рассчитанного элемента. В результате моделирования получены следующие значения критериев качества: энергетическая эффективность $e = 0,455$; удельная мощность $\zeta = 0,88$.

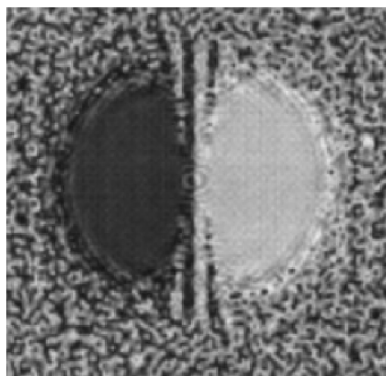


Рис. 11. Фазовая функция изготовленного модана (центральный фрагмент)

Значение оценки (109) энергетической эффективности модана, рассчитанного по методу Кирка — Джонса, для данного набора параметров составило $e_K = 0,16$. Технологическая реализация рассчитанного модана производилась равномерной шестнадцатиуровневой электронно-лучевой записью на резисте ПММА, нанесенном на кварцевое стекло, в Институте прикладной физики Университета Фридриха Шиллера (г. Йена, Германия).

Применение процедуры (101,105) в общем случае дает в качестве решения непрерывную функцию, однако для числа уровней квантования $M = 16$ погрешностью квантования можно пренебречь.

Исследование микрорельефа изготовленного однопучкового модана Гаусса-Эрмита проводилось в Институте прикладной физики Университета Фридриха Шиллера.

Для исследования полученного фазового микрорельефа был использован микроинтерферометр MICROMAP - 512. В ходе исследования выбирались наиболее характерные участки распределения фазовой функции элемента, квантованной по шестнадцати уровням. Затем проводилось сравнение рассчитанного фазового распределения и полученного микрорельефа.

На рис. 12 представлен центральный фрагмент рассчитанной полутоновой фазовой маски модана с размерами 50×50 пикселей, на рис. 13, а - экран программного обеспечения "DOETOOL" с графиком сечения данного фрагмента, построенного через центр (один от-

счет соответствует 3 мкм), на рис. 13, б представлен результат исследования центрального фрагмента реализованного микрорельефа.

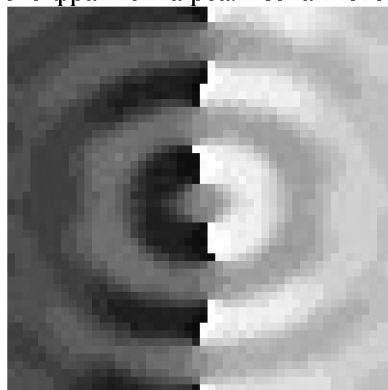
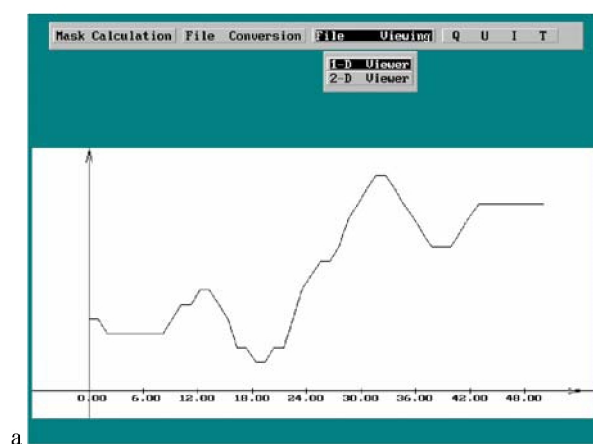
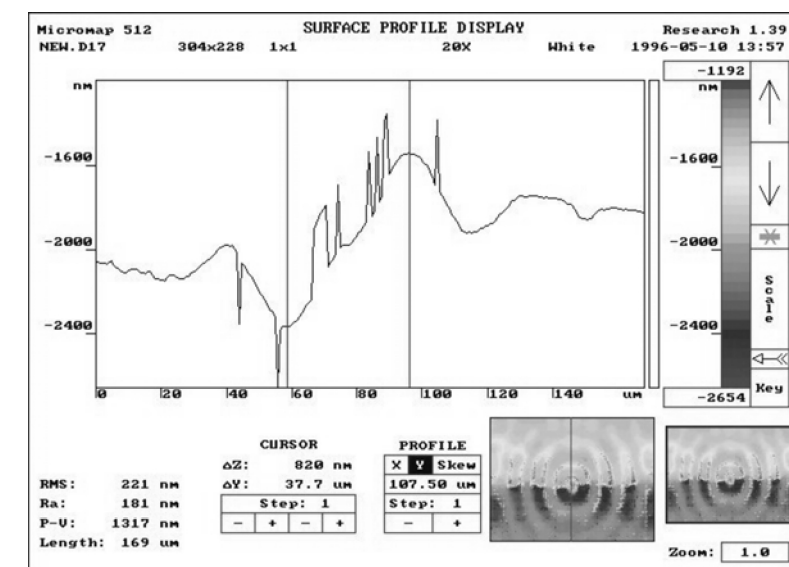


Рис. 12. Центральный фрагмент рассчитанной полутоновой фазовой маски модана (50×50 пикселей)



а

Рис. 13. Экран ПО “DOETOOL” в момент визуализации сечения фрагмента маски модана, представленного на рис. 12(а), результат исследования фрагмента реализованного микрорельефа (б) (см. также с. 47)



б

Рис. 13. Окончание

Способность изготовленного элемента формировать заданное квазиодномодовое распределение была исследована с помощью установки, оптическая схема которой приведена на рис. 14. Изготовленный элемент освещался пучком лазера HNA-180 (производство г. Йена, Германия). За фокальной плоскостью собирающей линзы с помощью камеры SPIRICON исследовалось формируемое распределение интенсивности и замерялась энергетическая эффективность элемента. Для измерения энергетической эффективности вспомогательная область в фокальной плоскости собирающей линзы L маскировалась с помощью непрозрачного экрана с отверстием в центре. Энергетическая эффективность в данном натурном эксперименте составила $e = 0,377$, что несколько меньше, чем значение, полученное в вычислительном эксперименте — $e = 0,455$. Данное расхождение может быть объяснено наличием погрешностей изготовления ДОЭ, а также погрешностей квантования и дискретизации.

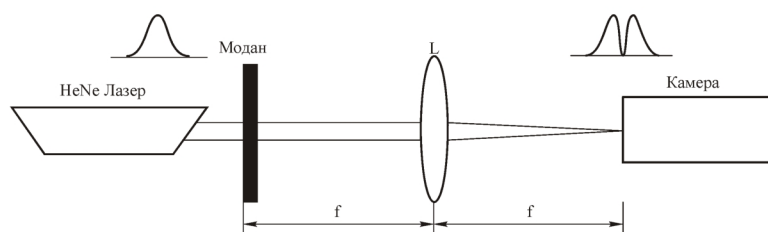


Рис. 14. Схема оптического эксперимента

На рис. 15 представлен результат натурального эксперимента — замеренная интенсивность сформированного квазиодномодового пучка.

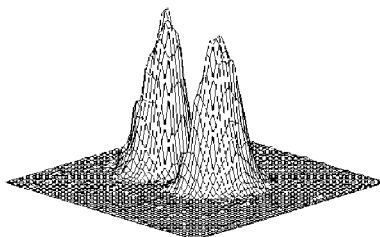


Рис. 15. Замеренная интенсивность сформированного пучка

Способность сформированного пучка сохранять структуру, близкую к структуре моды Гаусса — Эрмита (1,0) при прохождении через Фурье-каскад исследовалась в ходе натурального эксперимента, схема которого представлена на рис. 16.

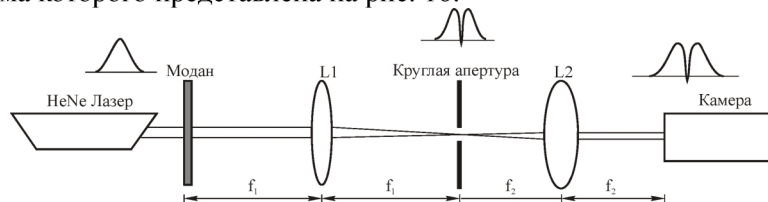


Рис. 16. Схема оптического эксперимента

Вспомогательная область в фокальной плоскости собирающей линзы L_1 маскировалась с помощью непрозрачного экрана с отверстием в центре. Радиус отверстия выбирался несколько меньше

внешнего радиуса полезной области — 1,7 мм. Полученный пучок формировался на входе Фурье-каскада с линзой L_2 , что позволило оценить модовые свойства путем оценки изменения структуры пучка после прохождения Фурье-каскада. Значение энергетической эффективности в данном случае составило $e = 0,362$, что вполне согласуется с полученными ранее результатами. На Рис. 17 представлено двухмерное распределение интенсивности, замеренное в фокальной плоскости линзы L_2 .



Рис. 17. Интенсивность пучка после прохождения Фурье-каскада

Можно отметить хорошую устойчивость сформированного пучка к Фурье-преобразованию. Модовая структура исследовалась также в плоскости, отстоящей от фокальной плоскости линзы L_2 на расстоянии $z = 240$ мм. На рис. 18 представлено распределение интенсивности, замеренное в этой плоскости.

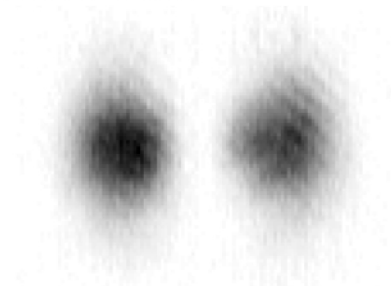


Рис. 18. Интенсивность пучка в плоскости, отстоящей на расстоянии $z = 240$ мм

Сравнение рис. 15 и 17 наглядно подтверждает устойчивость сформированного пучка к распространению в свободном простран-

стве. Для исследования фазовой структуры сформированного распределения была использована установка, оптическая схема которой приведена на рис. 19. На рис. 20 приведено полученное распределение интенсивности.

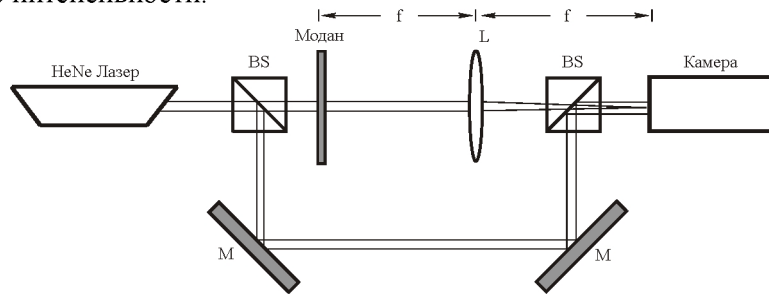


Рис. 19. Схема оптического эксперимента



Рис. 20. Распределение интенсивности, полученное в ходе эксперимента, схема которого приведена на рис. 19

По сдвигу между интерференционными полосами был сделан вывод, что разность фаз на “долях” распределения составляет величину, близкую к π , рад.

Это подтверждает способность изготовленного модана формировать распределение заданной фазовой структуры.

Фазовая структура одномодового распределения после прохождения Фурье-каскада исследовалась с помощью установки, оптическая схема которой приведена на рис. 21. На рис. 22 приведено распределение интенсивности, полученное в ходе натурного эксперимента, схема которого представлена на рис. 21.

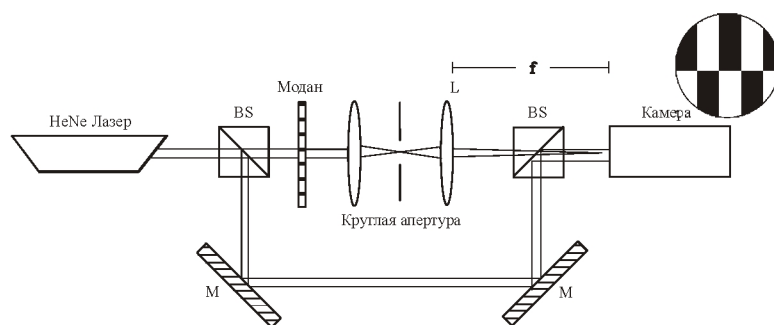


Рис. 21. Схема оптического эксперимента

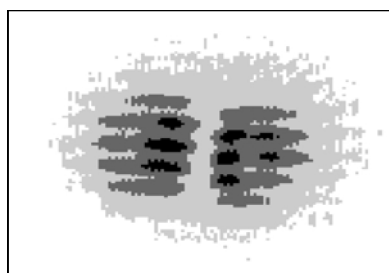


Рис. 22. Распределение интенсивности, полученное в ходе эксперимента, схема которого приведена на рис. 21

Результаты проведенного исследования показывают устойчивость фазовой структуры сформированного пучка к оптическому аналогу Фурье-преобразования.

В дополнение к результатам интерферометрического исследования фазовой структуры применялся численный метод восстановления фазы пучка в фокальной плоскости первой Фурье-линзы: распределение фазы восстанавливалось по результатам измерения распределения интенсивности во входной и выходной плоскостях, соответственно, Фурье-линзы L2, в ходе 30 итераций процедуры [42]. Схема экспериментальной установки для получения двух распределений приведена на рис. 21. После 30 итераций среднеквадратичное отклонение экспериментально полученного амплитудного распределения от его оценки на последней итерации составляло менее 17%. Восстановленное фазовое распределение во входной плос-

кости Фурье-линзы представлено на рис. 23. Фазовый сдвиг между половинками моды составляет около $0,85\pi$, что согласуется с результатами интерферометрии и теоретической оценкой — π . Таким образом, устойчивость амплитудно-фазовой структуры гауссовых мод к Фурье-преобразованию позволяет использовать итеративную процедуру [42], основанную на вычислении прямого и обратного преобразований Фурье, для верификации результатов интерферометрического исследования фазовой структуры сформированного модового пучка (см. рис. 20, 22).

Таким образом, результаты проведенного натурального эксперимента полностью согласуются с результатами вычислительного эксперимента, что подтверждает перспективность подхода [40] к решению задачи формирования одномодовых пучков с высокой эффективностью.

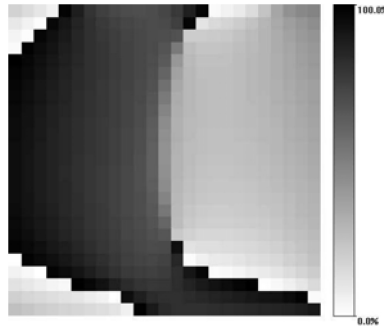


Рис. 23. Итеративно восстановленная фаза моды Гаусса — Эрмита (0,1) (белый цвет соответствует значению фазы π , черный — 0)

Как показано в [43], моды ступенчатых волноводов низких порядков хорошо аппроксимируются соответствующими гауссовыми модами, что дает возможность возбуждать ступенчатые волноводы с помощью элементов, формирующих моды Гаусса-Эрмита. В [43] элемент, рассчитанный и изготовленный, использовался для возбуждения моды LP_{11} в ступенчатом маломодовом волокне.

На рис. 24 представлена схема соответствующего оптического эксперимента, а на рис. 25 — измеренная интенсивность в сечении пучка, выходящего из волокна.

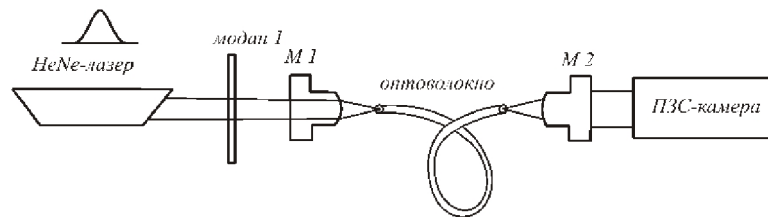


Рис. 24. Оптическая схема установки для формирования поперечных мод в волоконном световоде

На рис. 24 - Модан 1 – ДООЭ, формирующий моду Гаусса-Эрмита (1,0), $M1$ и $M2$ – микрообъективы, распределение интенсивности возбужденной моды замерялось в выходной плоскости микрообъектива $M2$. Методика юстировки оптической установки приведена в [43]. Волоконный световод производства Corning Glas SMF 28 имел следующие параметры: $n_1 = 1,4619$, $n_2 = 1,457$, $d = 8,3$ мкм, длина световода около 2 м.

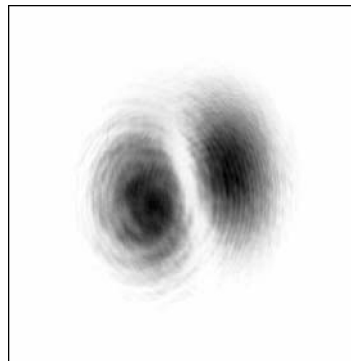


Рис. 25. Распределение интенсивности на выходе волокна при возбуждении моды

Быстрый радиальный расчет ДООЭ, формирующих обобщенные моды ГЛ, методом введения дополнительной области

Однако основным недостатком процедуры [40] является необходимость больших вычислительных затрат, связанных с вычислением двух двумерных преобразований Фурье на каждой итерации. Это ограничение является существенным, так как, во-первых, для изготов-

ления реального элемента требуется полутонная маска с размерами, как минимум 2048×2048 отсчетов, во-вторых, как показывает практика, подбор оптимальных параметров требует неоднократного итерационного расчета и моделирования ДОО.

В работе [44] показано, что в случае, если заданное распределение обладает радиальной симметрией, двумерное преобразование Фурье сводится к преобразованию Ханкеля, которое может быть вычислено с помощью трех одномерных преобразований Фурье. Радиальной симметрией обладают, например, моды ГЛ с нулевым значением второго порядкового номера, нулевая мода Бесселя. Для формирования обобщенных мод ГЛ произвольных порядков, а также мод Бесселя высшего порядка, можно использовать преобразование Ханкеля соответствующего порядка. В [45] предлагается модификация алгоритма [40] в случаях, когда формируемые поля можно свести к радиально-симметричным. Для формирования свободных параметров, необходимых для работы итерационной процедуры, в плоскости наблюдения выделяется полезная область радиуса R_1 (например, радиус сердцевинки градиентного оптического волновода), содержащая формируемое одномодовое световое поле $\Psi(\rho)$, и некоторая вспомогательная область, находящаяся в кольце между радиусами R_1 и R_2 (рис. 26).

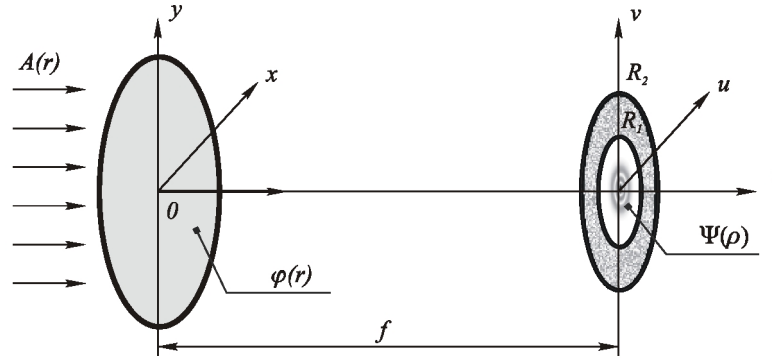


Рис. 26. Постановка задачи расчета ДОО, формирующего радиально-симметричную моду

На каждой итерации в фокальной плоскости осуществляется замена полученного комплексного распределения в полезной области

на требуемое одномодовое распределение и обнуление точек фокальной плоскости, лежащих вне полезной и вспомогательной областей. Значения комплексной амплитуды в точках вспомогательной области являются свободными параметрами. Затем пересчитывается распределение в плоскости ДОЭ, где осуществляется подстановка амплитудного распределения освещающего пучка $|A(r)|$. После этого опять выполняется переход в фокальную область элемента.

Интересно отметить, что процедуру расчета радиально-симметричных ДОЭ можно использовать для обобщенных мод ГЛ, разделив их на радиальную и угловую составляющие.

Для формирования в дальней зоне Фраунгофера обобщенной моды ГЛ:

$$\Psi_{nm}(\rho, \theta) = \hat{\Psi}_{nm}(\rho) \exp(im\theta), \quad (116)$$

где

$$\hat{\Psi}_{nm}(\rho) = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\frac{2n!}{\pi(n+|m|)!}} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\sigma_0^2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{\sigma_0}\right)^{|m|} L_n^{|m|}\left(\frac{2\rho^2}{\sigma_0^2}\right),$$

необходимо на входе иметь следующее распределение комплексной амплитуды:

$$\begin{aligned} \psi(r, \phi) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \Psi_{nm}(\rho, \theta) \exp[-i2\pi r \rho \cos(\theta - \phi)] \rho d\rho d\theta = \\ &= \exp(im\phi) \int_0^\infty \hat{\Psi}_{nm}(\rho) \left[\int_0^{2\pi} \exp(imt) \exp(-i2\pi r \rho \cos t) dt \right] \rho d\rho. \end{aligned} \quad (117)$$

Используя справочный интеграл [24]

$$J_m(x) = \frac{i^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(imt) \exp(-ix \cos t) dt, \quad (118)$$

легко свести (117) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \psi(r, \phi) = \exp(im\phi) \frac{2\pi}{i^m} \times \\ \times \int_0^\infty \hat{\Psi}_{nm}(\rho) J_m(2\pi r \rho) \rho d\rho = \hat{\psi}(r) \exp(im\phi). \end{aligned} \quad (119)$$

Таким образом, для формирования функции (119) нужно рассчитать только радиальный множитель искомой функции:

$$\hat{\psi}(r) = \Im h_m \left\{ \hat{\Psi}_{nm}(\rho) \right\} = \frac{2\pi}{i^m} \int_0^\infty \hat{\Psi}_{nm}(\rho) J_m(2\pi r \rho) \rho d\rho, \quad (120)$$

который представляет собой преобразование Ханкеля m -го порядка. В качестве начального приближения выбиралось распределение, содержащее в полезной области заданное одномодовое распределение $\Psi(\rho)$ и случайное распределение во вспомогательной области. Доля энергии освещающего пучка, приходящаяся на точки вспомогательной области, является платой за приведение амплитуды Ханкель-образа формируемого изображения на k -той итерации $|\psi^{(k)}(r)| = \left| \Im h_m \left\{ \Psi^{(k)}(\rho) \right\} \right|$ к форме освещающего пучка $|A(r)|$.

Пример 3. Расчет элемента, формирующего радиально-симметричную моду

В данном разделе производился итерационный расчет ДОЭ, формирующего из гауссова пучка с распределением амплитуды

$$A_0(r) = e^{-r^2/\sigma^2} \quad (121)$$

эталонное распределение, описываемое модой лазерного излучения $\Psi(\rho)$, внутри полезной области с радиусом R_1 . В качестве эталонных распределений выбирались обобщенные моды ГЛ (1,0), (4,0), (2,2).

В качестве начального приближения выбиралась функция

$$\Psi^{(0)}(\rho) = \begin{cases} \Psi(\rho), & \rho \leq R_1, \\ \mu \cdot n(\rho), & R_1 \leq \rho \leq R_2, \\ 0, & \rho \geq R_2. \end{cases} \quad (122)$$

В качестве $n(\rho)$ выбиралась случайная вещественнозначная функция, равномерно распределенная на отрезке $[0, \max|\Psi(\rho)|]$, параметр μ определяет соотношение долей энергии, приходящихся на полезную и вспомогательную области начального приближения, R_2 – внешний радиус вспомогательной области. Введение случайного распределения во вспомогательную область приводит к появлению свободных параметров, необходимых для работы процедуры. Для пересчета поля из плоскости элемента в фокальную плоскость и обратно использовалась процедура быстрого вычисления преобразования Ханкеля [44].

Элементы рассчитывались как добавка к линзе со следующими значениями физических параметров: фокусное расстояние $f = 50$ мм, длина волны $\lambda = 0,6328$ мкм, радиус апертуры ДОО $R = 10$ мм, фундаментальный радиус формируемой моды $\delta_0 = 5,6$ мкм, радиус освещающего гауссова пучка $\delta = 3-3,5$ мм, количество итераций $K = 10$.

В качестве критериев качества формирования заданного распределения на k -й итерации были определены дифракционная эффективность:

$$\varepsilon^{(k)} = \int_0^{R_1} |\Psi^{(k)}(\rho)|^2 \rho d\rho \cdot \left(\int_0^R |A_0(r)|^2 r dr \right)^{-1}, \quad (123)$$

где $\Psi^{(k)}(\rho)$ – комплексная амплитуда сформированного распределения на k -й итерации, и удельная мощность эталонной моды в полезной области [45]:

$$\eta^{(k)} = \left| C_0 \int_0^{2\pi R_1} \int_0^{2\pi R_1} \Psi^{(k)}(\rho, \theta) \cdot \Psi(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta \right|^2. \quad (124)$$

Константа C_0 выбирается из условия ортонормированности базиса модовых функций, $\int_0^{2\pi R_1} \int_0^{2\pi R_1} \Psi(\rho, \theta) \cdot \Psi^*(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta = 1$:

$$C_0 = \left(\int_0^{R_1} |\Psi^{(k)}(\rho)|^2 \rho d\rho \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (125)$$

Для строгой оценки доли энергии освещающего пучка, идущей на формирование эталонной моды в полезной области фокальной плоскости, вычислялось значение приведенной энергетической эффективности:

$$E^{(k)} = \varepsilon^{(k)} \eta^{(k)}. \quad (126)$$

Предлагаемая процедура естественным образом обобщается на случай расчета ДОЭ для формирования любого комплексного распределения вида $\Psi(\rho) \exp(im\theta)$, $m = 0, 1, 2, \dots$, если входной пучок обладает радиальной симметрией. Однако соотношение энергетической эффективности и точности формирования заданного распределения будет определяться конкретной спецификой задачи. Распределения фазы и амплитуды, полученные в результате расчета ДОЭ, и моделирования распространения сформированных одномодовых пучков приведены на рис. 27–28: фаза ДОЭ (а1) и ее радиальное сечение (б1), сформированное амплитудное распределение в полезной области (а2), его радиальное сечение (штриховой линией показано сечение эталонной моды) (б2), сформированное фазовое распределение в полезной области (диапазон значений $[-\pi, \pi]$) (в2); в третьем столбце (а3, б3, в3) приведены результаты моделирования прохождения сформированной моды через Фурье-каскад.

Интересно отметить “вращение” фазы моды (2,2) при прохождении Фурье-каскада, что объясняется наличием винтовой фазовой добавки.

Результаты моделирования прохождения сформированной моды через Фурье-каскад подтверждает высокое качество формирования одномодового пучка.

Кроме того, в данной работе проводилось сравнение элементов, рассчитанных с помощью предложенной процедуры, с элементами, рассчитанными методом Кирка-Джонса для того же набора физических параметров. Значение оценки $\varepsilon^{(k)}$ дифракционной эффективности элементов, рассчитанных методом Кирка-Джонса, находилось по методике, приведенной в [4]. Для выбранного набора параметров значение $\varepsilon^{(k)}$ не превышало 14,5%.

Результаты вычислительного эксперимента (таблица 4) показали, что предложенная итерационная процедура позволяет рассчитывать ДОЭ, формирующие обобщенные моды Гаусса-Лагерра с энергетической эффективностью в 2-3 раза большей, чем ДОЭ, рассчитанные с помощью метода Кирка-Джонса [38]. При этом содержание заданной моды в формируемом пучке составило свыше $\eta=96\%$.

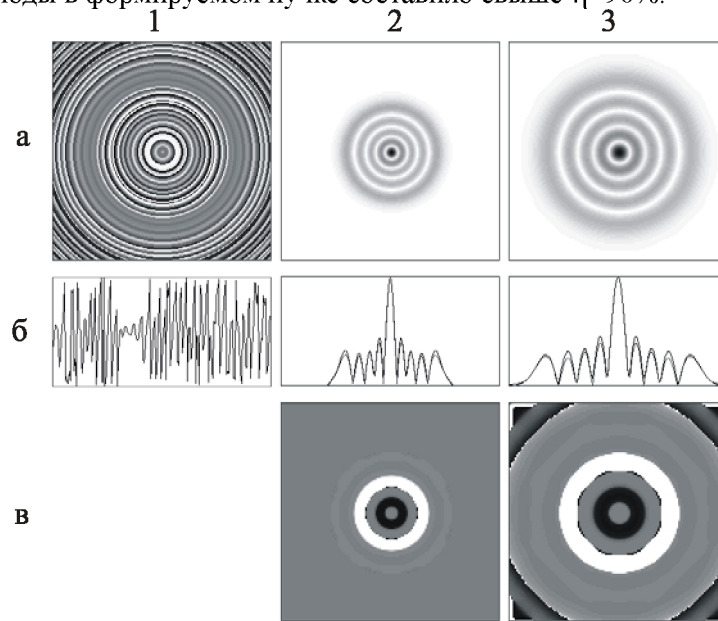


Рис. 27. Формирование моды Гаусса-Лагерра (4,0)

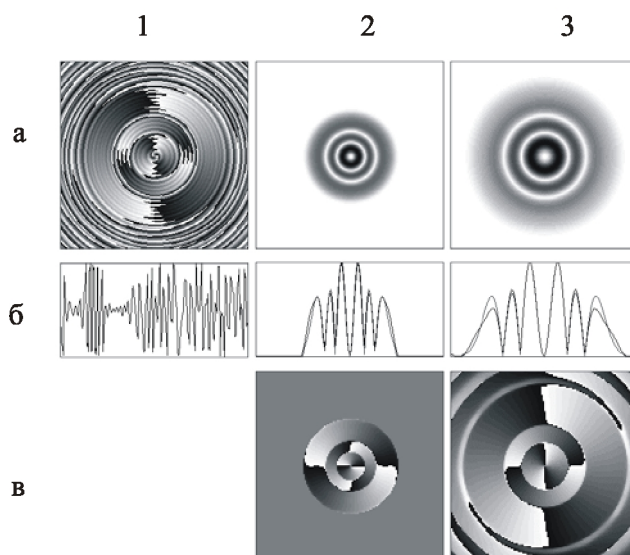


Рис. 28. Формирование моды Гаусса-Лагерра (2,2)

Таблица 4. Результаты вычислительного эксперимента

Номер моды	σ , мм	ε , %	η	E , %
(1,0)	3	40,1	97,5	39,0
(2,0)	3,3	35,4	96,4	34,1
(2,2)	3,5	62,8	96,7	60,6
(4,0)	3,5	33,7	96,4	32,4

2.2. Метод знаковой функции с оптимизацией апертуры

Метод заключается в том, что, как и при расчете киноформов, за основу фазовой функции ДОЭ принимается фаза модовой функции. Однако, в отличие от метода киноформа, в предлагаемом методе информация об амплитуде модовой функции не игнорируется, а используется при аподизации апертурной функции.

Рассмотрим амплитудно-фазовое распределение отдельной моды лазерного излучения:

$$\tau(x, y) = A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)] = \Psi_{nm}(x, y) \quad (127)$$

Для энергетически эффективного формирования одномодовых пучков предлагается формировать во входной плоскости световое поле вида

$$\tau_{nm}(a, b; x, y) = P(a, b; x, y) \exp[i\varphi_{nm}(x, y)], \quad (128)$$

$$\text{где } \varphi_{nm}(x, y) = \arg\{\Psi_{nm}(x, y)\}, \quad (129)$$

$P(a, b; x, y)$ - апертурная функция, включающая освещающий пучок и диафрагму, a , b - параметры, определяющие размеры апертурной функции.

Тогда в Фурье-плоскости (или в фокальной плоскости линзы) сформируется световое поле:

$$\mathfrak{F}\{\tau_{nm}(a, b; x, y)\} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \tau_{nm}(a, b; x, y) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (xu + yv)\right] dx dy, \quad (130)$$

где $\mathfrak{F}\{\dots\}$ - знак преобразования Фурье, λ - длина волны освещающего пучка, f - фокусное расстояние сферической линзы.

Оптимальные значения параметров a и b выбираются либо как максимизирующие содержание заданной моды, либо как минимизирующие отклонение от заданной моды.

В первом случае максимизируется параметр содержания заданной моды, который выражается корреляцией:

$$\eta = \frac{\left| \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \mathfrak{F}\{\tau_{nm}(a, b; x, y)\} \mathfrak{F}^*\{\Psi_{nm}(x, y)\} du dv \right|^2}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |\mathfrak{F}\{\tau_{nm}(a, b; x, y)\}|^2 du dv \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |\mathfrak{F}\{\Psi_{nm}(x, y)\}|^2 du dv}, \quad (131)$$

во втором случае минимизируется параметр отклонения от заданной моды

$$\delta = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left| \mathfrak{I}\{\tau_{nm}(a, b; x, y)\} \right| - \left| \mathfrak{I}\{\Psi_{nm}(x, y)\} \right| \right]^2 du dv}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathfrak{I}\{\Psi_{nm}(x, y)\} \right|^2 du dv}}. \quad (132)$$

С учетом закона сохранения энергии:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \mathfrak{I}\{f(x, y)\} \right|^2 du dv, \quad (133)$$

для инвариантных к преобразованию Фурье функций выражение (131) записывается в более удобном для анализа виде:

$$\eta = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{nm}(a, b; x, y) \Psi_{nm}^*(x, y) dx dy \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\tau_{nm}(a, b; x, y)|^2 dx dy \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_{nm}(x, y)|^2 dx dy}. \quad (134)$$

Далее в численных и натурных экспериментах параметры формируемых полей оцениваются в несколько другом виде. Пусть $W_0(u, v)$ и $W(u, v)$ – комплексные амплитуды эталонного и сформированного полей соответственно. Тогда среднеквадратичное отклонение сформированного распределения интенсивности от эталонного вычисляется по формуле

$$\delta = \left\{ \iint_{\Omega} \left[|W(u, v)|^2 - |W_0(u, v)|^2 \right]^2 du dv \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \iint_{\Omega} |W_0(u, v)|^4 du dv \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (135)$$

где $\Omega = [-a, a] \times [-b, b]$, $|W(a, b)|^2 = 10^{-4}$, в области Ω сосредоточено более 99% энергии эталонного поля:

$$E_{\Omega}^0 = \iint_{\Omega} |W_0(u, v)|^2 du dv \geq 0.99 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W_0(u, v)|^2 du dv.$$

Эталонное поле нормировано $\max \{W_0(u, v)\} = 1$ и энергии сформированного и эталонного полей выровнены $E_{\Omega} = E_{\Omega}^0$.

Дифракционная эффективность вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \left(\iint_{\Omega} |W(u, v)|^2 du dv \right) \left(\iint_{\Omega_A} |A(x, y)|^2 dx dy \right)^{-1}, \quad (136)$$

где $A(x, y)$ – освещающий пучок, Ω_A – апертура ДОЭ.

Корреляция сформированного и эталонного полей оценивается по формуле

$$\eta = \left| \iint_{\Omega} W(u, v) W_0^*(u, v) du dv \right|^2 \left(\iint_{\Omega} |W(u, v)|^2 du dv \iint_{\Omega} |W_0(u, v)|^2 du dv \right)^{-1}. \quad (137)$$

Наиболее часто в качестве апертурной функции выбирают прямоугольную или круглую (в общем случае эллиптическую) диафрагму с плоским освещающим пучком:

$$P(a, b; x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right), \quad \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1, & |x| \leq a, \\ 0, & |x| > a, \end{cases}$$

$$P(a, b; x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

либо гауссовый освещающий пучок:

$$P(a, b; x, y) = \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right).$$

Ясно, что введение диафрагмы (непрозрачного экрана с отверстием заданной формы) точно заданных размеров, как и формирование освещающего гауссового пучка с точно заданными параметрами, представляют практическую сложность [46].

Для ослабления жесткой зависимости от формы и размеров диафрагмы и освещающего пучка в данной работе предлагается ввести "мягкую" диафрагму, представляющую собой дополнительные скачки фазы ДОЭ приблизительно там, где должна проходить граница диафрагмы.

Таким образом, во входной плоскости будет формироваться световое поле вида

$$\tau_{nm}(a, b; c, d; x, y) = P(a, b; x, y) \exp[i\varphi_{nm}(c, d; x, y)], \quad (138)$$

$$\varphi_{nm}(c, d; x, y) = \begin{cases} \varphi_{nm}(x, y), & (x, y) \in \Omega_A(c, d), \\ \varphi_{nm}(x, y) + \pi, & (x, y) \notin \Omega_A(c, d), \end{cases} \quad (139)$$

где $\Omega(c, d)$ - форма "мягкой" диафрагмы.

Введение скачка фазы на π (139) приводит к некоторому аналогу диафрагмирования по периметру $\Omega_A(c, d)$ и улучшению результатов при неточном подборе обычных диафрагм, и особенно при освещении гауссовым пучком [47].

Расчет ДОЭ, формирующих моды ГЭ

Для энергетически эффективного формирования эрмитовых пучков предлагается в плоскости $z=0$ располагать фазовый ДОЭ с функцией пропускания

$$\varphi_{nm}(x, y) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \operatorname{sgn} \left[H_n \left(\frac{x}{\sigma_0} \right) H_m \left(\frac{y}{\sigma_0} \right) \right] \right\}, \quad (140)$$

где $\operatorname{sgn}(x)$ — знаковая функция, σ_0 — фундаментальный радиус моды ГЭ.

Для амплитудного пропускания выражение (140) будет выглядеть следующим образом (здесь и далее рассматриваются приведенные координаты $x = x/\sigma_0$, $y = y/\sigma_0$):

$$\tau_{nm}(x, y) = \operatorname{sgn} [H_n(x) H_m(y)] = \operatorname{sgn} H_n(x) \operatorname{sgn} H_m(y). \quad (141)$$

Задача поиска оптимального фазового фильтра, формирующего эрмитовы пучки, сходна с аналогичной задачей для формирования бесселевых пучков [48].

Оценка содержания заданной моды в формируемом пучке

Покажем в одномерном случае, что транспарант (141) эффективно формирует эрмитовый пучок n -го порядка. Для этого разложим функцию $\tau_n(x)$ по ортогональным многочленам:

$$\text{sgn } H_n(x) = \sum_{p=0}^{\infty} C_p^{(n)} H_p(x), \quad (142)$$

где

$$C_p^{(n)} = \left(2^n n! \sqrt{\pi}\right)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sgn}[H_n(x)] e^{-x^2} H_p(x) dx. \quad (143)$$

Для четных номеров $n = 2l$ нули многочлена $x_{k,l} : H_{2l}(x_{k,l}) = 0$ будут расположены симметрично относительно точки $x = 0$: $x_{-k,l} = -x_{k,l}$. Тогда интеграл в уравнении (143) можно представить в виде суммы интегралов:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \text{sgn}[H_{2l}(x)] e^{-x^2} H_p(x) dx = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_p(x) dx + 2(-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^{k-1} \int_{-x_{k,l}}^{x_{k,l}} e^{-x^2} H_p(x) dx. \end{aligned} \quad (144)$$

С учетом справочного интеграла [49]

$$\int_0^u e^{-x^2} H_n(x) dx = H_{n-1}(0) - e^{-u^2} H_{n-1}(u), \quad (145)$$

вместо (144) получим следующее выражение для коэффициентов разложения (143):

$$C_{2s}^{(2l)} = \left[2^{2s-1} (2s)! \sqrt{\pi} \right]^{-1} (-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^k e^{-x_{k,l}^2} H_{2s-1}(x_{k,l}). \quad (146)$$

При этом нечетные коэффициенты равны нулю.

Аналогично можно показать, что для нечетных многочленов Эрмита $n = 2l + 1$ имеет место следующее выражение для коэффициентов (143):

$$C_{2s+1}^{(2l+1)} = \left[2^{2s} (2s+1)! \sqrt{\pi} \right]^{-1} (-1)^l \left[H_{2s}(0) + 2 \sum_{k=1}^l (-1)^k e^{-x_{k,l}^2} H_{2s}(x_{k,l}) \right], \quad (147)$$

где $H_{2l+1}(x_{k,l}) = 0$, $H_{2s}(0) = (-1)^s \cdot 2^s \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots$, четные коэффициенты равны нулю.

Таким образом, освещая ДОЭ с пропусканием (141) коллимированным гауссовым пучком с амплитудой $\exp[-(x^2 + y^2)]$, получим поле за элементом в виде суперпозиции эрмитовых пучков, один из которых, а именно с номером n , будет энергетически преобладающим:

$$e^{-x^2/2} \operatorname{sgn}[H_n(x)] = \sum_{p=0}^{\infty} C_p^{(n)} \left(e^{-x^2/2} H_p(x) \right). \quad (148)$$

Для расчета дифракции Фраунгофера плоской волны на участке $[-a, a]$ оптического элемента с пропусканием $\operatorname{sgn}[H_n(x)]$, где a должно быть больше максимального корня многочлена $H_n(x)$, аналогично [47] удобно использовать представления вида ($n = 2l$)

$$\operatorname{sgn}[H_{2l}(x)] = \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) + 2(-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^{k-1} \operatorname{rect}\left(\frac{x}{x_{k,l}}\right). \quad (149)$$

Тогда преобразование Фурье от выражения (149) будет иметь вид

$$\begin{aligned}
P_{2l}(u) &= \Im \left\{ \operatorname{sgn}[H_{2l}(x)] \right\} = \\
&= 2a \operatorname{sinc}(au) + 2(-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^k 2x_{k,l} \operatorname{sinc}(x_{k,l}u),
\end{aligned} \tag{150}$$

где $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Параметр диафрагмы a выбирается из энергетических соображений.

Аналогично получаются выражения для нечетных полиномов Эрмита:

$$\operatorname{sgn}[H_{2l+1}(x)] = \left[\operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) + 2(-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^{k-1} \operatorname{rect}\left(\frac{x}{x_{k,l}}\right) \right] \operatorname{sgn} x, \tag{151}$$

$$\begin{aligned}
P_{2l+1}(u) &= \Im \left\{ \operatorname{sgn}[H_{2l+1}(x)] \right\} = \\
&= -i \left\{ 2a \operatorname{cosec}(au) + 2(-1)^l \sum_{k=1}^l (-1)^k 2x_{k,l} \operatorname{cosec}(x_{k,l}u) \right\},
\end{aligned} \tag{152}$$

где

$$\operatorname{cosec}(x) = \frac{1 - \cos x}{x}.$$

Пусть требуется сформировать первую моду ГЭ при $n=1$, $m=0$. Для этого в плоскости $z=0$ следует расположить транспарант с пропусканием $H_1(x) \exp(-x^2/2)$. Тогда в фокальной плоскости линзы согласно уравнению [50]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(\sqrt{2}x) e^{-i2xu} dx = (-i)^n \sqrt{\pi} e^{-u^2} H_n(\sqrt{2}u) \tag{153}$$

сформируется световое поле с комплексной амплитудой, пропорциональной выражению $-i\sqrt{\pi} \exp(-u^2/2) H_1(u)$, где $H_1(u) = 2u$.

Если в плоскости $z=0$ разместить энергетически более выгодный фазовый элемент с пропусканием $\operatorname{sgn}[H_1(x)] = \operatorname{sgn}(x)$ [50], то согласно уравнению (147) в пространстве за фильтром сформируется суперпозиция световых мод:

$$\operatorname{sgn} x = \sum_{s=0}^{\infty} C_{2s+1}^{(1)} H_{2s+1}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(H_1(x) - \frac{1}{12} H_3(x) + \frac{1}{160} H_5(x) - \dots \right). \quad (154)$$

Освещая такой фазовый элемент коллимированным гауссовым пучком, получим, что в частотной плоскости сформируется световое поле с амплитудой, пропорциональной выражению

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(x) e^{-x^2/2} e^{-ixu} dx &= \sqrt{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} C_{2s+1}^{(1)} (-i)^{2s+1} e^{-u^2/2} H_{2s+1}(u) = \\ &= -i e^{-u^2/2} \left(H_1(u) - \frac{1}{12} H_3(u) + \frac{i}{160} H_5(u) - \dots \right). \end{aligned} \quad (155)$$

Отношение энергий световых пучков, описываемых вторым и первым слагаемыми в уравнении (155), равно:

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} H_3^2(u) e^{-u^2} du}{(12)^2 \int_{-\infty}^{\infty} H_1^2(u) e^{-u^2} du} \approx 0.167.$$

Таким образом в первом слагаемом суммы (155), описывающем первую моду ГЭ, содержится более 80% всей энергии светового пучка.

Еще более эффективным способом формирования первой эрмитовой моды оказывается способ освещения фазового фильтра с пропусканием $\operatorname{sgn}[H_1(x)]$ не гауссовым пучком, а плоской световой волной, ограниченной на отрезке $[-a, a]$:

$$\tau_1(a, x) = \operatorname{sgn}[H_1(x)] \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right). \quad (156)$$

В этом случае в фокальной плоскости линзы сформируется световое поле с амплитудой, пропорциональной выражению

$$\int_{-a}^a \operatorname{sgn}(x) e^{-ixu} dx = -2ai \operatorname{cosec}(au). \quad (157)$$

Содержание первой эрмитовой моды в световом поле (157) оценивается выражением

$$\eta = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} [2a \operatorname{cosec}(au)] H_1(u) e^{-u^2/2} du \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |2a \operatorname{cosec}(au)|^2 du \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(u) e^{-u^2/2}|^2 du} = \frac{4}{a\sqrt{\pi}} \left(1 - e^{-a^2/2}\right)^2. \quad (158)$$

Размер апертуры фазового элемента (156) $[-a, a]$ выбирается из условия максимума выражения (158), который достигается при $a = 2,2$. При этом корреляция (158) будет равна $\eta = 0,85$. Таким образом, в световом поле (157) содержится около 85% первой моды ГЭ.

При численном моделировании использовались следующие параметры: размерность массивов $N = 1024$, область изменения аргумента $x/\sigma_0 \in [-8, 8]$, длина волны $\lambda = 0,63$ мкм, фокусное расстояние $f = 100$ мм.

На рис. 29, а показан результат бинаризации функции $H_3(x)$: кривая 1 – это функция $\tau_3(a, x) = \operatorname{sgn}[H_3(x)]$, а кривая 2 – это функция $\Psi_3(x)$. На рис. 29, б, в показаны, соответственно, интенсивность и фаза Фурье-преобразования от бинарной функции $\tau_3(a, x)$ при $a = 3,07$. Размер апертуры выбран таким образом, чтобы корреляция η , определенная в (137), была максимальной. В этом случае корреляция между функциями интенсивности составляет 0,83. Поэтому можно заключить, что 83% световой энергии плоского пучка, освещающего фазовый элемент $\tau_3(a, x)$, будет идти на формирование эрмитова пучка $\Psi_3(x)$. На рис. 30 показана зависимость взаимной корреляции η от полудлины отрезка $[-a, a]$, нормированной на фундаментальный радиус моды, для эрмитова пучка третьего порядка $n = 3$.

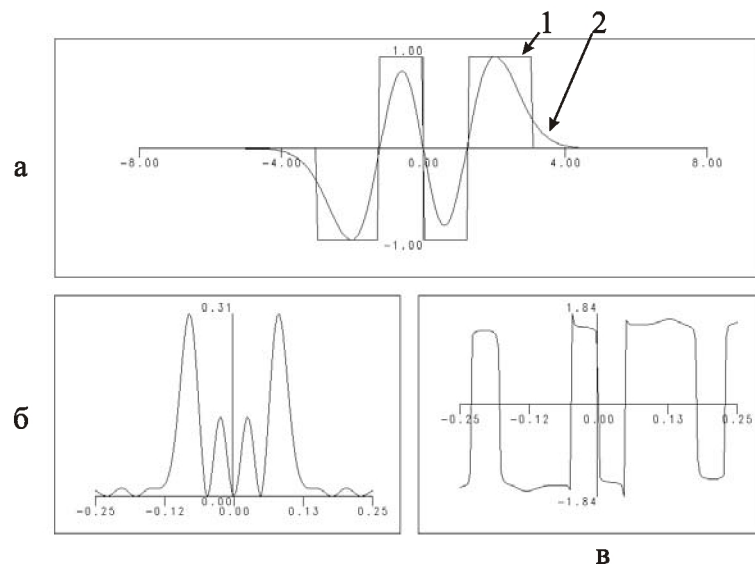


Рис. 29. Результат моделирования: бинарная фаза ДОО (а, кривая 1), согласованная с модой ГЭ $\Psi_3(x)$ (а, кривая 2), интенсивность (б) и фаза (в) Фурье-спектра от ДОО

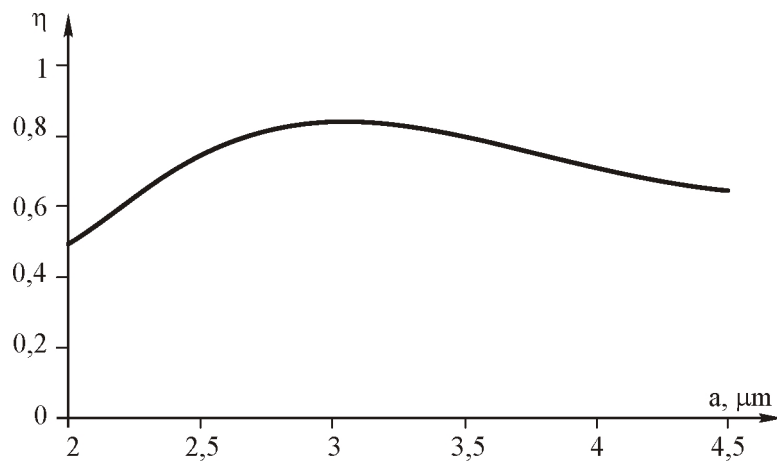


Рис. 30. Зависимость взаимной корреляции от полудины апертуры, нормированной на фундаментальный радиус моды, для эрмитова пучка третьего порядка

В таблице 5 приведены параметры для $\tau_n(a, x) = \text{sgn}[H_n(x)] \text{rect}(x/a)$, обеспечивающие два вида оптимумов для первых восьми одномерных мод ГЭ: * – соответствует минимальное значение среднеквадратичного отклонения δ (135), ** – соответствует максимальное содержание заданной моды η (137). Так, при $a = 2,23$ было достигнуто минимальное значение среднеквадратичного отклонения $\delta = 0,067$ ($\eta = 0,850$), а при $a = 2,16$ было достигнуто максимальное значение интеграла перекрытия $\eta = 0,852$ ($\delta = 0,088$) при одновременном увеличении отклонения. Таким образом, оптимумы по отклонению и содержанию моды не всегда совпадают.

Таблица 5. Оптимальные характеристики для $\tau_n(a, x) = \text{sgn}[H_n(x)] \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$

N	$a = a/\sigma_0$	δ , %	η , %
1	2,23 *	6,7	85,0
	2,16 **	8,8	85,2
2	2,65 * (**)	10,8	83,7
3	3,07 * (**)	13,1	83,1
4	3,65 *	17,3	82,2
	3,40 **	19,0	82,4
5	3,65 *	19,0	81,7
	3,72 **	19,1	81,9
6	4,00 * (**)	20,5	81,5
7	4,25 * (**)	22,9	81,2
8	4,45 *	25,1	80,7
	4,50 **	25,5	80,9

Из таблицы 5 видно, что качественные характеристики ухудшаются с ростом номера моды ГЭ. Также можно заметить, что параметр корреляции η менее чувствителен к изменению размера диафрагмы, чем отклонение δ . Поэтому будем в дальнейшем искать оптимум по минимизации отклонения δ .

На практике подбор размера диафрагмы часто оказывается неточным. В частности, для $\tau_1(a, x)$ вместо оптимального $a = 2,23$

было взято $a = 2,5$, немного превышающее оптимальный размер, что привело к увеличению ошибки почти в 3 раза $\delta = 0,204$ и уменьшению содержания моды $\eta = 0,824$.

Однако введение дополнительного фазового скачка в оптическом элементе позволило сократить отклонение почти до первоначального. На рис. 31, а показана входная функция $\tau_1(a; c; x)$, а на рис. 31, б – интенсивность поля в фокальной плоскости. При $a = 2,5$ и $c = 2,37$ были получены $\delta = 0,076$ и $\eta = 0,772$. Таким образом, ошибка была уменьшена за счет ухудшения параметра эффективности. Этот результат аналогичен полученному в [40,45], где очень точное формирование моды достигается за счет отброса значительной части (около половины) энергии во вспомогательную область, что существенно снижает эффективность.

Из предыдущих результатов ясно, что было бы желательно вообще обойтись без диафрагмы. Это возможно при освещении элемента гауссовым пучком. На рис. 31, в слева приведена входная функция

$$\hat{\tau}_1(a, x) = \text{sgn}[H_1(x)] \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right),$$

а на рис. 31, г – интенсивность поля в фокальной плоскости. При $a = 2,0$ было достигнуто минимальное значение среднеквадратичного отклонения $\delta = 0,202$, $\eta = 0,758$, а при $a = 2,7$ было достигнуто максимальное значение интеграла перекрытия $\eta = 0,844$, $\delta = 0,426$ при одновременном увеличении отклонения. Видно, что результаты существенно хуже, чем в предыдущем случае. Однако введение «мягкой» апертуры позволило улучшить эти характеристики. На рис. 31, д приведена входная функция $\hat{\tau}_1(a, c, x)$, а на рис. 31, е – интенсивность поля в фокальной плоскости. В таблице 6 приведены координаты с дополнительных скачков фазы на элементе $\hat{\tau}_1(a, c, x)$, минимизирующие отклонение δ для ряда заданных значений гауссового параметра a (* – наилучшая пара по δ , ** – наилучшая пара по η).

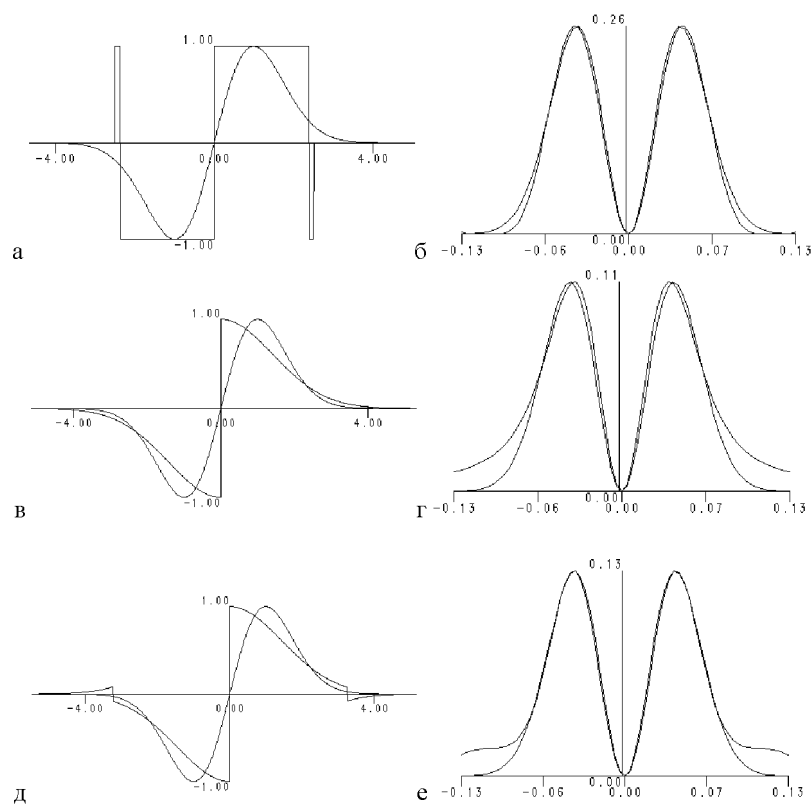


Рис. 31. Формирование моды ГЭ $\Psi_1(x)$ с помощью знаковой функции: (а) с дополнительными фазовыми скачками при прямоугольной апертуре больше оптимального размера; (в) при оптимальной гауссовой апертуре; (д) с дополнительными фазовыми скачками при оптимальной гауссовой апертуре; и соответствующие распределения интенсивности в дальней зоне (б, г, е)

Из таблицы 6 видно, что введение «мягкой» апертуры при освещении гауссовым пучком существенно (почти в 2 раза) улучшает параметр среднеквадратичного отклонения δ при одновременном неухудшении, а иногда и улучшении показателя корреляции. Таким образом, именно в этом случае наиболее целесообразно вводить «мягкую» апертуру.

Аналогичные результаты с различными апертурными функциями для моды ГЭ $\Psi_2(x)$ представлены в таблице 7.

Таблица 6. Оптимальные характеристики для $\hat{\tau}_1(a, c, x)$

$a = a/\sigma_0$	$c = c/\sigma_0$	$\delta, \%$	$\eta, \%$
2,0 *	нет	20,3	75,8
2,7 *	нет	42,6	84,4
2,0	3,36	13,4	75,8
2,05 *	2,23 *	12,5	77,1
2,1	3,15	12,6	78,3
2,2	3,1	13,9	80,4
2,3	3,07	16,3	81,9
2,4	3,0	18,9	83,3
2,5	3,0	21,5	83,8
2,6	3,0	24,0	84,3
2,7 **	2,85 **	26,4	84,4
2,8	2,8	28,4	84,3

Таблица 7. Оптимальные характеристики для $\tau_2(a, c, x)$

Апертурная функция	$a = a/\sigma_0$	$c = c/\sigma_0$	$\delta, \%$	$\eta, \%$
$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$	2,65 * (**)	нет	10,8	83,7
	3,0	нет	29,1	81,3
	3,0	2,85	13,7	76,0
$\exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)$	2,65 *	нет	45,0	75,5
	3,30 **	нет	45,9	80,2
	2,55	3,17	29,3	73,4
	2,60 *	3,12 *	29,2	74,4
	2,65	3,10	29,3	75,5
	2,70	3,07	29,5	76,3
	2,80	3,02	30,1	77,6
	3,00 **	2,97 **	31,8	79,0
	3,30	2,89	34,3	75,3

Из таблицы 7 видно, что в этом случае введение "мягкой" апертуры даст улучшение результатов не такое сильное, как в предыдущем случае. Это происходит из-за наличия в моде центрального максимума.

Можно сделать общий вывод, что ухудшение качества при росте номера моды n происходит именно в центральной части. Крайние лепестки, как правило, воспроизводятся лучше.

Модовые свойства формируемых пучков

Покажем далее, что сформированные таким образом световые поля действительно обладают модовыми свойствами.

При освещении фазового ДОЭ (128) плоской или гауссовой волной в спектральной плоскости сформируется световое поле с комплексной амплитудой, близкой к заданной моде. Еще одно преобразование Фурье от полученного комплексного распределения должно сформировать световое поле, пропорциональное освещающему пучку. Однако введение в спектральную плоскость диафрагмы аналогично [51] позволяет получать в плоскости изображения световое поле, также близкое к заданной моде. На рис. 32 показана оптическая схема для формирования гауссовых мод.

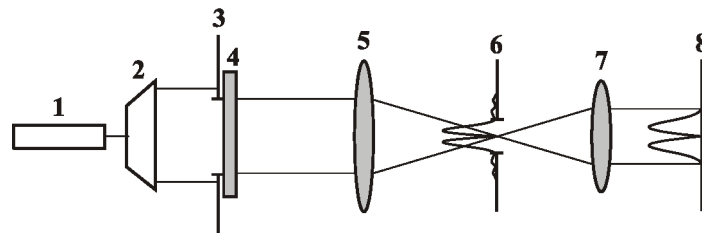


Рис. 32. Оптическая схема для формирования гауссовых мод

Световой пучок из гелий-неонового лазера 1 коллимируется с помощью 2 и освещает ДОЭ 4, фаза которого пропорциональна знаковой функции соответствующего полинома. Диафрагма 3 подстраивается на оптимальный для формируемой моды размер $[-a, a]$ [47]. Сферическая линза 5 формирует на фокусном расстоянии пространственный спектр, из которого диафрагмой 6 выделяется эффективная часть $[-b, b]$. Полученное с помощью сферической линзы 7 в плоскости 8 изображение имеет комплексную амплитуду, демонстрирующую модовый характер сформированного поля.

На рис. 33 показано формирование 5-й моды ГЭ. При этом для наглядности все распределения амплитуды и интенсивности выровнены по максимальному значению, а не по энергетическим характе-

ридикам. На рис. 33, *а* показаны распределение амплитуды идеальной моды (линия 1) и бинарная фаза ДОЭ 4 (линия 2). На рис. 33, *б* дано распределение интенсивности, получаемое в спектральной плоскости при освещении ДОЭ плоским пучком (линия 2), и для сравнения распределение интенсивности идеальной моды (линия 1). Положение диафрагмы 6 здесь выделено пунктирной линией. На рис. 33, *в* изображено распределение интенсивности полученного изображения в плоскости 8 (линия 3), идеальной моды (линия 1) и еще одного Фурье-образа от полученного изображения (линия 2). Как видно из сравнения рис. 33, *б* и 33, *в*, распределение интенсивности после третьего Фурье-каскада (рис. 33, *в*, линия 2) ближе к идеальной моде, чем после первого Фурье-каскада (рис. 33, *б*, линия 2). Причем получено оно было без введения диафрагмы в плоскости изображения 8.

Модовый характер сформированного пучка подтверждается и распределением соответствующих фаз (см. рис. 33, *г*). При сравнении фазовых распределений нужно учитывать, что после каждого преобразования Фурье моды ГЭ приобретают фазовый набег $\pi n/2$, где n - номер моды. В таблице 8 приведены: фазовый набег (взятый по модулю 2π) в плоскости изображения - φ_l и фазовый набег в следующей спектральной плоскости - φ_{ss} . Понятно, что для мод ГЭ, номер которых n кратен 4, фазовый портрет будет одинаковый как в плоскости изображения, так и в спектральной плоскости. Для четных мод ГЭ, но не кратных 4, комплексные распределения в плоскости изображения и в спектральной плоскости будут находиться в противофазе.

Таблица 8. Характеристики формирования мод ГЭ бинарным ДОЭ

n	a	δ_s , %	ε_s , %	b	δ_l , %	ε_l , %	δ_{ss} , %	φ_l	φ_{ss}
1	2,25	10,09	85,59	3,50	12,00	85,45	6,09	π	$3\pi/2$
2	2,70	14,91	83,33	3,32	7,98	83,22	12,47	0	π
3	3,10	15,51	81,76	3,42	6,67	81,49	13,82	π	$\pi/2$
4	3,42	16,70	80,50	3,57	9,32	80,03	15,20	0	0
5	3,75	18,60	79,45	3,75	12,48	78,71	15,92	π	$3\pi/2$

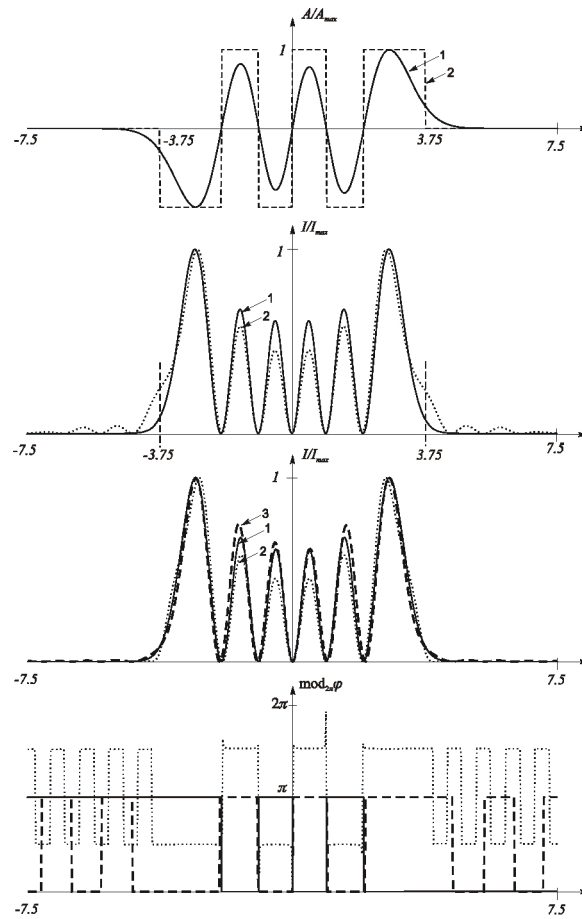


Рис. 33. Формирование 5-й моды ГЭ с помощью бинарного фазового ДОЭ

На рис. 34 показаны графики среднеквадратичного отклонения распределения интенсивности от идеальной в спектральной плоскости δ_s для 4-й (линия 1) и 5-й (линия 2) мод ГЭ, а также в плоскости изображения δ_i для 4-й (линия 3) и 5-й (линия 4) мод в зависимости от размера диафрагмы $3[-a, a]$. Интересно отметить, что если глобальные минимумы на рис. 34 (линии 1, 2) соответствуют оптимальному размеру ДОЭ, то дополнительные (локальные) минимумы совпадают с последними нулями полиномов Эрмита.

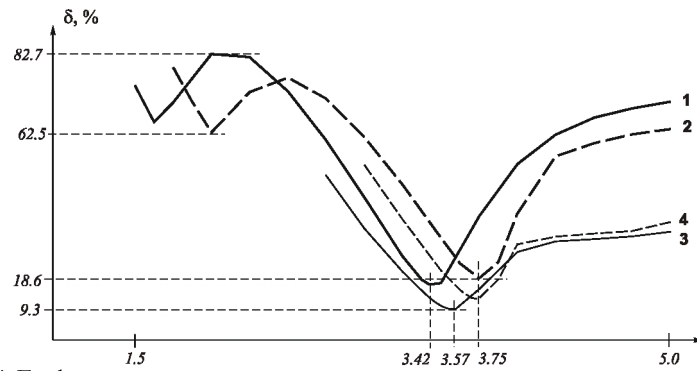


Рис. 34. График среднеквадратичного отклонения распределения интенсивности от идеального в спектральной плоскости δ_S для 4-й (линия 1) и 5-й (линия 2) мод ГЭ в зависимости от размера ДОЭ $[-a, a]$, а также в плоскости изображения δ_I для 4-й (линия 3) и 5-й (линия 4) мод в зависимости от размера диафрагмы $[-b, b]$

Оптимальные размеры ДОЭ $[-a, a]$ и диафрагмы $[-b, b]$ в спектральной плоскости $[-b, b]$ приведены в сводной таблице 9. Из таблицы видно, что среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности в плоскости изображения от идеального δ_I , как правило, меньше отклонения в спектральной плоскости δ_S . При этом отклонение в следующей спектральной плоскости δ_{SS} (т.е. для Фурье-образа изображения) меньше, чем δ_S . Т.е. оптическая система на рис. 32, повторяемая последовательно несколько раз, представляет собой некоторое приближение резонатора.

На рис. 35 приведены графики дифракционной эффективности ε (136) (линии 1, 2) и среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности от идеального (135) (линии 3, 4) в зависимости от количества преобразований Фурье, k , для 4-й (линии 1, 3) и 5-й (линии 2, 4) мод ГЭ. При этом $k = 0$ соответствует плоскость ДОЭ, $k = 1$ — первая спектральная плоскость (см. δ_S , ε_S в таблице 8), $k = 2$ — первая плоскость изображения (см. δ_I , ε_I в таблице 8), $k = 3$ — вторая спектральная плоскость (см. δ_{SS} в таблице 8), $k = 4$ — вторая плоскость изображения.

Из рис. 35 видно, что после этапа низкочастотной фильтрации в первой спектральной плоскости ($k = 1$) дальнейшие потери энергии незначительны. Т.е. практически вся энергия изображения, как и спектра, сосредоточена на конечном интервале, что также свойственно гауссовым модам.

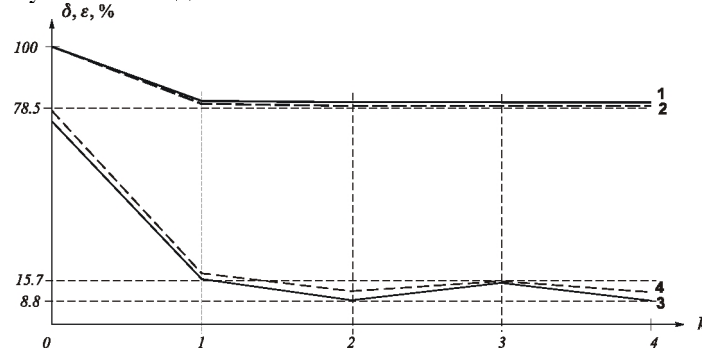


Рис. 35. Графики энергетической эффективности ϵ (линии 1, 2) и среднеквадратичное отклонение распределения интенсивности от идеального δ (линии 3, 4) в зависимости от количества преобразований Фурье, k , для 4-й (линии 1, 3) и 5-й (линии 2, 4) мод ГЭ

Моделирование действия ДОЭ

При численном моделировании действия ДОЭ, согласованного со знаковой функцией соответствующего полинома Эрмита, использовались следующие параметры: размерность массивов $N \times N = 256 \times 256$, область изменения аргументов, нормированных на фундаментальный радиус σ_0 , $x \in [-7, 7]$, $y \in [-7, 7]$, длина волны $\lambda = 0,63$ мкм, фокусное расстояние $f = 100$ мм.

Были рассмотрены четыре типа апертурной функции: прямоугольная, эллиптическая, гауссовая и гауссовая с дополнительными фазовыми скачками. «Мягкая» апертура вводилась только для гауссовой функции, так как именно в этом случае, как показали результаты предыдущего раздела, она наиболее эффективна.

На рис. 36 представлены результаты для моды ГЭ (1,0): (а) интенсивность (слева) и фаза (справа) эталонной моды; (б) квадратная апертурная функция (слева) и соответствующее ей распределение в дальней зоне интенсивности (в центре) и фазы (слева); (в) круглая

функция и соответствующее ей распределение интенсивности и фазы в дальней зоне; (г) гауссова апертурная функция и соответствующее ей распределение интенсивности и фазы в дальней зоне; (д) гауссова апертурная функция с дополнительными фазовыми скачками и соответствующее ей распределение интенсивности и фазы в дальней зоне.

Все полученные результаты сведены в таблицу 9 (г - дополнительный фазовый скачок прямоугольного типа, е - дополнительный фазовый скачок эллиптического типа), где также приведен оптимальный вариант, когда в апертурной функции $a \neq b$.

Из таблицы 6 видно, что с помощью знакового фазового элемента и выбора подходящей апертурной функции можно формировать пучки ГЭ с эффективностью не менее 70%. Также видно, что если корреляция η слабо зависит от номеров (n, m) моды, то среднеквадратичное отклонение растет с ростом номера δ .

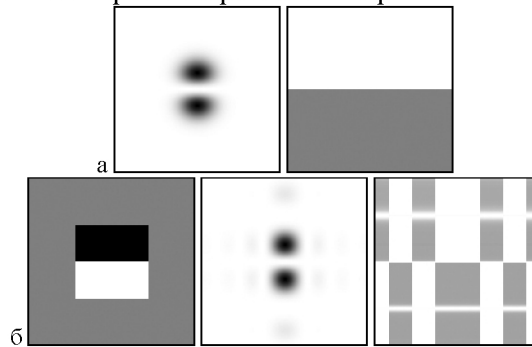


Рис. 36. Результаты моделирования для моды ГЭ (1,0):

(а) интенсивность (слева) и фаза (справа) идеальной моды; знаковая функция (слева); (б) при оптимальной квадратной ($a = b$) апертурной функции; (в) при оптимальной круглой ($a = b$) апертурной функции; (г) при оптимальной гауссовой ($a = b$) апертурной функции; (д) с дополнительными фазовыми скачками при оптимальной гауссовой ($a = b$) апертурной функции; и соответствующее распределение интенсивности (в центре) и фазы (справа) в дальней зоне (см. также с. 81)

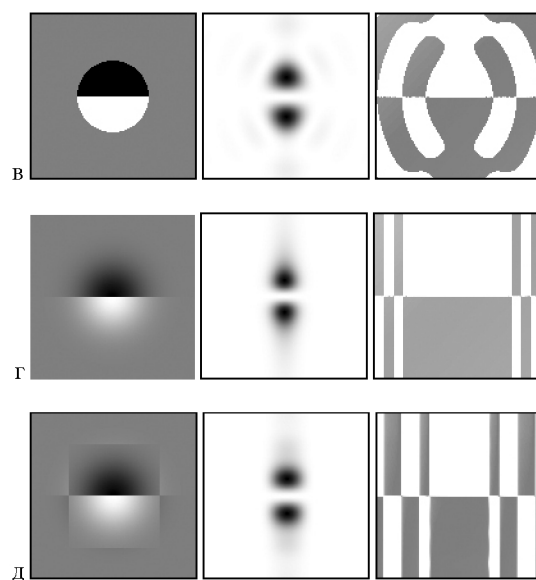


Рис. 36. Окончание

Таблица 9. Сводные результаты для двумерного случая

(n, m)	Апертурная функция	a	b	c	d	$\delta, \%$	$\eta, \%$
	$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$	2,2 1,7	2,2 2,2	нет	нет	28,8 14,4	63,8 72,5
(1,0)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	2,2 1,85	2,2 2,45	нет	нет	26,9 14,3	70,1 74,6
	$\exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)\exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right)$	1,9 1,9 1,9 1,5 1,5 1,5	1,9 1,9 1,9 2,05 2,05 2,05	нет 2,7 ^г 3,0 ^е нет 2,7 ^г 3,0 ^е	нет 3,1 ^г 3,55 ^е нет 3,1 ^г 3,55 ^е	28,5 22,5 24,5 18,3 15,4 15,7	75,2 74,9 75,0 80,5 80,3 80,4

Окончание таблицы 9

	$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$	2,25	2,25	нет	нет	14,4	72,3
(1,1)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	2,64	2,64	нет	нет	15,6	69,5
	$\exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)\exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right)$	2,1 2,1 2,1	2,1 2,1 2,1	нет 3,15 ^г 3,55 ^е	нет 3,15 ^г 3,55 ^е	26,8 20,3 21,0	65,1 65,6 65,7
	$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$	2,5 2,6	2,5 2,2	нет	нет	30,6 18,3	68,5 71,3
(1,2)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	3,0 3,2	3,0 2,6	нет	нет	31,8 23,5	65,4 67,3
	$\exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)\exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right)$	2,5 2,5 2,7 2,7	2,5 2,5 2,2 2,2	нет 3,4 ^г нет 3,4 ^г	нет 3,05 ^г нет 3,05 ^г	49,1 39,4 45,2 37,15	61,5 61,5 63,1 62,3
	$\text{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$	4,3 1,65	4,3 4,15	нет	нет	62,4 26,4	33,5 70,1
(7,0)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	4,4 1,8	4,4 4,5	нет	нет	66,9 46,4	40,7 66,8
	$\exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)\exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right)$	3,6 3,6 1,5 1,5	3,6 3,6 4,8 4,8	нет 2,7 ^г нет 2,7 ^г	нет 5,7 ^г нет 2,7 ^г	73,7 67,3 53,4 49,5	44,5 43,6 70,3 70,3

Как правило, наиболее выигрышными являются прямоугольные диафрагмы. Гауссова апертурная функция, наиболее удобная на практике, при достаточно высокой эффективности вносит большое среднеквадратическое отклонение, которое, как видно из таблицы 9, можно существенно компенсировать почти без потери содержания моды введением «мягкой» апертуры.

Расчет ДОЭ, формирующих обобщенные моды ГЛ

В этом случае рассчитываются ДОЭ с фазой, пропорциональной знаковой функции от многочлена Лагерра:

$$\varphi(r, \phi) = \arg\{\Psi_{nm}(r, \phi)\} = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \operatorname{sgn}\left[L_n^{(m)}(2r^2/\sigma_0^2)\right] \right\} + im\phi \quad (159)$$

Покажем, что такая аппроксимация функции ГЛ является эффективной.

Выражение (159) для фазовой функции эквивалентно следующему выражению для амплитуды на участке $[-R, R]$, где R – нормированный на $\sigma_0/\sqrt{2}$ размер апертуры, $t = 2r^2/\sigma_0^2$:

$$\tau_{nm}(t, \phi) = \operatorname{sgn}\left[L_n^{(m)}(t)\right] \exp(im\phi). \quad (160)$$

Разложим функцию (160) по обобщенным многочленам Лагерра с угловыми гармониками $\exp(iq\phi)$:

$$\tau_{nm}(t, \phi) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{|q| \leq p} C_{pq}^{(n,m)} L_p^{(q)}(t) \exp(iq\phi) \quad (161)$$

и найдем коэффициенты разложения:

$$\begin{aligned} C_{pq}^{(n,m)} &= \sqrt{\frac{p!}{(p+|q|)!}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \operatorname{sgn}\left[L_n^{(m)}(t)\right] e^{im\phi} L_p^{(q)}(t) e^{iq\phi} t^{|q|} e^{-t} dt d\phi = \\ &= \sqrt{\frac{p!}{(p+|q|)!}} \int_0^\infty \operatorname{sgn}\left[L_n^{(m)}(t)\right] L_p^{(q)}(t) \cdot t^{|q|} e^{-t} dt \underbrace{\int_0^{2\pi} e^{im\phi} e^{iq\phi} d\phi}_{\delta_{m,q}} = \\ &= \sqrt{\frac{p!}{(p+|m|)!}} \int_0^\infty \operatorname{sgn}\left[L_n^{(m)}(t)\right] L_p^{(m)}(t) \cdot t^{|m|} e^{-t} dt = C_{pm}^{(n,m)}. \end{aligned} \quad (162)$$

Таким образом, ненулевыми являются только коэффициенты с таким же вторым индексом, что и раскладываемая функция $\tau_{nm}(t, \phi)$.

Обозначив через $t_{k,n}$ нули многочлена $L_n^m(t_{k,n}) = 0$ и считая $t_{0,n} = 0$, представим выражение (162) в виде суммы интегралов:

$$C_{pm}^{(n,m)} = \sqrt{\frac{p!}{(p+|m|)!}} \sum_{k=0}^{n-1} \left[(-1)^k \int_{t_{k,n}}^{t_{k+1,n}} t^{|m|} e^{-t} L_p^{|m|}(t) dt \right]. \quad (163)$$

С учетом справочного интеграла [4]

$$\int x^\alpha e^{-x} L_n^\alpha(x) dx = \frac{1}{n} x^{\alpha+1} e^{-x} L_{n-1}^{\alpha+1}(x) \quad (164)$$

вместо (163) получим следующее выражение для коэффициентов разложения (160):

$$C_{pm}^{(n,m)} = \frac{2}{p} \sqrt{\frac{p!}{(p+|m|)!}} \sum_{k=1}^n \left[(-1)^{k-1} (t_{k,n})^{|m|+1} e^{-t_{k,n}} L_{p-1}^{|m|+1}(t_{k,n}) \right]. \quad (165)$$

При этом коэффициенты $C_{pq}^{(n,m)}$ с $q \neq m$ равны нулю.

Пусть требуется сформировать моду ГЛ $\Psi_{1,0}(t, \phi)$. Для этого разместим в плоскости $z=0$ фазовый элемент с пропусканием $\tau_{1,0}(t) = \text{sgn}[L_1^0(t)]$. Тогда в пространстве за фильтром сформируется суперпозиция световых мод:

$$\tau_{1,0}(t) = \sum_{p=1}^{\infty} C_{p0}^{(1,0)} L_p^0(t) = 0,736L_1^0(t) - 0,184L_2^0(t) + 0,020L_3^0(t) - 0,001L_4^0(t) + \dots$$

Освещая такой фазовый элемент коллимированным гауссовым пучком, получим согласно уравнению [52]

$$\frac{(-1)^n}{2} \int_0^\infty e^{-x/2} x^{\alpha/2} L_n^\alpha(x) J_\alpha(\sqrt{xy}) dx = e^{-y/2} y^{\alpha/2} L_n^\alpha(y), \quad \alpha > -1 \quad (166)$$

в частотной плоскости световое поле с амплитудой, пропорциональной выражению ($x = r^2, y = \rho^2$):

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-r^2/2} \text{sgn}[L_1^0(r^2)] J_0(r\rho) \cdot r dr &= \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_{p,0}^{(1,0)} e^{-\rho^2/2} L_p^0(\rho^2) = \\ &= -e^{-\rho^2/2} [0,736L_1^0(\rho^2) + 0,184L_2^0(\rho^2) + 0,020L_3^0(\rho^2) + 0,001L_4^0(\rho^2) + \dots], \quad (167) \end{aligned}$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя.

Отношение энергий световых пучков, описываемых вторым и первым слагаемыми в уравнении (167), равно

$$\frac{(0,184)^2 \int_0^\infty e^{-\rho^2} [L_2^0(\rho^2)]^2 \rho d\rho}{(0,736)^2 \int_0^\infty e^{-\rho^2} [L_1^0(\rho^2)]^2 \rho d\rho} = \frac{(0,184)^2 (2!)^2}{(0,736)^2 (1!)^2} \approx 0,25.$$

Таким образом, в первом слагаемом суммы (167), описывающем моду ГЛ $\Psi_{10}(t, \phi)$, содержится более 70% всей энергии светового пучка.

Еще более эффективным способом формирования моды ГЛ $\Psi_{nm}(t, \phi)$ является освещение не гауссовым, а плоским световым пучком фазового ДОЭ с пропусканием:

$$\hat{\tau}_{nm}(r, \phi) = \text{circ}\left(\frac{r}{R}\right) \text{sgn}\left[L_n^{|m|}(r^2)\right] \exp(im\phi), \quad (168)$$

где

$$\text{circ}\left(\frac{r}{R}\right) = \begin{cases} 1, & r \leq R, \\ 0, & r > R. \end{cases}$$

В этом случае значение R следует выбирать так, чтобы выражение, определяющее эффективность возбуждения отдельной моды,

$$\eta = \frac{\left| \int_0^{2\pi} \int_0^R \hat{\tau}_{nm}(r, \phi) \cdot \Psi_{nm}^*(r, \phi) r dr d\phi \right|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^R |\hat{\tau}_{nm}(r, \phi)|^2 r dr d\phi \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^\infty |\Psi_{nm}(r, \phi)|^2 r dr d\phi}, \quad (169)$$

было максимальным.

Рассмотрим пример с модой ГЛ $\Psi_{10}(r, \phi)$. В этом случае выражение (169) записывается следующим образом:

$$\eta = \frac{\left| 2 \cdot \left[\int_0^1 e^{-r^2/2} (1-r^2) r \, dr - \int_1^R e^{-r^2/2} (1-r^2) r \, dr \right] \right|^2}{R^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot \left[1,426 - e^{-R^2/2} (R^2 + 1) \right]^2}{R^2} \quad (170)$$

и достигает максимального значения $\eta = 0,786$ при $R = 2,5$. Значит, световое поле (168) коррелирует с модой ГЛ $\Psi_{10}(r, \phi)$ почти на 79%.

При численном моделировании использовались следующие параметры: 128 пикселей по радиусу r и 128 пикселей по угловой составляющей ϕ , диапазон изменения аргументов: радиус, нормированный на $\sigma_0/\sqrt{2}$, $r \in [0, 7]$, угол $\phi \in [0, 2\pi]$, длина волны $\lambda = 0,63$ мкм, фокусное расстояние $f = 100$ мм.

Действие рассчитанных ДОЭ [51] моделировалось с помощью численного преобразования Фурье. На рис. 37 представлены результаты формирования моды ГЛ с номером (3,2) $\Psi_{32}(r, \phi)$. Фазовая функция (рис. 37, а) рассчитывалась по формуле (168). На рис. 37, б показан сформированный таким ДОЭ пучок и для сравнения на рис. 37, в приведена эталонная мода ГЛ с номером (3,2). Их радиальные сечения показаны на рис. 37, г (сплошная линия — рассчитанная мода, пунктирная линия — эталонная мода).

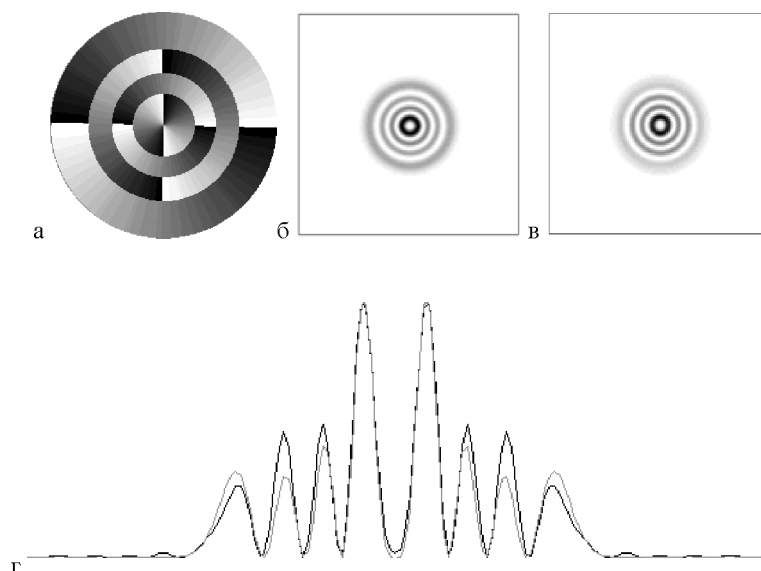


Рис. 37. Одномодовый пучок ГЛ: фаза ДОО (а); распределения интенсивности (негатив) в Фурье-спектре для рассчитанной (б) и эталонной (в) мод ГЛ $\Psi_{32}(r, \varphi)$; интенсивность в радиальном сечении (г) (сплошная линия — расчет, пунктирная линия — эталон)

Оптимальный радиус апертуры R определялся из условия максимума содержания заданной моды η (169) в сформированном пучке. График зависимости η от R , нормированного на $\sigma_0/\sqrt{2}$, для моды ГЛ $\Psi_{32}(r, \phi)$ представлен на рис. 38. Из графика видно, что оптимальный размер апертуры ДОО для формирования моды ГЛ $\Psi_{32}(r, \phi)$ равен $R = 4,5$. При этом эффективность возбуждения заданной моды достигает значения 81%.

Проведя аналогичные исследования, можно подобрать оптимальный радиус ДОО для формирования любой моды. С помощью численного моделирования было показано, что фазовые ДОО, рассчитанные по формуле (168), позволяют формировать одномодовые пучки с эффективностью 77 – 81% в зависимости от номера моды. В

таблице 10 приведены значения R (нормированного на $\sigma_0/\sqrt{2}$) и η для нескольких мод.

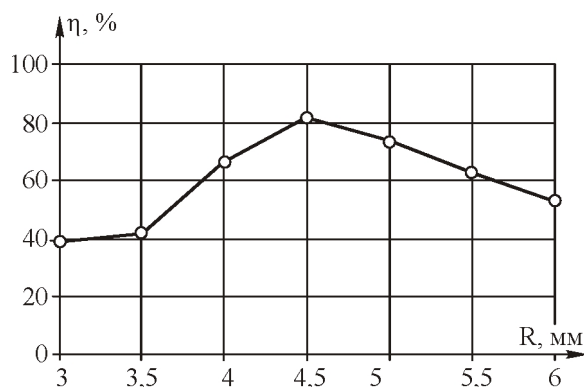


Рис. 38. Зависимость эффективности возбуждения моды η от радиуса апертуры R для ДОЭ, формирующего моду ГЛ $\Psi_{32}(r, \varphi)$

Таблица 10. Значения оптимального радиуса апертуры ДОЭ и содержание моды

Номер моды ГЛ	(1,0)	(2,1)	(3,2)	(4,2)	(5,1)
Оптимальный радиус R	2,5	4	4,5	4,7	5
Содержание моды η , %	79	77	81	78	77

Можно предположить, что для суперпозиции мод оптимальным радиусом апертуры ДОЭ является средний из оптимальных радиусов, входящих в суперпозицию мод.

Эксперимент

В [40] для формирования лазерной моды ГЭ (1,0) был изготовлен и исследован экспериментально фазовый 16-уровневый ДОЭ. Он был изготовлен по технологии электронной литографии с помощью травления полиметилметакрилата, нанесенного на подложку из кварцевого стекла. Этот элемент был рассчитан с помощью итеративной процедуры, предложенной в [40]. Размерность массива была равна 2048×2048 пикселей. Теоретическая эффективность равнялась 45.5%, а экспериментально измеренная - 37.7%.

В [50, 53] и предыдущих разделах теоретически и численно показано, что для эффективного формирования отдельных мод ГЭ и ГЛ можно использовать фазовые бинарные ДОЭ, которые получают с помощью знаковой функции от соответствующего многочлена. При освещении такого ДОЭ плоским пучком света с оптимально подобранной апертурой в дальней зоне дифракции формируется поле, состоящее на 70-85% из требуемой моды.

Бинарные фазовые ДОЭ, функция пропускания которых удовлетворяет уравнениям (141) и (159), были изготовлены методом электронной литографии при использовании электронного генератора Leica LION LV1 на технологической базе Университета Йюенсуу, Финляндия. На рис. 39 показан увеличенный под микроскопом центральный участок фазового бинарного ДОЭ (размером 1 мм × 1 мм, 1000×1000 отсчетов) для формирования моды ГЛ (4,0).

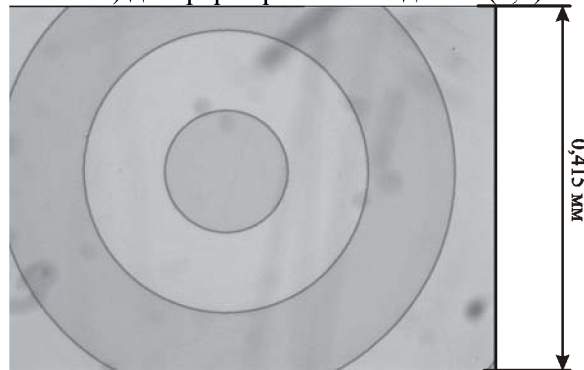


Рис. 39. Вид участка фазового бинарного ДОЭ под микроскопом

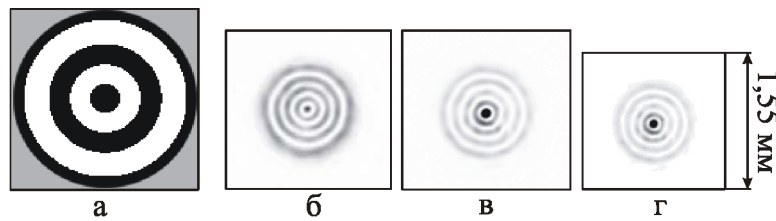


Рис. 40. Результаты эксперимента для моды ГЛ (4,0): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная (б) и экспериментальные картины дифракции в дальней зоне при различных размерах ограничивающей апертуры (в, г)

На рис. 40 представлены экспериментальные результаты по формированию моды ГЛ (4,0) с помощью бинарного ДОЭ (рис. 40, а) при различных диаметрах ограничивающей диафрагмы 1,1 мм – 1,2 мм (диаметр ДОЭ – 1 мм). Среднеквадратичное отклонение экспериментально сформированных световых полей от эталонной моды составило $\delta^{\ominus} = 34,21\%$ (рис. 40, б) и $\delta^{\ominus} = 23,89\%$ (рис. 40, в). Экспериментально измеренная дифракционная эффективность составила $\varepsilon^{\ominus} = 71,2\%$ при расчетном значении 77,8%. Большие значения среднеквадратичного отклонения компенсируются высокой дифракционной эффективностью пучков. Из предыдущих численных расчетов видно (см. например, таблицу 6), что даже при больших значениях среднеквадратичного отклонения $\delta = 15 - 30\%$ обеспечивается значительное содержание заданной моды в сформированном пучке $\eta = 80 - 65\%$. Учитывая высокую дифракционную эффективность рассматриваемых ДОЭ ($\varepsilon = 70 - 80\%$), их можно использовать для эффективного ввода лазерного излучения в оптическое волокно.

При этом следует отметить, геометрическая структура – соотношение радиусов колец – сохраняется с высокой точностью. Относительное отклонение геометрической структуры вычислялось по формуле

$$\delta_S = \sum_{k=1}^K \frac{|p_k - p_k^0|}{p_k^0}, \quad (171)$$

где p_k^0 и p_k – параметры геометрической структуры эталонного и сформированного полей соответственно.

Для моды ГЛ (4,0) в качестве p_k использовались усредненные радиусы светлых и темных колец, всего $K = 8$ параметров, и экспериментальное значение отклонения геометрической структуры (171) составило $\delta_S^{\ominus} = 4,4\%$ (рис. 40, б) и $\delta_S^{\ominus} = 3,8\%$ (рис. 40, в).

Далее приведены результаты по экспериментальному исследованию бинарных ДОЭ, формирующих моды ГЭ с номерами (1,0), (1,1), (1,2) и (7,0). Для эффективного формирования одномодовых пучков ГЭ использовались фазовые элементы с функцией пропускания:

$$\tau_{nm}(x, y) = \exp \left\{ i \frac{\pi}{2} [1 - \operatorname{sgn} H_m(x) \operatorname{sgn} H_n(y)] \right\} \operatorname{rect} \left(\frac{x}{a} \right) \operatorname{rect} \left(\frac{y}{a} \right). \quad (172)$$

В предыдущих разделах, на основе разложения в ряд одномерной знаковой функции полинома Эрмита, были получены выражения в виде конечных сумм для коэффициентов разложения (146), (147). С помощью этих уравнений можно получить конкретные значения коэффициентов для разложения в ряд (142) для каждой моды ГЭ.

Например, для моды ГЭ (1,1), используя представление (154), получается, что с эффективным содержанием около 86% бинарный ДОЭ с пропуском $\operatorname{sgn} H_1(x)$ сформирует моду ГЭ, пропорциональную многочлену $H_1(x)$. Для двумерных ДОЭ с пропуском (172) корреляцию, очевидно, можно оценить как произведение одномерных эффективностей: $0.86 \times 0.86 \times 100\% = 73.96\%$. Эта оценка подтверждается на основании результатов моделирования (см. таблицу 11). Причем круглая диафрагма, которая наиболее часто используется на практике, дает заведомо не лучшие результаты для мод с неравными индексами ($n \neq m$).

На рис. 41 показаны результаты исследования для мод ГЭ с номерами (1,0), (1,1) и (7,0) соответственно. На рис. 41, а показаны амплитудные бинарные фотошаблоны ДОЭ, ограниченные круглыми апертурами освещающего пучка с диаметром 1.2 мм (размер изготовленного ДОЭ – 1 мм × 1 мм). Фотошаблоны рассчитывались в соответствии с формулой (172). Однако в эксперименте апертура была круглой и немного больше оптимального размера, что ухудшило результаты (в основном содержание моды η), которые могли быть получены в оптимальном случае (см. таблицу 8 и таблицу 10). На рис. 41, б показаны рассчитанные картины дифракции Фраунгофера на соответствующих фазовых бинарных ДОЭ при данной апертуре. На рис. 41, в показаны экспериментальные картины дифракции Фраунгофера (дальняя зона), которые были зарегистрированы с помощью ПЗС камеры (768×567 отсчетов, разрешением $8,6 \times 8,4$ мкм²) в задней фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 500 мм.

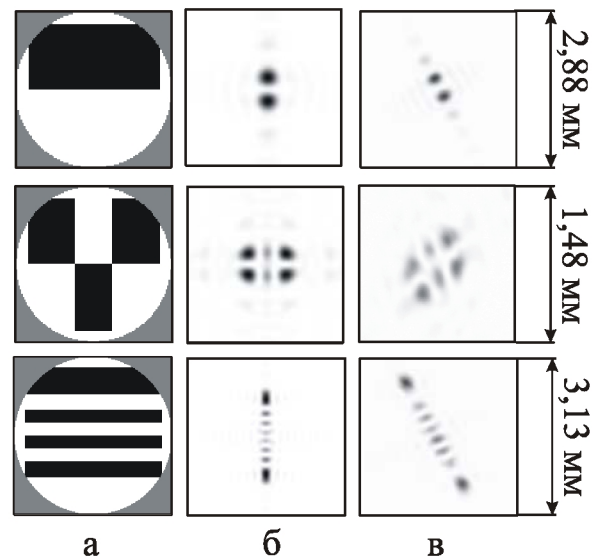


Рис. 41. Формирование мод ГЭ (1,0) (верхняя строка), (1,2) (средняя строка), (7,0) (нижняя строка): фотомаска, ограниченная круглой апертурой освещающего пучка (а); рассчитанная картина дифракции в дальней зоне (б); экспериментальная картина дифракции в дальней зоне (в)

Таблица 11. Рассчитанные отклонение и корреляция при формировании мод ГЭ с помощью бинарных знаковых ДОЭ с апертурой, моделирующей условия эксперимента

(n,m)	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(7,0)
δ , %	24,7	42,7	31,5	64,2
η , %	55,6	62,2	59,4	31,7

Сравнивая рис. 41, б и 41, в, можно убедиться, что имеет место хорошее согласование теории и эксперимента.

2.3. Метод частичного кодирования

Рассмотренный в разделе 2.1 итерационный метод с введением дополнительной области обеспечивает в формируемом пучке содержание заданной моды $> 95\%$, но за счет понижения дифракционной эффективности до 30-50%. Аналогичные результаты дает и градиентный метод со специальным типом квантования фазы ДОЭ [54].

Однако в некоторых задачах оптической обработки информации и распознавания образов, в которых ДОЭ используется как пространственные фильтры или динамические пространственные модуляторы света (ПМС) [55, 56], требуется оперативный расчет фазовой функции пропускания фильтра и итеративные методы здесь не подходят. Среди неитеративных методов кодирования амплитуды фазовой функцией ДОЭ наиболее разработанными являются метод Кирка-Джонса [38] и его обобщение [4] на произвольный вид функции пространственной несущей. Известны несколько методов кодирования, ориентированные на применение ПМС: метод наименьших расстояний [57], метод диффузии ошибки [58], метод псевдослучайного кодирования [59] и их комбинации между собой [60, 61].

Интересно, что в последнее время появились работы, в которых рассматриваются фазовые методы кодирования [62, 63], являющиеся аналогами классических бинарных амплитудных методов кодирования амплитудно-фазовой функции, применявшихся в цифровой голографии [64, 65]. Специально для расчета формирователей мод ГЭ, ГЛ с небольшими номерами порядков можно использовать игнорирование амплитудной составляющей поля в сочетании с оптимальным выбором размера апертуры ДОЭ [46, 66], как было показано в разделе 2.2.

Рассмотренные выше методы расчета фазовых ДОЭ обладают тем недостатком, что соотношение двух основных параметров, характеризующих качество ДОЭ, – отклонение сформированного поля от заданного и дифракционная эффективность – фиксировано. Причем эти параметры являются конкурирующими: одни методы позволяют рассчитывать ДОЭ, формирующие световые поля с малой ошибкой, но и с малой эффективностью, другие – с достаточно большой эффективностью, но и с высокой ошибкой.

В данном разделе рассмотрен метод частичного кодирования, который позволяет варьировать эти параметры в широких пределах и выбирать лучшее для конкретной задачи их соотношение. Идея метода близка к предложенной в [67], где вводился параметр, регулирующий соотношение энергии между полезным изображением и вспомогательными элементами, а также похожа на идею метода клипирования амплитуды до ее кодирования в фазу [68]. В предлагаемом методе частичного кодирования вводится некоторое пороговое значение кодируемой амплитуды, выше которого амплитуда заменя-

ется постоянной величиной, а кодированию подвергаются только те точки плоскости ДОЭ, где амплитуда светового поля ниже выбранного порога. Изменением величины пороговой амплитуды можно плавно изменять значения ошибки и эффективности при формировании световых полей.

Кодирование амплитуды с помощью локального скачка фазы

Фазовые методы кодирования амплитуды в нулевом порядке дифракции основаны на замене каждого отсчета амплитуды A_n на участок рельефа прозрачного ДОЭ шириной Δx со ступенчатым скачком фазы $\Delta\varphi_n$.

Величина раstra Δx , как правило, является постоянной величиной ДОЭ. Фазовый скачок имеет два свободных параметра (рис. 42): ширину фазовой ступеньки Δx_n и высоту $\Delta\varphi_n$. Поэтому существуют два способа кодирования амплитуды с помощью локального скачка фазы. Один из них [63] является модернизацией классического двухфазного метода бинарного амплитудного кодирования и основан на представлении комплексного числа в виде суммы двух чисел с одинаковой амплитудой

$$A_n \exp(i\theta_n) = \frac{1}{2} [\exp(i\psi_{1n}) + \exp(i\psi_{2n})],$$

из которого следует связь отсчетов кодируемой амплитуды с величиной фазового скачка

$$\begin{cases} A_n = \cos\left(\frac{\psi_{1n} - \psi_{2n}}{2}\right) \\ \theta_n = \frac{\psi_{1n} + \psi_{2n}}{2} \end{cases}$$

или в обозначениях рис. 42 из последних соотношений следует:

$$\Delta\varphi_n = \psi_{1n} - \psi_{2n} = 2 \arccos A_n.$$

При этом из рис. 42 видно, что должно выполняться условие: $\Delta x_n = \Delta x/2$.

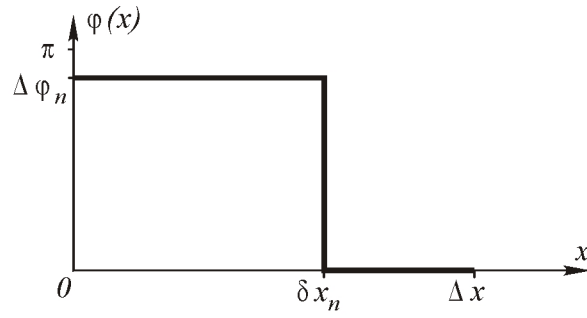


Рис. 42. Вид локального скачка фазы при кодировании амплитуды

Метод кодирования, основанный на вариации ширины фазового скачка Δx_n , предложен в [62] и является модернизацией обобщенного метода кодирования Кирка-Джонса с пространственной несущей частотой [4]. В [62] ширина скачка фазы связана с кодируемой амплитудой формулой

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arcsin A_n. \quad (173)$$

Однако эта формула верна для работы ДОЭ в первом порядке дифракции. В нулевом порядке дифракции связь между Δx_n и A_n можно получить, вычисляя преобразование Фурье от одного фазового скачка вблизи нулевой пространственной частоты. Так, комплексная амплитуда в Фурье-плоскости для скачка фазы (рис. 42) при $\Delta \varphi_n = \pi$ имеет вид

$$\begin{aligned} F(\xi) &= \int_{l+\delta x}^{l+\Delta x} \exp(-i x \xi) dx - \int_l^{l+\delta x} \exp(-i x \xi) dx = \\ &= \frac{\exp(-i \xi l)}{\xi} [1 + \exp(-i \xi \Delta x) - 2 \exp(-i \xi \delta x)], \end{aligned} \quad (174)$$

где l - произвольная точка в плоскости ДОЭ. При ξ стремящемся к нулю в первом порядке малости вместо уравнения (174) получим

$$|F(\xi = 0)| \cong |\Delta x - 2\delta x|. \quad (175)$$

Из уравнения (175) следует, что ширина скачка Δx_n должна быть пропорциональна нормированной амплитуде $0 \leq A_n \leq 1$:

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{2}(1 - A_n). \quad (176)$$

В нулевом порядке дифракции вместо формулы (173) в методе кодирования с бинарной несущей [4] следует использовать формулу ($\Delta \varphi_n = \pi$):

$$\delta x_n = \frac{\Delta x}{\pi} \arccos A_n. \quad (177)$$

Сравнивая два подхода, видно, что оба метода должны приводить к сходным результатам. Однако вариация ширины фазовой ступеньки (176), (177) технологически более предпочтительна, так как при этом формируется бинарный фазовый рельеф ДОЭ. Численное моделирование показало, что линейная зависимость ширины фазовой ступеньки от кодируемой амплитуды (176) дает несколько лучшие результаты, чем нелинейная зависимость (177).

Если предположить, что кодируемая амплитуда A_n является случайной величиной, равномерно заполняющей единичный отрезок $[0,1]$, то можно оценить дифракционную эффективность ε_c метода кодирования (176), исходя из соотношения (175):

$$\varepsilon_c = \frac{\langle (\Delta x - 2\delta x)^2 \rangle}{\Delta x^2} = 1 - 4 \frac{\langle \delta x \rangle}{\Delta x} + 4 \frac{\langle \delta x^2 \rangle}{\Delta x^2}, \quad (178)$$

где $\langle \dots \rangle$ - знак усреднения. Средние значения величин, входящих в уравнение (178), с учетом, что $\delta x \in \left[0, \frac{\Delta x}{2}\right]$, равны

$$\langle \delta x \rangle = \frac{\Delta x}{4}, \quad \langle \delta x^2 \rangle = \frac{\Delta x^2}{12}. \quad (179)$$

Подставляя выражения (179) в уравнение (178), получим, что энергетическая эффективность данного метода кодирования оценивается значением $\varepsilon_c = 1/3$.

Операция кодирования сопровождается дискретизацией ДОЭ с шагом раstra Δx . Поэтому, как следует из [69], общая эффективность фазового кодированного ДОЭ ε_0 равна произведению эффективности ε_θ непрерывного фазового ДОЭ при $A = const$ на эффективность кодирования ε_c :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_\theta \cdot \varepsilon_c.$$

Расчет кодированных фазовых бинарных и многоуровневых ДОЭ, формирующих моды ГЭ

В качестве конкретной задачи расчета ДОЭ, формирующего заданное амплитудно-фазовое распределение, можно рассмотреть задачу формирования одномодовых пучков ГЭ.

Чтобы сгенерировать такой пучок когерентного света, следует в плоскости $z = 0$ (z - оптическая ось) сформировать амплитуду:

$$\tau(x, y) = \tau_1(x)\tau_2(y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_0^2}\right) H_n\left(\frac{x}{\sigma_0}\right) H_m\left(\frac{y}{\sigma_0}\right). \quad (180)$$

Так как моды (180) описываются действительными функциями, то фаза кодированного ДОЭ может быть бинарной. Комплексная амплитуда (180) после операции полного кодирования $E_{1c}(x)$ по формуле (176) с общим числом элементов раstra $2N + 2$ имеет вид

$$E_{1c}(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn}\left[H_n\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)\right] D(x, x_k, \delta x_k), \quad (181)$$

где $x_k = k\Delta x$, $a = N\Delta x$, $-a = -(N+1)\Delta x$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N, -N-1$, $[-a, a]$ - отрезок, ограничивающий ДОЭ, $D(x, x_k, \delta x_k)$ - функция типа функции Хаара [70], описывающая ячейку кодирования (рис. 42):

$$D(x, x_k, \delta x_k) = \text{rect}\left(\frac{x - \frac{\Delta x + x_k + \delta x_k}{2}}{\Delta x - \delta x_k}\right) - \text{rect}\left(\frac{x - \frac{x_k + \delta x_k}{2}}{\delta x_k}\right), \quad (182)$$

где $\delta x_k = \frac{\Delta x}{2} \left(1 - \left| \hat{E}(x_k) \right| \right)$, $0 \leq \left| \hat{E}(x_k) \right| \leq 1$ – нормированная амплитуда из (180).

При частичном кодировании для комплексной амплитуды $E_1(x)$ получим

$$E_{1p}(x) = \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \sum_{k=-(N+1)}^N \text{sgn}\left[H_n\left(\frac{x_k}{\sigma}\right)\right] \cdot D_p(x, \alpha, x_k, \delta x_k), \quad (183)$$

$$D_p(x, \alpha, x_k, \delta x_k) = \begin{cases} D(x, x_k, \delta x_k), & \left| \hat{E}(x) \right| < \alpha \\ D(x, x_k, 0), & \alpha \leq \left| \hat{E}(x) \right| \leq 1, \end{cases} \quad (184)$$

где $0 \leq \alpha \leq 1$ – уровень амплитуды, выше которой операция кодирования не применяется. Аналогично для $E_2(y)$. Ниже на численных примерах будет показано, что операция частичного кодирования позволяет без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДОО, формирующие одномодовые световые пучки ГЭ с разной ошибкой и эффективностью. Также проведено сравнение двух методов кодирования амплитуды – для многоуровневых (172) и для бинарных (176) сред. Причем для корректного сравнения число пикселей, приходящихся на отрезок дискретизации $\Delta x = 16$, было равно числу уровней квантования фазы $\Delta \varphi_n$ в ур. (172).

В таблице 12 приведены эффективность ε и ошибка δ , рассчитанные для случая одномерных мод ГЭ при $n=1$ и $n=4$ при различных уровнях кодирования α . Число пикселей на всем ДОО $N=4096$, число пикселей в ячейке кодирования $\Delta x = 16$. Заметим, что при малых порогах кодирования α ошибку δ можно уменьшить оптимальным выбором размера апертуры $[-a, a]$, нормированной на фундаментальный радиус σ_0 , как это показано в разделе 2.1. В данном случае при $a = 2,23$ вместо $a = 3$ получается при $\alpha = 0$ ошибка $\delta = 7,82\%$, а эффективность $\varepsilon = 85,65\%$ (см. третью строку таблицы 12).

Из таблицы 12 также видно, что для амплитудно-фазового ДОО типа "сэндвича", т. е. без кодирования, для моды $n=1$ ошибка и эф-

эффективность принимают значения: $\delta = 2,10\%$, $\varepsilon = 40,11\%$ (четвертая строка). При полном кодировании ($\alpha = 0,9 \div 1$) эффективность будет минимальная: $\varepsilon = 41,92\%$ для $n = 1$ и $\varepsilon = 31,45\%$ для $n = 4$ (первая и пятая строки таблицы 12). Поэтому, если вместо амплитудно-фазового ДОЭ типа "сэндвича" изготовить фазовый бинарный ДОЭ с полным кодированием амплитуды по формуле (176), то параметры моды ГЭ почти не изменятся: сравните первую и четвертую строки таблицы 12. При кодировании с низким порогом ($\alpha = 0 \div 0,1$) получается высокая эффективность $\varepsilon = 85,65\%$ для $n = 1$ и $\varepsilon = 83,97\%$ для $n = 4$, но и ошибка увеличивается $\delta = 7,82\%$ для $n = 1$ и $\delta = 19,41\%$ для $n = 4$ (строки третья и седьмая таблицы 12).

Таблица 12. Одномерный случай формирования моды ГЭ

N	$a = a/\sigma_0$	α	δ (%)	ε (%)	Тип кодирования
1	3,00	0,9	1,77	41,92	бинарный, ур. (176)
1	2,75	1	3,54	40,34	многоуровневый, ур. (172)
1	2,23	0	7,82	85,65	бинарный, ур. (176)
1	3,00	–	2,10	40,11	ампл.-фаз., ур. (180)
4	4,90	0,9	2,84	31,45	бинарный, ур. (176)
4	4,10	1	5,53	35,45	многоуровневый, ур. (172)
4	3,33	0,05	19,41	83,97	бинарный, ур. (176)

В таблице 12 также дано сравнение двух методов кодирования: бинарного по уравнению (176) и многоуровневого по уравнению (170). Иллюстрация этих двух методов кодирования приведена на рис. 43: (а) бинарное и (б) многоуровневое кодирование. Из сравнения первой и второй строк таблицы 12 для моды $n = 1$, а также пятой и шестой строк таблицы 12 видно, что бинарный метод кодирования (по ошибке δ) несколько лучше многоуровневого.

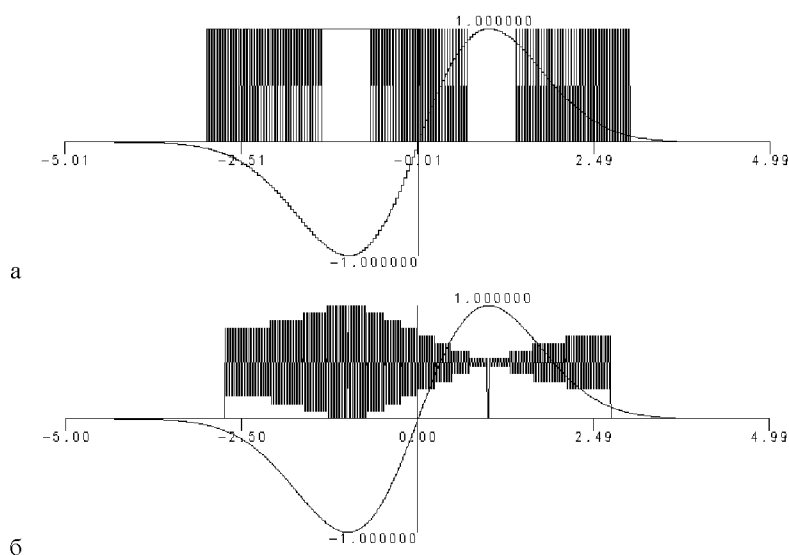


Рис. 43. Иллюстрация бинарного (а) и многоуровневого (б) методов кодирования

На рис. 44 показаны зависимость ошибки δ и эффективности ϵ от уровня амплитуды кодирования α для двумерной моды ГЭ $(n, m) = (1, 1)$, формируемой бинарным фазовым ДООЭ, закодированной по формуле (183), при квадратной апертуре $[-a, a] \times [-a, a]$, $a = 2,8$. Из рис. 44 видно, что при уменьшении параметра α от 1 до 0.3 ошибка почти не растет ($\delta \approx 5\%$), а эффективность увеличивается с 20% до 40%.

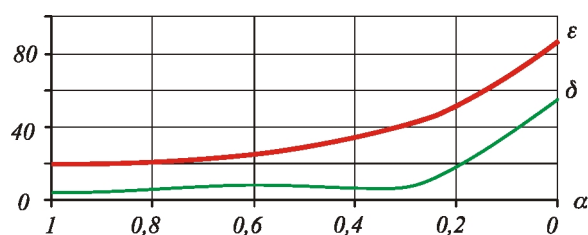


Рис. 44. Зависимость ошибки δ и эффективности ϵ от уровня кодирования α при формировании двумерной моды ГЭ $(1, 1)$, $a = 2,8$

В таблице 13 приведены значения ошибки δ и эффективности ε для некоторых значений параметра кодирования α и при разных размерах апертуры ДОЭ. Видно, что наибольшую эффективность для моды ГЭ (1,1) можно достичь при слабой степени кодирования ($\alpha=0,025$): $\varepsilon=75,87\%$, $\delta=8,94\%$ (третья строка таблицы 13).

Для сравнения в таблице 13 приведены энергетическая эффективность ε и корреляция η при формировании мод ГЭ с помощью ДОЭ, рассчитанных итеративными методами. Метод с дополнительной областью позволил получить многоуровневый ДОЭ [40], формирующий моду ГЭ (1,0) с эффективностью $\varepsilon=53,3\%$ и корреляцией $\eta=95,2\%$, а с помощью градиентного метода был получен бинарный фазовый ДОЭ [54], формирующий моду ГЭ (1,1) с эффективностью $\varepsilon=43,9\%$ и корреляцией $\eta=94,7\%$ (шестая и седьмая строки таблицы 13).

Таблица 13. Параметры формирования двумерных мод ГЭ

(n,m)	a	α	$\delta, \%$	$\varepsilon, \%$	$\eta, \%$	Тип кодирования
(1,1)	2,8	1	4,15	18,73	99,46	бинарный, ур. (176)
(1,1)	2,7	0,3	7,44	43,59	97,63	бинарный, ур. (176)
(1,1)	2,2	0,025	8,94	75,87	96,82	бинарный, ур. (176)
(1,1)	3,3	–	1,60	13,31	99,73	ампл.-фаз., ур. (180)
(1,0)	–	–	–	53,3	95,2	доп. область, [40]
(1,1)	–	–	–	43,9	94,7	градиентный, [54]
(4,4)	4,0	0,8	5,04	15,09	98,9	бинарный, ур. (176)
(4,4)	3,4	0,025	24,83	75,00	92,7	бинарный, ур. (176)

Таким образом, приведенные результаты показывают, что с помощью метода частичного кодирования можно без итераций рассчитывать бинарные фазовые ДОЭ, формирующие моды ГЭ с характеристиками, сравнимыми с ДОЭ, рассчитанными итеративными методами [40, 54].

На рис. 45 и 46 показаны результаты расчета ДОЭ методом частичного кодирования: на рис. 45 для моды ГЭ (1,1), на рис. 46 для моды (4,4).

На рис. 45, а показаны бинарные фазы ДОЭ для разной амплитуды кодирования α : 1 (верхняя), 0,3 (средняя), 0,025 (нижняя). На рис. 45, б показаны картины дифракции в Фурье-плоскости, а на

рис. 45, *в* показаны их увеличенные центральные части, то есть собственно сформированные моды ГЭ (1,1).

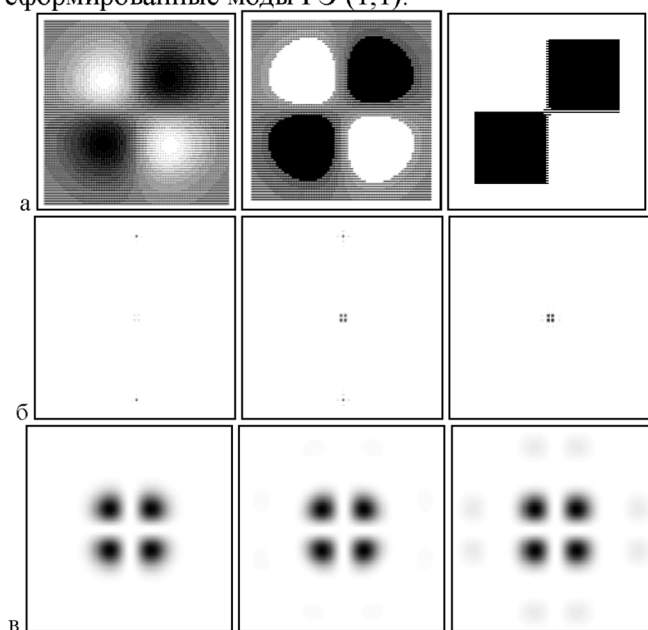


Рис. 45. Формирование моды ГЭ (1,1): (а) бинарные фазы ДОЭ, рассчитанные для различных α : 1 (слева), 0,3 (в центре), 0,025 (справа), (б) картины дифракции в Фурье-плоскости и (в) их увеличенные центральные части

На рис. 46, *а, в* показаны бинарные фазы ДОЭ для моды ГЭ (4,4) при $\alpha=0,8$ и $\alpha=0,025$, а на рис. 46, *б, г* показаны соответствующие центральные части дифракционных картин, сформированные в Фурье-плоскости.

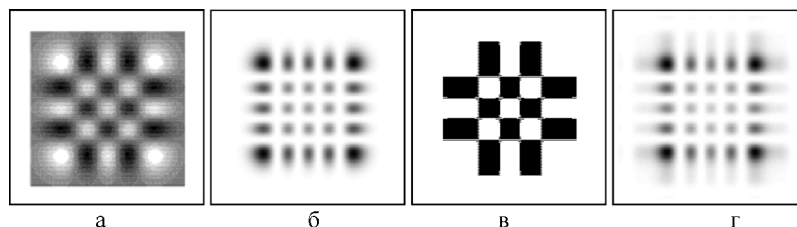


Рис. 46. Формирование моды ГЭ (4,4): (а,в) бинарные фазы ДОЭ, рассчитанные при $\alpha=0,8$ (а) и $\alpha=0,025$ (в), (б,г) сформированные в Фурье-плоскости моды соответственно

Эксперимент

В данном разделе приводятся результаты экспериментов с фазовыми ДОЭ, рассчитанными методом частичного кодирования и предназначенными для формирования отдельных мод ГЭ.

При расчете фазовых бинарных ДОЭ функция пропускания одномодовых пучков ГЭ (180) вычислялась для $N=200 \times 200$ отсчетов. Затем каждый отсчет амплитуды кодировался в бинарную фазовую матрицу размером $N_c = 10 \times 10$ отсчетов. Таким образом, общее число отсчетов фазовой маски кодированного ДОЭ $N_0 = N \cdot N_c = 2000 \times 2000$ отсчетов. При этом число уровней квантования амплитуды при ее кодировании в бинарную фазу равняется $K=(10 \times 10)/2=50$.

На рис. 47 показаны бинарные маски ДОЭ для формирования одномодовых пучков ГЭ с номерами (n, m) : (1,0) (рис. 47, а1), (1,1) (рис. 47, б1), (2,4) (рис. 47, в1), (6,3) (рис. 47, г1) и экспериментально зафиксированные ПЗС-камерой соответствующие распределения интенсивности в фокусе сферической линзы (рис. 47, а2–47, г2).

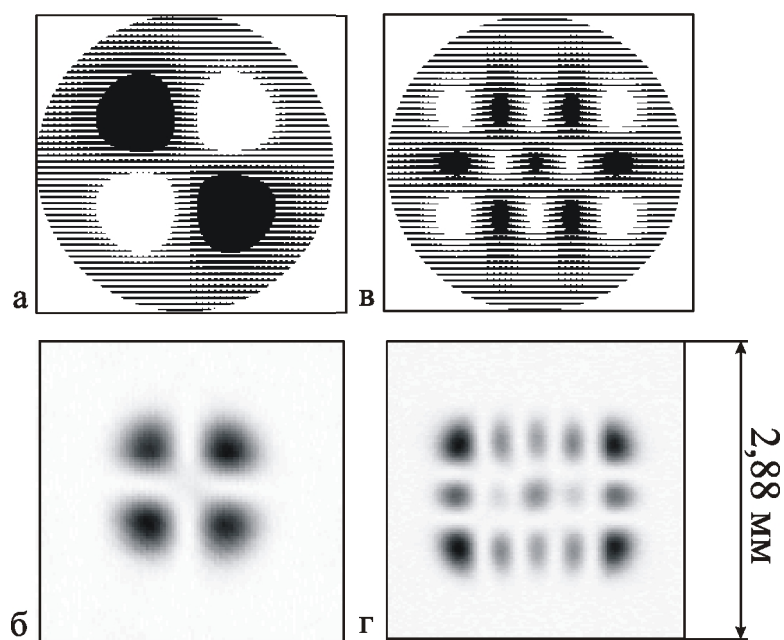


Рис. 47. Бинарные маски ДОЭ для формирования одномодовых пучков ГЭ с номерами (n, m) : (1,1) (а) и (2,4) (в) и экспериментально зафиксированные соответствующие распределения интенсивности в фокусе линзы (б,г)

В таблице 14 приведены теоретические и экспериментальные параметры для кодированных фазовых бинарных ДОЭ, формирующих одномодовые пучки ГЭ: радиус изготовленного ДОЭ – R , уровень кодирования – α , расчетное среднеквадратичное отклонение сформированного в Фурье-плоскости пучка от эталонного – δ , содержание эталонной моды в сформированном пучке – η , дифракционная эффективность ДОЭ – ε , среднеквадратичное отклонение экспериментально полученного распределения интенсивности от эталонного – $\delta^{\text{э}}$. Отличие экспериментальных оценок от расчетных связано как с погрешностями изготовления ДОЭ, так и проведения эксперимента. В частности, усиление центрального пика для моды ГЭ (2,4) можно отнести к несовпадению размеров освещающего пучка с апертурой ДОЭ.

Таблица 14. Параметры для кодированных фазовых бинарных ДОЭ, формирующих одномодовые пучки ГЭ

(n,m)	R, мм	α	δ , %	η , %	ε , %	$\delta\Theta$, %
(1,1)	3,4	0,4	5,89	99,27	29,37	12,32
(2,4)	4,5	0,6	8,76	98,80	17,08	19,53

3. РАСЧЕТ ДОЭ, СОГЛАСОВАННЫХ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ГРАДИЕНТНОЙ СРЕДЫ

Отметим, что не во всех приложениях волноводная мода однозначно задана своим амплитудно–фазовым распределением.

В [39] предлагается переформулировать задачу - найти собственную функцию $\psi(x,y)$, соответствующую определенному собственному числу $\lambda_m = \exp(i\beta_m z)$ оператора распространения света в линзоподобной среде $\tilde{P}$, имеющую амплитудное распределение, максимально близкое к распределению освещающего пучка $|\psi(x,y)| \cong A(x,y)$. В этом случае фаза $\varphi(x,y) = \arg(\psi(x,y))$ может быть выбрана в качестве фазовой функции формирующего оптического элемента (рис. 7).

В [39] показано, что наличие непростых собственных значений λ_m оператора распространения $\tilde{P}$ света в линзоподобной среде (то есть значений, каждому из которых соответствует более одной собственной функции оператора распространения света в линзоподобной среде) позволяет поставить задачу поиска собственной функции $\psi(x,y)$ в соответствующем собственном подпространстве с амплитудой, максимально близкой к амплитуде освещающего пучка $A(x,y)$.

Задача синтеза ДОЭ, формирующего моду линзоподобной среды, таким образом, может быть решена в два этапа:

-поиск собственной функции с амплитудным распределением, максимально близким к амплитудному распределению освещающего пучка;

-реализация ДОЭ с фазовой функцией, определяемой фазой найденной собственной функции.

Близость амплитудного распределения освещающего пучка к распределению амплитуды в сечении формируемой моды определяет

отсутствие необходимости в затратах энергии на вспомогательные элементы.

Представляется, что такой подход к формированию мод волноводных сред может быть востребован при решении задач оптических телекоммуникаций, при передаче световой энергии с минимальными потерями на дисперсию, а также для эффективного устранения межмодовой дисперсии многомодового пучка.

Под линзоподобными средами принято понимать среды, в которых показатель преломления является убывающей функцией расстояния от оптической оси [1]. Одним из распространенных примеров является среда с параболическим профилем, показатель преломления в которой распределен по закону

$$n^2(r) = n_1^2 \left(1 - 2\Delta r^2/a^2\right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (185)$$

где a – радиус волновода. Интерес к средам с параболическим профилем связан с тем, что анализ распространения света в них хорошо аппроксимирует анализ градиентных волокон с параболическим профилем, а также с наличием аналитических решений для мод таких сред [4]. Под оператором распространения света будем понимать оператор $\tilde{P}: w(x, y, z) = \tilde{P}w(x, y, 0)$, связывающий комплексную амплитуду света $w(x, y, z)$ в плоскости z поперечного сечения волноводной среды с исходным комплексным распределением $w(x, y, 0)$.

В [4] показано, что собственными функциями оператора распространения света в такой среде будут являться решения Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра. В работах [4,40] рассмотрена задача формирования и селекции мод Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра методами компьютерной оптики. В работах [4,40] задачу формирования гауссовых мод предложено решать как задачу синтеза цифровой голограммы образа, заданного амплитудно-фазовым распределением в сечении гауссовой моды. Недостатком подхода [4] является невысокая энергетическая эффективность элементов, что связано с сильными отличиями амплитудного распределения формируемой моды от амплитудного распределения в сечении освещающего пучка (типично гауссового, либо близкого к равномерному). В [2] рассмотрены подходы к решению проблемы формирования мод Гаусса-Лагерра и

Гаусса-Эрмита с большей эффективностью, однако все они основаны на “подмешивании” в формируемую моду “паразитных” (вспомогательных) мод. Учитывая актуальность задачи формирования одномодовых распределений в линзоподобных средах, обусловленную, главным образом, потенциальными телекоммуникационными приложениями [4], представляется целесообразным рассмотреть возможность поиска собственных функций оператора распространения в линзоподобной среде, отличных от известных аналитических решений Гаусса-Эрмита и Гаусса-Лагерра. Собственные значения оператора распространения света в линзоподобной среде можно найти, пользуясь соответствующим характеристическим уравнением [2]. Для среды с распределением (185):

$$\lambda_m = \exp(i\beta_m z), \quad (186)$$

$$\beta_m = \sqrt{k^2 n_1^2 - 4/\sigma^2 (m+1)}, \quad (187)$$

$$\sigma = (\lambda a / \pi n_l)^{1/2} (1/2\Delta)^{1/4}, \quad (188)$$

где λ_m - длина волны излучения, волновое число $k = 2\pi/\lambda$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Для того чтобы найти собственные функции $\psi_m(x, y): \tilde{P}\psi_m = \lambda_m\psi_m$, необходимо найти решение уравнения Гельмгольца (94).

В предположении

$$\psi_m(x, y) = \hat{\psi}_p(x)\hat{\psi}_l(y) \quad (189)$$

решениями уравнения (94) будут моды Гаусса-Эрмита [4]

$$\psi_m = \hat{\psi}_{pl}(x, y) = E_{pl}\hat{\psi}_p(x)\hat{\psi}_l(y), \quad (190)$$

где

$$E_{pl} = \sqrt{2/\left(\pi \cdot 2^{p+l} \cdot p! \cdot l!\right)} / \sigma, \quad (191)$$

нормировочная константа, $m = p + l$,

$$\hat{\psi}_n(x) = H_n(\sqrt{2}x/\sigma) \exp(-x^2/\sigma^2). \quad (192)$$

Отметим, что:

1. Моды (190) образуют ортогональный базис в L_2 [4].
2. Предположение (189) вовсе не следует из постановки задачи и сделано для получения аналитических решений (190).
3. Решения, соответствующие собственному значению λ_m , представимы в виде линейной комбинации решений $\hat{\psi}_{p(m-p)}(x, y)$. Таким образом, оператор $\tilde{P}$ будет обладать собственными числами (186) с соответствующими линейными собственными подпространствами решений:

$$\Psi_m = \left\{ \psi_m : \psi_m(x, y) = \sum_{p=0}^m \tilde{C}_{p(m-p)} \hat{\psi}_{p(m-p)}(x, y) \right\}. \quad (193)$$

Пучки, комплексная амплитуда в сечении которых описывается функциями-элементами подпространств (193) с количеством слагаемых ряда более одного в [71], названы инвариантными многомодовыми пучками, а в [72] - многомодовыми бездисперсионными пучками. Выпишем некоторые свойства собственных подпространств оператора $\tilde{P}$:

1. Световые пучки, распределение комплексной амплитуды в сечении которых описывается функциями-элементами собственных подпространств (193) оператора $\tilde{P}$, обладают свойством самовоспроизведения в среде с параболическим профилем, т.е. являются ее модами.
2. Любые две функции $\psi_n(x, y) \in \hat{\Psi}_n, \psi_m(x, y) \in \hat{\Psi}_m$ являются ортогональными в L_{22} .
3. λ_0 является единственным простым собственным значением оператора $\tilde{P}$ с соответствующей собственной функцией $\psi_{00}(x, y)$. Собственному числу λ_1 соответствует собственное

подпространство $\hat{\Psi}_1 = \{\psi: \psi_1(x, y) = \tilde{C}_{01}\hat{\psi}_{01}(x, y) + \tilde{C}_{10}\hat{\psi}_{10}(x, y)\}$,

однако любая функция $\psi_1(x, y) \in \hat{\Psi}_1$ совпадает с модовой функцией Гаусса-Эрмита $\hat{\psi}_{01}(x, y)$ с точностью до поворота.

4. Поведение пучков, сечения которых описываются функциями (193), в свободном пространстве и при прохождении Фурье - каскада аналогично поведению отдельных мод Гаусса-Эрмита [4], т.е. пучки сохраняют свою поперечную структуру при распространении в свободном пространстве и при прохождении через Фурье-каскад с точностью до изменения модового радиуса.

Таким образом, задача синтеза ДОЭ, предназначенного для формирования одиночной моды линзоподобной среды, может быть поставлена по-разному:

1. Формирование конкретной моды, заданной своим амплитудно-фазовым распределением $\psi_m(x, y)$ или фиксированными значениями комплекснозначных коэффициентов $\tilde{C}_{p(m-p)}$. В этом случае применимы методы цифровой голографии, развитые для формирования заданного амплитудно-фазового распределения. Такой подход применим, например, в задаче формирования эталонов мод [4].
2. Поиск собственной функции $\psi_m(x, y)$ в подпространстве (193) с амплитудой, максимально близкой к амплитуде освещающего пучка $A(x, y)$. Для решения задачи в постановке 2) необходимо решить уравнение

$$A(x, y) \exp(i\varphi(x, y)) - \sum_{p=0}^m \tilde{C}_{p(m-p)} \hat{\psi}_{p(m-p)}(x, y) = 0, \quad (194)$$

где $A(x, y)$ –распределение амплитуды освещающего пучка в плоскости установки ДОЭ, $\varphi(x, y)$ - фазовая функция ДОЭ, относительно коэффициентов $\tilde{C}_{p(m-p)}$.

Для численного нахождения приближенного решения уравнения (194) можно использовать максимизацию функционала [39]:

$$\Phi(\varphi(x, y)) = \sum_{p=0}^m \left| \tilde{C}_{p(m-p)} \right|^2 \rightarrow \text{Max} \quad (195)$$

$$\left| \tilde{C}_{p(m-p)} \right|^2 = \left| \iint_D A(x, y) \exp(i\varphi(x, y)) \hat{\psi}_{p(m-p)}(x, y) dx dy \right|^2. \quad (196)$$

Отдельно рассмотрим формирование мод, соответствующих собственному числу λ_1 . Как уже было сказано, при любом выборе значений C_{10} и C_{01} элементы подпространства $\psi(x, y) \in \hat{\Psi}_{\lambda_1}$ совпадают с точностью до поворота с модой Гаусса-Эрмита (1,0).

Поэтому задача формирования $\psi(x, y) \in \hat{\Psi}_{\lambda_1}$ сводится к задаче формирования амплитудно-фазового распределения в сечении моды Гаусса-Эрмита (1,0). Таким образом, для линзоподобной среды с параболическим профилем постановка задачи 2) имеет смысл при $m > 2$.

В работе [39] проводился расчет ДОЭ, предназначенного для формирования пучка, сечение которого описывается собственной функцией оператора распространения света в среде с параболическим профилем. В качестве освещающего пучка рассматривался гауссов пучок. Вычислительный эксперимент ставился для следующих параметров: апертура ДОЭ $D = 6 \times 6$ мм, индекс m выбирался равным 2,3,4, радиус гауссова освещающего пучка $\delta_{00} = 1,7$ мм, модовый радиус формируемого пучка $\delta = 1$ мм, число уровней квантования фазовой функции $M = 32$, число отсчетов фазовой функции выбиралось $n = 32 \times 32, 64 \times 64, 128 \times 128$. Оптимизация функционала (195) проводилась с помощью стохастической процедуры, использующей методы целочисленного программирования. Результаты вычисли-

тельного эксперимента приведены в таблицах 15-18. На рис. 48 приведены рассчитанные фазовые функции оптических элементов.

Таблица 15. Значение функционала Ψ при различных значениях индекса m и числа отсчетов фазовой функции N

Количество пикселей	Значение функционала (Φ) $m = 2$	Значение функционала (Φ) $m = 3$	Значение функционала (Φ) $m = 4$
$N=32*32$	0,859	0,78	0,71
$N=64*64$	0,867	0,793	0,74
$N=128*128$	0,869	0,795	0,74

Таблица 16. Удельная мощность отдельных мод Гаусса-Эрмита в формируемом пучке ($m = 2$)

Номер моды Гаусса-Эрмита, $(p, m-p)$	(0,2)	(2,0)	(1,1)
Удельная мощность в пучке, $ \tilde{C}_{p(m-p)} ^2$	0,43	0,43	0,0

Таблица 17. Удельная мощность отдельных мод Гаусса-Эрмита в формируемом пучке ($m = 3$)

Номер моды Гаусса-Эрмита (p,m-p)	(1,2)	(2,1)	(0,3)	(3,0)
Удельная мощность в пучке, $ \tilde{C}_{p(m-p)} ^2$	0,29	0,04	0,27	0,18

Таблица 18. Удельная мощность отдельных мод Гаусса-Эрмита в формируемом пучке ($m = 4$)

Номер моды Гаусса-Эрмита(p,m-p)	(0,4)	(1,3)	(2,2)	(3,1)	(4,0)
Удельная мощность в пучке, $ \tilde{C}_{p(m-p)} ^2$	0,16	0,26	0,11	0,0	0,21

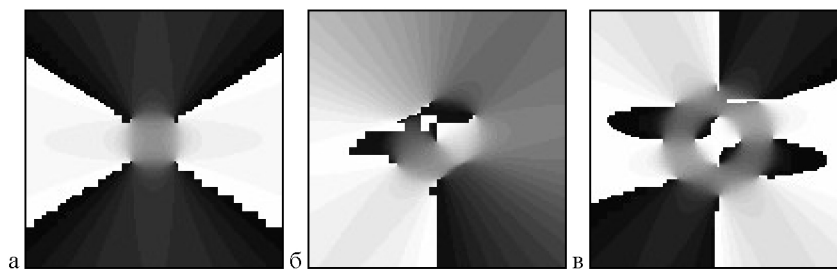


Рис. 48 Рассчитанные фазовые функции ДОО: $m = 2$ (а), $m = 3$ (б), $m = 4$ (в)

На рис. 49 представлено распределение амплитуды в сечении освещающего пучка.

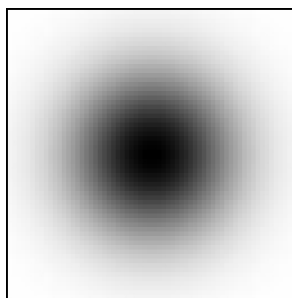


Рис. 49 Распределение амплитуды в сечении гауссова освещающего пучка

На рис. 50 представлены распределения амплитуды в сечении пучков вида $\sum_{p=0}^m \tilde{C}_{p(m-p)} \hat{\psi}_{p(m-p)}(x, y)$, где коэффициенты $\tilde{C}_{p(m-p)}$ найдены оптимизацией функционала (195) для приведенных выше параметров. Таким образом, оптимизируя функционал (195), можно подобрать собственное решение для $m = 2$, $m = 3$ и $m = 4$ с амплитудой, аппроксимирующей амплитуду гауссова пучка.

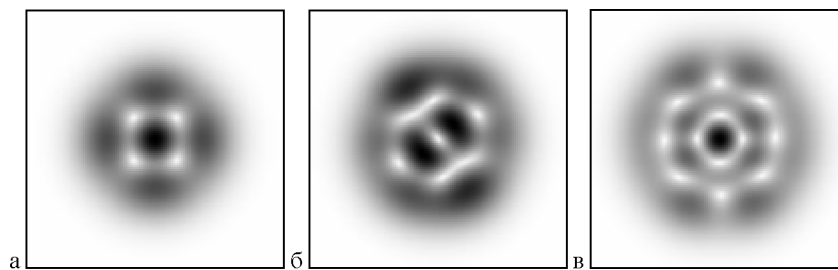


Рис.50 Распределение амплитуды в сечении пучков: $m = 2$ (а), $m = 3$ (б), $m = 4$ (в)

На рис. 51 представлены распределения амплитуды в дальней зоне в сечении пучков, полученных после прохождения освещающего гауссова пучка через рассчитанные фазовые элементы.

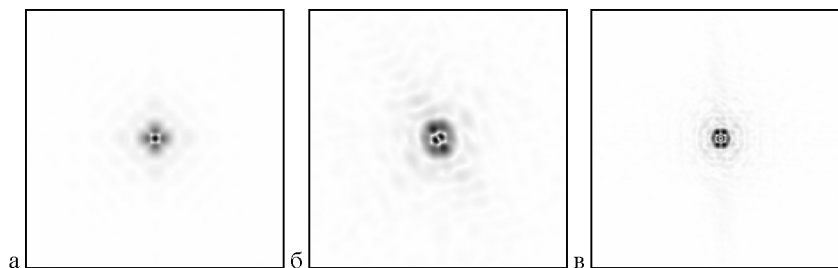


Рис. 51 Распределение амплитуды в дальней зоне

Структура распределений амплитуды в центре рис. 51 близка к структуре соответствующих распределений амплитуды, представленных на рис. 50. Это объясняется тем, что погрешность аппроксимации Гауссова распределения амплитуды распределениями, приведенными на рис. 50, соответствует наличию высших мод в сформированном пучке.

Пример 4. Исследование многомодовых бездисперсионных пучков методами численного и натурного эксперимента

В [71,72] исследовались свойства пучков, комплексное распределение в сечении которых описывается функциями-элементами подпространств (193) с количеством членов ряда более одного. В [71,72] приведены результаты исследования пучка

$$\psi(x, y) = \tilde{C}_{22} \hat{\psi}_{22}(x, y) + \tilde{C}_{40} \hat{\psi}_{40}(x, y) \quad (197)$$

с фиксированными значениями весов $\tilde{C}_{22} = \tilde{C}_{40} = 1$, сформированного фазовым ДОЭ. В качестве метода кодирования использовался обобщенный метод Кирка-Джонса [38]. На рис.52 приведены результаты численного моделирования пучка (197) через Фурье-каскад. Численное моделирование показывает, что пучок, состоящий из двух мод Гаусса-Эрмита с одинаковым значением постоянной распространения β_4 , сохраняет свою структуру при прохождении Фурье-каскада подобно одной моде Гаусса-Эрмита.

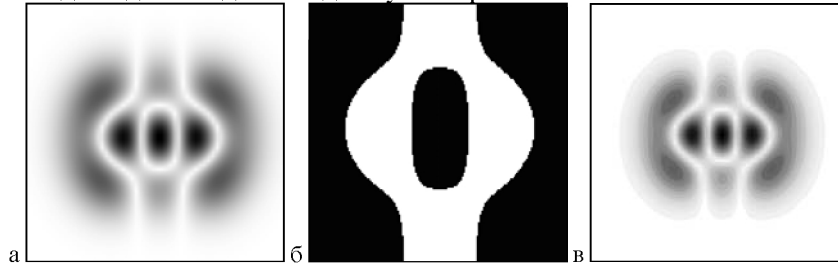


Рис. 52. Результаты численного исследования пучка, состоящего из двух мод Гаусса — Эрмита с номерами (2,2) и (4,0): а) амплитуда в сечении пучка, б) фаза в сечении пучка (белый цвет соответствует значению фазы 0, черный - π), в) амплитуда пучка после Фурье-каскада

На рис. 53 представлены результаты натурного исследования элемента, формирующего амплитудно-фазовое распределение (197). Соответствующий ДОЭ был изготовлен методом прямой литографической записи на резисте ПММА.



Рис. 53 Результаты исследования ДОО, формирующего распределение, описываемое суммой двух мод Гаусса — Эрмита с номерами (2,2) и (4,0): а) амплитуда в сечении сформированного пучка (восстановлена по результатам измерения интенсивности); б) результат интерферометрического исследования фазы пучка; в) амплитуда в сечении пучка после прохождения Фурье—каскада (восстановлена по результатам измерения интенсивности)

На рис. 54 представлены фазовые портреты сформированного пучка до (а) и после (б) прохождения пучка через Фурье—каскад, восстановленные с помощью итерационной процедуры [42] по результатам измерений интенсивности на входе и выходе Фурье—каскада.

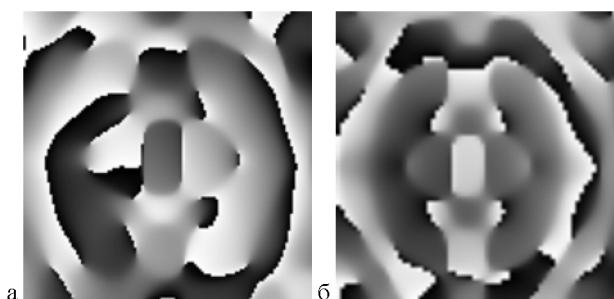


Рис. 54. Результаты численного восстановления фазы пучка по распределениям интенсивности во входной (а) и выходной (б) плоскостях Фурье-каскада

Результаты натурных экспериментов находятся в хорошем соответствии с результатами компьютерного моделирования и подтверждают инвариантность многомодовых бездисперсионных пучков, сформированных с помощью ДОО, к прохождению через Фурье-каскад.

В качестве верификации результатов исследования поперечной амплитудно-фазовой структуры в работе [72] проводилось исследование поперечно-модового спектра бездисперсионного пучка (197),

сформированного ДОЭ. Измерение поперечно-модовой структуры пучка производилось с помощью корреляционного фильтра, согласованного с модами лазерного излучения. Корреляционный фильтр был реализован в виде амплитудной бинарной голограммы, соответствующей комплексной функции:

$$T(\mathbf{u}) = \sum_{n=1}^{N_{mod}} \hat{\psi}_n(\mathbf{u}) \exp(i2\pi \mathbf{v}_n \mathbf{u}), \quad (198)$$

где $\mathbf{u} = (u, v)$, $\mathbf{v}_n = (v_{nx}, v_{ny})$ - вектор, определяющий координаты центра дифракционного порядка, соответствующего функции Гаусса-Эрмита $\hat{\psi}_n(\mathbf{u})$. В [4] показано, что корреляционные пики, интенсивность которых пропорциональна содержанию в пучке соответствующей моды, будут наблюдаться в выходной плоскости Фурье - каскада в точках с координатами $\mathbf{x}_n = \mathbf{v}_n \lambda f$. Соответствующий фильтр для мод Гаусса-Эрмита низших порядков был реализован в виде бинарной амплитудной голограммы по методу Ли с числом ячеек 512 на 512 методом электронной микролитографии. Количество мод выбиралось $N_{mod} = 16$. Измерялось содержание мод Гаусса-Эрмита со следующими порядковыми номерами: (0,0), (0,1), (1,0), (2,0), (0,2), (1,1), (3,0), (0,3), (1,2), (2,1), (4,0), (0,4), (1,3), (3,1), (2,2), (0,5).

Для исследования поперечно-модового состава сформированного бездисперсионного многомодового пучка была собрана схема, представленная на рис. 55.

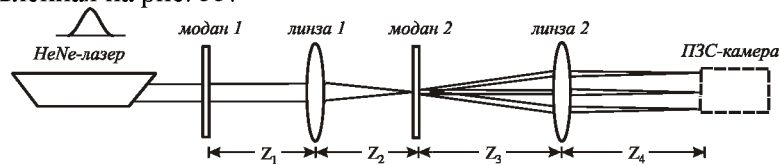


Рис. 55. Оптическая схема, использованная для исследования поперечно-модового спектра бездисперсионного пучка

Модан1 – фазовый дифракционный элемент, формирующий пучок, состоящий из мод Гаусса-Эрмита с номерами (4,0) и (2,2), взятых с единичными весами. Модан2 – амплитудный оптический эле-

мент с функцией пропускания (198). Линза1 имела фокусное расстояние $f_1 = 452$ мм, линза2 – $f_2 = 300$ мм. Расстояние между выходным окном He-Ne-лазера и формирующим моданом1 составляло 1000 мм, расстояние между моданом1 и линзой1 – $z_1 = 440$ мм, расстояние между линзой1 и амплитудным фильтром модан2 – $z_2 = 417$ мм, линза2 помещалась за амплитудным фильтром модан2 на расстоянии $z_3 = 100$ мм и расстояние от линзы2 до ПЗС-камеры составляло $z_4 = 264$ мм. На рис. 56 представлено корреляционное поле модана2 при освещении модана1 пучком лазера.

В таблице 19 представлено замеренное распределение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам Гаусса-Эрмита, в выходной плоскости анализирующего элемента.

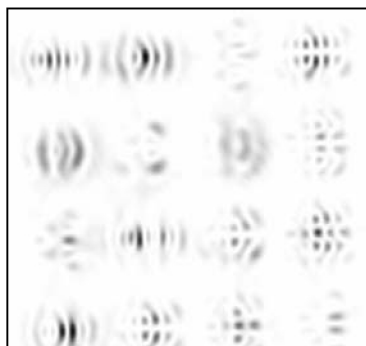


Рис. 56 Распределение интенсивности в корреляционной плоскости анализирующего модана

Таблица. 19. Замеренное распределение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам Гаусса-Эрмита, в выходной плоскости анализирующего элемента (в круглых скобках – порядковые номера мод, рядом – замеренная интенсивность в центре корреляционного пика в процентах от максимального замеренного значения интенсивности в выходной плоскости)

(4,0) 74,5%	(2,0) 3,7%	(0,4) 1,6%	(3,1) 2,5%
(1,0) 5,8%	(0,1) 0,4%	(0,0) 3,3%	(1,3) 0%
(0,2) 2,5%	(5,0) 3,3%	(1,1) 1,2%	(2,2) 77,8%
(3,0) 7,8%	(2,1) 0%	(1,2) 7%	(0,3) 0%

Измерение интенсивности в центрах корреляционных пиков, соответствующих различным модам лазерного излучения, показало (как видно из таблицы 19), что значение интенсивности в центрах пиков, соответствующих модам (2,2) и (4,0), минимум в 9,5 раз превышает значение интенсивности, замеренное в центрах корреляционных пиков нерасчетных мод. Именно высокое содержание заданных мод с одинаковым значением постоянной распространения β_4 и определяет „инвариантный“ характер исследованного пучка, продемонстрированный в ходе исследования устойчивости амплитудно-фазовой структуры к преобразованию Фурье (рис. 52-53).

Для сравнения рассмотрим результаты исследования пучков, состоящих из двух мод Гаусса-Эрмита с разными значениями постоянной распространения. В работе [71] приводятся результаты исследования ДОО, формирующих в фокальной области комбинацию мод Гаусса-Эрмита (0,1) и (2,2) с единичными весами. Физические параметры элемента совпадали с физическими параметрами элемента, результаты исследования которого приведены на рис. 53-54. Результаты численных и натурных экспериментов по исследованию сформированного пучка приведены на рис 57-58.

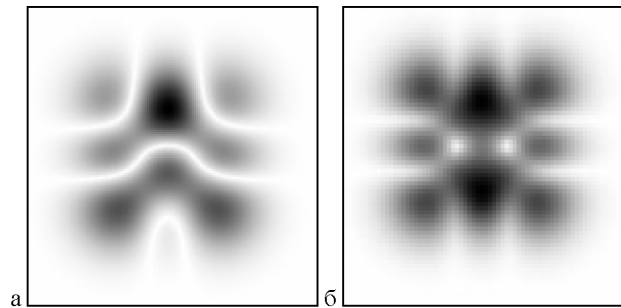


Рис. 57 Результаты численного исследования пучка $\hat{\psi}_{01} + \hat{\psi}_{22}$: а) распределение амплитуды в сечении пучка, б) распределение амплитуды в сечении пучка после прохождения Фурье-каскада

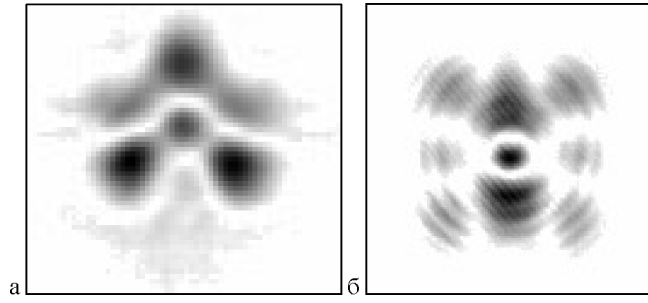


Рис. 58 Результаты натурного исследования ДОЭ, формирующего пучок $\hat{\psi}_{01} + \hat{\psi}_{22}$ (амплитудные распределения восстановлены по результатам измерения интенсивности): а) распределение амплитуды в фокальной плоскости ДОЭ, б) распределение амплитуды в сечении пучка после прохождения Фурье-каскада

Результаты, представленные на рис. 57-58, демонстрируют отсутствие инвариантности пучков, состоящих из мод Гаусса-Эрмита с разными значениями постоянной распространения, к прохождению через Фурье-каскад.

В [20] представлены результаты исследования свойств многомодовых бездисперсионных пучков с изменяемыми в ходе эксперимента значениями весовых коэффициентов $\tilde{C}_{p(m-p)}$. Для этой цели методом прямой электронной записи на резисте ПММА был изготовлен элемент, формирующий из освещающего гауссова пучка 2 моды Гаусса-Эрмита с одинаковым значением постоянной распространения β_4 в разных дифракционных порядках.

Распределение интенсивности в сечении освещающего пучка He-Ne лазера (длина волны $\lambda = 0,63$ мкм) описывалось формулой (107), фаза в плоскости установки ДОЭ предполагалась постоянной. Функция комплексного пропускания элемента $T(u, v)$ выбиралась в следующем виде:

$$T(u, v) = \frac{I}{\sqrt{I_0(u, v)}} (\hat{\psi}_{22}(u, v) \exp(i2\pi\nu_{22}u) + \hat{\psi}_{40}(u, v) \exp(i2\pi\nu_{40}u)), \quad (199)$$

где ν_{22}, ν_{40} - частоты несущих, вводимых для пространственного разделения формируемых модовых пучков. Для кодирования ком-

плекснозначной функции $T(u, v)$ в чисто фазовую $\varphi(u, v)$ использовался метод Кирка-Джонса [38].

Установка, приведенная на рис. 59, позволяла измерять распределение интенсивности в сечении пучка, составленного из двух одномодовых пучков с разным значением межмодового фазового сдвига $\Delta\varphi = \arg[\tilde{C}_{22}] - \arg[\tilde{C}_{40}]$.

Для исследования инвариантности сформированного пучка к линзовому преобразованию применялся дополнительный Фурье-каскад (основанный на использовании линзы L_2). Сформированный пучок распространяется без изменения структуры амплитудно-фазового распределения в своем сечении, изменяется только значение модового радиуса. Камеры 1 и 2 синхронизировались с помощью компьютера. Позиции установки камер 1 и 2 точно соответствовали обеим фокальным плоскостям линзы L_2 . У обеих камер размер пиксела составлял $11,0 \text{ мкм} \times 11,0 \text{ мкм}$. Система зеркал М использовалась для контроля межмодового фазового сдвига. Фокусное расстояние линзы L_2 составляло $f = 300 \text{ мм}$. Измеренное значение фундаментального модового радиуса в плоскости установки камеры 1 составляло $\sigma_1 = 0,61 \text{ мм}$ (теоретическая оценка - $\sigma_1 = 0,62 \text{ мм}$). Измеренное значение модового радиуса в плоскости камеры 2 составило $\sigma_2 = 0,33 \text{ мм}$.

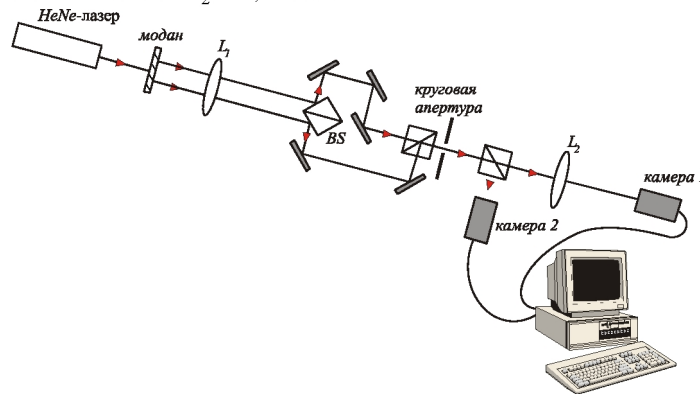


Рис. 59 Установка для исследования свойств многомодовых бездисперсионных пучков

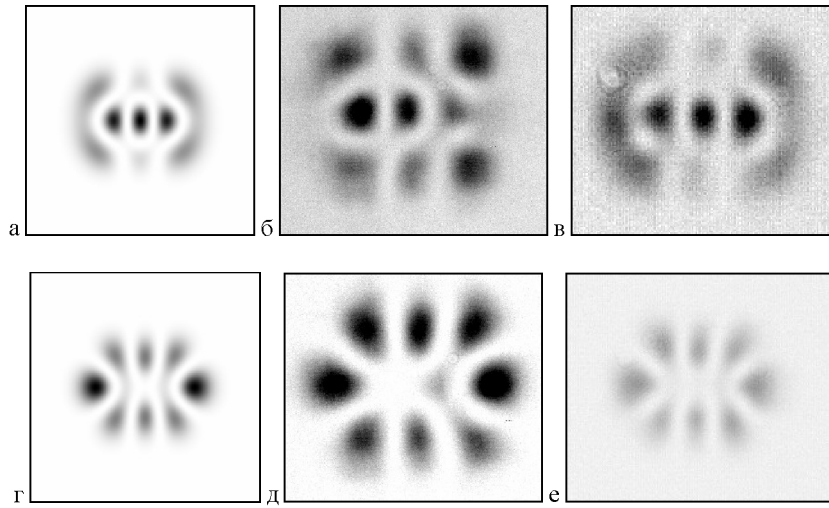


Рис. 60. Распределение интенсивности в сечении сформированного пучка (моды Гаусса-Эрмита (4,0)+(2,2)) с межмодовым фазовым сдвигом $\Delta\varphi = 0$: а) результат компьютерного моделирования, б,в) – результат измерения интенсивности в фокальных плоскостях линзы L_2 , распределение интенсивности в сечении сформированного пучка (моды Гаусса-Эрмита (4,0)+(2,2)) с межмодовым фазовым сдвигом $\Delta\varphi = \pi$: г) результат компьютерного моделирования, д,е) – результат измерения интенсивности в фокальных плоскостях линзы L_2

Типичные результаты таких экспериментов приведены на рис. 60 (рисунки а), б), в) соответствует значению межмодового фазового сдвига $\Delta\varphi = \arg[\tilde{C}_{22}] - \arg[\tilde{C}_{40}] \approx 0$, а г), д), е) соответствует значению межмодового фазового сдвига $\Delta\varphi = \arg[\tilde{C}_{22}] - \arg[\tilde{C}_{40}] \approx \pi$.

Таким образом, возможность изменения амплитудной структуры в сечении многомодового бездисперсионного пучка путем выбора значений весовых коэффициентов $\tilde{C}_{p(m-p)}$ (без изменения фундаментальных свойств пучка) позволяет построить оптимизационную процедуру расчета ДОЭ, формирующего многомодовый бездисперсионный пучок с высокой энергетической эффективностью.

4. ДОО ДЛЯ АНАЛИЗА ПОПЕРЕЧНЫХ МОД СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ

Очень близкой к задаче генерации световых полей является задача их анализа, в частности, разложения по некоторому ортогональному базису. Если спектральное разложение можно выполнять с помощью сферической линзы, то для других базисов в классической оптике не существует соответствующих приборов. Т.о., создание ДОО, выполняющих разложение по заданным ортогональным функциям, является актуальной задачей. В качестве таких приборов рассматриваются ДОО [4,20], согласованные с различными ортогональными функциями. Эти элементы можно использовать:

- для индивидуального возбуждения, измерения и обнаружения мод когерентного излучения (моды Бесселя, ГЛ, ГЭ);
- анализа волнового фронта и восстановления фазы (полиномы Цернике);
- инвариантного к повороту разложения (базис угловых гармоник и функций, их содержащих);
- анализа полей в изображающих системах с ограниченной апертурой (ВСВФ нулевого порядка);
- оптимального разложения случайных полей (базис Карунена-Лоэва);
- фокусировки в изображения, состоящие из непересекающихся элементов (Френель- или Фурье-образы этих элементов).

В данном разделе рассматриваются многоканальные фазовые ДОО, имеющие повышенную энергетическую эффективность и предназначенные для спектрального анализа поперечных мод лазерного излучения.

4.1. Одновременное формирование нескольких самовоспроизводящихся лазерных пучков в различных дифракционных порядках

ДОО, формирующие несколько модовых пучков в разных дифракционных порядках, применяются как пространственные фильтры для анализа поперечного модового состава света и для одновременного ввода света в набор волокон [4,20].

Если ДОО, у которого функция пропускания представлена в виде линейной комбинации ограниченного числа базисных функций $\Psi_{nm}(x, y)$ с различными несущими пространственными частотами:

$$\tau(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \Psi_{nm}^*(x, y) \exp[i(\alpha_{nm}x + \beta_{nm}y)], \quad (200)$$

совмещен со сферической линзой (см. рис. 61) и освещен световой волной $W(x, y)$, то интенсивность света в заданных точках фокальной плоскости с пространственными частотами $(\alpha_{nm}, \beta_{nm})$ будет приблизительно пропорциональна квадратам модулей коэффициентов разложения w_{nm} светового поля по этому базису:

$$w(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M w_{nm} \Psi_{nm}(x, y). \quad (201)$$

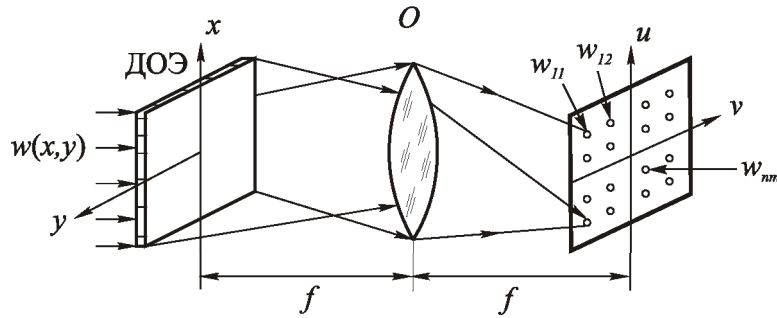


Рис. 61. Действие многоканального ДОО

Действительно,

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) \tau(x, y) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (ux + vy)\right] dx dy = \\ & = \frac{k}{f} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^M w_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{nm}(x, y) \Psi_{pq}^*(x, y) \times \\ & \times \exp[i(\alpha_{pq}x + \beta_{pq}y)] \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (ux + vy)\right] dx dy \approx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\approx \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \sum_{p=0}^N \sum_{q=0}^M C_{nm} \delta_{np} \delta_{mq} \delta \left(u - \frac{\lambda f}{2\pi} \alpha_{pq}, v - \frac{\lambda f}{2\pi} \beta_{pq} \right) = \\
&= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M C_{nm} \delta \left(u - \frac{\lambda f}{2\pi} \alpha_{nm}, v - \frac{\lambda f}{2\pi} \beta_{nm} \right).
\end{aligned}$$

В приведенных выкладках приближенное равенство возникает, если пренебречь значениями быстроосциллирующих интегралов при $p \neq n$, $q \neq m$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{nm}(x, y) \Psi_{pq}^*(x, y) \exp \left[i(\alpha_{pq} - \alpha_{nm})x + i(\beta_{pq} - \beta_{nm})y \right] dx dy. \quad (202)$$

Чем больше разность соседних пространственных несущих частот: $|\alpha_{nm} - \alpha_{pq}| \gg 1$, $|\beta_{nm} - \beta_{pq}| \gg 1$, $n \neq p$, $m \neq q$, то есть чем больше будут разделены между собой в пространстве отдельные моды, тем более точно будет выполнено разложение (201).

При освещении ДОЭ с комплексной функцией пропускания (200) плоской волной в спектральной плоскости линзы в каждом дифракционном порядке сформируются Фурье-образы соответствующих базисных функций $\Psi_{nm}(x, y)$:

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{nm}^*(x, y) \exp \left[i(\alpha_{nm}x + \beta_{nm}y) \right] \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (ux + vy) \right] dx dy = \\
&= \hat{\Psi}_{nm}^* \left(u - \frac{2\pi}{\lambda f} \alpha_{nm}, v - \frac{2\pi}{\lambda f} \beta_{nm} \right),
\end{aligned} \quad (203)$$

где $\hat{\Psi}_{nm}(u, v)$ – Фурье-образ функций $\Psi_{nm}(x, y)$.

Если функции $\Psi_{nm}(x, y)$ Фурье-инвариантны, то в фокальной плоскости линзы будут зарегистрированы дифракционные порядки, интенсивность которых пропорциональна интенсивности базисных функций $|\Psi_{nm}(x, y)|^2$.

В [1] показано, что гауссовы моды не меняют своей структуры и при прохождении Фурье-каскада. В этом случае меняется лишь значение фундаментального радиуса моды σ на σ_f , определяемое параметрами Фурье-каскада:

$$\sigma_f = \frac{\lambda f}{\sigma \pi}.$$

Если ДОЭ (200) согласован с инвариантными к оператору пространства световыми модами, то при освещении его световой волной, заданной при расчете ДОЭ, будут одновременно сформированы несколько световых пучков, распространяющихся под различными углами к оптической оси.

Одномодовые пучки в разных дифракционных порядках

Рассмотрим метод расчета оптических элементов, формирующих с высокой эффективностью моды ГЭ, ГЛ, Бесселя в заданных дифракционных порядках с требуемым распределением энергии света между модами.

Пусть требуется вычислить фазу оптического элемента $\varphi(x, y)$, который образует (будучи освещенным световой волной с амплитудой $A(x, y)$) заданные моды в дифракционных порядках, определенных векторами несущих пространственных частот $(\alpha_{nm}, \beta_{nm})$, характеризующих наклон к оси распространения пучка с номерами (n, m) . Комплексная функция пропускания такого элемента должна удовлетворять в полярных координатах соотношению

$$A(r, \phi) \exp[i\varphi(r, \phi)] = \sum_{n,m} C_{nm} \Psi_{nm}(r, \phi) \exp[-ir \rho_{nm} \cos(\phi - \theta_{nm})]. \quad (204)$$

Квадраты модулей коэффициентов $|C_{nm}|^2$ характеризуют энергетический вклад каждой моды, а аргументы $\arg C_{nm}$ являются свободными параметрами задачи, (ρ_{nm}, θ_{nm}) – вектор несущих пространственных частот в полярных координатах.

При достаточно большой разнице между соседними векторами пространственных частот

$$\omega_{n,m;n+1,m+1}^2 = \rho_{n,m}^2 + \rho_{n+1,m+1}^2 - 2\rho_{n,m}\rho_{n+1,m+1} \cos(\theta_{n,m} - \theta_{n+1,m+1}) \quad (205)$$

можно считать, что пучки пространственно разделяются в Фурье-плоскости и функции

$$\Psi_{nm}(r, \phi) \exp[-ir\rho_{nm} \cos(\phi - \theta_{nm})] \quad (206)$$

почти ортогональны. Тогда коэффициенты в (204) можно вычислять по формуле

$$C_{nm} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} A(r, \phi) \exp[i\varphi(r, \phi)] \times \times \Psi_{nm}^*(r, \phi) \exp[ir\rho_{nm} \cos(\phi - \theta_{nm})] r dr d\phi. \quad (207)$$

Далее для расчета фазового ДОЭ применяется один из итеративных алгоритмов.

Численное моделирование

При численном моделировании использовались следующие параметры: 256 отсчетов по радиусу r и 256 отсчетов по угловой составляющей θ , диапазон изменения аргументов $r/\sigma_0 \in [0, 7]$, $\phi \in [0, 2\pi]$, длина волны $\lambda = 0,63$ мкм, фокусное расстояние $f=100$ мм. Модули всех коэффициентов в формуле (4.1) были равными: $|C_{nm}| = \text{const}$. В качестве освещающего пучка $A(r, \phi)$ выбирались плоский и гауссовый.

В таблице 20 приведены результаты численного моделирования для 9 и 25-канального ДОЭ, согласованного с модами ГЛ. Кроме относительного среднеквадратичного отклонения δ , оценивалось среднеквадратичное отклонение рассчитанных модулей коэффициентов $|C_{nm}|$ от заданных B_{nm} :

$$\delta_c = \left[\sum_{n,m \in \Omega_B} (|C_{nm}| - B_{nm})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[\sum_{n,m \in \Omega_B} (B_{nm})^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (208)$$

а также коэффициент корреляции по формуле

$$\eta = \left[\sum_{n,m \in \Omega_B} |C_{nm}|^2 \right] \cdot \left[\int_0^R \int_0^{2\pi} A^2(r, \phi) r dr d\phi \right]^{-1}, \quad (209)$$

где Ω_B – множество заданных (полезных) коэффициентов.

Таблица 20 Результаты численного моделирования для 9- и 25-канального ДОЭ, согласованного с модами ГЛ

Число каналов	Освещающий пучок	Радиус апертуры R (mm) / Радиус осв. пучка R_g (mm)	Ошибка δ_c (%)	Ошибка δ (%)	Коэффициент корреляции η (%)
9	плоский	3,5 / 3,5	6,3	41,2	76,3
9	гауссовый	6,0 / 3,0	4,6	31,3	76,5
24	гауссовый	6,5 / 4,0	5,4	43,1	73,7

Из таблицы 20 видно, что освещение гауссовым пучком предпочтительней, чем плоским. Нужно заметить, что величина δ является совокупной по всем присутствующим порядкам и пространству между ними, т.е. шум, присутствующий вне полезной зоны каждого из порядков, также вносит вклад в эту величину. При этом увеличение количества мод в фильтре почти в 3 раза приводит к увеличению относительного отклонения сформированной картины от идеальной не более, чем на 12%.

Несмотря на высокую совокупную ошибку δ , поперечная структура сформированных в каждом отдельном дифракционном порядке пучков совпадает со структурой идеальных мод, отличие же заключено в перераспределении энергии внутри этой структуры. Коэффициент корреляции η показывает, что данные пучки будут возбуждать соответствующие моды в среднем более, чем на 73%.

На рис. 62 представлены графики зависимости отклонения δ_c от числа итераций p для 9-канального (а) и 25-канального (б) ДОЭ соответственно. Видно, что в обоих случаях после 5–6 итераций наступает эффект стагнации.

На рис. 63 и 64 показаны результаты численного моделирования работы рассчитанных 9- и 25-канального ДОЭ, согласованного с модами ГЛ.

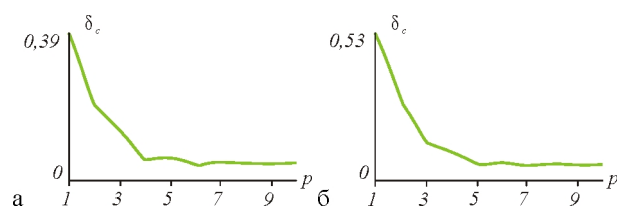


Рис. 62. Графики сходимости после 10 итераций для 9-канального (а) и 25-канального (б) фильтров соответственно

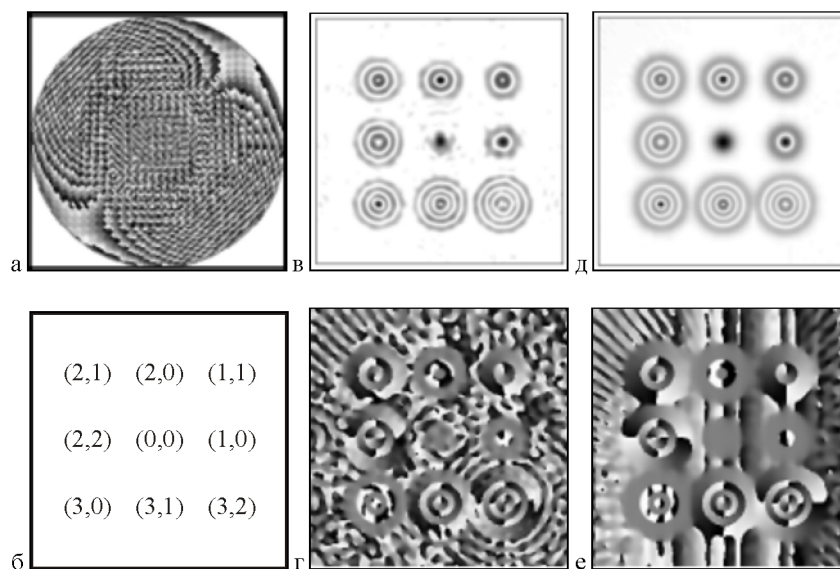


Рис. 63. Численное моделирование работы 9-канального ДОО для мод ГЛ при освещении плоским пучком: фаза ДОО (а); схема соответствия дифракционных порядков номерам мод (б); сформированное распределение амплитуды (в) и фазы (г); эталонные амплитуда (д) и фаза (е)

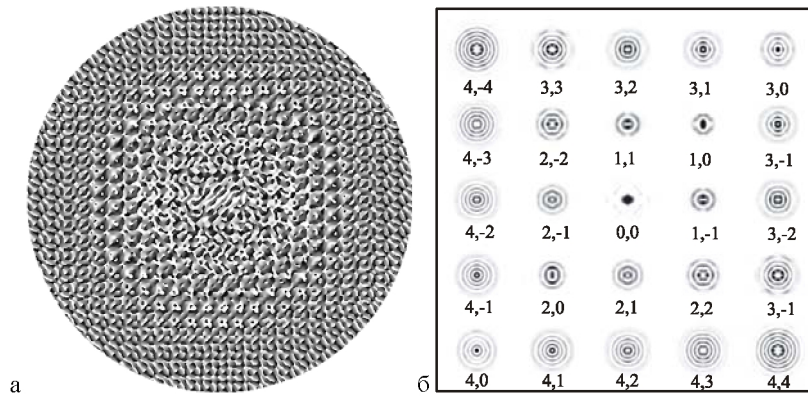


Рис. 64. Численное моделирование работы 25-канального ДОО для мод ГЛ при освещении гауссовым пучком: фаза ДОО (а), распределение интенсивности в Фурье-плоскости (б)

Аналогично был рассчитан многоканальный ДОО для одновременного формирования 9 мод Бесселя $J_m(\alpha r)\exp(-im\phi)$, $m = -4, 4$, $\alpha = 21$, радиус ДОО $R = 1$ мм. В этом случае на ДОО помещается 5–6 колец Бесселя. Несущие (ρ_{nm}, θ_{nm}) были выбраны так, чтобы фаза рассчитываемого ДОО была бинарной. На рис. 65 показаны результаты численного моделирования работы такого ДОО. Т.к. $\alpha = \text{const}$, то все кольца в Фурье-плоскости от мод Бесселя будут одинакового радиуса $\rho = \alpha\lambda f/2\pi$.

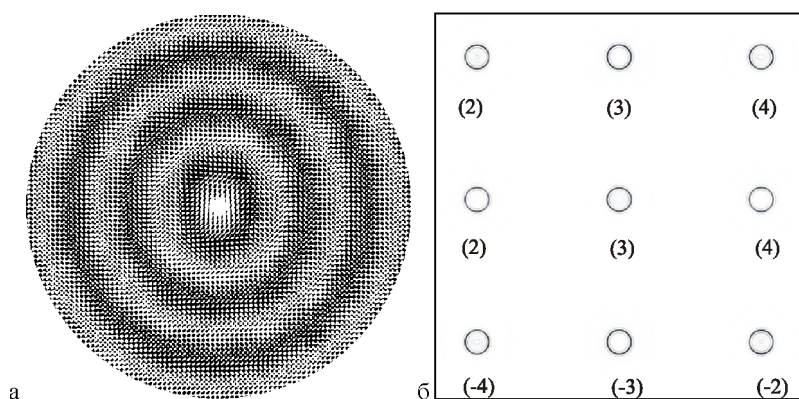


Рис. 65. Численное моделирование работы 9-канального ДОО для мод Бесселя при освещении плоским пучком: бинарная фаза ДОО (а), распределение интенсивности в Фурье-плоскости (б)

Эксперимент

Оптическая схема экспериментальной установки для регистрации модовых пучков в различных порядках и их спектральных картин приведена на рис. 66. Здесь 1 – He-Ne лазер, 2 – коллиматор, 3 – диафрагма в плоскости ДОО, 4 – фазовый ДОО, 5 – сферическая линза с фокусным расстоянием f_1 , 6 – диафрагма в спектральной плоскости линзы 5, 7 – сферическая линза с фокусным расстоянием f_2 , 8 – ПЗС-камера, сопряженная с компьютером.

С помощью коллиматора 2 и диафрагмы 3 формируется плоский пучок нужного размера (соответствует размеру рабочей части ДОО, в частности, диаметр 5 мм), который попадает на фазовый ДОО 4. После ДОО в Фурье-плоскости первой линзы (которая устанавливается на достаточно произвольном расстоянии d , в частности 500 мм) формируется набор пространственно разделенных мод. При регистрации распределения интенсивности в плоскости 6, т.е. в фокусе линзы 5 ($f_1 = 300$ мм), часть оптической схемы, отмеченная пунктирной линией, отсутствует и ПЗС-камера 8 помещается в плоскость 6. На рис. 67 показаны экспериментальные результаты по одновременному формированию 9 и 25 мод ГЛ в различных дифракционных порядках.

Для демонстрации модовых свойств сформированных пучков с помощью диафрагмы 6 вырезается один из дифракционных порядков и вторая линза 7 ($f_2 = 150$ мм) формирует его Фурье-образ, который регистрируется в плоскости 8.

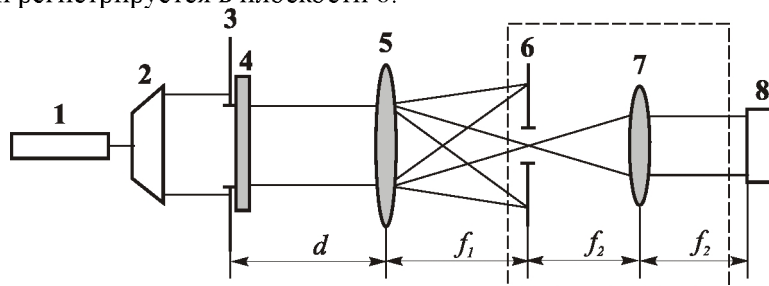


Рис. 66. Оптическая схема экспериментальной установки для регистрации модовых пучков в различных порядках, а также их спектральных картин

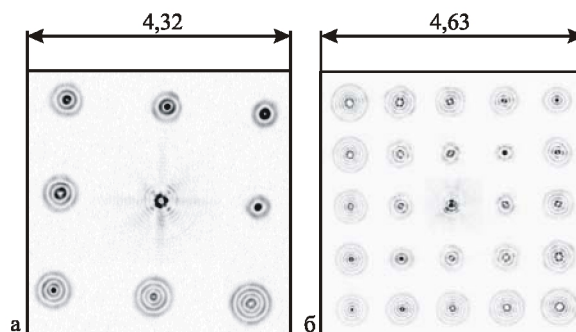


Рис. 67. Экспериментально зарегистрированное распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы для 9-канального (а) и 25-канального (б) ДОЭ, согласованного с модами ГЛ

На рис. 68, а, в, д, ж показаны более крупным планом экспериментально зарегистрированные порядки 9-канального ДОЭ, соответствующие модам (1,1), (3,0), (3,1), (3,2), а на рис. 68, б, г, е, з приведены их Фурье-спектры.

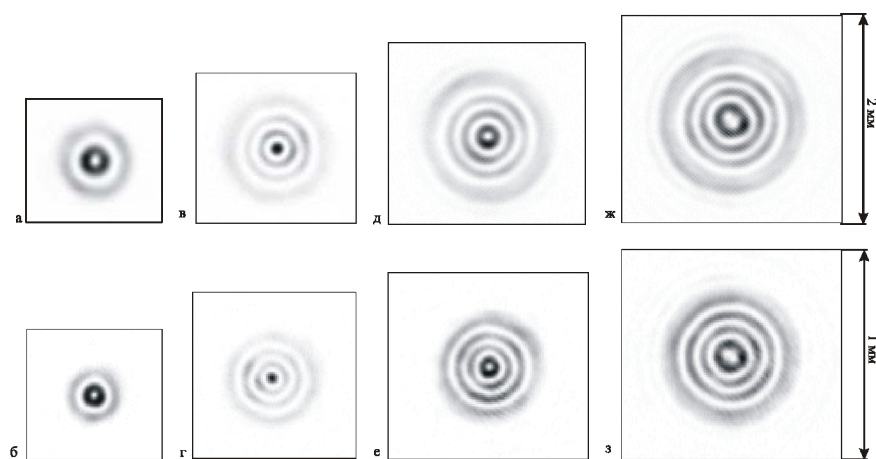


Рис. 68. Дифракционные порядки, соответствующие модам (1,1) (а), (3,0) (в), (3,1) (д), (3,2) (ж) в 9-канальном ДОЭ, и их Фурье-спектры (б, г, е, з)

Из рис. 68 видно, что сформированные пучки сохраняют свою структуру, проявляя модовый характер, причем отличие геометрической структуры распределения интенсивности $\delta_s^\ominus$ в каждом дифракционном порядке и его Фурье-спектре не превышает 3% (см. таблицу 21).

Таблица 21. Оценка точности экспериментально сформированных мод ГЛ в различных дифракционных порядках

Номер моды	Отклонения в первом Фурье-каскаде $\delta^\ominus$ и $\delta_s^\ominus$	Отклонения во втором Фурье-каскаде $\delta^\ominus$ и $\delta_s^\ominus$
(1,1)	22,64% и 1,21% (рис. 68, а)	25,75% и 1,25% (рис. 68, б)
(3,0)	33,41% и 2,73% (рис. 68, в)	34,72% и 2,85% (рис. 68, г)
(3,1)	31,10% и 2,46% (рис. 68, д)	31,35% и 2,59% (рис. 68, е)
(3,2)	33,44% и 2,69% (рис. 68, ж)	35,07% и 2,91% (рис. 68, з)

5. СЕЛЕКЦИЯ МОД В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Многоканальный ДОЭ, согласованный с модами, может использоваться как генератор этих мод в различных дифракционных порядках (см. раздел 4), так и в качестве согласованного фильтра для анализа модового состава светового поля.

В задаче распознавания изображений инвариантно к их повороту в плоскости наблюдения целесообразно использовать пространственные фильтры, разделяющие когерентное световое поле на отдельные дифракционные составляющие специальных ортогональных базисов, содержащих угловые гармоники.

Под угловыми гармониками понимаются комплексные функции с единичным модулем и линейной зависимостью от полярного угла $\exp(im\phi)$. Такие гармоники появляются, например, в Бессель-оптике [73] при оптическом выполнении преобразования Ханкеля высшего порядка, или при генерации Бесселевых [74, 75, 76] или гауссовых пучков [77, 45, 78, 79, 80].

В этом разделе рассматривается итеративный алгоритм расчета фазовых ДОЭ, которые могут быть названы угловыми спектральными анализаторами, служащими для разложения когерентного светового поля по ортогональному базису с угловыми гармониками. Сферическая линза фактически играет роль Фурье-анализатора, так как она раскладывает световое поле на плоские волны или пространственные Фурье-гармоники. Аналогично комбинация "линза+ДОЭ" может быть названа Бессель-, ГЛ-, или Цернике-анализатором, если данный оптический элемент раскладывает лазерный свет по соответствующему базису. Разложение по модам ГЛ используется при селекции поперечных мод на выходе многомодового волокна с параболическим профилем показателя преломления [4]. Базис круговых полиномов Цернике используется при анализе аберраций волновых фронтов [81].

Комплексная амплитуда $f(x, y)$ монохроматической световой волны, представленная в полярных координатах (r, ϕ) , всегда допускает разложение в функциональный ряд Фурье по угловым гармоникам. Такой функциональный ряд записывается следующим образом:

$$f(r, \phi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) e^{im\phi}, \quad (210)$$

где

$$f_m(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \phi) e^{-im\phi} d\phi. \quad (211)$$

Ряд (210) дает аналогичное разложение по гармоникам $\exp(im\phi)$ пространственного спектра данного светового поля. Действительно, если мы возьмем преобразование Фурье от функции $f(r, \phi)$, то получим, что

$$F(\rho, \theta) = \mathfrak{T}[f(r, \phi)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(\rho) e^{im\theta}, \quad (212)$$

где

$$F_m(\rho) = \frac{4\pi^2 i^m}{\lambda f} \int_0^{2\pi} f_m(r) J_m\left(\frac{2\pi}{\lambda f} r \rho\right) \cdot r dr. \quad (213)$$

Видно, что выражения в ур. (211) и (213) похожи по структуре, в то время как функции $F_m(\rho)$ и $f_m(r)$ связаны преобразованием Ханкеля m -го порядка (213).

Разложение в ур. (213) удобно использовать при инвариантном к повороту распознавании изображений, так как поворот анализируемого изображения $f(r, \phi)$ на угол $\Delta\phi$ не приведет к изменению экспериментально измеренных модулей коэффициентов $|f_m(r)|$. В связи с этим задача инвариантного к повороту распознавания изображений может быть сведена к измерению коэффициентов разложения изображений по следующим предлагаемым ниже базисам.

Бездифракционные моды Бесселя, распространяющиеся в свободном пространстве [75, 82], удобно использовать для селекции отдельных бесселевых мод в многомодовом пучке.

Существует и другое полное множество ортогональных функций с угловыми гармониками в круге радиуса r_0 . Это круговые полино-

мы Цернике [81]. Базисные функции Цернике удобно использовать при анализе небольших aberrаций волнового фронта. Анализатор, основанный на суперпозиции этих функций, позволяет пространственно разделять вклад в световой пучок отдельных aberrаций, описываемых одиночными полиномами Цернике. Сигнал на выходе такого анализатора может быть использован для управления адаптивным зеркалом в целях компенсации aberrаций.

Обобщенные моды Гаусса-Лагерра [4] представляют полное множество ортогональных функций на всей плоскости и используются при расчете анализатора, согласованного с многомодовым пучком на выходе из светового волокна с параболическим профилем показателя преломления или лазерного резонатора со сферическими зеркалами. Такой анализатор позволяет пространственно разделять цилиндрические моды пучка.

5.1. Селекция мод ГЛ

Численное моделирование

При численном моделировании для мод ГЛ использовались следующие параметры: 128 пикселей по радиусу r и 128 пикселей по угловой составляющей ϕ , диапазон изменения аргументов $r/\sigma_0 \in [0, 7]$, $\phi \in [0, 2\pi]$, длина волны $\lambda = 630$ нм, фокусное расстояние $f = 100$ мм. Действие рассчитанных ДОЭ [83] моделировалось с помощью численного преобразования Фурье.

На рис. 69 показано действие ДОЭ, согласованного с одной модой ГЛ (5,3), в качестве фильтра (рис. 69, б). Из рисунка видно, что при прохождении моды (5,3) (рис. 69, а) через Фурье-каскад, на входе которого установлен соответствующий фильтр, в центре фокальной плоскости формируется "пик" интенсивности. Если же фильтр, согласованный с модой ГЛ (5,3), осветить другим пучком, например, модой (1,0) (рис. 69, в), то в фокальной плоскости сформируется пятно с нулевой интенсивностью в центре (рис. 69, д).

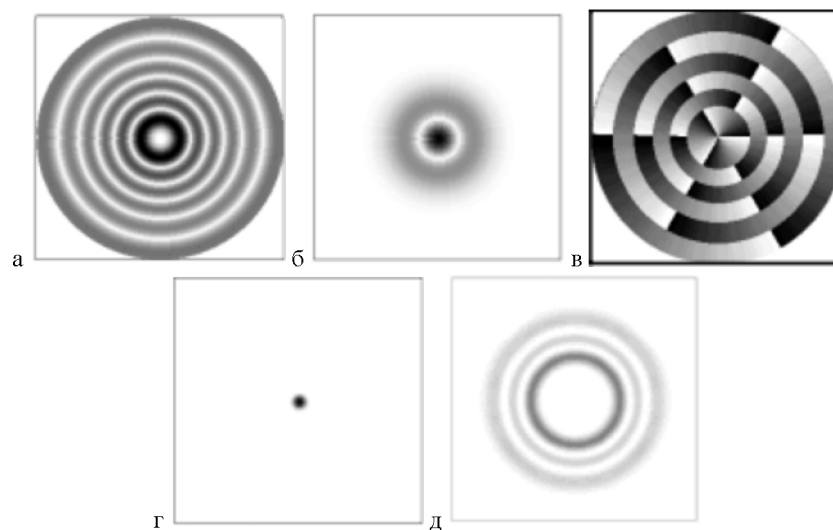


Рис. 69. Действие одномодового фильтра: амплитуда на входе Фурье-каскада, соответствующая модам ГЛ (5,3) (а) и (1,0) (б); фаза фильтра, согласованного с модой (5,3) (в); интенсивность на выходе Фурье-каскада для моды (5,3) (г) и моды (1,0) (д)

Аналогичное действие, но для 9-канального фазового ДОЭ, представлено на рис. 70. Пучки, состоящие из одной моды (2,1) (рис. 70, а) и двух мод (2,2)+(3,1) (рис. 70, б, в) соответственно, проходят через ДОЭ, показанный на рис. 70, а (соответствие порядков модам см. на рис. 70, б), и производят "пики" интенсивности в соответствующих точках фокальной плоскости (рис. 70, г и 70, д, е) и пятна с нулевой интенсивностью в центрах других порядков. Пучки, представленные на рис. 70, б и 70, в, отличаются поворотом на 90 градусов. Результаты, приведенные на рис. 70, д и 70, е, подтверждают инвариантность к повороту обобщенных анализаторов с угловыми гармониками.

В таблице 22 приведены нормированные значения интенсивности в каждом из дифракционных порядков. Эти значения были получены усреднением по 5×5 центральным пикселям каждого порядка, что соответствует в данном случае площадке минимального дифракционного пятна.

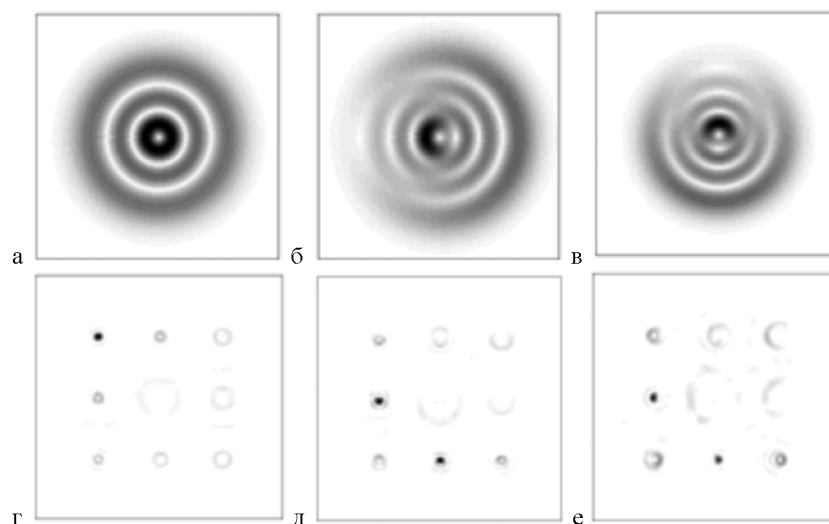


Рис. 70. Действие многомодового фильтра: амплитуда на входе Фурье-каскада, соответствующая пучкам ГЛ с модами (2,1) (а) и (2,2)+(3,1) (б,в); интенсивность на выходе Фурье-каскада для пучка с модами (2,1) (г) и (2,2)+(3,1) (д,е)

Таблица 22. Нормированные значения интенсивности в дифракционных порядках

Номер порядка	(0,0)	(1,0)	(1,1)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(3,0)	(3,1)	(3,2)
Пучок (2,1)	0,002	0,001	0,039	0,046	1,000	0,066	0,042	0,025	0,003
Пучок (2,2)+(3,1)	0,008	0,001	0,001	0,009	0,053	0,826	0,041	1,000	0,106

Эксперимент

В эксперименте по селекции мод лазерного излучения использовались два фазовых ДОЭ: согласованный с 25 отдельными модами ГЛ (5мм×5мм) и согласованный с 24 парами мод ГЛ со взаимно противоположными угловыми гармониками $(n, -|m|) + (n, +|m|)$, или с отдельной модой, если угловая гармоника равна нулю $m=0$ (6мм×6мм).

Оптическая схема эксперимента приведена на рис. 71. Коллимированный с помощью 2 пучок из гелий-неонового лазера 1 диафрагмируется 3 и падает на фазовый многоканальный ДОЭ 4, который формирует несколько дифракционных порядков. На расстоянии d_1 от плоскости 4 желаемый дифракционный порядок выделялся с по-

мощью диафрагмы 6. Расстояние d_1 выбирается так, чтобы в плоскости 5 дифракционные порядки достаточно разошлись и не перекрывали друг друга. Затем выбранный порядок проходит еще расстояние d_2 и попадает на второй фазовый многоканальный ДОЭ 6, который используется как согласованный фильтр и находится на расстоянии d_3 перед сферической линзой 7 с фокусным расстоянием f . В [84] показано, что расстояние d_3 , на котором расположен предмет перед линзой, влияет только на фазовое искривление спектра. Поэтому для регистрации интенсивности спектра в плоскости 8 можно выбирать расстояние $d_3 \neq f$ произвольно, хотя из соображений конечности апертуры линзы лучше ставить ее ближе к предмету. Расстояние d_2 подбиралось эмпирически так, чтобы согласовать размеры падающего пучка и рабочей области ДОЭ 6. Распределение интенсивности в задней фокальной плоскости линзы фиксировалось с помощью ПЗС-камеры 8, соединенной с компьютером.

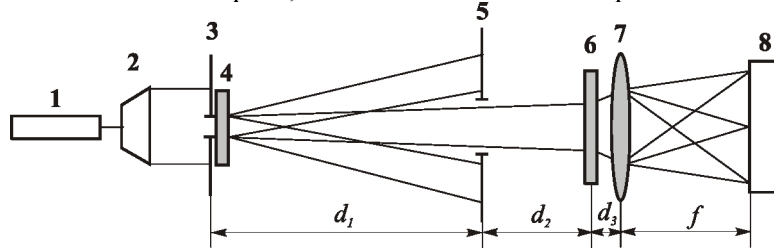


Рис. 71. Оптическая схема эксперимента с двумя многоканальными ДОЭ, согласованными с модами ГЛ

Были проведены два эксперимента. В первом случае в качестве первого ДОЭ 4 использовался 25-канальный ДОЭ, а в качестве второго ДОЭ 6 – 24-канальный. Во втором случае – наоборот. Причем во втором случае использовался сходящийся освещающий пучок.

На рис. 72 приведены результаты экспериментального обнаружения моды ГЛ (2,0). Среди 25 одномодовых дифракционных порядков, сформированных ДОЭ 4, с помощью апертуры 5 был выделен порядок, соответствующий моде (2,0) (рис. 72, а), и направлен на 24-канальный ДОЭ 6, схема соответствия индексов мод и порядков которого показана на рис. 72, б. Полученное распределение интенсивности в выходной плоскости коррелятора показано на рис. 72, в. Для

получения более подробной картины была зафиксирована только центральная часть. Хорошо виден корреляционный пик, соответствующий каналу моды $(2,0)$, и нулевые значения интенсивности в центрах остальных каналов. Определить центры каналов легко благодаря симметричности полученных распределений интенсивности в каждом канале.

В таблице 23 приведены численные и экспериментальные нормированные значения интенсивности в центрах нескольких дифракционных порядков, ранжированных по убыванию интенсивности в центрах каналов.

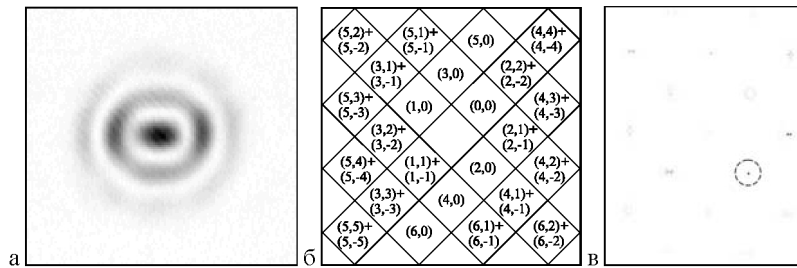


Рис. 72. Мода ГЛ $(2,0)$ (а), схема соответствия индексов мод ГЛ каналам ДОО (б), распределение интенсивности на выходе (в)

Таблица 23. Сравнение численных и экспериментальных результатов для моды ГЛ $(2,0)$

Дифракционные порядки	$(2,0)$	$(1,0)$	$(3,0)$	$(2,-1)$ $+(2,1)$	$(3,-2)$ $+(3,2)$	$(1,-1)$ $+(1,1)$	$(5,0)$
Численные	1	0,0465	0,0295	0,0090	0,0056	0,0045	0,0023
Экспериментальные	1	0,0547	0,0898	0,0523	0,0195	0,0182	0,0351

При численном моделировании отношение значения корреляционного сигнала к среднему значению интенсивности фона составило $S_F = 130$, а экспериментальное – $S_F^{\varnothing} = 90$ [85], что в 2 раза больше, чем было получено ранее в аналогичном эксперименте с копиями оригинальных ДОО [86]. Численные и экспериментальные значения отношения корреляционного сигнала к максимальной интенсивности в центрах остальных дифракционных порядков равны $S_M = 21$ и $S_M^{\varnothing} = 11$ соответственно. Более низкое экспериментальное значение

S_M^ϑ и изменение ранжировки значений интенсивности в центрах каналов связано с некоторым несовпадением размеров падающего пучка и селектирующего ДОЭ 6. Судя по смещению вторичного максимума с канала (1,0) в канал (3,0) падающий пучок был несколько большего размера. Тем не менее эксперимент демонстрирует уверенное обнаружение заданной моды.

На рис. 73 приведены результаты аналогичного эксперимента для мод с ненулевыми угловыми гармониками.

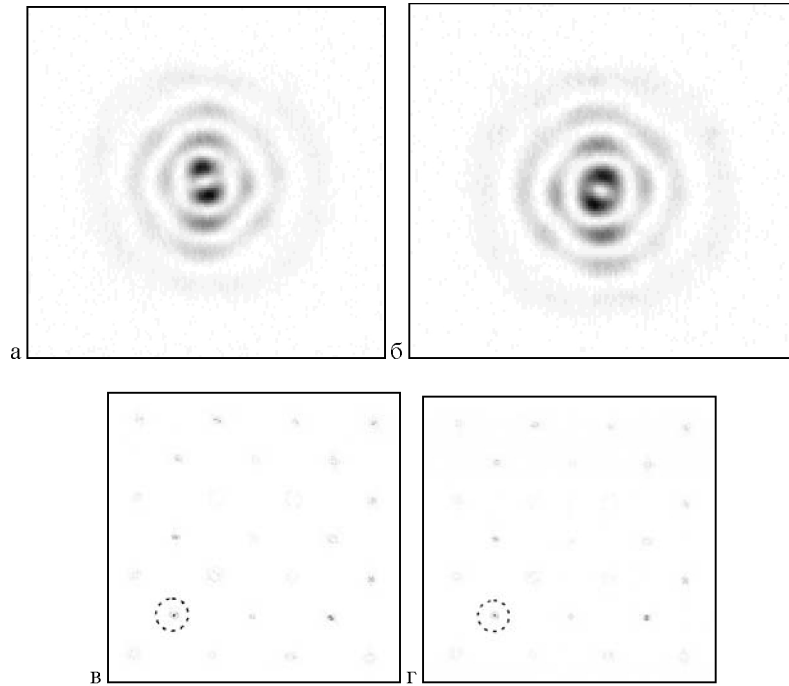


Рис. 73. Моды ГЛ (3,-3) (а) и (3,3) (б) и соответствующие им распределения интенсивности на выходе анализатора (в) и (г)

Из 25 дифракционных порядков, сформированных ДОЭ 4, были выбраны моды (3,-3) и (3,3). Такой выбор был сделан для демонстрации независимости 24-канального ДОЭ, согласованного с парами

мод ГЛ $(n, -|m|) + (n, +|m|)$, от знака угловой гармоники, присутствующей в моде. Распределения интенсивности сформированных ДОЭ 4 пучков показаны на рис. 73, *а* и 73, *б* соответственно. В идеале интенсивность этих мод не должна отличаться. Некоторая неточность воспроизведения мод связана с чисто фазовым характером ДОЭ 4. Соответствующие им распределения интенсивности на выходе оптической схемы, представленной на рис. 71, показаны на рис. 73, *в* и 73, *г*. Видно, что эти картины практически идентичны и дают корреляционный пик в центре канала, соответствующего композиции мод $(3, -3) + (3, 3)$ (см. схему соответствия порядков и индексов мод на рис. 72, *б*).

Понятно, что в оптической схеме (рис. 71) ДОЭ 4 и ДОЭ 6 можно поменять местами. На рис. 74 приведены результаты анализа модового состава пучков ГЛ, представляющих собой композиции мод $(2, -1) + (2, 1)$ (рис. 74, *а*) и $(4, -4) + (4, 4)$ (рис. 74, *б*) с помощью 25-канального фильтра, согласованного с отдельными модами ГЛ. Схема соответствия дифракционных порядков такого ДОЭ приведена на рис. 74, *в*. Соответствующие картины в выходной плоскости анализатора представлены на рис. 74, *г* и 74, *д*. Хорошо видны корреляционные пики в каналах, соответствующих модовому составу подаваемых на вход пучков ГЛ, и нулевые значения интенсивности в центрах других каналов, которые легко определить благодаря симметрии. В центральном канале (соответствующем моде $(0, 0)$) распределение интенсивности примерно такое же, как у анализируемого пучка. Также видно, что ширина корреляционных пиков обратно пропорциональны размеру анализируемых пучков.

Для картины, представленной на рис. 74, *д*, были получены следующие экспериментальные оценки: $S_F^{\varnothing} = 46$, $S_M^{\varnothing} = 15$, $\delta_C^{\varnothing} = 7,5\%$. Нужно заметить, что в отклонение $\delta_C^{\varnothing}$ включаются не только погрешности селекции фазовым ДОЭ 6 и согласования размеров пучка и анализирующего ДОЭ, но и неточность формирования пучка фазовым ДОЭ 4.

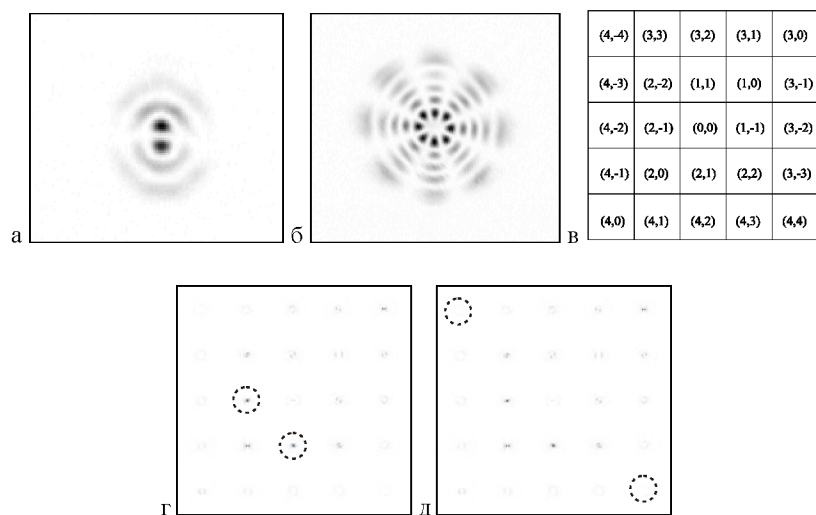


Рис. 74. Композиции мод ГЛ $(2,-1)+(2,1)$ (а) и $(4,-4)+(4,4)$ (б) и соответствующие им распределения интенсивности на выходе анализатора с 25-канальным ДОО (г) и (д), а также схема соответствия номеров мод дифракционным порядкам (в)

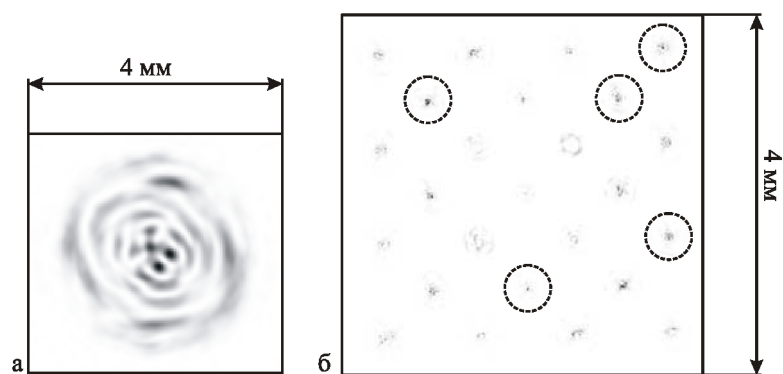


Рис. 75. Интенсивность вращающегося 5-модового пучка ГЛ, зарегистрированная на расстоянии 425 мм от плоскости ДОО 4 (а), и интенсивности после 24-канального фазового ДОО ГЛ в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием 300 мм (б) и 500 мм (в)

5.2. Селекция мод ГЭ

Моды Гаусса-Эрмита (ГЭ) подробно рассматривались в разделе 2. В данном разделе обсуждаются эксперименты оптического разложения светового поля по модам ГЭ с помощью многоканального фазового ДОЭ.

На рис. 76, а показана фаза 25-канального ДОЭ для оптического разложения световых полей по базису мод ГЭ, рассчитанного методом композиций по формуле (4.1) $n, m = \overline{0, 4}$ с использованием итеративных алгоритмов и квантованного по 16 уровням. Затем по рассчитанной маске в Университете Йоенсуу (Финляндия) был изготовлен 16-градационный фазовый ДОЭ радиусом 3 мм (600×600 отсчетов). Глубина рельефа изготовленного элемента 1325 нм (для гелий-неонового лазера $\lambda = 633$ нм, показатель преломления стекла $n = 1,49$, оптимальная глубина рельефа 1291 нм).

На рис. 76, б приведено экспериментально зарегистрированное распределение интенсивности в фокальной плоскости сферической линзы при освещении ДОЭ коллимированным пучком гелий-неонового лазера.

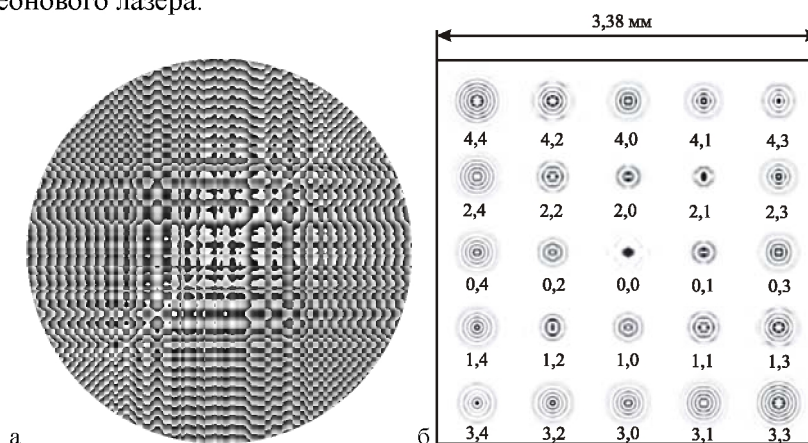


Рис. 76. Фаза 25-канального ДОЭ (а), согласованного с модами ГЭ, и экспериментально зарегистрированное распределение интенсивности в спектральной плоскости (б) при освещении ДОЭ коллимированным пучком лазера

Оптическая схема эксперимента приведена на рис. 71. С помощью различных ДОЭ, помещаемых в позицию 4, формировались световые поля, являющиеся композицией мод ГЭ с индексами (n, m) : $(0,1)$ (рис. 77, а), $(2,4)$ (рис. 77, ж), $(0,1)+(4,5)$ (рис. 77, з), $(0,0)+(2,2)+(4,4)$ (рис. 77, и). Затем сформированные световые пучки попадали на многоканальный ДОЭ (см. рис. 76, а), установленный в позиции 6.

На рис. 77, з, д, е приведены результаты оптического разложения для светового пучка, эффективно состоящего из моды ГЭ $(0,1)$ (рис. 77, а) и повернутого на 90° (рис. 77, б) и 45° (рис. 77, в) соответственно. Заметим, что при повороте моды ГЭ $(0,1)$ на 90° она становится модой $(1,0)$. При этом в фокальной плоскости линзы возникает корреляционный пик в соответствующем дифракционном порядке (сравни рис. 77, з и рис. 77, д), а центрах других порядков наблюдается нулевая интенсивность. Интересно отметить, что при повороте моды $(0,1)$ на 45° возникают корреляционные пики сразу в двух дифракционных порядках – $(0,1)$ и $(1,0)$. На рис. 77, к хорошо виден корреляционный пик, соответствующий моде $(2,4)$. Причем этот пик более мощный (отношение корреляционного сигнала к средней интенсивности фона составило $S_F^\ominus = 60$), чем в случае моды $(0,1)$ (в этом случае $S_F^\ominus = 47$).

На рис. 77, л показаны результаты оптического разложения двухмодового пучка ГЭ $(0,1)+(4,5)$ (рис. 77, з). Присутствует только корреляционный пик, соответствующий моде $(0,1)$, т.к. мода $(4,5)$ в 25-канальном ДОЭ отсутствует. На рис. 77, м показаны результаты оптического разложения трехмодового пучка ГЭ $(0,0)+(2,2)+(4,4)$ (рис. 77, и). Присутствуют все три корреляционных пика. Значения в центрах соответствующих дифракционных порядков приведены в таблице 24.

Таблица 24. Коэффициенты оптического разложения светового поля, согласованного с композицией мод ГЭ $(0,0)+(2,2)+(4,4)$.

Номера мод	(0,0)	(2,2)	(4,4)	δ %
Интенсивность	1,17	0,81	1,03	15,25

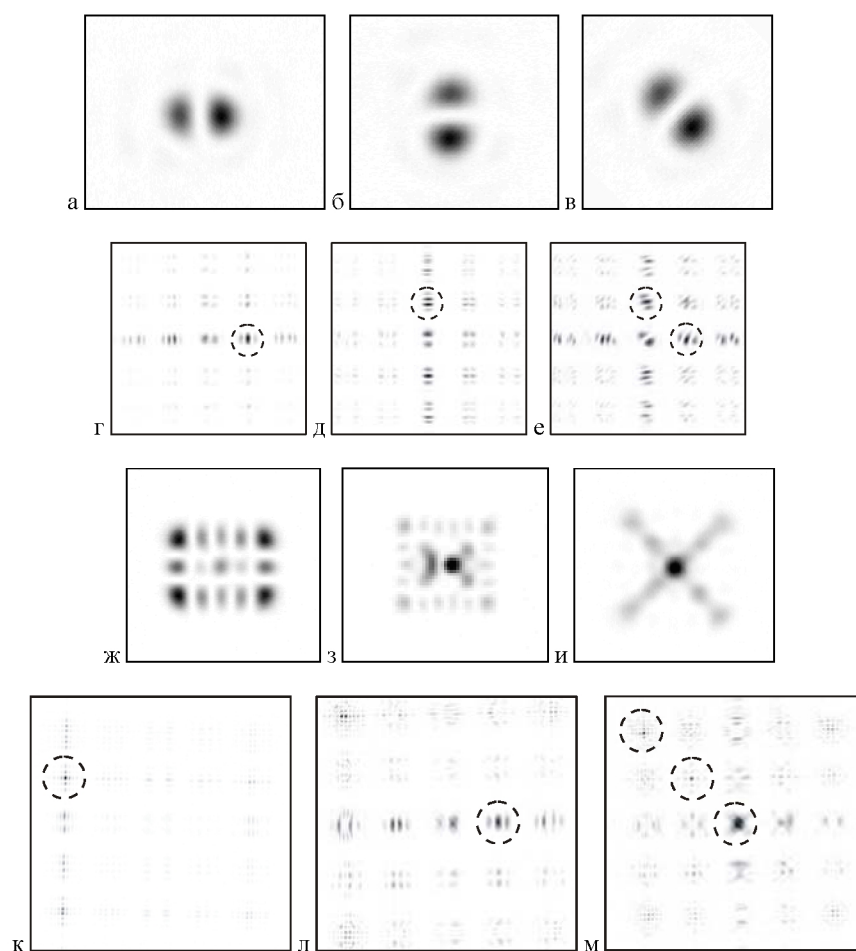


Рис. 77. Результаты экспериментов по оптическому разложению световых полей с помощью 25-канального ДОЭ, согласованного с модами ГЭ

Высокое значение ошибки δ связано с чисто фазовым характером 25-канального ДОЭ. Однако задачу обнаружения определенных мод в световом пучке данный ДОЭ выполняет хорошо.

6. ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ С МОДОВЫМ УПЛОТНЕНИЕМ КАНАЛОВ

Повышение пропускной способности современных телекоммуникационных систем является важной научно-технической задачей, требующей дальнейшего исследования физических (в том числе оптических) эффектов. Одним из наиболее привлекательных подходов к решению этой задачи является поиск возможностей увеличения числа каналов без построения дополнительных физических линий связи. В случае, если в качестве носителя информации рассматривается когерентный световой пучок, а в качестве линии связи используется линейная волноводная среда (например, оптический световод), весьма перспективным представляется параллельное использование различных мод лазерного излучения (как продольных, так и поперечных [4]) для передачи сигналов по отдельным каналам. В настоящее время уже получили распространение телекоммуникационные системы, использующие для передачи сигналов по различным каналам различные продольные моды, то есть различные длины волн излучения, распространяющегося в волноводе. Такие системы, получившие название “WDM-систем” (Wavelength Division Multiplexing systems), используют в качестве демультиплексоров оптические фильтры, разделяющие различные длины волн (рис. 78).



Рис. 78. Блок-схема телекоммуникационной WDM-системы

В качестве демультиплексора могут применяться спектральные дифракционные элементы, согласованные с несколькими длинами волн [87].

Представляется привлекательным рассмотреть также поперечные моды в качестве независимых носителей информационных каналов вместо используемых продольных мод, а может быть, и в дополнение к ним.

Фундаментальным свойством мод является сохранение структуры и взаимной ортогональности при распространении в среде (п. 1),

что делает возможным их разделение методами компьютерной оптики (п. 5). Именно это свойство поперечных мод является основой для построения систем связи с поперечно-модовым уплотнением каналов. Интерес к поперечным модам как основе для реализации независимых каналов передачи информации связан, во-первых, с постоянным повышением качества производимых многомодовых волокон, во-вторых, с разработкой методов качественного синтеза дифракционных оптических элементов — моданов, способных эффективно формировать и селектировать поперечные моды лазерного излучения. Общая теория построения телекоммуникационных систем с уплотнением каналов, основанном на использовании поперечных мод, изложена в [4].

Отметим, что селективное возбуждение поперечных мод оптоволоконна позволит увеличить пропускную способность линии связи не только за счет параллельной передачи нескольких каналов по одному волокну, но и за счет решения проблемы уширения импульса, вызываемого наличием межмодовой дисперсии [4]. В то же время существует ряд принципиальных проблем, в силу которых поперечно-модовое уплотнение до сих пор не составило конкуренции WDM-уплотнению:

- описанный в [4] подход, заключающийся в селекции гауссовых мод, применим к градиентным волокнам с параболическим профилем. Однако существующие на данный момент технологии изготовления таких волокон не позволяют реализовать заданный профиль с качеством, необходимым для качественного канализирования гауссовых мод;

- в [4] предлагается использовать в качестве источника излучения газовый лазер, однако в реальных волоконно-оптических линиях связи применяются полупроводниковые лазеры, позволяющие достигать весьма высоких частот модуляции;

- в [4] предложено осуществлять передачу сигналов по каналам связи с помощью возбуждения отдельных мод Гаусса-Эрмита или Гаусса-Лагерра в градиентных волокнах с параболическим профилем. Однако сильное отличие амплитудного распределения мод высокого порядка от амплитудного распределения в сечении выходного пучка газового или полупроводникового лазера приводит к низкой энергетической эффективности формирования моды.

В [19] предложено для передачи сигналов по каналу связи в параболическом волокне использовать пакеты двумерных гауссовых мод с одинаковыми значениями постоянной распространения β . Пучки такого вида в работе [71] названы инвариантными модовыми пакетами (или многомодовыми бездисперсионными импульсами [72]).

В [3] рассмотрены обобщенные моды градиентных сред (пучки, сечение которых описывается функциями из собственных подпространств оператора распространения).

Пример 5. Организация эффективной многоканальной системы связи, основанной на использовании одного источника лазерного излучения в идеальной линзоподобной среде

Предположим, что требуется создать N_k информационных каналов передачи цифровой информации в идеальной линзоподобной среде (185), используя моды Гаусса — Эрмита, с равным распределением энергии между каналами $B_1 = B_2 = \dots = B_{N_k}$. Общее число используемых мод N_{cut} определяется условием отсечки [2]:

$$B_m = \sum_{p+l=m} |\tilde{C}_{pl}|^2, \quad \sum_{m=1}^{N_k} B_m = E_0, \quad (214)$$

где E_0 — полная энергия коллимированного источника лазерного излучения L в плоскости установки ДООЭ (рис. 79).

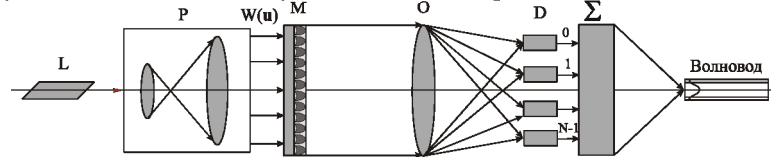


Рис. 79. Общая схема многоканальной телекоммуникационной системы: L — источник лазерного излучения, P — коллиматор лазерного излучения, M — модан, O — Фурье-каскад, D — матрица модуляторов, Σ — оптический сумматор пучков

В дальнейшем для упрощения не будем принимать в расчет потери, связанные с поглощением и френелевским отражением. Для

пространственного разделения формируемых инвариантных модовых пакетов используем модификацию разложения, описанного ранее в [4]:

$$W(\mathbf{u})\exp(i\varphi(\mathbf{u})) = \sum_{j=1}^{N_k} \exp(i2\pi\mathbf{v}_j\mathbf{u}) \sum_{p+l=j} \tilde{C}_{pl} \psi_{pl}(\mathbf{u}), \quad N_k \leq N_{cut}, \quad (215)$$

где $W(\mathbf{u})$ — амплитудное распределение в поперечном сечении освещающего коллимированного пучка, $\psi_{pl}(\mathbf{u})$ — моды Гаусса-Эрмита, $\varphi(\mathbf{u})$ — фазовая функция модана M , $\mathbf{v}_j$ — частоты несущих, вводимых для пространственного разделения формируемых пучков [4]. Теперь, для нахождения коэффициентов $\tilde{C}_{pl}$ для каждой моды в (215) можно использовать какую-либо оптимизационную процедуру, минимизирующую функционал невязки следующего вида:

$$\delta_m = \sum_j^{N_k} \left| \frac{E_0}{N_k} - \sum_{p+l=j} \tilde{C}_{pl}^{jm} \right|^2,$$

где коэффициенты находятся следующим образом:

$$\tilde{C}_{pl}^{jm} = \iint_D W(\mathbf{u}) \exp(i\varphi_m(\mathbf{u})) \psi_{pl}(\mathbf{u}) \exp(i2\pi\mathbf{v}_j\mathbf{u}) d^2\mathbf{u}, \quad (216)$$

а $\varphi_m(\mathbf{u})$ — оценка фазы ДОЭ на m -й итерации оптимизационной процедуры.

Выше отмечалось, что в реальных ВОЛС в качестве источников когерентного излучения используются полупроводниковые лазеры, позволяющие достигать весьма высоких частот модуляции. Поэтому актуально построение оптической схемы многоканальной передачи информации, основанной на генерации одиночных волноводных мод в каждом канале, порождаемом отдельным лазерным источником (рис. 80).

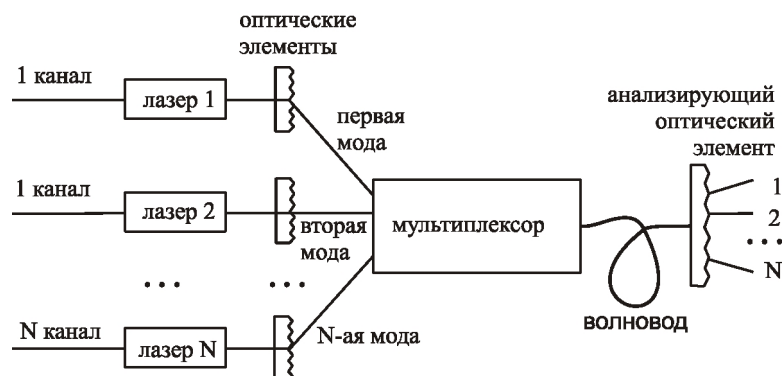


Рис. 80 Оптическая схема телекоммуникационной системы

Экспериментальное исследование возможности уплотнения каналов оптической связи с помощью мод Гаусса - Эрмита

В [88] приведены результаты натурного эксперимента по построению и исследованию модели двухканальной связи, использующей для передачи двух независимых каналов информации моды Гаусса — Эрмита (1,0) и (0,1), сформированные с помощью одномодовых моданов, рассчитанных итеративной процедурой [40]. Для постановки этого эксперимента была собрана оптическая установка, схема которой представлена на рис. 81. Схема имела следующие физические параметры: $f_1 = 452$ мм, $f_2 = 840$ мм, $f_3 = 300$ мм, диаметр отверстия круговой апертуры составлял 2,7 мм, модовый параметр пучка $\sigma_{10} = \sigma_{01} = 0,58$ мм в плоскости анализирующего модана 3, выбранный в соответствии с размером эффективной области дифракции 4,096 мм x 4,096 мм, размер пиксела использованной CCD камеры составлял 13 мкм. Для пространственного разделения корреляционных пиков, соответствующих модам Гаусса-Эрмита (1,0) и (0,1), в фазовую функцию модана 3 вводилась пространственная несущая, соответствующая расстоянию 30 мм между пиками в фокальной плоскости линзы L_3 .

Интересно отметить, что линза L_2 в данной схеме выполняет роль «модели» линзоподобной среды, в которой распространяются сгенерированные моды; с другой стороны, поведение модового пучка в ее выходной плоскости соответствует дифракции в дальней зоне, например при организации оптической связи в свободном пространстве. Анализирующий модан 3, согласованный с модами (1,0) и (0,1), был рассчитан с помощью обобщенного метода Кирка-Джонса [4] и изготовлен с помощью той же технологии, что и формирующие моданы [40]. Приведение функции комплексного пропускания Модана 3 к чисто фазовому виду осуществлялось с помощью введения в фазу ДОЭ прямоугольно-импульсной несущей с частотой 41,7 линий/мм.

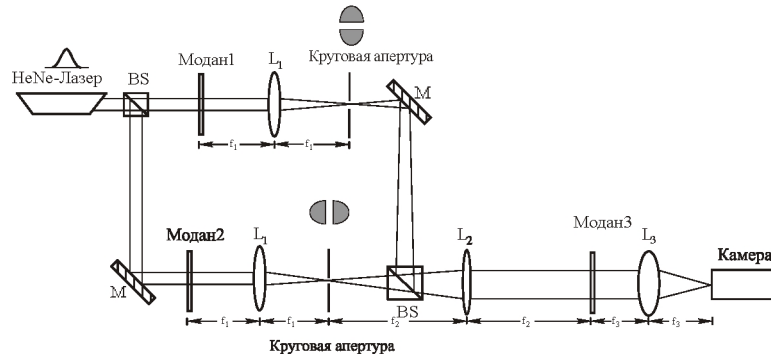


Рис. 81. Схема оптической установки для экспериментального исследования селекции мод с помощью ДОЭ: BS — делитель пучка, М — зеркало, L1, L2, L3 — линзы

На первом этапе с помощью вычислительного эксперимента была исследована работа анализирующего модана 3, освещенного одномодовым пучком Гаусса-Эрмита (1,0) или Гаусса-Эрмита (0,1) радиусом $\sigma_{10} = 0,58$ мм. После применения быстрого преобразования Фурье было получено расчетное амплитудно-фазовое распределение в фокальной плоскости Фурье-линзы L_3 . Рассчитанные распределения амплитуды, фазы и интенсивности в фокальной плоскости Фу-

рье-линзы L_3 представлены на рис. 82. Численный эксперимент ставился без учета квантованного характера фазы ДОЭ.

Отметим наличие на рисунках 82 б, г корреляционного пика, соответствующего наличию освещающей моды, и его отсутствие на рисунках 82 а, в, что соответствует отсутствию детектируемой моды (0,1). На рисунках 82 а, в можно наблюдать лишь четыре паразитных пятна вокруг точки, соответствующей положению корреляционного пика. Расстояние между точкой, соответствующей положению корреляционного пика, и центрами паразитных пятен составляло 150 мкм.

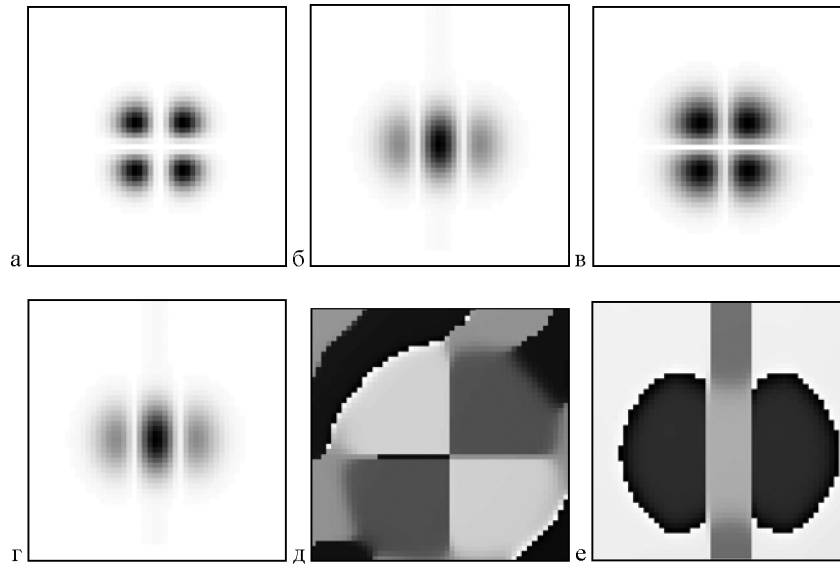


Рис. 82. Результаты вычислительного эксперимента по анализу входного пучка с помощью рассчитанного ДОЭ (без учета квантования): расчетные распределения интенсивности (а), (б), амплитуды (в), (г) и фазы (д), (е) в окрестности точек формирования корреляционных пиков, соответствующих модам Гаусса-Эрмита (0,1) и (1,0)

Соотношение максимумов интенсивности корреляционных пиков, наблюдаемых в случае наличия детектируемой моды, и максимумов интенсивности паразитных пятен в случае отсутствия детек-

тируемой моды составляло в центре примерно 3:1. В силу специфики микролитографической технологии, изготовленный элемент имел 16 уровней квантования фазы, теоретически соответствующих глубине травления 1200 нм. Однако из-за трудностей контроля глубины травления максимальная глубина травления рельефа составляла лишь 70% от рассчитанного значения 1200 нм, т.е. 840 нм. Исходя из этого, осуществлялось моделирование с помощью быстрого преобразования Фурье работы элемента с максимальной глубиной травления 70% от требуемого для случаев, когда элемент освещен одномодовым пучком (1,0) или (0,1) и пучком, содержащим обе моды с равными мощностями.

На рис. 83 а,в,д представлено распределение интенсивности в окрестности левого корреляционного пика, соответствующего моде Гаусса-Эрмита (0,1), на рис. 86, б,г,е — распределение интенсивности в окрестности правого корреляционного пика, соответствующего моде Гаусса-Эрмита (1,0).

Рис. 83 а,б соответствует случаю, когда элемент освещен одномодовым пучком Гаусса-Эрмита (0,1), рис. 83 в,г соответствует моде Гаусса-Эрмита (1,0), рис. 83 д,е - случаю освещения элемента суперпозицией этих двух мод с равными мощностями.

На рис. 84 представлены результаты экспериментального исследования, выполненного с использованием экспериментальной установки, представленной на рис. 81, при том же наборе физических параметров, что были использованы в компьютерном моделировании, результаты которого представлены на рис. 82. Отметим хорошее соответствие результатов физического эксперимента результатам компьютерного моделирования, полученным для случая 70%-ной реализации расчетной глубины профиля. Учитывая физический размер чувствительного элемента CCD-камеры и результаты моделирования, можно сделать вывод о качественном соответствии экспериментально полученных распределений в фокальной плоскости линзы L3 расчетным результатам, даже несмотря на небольшие различия в форме корреляционных пиков.

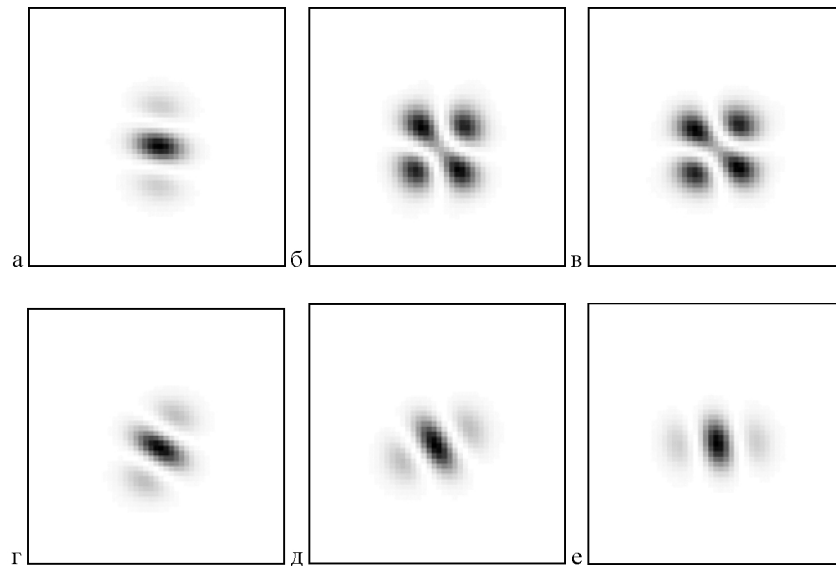


Рис. 83. Результаты вычислительного эксперимента по анализу входного пучка с помощью рассчитанного ДОЭ: расчетные распределения интенсивности в окрестности точек формирования корреляционных пиков, соответствующих модам Гаусса-Эрмита $(0,1)$ и $(1,0)$ при освещении модана модовым пучком Гаусса-Эрмита $(0,1)$ (а), (б); Гаусса-Эрмита $(1,0)$ (в), (г) и пучком, содержащим обе моды (д), (е)

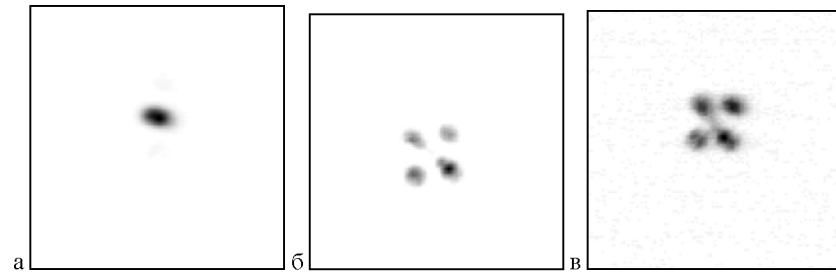


Рис. 84. Результаты измерений сформированной интенсивности в окрестности центров корреляционных пиков, соответствующих модам Гаусса-Эрмита $(0,1)$ и $(1,0)$ при освещении модана модовым пучком Гаусса-Эрмита $(0,1)$ (а), (б), Гаусса-Эрмита $(1,0)$ (в), (г) и пучком, содержащим обе моды (д), (е) (см. также с. 155)

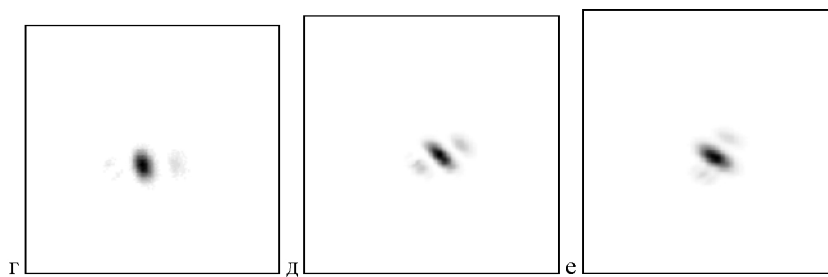


Рис. 84. Окончание

Таким образом, на основе результатов поставленных вычислительных и натурных экспериментов [88] продемонстрирована принципиальная осуществимость концепции применения поперечных мод лазерного излучения в качестве носителей независимых каналов телекоммуникационной системы, рассмотренной в [4].

Отметим, однако, что практический интерес к модам [4] вызывается в основном возможностью их использования в волоконно-оптических системах связи, где, как известно, в основном применяются полупроводниковые лазеры, позволяющие достигать весьма высоких частот модуляции. Применение в качестве источника света одного газового лазера с разделением пучка и дальнейшей модуляцией полученных пучков не соответствует, таким образом, реальной ситуации. Даже если бы возможно было с помощью быстродействующих модуляторов лазерного излучения достичь тех же частот модуляции, которые дают полупроводниковые лазеры, то, кроме очевидно более высокой стоимости, габаритов и энергопотребления такой системы, в ней на выходе все равно пришлось бы иметь дело с частично или полностью некогерентными модовыми пучками из-за модовой дисперсии, то есть ситуация все равно отличалась бы от ситуации, в которой ставился эксперимент [88]. Таким образом, очевидно, что требуется решать задачу моделирования многоканальной системы связи с модовым уплотнением каналов, где в качестве источника света в отдельном канале выступал бы полупроводниковый лазер. Первым этапом решения этой задачи является повторение экспериментов, описанных в [88], то есть модели системы двухканальной связи в свободном пространстве, но с использованием в качестве источников света двух полупроводниковых лазеров с одной длиной волны. Основным отличием такой системы от описанной ра-

нее является отсутствие взаимной когерентности между каналами. Решению данной задачи посвящена работа [89].

Во всех ранее опубликованных работах по анализу поперечно-модового состава с использованием моданов [4] предполагались как пространственная когерентность в каждом модовом пучке, так и взаимная когерентность всех модовых пучков между собой. Однако, если необходимость первого условия не вызывает сомнений, то в очевидности второго можно сомневаться. Действительно, если нет необходимости измерять межмодовые фазовые сдвиги, а в условиях описываемых экспериментов они носят случайный характер, то требование постоянства разности фаз между каналами является излишним. При измерении интенсивности моды анализирующим моданом в центре соответствующего дифракционного порядка возникает корреляционный пик с интенсивностью, пропорциональной индивидуальной модовой мощности. Соответственно, если в пучке отсутствует данная мода, то в центре дифракционного порядка наблюдается нулевая интенсивность. Формирование корреляционного пика возможно только в условиях пространственной когерентности пучка данной моды (или группы мод) для реализации фазокомпенсирующего действия фильтра и когерентного сложения амплитуд в фокусе линзы. Однако при наличии других мод в пучке, также обладающих пространственной когерентностью, но взаимно некогерентных с измеряемой, они не будут давать вклада в значения интенсивности в центре дифракционного порядка и, следовательно, не повлияют на результат измерений. При этом распределения интенсивности в дифракционных порядках будут определяться суммированием интенсивностей дифракционных картин, соответствующих разным полупроводниковым лазерам и разным каналам передачи информации. Таким образом, распределения интенсивности в дифракционных порядках будут отличаться от результатов экспериментов, поставленных в условиях взаимной когерентности каналов, но значения интенсивности в центрах дифракционных порядков будут теми же.

Перейдем к описанию схемы эксперимента (рис. 85). Для формирования пучков мод Гаусса-Эрмита (0,1) и (1,0) используются два канала с полупроводниковыми лазерами ЛД1 и ЛД2. Моданы устанавливаются в сходящиеся пучки, создаваемые линзами L1 на таком расстоянии от фокуса d_1 , чтобы размер меньшей перетяжки эллип-

тического Гауссова пучка соответствовал бы заложенному при расчете фильтра (0,8 мм). Экспериментально было установлено, что для получения меньшей погрешности из-за несоответствия другой перетяжки расчетной, необходимо ориентировать фильтр так, чтобы меньшая перетяжка была по той оси, где значения модовой функции биполярны. Диффрагма D осуществляет фильтрацию помех во вспомогательной области, использованной при итерационном расчете фильтров [40]. Таким образом, за исключением поворота моданов на 90 градусов, в остальном оба канала до светоделительной грани кубика BS полностью взаимно идентичны. Далее, после соединения оба пучка падают на анализирующий Модан 3. При этом расстояние d_2 вычисляется из условия, чтобы получить в плоскости Модана 3 требуемый размер перетяжки (0,58 мм.). Полученные распределения интенсивности регистрируются ПЗС-камерой в выходной плоскости Фурье-каскада, образованного линзой L2.

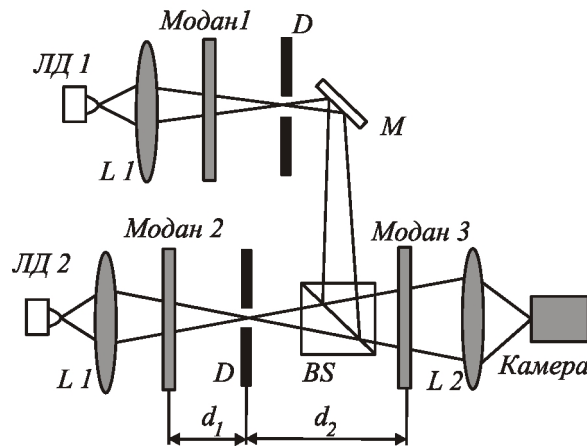


Рис. 85. Схема экспериментальной установки ЛД1, ЛД2 - лазерные диоды, L1 - коллимирующие линзы, D - диффрагмы, BS - делитель пучка, М - зеркало, L2 - линза

Для эксперимента была собрана оптическая установка в соответствии со схемой рис. 85 и следующими параметрами: длина волны лазеров ЛД1, ЛД2 $\lambda = 0,67$ мкм, микрообъективы L1 с фокусом $f_1 = 13,9$ мм и числовой апертурой NA=0,3, расстояния $d_1 = 140$ мм и

$d_2 = 280$ мм, радиус диафрагмы $D_1 = 1,5$ мм, фокусное расстояние объектива L2 $f_2 = 300$ мм, размер пиксела ПЗС-матрицы камеры $\Delta = 13$ мкм. Физические параметры моданов приведены в [40].

Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 86, 87, 88. Здесь попарно приведены распределения интенсивности, полученные при взаимной когерентности и некогерентности каналов. Рис. 86. соответствует отсутствию детектируемой моды в пучке, рис. 87 - ее наличию, а рис. 88 - наличию обеих мод в пучке. Некоторое различие в масштабе и форме распределений интенсивности объясняется большей расходимостью пучка, попадающего в Фурье-каскад в случаях б, а также небольшой разницей длин волн 0,63 мкм – 0,67 мкм.

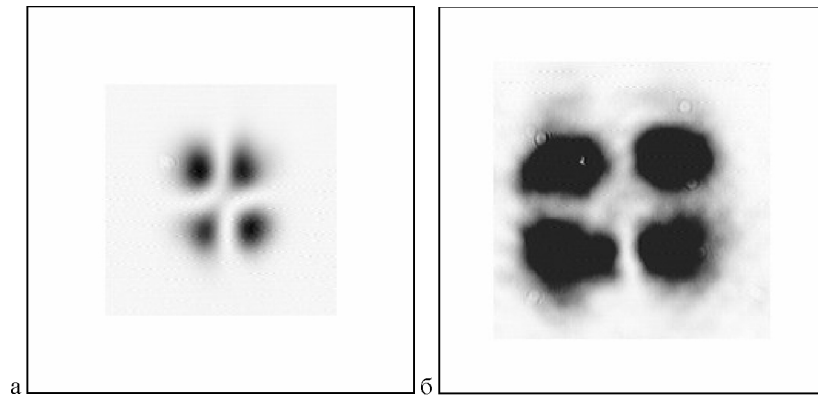


Рис. 86. Распределения интенсивности, соответствующие отсутствию детектируемой моды в пучке: а – в случае взаимной когерентности мод, соответствующих различным каналам; б- в случае отсутствия взаимной когерентности

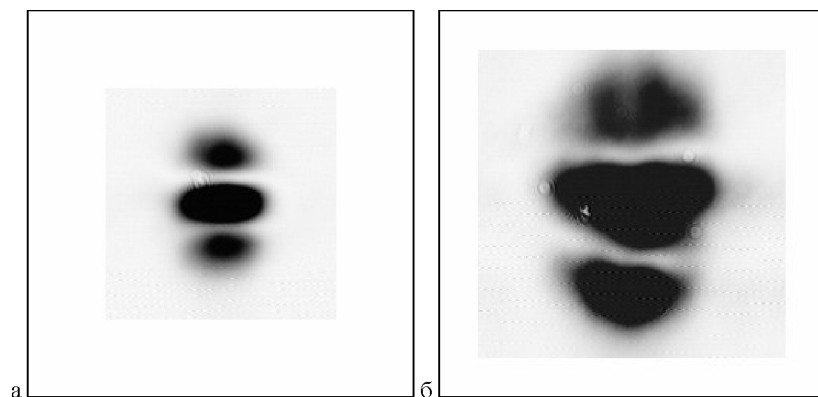


Рис. 87. Распределения интенсивности, соответствующие наличию детектируемой моды в пучке: а – в случае взаимной когерентности мод, соответствующих различным каналам; б- в случае отсутствия взаимной когерентности

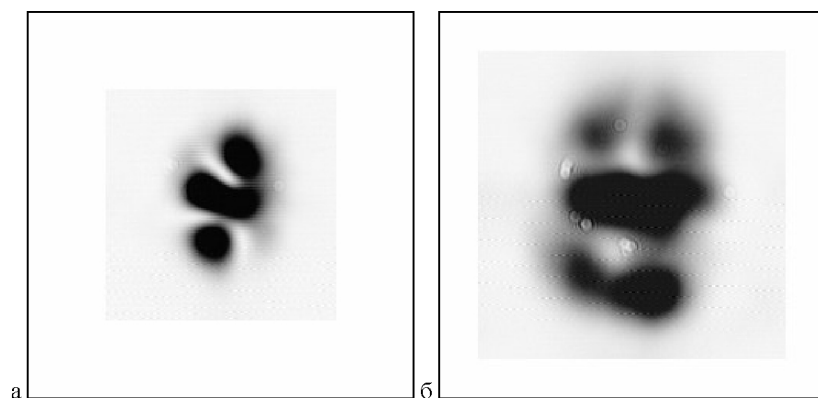


Рис. 88. Распределения интенсивности, соответствующие наличию обеих детектируемых мод в пучке: а – в случае взаимной когерентности мод, соответствующих различным каналам; б – в случае отсутствия взаимной когерентности

Легко видеть, что при отсутствии детектируемой моды распределения интенсивности практически идентичны. При наличии моды

наблюдаются некоторые отличия, связанные, очевидно, с различием в условиях формирования мод с газовыми и полупроводниковыми лазерами. Однако корреляционный пик наблюдается и в том и в другом случаях. Следует также отметить, что время экспонирования камерой выбиралось таким, чтобы передать характерные особенности картинок вокруг корреляционных пиков. При этом в самих пиках наблюдалось насыщение, но задача точного измерения интенсивности в центрах пиков в данном случае и не ставилась. Изображения же, полученные при наличии обеих мод в пучке, как и следовало ожидать, отличаются кардинально. Видно, что в одном случае (б) это просто сумма интенсивностей, а в другом (а) - когерентная интерференция двух полей, с чем связан характерный поворот картинки, наблюдавшийся и ранее в [88].

Таким образом, получено экспериментальное подтверждение принципиальной возможности осуществлять многоканальную передачу информации различными независимо формируемыми взаимно некогерентными поперечными модами лазерного излучения. При этом индивидуальная мощность каждой моды управляется индивидуально с помощью модуляции мощности соответствующего полупроводникового лазера. Полученные результаты открывают возможность в дальнейшем осуществить передачу информации с модовым разделением каналов в волоконно-оптических линиях связи, используя полупроводниковые лазеры.

Построение и экспериментальное исследование модели системы волоконно-оптической связи с модовым уплотнением каналов в ступенчатом волноводе

Построению модели системы связи с помощью ДОЭ, согласованных с Гауссовыми модами, предложенными в [4], препятствовало отсутствие качественных градиентных волокон с профилем, близким к параболическому.

Ступенчатый профиль технологически реализовать намного проще, однако возбуждение в ступенчатом многомодовом волокне (с числом каналируемых мод в несколько сотен) заданной моды задача экспериментально трудно решаемая.

В [4] анализ и формирование поперечных мод в волоконных световодах проводился с помощью моданов, причем исследовались

многомодовые градиентные световоды с большим (более 100) количеством поперечных мод.

Однако в [4] отсутствует полная информация по целому ряду вопросов, связанных с верификацией результатов исследований и юстировкой оптической схемы. Отклонение результатов от теоретических объясняется отклонением профиля показателя преломления кварцевых световодов от идеального параболического, в частности наличием центрального провала. Конечно, эти причины имеют место, однако главной причиной погрешностей является все-таки чересчур большое количество каналируемых мод. На сегодня трудно представить измерение с помощью когерентно - оптических методов сигналов, соответствующих отдельным модам, мощность которых составляет порядка 1% от общей мощности сигнала. Кроме того, юстировка фильтра при многомодовом режиме возбуждения волокна (а достигнуть одномодового режима в них не представляется возможным) в принципе может осуществляться только по положению границ сердечника, что, конечно, не обеспечивает необходимой точности.

Таким образом, на сегодняшний день получение достоверных результатов возможно лишь для волокон с весьма ограниченным (не более 10 - 15) количеством мод и возможностью селективного возбуждения основной моды.

Такие условия могут быть достигнуты в промышленно выпускаемых одномодовых волокнах, предназначенных для организации оптической связи на длине волны 1,3 – 1,55 мкм, при их возбуждении He-Ne лазером с длиной волны 0,6328 мкм. Нормированная частота $V = ka\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, где k - волновое число, a - радиус сердечника, n_1 , n_2 - показатели преломления сердечника и оболочки соответственно, при изменении длины волны возрастает примерно с 2 до 5 и по количеству мод волокно становится маломодовым. Перспективность такого подхода подтверждается публикациями об успешных экспериментах по селективному возбуждению поперечных мод в маломодовых волокнах другими методами [15].

Анализирующий модан должен позволять одновременно определять содержание каждой разрешенной моды (т.е. моды, являющейся каналируемой для данного волновода) в пучке [4]. Удобнее всего

реализовать такой модан в виде амплитудной бинарной голограммы, имеющей функцию комплексного пропускания вида

$$T(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{N_{mod}} \psi_j^*(\mathbf{u}) \exp(i2\pi \mathbf{v}_j \cdot \mathbf{u}), \quad (217)$$

где $\mathbf{u} = (u, v)$, $\mathbf{v}_j = (v_{jx}, v_{jy})$ - вектор, определяющий координаты центра дифракционного порядка, соответствующего модовой функции $\psi_j(\mathbf{u})$.

В [4] показано, что корреляционные пики, интенсивность которых пропорциональна содержанию в пучке соответствующей моды, будут наблюдаться в выходной плоскости Фурье - каскада в точках с координатами $\mathbf{x}_j = \mathbf{v}_j \lambda f$. Необходимо выбрать такие $\mathbf{v}_j$, чтобы при заданном f все корреляционные пики располагались в поле зрения ПЗС-камеры.

Соответствующий модан для пяти LP - мод низших порядков был реализован в работе [43] виде бинарной амплитудной голограммы Ли с числом ячеек 512 на 512 по технологии лазерной микролитографии. Можно предположить, что LP моды, как минимум низших порядков, достаточно стабильны при распространении в пространстве.

Для проверки этого предположения была собрана оптическая схема (рис. 89), в которой изготовленный МОДАН освещался плоскопараллельным пучком He - Ne лазера и полученные распределения исследовались при помощи ПЗС - камеры в ближней и дальней зонах дифракции, что соответствует двум положениям ПЗС - камеры, показанным на рисунке.

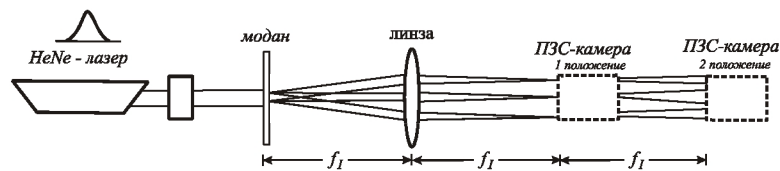


Рис. 89 Оптическая схема для исследования модана

Сравнивая полученные распределения интенсивности в фокусе (рис. 90) и на двойном фокусном расстоянии (рис. 91), можно убедиться в обоснованности предположения о стабильности этих мод.

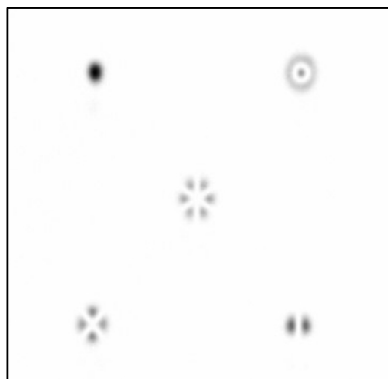


Рис. 90. Распределения интенсивности мод в дальней зоне (1 положение на рис. 89)

Для экспериментальных исследований возможности построения многоканальной системы передачи на основе селекции мод используемого волновода данных в [43] использовалась оптическая схема (см. рис. 92), включающая два микрообъектива М1 и М2 для ввода и вывода излучения, два модана - формирующий (Модан 1) и анализирующий (Модан 2), а также Фурье - преобразующий объектив (Линза).

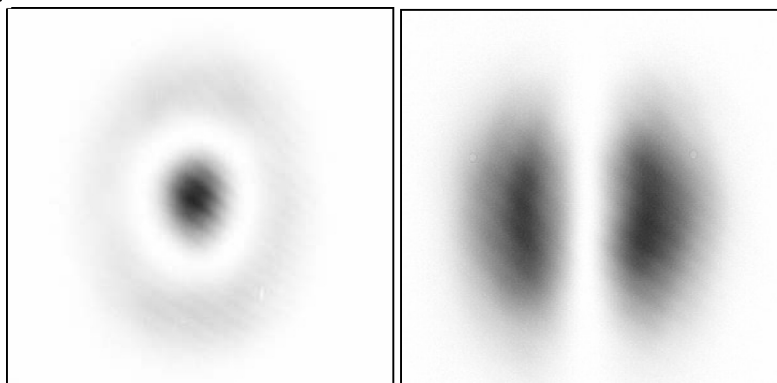


Рис. 91. Распределения интенсивности мод в ближней зоне (2 положение на рис. 89)
(см. также на с. 164)

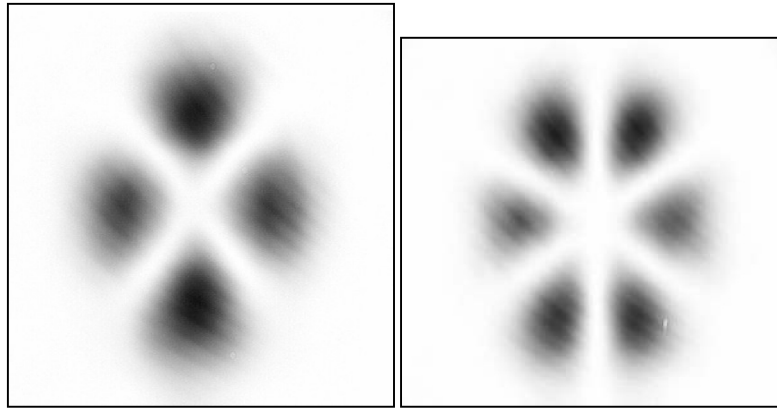


Рис. 91. Окончание

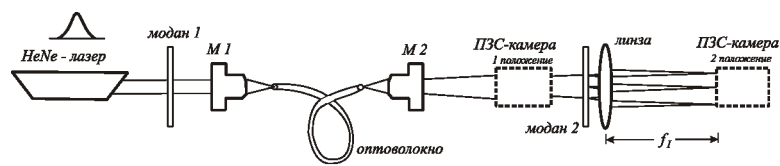


Рис. 92. Оптическая схема установки для анализа и формирования поперечных мод в волоконном световоде

Волоконный световод производства Corning Glas SMF 28 имеет следующие параметры: $n_1 = 1,4619$, $n_2 = 1,457$, $d = 8,3$ мкм, длина световода около 2 м. Нормированная частота V в таком волокне для $\lambda = 0,63$ мкм около 5, поэтому радиус перетяжки основной моды σ_0 близок к радиусу сердечника, следовательно, расходимость основной моды $\theta = \lambda / \pi \sigma_0$ около 0,05. Для согласования ее размера с размером перетяжки на модане фокусное расстояние микрообъектива M_2 должно быть $f = \sigma / \theta$ около 10 мм (примерно соответствует 16X микрообъективу). На первом этапе эксперимента формирующий модан заменялся плоскопараллельной пластинкой. Для ввода излуче-

ния в волокно использовался 20X микрообъектив M_1 . Радиус перетяжки луча использовавшегося лазера был около 0,5 мм, поэтому перетяжка в фокусе M_1 получается несколько меньше требуемой, однако в дальнейшем для формирования мод высших порядков необходим именно такой микрообъектив, а на данном этапе размер перетяжки может быть скорректирован небольшой дефокусировкой. Описание юстировки такой схемы приведено в [43].

На рис. 93 приведено распределение интенсивности в корреляционном поле при измерении пучка основной моды волокна, а на рис. 94 - распределение интенсивности основной моды на выходе из волокна. Измерения мощности всех мод, отличных от основной, дают значения не более 5% от мощности основной моды, то есть на уровне шумов.

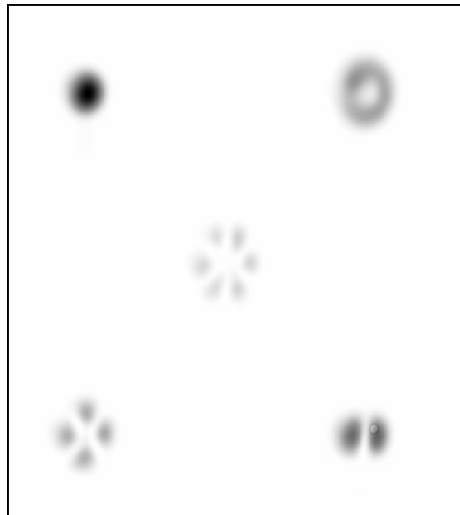


Рис. 93. Распределение интенсивности в корреляционном поле при измерении пучка моды LP_{01} волокна

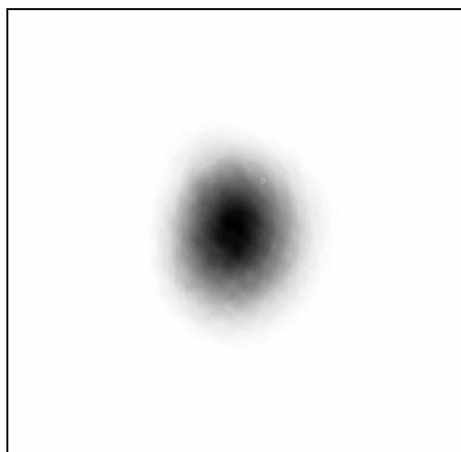


Рис. 94. Распределение интенсивности моды LP01 на выходе из волокна

В [43] приведены результаты исследования поперечно-модового состава излучения при различных условиях возбуждения волокна. Так, при поперечном сдвиге входного торца волокна на 1 мкм (рис. 95 - распределение на выходе волокна, рис. 96 -распределение в корреляционном поле) происходит существенный рост мощности моды (1,0).

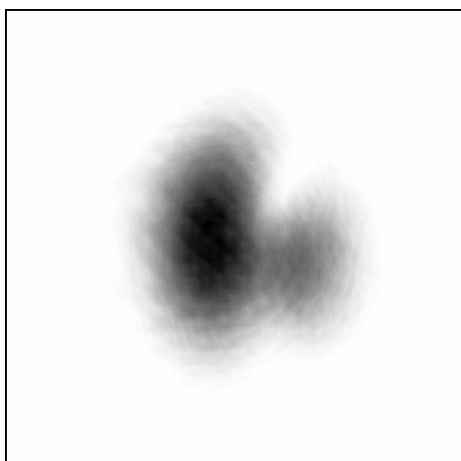


Рис. 95. Распределение на выходе волокна при поперечном сдвиге входного торца



Рис. 96. Распределение в корреляционном поле при сдвиге входного торца

Сдвиг торца вдоль оптической оси на 15 мкм (см. корреляционное поле рис. 97) не приводит к таким заметным изменениям.

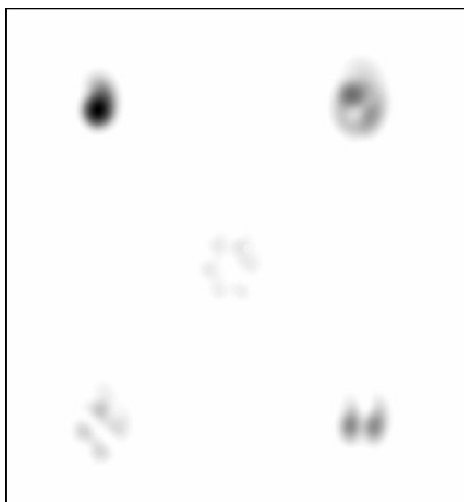


Рис. 97. Распределение в корреляционном поле при сдвиге торца вдоль оптической оси

Происходит лишь небольшое перераспределение энергии между радиально - симметричными модами (основной и следующей по порядку). Возбуждения более высоких мод удастся добиться, лишь изменяя угол ввода излучения.

Имея теперь инструмент для измерения поперечно-модового состава, можно достоверно судить о селективном возбуждении отдельных мод в отличие от работы [4], где вывод об отсутствии других мод делался на основании точечных измерений. Кроме того, полученные результаты косвенно свидетельствуют о сохранении направления поляризации излучения в таком волокне и, следовательно, сохранении структуры отдельной моды на выходе. Для возбуждения моды LP_{11} использовался фазовый модан, рассчитанный итерационным методом [4]. Хотя расчет проводился для моды Гаусса – Эрмита (1,0), распределение интенсивности такой моды весьма близко к распределению интенсивности LP_{11} моды. При начальной настройке на основную моду плоскопараллельная подложка формирующего модана (Модан 1) уже присутствует в луче [43] и ее параллельный сдвиг не вызовет каких - либо изменений условий ввода. Это позволяет существенно сократить время настройки схемы на возбуждение другой моды, используя настройку на основную моду как базовую. Необходимо лишь передвигать подложку формирующего модана до попадания в лазерный луч фазовой структуры, при этом лишь немного изменяя фокусировку по критерию максимально эффективного ввода. Контролируя при этом корреляционное поле (рис. 98), убеждаемся в возбуждении требуемой моды. В оптической схеме не предусмотрен поворот волокна вокруг оси, поэтому необходимо дополнительно проконтролировать угловую ориентацию возбуждаемой моды.

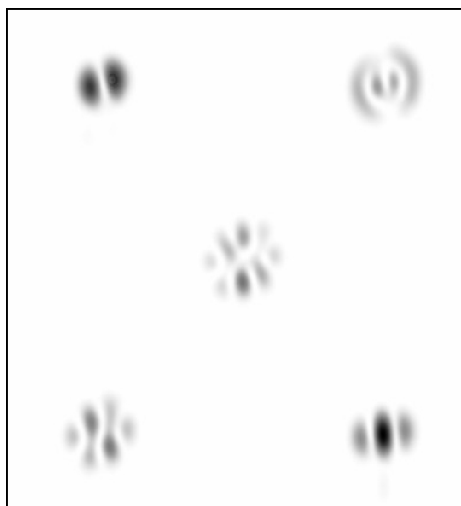


Рис. 98. Распределение интенсивности в корреляционном поле при возбуждении моды с помощью фильтра

Полученное в эксперименте распределение интенсивности на выходе волокна при возбуждении моды LP_{11} (см. рис. 99) свидетельствует о сохранении угловой ориентации введенной моды на всем протяжении волокна. Волокно было свободно уложено кольцами диаметром около 20 см. Для подтверждения модового характера амплитудно-фазового распределения, полученного на выходе волокна, регистрировалось распределение вышедшего из волокна пучка в дальней зоне (см. рис. 100), для чего в схеме удалялся анализирующий модан (Модан 2).

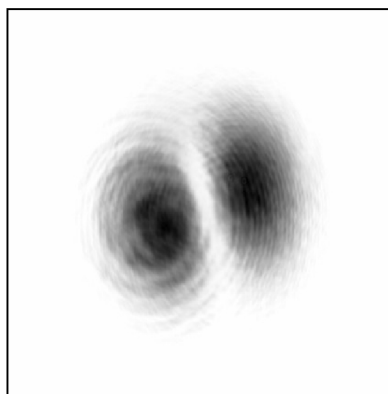


Рис. 99. Распределение интенсивности на выходе волокна при возбуждении моды LP11

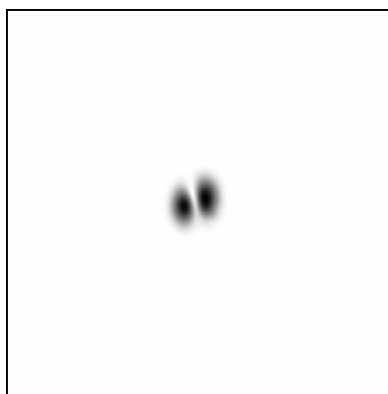


Рис. 100. Распределение интенсивности вышедшего из волокна пучка в дальней зоне

Сохранение структуры распределения интенсивности при распространении пучка свидетельствует о его модовом характере [4].

Энергия моды LP_{11} на выходе оптоволокна составляла около 30% от энергии лазера, при энергетической эффективности самого МО-ДАНа около 38% [40], откуда можно определить эффективность ввода моды в волокно как порядка 75%.

Проведены также исследования для более длинного (50 метров) отрезка волокна, намотанного на барабан. Измерения показали в це-

лом большую нестабильность как для моды LP_{01} , так и для моды LP_{11} по сравнению с предыдущей серией экспериментов.

Таким образом, экспериментальные результаты, приведенные в [43], подтверждают принципиальную возможность построения волоконной оптической системы связи с поперечно-модовым уплотнением на основе использования элементов дифракционной оптики.

7. ОПТОВОЛОКОННЫЕ ДАТЧИКИ НА ОСНОВЕ СЕЛЕКЦИИ МОД

Волоконно-оптические преобразователи в зависимости от физической основы используемых в них явлений можно подразделить на два типа – интерференционные и амплитудные. В преобразователях интерференционного типа используют, как правило, два одномодовых световода, причем физическому воздействию подвергается один световод, в то время как другой является опорным, и далее получают интерференционную картину, расшифровав которую определяют величину физического воздействия. В преобразователях амплитудного типа используют один многомодовый световод. В таких преобразователях измеряют изменения амплитуды светового потока в световоде в результате внешнего воздействия. Изменения амплитуды происходят из-за перехода части энергии направляемых мод в неканализуемые моды в результате физического воздействия. Вид этих воздействий различен в различных преобразователях. Но, независимо от вида воздействия, переход энергии в неканализуемые моды будет осуществляться по-разному для различных мод.

Для мод более высоких порядков, то есть находящихся ближе к отсечке, энергия света локализована ближе к границам сердечника световода и, следовательно, будет переходить в неканализуемые моды при меньших величинах воздействий, чем для мод более низких порядков. Именно на разной чувствительности разных мод к внешним воздействиям в волоконно-оптических преобразователях амплитудного типа и базируется выигрыш в характеристиках преобразователей в результате введения в них анализатора и формирователя поперечных мод. Здесь следует отметить, что применение модовой фильтрации также позволяет добиться улучшения характеристик интерференционных волоконно-оптических преобразователей [90]. При этом используется интерференция между модами одного свето-

вода, что позволяет упростить конструкцию по сравнению с известными [91]. Этот же принцип может использоваться и для контроля профиля показателя преломления самого световода [92], что также является важной задачей.

7.1 Исследование связи мод, вызванной периодическими микроизгибами градиентного волоконного световода

Среди конструкций волоконно-оптических преобразователей физических величин значительное место занимают датчики микроперемещений, построенные на основе измерения потерь мощности излучения на микроизгибах световода. Физической основой построения волоконно-оптического преобразователя является связь мод, возникающая при деформации световода. При этом энергия излучения перераспределяется между модами, часть ее переходит в неканализуемые моды, что приводит как к изменению энергии отдельных мод, так и к уменьшению общего светового потока в волокне. Именно на регистрации общего светового потока основаны многие известные конструкции преобразователей. Однако этот эффект является вторичным и, следовательно, его чувствительность к деформациям существенно (в 4-5 раз для градиентного световода) меньше, чем чувствительности отдельных мод. Для повышения чувствительности общего светового потока используют конструкции преобразователей, где световод подвергается многократным периодическим изгибам с периодом, близким к периоду осцилляции луча в световоде, и таким образом возникают резонансные явления, способствующие увеличению потерь.

Впервые [93, 94] модовая селекция была применена именно в микроизгибном волоконно-оптическом преобразователе. Для этого в оптической схеме установки возбуждения и анализа поперечных мод (см. рис. 92) дополнительно вводилось деформирующее устройство в соответствии с принципиальной схемой, показанной на рис. 101.

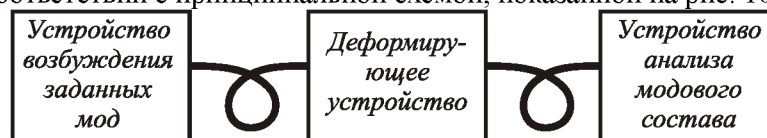


Рис. 101. Принципиальная схема волоконно-оптического преобразователя

Деформирующее устройство располагалось на расстоянии 0,3 метра от входного торца волокна, при общей длине волокна около 1,5 метра [95]. Для создания периодических изгибов волокно пропускалось между двумя профилированными пластинами. Обращенные к волокну поверхности пластин были образованы зубцами треугольного профиля с пространственным периодом $\Lambda = 1,5$ мм и числом периодов $k = 5$. Амплитуда изгибов волокна h регулировалась посредством приложения к верхней пластине внешней силы и контролировалась с помощью микроскопа и окулярного микрометра.

Все параметры остальных элементов оптической установки приведены в [95].

В процессе измерений параметры устройства возбуждения мод не менялись, поэтому нормирующая ветвь оптической схемы не использовалась. Полученные в эксперименте зависимости относительных мощностей мод

$$P_{0p}(h) = \frac{|C_{0p}(h)|^2}{|C_{00}(h)|^2_{h=0}}, \quad (218)$$

приведены пунктиром на рис. 102.

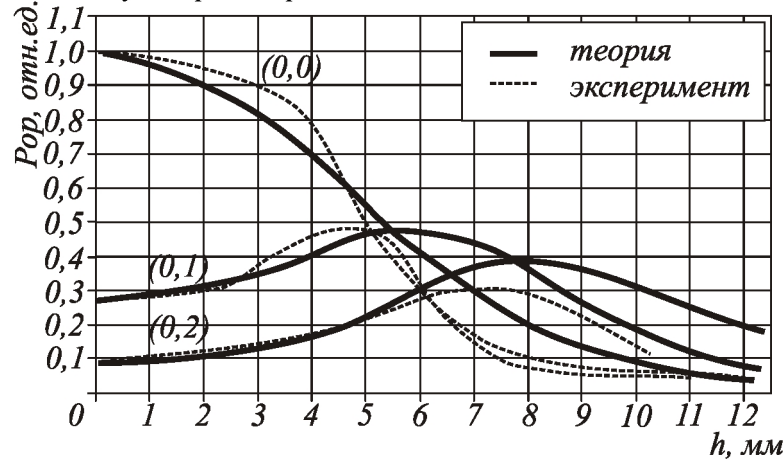


Рис. 102. Зависимость мощностей мод от амплитуды микроизгибов (сплошная линия – теория, пунктир – эксперимент)

Из рис. 102 видно, что характер зависимостей полностью соответствует теории, однако все изменения мощностей мод при деформациях более 5-6 мкм происходят несколько быстрее (при меньших деформациях), чем предсказывается теорией.

Для сравнения с ранее полученными характеристиками таких преобразователей была также снята зависимость по интегральному световому потоку. Соответствующий график приведен на рис. 103 в сравнении с мощностью основной моды.

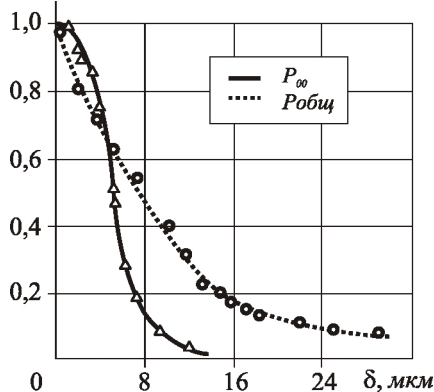


Рис. 103. Изменения полного светового потока и мощности основной моды в зависимости от амплитуды микроизгибов

Из рис. 103 видно, по меньшей мере, двукратное повышение чувствительности для основной моды по сравнению с полным световым потоком. Однако зависимость полного светового потока характеризуется большей линейностью, хотя при условии соответствующей коррекции это не является существенным преимуществом.

7.2 Исследование зависимости мощностей мод на выходе ступенчатого волоконного световода от величины его прогиба

Описанная выше конструкция преобразователя с многократным периодическим изгибом световода, помимо сложности, обладает также и повышенной массой, что ухудшает механические частотные характеристики преобразователей. При этом весь диапазон измеряемых деформаций оказывается в пределах 10-15 мкм. С другой сто-

роны, известно, что промышленно выпускаемые волокна выдерживают без разрушения изгибы глубиной до 100 мкм. В работе [96] было предложено упростить механическую конструкцию деформирующего устройства, ограничившись всего одним изгибом с максимальной глубиной порядка 50-60 мкм (и таким же расстоянием между опорами, как в [94]). Масса и габариты подвижной части деформирующего устройства при этом уменьшаются, что помимо массогабаритных характеристик улучшает и частотные характеристики. При этом модовая фильтрация позволяет сохранить чувствительность такого преобразователя на уровне преобразователя с многократными изгибами и измерением полного светового потока. Сверх того, описываемая конструкция позволяет, измеряя энергии мод разных порядков, перестраивать чувствительность преобразователя в процессе измерений. Соответствующие эксперименты с многомодовыми градиентными световодами описаны в работах [96, 97]. Была показана принципиальная возможность создания такого класса преобразователей, однако был выявлен и недостаток данного подхода, а именно наличие довольно большой (порядка 0,3-0,4 от максимума) постоянной составляющей в мощностях мод высших порядков, не зависящей от величины прогиба световода. Согласно теоретической модели для идеального параболического профиля такое явление не должно было наблюдаться. Поэтому его объяснение следует, видимо, искать в отклонении профиля показателя преломления световода от теоретической модели, а также в значительном числе высших мод в таких световодах, создающих помехи при неидеальности самих ДОЭ. С другой стороны, как было показано в [95], более высокие селективность возбуждения и точность анализа поперечных мод достигаются в маломодовом световоде со ступенчатым профилем показателя преломления. Соответствующие эксперименты по измерению зависимости мощностей мод в ступенчатом световоде от глубины микроизгиба описаны в работе [31].

Для создания единичного микроизгиба с заданной глубиной было разработано и изготовлено специальное деформирующее устройство, эскиз которого показан на рис. 104.

Оно представляет собой основание 1 (рис. 104), на котором смонтированы рычаг (2) с возвратной пружиной (3) и нажимной пластиной (4) и узел регулируемых опор. Ось рычага опирается на призму (5). Контроль перемещения рычага осуществляется при по-

мощи индикатора (6), который установлен на одной платформе (7) с нажимным болтом (8). Сам узел регулируемых опор (рис. 104) включает два упора (9) для пружин (10), поджимающих опоры (11), на которых и лежит волокно. Расстояние между опорами можно регулировать болтом (12) с коническим хвостовиком, который, проходя между опорами, ограничивает расстояние между ними. В [95] расстояние между опорами выбиралось около 1 мм для обеспечения сравнимости с ранее полученными результатами [96]. Контролируемая деформация волокна осуществляется при вращении нажимного болта, который перемещает рычаг и, в соответствии с соотношением плеч рычага (около 1: 7,5), нажимную пластину.

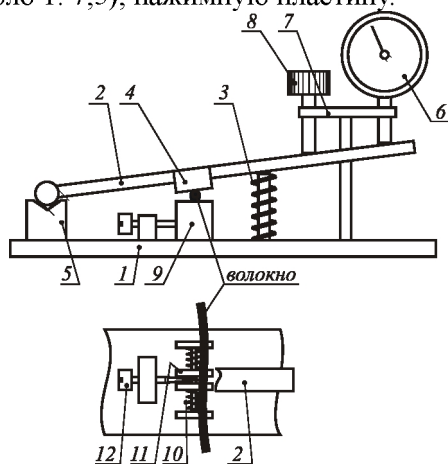


Рис. 104. Эскиз деформирующего устройства

Параметры устройства возбуждения заданных мод и волоконного световода, а также методика юстировки ничем не отличаются от описанных в п. 6 и в [43]. Также использовалось коммерческое одномодовое волокно SMF-28 длиной 2 м. Некоторые отличия в технике анализа мощностей поперечных мод обусловлены тем, что для данных измерений использовался другой МОДАН, рассчитанный для большего количества мод. Этот фазовый элемент подробно описан в работе [30]. Соответственно были изменены некоторые параметры оптической схемы рис. 92.

Из-за большого (примерно в 5 раз) радиуса основной моды для получения требуемого масштаба в плоскости ПЗС-камеры необходимо помещать сам фазовый элемент не в параллельный пучок, как было сделано ранее, а в расходящийся, с тем чтобы расстояние от Фурье-преобразующего объектива до ПЗС-камеры составляло около 1 м. В поле зрения ПЗС-камеры оказывается около девяти различных мод, и среди них все, существующие в данном волокне. Такой масштаб, как будет показано в дальнейшем, обеспечивает приемлемую (на уровне шумов) систематическую погрешность измерений.

Главное отличие использовавшегося фильтра состоит в отсутствии основной моды. Критерием настройки являются минимальные значения интенсивности в центрах всех дифракционных порядков. На рис. 105 приведено распределение интенсивности в выходной плоскости Фурье-каскада с пространственным фильтром (корреляционное поле) при настройке ввода в волокно на основную моду.

Рисунок требует некоторых пояснений. Поскольку применялся бинарно-фазовый элемент, его Фурье-образ обладает центральной симметрией относительно нулевого порядка, который отчетливо виден на рисунке. Рамка на рисунке несколько смещена, чтобы захватить с одной стороны большее количество мод. Следует отметить, что для обработки данного изображения была применена программа, описанная в [95].

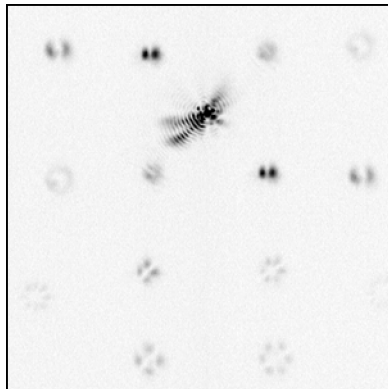


Рис. 105. Распределение интенсивности в выходной плоскости Фурье-каскада при настройке на основную моду для фазового фильтра

Результат обработки одного из изображений, полученных в ходе эксперимента, показан на рис. 106.

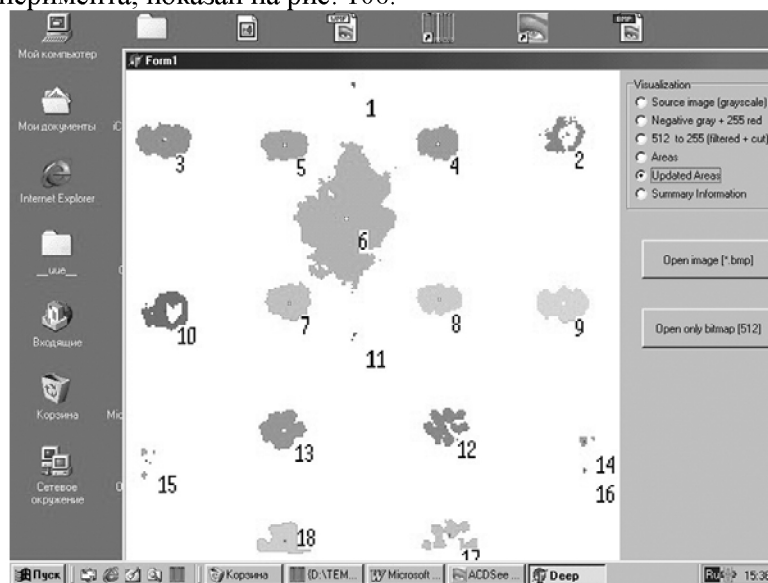


Рис. 106. Результат обработки полученного распределения интенсивности с целью нахождения центров дифракционных порядков

Таблица 25 показывает связь порядковых номеров с конкретными модами.

Таблица 25. Соответствие нумерации порядков индексам мод

Номера порядков	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11
Моды	LP03	LP12	LP02	LP11	LP02	LP11	LP12	LP03	LP21	LP31

Теперь можно перейти к следующему этапу, а, именно к измерению зависимости мощности моды от величины деформации волокна. Вначале была выбрана та же мода LP_{11} , что и в п. 6. Вид корреляционного поля при ее возбуждении показан на рис. 107.

Отчетливо виден соответствующий корреляционный пик, а также отсутствие пиков в других порядках дифракции. На рис. 108 показана область расположения корреляционного пика. Видно, что на пик

приходится 10-15 пикселей по каждой оси, что вполне достаточно для его измерения с погрешностью, не превышающей уровень шумов.

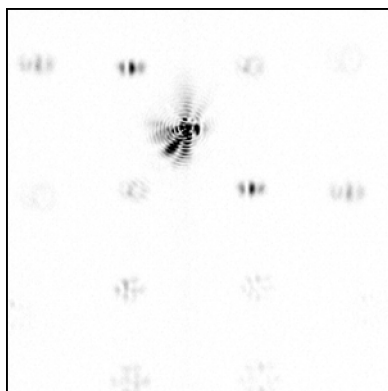


Рис. 107. Распределение интенсивности в выходной плоскости Фурье-каскада при настройке на моду LP_{11} для фазового фильтра

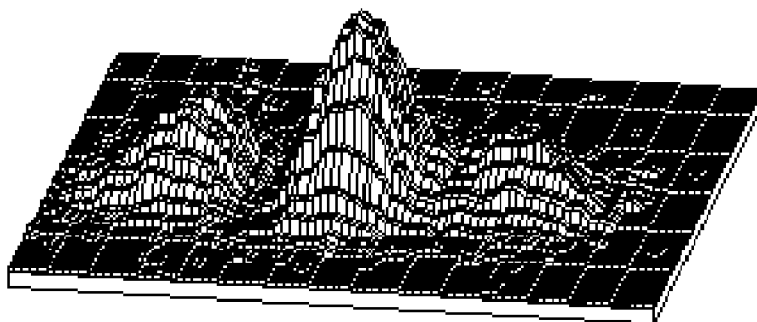


Рис. 108. Распределение интенсивности в области расположения корреляционного пика

При деформации волокна вид корреляционного поля меняется из-за перераспределения энергии между модами. При этом нарушается симметрия распределений интенсивности в дифракционных порядках. На рис. 109 показано корреляционное поле при глубине изгиба 60 мкм. Остальные параметры оптической схемы те же, что и на рис. 107.

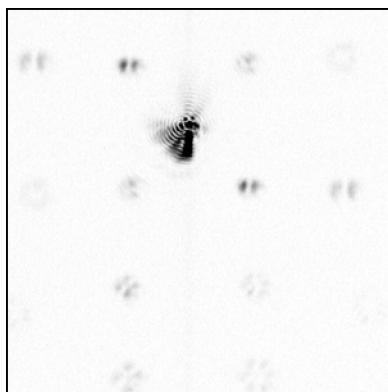


Рис. 109 Дифракционная картина при глубине изгиба волокна 60 мкм

На рис. 110 приведена экспериментальная кривая зависимости мощности моды LP_{11} от глубины изгиба волокна. Зависимость носит нелинейный характер. Видно, что доля постоянной составляющей в ней всего около 0,17 в отличие от результатов, полученных ранее для градиентного волокна [96, 97], где она была около 0,3-0,4, причем стабилизация мощности происходит при том же значении глубины изгиба около 75 мкм. Этот результат лучше соответствует теории [95] и дает возможность увеличить динамический диапазон и точность преобразователя, базирующегося на данном эффекте.

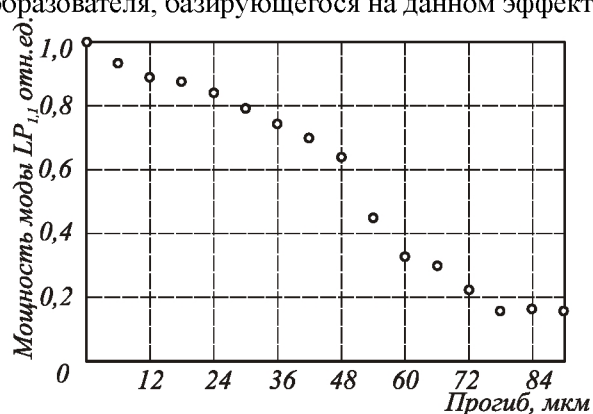


Рис. 110. Зависимость мощности моды LP_{11} от глубины изгиба волокна

Также была получена зависимость мощности основной моды в сравнении с общим световым потоком от глубины микроизгиба, аналогичная приведенной на рис. 103. Она приведена на рис. 111.

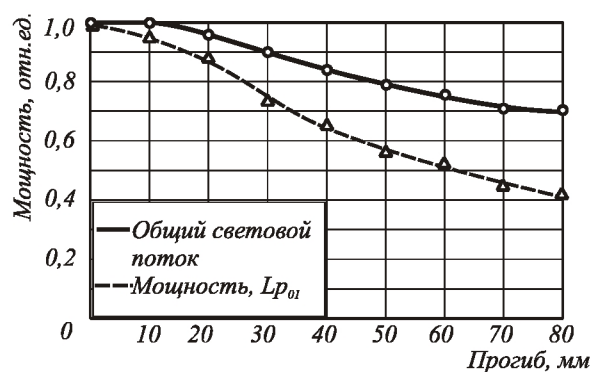


Рис. 111. Изменения полного светового потока и мощности основной моды в зависимости от амплитуды микроизгибов в ступенчатом световоде

Из рис. 111 видно, что имеются некоторые различия по сравнению со случаем многоизгибного преобразователя на основе градиентного световода (см. рис. 103). Кривые стали более похожи по характеру нелинейности, а двукратное повышение чувствительности теперь наблюдается для всего диапазона исследованных деформаций. И та и другая кривые характеризуются большей долей постоянной составляющей, чем у многоизгибного преобразователя (см. рис. 103), что, видимо, связано с наличием всего одного изгиба световода. Кроме того, наблюдается более чем двукратное повышение чувствительности по общему световому потоку по сравнению с одноизгибным преобразователем на основе градиентного световода [96, 97] (снижение полного светового потока до уровня 0,8 происходит при вдвое меньшей деформации световода), а также менее значительное (около 20%) повышение чувствительности по основной моде. Объяснение этому следует искать в различии диаметров сердечника, который у ступенчатого световода значительно меньше, и, таким образом, при изгибе излучение быстрее покидает такой световод, чем градиентный многомодовый.

Отсюда следует вывод о предпочтительности использования в таких преобразователях мод более высоких порядков, для которых доля постоянной составляющей существенно меньше (см. рис. 110).

Таким образом, применение селективного возбуждения мод и анализа модового состава с помощью ДОЭ позволяет повысить чувствительность и расширить динамический диапазон волоконно-оптических датчиков физических величин.

СПИСОК СПЕЦИАЛЬНЫХ ТЕРМИНОВ

Моды лазерного излучения
Инвариантность к оператору распространения
Моды Гаусса-Лагерра
Моды Гаусса-Эрмита
Моды Бесселя
Моды резонатора
Волноводные моды
Градиентные волноводы
Ступенчатые волноводы
Метод Кирка-Джонса
Метод обобщенных проекций
Преобразование Ханкеля
Итерационный алгоритм Фьенапа
Инвариантные модовые пакеты
Периодическое самовоспроизведение
Модовая фильтрация
Селективное возбуждение мод

СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Что такое “канализуемая мода”?
2. Что такое “инвариантность” и “самовоспроизведение пучка”?
3. Сохраняет ли многомодовый лазерный пучок свою структуру при распространении?
4. Какие моды градиентных оптических волокон вы знаете?
5. Модами какой оптической среды являются функции Бесселя?
6. Каковы фундаментальные свойства мод?
7. Изменяют ли свою структуру моды Гаусса-Эрмита при распространении в свободном пространстве?
8. Являются ли моды Гаусса-Эрмита взаимортогональными?
9. Какие моды имеют винтовой характер фазы?
10. Какие моды образуют инвариантные модовые пакеты?
11. Почему энергетическая эффективность одномодового модана не может быть 100%?

12. Что принято понимать под измерением обобщенного модового спектра?

13. Почему требуется рассчитывать моданы с чисто фазовой функцией пропускания?

14. На чем основано построение быстрого алгоритма расчета ДОЭ, формирующего одномодовое радиально-симметричное распределение?

15. На чем основано поперечно-модовое уплотнение каналов связи в волоконно-оптических линиях связи?

16. Как сильно можно повысить чувствительность оптоволоконного датчика микроперемещений за счет селективного контроля мощности отдельных мод?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ярив, А.** Квантовая электроника / А. Ярив - М: Сов. Радио, 1980.
2. **Адамс, М.** Введение в теорию оптических волноводов / М. Адамс - М.: Мир, 1984.
3. **Berdague, S.** Mode division multiplexing in optical fibers / S. Berdague, P. Facq // Appl. Optics.- 1982.- vol.21.- p.1950-1955.
4. **Soifer, V.A.** Laser beam mode selection by computer-generated holograms / Soifer V.A., Golub M.A. - CRC Press, Boca Raton, 1994.
5. **Anderson, D.Z.** Stabilization of the speckle pattern of a multimode fiber undergoing bending / D.Z. Anderson, M.A. Bolshtyansky, B.Ya. Zel'dovich // Optics Lett.- 1996.- vol.21.- Issue 11.- p.785-787.
6. **Bolshtyansky, M.A.** Stabilization of transmission function: theory for an ultrathin endoscope of one multimode fiber / M.A. Bolshtyansky, B.Ya. Zel'dovich // Applied Optics.- 1997.- vol.36.- Issue 16.- p.3673-3681.
7. **Shinmura, Y.** Observation of mode in graded-index optical fibers with bending and cross talk in MDM / Y. Shinmura, H. Ezoe, M. Yoshikawa // IEICE Trans. Electron.- 1997.- vol.E80-C.- Issue 6.- p.828-830.
8. **Marcuse, D.** Theory of dielectric optical waveguides / D. Marcuse - Academic, San Diego, 1974.
9. **Raddatz, L.** An experimental and theoretical study of the offset launch technique for the enhancement of the bandwidth of multimode fibre links / [L. Raddatz et al] // IEEE J. of Lightw. Techn.- 1998.- p.324-331.
10. **Stuart, H.R.** Dispersive multiplexing in multimode fiber / H.R. Stuart // Proc. of OFC, Baltimore.- 2000.- p.305-307.
11. **Koonen, T.** Mode group diversity multiplexing for multi-service in-house networks using multi-mode polymer optical fibre / [T. Koonen et al] // Proc. IEEE/LEOS, Amsterdam.- 2002.- p.183-186.
12. **Poole, C.D.** Bend-induced loss for the higher-order spatial mode in a dual-mode fiber / C.D. Poole, S.-C. Wang // Opt. Lett.- 1993.- vol.18.- Issue 20.- p.1712-1714.
13. **Hwang, I.K.** Long-period fiber gratings based on periodic microbends / I.K. Hwang, S.H. Yun, B.Y. Kim // Opt. Lett.- 1999.- vol.24.- Issue 18.- p.1263-1265.
14. **Lee, K.S.** Fiber mode conversion with tilted gratings in an optical fiber / K.S. Lee, T. Erdogan // J. Opt. Soc. Am. A.- 2001.- vol.18.- Issue 5.- p.1176-1185.
15. **Thornburg, W.Q.** Selective launching of higher-order modes into an optical fiber with an optical phase shifter / W.Q. Thornburg, B.J. Corrado, X.D. Zhu // Opt. Lett.- 1994.- vol.19.- Issue 7.- p.454-456.

16. **Poon, A.W.** Spiral morphology-dependent resonances in an optical fiber: effects of fiber tilt and focused Gaussian beam illumination / A.W. Poon, R.K. Chang, J.A. Lock // *Opt. Lett.* - 1998.- vol.23.- Issue 14.- p.1105-1107.
17. **Bolshtyansky, M.A.** Use of skew rays in multimode fibers to generate speckle field with nonzero vorticity / M.A. Bolshtyansky, A. Yu. Savchenko, B.Ya. Zel'dovich // *Opt. Lett.* - 1999.- vol.24.- Issue 7.- p.433-435.
18. **Dubois, F.** Selective mode excitation in graded-index multimode fiber by a computer-generated optical mask / F. Dubois, Ph. Emplit, O. Hugon // *Opt. Lett.*, 1994.- vol.19.- Issue 7.- p.433-435.
19. **Павельев, В.С.** Методы компьютерной оптики / В.С. Павельев, В.А. Соифер; под ред. В.А. Соифера - М.: Физматлит, 2000. Гл.6.- 688с.
20. *Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements* / V.A. Soifer, ed. - John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
21. **Marcuse, D.** Light transmission optics / D. Marcuse - Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1972.
22. **Cherin, A.H.** An introduction to optical fibers / A.H. Cherin - McGraw-Hill book Co., Singapore, 1987.
23. **Koshiba, M.** Optical waveguide analysis / M. Koshiba - McGraw-Hill Inc., Tokyo, 1990.
24. *Справочник по специальным функциям* / по ред. М. Абрамовица и И. Стиган - М.: Наука, 1979.
25. **Снайдер, А.** Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Д. Лав - М.: Радио и связь, 1987.
26. **Levi, L.** Applied optics / L. Levi - John Wiley & Sons Inc., New York, 1980
27. **Gloge, D.** Weakly guided fibers / D. Gloge // *Appl. Opt.* - 1971.- vol.10.- p.2252-2258.
28. **Yeh, C.** Handbook of fiber optics. Theory and applications / C. Yeh - Academic Press Inc., New York, 1990.
29. Измерение орбитального углового момента светового поля с помощью дифракционного оптического элемента / [В.В. Котляр и др.] // *Автоматрия.* - 2002.- Т.38.- №3.- С.33-44.
30. Фазовый дифракционный фильтр, предназначенный для анализа световых полей на выходе волокна со ступенчатым профилем показателя преломления / [С.Н. Хонина и др.] // *Компьютерная оптика.* - 2003.- вып.25.- С.89-94.
31. **Карпеев, С.В.** Исследование зависимости мощностей мод на выходе ступенчатого волоконного световода от величины его прогиба / С.В. Карпеев, В.С. Павельев, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика.* - 2003.- вып.25.- С.95-99.
32. **Ананьев, Ю.А.** Оптические резонаторы и лазерные пучки / Ю.А. Ананьев - М.: Наука, 1990.

33. **Звелто, О.** Принципы лазеров / О. Звелто - М.: Мир, 1990.
34. **Унгер, Х.Г.** Планарные и волоконные оптические волноводы / Х.Г. Унгер - М.: Мир, 1980.
35. **Голуб, М.А.** Синтез пространственных фильтров для исследования поперечно-модового состава когерентного излучения / [М.А. Голуб и др.] // Квантовая электроника. - 1982. - Т.9. - № 9. - С.1866-1868.
36. **Голуб, М.А.** Экспериментальное исследование распределения мощности по поперечным модам в волоконном световоде с помощью пространственных фильтров / [М.А. Голуб и др.] // Квантовая электроника. - 1984. - Т. 11, № 9. - С.1869-1871.
37. **Bartelt, H.O.** Mode analysis of optical fibers using computer-generated matched filters / [H.O. Bartelt et al] // Electronic letters. - 1983. - vol.19. - Issue 7. - p.247-249.
38. Kirk J.P., Jones A.L. Phase-only complex valued spatial filter// JOSA. - 1971. - vol.61. - Issue 8. - p.1023-1028.
39. **Павельев, В.С.** Применение замечательных свойств собственных подпространств оператора распространения света в линзоподобной среде для решения задач компьютерной оптики / В.С. Павельев // Компьютерная оптика. - 2002. - вып.24. - С.58-61.
40. **Pavelyev, V.S.** Iterative calculation, manufacture and investigation of DOE forming unimodal complex distribution / [V.S. Pavelyev et al] // Optics and Lasers in Engineering. - 1998. - Issue 29. - p.269-279.
41. Реконструкция изображений / под ред. Г. Старка - М.: Мир, 1992. - 636с.
42. **Fienup, J.R.** Phase retrieval algorithms: a comparison / J.R. Fienup // Applied optics. - 1982. - vol.21. - Issue 15. - p.2758-2769.
43. **Карпеев, С.В.** Анализ и формирование поперечно-модового состава когерентного излучения в волоконном световоде со ступенчатым профилем показателя преломления при помощи ДОЭ / [С.В. Карпеев и др.] // Компьютерная оптика. - 2002. - вып.23. - С.4-9.
44. **Soifer, V.A.** Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation / V.A. Soifer, V.V. Kotlyar, L.L. Doscolovich - Taylor & Francis Ltd., 1997.
45. **Павельев, В.С.** Быстрый итерационный расчет фазовых формирователей мод Гаусса-Лагерра / В.С. Павельев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. - 1997. - вып. - С.15-20.
46. **Хонина, С.Н.** Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОЭ. I. Моделирование и эксперимент / [С.Н. Хонина и др.] // Компьютерная оптика. - 1998. - вып.18. - С.24-28.
47. **Хонина, С.Н.** Формирование мод Гаусса-Эрмита с помощью бинарных ДОЭ. II. Оптимизация апертурной функции / С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. - 1998. - вып.18. - С.28-36.

48. **Fedotovskiy, A.** Optical filter design for annular imaging / A. Fedotovskiy, K. Lehovec // *Appl. Opt.* - 1974. - vol.13. - Issue 12. - p.2919-2923.
49. **Прудников, А.П.** Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев – М.: Наука, 1983.
50. **Котляр, В.В.** Обобщенные Эрмитовы световые пучки в свободном пространстве / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // *Компьютерная оптика.* - 1997. - вып.17. - С.31-36.
51. **Хонина, С.Н.** Дифракционные оптические элементы, согласованные с модами Гаусса-Лагерра / С.Н. Хонина, В.В. Котляр, В.А. Сойфер // *Компьютерная оптика.* - 1997. - вып.17. - С.25-31.
52. **Лебедев, Н.Н.** Специальные функции и их приложения / Н.Н. Лебедев – М.:Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1953.
53. **Котляр, В.В.** Фазовые оптические элементы для формирования квазимод свободного пространства / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // *Квантовая электроника.* - 1991. - Т.18. - №11. - С.1391-1394.
54. **Doskolovich, L.L.** Calculation of quantized DOEs on the basis of a continuous series approach / [L.L. Doskolovich et al] // *Proceedings of SPIE.* - 1998. - vol.3348. - p.37-47.
55. **Cohn, R.W.** Pseudorandom phase-only encoding of real-time spatial light modulators / R.W. Cohn, M. Liang // *Appl. Opt.* - 1996. - vol.35. - Issue 14. - p.2488-2498.
56. **Ge, L.** Enumeration of illumination and scanning modes from real-time spatial light modulators / L. Ge, M. Duelli, R.W. Cohn // *Opt. Express.* - 2000. - vol.7. - Issue 12. - p.403-417.
57. **Juday, R.D.** Optimal realizable filters and the minimum Euclidean distance principle / R.D. Juday // *Appl. Opt.* - 1993. - vol.32. - p.5100-5111.
58. **Barnard, E.** Optimal error diffusion for computer-generated holograms / E. Barnard // *J. Opt. Soc. Am. A.* - 1986. - vol.5. - p.1803-1811.
59. **Cohn, R.W.** Approximating fully complex spatial modulation with pseudorandom phase-only modulation / R.W. Cohn, M. Liang // *Appl. Opt.* - 1994. - vol.33. - p.4406-4415.
60. **Duelli, M.** Modified minimum-distance criterion for banded random and nonrandom encoding / M. Duelli, M. Reece, R.W. Cohn // *J. Opt. Soc. Am. A.* - 1999. - vol.16. - Issue 10. - p.2425-2438.
61. **Ge, L.** Improved-fidelity error diffusion through blending with pseudorandom encoding / L. Ge, M. Duelli, R.W. Cohn // *J. Opt. Soc. Am. A.* - 2000. - vol.17. - Issue 9. - p.1606-1616.
62. **Berezny, A.E.** Computer-generated holographic optical elements produced by photolithography / A.E. Berezny, S.V. Karpeev, G.V. Uspleniev // *Opt. & Las. in Eng.* - 1991. - vol.15. - Issue 5. - p.331-340.

63. **Zhon, M.** Design of diffractive optical elements based on several simple formulas / [M. Zhon et al] // Opt. Eng.- 1998.- vol.37.- Issue.5.- p.1488-1493.
64. **Chu, D.C.** Recent Approaches to Computer Generated Holograms / D.C. Chu, J.R. Fienup // Opt. Eng.- 1974.- vol.13.- Issue 3.- p.189-195.
65. **Haskell, R.F.** New coding technique for computer-generated holograms / R.F. Haskell, B.C. Culver // Appl. Opt.- 1972.- vol.11.- Issue 11.- p.2712-2714.
66. Generation of Gauss-Hermite modes using binary DOEs / [S.N. Khonina et al] // Proceedings of SPIE: Photonics Prague'99, Device and Systems.- 2000.- vol.4016.- p.234-239.
67. **Сисакян, И.Н.** Тонкая оптика, синтезированная на ЭВМ / И.Н. Сисакян, В.А. Сойфер // Физические основы и прикладные вопросы голографии. – Л.: ЛИЯФ.- 1984.- С.142-164.
68. Rotating optical fields: experimental demonstration with diffractive optics / [P. Paakkonen et al] // Journal of Modern Optics.- 1998.- vol.45.- Issue 11.- p.2355-2369.
69. **Wyrowski, F.** Modulation schemes of phase gratings / F. Wyrowski // Opt. Eng.- 1992.- vol.31.- Issue 2.- p.251-257.
70. Optical Haar wavelet transform / [T.J. Burns et al] // Opt. Eng.- 1992.- vol.31.- Issue 9.- p.1852-1858.
71. Invariant Laser Beams - Fundamental Properties and Their Investigation by Computer Simulation and Optical Experiment / [M. Duparre et al] // Optical Memory And Neural Networks.- 2000.- vol.9.- Issue 1.- p.45-56.
72. Исследование поперечно-модового состава бездисперсионных многомодовых пучков с помощью корреляционных фильтров / [В.С. Павельев и др.] // Компьютерная оптика.- 2002.- вып.23.- С.10-14.
73. Бессель-оптика / [А.Е. Березный и др.] // ДАН.- 1984.- Т.274.- №4.- С.802-805.
74. **Kotlyar, V.V.** Algorithm for the generation of nondiffracting Bessel modes / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // J. Mod. Opt.- 1995.- vol.42.- Issue 6.- p.1231-1239.
75. **Kotlyar, V.V.** Calculation of phase formers of non-diffracting images and a set of concentric rings / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // Optik.- 1996.- vol.102.- Issue 2.- p.45-50.
76. **Kotlyar, V.V.** An algorithm for the generation of laser beams with longitudinal periodicity: rotating images / V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, S.N. Khonina // J. Modern Opt.- 1997.- vol.44.- Issue 7.- p.1409-1416.
77. **Котляр, В.В.** Алгоритм расчета ДОЭ для генерации вращающихся модальных изображений / В.В. Котляр, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина // Автоматизация.- 1997.- №5.- С.46-54.

78. **Хонина, С.Н.** Формирование и передача на расстояние изображений с помощью мод Гаусса-Лагерра / С.Н. Хонина // Компьютерная оптика.- 1998.- вып.18.- С.71-82.
79. **Abramochkin, E.** Spiral-type beams / E. Abramochkin, V. Volostnikov // Opt. Comm.- 1993.- vol.102.- p.336-350.
80. **Schechner, Y.V.** Wave propagation with rotating intensity distributions / Y.V. Schechner, R. Piestun, J. Shamir // Physical Review E.- 1996.- vol.54.- Issue 1.- p.50-53.
81. **Ha, Y.** Diffractive optical element for Zernike decomposition / [Y. Ha et al] // Proc. SPIE 3557.- 1998.- p.191-197.
82. **Vasara, A.** Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms / A. Vasara, J. Turunen, A.T. Friberg // J. Opt. Soc. Am.- 1989.- vol.6.- p.1748-1754.
83. **Kotlyar, V.V.** Light field decomposition in angular harmonics by means of diffractive optics / V.V. Kotlyar, S.N. Khonina, V.A. Soifer // J. of Modern Optics.- 1998.- vol.45.- Issue 7.- p.1495-1506.
84. **Goodman, J.W.** Introduction to Fourier optics / J.W. Goodman – McGraw-Hill, Inc., San Francisco, 1968.
85. Experimental selection of spatial Gauss-Laguerre modes / [S.N. Khonina et al] // Optical Memory and Neural Networks.- 2000.- vol.9.- Issue 1.- p.69-74.
86. Experimental selection of spatial Gauss-Laguerre modes / [S.N. Khonina et al] // Компьютерная оптика.- 1999.- №19.- С.115-117.
87. Wavelength-multiplexing diffractive phase elements: design, fabrication, and performance evaluation / [Ogura et al] // J.Opt.Soc.Am A.- 2001.- vol.18.- Issue 5.- p.1082-1092.
88. Generation, Superposition And Separation Of Gauss-Hermite-Modes By Means Of DOEs / [M. Duparre et al] // Proc. SPIE.- 1998.- vol.3291.- p.104-114.
89. Realisation of an optical interconnection concept using transversal mode selection / [V.A. Soifer et al] // Proc. SPIE.- 2000.- vol.4316.- p.152-162.
90. А.с. СССР № 1569617. Волоконно-оптический интерферометрический датчик давления / [В.Н. Аджалов и др.] – опубл. 08.02.1990.
91. Волоконная оптика и приборостроение / [М.М. Бутусов и др.] - Л.: Машиностроение, 1987.
92. А.с. СССР № 1616317. Способ контроля профиля распределения показателя преломления в многомодовых волоконно-оптических световодах и линиях связи / [С.В. Карпеев и др.] – опубл. 22.08.1990.
93. Волоконно-оптический датчик давления / [Р. Виллш и др.] // Авторское свидетельство СССР № 1387615 от 08.12.1987 г.

94. Experimental investigation of mode coupling in a multimode graded-index fiber, caused by periodic microbends using computer-generated spatial filters / [V.P. Garitchev et al] // Optics Communication.- 1985.- vol. 55.- Issue 6.- p.403-405.
95. Анализ и формирование многомодовых лазерных пучков методами дифракционной оптики / С.В. Карпеев - Москва, "Радио и связь", 2005.
96. **Уваров, Г.В.** Волоконно-оптические преобразователи на основе разделения поперечных мод: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук / Г.В. Уваров - Куйбышев, 1988.
97. Mode-selective fiber sensor operating with computer-generated optical elements / [M.A. Golub et al] // Proceedings SPIE, OFSC'91.- 1991.- vol.1572.- p.101.

Учебное издание

*Павельев Владимир Сергеевич
Хонина Светлана Николаевна
Котляр Виктор Викторович
Казанский Николай Львович*

**УПРАВЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНО-МОДОВЫМ СОСТАВОМ
КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Учебное пособие

Технический редактор А. В. Волков
Редакторская обработка Т. Ю. Деппова
Корректорская обработка Т. И. Кузнецова
Доверстка Е. А. Волченкова

Подписано в печать 06.11.07. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 12,0.

Тираж 120 экз. Заказ . ИП-85/2007

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.