

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

А. И. Ермаков, Д. П. Давыдов, А. О. Шкловец

Численное моделирование вынужденных колебаний роторов ГТД

Электронное учебное пособие

Самара
2012

УДК СГАУ: 621.438.001.2
ББК СГАУ: 39.55

Авторы: **Ермаков Александр Иванович**
Давыдов Данила Петрович
Шкловец Александр Олегович

Рецензенты:

Заместитель генерального конструктора ОАО «Кузнецов»,
к-т техн. наук, Е. П. Кочеров;
Заведующий кафедрой теории двигателей летательных аппаратов,
д-р техн. наук, проф., В. Н. Матвеев

Ермаков А. И. Численное моделирование вынужденных колебаний роторов ГТД
[Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие / А. И. Ермаков, Д. П. Давыдов, А. О. Шкловец; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосмич. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Электрон. текстовые и граф. дан. (10,4 Мбайт). – Самара, 2012. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

В учебном пособии рассмотрено создание и расчет конечно-элементных моделей ротора ГТД. Приведено построение объемной, оболочечной и гармонической модели ротора ГТД. Описана методика учета жесткости опор ротора с применением пружинных КЭ, методика учета влияния гироскопического момента, рассмотрено построение резонансной диаграммы ротора и нахождение его критических частот вращения, приведена методика расчета амплитудно-частотных характеристик ротора при вынужденных колебаниях.

Учебное пособие предназначено подготовки специалистов второго факультета, обучающихся по специальности 160700.65 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» (ФГОС-3) и изучающих дисциплину «Динамика и прочность», 7 семестр, а также для самостоятельной работы студентов-дипломников, магистрантов и научных работников, чьи исследования связаны с турбомашиностроением.

УДК СГАУ: 621.438.001.2
ББК СГАУ: 39.55

Оглавление

Введение.....	4
Задание.....	5
1 Объемное моделирование ротора.....	7
2 Оболочечное моделирование ротора.....	19
3 Гармоническое моделирование ротора	28
4 Методика учета влияния гироскопического момента в программе ANSYS	30
5 Построение резонансной диаграммы ротора и нахождение его критических частот вращения.....	33
6 Расчет амплитудно-частотных характеристик вращающегося ротора при вынужденных колебаниях.....	36
Заключение.....	42
Список использованных источников.....	43
Приложение.....	44

ВВЕДЕНИЕ

Знание критических частот вращения ротора очень важно для обеспечения вибрационной прочности авиационных газотурбинных двигателей (ГТД). В современной практике конструирования для расчета критических частот вращения ротора применяется метод конечных элементов и основанные на нем пакеты программ, в частности, ANSYS. Основываясь на знаниях, полученных при изучении пакета ANSYS, курсов по основам метода конечных элементов, по динамике и прочности авиационных ГТД, студент может построить конечноэлементные модели ротора, рассчитать его критические частоты вращения и исследовать влияние на эти частоты различных параметров конструкции ротора. Применение различных типов конечных элементов (объемных, оболочечных, стержневых, гармонических) способствует как более глубокому пониманию метода конечных элементов и пакета программ ANSYS, так и повышению точности расчетов.

ЗАДАНИЕ

1) Построить объёмную, оболочечную и гармоническую конечно-элементные модели ротора и рассчитать его первую и вторую критические частоты вращения. Варианты геометрических параметров ротора заданы в Приложении. Пример задания приведен на рис. 1.

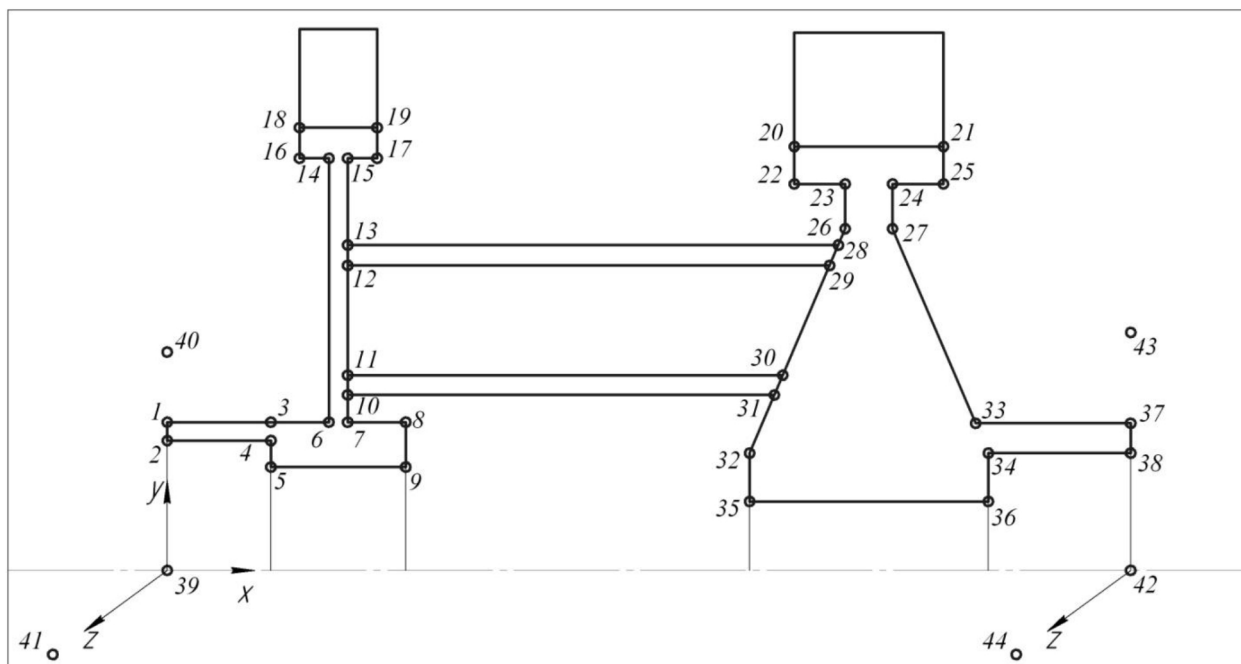


Рис. 1. Пример варианта геометрических параметров ротора

2) Описывается построение геометрии модели, применяемые конечные элементы. Приводится программа макроса. Приводятся собственные частоты первой и второй изгибных форм колебаний и сами формы. При выводе форм ротор располагается в плоскости ОХУ. Выполняется расчёт собственных частот ротора с недеформированными рабочими колёсами. При расчёте модуль упругости дисков и лопаток ротора принимается равным $2 \cdot 10^{15} \text{ Па}$. Также приводятся собственные частоты первой и второй изгибных форм колебаний и сами формы. Делается вывод о влиянии податливости опор на величины критических частот вращения.

3) Провести исследование влияния на критические частоты вращения ротора жёсткости его отдельных участков. Исследование проводится с помощью гармонической или стержневой модели. Жёсткости проставок и носков вала изменяются за счёт увеличения или уменьшения их толщин. Расчёты выполняются для двух увеличений толщины каждой проставки или носка вала отдельно ($\Delta h_1 = 2 \text{ мм}, \Delta h_2 = 4 \text{ мм}$). Результаты расчёта оформляются в виде графика (рис. 2):

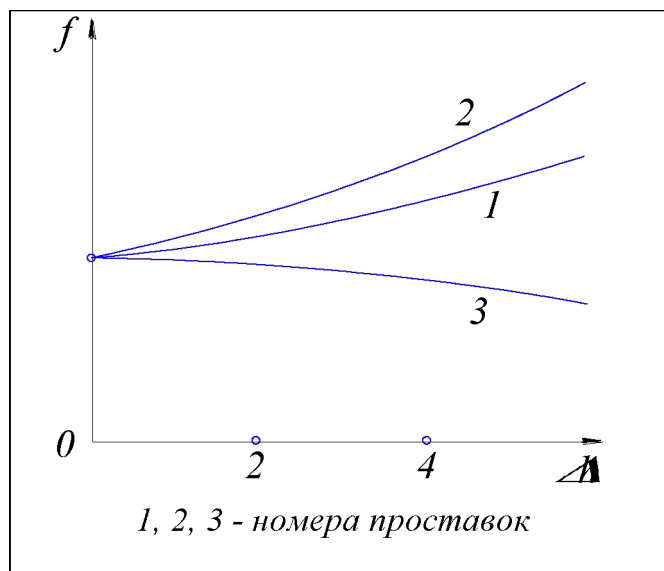


Рис. 2. Графики зависимости резонансной частоты от толщины проставок

4) На основании полученных результатов выполнить частотную отстройку вверх на 5% с минимальным изменением массы ротора. Отстройка сначала выполняется для гармонической модели, а затем проверяется для объёмной модели. Делается вывод о достигнутых результатах. Провести исследование влияния на критические частоты вращения ротора жёсткости дисков рабочих колёс.

1 ОБЪЕМНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОТОРА

1. Построить ключевые точки, определяющие поперечное сечение ротора. Координаты взять из таблицы 1.

Таблица 1 - Координаты ключевых точек для построения поперечного сечения ротора

N точек	Координаты			N точек	Координаты		
	x	y	z		x	y	z
1	-0,3878	0,08	0	20	0,2654	0,2662	0
2	-0,3878	0,065	0	21	0,3454	0,2662	0
3	-0,2578	0,08	0	22	0,2654	0,2412	0
4	-0,2578	0,065	0	23	0,2903	0,2412	0
5	-0,2578	0,05	0	24	0,3204	0,2412	0
6	-0,2403	0,08	0	25	0,3454	0,2412	0
7	0,2253	0,08	0	26	0,2904	0,2312	0
8	-0,2078	0,08	0	27	0,3204	0,2312	0
9	-0,2078	0,05	0	28	0,2864	0,2162	0
10	-0,2253	0,1112	0	29	0,2852	0,2112	0
11	-0,2253	0,1162	0	30	0,2605	0,1162	0
12	-0,2253	0,2112	0	31	0,2592	0,1112	0
13	-0,2253	0,2162	0	32	0,2554	0,0962	0
14	-0,2403	0,2512	0	33	0,3554	0,0962	0
15	-0,2253	0,2512	0	34	0,3554	0,0766	0
16	-0,2578	0,2512	0	35	0,2554	0,0562	0
17	-0,2078	0,2512	0	36	0,3553	0,0562	0
18	-0,2578	0,2662	0	37	0,5253	0,0962	0
19	-0,2078	0,2662	0	38	0,5253	0,0766	0

2. Построить поверхности по ключевым точкам. PrPr

Номера ключевых точек для каждой поверхности приведены в табл. 2. Обратите внимание на порядок выбора точек (выбор точек поверхности должен осуществляться по или против часовой стрелки)

Таблица 2 - Номера ключевых точек для построения поверхностей, составляющих поперечное сечение ротора

Номер поверхности	Номера ключевых точек
1	1,2,4,3
2	5,4,3,6,7,8,9
3	6,14,15,13,12,11,10,7
4	16,14,15,17,19,18
5	13,12,29,28
6	11,10,31,30
7	20,22,23,24,25,21
8	23,24,27,33,34,36,35,32,31,30,29,28,26
9	33,34,38,37

3. Построить 6 ключевых точек, определяющих подшипники ротора:

$K,39,-0.3878,0,0$
 $K,40,-0.3878,0.2,0$
 $K,41,-0.3878,0,0.2$
 $K,42,-0.5253,0,0$
 $K,43,-0.5253,0,0$
 $K,44,0.5253,0,0.2$

4. Выбрать два типа конечных элементов:

PrPr → **Element type** → **Add/Edit/Delete** → **Add**;

4.1 Выбрать в левом окне **shell181** (плоский конечный элемент будет вспомогательным для построения объемной сетки путем выдавливания по окружности плоской);

4.2 Выбрать в правом окне **3D 4 node 181** и нажать **Apply**;

4.3 Выбрать в левом окне **Solid**;

4.4 Выбрать в правом окне **Brick 8 node 185** и нажать **Ok**;

4.5 Нажать **Close**.

5. Задать свойства материалов элементов ротора:

PrPr → **Material Props** → **Material Models** → **Favorites** → **Linear Static**;

5.1 Задать свойства материала номер 1 носка вала компрессора: **Material** → **New Model**

$EX = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $Density = 4500 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.2 Задать свойства материала номер 2 диска компрессора:

$EX = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $Density = 4500 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.3 Задать свойства материала номер 3 диска турбины:

$EX = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $DENS = 8000 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.4 Задать свойства материала номер 4 носка вала турбины:

$EX = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $DENS = 8100 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.5 Задать свойства материала номер 5 проставки меньшего диаметра:

$EX = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $DENS = 7800 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.6 Задать свойства материала номер 6 проставки большего диаметра:

$EX = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $DENS = 7800 \text{ кг/м}^3$; $NUXY = 0.3$;

- 5.7 Нажать **Material** → **Exit**

6. Задать для каждой из линий построенной модели количество рёбер конечных элементов, которые будут сгенерированы в сечении ротора: **PrPr** → **Meshing** → **Size Cntrls** → **Manual Size** → **Lines** → **Picked Lines**

6.1 Задать в соответствии с рис. 3 количество рёбер элементов для линий сечения диска компрессора;

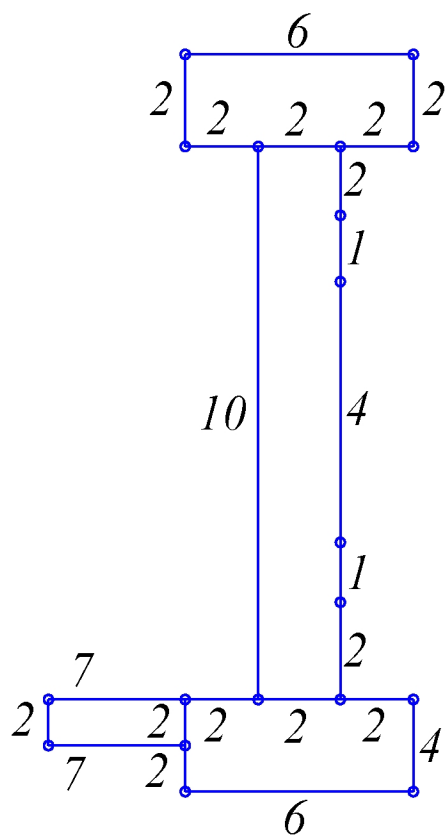


Рис. 3. Количество рёбер конечных элементов в линиях диска компрессора

6.2 Задать в соответствии с рис. 4 количество рёбер элементов для линий сечений проставок;

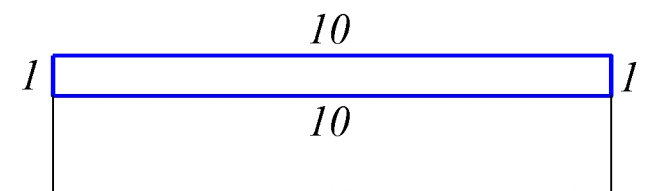


Рис. 4. Количество рёбер конечных элементов на линиях проставок

6.3 Задать в соответствии с рис. 5 количество рёбер элементов для линий сечения диска турбины;

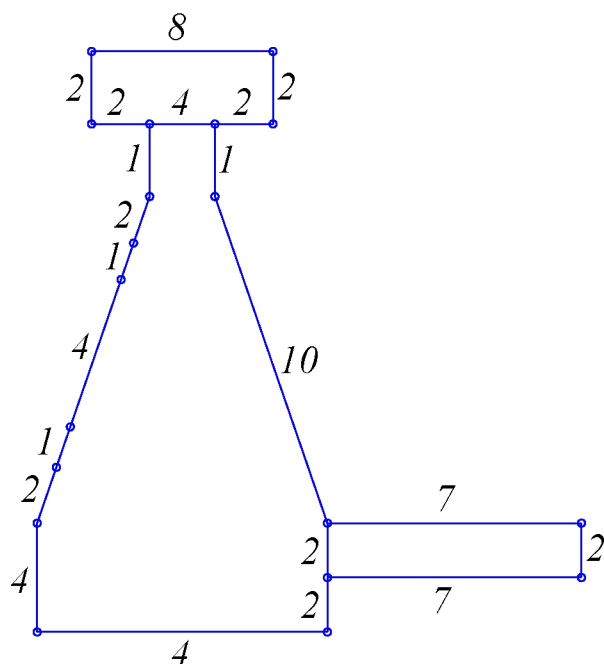


Рис. 5. Количество рёбер конечных элементов на линиях сечения диска турбины

7. Объединить в соответствии с рис. 7 линии оператором *Concatenate*

PrPr → *Concatenate* → *Lines*;

7.1 Выбрать линии группы C1;

Нажать *Apply*;

7.2 Выбрать линии группы C2;

Нажать *Apply*;

7.3 Выбрать линии группы C3;

Нажать *Apply*;

7.4 Выбрать линии группы C4;

Нажать *Apply*;

7.5 Выбрать линии группы C5;

Нажать *Apply*;

7.6 Выбрать линии группы C6;

Нажать *Apply*;

7.7 Выбрать линии группы C7;

Нажать *Ok*.

8. Сгенерировать сетку конечных элементов:

PrPr → *Meshing* → *Mesh* → *Areas* → *Mapped* → *3 or 4 side* → *Pick all*.

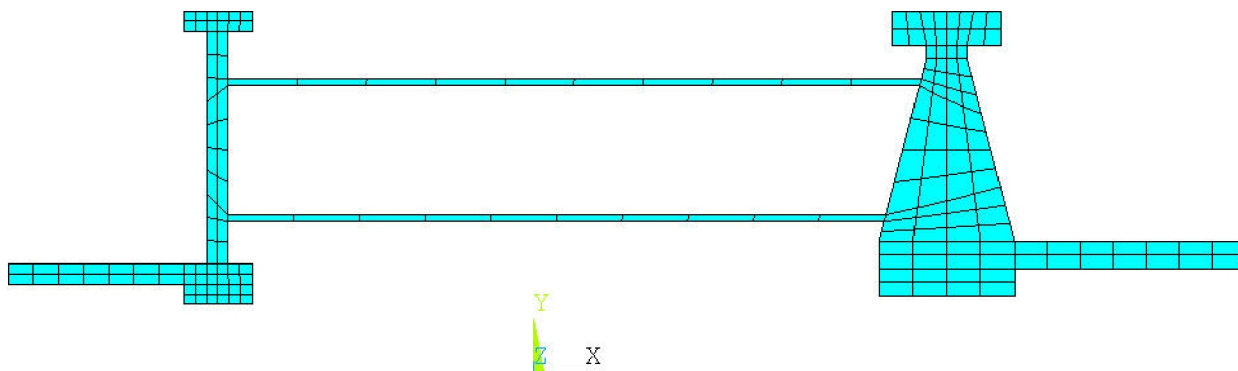


Рис. 7. Плоская КЭ модель ротора

9. Уничтожить объединение линий, выполненное оператором *Concatenate*:

PrPr → *Concatenate* → *Del Concats* → *Lines*.

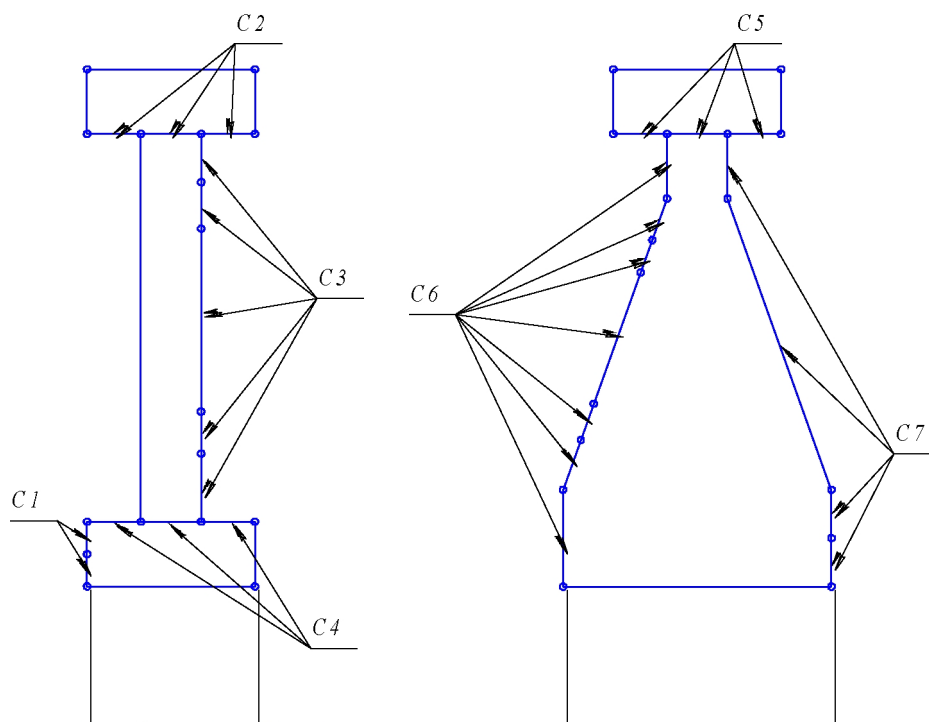


Рис. 8. Объединение линий оператором *Concatenate*

10. Создать объёмную геометрическую конечно-элементную модель ротора вращением сечения вокруг оси двигателя:

10.1 *PrPr* → *Modeling* → *Operate* → *Extrude; Elem Ext Opts*;

10.2 Задать для носка вала компрессора номер материала *Mat* равным *1*;

10.3 Задать число конечных элементов по четверти окружности ротора *VAL1* равным *7*;

10.4 Обеспечить уничтожение оболочечных конечных элементов, поставив *YES* в окне *Aclear*;

10.5 Нажать *Ok*;

10.6 Выбрать *About Axis* в разделе меню *Areas*;

10.7 Выбрать курсором поверхности сечений опор и нажать *Ok*;

10.8 Выбрать ключевые точки *KP39* и *KP42*, определяющие ось вращения и нажать *Ok*;

10.9 Задать угол поворота сечений равным *360°*;

10.10 Нажать *Ok*;

10.11 Выполнить аналогичные операции для дисков, носков вала и проставок ротора.

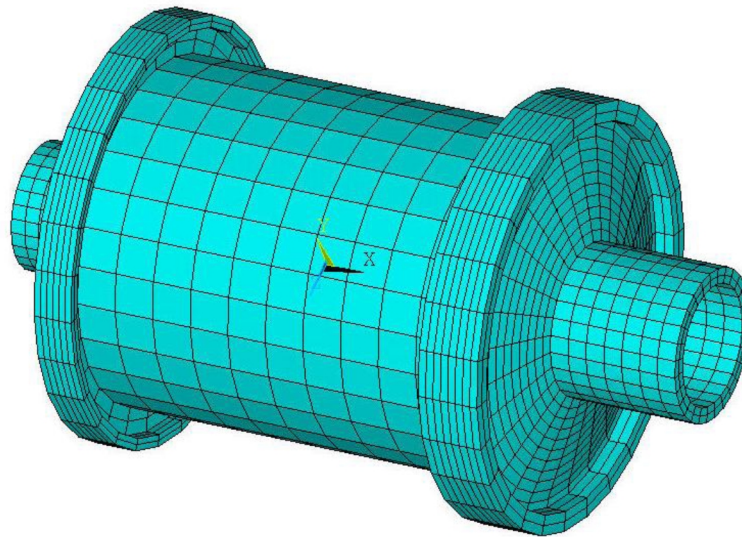


Рис. 9. Объёмная КЭ модель ротора

11. Построить лопатки компрессора и турбины:
 - 11.1 **PrPr** → **Create** → **Block by Dimensions**;
 - 11.2 Задать: $X1=-0.2578$, $X2=-0.2078$, $Y1=0.2662$, $Y2=0.3662$, $Z1=-0.003$, $Z2=0.003$;
 - 11.3 Нажать **Apply**;
 - 11.4 Задать: $X1=0.2654$, $X2=0.3454$, $Y1=0.2662$, $Y2=0.3862$, $Z1=-0.004$, $Z2=0.004$;
 - 11.5 Нажать **Ok**.
12. Задать в соответствии с рисунком 8 количество рёбер элементов на линиях объёма лопатки компрессора. С помощью команды **PrPr** → **Meshing** → **Mesh** → **Attributes** → **Picked Volumes** присвоить объёму лопатки компрессора материал диска компрессора.
13. Сгенерировать сетку объёмных конечных элементов в теле лопатки.
14. Совместить систему координат рабочей плоскости с глобальной прямоугольной системой координат:

UM → **Workplane** → **Align WP with** → **Global Cartesian**.

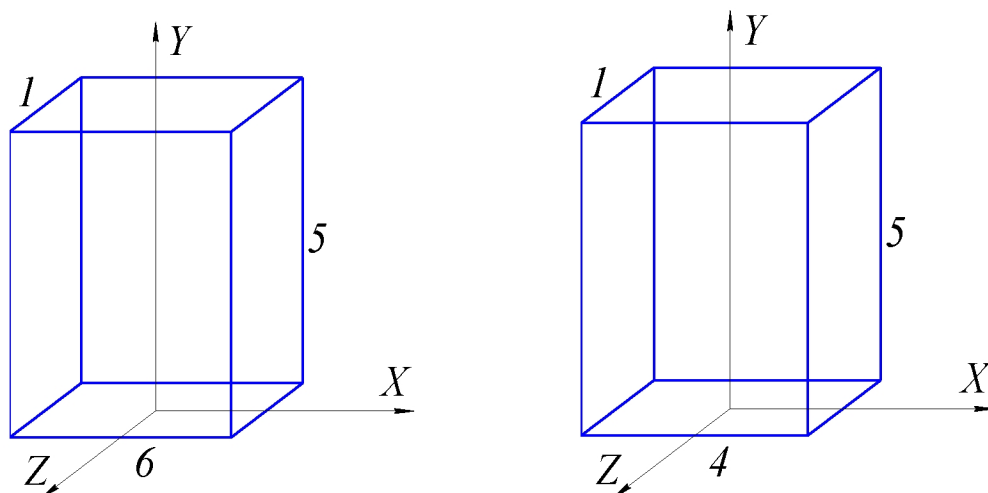


Рис.10. Количество рёбер конечных элементов на линиях объёмов лопаток компрессора (слева) и турбины

15. Развернуть систему координат рабочей плоскости таким образом, чтобы ось **X** была радиальной, а ось **Z** совпадала с осью ротора:

- 15.1 *UM* → *Workplane* → *Offset WP by Increments*;
- 15.2 Установить шаг измерения угла равным 90^0 ;
- 15.3 Повернуть систему координат рабочей плоскости относительно оси *Z* на угол $+90^0$;
- 15.4 Повернуть систему координат рабочей плоскости относительно оси *X* на угол -90^0 ;
16. Создать локальную цилиндрическую систему координат №11, оси которой совпадают с осями координат рабочей плоскости:
 - 16.1 *UM* → *Workplane* → *Local Coordinate System* → *Create Local CS* → *At WP Origin*;
 - 16.2 Задать: *KCN=11*, *KCS=Cylindrical 1*;
 - 16.3 Нажать *Ok*.
17. Сделать локальную систему координат №11 активной.
18. Создать четыре копии конечно-элементной модели лопатки, смещённые друг относительно друга по окружности на угол 90^0 :
 - 18.1 *PrPr* → *Copy* → *Volumes*;
 - 18.2 Задать *ITIME=4*, *DY=90*;
 - 18.3 В окне *NOELEM* выбрать *Volume and mesh*;
 - 18.4 Нажать *Ok*.
19. Связать лопатки и диск компрессора:
 - 19.1 Оператором *Select Entities* выбрать объём рабочего колеса компрессора;

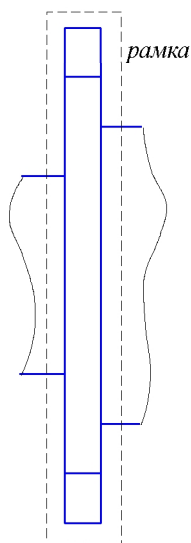


Рис. 11. Выбор геометрии операцией *Select*

- 19.2 Вывести на экран объём рабочего колеса;
- 19.3 В меню *Pan/Zoom/Rotate* выбрать вид слева;
- 19.4 Установить в меню *Select Entities* параметры *Elements*, *Attached to*, *Volumes*, *Reselect* и нажать *Apply*;
- 19.5 Вывести на экран конечно-элементную модель колеса (рис.12);

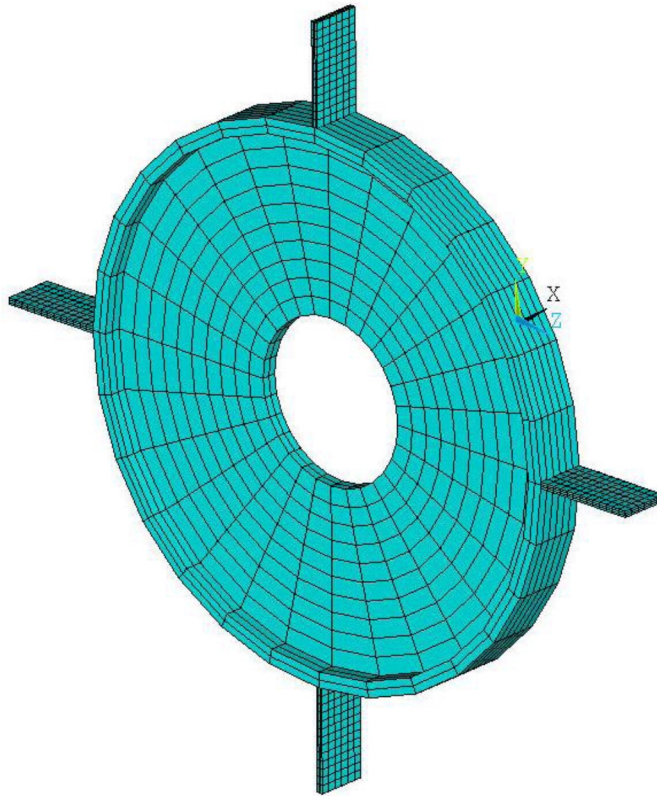


Рис. 12. Конечно-элементная модель рабочего колеса компрессора

19.6 Установить в меню *Select Entities* параметры *Elements, By Num/Pick, Reselect* и нажать *Apply*;

19.7 Рамкой выбрать по два конечных элемента, контактирующих с каждой из четырёх лопаток и после выбора 48 элементов (на виде слева видно только по 2 элемента с каждой четверти) нажать *Ok* (см рис. 13);

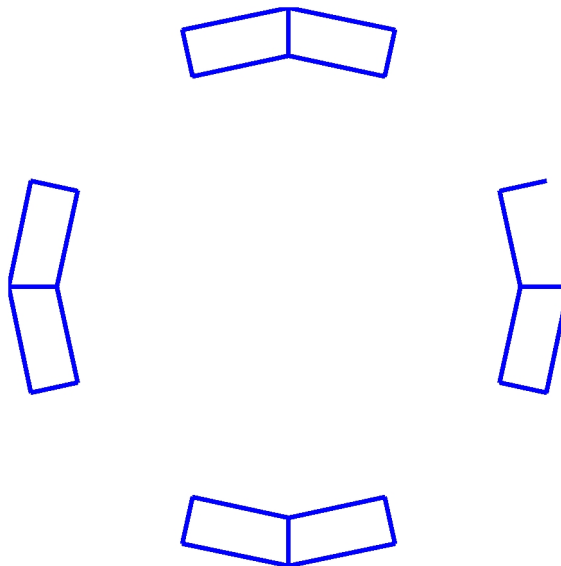


Рис. 13. Выбор конечных элементов для связи диска с лопатками

19.8 Вывести на экран объём колеса;

19.9 Установить в меню *Select Entities* параметры *Volumes, By Num/Pick, Reselect* и нажать *Apply*;

Выбрать курсором четыре лопатки колеса и нажать *Ok*;

- 19.10 Установить в меню *Select Entities* параметры *Areas, Attached to, Volumes, Reselect* и нажать *Apply*;
- 19.11 Установить в меню *Select Entities* параметры *Areas, By Num/Pick, Reselect* и нажать *Apply*;
- 19.12 Рамкой *Circle* охватить сечения всех четырех лопаток, по которым они контактируют с диском, и нажать *Ok*;
- 19.13 Установить в меню *Select Entities* параметры *Nodes, Attached to, Areas all, Reselect* и нажать *Apply*;
- 19.14 Вывести на экран узлы модели и убедиться, что присутствуют только узлы втулочных сечений лопаток;
- 19.15 *PrPr* → *Coupling/Ceqn* → *Adjacent Region*;
- 19.16 Установить допуск *TOLER=0.25 (25%)*;
- 19.17 Нажать *Ok*;
- 19.18 Выбрать оператором *Select Entities* все узлы конструкции.

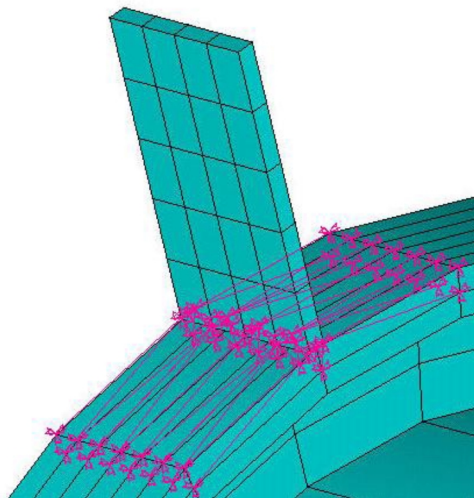
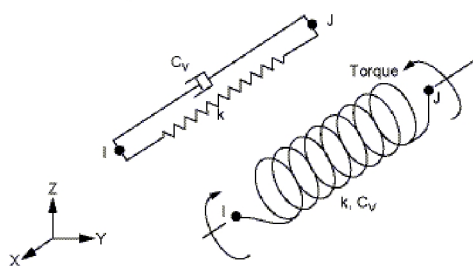


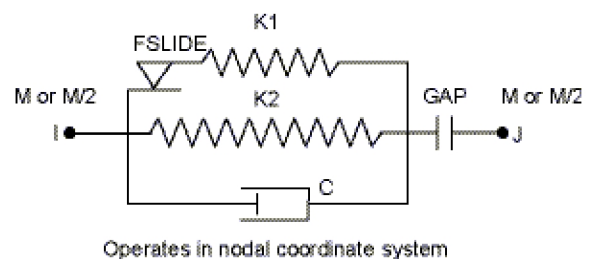
Рис. 14. Модель закрепления лопатки с диском компрессора

20. Задать в соответствии с рисунком 8 количество рёбер элементов на линиях объёма лопатки турбины.
21. Сгенерировать сетку объёмных конечных элементов в теле лопатки турбины.
22. Создать четыре копии конечно-элементной модели лопатки турбины, смещённых друг относительно друга по окружности на угол 90° .
23. Связать лопатки и диск турбины.
24. Моделирование опор ротора.

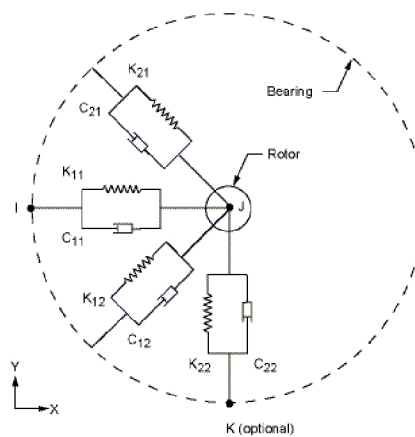
Для учета жесткости опор ротора в среде ANSYS применяются дискретные конечные элементы (рис. 15) типа: пружина-демпфер (COMBIN14), нелинейная пружина (COMBIN39), пружина-демпфер-элемент сухого трения-зазор (COMBIN40), матрица жесткости, масс, демпфирования (MATRIX27), двухмерная упруго-демпферная опора (COMBIN214).



COMBIN14



COMBIN40



COMBIN214

Рис. 15. Схемы дискретных конечных элементов

В исследованиях вынужденных колебаний ротора удобно использовать последний тип КЭ. COMBIN214 представляет собой дискретный элемент растяжения-сжатия с двумя степенями в каждом узле. Элемент имеет три узла, один из которых опциональный используется для ориентирования плоскости элемента в нелинейном анализе. Ключевая опция KEYOPT(2) в настройках КЭ определяет степени свободы (рис. 16). Узлы элемента должны лежать в плоскости параллельной заданной.

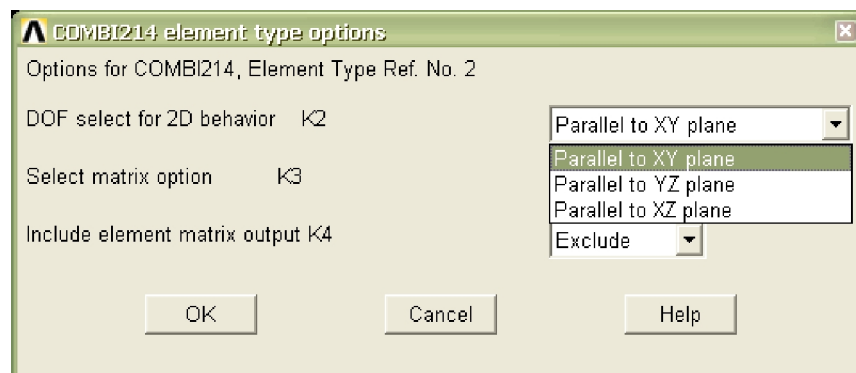


Рис. 16. Настройки COMBIN214

С помощью реальных постоянных задаются значения жесткости и демпфирования в двух взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 17). Это позволяет моделировать анизотропию опор или корпусных элементов. Также COMBIN214 имеет возможность задания параметров опоры в табличном виде, как функции частоты возбуждения.

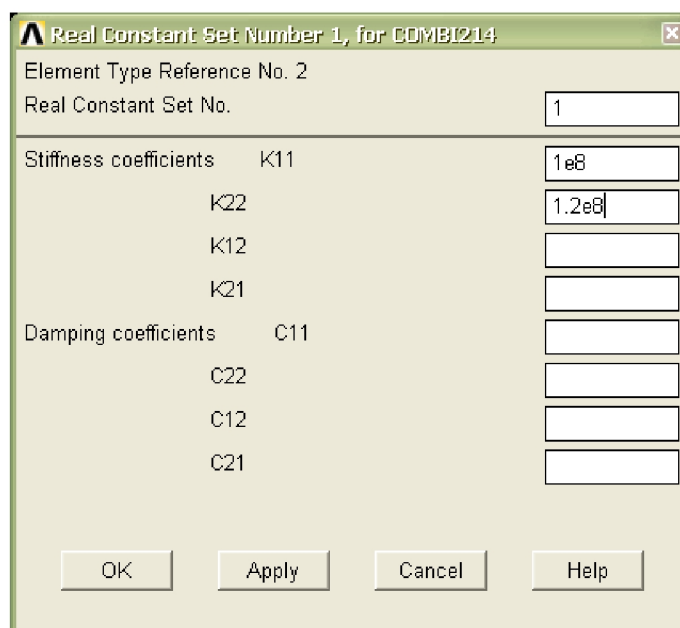


Рис. 17. Задание реальных постоянных КЭ COMBIN214

Для моделирования опоры трехмерного ротора создается «жесткая» область узлов посадочного места под подшипник, с помощью команды CERIG (Main Menu→Preprocessor→Coupling / Ceqn→Rigid Region), смещения которой управляются мастер-узлом, лежащим на оси. В этом узле можно задавать граничные условия соответствующие типу опоры. Также он может быть одним из узлов КЭ COMBIN214, когда необходимо учесть жесткость опоры. При этом второй узел COMBIN214 должен быть связан со статорной частью или быть закреплен по всем степеням свободы, если корпуса не рассматриваются. Следует отметить, что в мастер-узле необходимо поместить вспомогательную точечную массу MASS21, для которой нужно задать такие реальные постоянные, чтобы они не оказывали влияния на физику рассматриваемого явления.

25. Смоделировать радиально-упорный подшипник передней опоры.

25.1 Задать дискретный конечный элемент: **PrPr** → **Element Type** → **Add/Edit/Delete** → **Structural Mass** → **3D mass 21**;

25.2 Задать массу и моменты инерции через реальные постоянные, массу по всем направлениям задать 0,0001, моменты инерции 0,00001;

25.3 Создать конечный элемент двухмерной упруго-демпферной опоры: **PrPr** → **Element Type** → **Add/Edit/Delete** → **Combination** → **2D Bearing 214**. В опциях элемента в графе **DOF select for 2D behavior K2** задать Parallel to YZ;

25.4 Задать реальные постоянные для данного элемента: Stiffnes coefficients K11=10E7, K12=10E7;

25.5 Создать в точках 39 и 40 узлы: **PrPr** → **Modeling** → **Create** → **Nodes** → **On Keypoint** ;

25.6 Создать дискретный КЭ в узле 8511 (точка 39), для этого сначала в атрибутах сетки (**PrPr** → **Meshing** → **Mesh Attrs** → **Default Attrs**) задать тип элемента MASS21, реальную постоянную 1, затем выбрать **PrPr** → **Modeling** → **Create** → **Elements** → **Auto Numbered** → **Thru Nodes**;

25.7 Связать узлы на торце носка компрессора с узлом 8511 (создать жесткую область узлов **PrPr** → **Coupling/Ceqn** → **Rigid Region**. Рамкой выбрать все узлы на торце, затем исключить из выбранных узлов узел 8511, в появившемся меню в графе **ldof** выбрать Translation UXYZ;

- 25.8 Создать упруго-демпферный элемент, в атрибутах задать тип элемента Combi214, реальную постоянную №2;
- 25.9 Выбрать узлы 8511 и 8512(точка 40) для создания конечного элемента;
- 25.10 Закрепить массовый конечный элемент, запретив перемещения по оси OX и вращение относительно этой оси (ROTX): PrPr → **Loads** → **Define Loads** → **Apply** → **Structural** → **Displacement** → **On Nodes**;
- 25.11 Закрепить пружину по узлу, лежащему не на оси, запретив перемещения по всем степеням свободы;
26. Аналогично смоделировать опору турбины, при этом запретив узлу, содержащему КЭ MASS21 только вращения относительно оси X
- Конечно-элементная модель, подготовленная к расчету, представлена на рис. 18

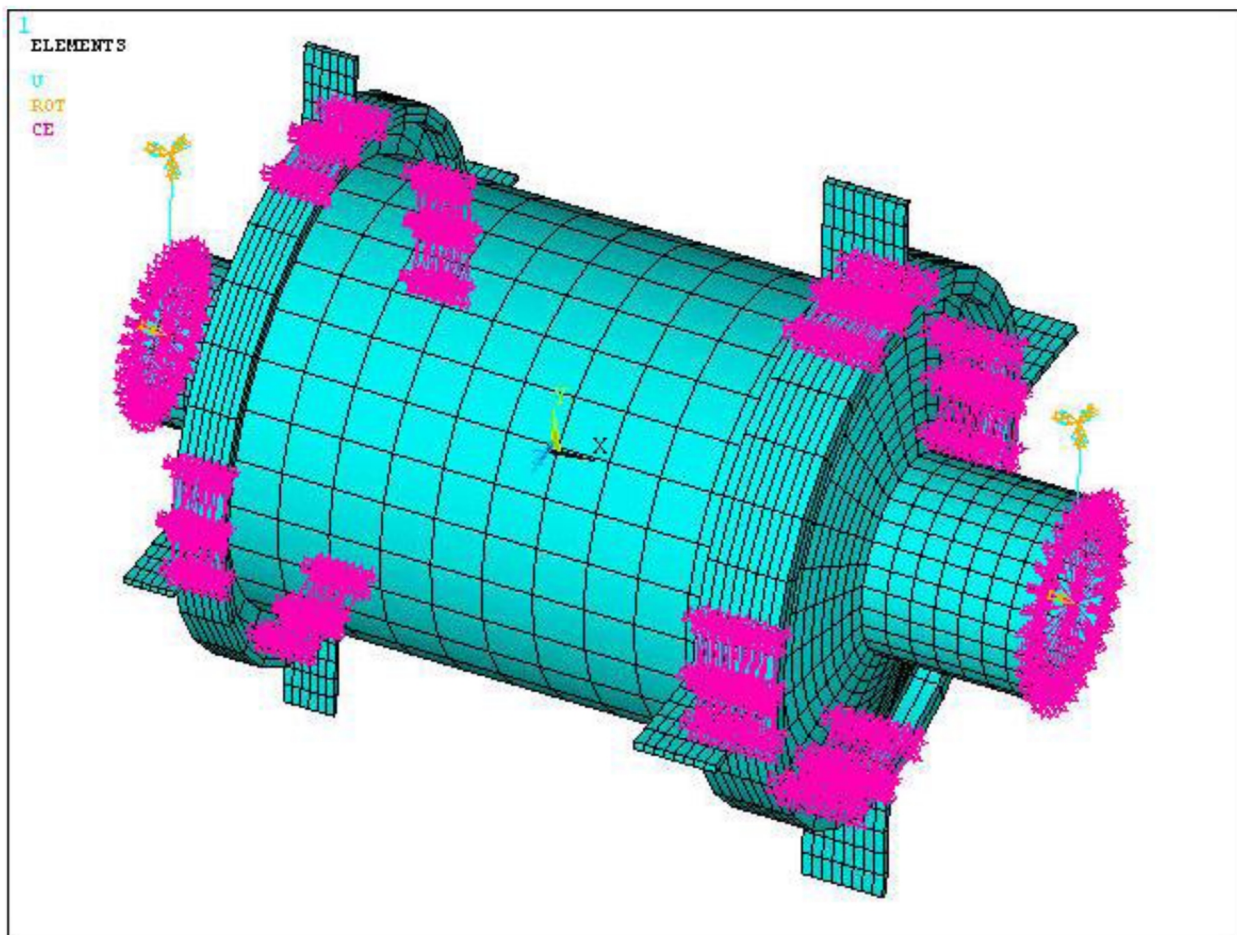


Рис.18. Объемная КЭ модель ротора с лопатками

2 ОБОЛОЧЕЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РОТОРА

1. Вывести на экран 44 ключевые точки, определяющие геометрию поперечного сечения ротора и положение его оси.
2. Построить ключевые точки посередине между следующими парами точек:
 1 и 2 , 3 и 4 , 8 и 9 , 4 и 47 , 6 и 7 , 16 и 18 , 17 и 19 , 14 и 15 , 50 и 51 , 13 и 12 , 11 и 10
 Построить по координатам $KX(52)$, $KY(54)$, $KY(55)$ ключевые точки 56 и 57 :
 $K, 56, KX(52), KY(54), 0$
 $K, 57, KX(52), KY(55), 0$
3. Построить ключевые точки посередине между следующими парами точек:
 20 и 22 , 21 и 25 , 58 и 59 , 23 и 24 , 35 и 36 , 28 и 29 , 30 и 31 ,
 33 и 34 , 37 и 38 .
4. Построить ключевые точки по координатам существующих ключевых точек:
 $K, 67, KX(62), KY(65), 0$
 $K, 68, KX(62), KY(32), 0$
 $K, 69, KX(62), KY(64), 0$
 $K, 70, KX(62), KY(63), 0$
 $K, 71, KX(62), KY(63), 0$
5. Построить ключевую точку 72 для последующего размещения в ней локальной системы координат:
 $K, 72, KX(62), 0, 0$
6. Соединить прямыми линиями следующие пары ключевых точек: 45 и 46 , 46 и 4 , 4 и 48 , 48 и 47 , 48 и 49 , 49 и 57 , 57 и 55 , 57 и 56 , 56 и 54 , 56 и 52 , 52 и 53 , 53 и 50 , 53 и 51 , 54 и 63 , 55 и 64 , 63 и 70 , 64 и 69 , 62 и 67 , 67 и 68 , 68 и 69 , 69 и 70 , 70 и 71 , 71 и 61 , 61 и 60 , 58 и 60 , 60 и 59 , 67 и 65 , 65 и 66
7. Вращением линий построить оболочечную модель ротора:
 - 7.1. $PrPr \rightarrow Operate \rightarrow Extrude/Sweep \rightarrow Lines \rightarrow About Axis$;
 - 7.2. Выбрать курсором линию 1 и нажать на Ok ;
 - 7.3. Выбрать курсором точки, определяющие ось вращения, и нажать Ok ;
 - 7.4. Задать длину дуги в градусах ARC , равной 360^0 и нажать Ok ;
 - 7.5. Скопировать операторы построения поверхности в программу;
 - 7.6. На базе скопированных операторов создать следующий цикл команд для построения поверхностей элементов ротора:
 $*do, i, 1, 28$
 $FLST, 8, 2, 3$
 $FITEM, 8, 39$
 $FITEM, 8, 42$
 $AROTAT, i, , , , P51X, , 360, ,$
 $*enddo$

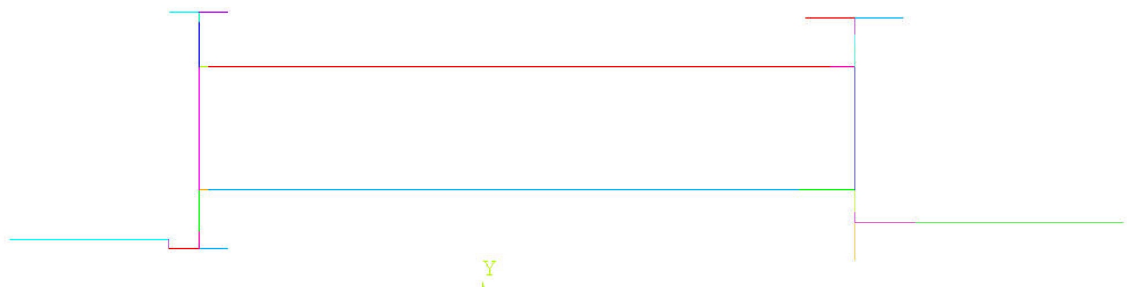


Рис. 19. Линии, определяющие облик ротора

8. Выбрать элемент *Shell 181*. В опциях элемента в окне **integration option** задать **Full w/ incompatible**
9. По аналогии с объёмным моделированием задать характеристики материала для всех элементов ротора. Кроме того, необходимо задать *Material 8* недеформируемых проставок $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \rho = 0, \mu = 0.3$
10. Задать свойства сечений оболочек ротора (материал и толщину): **PrPr** → **Sections** → **Shell** → **Lay-up** → **Add/Edit**

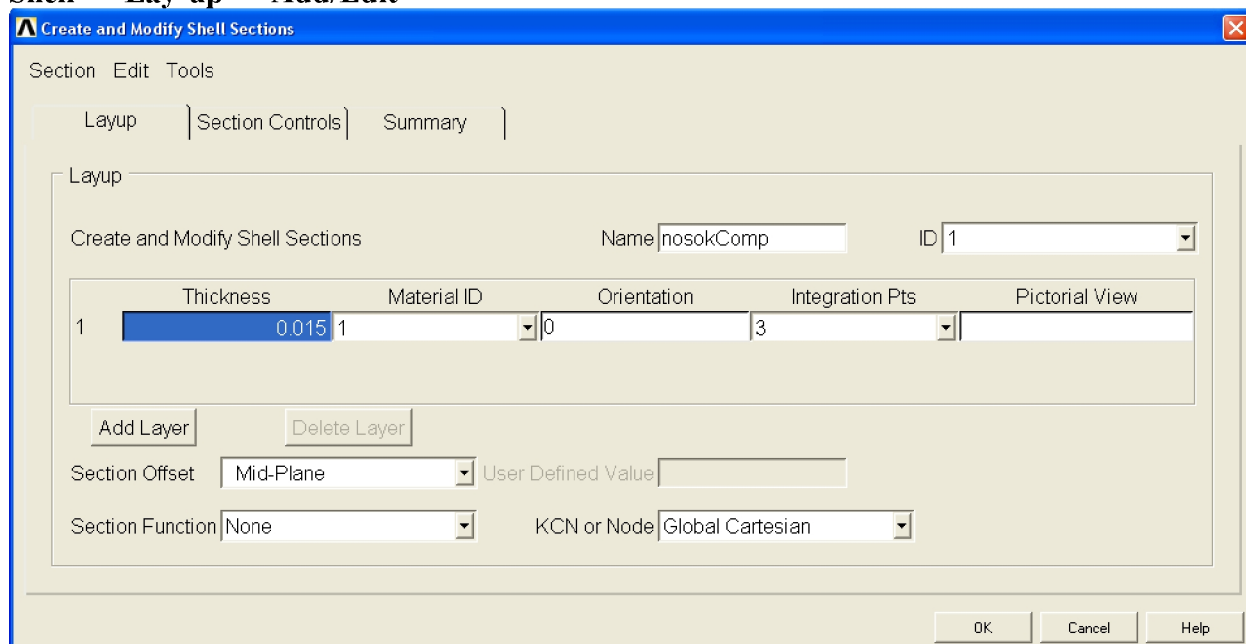


Рис. 20. Атрибуты сечения носка компрессора

11. Задать атрибуты *S1* для оболочки носка вала компрессора:
 - 11.1. Определить расстояние между точками 1 и 2 $\phi_1 = 0,015$;
 - 11.2. Задать для атрибутов *S1* толщину *Thickness* равной *0.015*, *Material ID*=1
12. Задать атрибуты *S2* для оболочек ступицы:
 - 12.1. Определить расстояние между точками 3 и 5 $\phi_2 = 0,03$;
 - 12.2. Задать для атрибутов *S2* толщину *Thickness* равной *0.03*, *Material ID*=2
13. Задать атрибуты *S3* для полотна диска компрессора:
 - 13.1. Определить расстояние между точками 6 и 7 $\phi_3 = 0,015$;
 - 13.2. Задать для атрибутов *S3* толщину *Thickness* равной *0.015*, *Material ID*=2
14. Задать атрибуты *S4* для обода диска компрессора:
 - 14.1. Определить расстояние между точками 16 и 18 $\phi_4 = 0,015$;
 - 14.2. Задать для атрибутов *S4* толщину *Thickness* равной *0.015*, *Material ID*=2
15. Задать атрибуты *S5* для проставки меньшего диаметра:
 - 15.1. Определить расстояние между точками 10 и 11 $\phi_5 = 0,005$;
 - 15.2. Задать для атрибутов *S5* толщину *Thickness* равной *0.005*, *Material ID*=5
16. Задать атрибуты *S6* для проставок большего диаметра:
 - 16.1. Определить расстояние между точками 12 и 13 $\phi_6 = 0,005$;
 - 16.2. Задать для атрибутов *S6* толщину *Thickness* равной *0.005*, *Material ID*=6
17. Задать атрибуты *S7* для оболочки ступицы диска турбины:
 - 17.1. Определить расстояние между точками 35 и 36 $\phi_7 = 0,1$;
 - 17.2. Задать для атрибутов *S7* толщину *Thickness* равной *0.1*, *Material ID*=3

18. Для задания формы сечения полотна турбины переменной толщины необходимо создать функцию, определяющую зависимость толщины оболочки от радиуса (высоты).

18.1 Создайте локальную цилиндрическую систему координат в точке 72: **MM** → **WorkPlane** → **Align WP with Keypoints**, выберете последовательно точки 72, 42, 62. Поверните рабочую систему координат на 90° относительно оси **y**. Создайте локальную цилиндрическую систему координат 11: **MM** → **Local Coordinate Systems** → **Create local CS** → **At WP Origin**, в открывшемся меню выберет тип систему координат цилиндрический.

18.2 Задайте функцию изменения толщины полотна турбины в зависимости от радиуса (координаты узлов в цилиндрической системе координат): **MM** → **Parameters** → **Functions** → **Define/Edit**. В графе (x,y,z) interpreted in CSYS поставьте локальную систему координат 11.

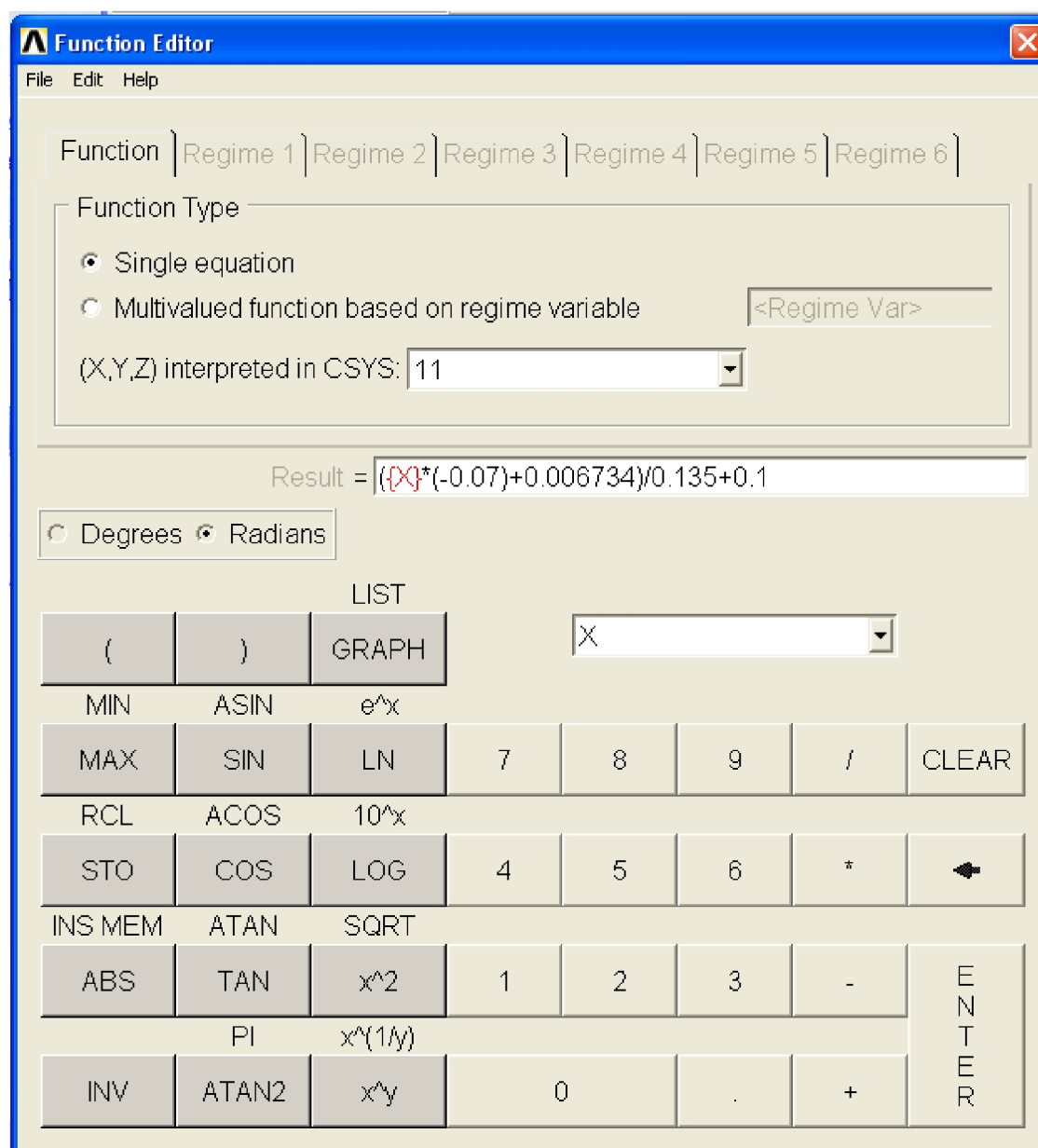


Рис. 21. Функция изменения толщины оболочки полотна турбины в зависимости от радиуса (координата X в цилиндрической системе координат)

- 18.3 Заданную функцию необходимо считать в виде таблицы: **MM** → **Parameters** → **Functions** → **Read From file**. В графе Table parameter name ввести turb (имя таблицы), в графе **Local coordinate system id for (x,y,x) interpretation** выбрать локальную систему координат 11
- 18.4 Задать параметры сечения **S8** для полотна турбины переменной толщины. В графе **Section Function** выбрать таблицу turb, **Material ID**=3.
19. Задать атрибуты **S9** для полотна турбины постоянной толщины:
- 19.1. Определить расстояние между точками **26** и **27** $\phi_7 = 0,03$;
 - 19.2. Задать для атрибутов **S9** толщину **Thickness** равной **0.03**, **Material ID**=3
20. Задать атрибуты **S10** для оболочек обода турбины:
- 20.1. Определить расстояние между точками **20** и **22** $\phi_8 = 0,025$;
 - 20.2. Задать для атрибутов **S10** толщину **Thickness** равной **0.025**, **Material ID**=3
21. Задать атрибуты **S11** для носка вала турбины:
- 21.1. Определить расстояние между точками **33** и **34** $\phi_9 = 0,0196$;
 - 21.2. Задать для атрибутов **S11** толщину **Thickness** равной **0.025**, **Material ID**=3
22. Задать атрибуты **S12** для недеформируемой проставки №1 (рис. 22.): **Thickness**=0.005, **Material ID**=8

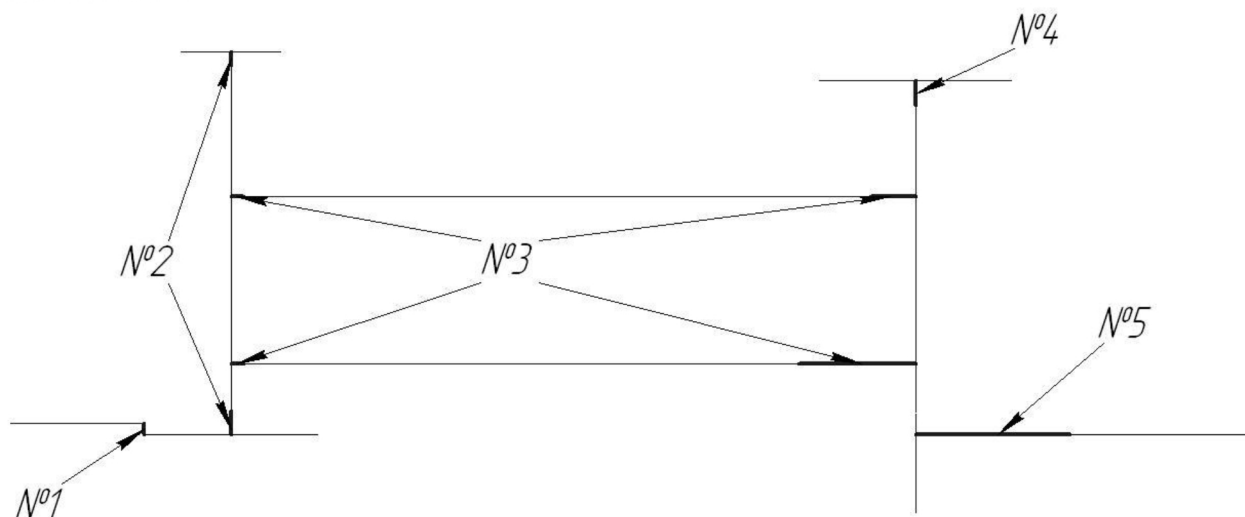


Рис.22. Номера недеформируемых проставок

23. Задать атрибуты **S13** для недеформируемых проставок №2: **Thickness**=0.015, **Material ID**=8
24. Задать атрибуты **S14** для недеформируемых проставок №3: **Thickness**=0.005, **Material ID**=8
25. Задать атрибуты **S15** для недеформируемой проставки №4: **Thickness**=0.03, **Material ID**=8
26. Задать атрибуты **S16** для недеформируемой проставки №5: **Thickness**=0.0196, **Material ID**=8
27. **PrPr** → **Numbering Ctrl**s → **Merge Items** → **All** → **Ok**.
28. Построить конечно-элементную модель носка вала компрессора:
 - 28.1. **UM** → **Select** → **Entities**;
 - 28.2. Выбрать: **Areas**, **By Num/Pick**;
 - 28.3. Нажать **Apply**;
 - 28.4. Ввести в окно меню **Ansys Input** через запятую номера поверхностей **A1...A4**;
 - 28.5. Нажать **Enter** на клавиатуре;
 - 28.6. Нажать **Ok** в меню **Select Areas**;
 - 28.7. Выбрать в меню **Select Entities**: **Lines**, **Attached to**, **Areas**;
 - 28.8. Нажать **Ok**;

- 28.9. Вывести на экран изображение линий;
- 28.10. Задать на всех дугах по 7 рёбер, на образующих ребрах по 10 элементов;
- 28.11. Присвоить поверхностям *A1*, *A2*, *A3*, *A4* атрибуты с материалом *№1* и сечением (*Element Section*) *№1*
29. Построить конечно-элементную недеформируемую проставки *№1*:
- 29.1. Операцией *Select* выбрать поверхности *A5...A8* и связанные с ними линии;
- 29.2. Задать на радиальных линиях по одному ребру и на всех других по семь рёбер конечных элементов;
- 29.3. Присвоить поверхностям *A5...A8* атрибуты с материалом *№8* и сечением *№12*;
- 29.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
30. Построить конечно-элементную модель ступицы диска компрессора:
- 30.1. Операцией *Select* выбрать поверхности *A9...A16* и связанные с ними линии ступицы диска;
- 30.2. Задать на образующих линиях по 3 ребра, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
- 30.3. Присвоить поверхностям *A9...A16* атрибуты с материалами *№2* и сечением *№2*;
- 30.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
31. Построить конечно-элементную модель недеформируемых проставок *№2* диска компрессора:
- 31.1. Операцией *Select* выбрать поверхности *A17...A20*, *A41...A44* и связанные с ними линии;
- 31.2. Задать на образующих линиях по 1 ребру, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
- 31.3. Присвоить поверхностям *A17...A20*, *A41...A44* атрибуты с материалами *№8* и сечением *№13*;
- 31.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
32. Построить конечно-элементную модель полотна диска компрессора:
- 32.1. Операцией *Select* выбрать поверхности *A21...A24*, *A29...A32*, *A37...A40* и связанные с ними линии;
- 32.2. Задать на дугах по 7 ребер, на образующих линиях задать число элементов согласно рис. 23;
- 32.3. Присвоить поверхностям *A21...A24*, *A29...A32*, *A37...A40* атрибуты с материалами *№2* и сечением *№3*;

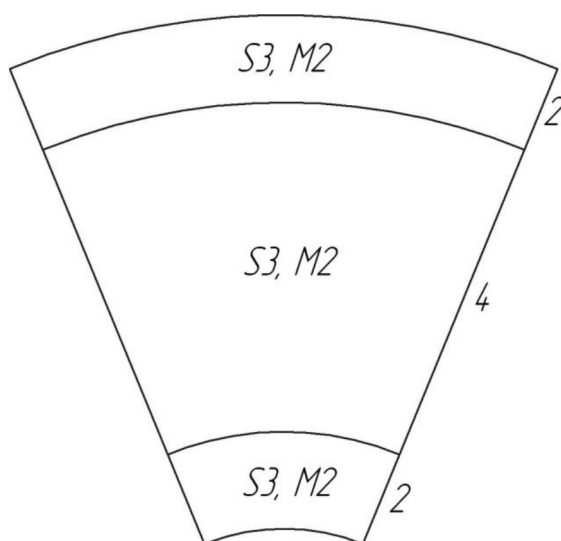


Рис. 23. Сектор диска компрессора

- 32.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;

33. Построить конечно-элементную модель обода диска компрессора:
 - 33.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A45...A52** и связанные с ними линии ступицы диска;
 - 33.2. Задать на образующих линиях по 3 ребра, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
 - 33.3. Присвоить поверхностям **A45...A52** атрибуты с материалом **№2** и сечением **№4**;
 - 33.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
34. Построить конечно-элементную модель недеформируемых проставок **№3** диска компрессора:
 - 34.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A25...A28, A33...A36, A61...A64, A65...A68** и связанные с ними линии;
 - 34.2. Задать на образующих линиях по 1 ребру, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
 - 34.3. Присвоить поверхностям **A25...A28, A33...A36, A61...A64, A65...A68** атрибуты с материалами **№8** и сечением **№14**;
 - 34.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
35. Построить конечно-элементную модель роторной проставки большего диаметра:
 - 35.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A61...A64** и связанные с ними линии;
 - 35.2. Задать на образующих линиях по 1 ребру, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
 - 35.3. Присвоить поверхностям **A61...A64** атрибуты с материалом **№6** и сечением **№6**;
 - 35.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
36. Построить конечно-элементную модель роторной проставки меньшего диаметра:
 - 36.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A57...A60** и связанные с ними линии;
 - 36.2. Задать на образующих линиях по 1 ребру, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
 - 36.3. Присвоить поверхностям **A57...A60** атрибуты с материалом **№5** и сечением **№5**;
 - 36.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
37. Построить конечно-элементную модель ступицы диска турбины:
 - 37.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A69...A76** и связанные с ними линии;
 - 37.2. Задать на образующих линиях по 3 ребру, на дугах по 7 рёбер конечных элементов;
 - 37.3. Присвоить поверхностям **A69...A76** атрибуты с материалом **№3** и сечением **№7**;
 - 37.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
38. Построить конечно-элементную полотно диска турбины переменной толщины:
 - 38.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A77...A88** и связанные с ними линии;
 - 38.2. Поверхности диска турбины можно выбрать с помощью рамки **polygon** (рис. 24.), а затем выбрать только поверхности, относящиеся к полотну переменной толщины (рис. 25.)

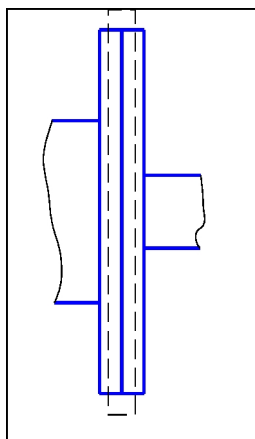


Рис. 24. Выделение геометрии операцией **polygon**

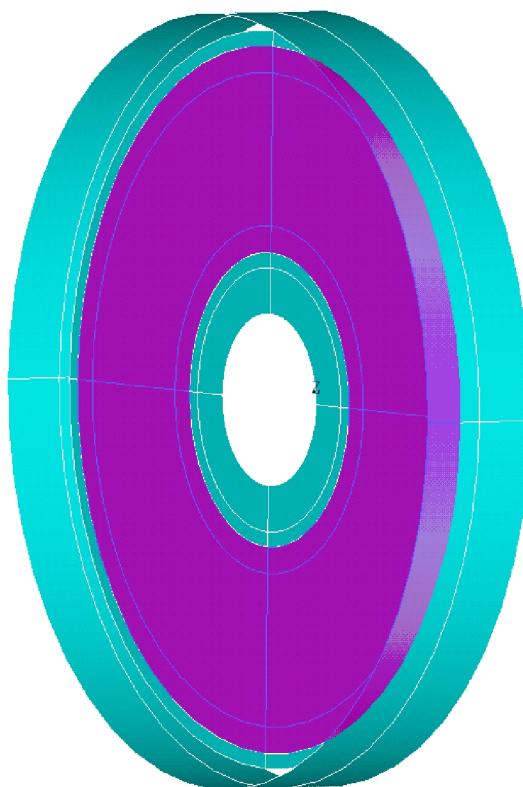


Рис. 25. Выделение поверхностей полотна турбины с конечными элементами переменной толщины

- 38.3. Задать число ребер на образующих линиях согласно рис. 26, на дугах по 7 ребер конечных элементов;
- 38.4. Присвоить поверхностям *A77...A88* атрибуты с материалом *№3* и сечением *№9*;
- 38.5. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;

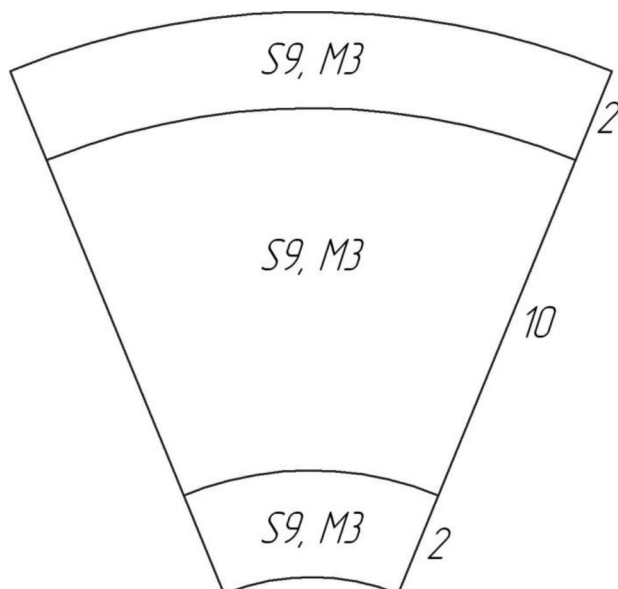


Рис. 26. Сектор диска турбины переменной толщины

- 39. Построить конечно-элементную модель полотна диска турбины постоянной толщины:
 - 39.1. Операцией **Select** выбрать поверхности *A89...A92* и связанные с ними линии;
 - 39.2. Задать на образующих линиях по 3 ребру, на дугах по 7 ребер конечных элементов;

- 39.3. Присвоить поверхностям **A89...A92** атрибуты с материалом **№3** и сечением **№9**;
- 39.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
40. Построить конечно-элементную модель недеформируемой проставки **№4**
 - 40.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A93...A96** и связанные с ними линии;
 - 40.2. Задать на всех дугах по 7 рёбер, на образующих по 1 ребру;
 - 40.3. Присвоить поверхностям **A93...A96** атрибуты с материалом **№8** и сечением **№15**;
 - 40.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
41. Построить конечно-элементную модель обода диска турбины
 - 41.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A97...A104** и связанные с ними линии;
 - 41.2. Задать на всех дугах по 7 рёбер, на образующих по 4 ребра;
 - 41.3. Присвоить поверхностям **A97...A104** атрибуты с материалом **№3** и сечением **№10**;
 - 41.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
42. Построить конечно-элементную модель недеформируемой проставки **№5**
 - 42.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A105...A108** и связанные с ними линии;
 - 42.2. Задать на всех дугах по 7 рёбер, на образующих по 1 ребру;
 - 42.3. Присвоить поверхностям **A105...A108** атрибуты с материалом **№8** и сечением **№16**;
 - 42.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
43. Построить конечно-элементную модель носка турбины
 - 43.1. Операцией **Select** выбрать поверхности **A109...A112** и связанные с ними линии;
 - 43.2. Задать на всех дугах по 7 рёбер, на образующих по 10 ребер;
 - 43.3. Присвоить поверхностям **A109...A112** атрибуты с материалом **№4** и сечением **№11**;
 - 43.4. Сгенерировать регулярную сетку конечных элементов;
44. Отобразите сетку конечных элементов с включенной опцией отображения толщины элемент: **MM** → **PlotCtrls** → **Style** → **Size and Shape** → **[ESHAPE] On**

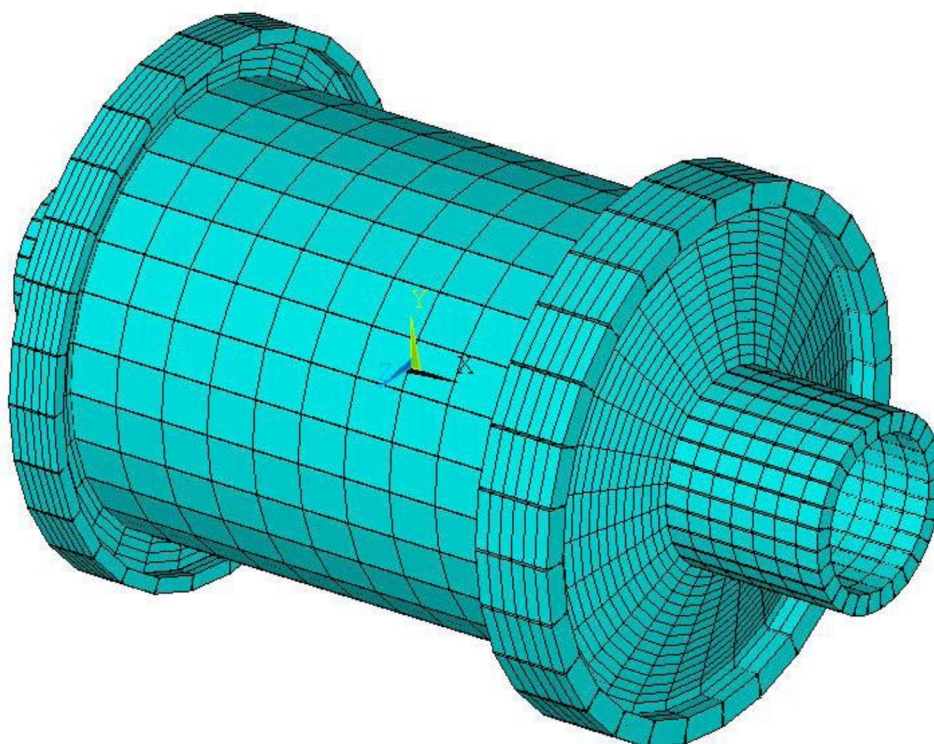


Рис. 27. Конечно-элементная модель ротора

45. Создать конечно-элементные модели лопаток:

45.1. Построить ключевые точки в активной системе координат в соответствии с табл. 3:

Табл. 3. Координаты ключевых точек для построения моделей лопаток

№ точки	Координаты		
	X	Y	Z
157	-0,2578	0,3662	0
158	-0,2078	0,3662	0
159	0,264	0,3862	0
160	0,3454	0,3862	0

45.2. Построить поверхности лопаток компрессора и турбины в соответствии с рис. 28:

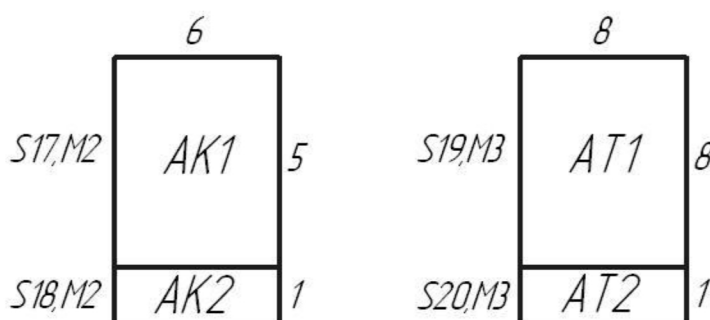


Рис. 28. Оболочечные модели лопаток компрессора и турбины

45.3. Задать в соответствии с рис. 23 количество рёбер конечных элементов на линиях поверхностей лопаток;

45.4. Создать сечение №17 для поверхностей лопаток компрессора с толщиной 0,006 и материалом 2;

45.5. Создать сечение №18 для недеформируемой проставки лопатки компрессора с толщиной 0,006 и материалом 8;

45.6. Создать сечение №19 для поверхностей лопаток турбины с толщиной 0,008 и материалом 3;

45.7. Создать сечение №20 для недеформируемой проставки лопатки турбины с толщиной 0,008 и материалом 8;

45.8. Присвоить в соответствии с рис. 23 атрибуты поверхности лопаток;

45.9. Сгенерировать в поверхностях лопаток сетку конечных элементов;

45.10. Так же, как при объёмном моделировании ротора, создать локальную цилиндрическую систему координат №11 и сделать её активной;

45.11. Создать по четыре равномерно расположенные по окружности лопатки компрессора и турбины.

46. Склеить лопатки с соответствующими дисками:

46.1. **PrPr** → **Numbering Ctrl**s → **Merge Items**;

46.2. Выбрать в окне **Label** команду **All** и нажать **Ok**.

47. Смоделировать радиально-упорный подшипник передней опоры. При создании жесткой области узлов в окне **ldof** поставить значение **all**

48. Смоделировать радиальный подшипник задней опоры.

49. Закрепить опоры.

3 ГАРМОНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОТОРА

1. Скопировать из макроса построения объемной модели ротора операторы построения точек и поверхностей сечения ротора, а также задания свойств материалов.
2. Выбрать для моделирования типы конечных элементов:
 - 2.1. *PrPr* → *Element type* → *Add/Edit/Delete* → *Add*;
 - 2.2. Выбрать в левом окне *Solid*;
 - 2.3. Выбрать в правом окне *Axisym 4node 272* и нажать *Apply*;
 - 2.4. Нажать *Options*;
 - 2.5. В поле *K2* выбрать *3 - General 3-D Def* и нажать *Ok*;
 - 2.6. Нажать *close*.
3. Скопировать из макроса объемной модели операторы построения поверхностей сечения ротора.
4. Построить поверхностные модели лопаток:
 - 4.1. Построить ключевые точки в активной системе координат:

$$K,45,-0.2578,0.3662,0$$

$$K,46,-0.2078,0.3662,0$$

$$K,47,0.2654,0.3862,0$$

$$K,48,0.3454,0.3862,0$$
 - 4.2. Построить по ключевым точкам 45, 46, 19, 18 и 47, 48, 21, 20 поверхности лопаток компрессора и турбины;

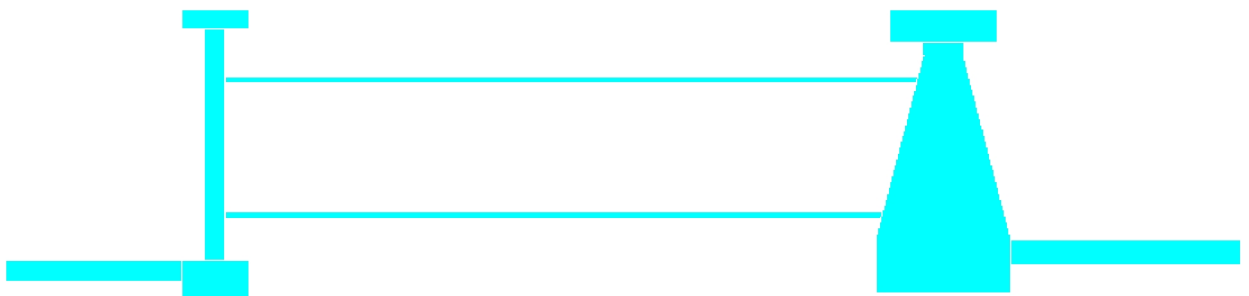


Рис. 29. Плоская модель ротора

5. Задать по длинам лопаток по пять рёбер конечных элементов. Задать по ширине компрессорной лопатки 6 рёбер конечных элементов, по ширине турбинной лопатки 8 ребер.
6. Скопировать из макроса объемной модели операторы задания количества рёбер конечных элементов по линиям сечения ротора.
7. Скопировать из макроса объемной модели операторы задания свойств материала.
8. Для моделирования лопаток в гармонической модели необходимо конечным элементам лопаток задать такую плотность, чтобы масса кольцевой модели была равна массе 4-х лопаток, построенных в объемной модели. Модуль упругости для лопаток задать на порядок ниже исходного. В макрос необходимо добавить следующий код (на примере лопатки компрессора):

```

pi=3.14159 !Число π
VL=4*((KX(19)-KX(18))*(Ky(46)-Ky(19))*0.006) !Объем одной лопатки
VCL=pi*(KX(19)-KX(18))*(Ky(46)*Ky(46)-Ky(19)*Ky(19)) !Объем лопаточного
цилиндра с отверстием
*GET,densK,DENS,2,TEMP,, !Запись параметра, равному плотности лопатки
компрессора
! Задание материала для лопатки компрессора
  
```

```

MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,7,,VL*densk/VCL
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,7,,2E10
MPDATA,PRXY,7,,0.3

```

9. Присвоить поверхностям ротора соответствующие материалы.
10. Создать конечно-элементную модель ротора, используя, где это потребуется, оператор **Concatenate**.
11. Задать ось вращения для гармонических конечных элементов: PrPr → Sections → Axis → Add. В окне введите ID создаваемой оси, в окне pattern задайте CSYS plus AXIS, V1=0, V2=1 (ось X)
12. Постройте узловые плоскости: PrPr → Modeling → Create → Nodes → About AXIS Section → Ok. В результате на экране должны появиться узлы в трех плоскостях (рис. 30)

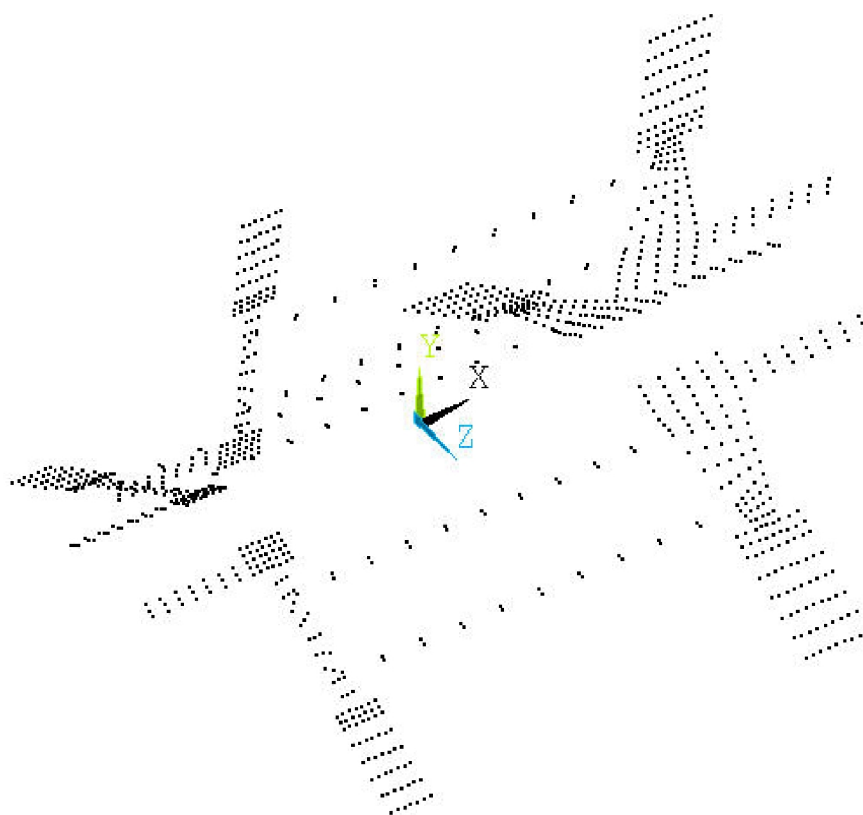


Рис. 30. Результат команды NAXIS

13. Смоделировать радиально-упорный и радиальный подшипники аналогично объемной и оболочечной модели

4 МЕТОДИКА УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО МОМЕНТА В ПРОГРАММЕ ANSYS

Наличие в конструкции роторов ГТД массивных рабочих колес требует обязательного учета влияния гироскопического эффекта на динамические характеристики при проведении расчетных исследований.

Учет влияния этого эффекта в программной среде ANSYS осуществляется с помощью диалога Applies the Coriolis effect to a rotating structure (**Main Menu** → **Solution** → **Define Loads** → **Apply** → **Structural** → **Inertia** → **Angular Veloc** → **Coriolis**) или с помощью команды CORIOLIS, ON, , , ON.

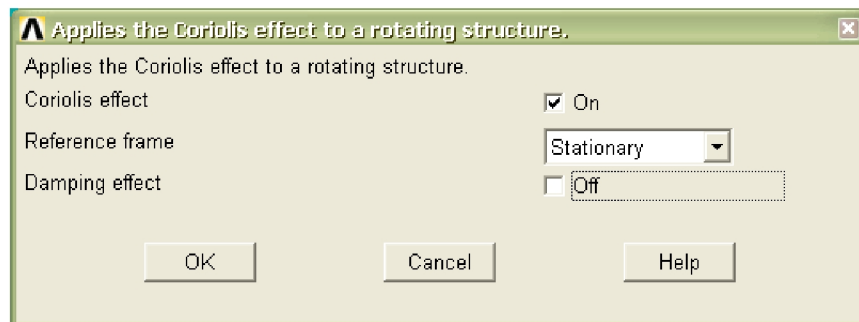


Рис. 31. Диалог управления гироскопическим эффектом

Для активации необходимо отметить галочкой переменную Coriolis effect и указать, в какой системе координат проводить расчет (рис. 31). Моделирование роторной динамики может быть выполнено в двух различных системах отсчета.

1) Неподвижная система отсчета:

- применяется там, где рассчитываемая конструкция (КЭМ) содержит как роторную часть, так и поддерживающую статорную;
- моделируемая вращающаяся часть конструкции должна обладать осевой симметрией.

2) вращающаяся система отсчета:

- применяется там, где рассчитываемая конструкция (КЭМ) содержит только роторную часть;
- в расчетах присутствует только сила Кориолиса, гироскопический эффект не учитывается в уравнениях динамики.

Большинство исследований колебаний роторных систем ГТД проводятся в неподвижной системе координат.

Уравнение роторной динамики в общем виде можно записать как

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{G} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

где $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ – матрицы масс, демпфирования и жесткости конструкции соответственно, $\mathbf{G}$ – гироскопическая матрица. Из-за того, что гироскопический эффект в ANSYS учитывается в виде матрицы «демпфирования», то это приводит к необходимости использования специальных решателей DAMP и QRDAMP для расчета спектров собственных колебаний. QRDAMP обладает большей вычислительной эффективностью.

Выбор решателя осуществляется при настройке параметров модального анализа в диалоге Modal Analysis (рис. 32).

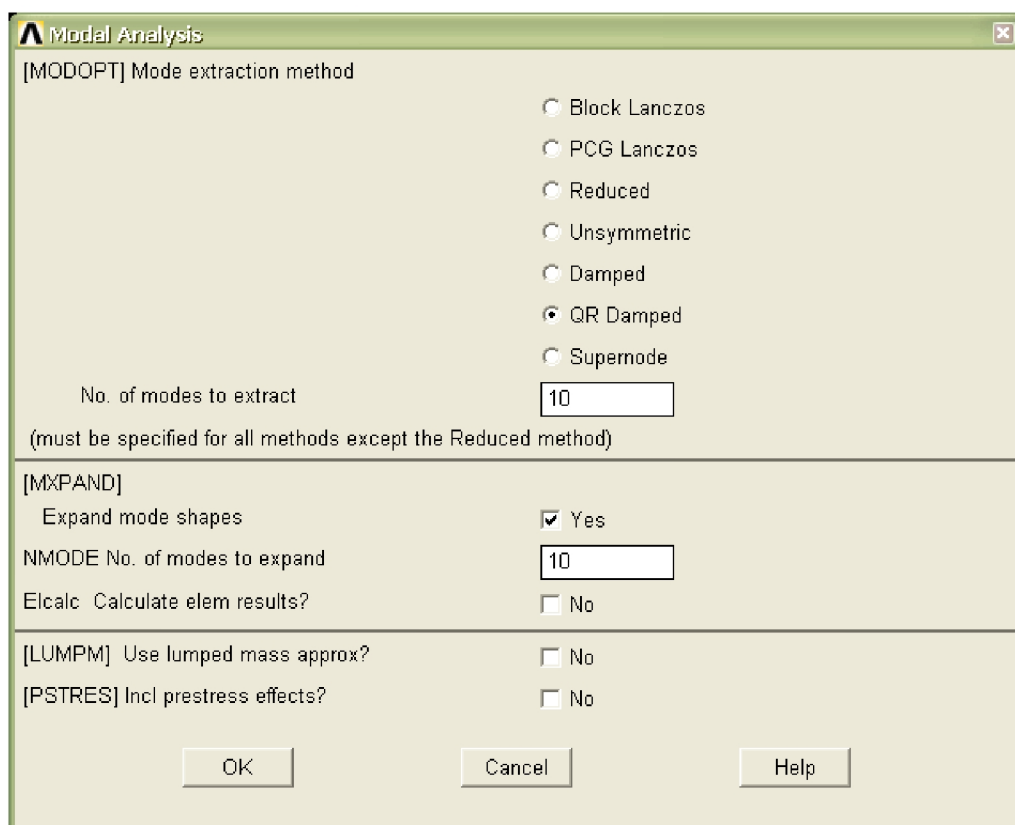


Рис. 32. Настройка параметров модального анализа

Для расчета комплексных значений собственных векторов установите галочку напротив переменной Calculate Complex Eigenvectors в диалоге Block Lanczos Method (рис. 33). Это понадобится при последующем визуальном отображении результатов расчетов.

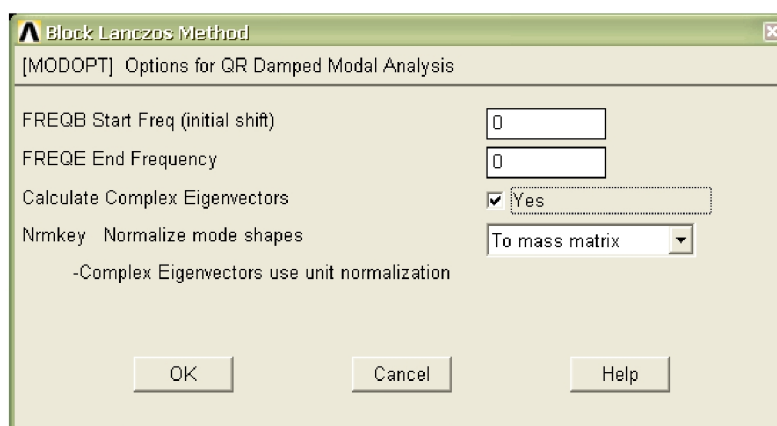


Рис. 33. Настройки решения

Собственные частоты, полученные с помощью решателя QRDAMP, представляются в комплексной форме, как показано на рис. 34.

***** DAMPED FREQUENCIES FROM REDUCED DAMPED EIGENSOLVER *****				
MODE	COMPLEX FREQUENCY (HERTZ)			MODAL DAMPING RATIO
1	-0.78052954E-01	49.844724	j	0.15659202E-02
	-0.78052954E-01	-49.844724	j	0.15659202E-02
	(a)	(b)		(c)

Рис. 34. Пример отображения комплексных частот

Действительная часть комплексной частоты (рис. 34 а) характеризует демпфирование на этой частоте. При этом ее отрицательное значение соответствует стабильной форме колебаний, а положительное – нестабильной. Мнимая часть представляет (рис. 34 b) значение собственной частоты с учетом демпфирования. В окне вывода присутствуют две строки комплексных частот на одну форму колебаний, вторая строка является комплексно-сопряженным значением.

Не смотря на то, что гироскопический эффект учитывается в виде матрицы «демпфирования», диссипация энергии не происходит, поэтому если в модели не задается демпфирование, то все действительные части комплексных частот будут нулевыми.

Следует отметить, что в процессе выполнения модального анализа роторной системы рассчитываются формы и частоты колебаний соответствующие движениям с прямыми и обратными прецессиями.

5 ПОСТРОЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ДИАГРАММЫ РОТОРА И НАХОЖДЕНИЕ ЕГО КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ

Критические частоты вращения ротора определяются с помощью резонансной диаграммы, которая строится по результатам нескольких расчетов спектров собственных колебаний для различных режимов работы двигателя. Серию расчетов удобно выполнять с помощью следующего макроса.

!Настройки модального анализа

<i>/solu</i>	<i>!Вход в модуль решения Solution</i>
<i>antype,modal</i>	<i>!Выбор модального анализа</i>
<i>modopt,qr damp,30,,,on</i>	<i>!Настройка решателя QRDAMP, расчет 30 форм</i>
<i>mxpand,30</i>	<i>!Число сохраняемых форм</i>
<i>coriolis,on,,,on</i>	<i>!Включение учета гироскопического эффекта</i>
	<i>!в неподвижной СК</i>

!Выполнение серии расчетов для трех частот вращения ротора

<i>omega,,,0.1</i>	<i>!Задание нулевой частоты вращения ротора вокруг Z</i>
<i>solve</i>	<i>!Выполнение расчета</i>
 <i>omega,,,500</i>	 <i>!Задание частоты вращения ротора 500 рад/с вокруг Z</i>
<i>solve</i>	<i>!Выполнение расчета</i>
 <i>omega,,,1000</i>	 <i>!Задание частоты вращения ротора 1000 рад/с вокруг Z</i>
<i>solve</i>	<i>!Выполнение расчета</i>
<i>finish</i>	<i>!Выход из модуля Solution</i>

В макросе частота вращения ротора задается с помощью команды OMEGA. Также ее можно задать в графическом интерфейсе при помощи диалога (рис. 35) Apply Angular Velocity (**Main Menu** → **Solution** → **Define Loads** → **Apply** → **Structural** → **Inertia** → **Angular Veloc** → **Global**).

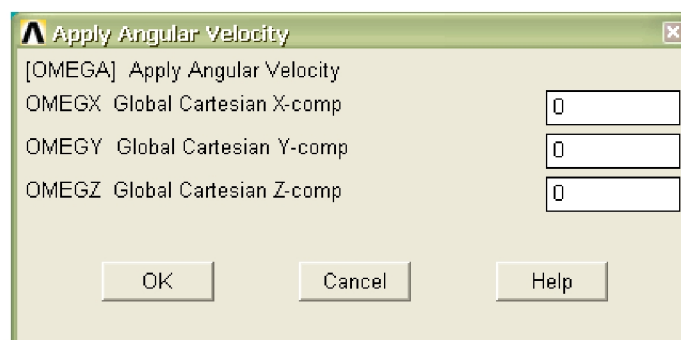


Рис. 35. Диалог задания частоты вращения ротора

В процессе выполнения решения частота вращения используется только для расчета гироскопического эффекта и определения пространственного положения оси ротора.

Визуализация результатов исследований, в том числе построение резонансной диаграммы ротора, осуществляется в модуле General Postprocessor.

Резонансная диаграмма выводится с помощью диалога (рис. 33.) Plot Campbell Diagram (**Main Menu** → **General Postproc** → **Rotor Dynamics** → **Plot Campbell**) или команды PLCAMP. В диалоге необходимо включить сортировку форм по прямым и

обратным прецессиям, указать номер (угловой коэффициент) возбуждающей гармоники, выбрать единицы частоты вращения – рад/с или об/мин.

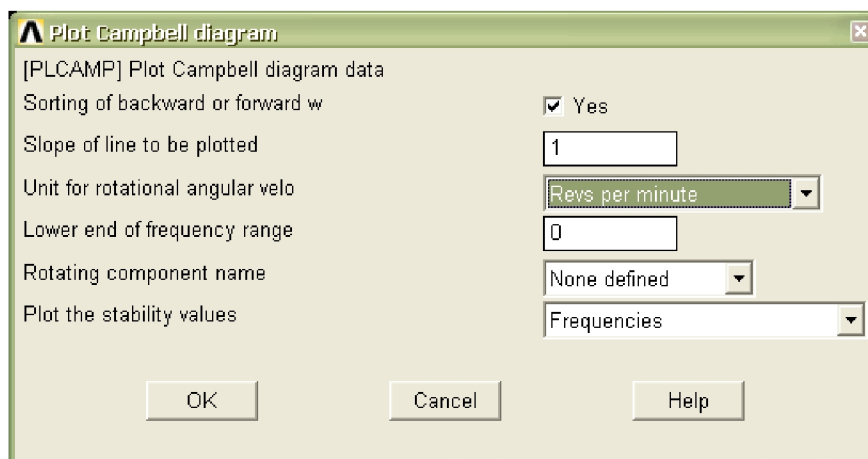


Рис. 36. Диалог построения резонансной диаграммы ротора

Пример построенной резонансной диаграммы показан на рис. 37.

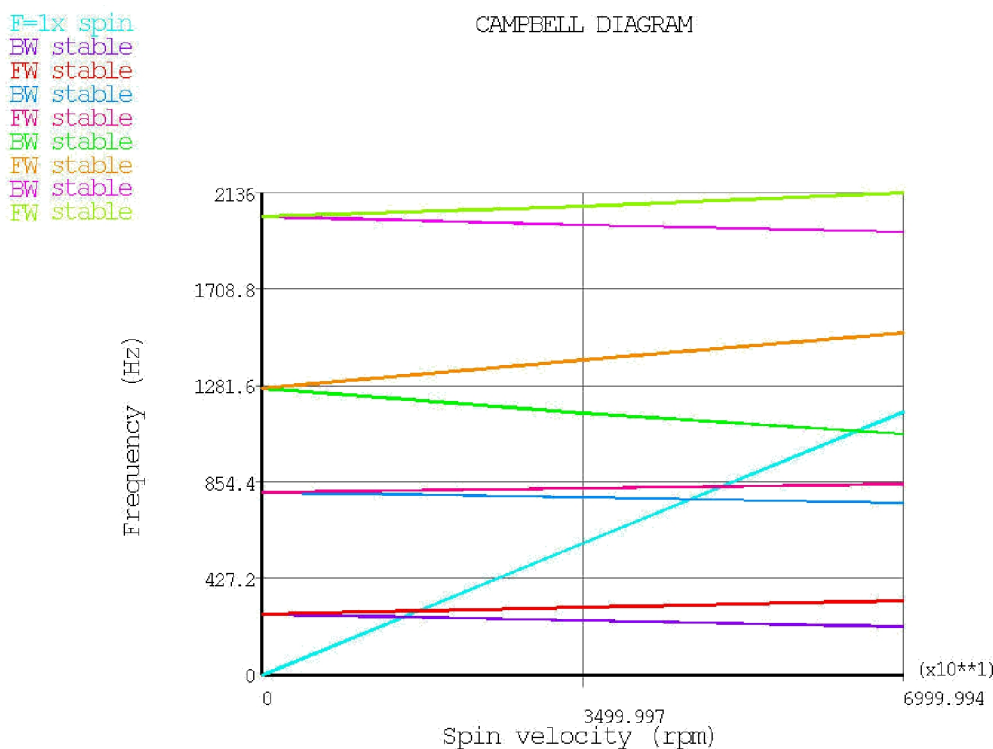


Рис. 37. Пример резонансной диаграммы ротора

Критические частоты вращения ротора определяются по пересечениям возбуждающей гармоники с кривыми изменения собственных частот с помощью диалога Print Campbell Diagram (**Main Menu** → **General Postproc** → **Rotor Dynamics** → **Print Campbell**). Его настройки аналогичны описанным выше. Числовые значения критических частот выводятся в окно Output Window (рис. 38).

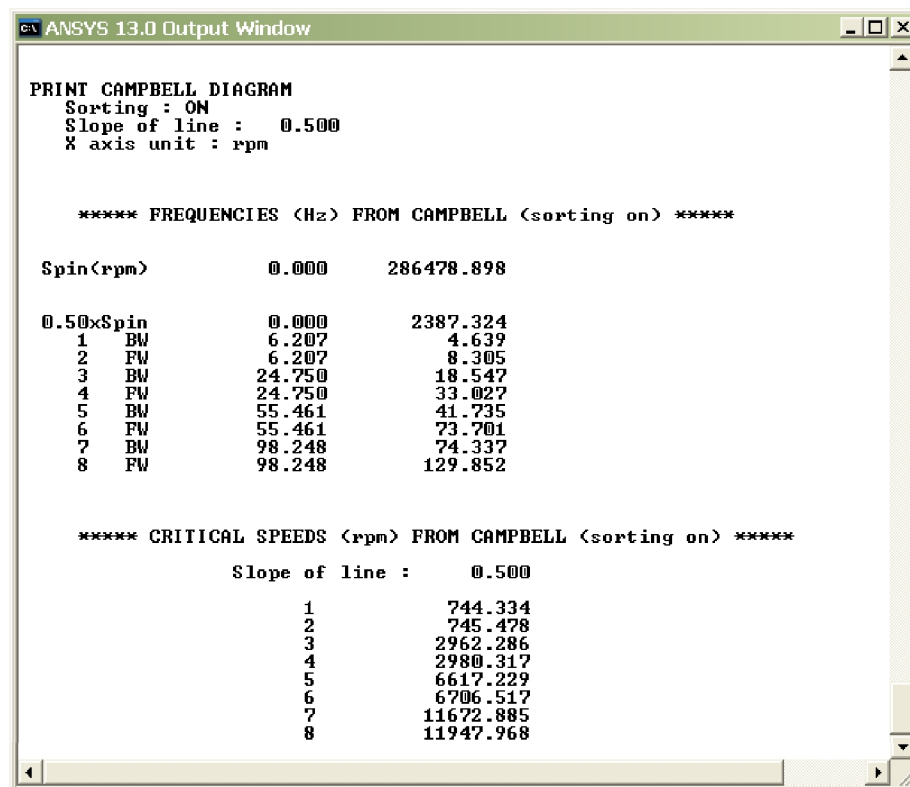


Рис. 38. Вывод значений критических частот вращения ротора

Для анимации прецессионного движения ротора используется команда ANHARM. Настройка анимации осуществляется в диалоге (рис. 39.) Animate Over Time (Utility Menu → PlotCtrls → Animate → Time-harmonic).

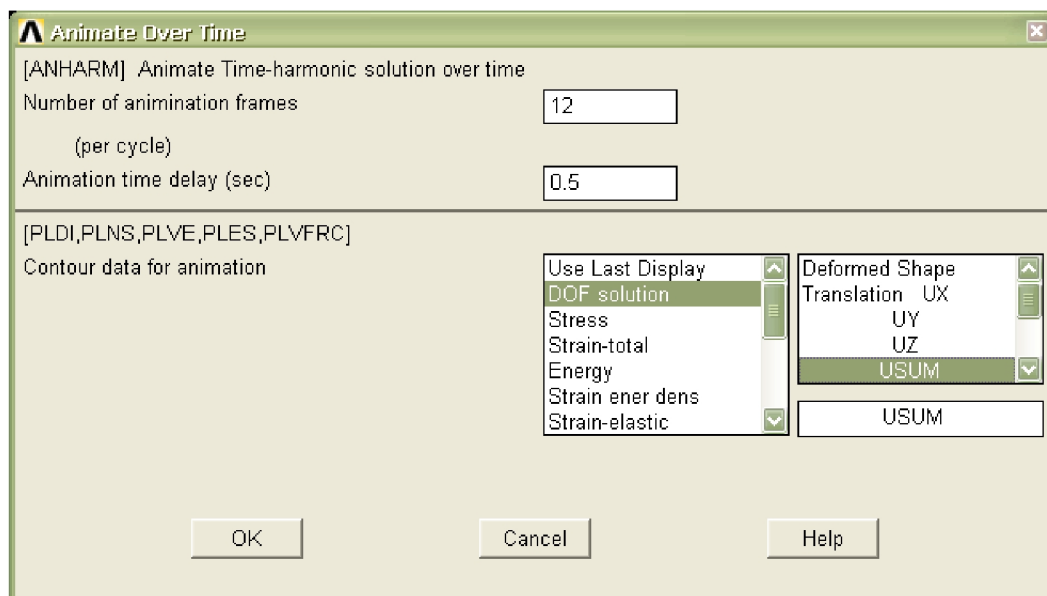


Рис. 39. Диалог настройки анимации прецессионного движения ротора

6 РАСЧЕТ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВРАЩАЮЩЕГОСЯ РОТОРА ПРИ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ

Определение амплитудно-частотных характеристик двигателей при вынужденных колебаниях под действием неуравновешенности основано на рациональном выборе динамической модели системы двигателя.

Эквивалентность модели и реальной конструкции должна подтверждаться данными экспериментальных исследований. Существенным является не только правильное определение массовых и жесткостных параметров всех элементов, оценка характера связей системы, что в совокупности определяет частотный спектр, но и задание уровня периодического возбуждения и распределения демпфирования в системе.

Расчет амплитудно-частотных характеристик связан с проблемой прогнозирования уровня вибрации во всем рабочем диапазоне частот вращения, которая может решаться при проектировании на основе статистических распределений дисбаланса и демпфирования для двигателей данного типа.

Кроме того, представляет интерес задача прогнозирования уровня вибрации, вызываемых какими-либо нарушениями нормальной работы двигателя и, как следствие этого, резким возрастанием дисбаланса в каком-либо сечении роторов. К таким ситуациям относятся обрывы лопаток, их обледенение и другие нарушения балансировки. Определение амплитудно-частотных характеристик ГТД при нарушенной балансировке помогает установить какие сечения на корпусе двигателя являются наиболее информативными, т.е. лучше реагируют на наиболее сильные формы вибрации каждого из роторов и, тем самым, позволяет оценить эффективность выбора мест установки вибродатчиков.

Расчетные исследования вынужденных колебаний ротора в ANSYS осуществляются на тех же конечно-элементных моделях, которые участвовали в модальном анализе.

Настройка решения начинается с выбора типа анализа Harmonic в **Main Menu** → **Solution** → **Analysis Type** → **New Analysis**.

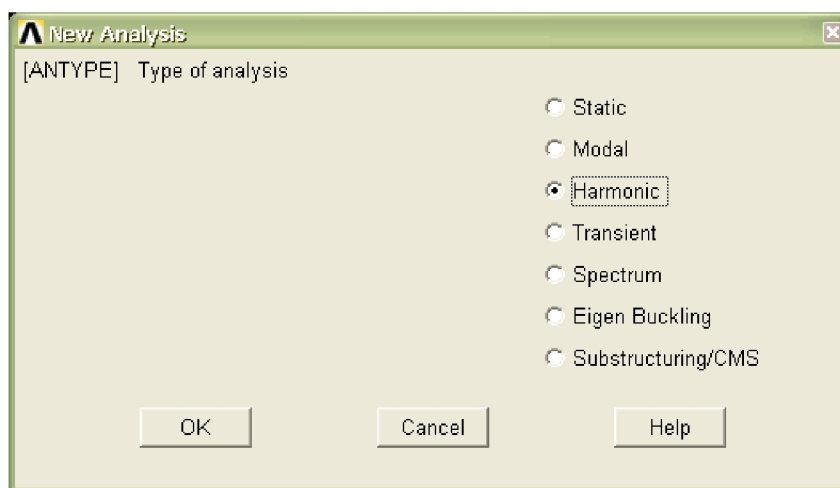


Рис. 40. Выбор типа анализа

Моделирование граничных условий закрепления ротора выполняется аналогично модальному анализу.

Рассмотрим методику приложения вращающейся возбуждающей силы F_d от неуравновешенности ротора (рис. 41).

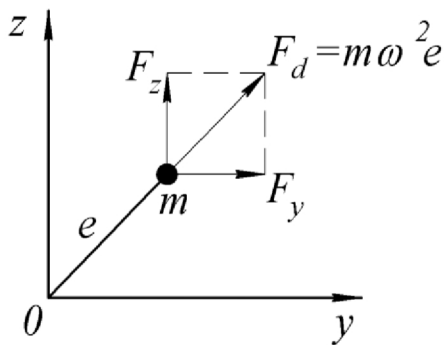


Рис. 41. К определению силы от дисбаланса

Найдем проекции силы F_d на оси координат.

$$F_Y = F_d \cos(\omega t), F_Z = F_d \sin(\omega t).$$

Используя комплексное представление гармонических колебаний, получаем.

$$F_Y = F_d e^{i\omega t},$$

$$F_Z = F_d \cos(\omega t - \pi/2) = F_d e^{i(\omega t - \pi/2)} = F_d \frac{e^{i\omega t}}{\cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2)} = -i F_d e^{i\omega t}.$$

Таким образом, в гармоническом анализе вращающаяся возбуждающая сила от дисбаланса вводится в комплексной форме в виде двух проекций. Следует отметить, что задается непосредственно величина дисбаланса $m \cdot e$, как показано ниже в примере.

*Disbal=m*e*

!Величина дисбаланса

F, № узла, FY, Disbal

!Действительная часть вынуждающей

силы вдоль оси Y

F, № узла, FZ, , - Disbal

!Отрицательная мнимая часть вынуждающей

силы вдоль оси Z

Силы следует прикладывать на оси вращения. Для моделей, состоящих из трехмерных КЭ, требуется создать на оси мастер-узел связанный с узлами в плоскости приложения дисбаланса.

Расчет амплитуды и частоты вынуждающей силы в зависимости от частоты вращения ротора производится с помощью команды SYNCHRO (Main Menu→Solution→Define Loads→Apply→Structural→Inertia→Angular Veloc→Synchronous).

Программа ANSYS рассчитывает угловую скорость вращения Ω ротора исходя из частоты возбуждения f [Гц], заданной с помощью команды HARFRQ, как $\Omega = 2\pi f$. Направление вектора угловой скорости вращения ротора задается с помощью команды OMEGA.

Кроме того, Ω участвует в вычислении гироскопической матрицы. Учет гироскопического эффекта включается так же, как при модальном анализе.

При расчете вынужденных колебаний от дисбаланса окно переменной Excitation Freq/Freq of rot.vel необходимо оставить пустым (рис. 42).

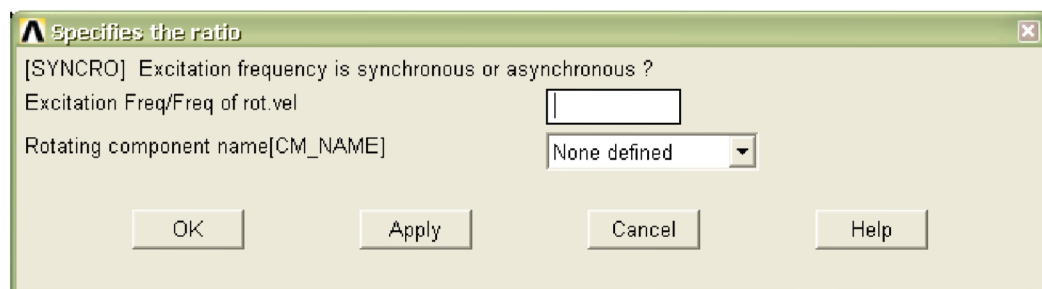


Рис. 42. Диалог команды SYNCHRO

Интересующий диапазон частот вынужденных колебаний и число шагов задается в диалоге (рис. 43) Harmonic Frequency and Substep Options (**Main Menu** → **Preprocessor** → **Loads** → **Load Step Opts** → **Time/Frequenc** → **Freq and Substps**). Параметр KBC необходимо выставить с положение Stepped.

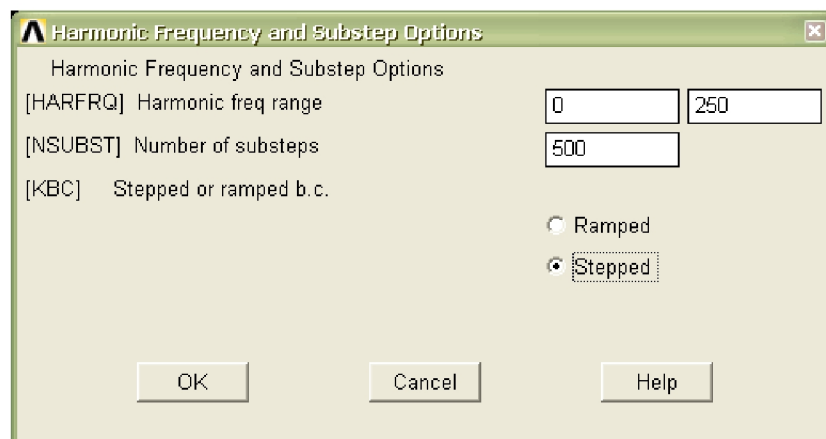


Рис. 43. Настройка диапазона частот исследований

При вынужденных колебаниях амплитуду на резонансных режимах определяет уровень демпфирования в системе. Рассеяние энергии в системе происходит путем конструкционного демпфирования в деталях, осуществляющих взаимную связь элементов (фланцевые, шлицевые и др. соединения), в опорах роторов благодаря трению в подшипниковых узлах и демпферах. Демпфирование связано также с рассеиванием энергии в материале вращающихся роторов и неподвижных элементов статора. Кроме того, в двигателях имеется аэродинамическое демпфирование, трение в лабиринтных уплотнениях, трение среды, в котором вращается ротор.

Опыт показывает, что основным демпфирующим элементом являются опоры роторов, в которых сосредоточены основные силы сопротивления системы. Характеристики упруго-демпферных опор определяются расчетом этих элементов отдельно от всей системы.

В среде конечно-элементного анализа ANSYS существуют различные способы задания демпфирования:

- α и β демпфирование системы (модель вязкого трения Релея);
- постоянное относительное демпфирование DMPRAT;
- вязкое демпфирование в дискретных элементах;
- конструкционное демпфирование в материале (коэффициент рассеивания).

Коэффициенты α и β модели Релея, зависят от частоты колебаний ω и связаны с относительным демпфированием ξ следующим соотношением

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2}.$$

В свою очередь относительное демпфирование может быть получено из результатов экспериментальных исследований. Оно связано с логарифмическим декрементом колебаний δ соотношением

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}.$$

При гармоническом анализе коэффициенты демпфирования в системе задаются в диалоге (рис. 44) Damping Specifications (**Main Menu** → **Solution** → **Load Step Opts** →

Time/Frequenc → Damping). Коэффициенты могут использоваться как вместе, так и раздельно.

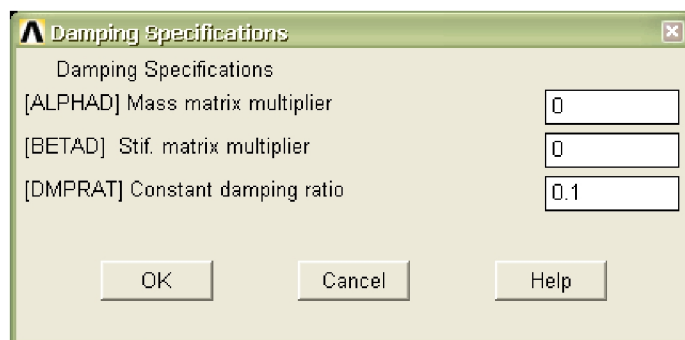


Рис. 44. Диалог задания демпфирования в системе

Для дискретных конечных элементов COMBIN14, MATRIX27, COMBIN214 и др., с помощью которых моделируются опоры ротора, демпфирование задается в реальных постоянных в виде коэффициента(ов) вязкого трения C [Н*с/м]. Пример реальных постоянных опоры ротора выполненной из КЭ COMBIN214 показан на рис 45.

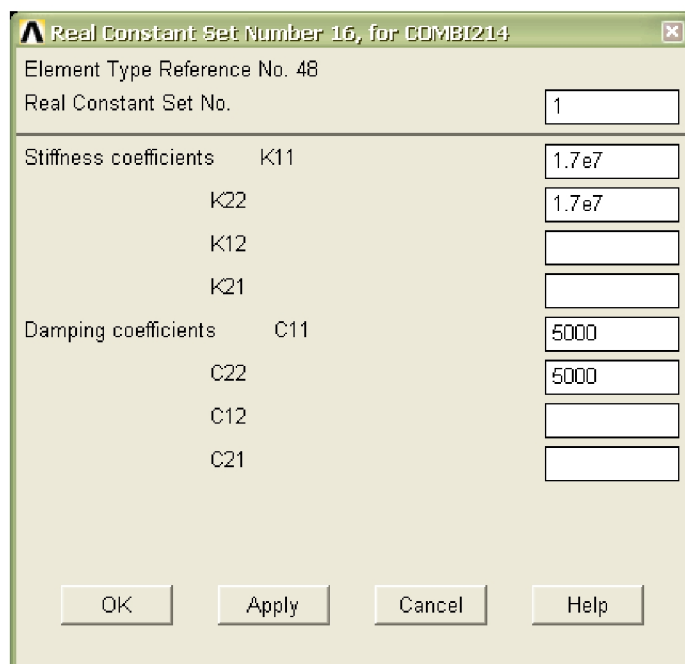


Рис. 45. Пример реальных постоянных опоры ротора из COMBIN214

Пример макроса настроек решения вынужденных колебаний ротора от действия дисбаланса приведен ниже.

```
/SOLU
antype,harmic
synchro

nsubst,500
harfrq,0, 250
kbc,1
dmpmat,0.01
omega,100
coriolis,on,,,on
```

```
!Вход в модуль решения Solution
!Выбор гармонического анализа
!Выполнение синхронизации частоты вынуждающей силы
!и частоты вращения ротора
!Задание числа шагов расчета
!Задание диапазона частот исследования
!Ступенчатое изменение нагрузки от шага к шагу
!Задание относительно демпфирования в системе
!Задание частоты вращения ротора 100 рад/с вокруг X
!Включение учета гироскопического эффекта
```

$Disbal = m * e$	!в неподвижной СК
$F, \text{ № узла, } FY, Disbal$	!Задание величины дисбаланса
$F, \text{ № узла, } FZ, -, Disbal$	!Действительная часть вынуждающей !силы вдоль оси Y
$solve$	!Отрицательная мнимая часть вынуждающей !силы вдоль оси Z !Выполнение расчета

Построение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ротора выполняется в модуле Time History Postprocessor (ANSYS Main Menu → TimeHist Postpro). При входе в модуль автоматически запускается диалог Variable Viewer управления переменными, изменяющимися во времени/частоте.

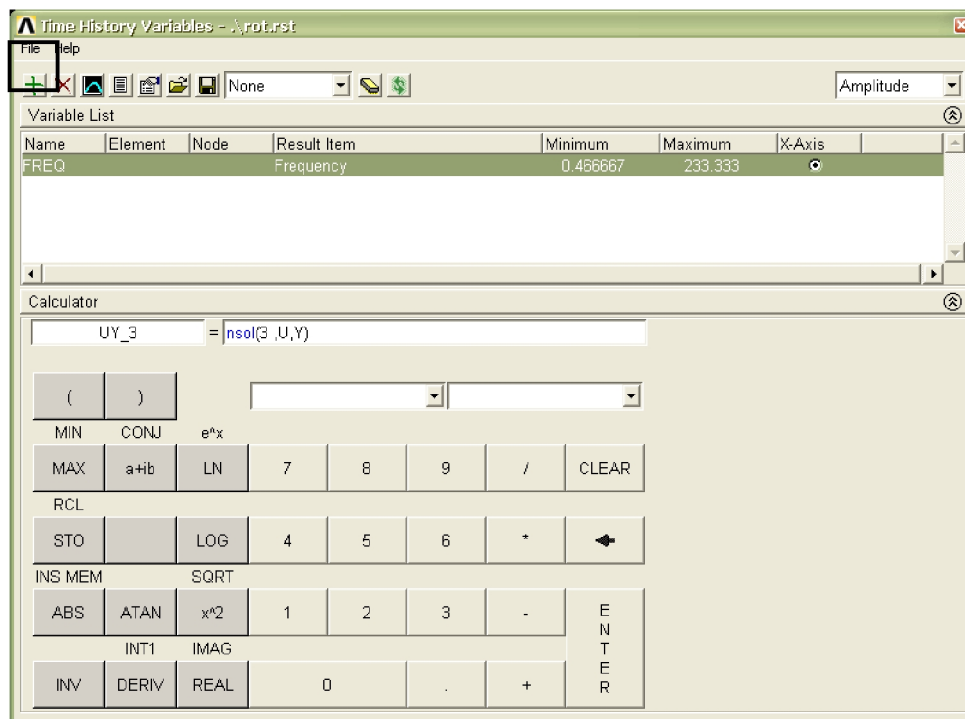


Рис. 46. Диалог Variable Viewer

Для построения АЧХ интересующего параметра (перемещения, напряжения, реакции и др.) в диалоге необходимо нажать кнопку добавления переменной (рис. 47.). Затем выбрать требуемый параметр в диалоге Add Time-History Variable и указать в графическом окне исследуемый узел.

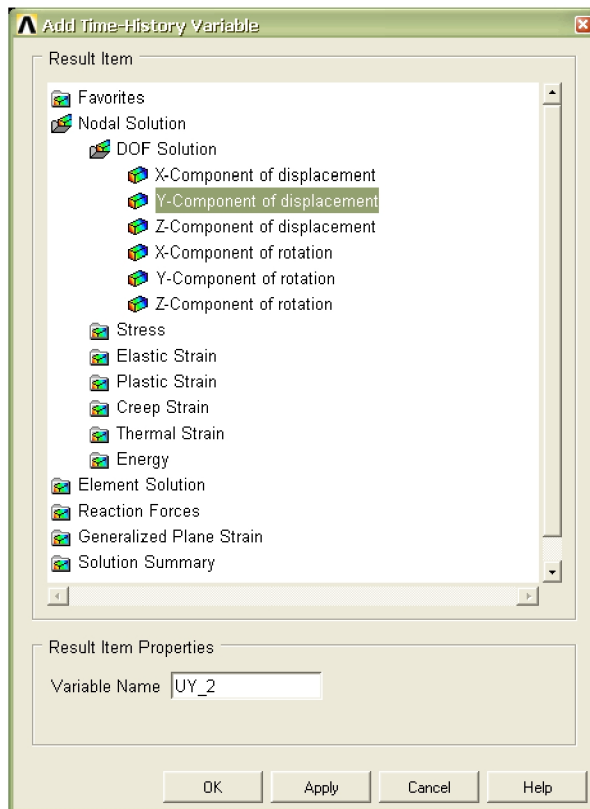


Рис. 47. Диалог выбора параметра для построения АЧХ

Для построения АЧХ в графическом окне (рис. 48.) необходимо выбрать необходимую переменную в Variable Viewer, убедиться, что в качестве оси X (X-Axis) стоит переменная FREQ и нажать на кнопку Graph Data.

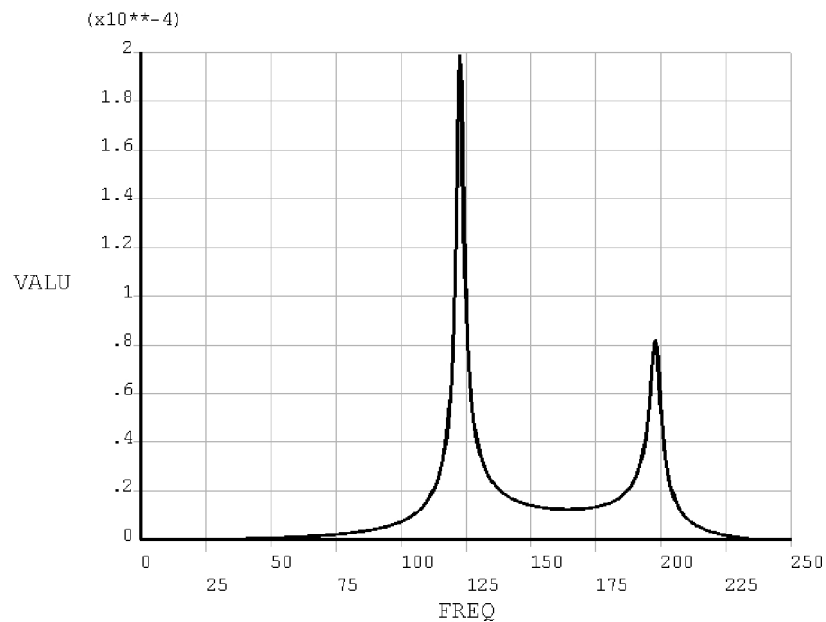


Рис. 49 – Пример АЧХ в графическом окне ANSYS

Следует отметить, что в некоторых случаях для получения амплитуды колебаний какого-либо параметра необходимо выполнять алгебраические действия над его проекциями. Для этого в диалоге Variable Viewer присутствует раздел Calculator.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

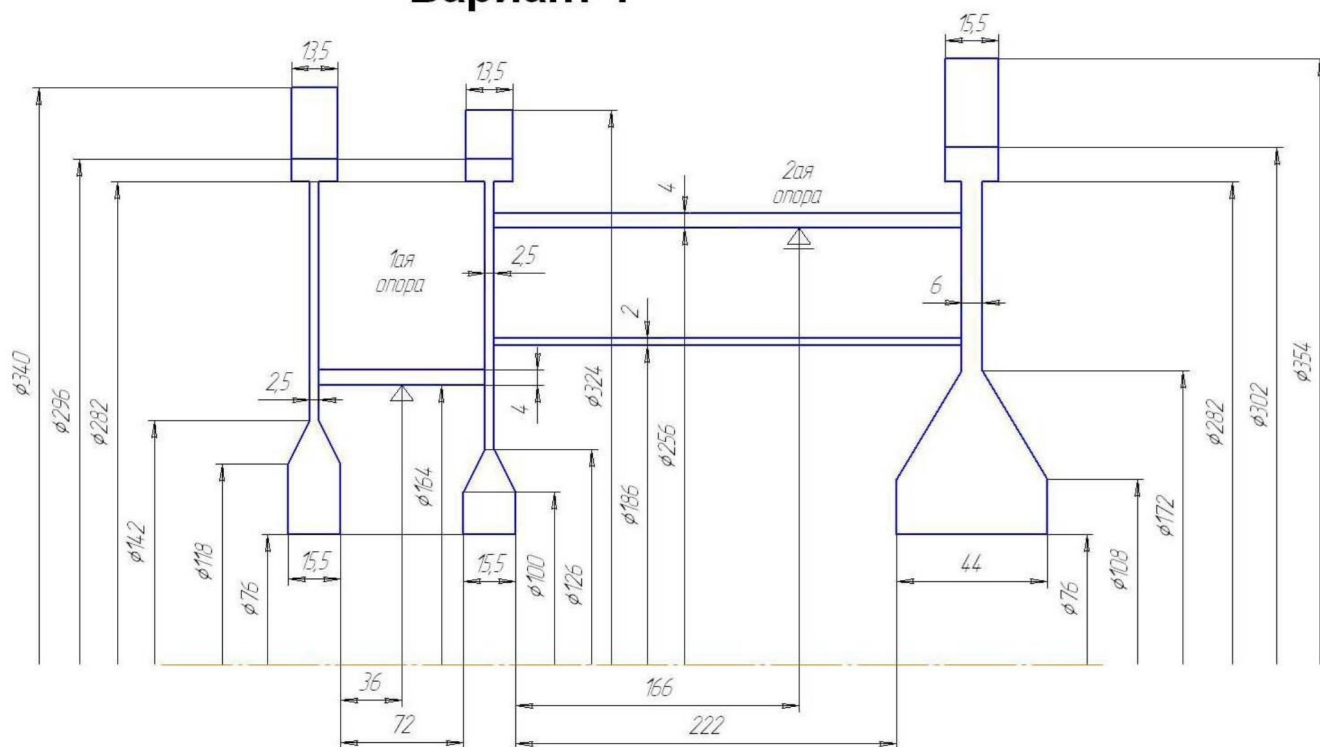
В учебном пособии подробно рассмотрено создание и расчет КЭ-модели ротора ГТД. При этом рассматривается построение объемной, оболочечной и гармонической модели ротора. Приведена методика учета жесткости опор ротора при исследовании динамики с применением пружинных конечных элементов, методика учета влияния гироскопического момента, рассмотрено построение резонансной диаграммы ротора и нахождение его критических частот вращения, приведена методика расчета амплитудно-частотных характеристик ротора при вынужденных колебаниях. Методическое пособие содержит 100 вариантов заданий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

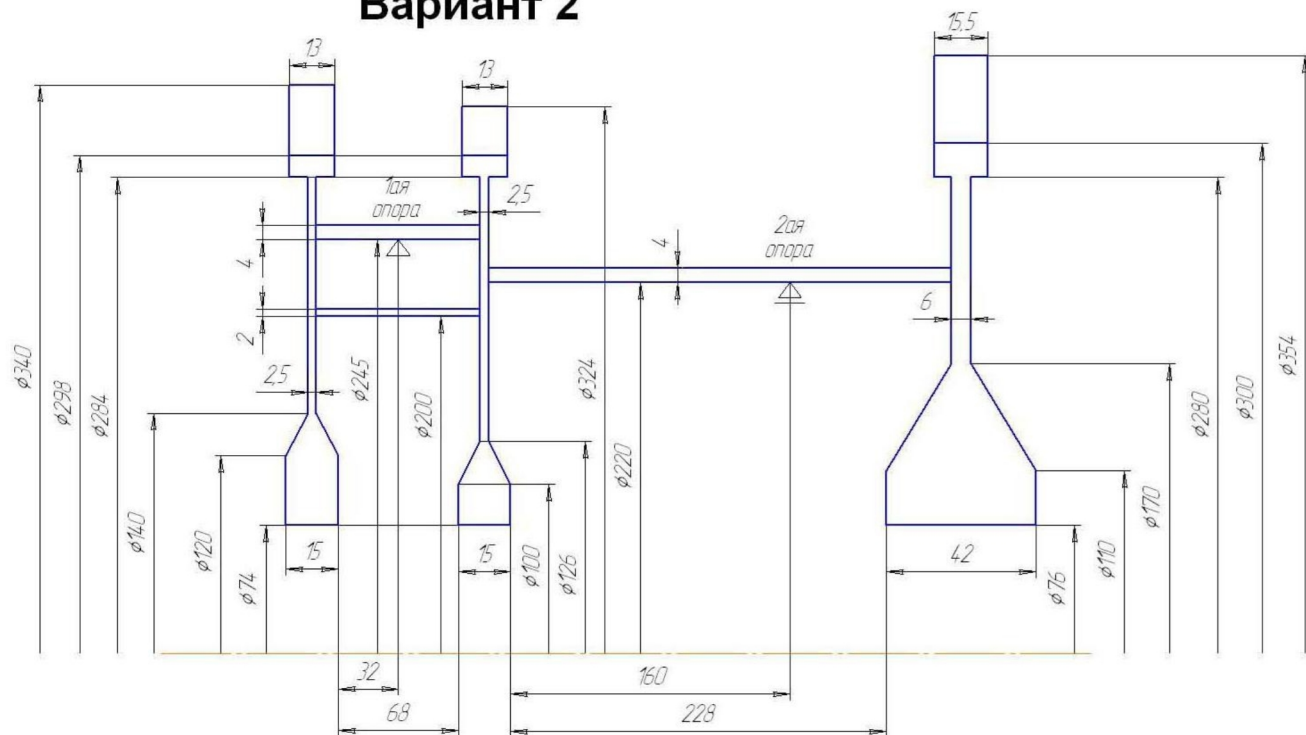
1. Биргер, И.А. Динамика авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.
2. Хронин, Д.В. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / Д.В. Хронин, С.А. Вьюнов. – М.: Машиностроение, 1989. – 368 с.
3. Лозицкий, Л.П. Конструкция и прочность авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / Л.П. Лозицкий, А.Н. Ветров. – М.: Воздушный транспорт, 1992. – 536 с.
4. Иноземцев, А.А. Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок [Текст] / А.А. Иноземцев, М.А., Нихамкин, – М.: Машиностроение, 2008. – 204 с.
5. Пономарев, Ю.К. Многослойные демпферы двигателей летательных аппаратов [Текст] / Ю.К. Пономарев, Д.Е. Чегодаев, – Самара: Издательство Самарского государственного аэрокосмического университета, 1998. – 234 с.
6. Белоусов, А.И. Гидродинамические демпферы опор роторов турбомашин [Текст] / А.И. Белоусов, Д.К. Новиков, В.Б. Балякин, – Самара: Издательство Куйбышевского авиационного института, 1991. – 95 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

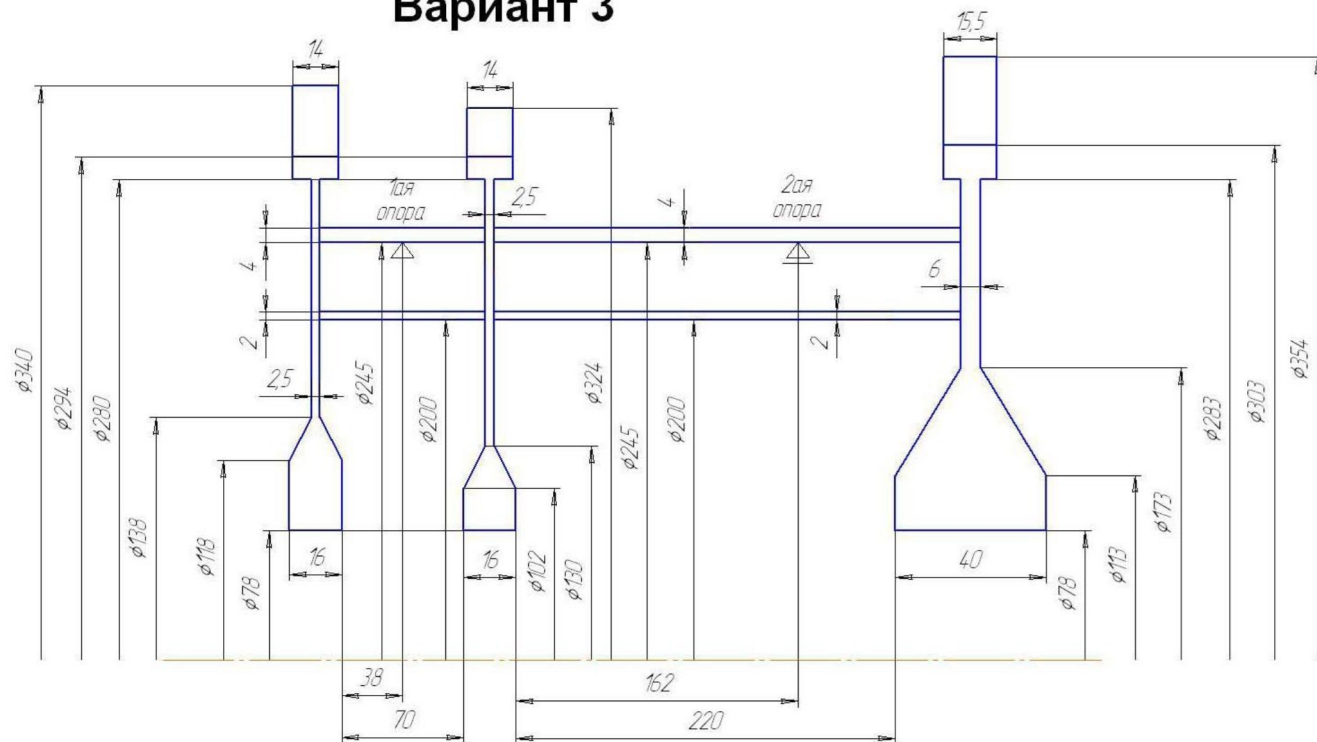
Вариант 1



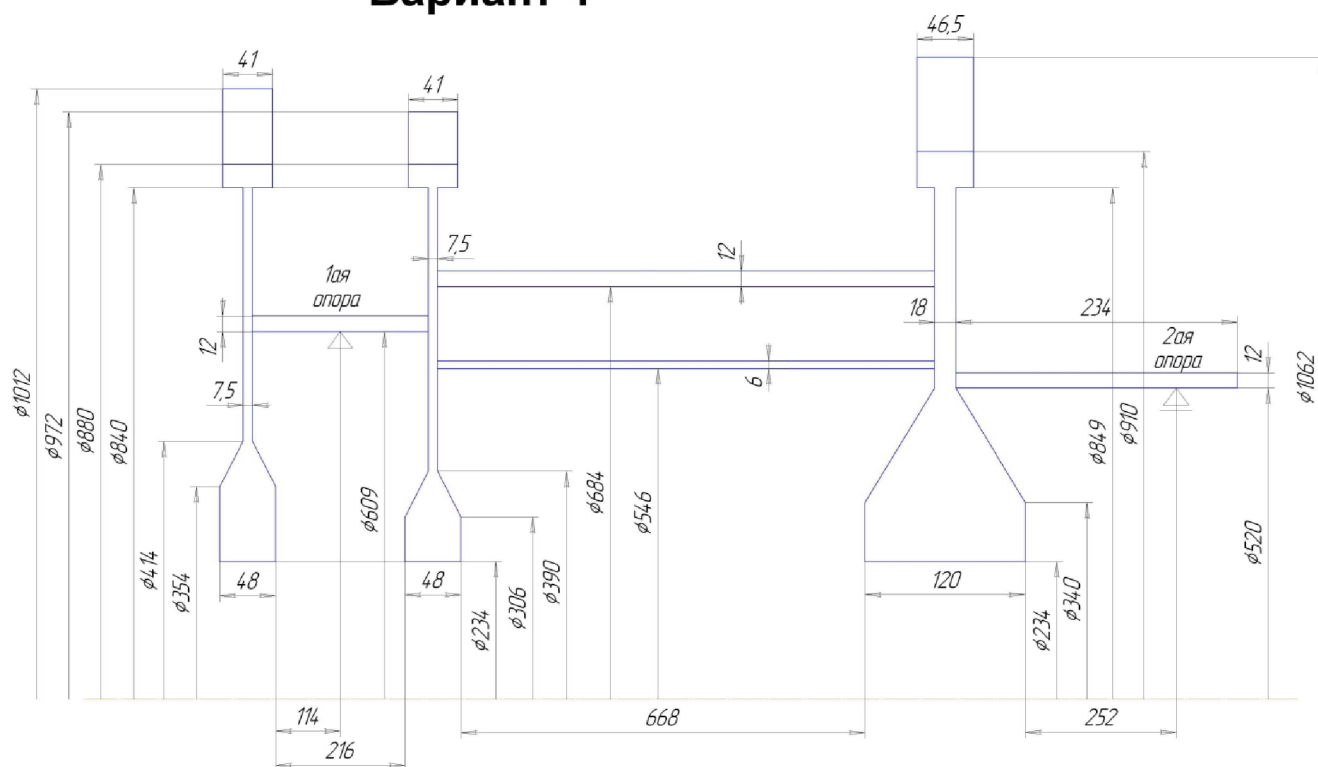
Вариант 2



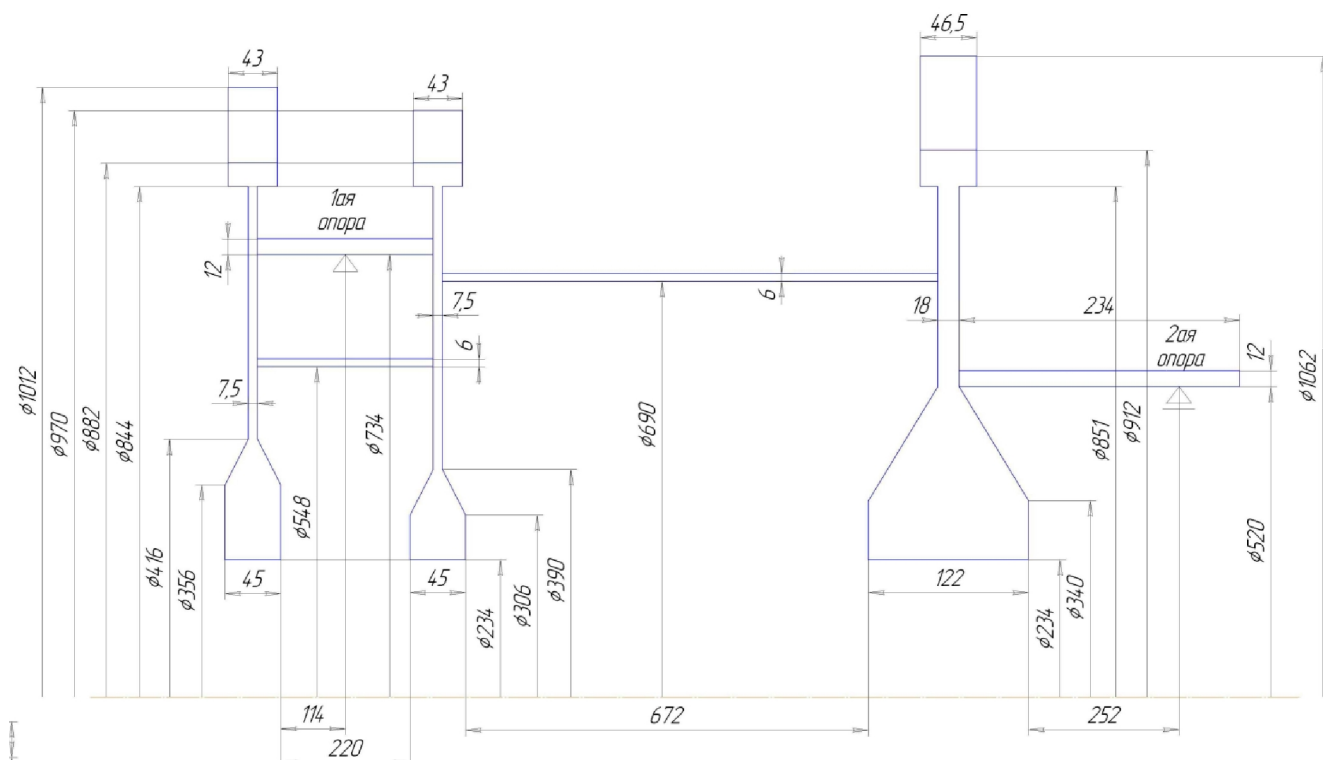
Вариант 3



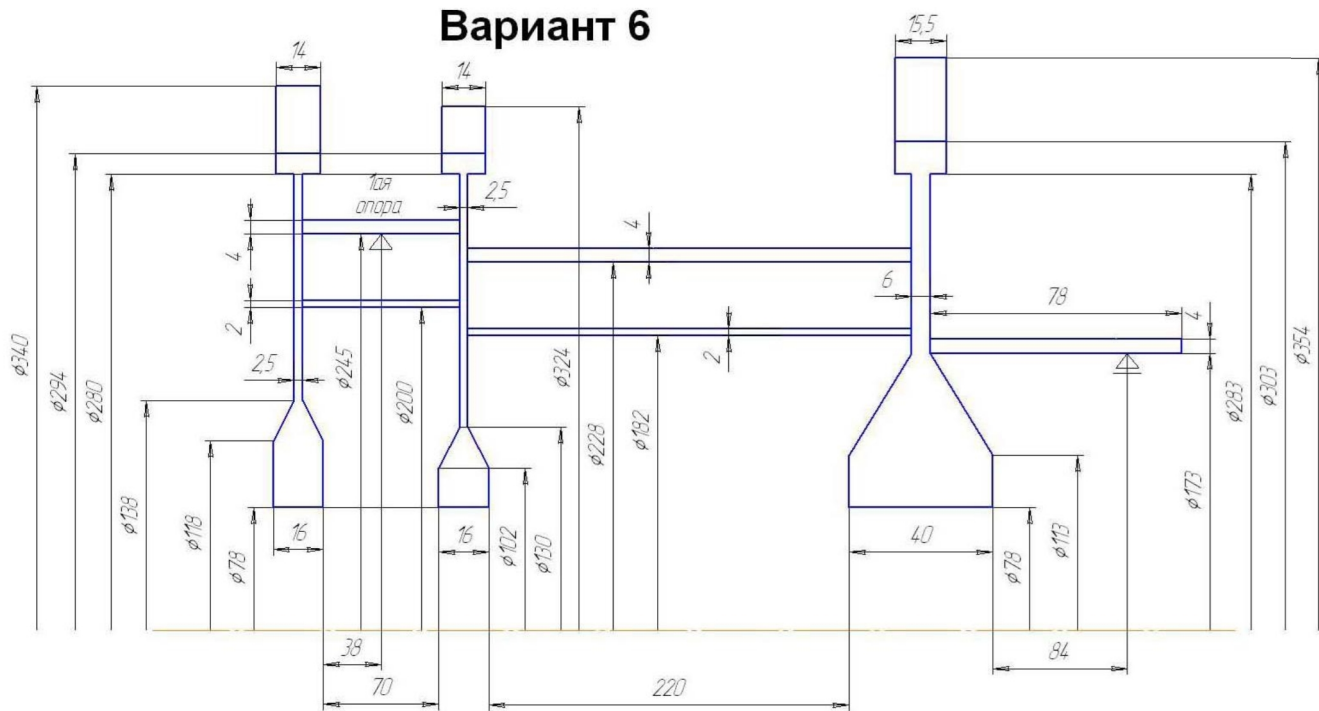
Вариант 4



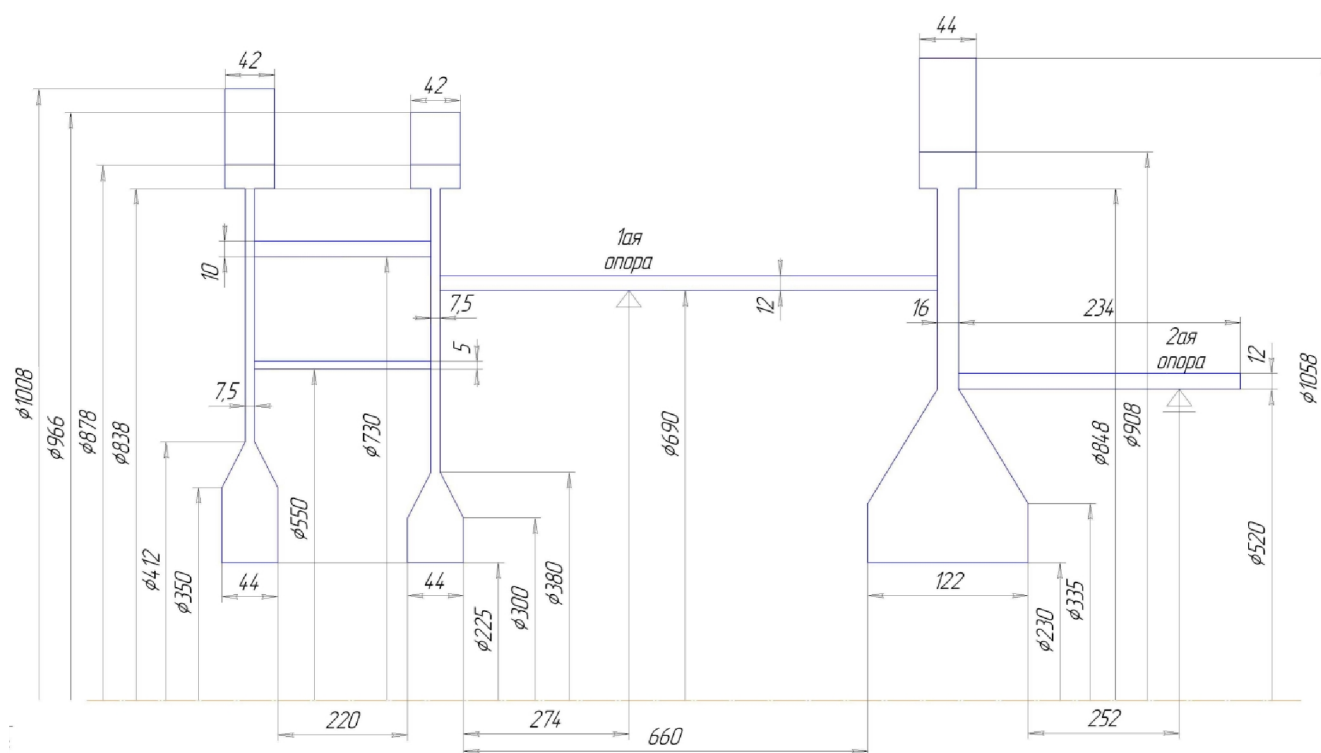
Вариант 5



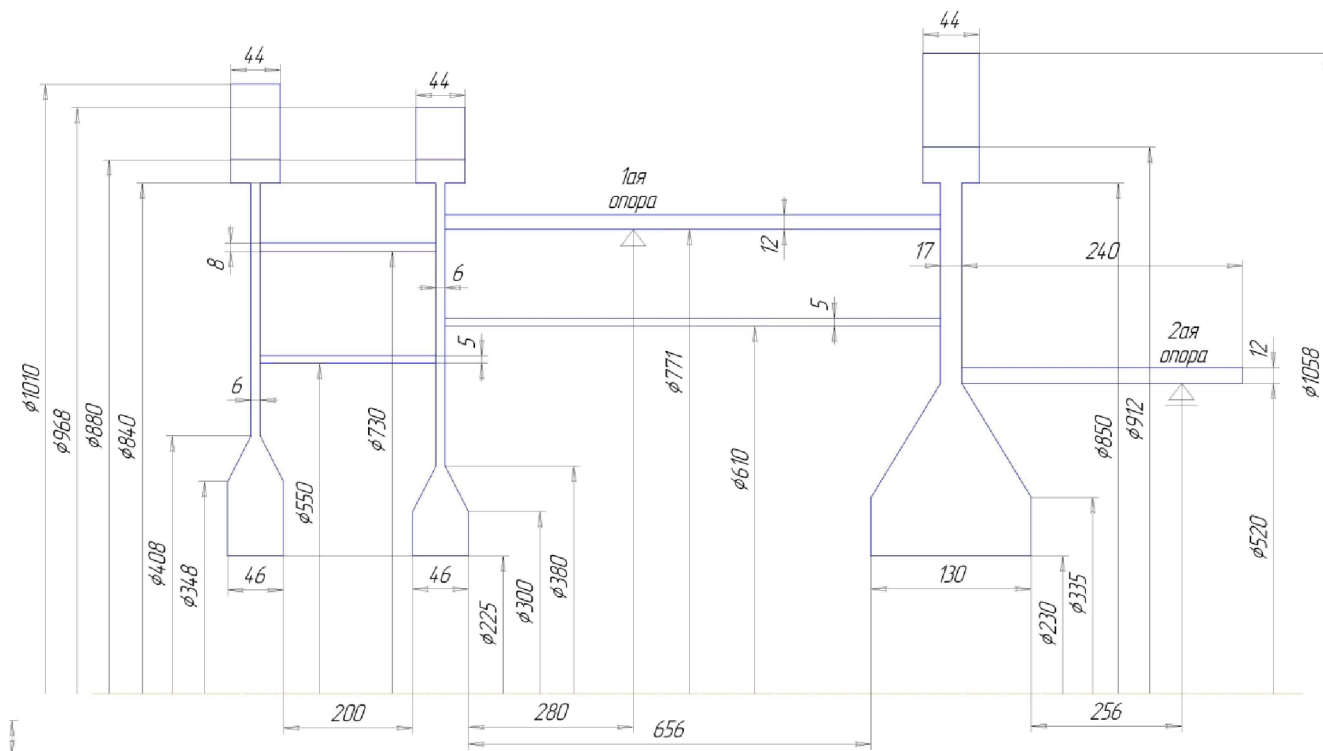
Вариант 6



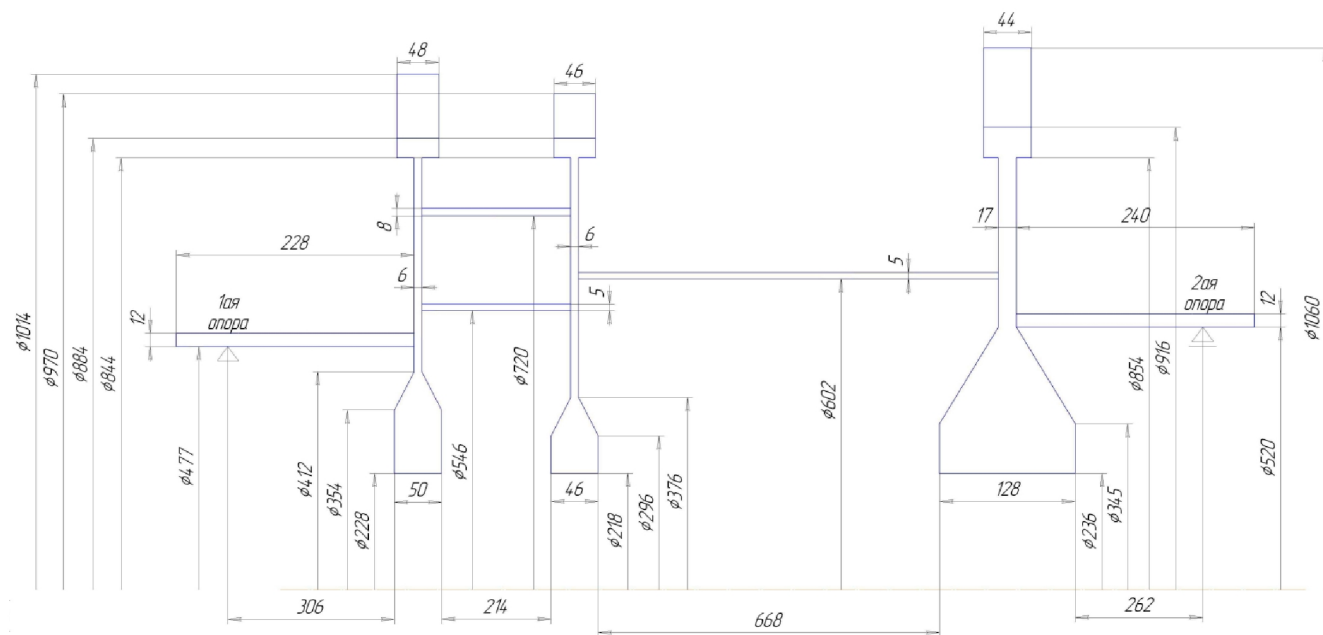
Вариант 7



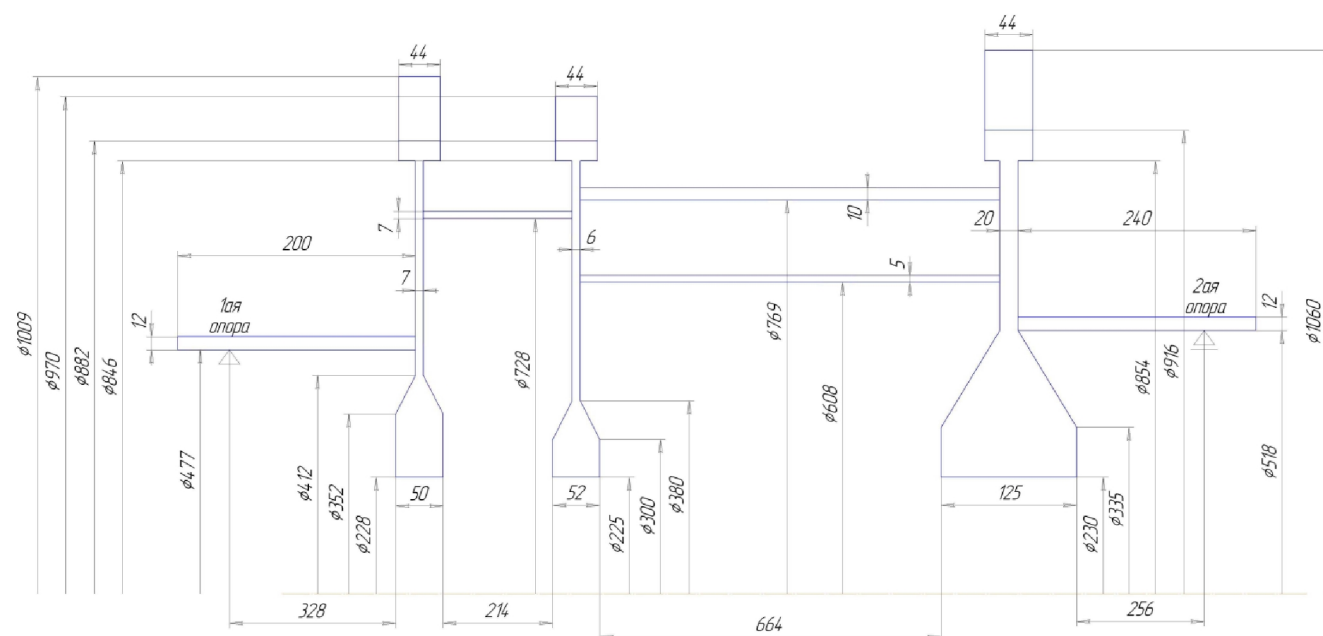
Вариант 8



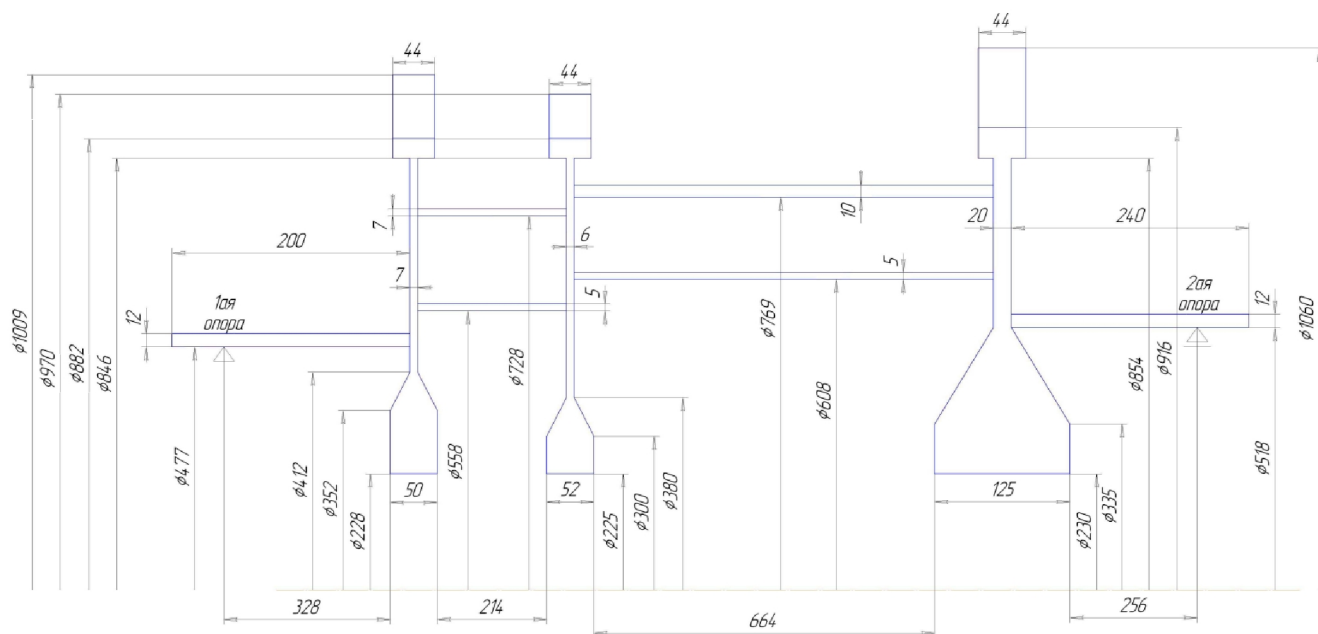
Вариант 9



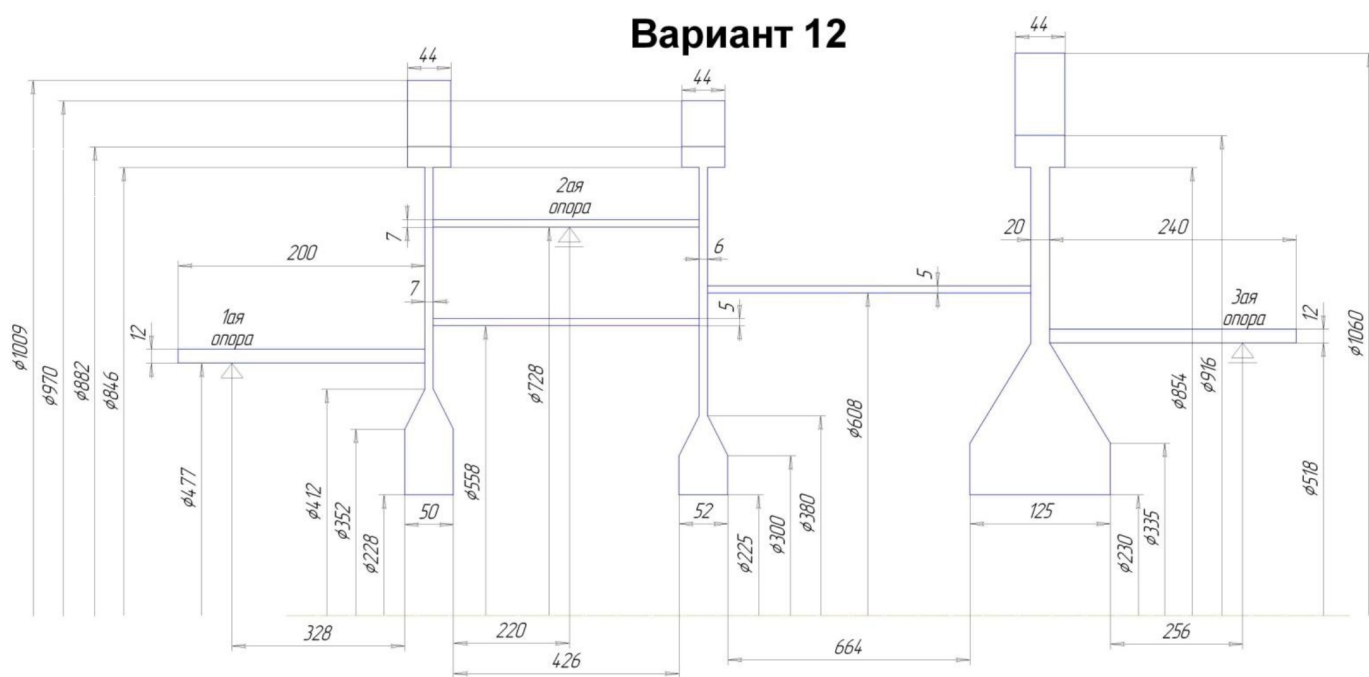
Вариант 10



Вариант 11



Вариант 12



[illegible][illegible]

Вариант 15

Technical drawing showing the foundation and ground floor plan of a building. The drawing includes dimensions for the foundation structure and the ground floor layout.

Foundation Dimensions:

- Overall width: $\phi 1009$
- Overall height: $\phi 970$
- Foundation width at base: $\phi 882$
- Foundation width at top: $\phi 846$
- Foundation width at intermediate level: $\phi 728$
- Foundation width at top level: $\phi 608$
- Foundation width at base level: $\phi 518$
- Foundation width at intermediate level: $\phi 477$
- Foundation width at top level: $\phi 412$
- Foundation width at intermediate level: $\phi 352$
- Foundation width at base level: $\phi 228$
- Foundation width at top level: $\phi 225$
- Foundation width at intermediate level: $\phi 300$
- Foundation width at base level: $\phi 380$
- Foundation width at top level: $\phi 230$
- Foundation width at intermediate level: $\phi 335$
- Foundation width at base level: $\phi 854$
- Foundation width at top level: $\phi 916$

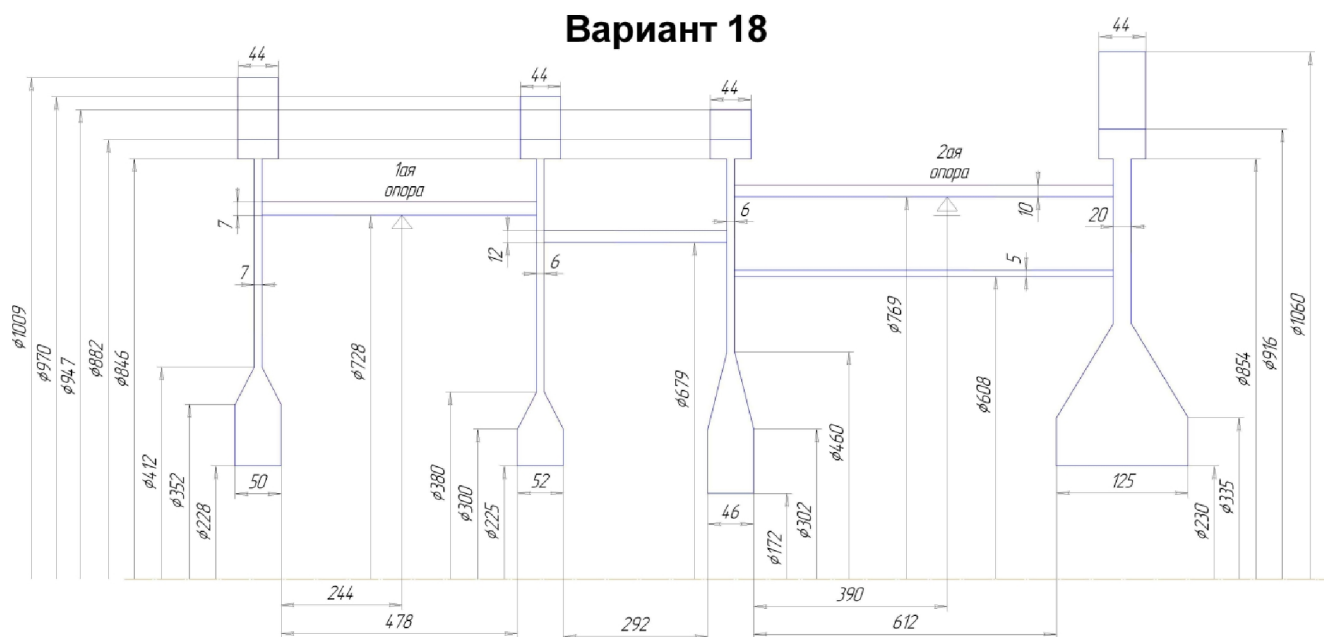
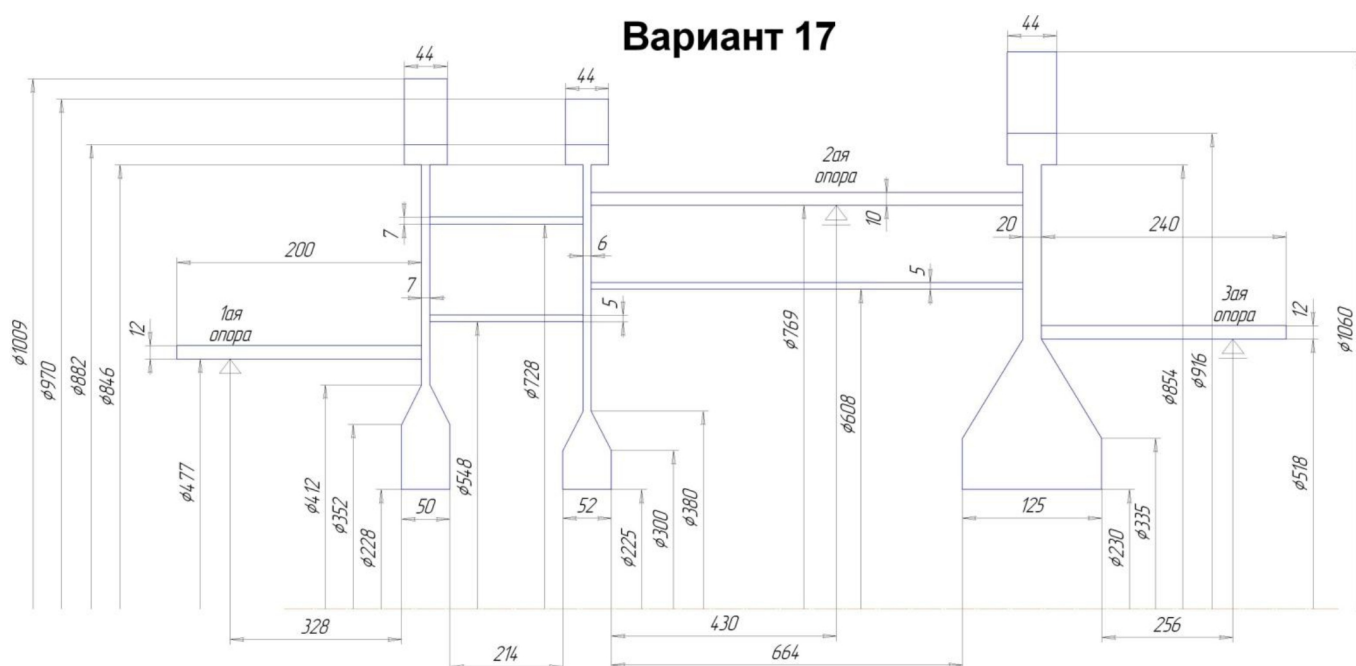
Ground Floor Plan Dimensions:

- Overall width: $\phi 1060$
- Overall height: $\phi 1060$
- Room width: $\phi 769$
- Room height: $\phi 608$
- Room width: $\phi 518$
- Room height: $\phi 477$
- Room width: $\phi 412$
- Room height: $\phi 352$
- Room width: $\phi 228$
- Room height: $\phi 225$
- Room width: $\phi 300$
- Room height: $\phi 380$
- Room width: $\phi 230$
- Room height: $\phi 335$
- Room width: $\phi 854$
- Room height: $\phi 916$

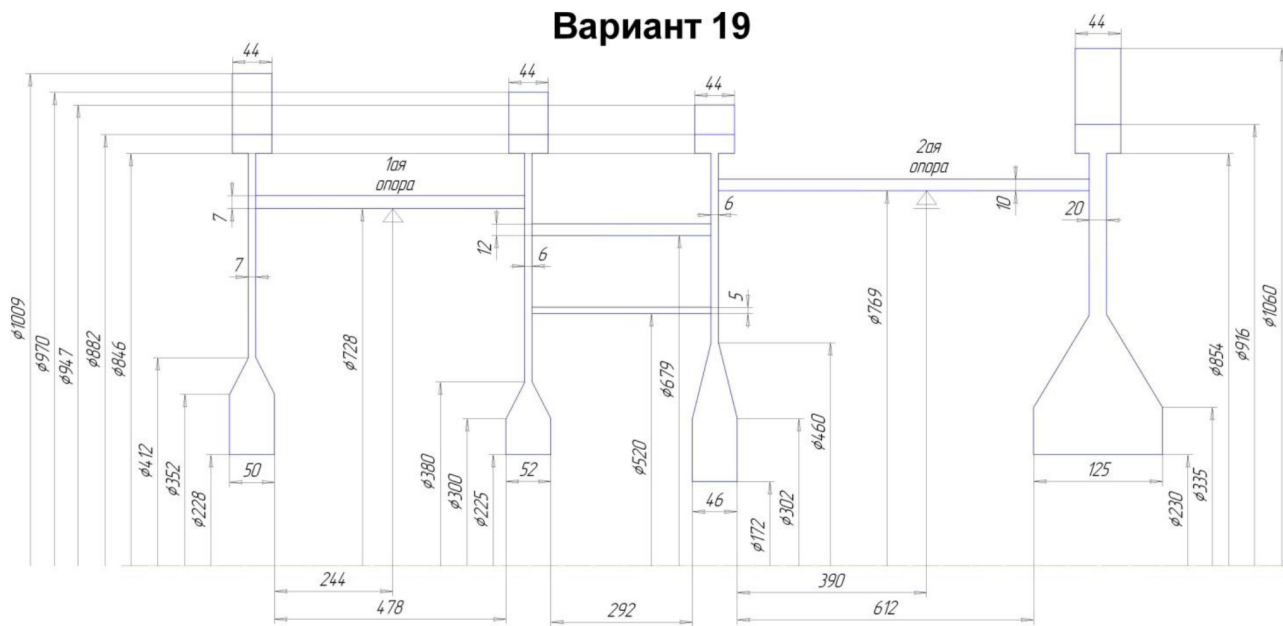
Other Dimensions:

- Room width: $\phi 769$
- Room height: $\phi 608$
- Room width: $\phi 518$
- Room height: $\phi 477$
- Room width: $\phi 412$
- Room height: $\phi 352$
- Room width: $\phi 228$
- Room height: $\phi 225$
- Room width: $\phi 300$
- Room height: $\phi 380$
- Room width: $\phi 230$
- Room height: $\phi 335$
- Room width: $\phi 854$
- Room height: $\phi 916$

[illegible]



Вариант 19



Вариант 20

Technical drawing showing a side view of a mechanical assembly with dimensions in millimeters.

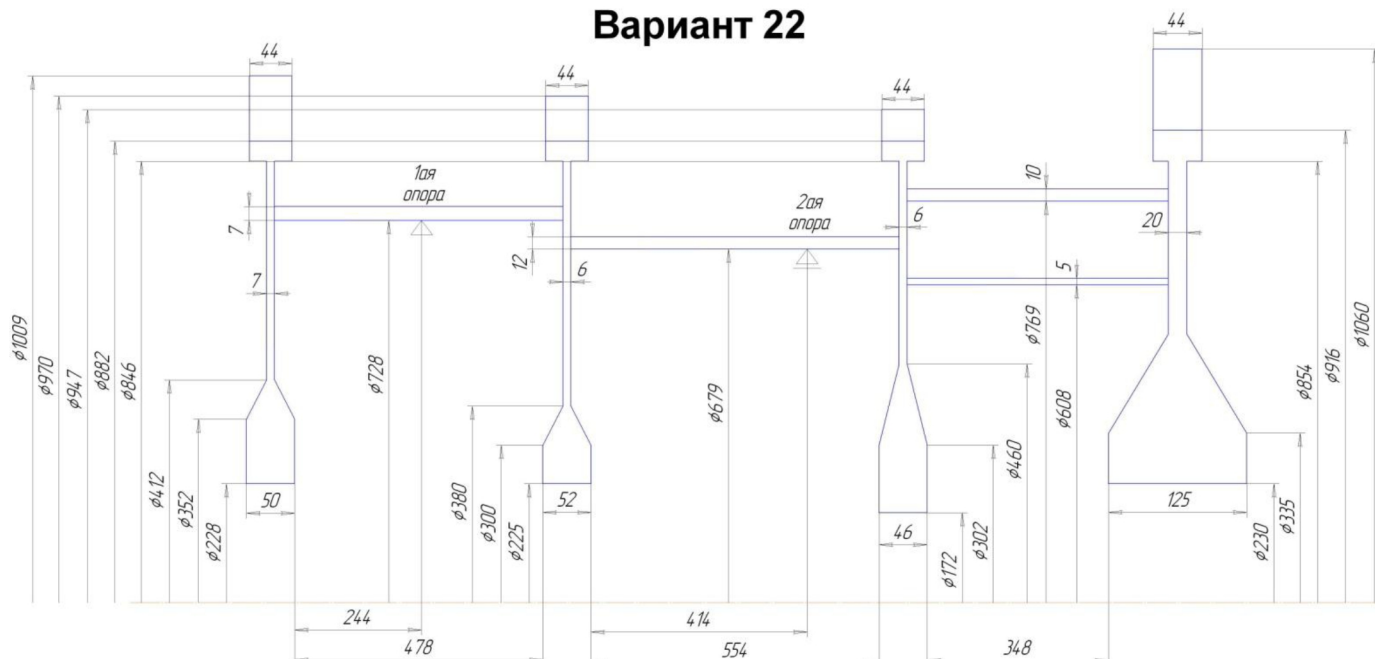
Key dimensions and features:

- Overall width: 612
- Overall height: 1009
- Central vertical shaft diameter: $\phi 728$
- Horizontal shaft diameter: $\phi 769$
- Large vertical flange diameter: $\phi 1060$
- Smaller vertical flange diameter: $\phi 854$
- Horizontal distance from left edge to center of large flange: 292
- Horizontal distance from center of large flange to center of smaller flange: 390
- Horizontal distance from center of smaller flange to right edge: 612
- Vertical distance from bottom to center of large flange: 460
- Vertical distance from bottom to center of smaller flange: 520
- Vertical distance from center of large flange to top: 44
- Vertical distance from center of smaller flange to top: 44
- Horizontal distance from left edge to center of large flange: 292
- Horizontal distance from center of large flange to center of smaller flange: 390
- Horizontal distance from center of smaller flange to right edge: 612
- Vertical distance from bottom to center of large flange: 460
- Vertical distance from bottom to center of smaller flange: 520
- Vertical distance from center of large flange to top: 44
- Vertical distance from center of smaller flange to top: 44

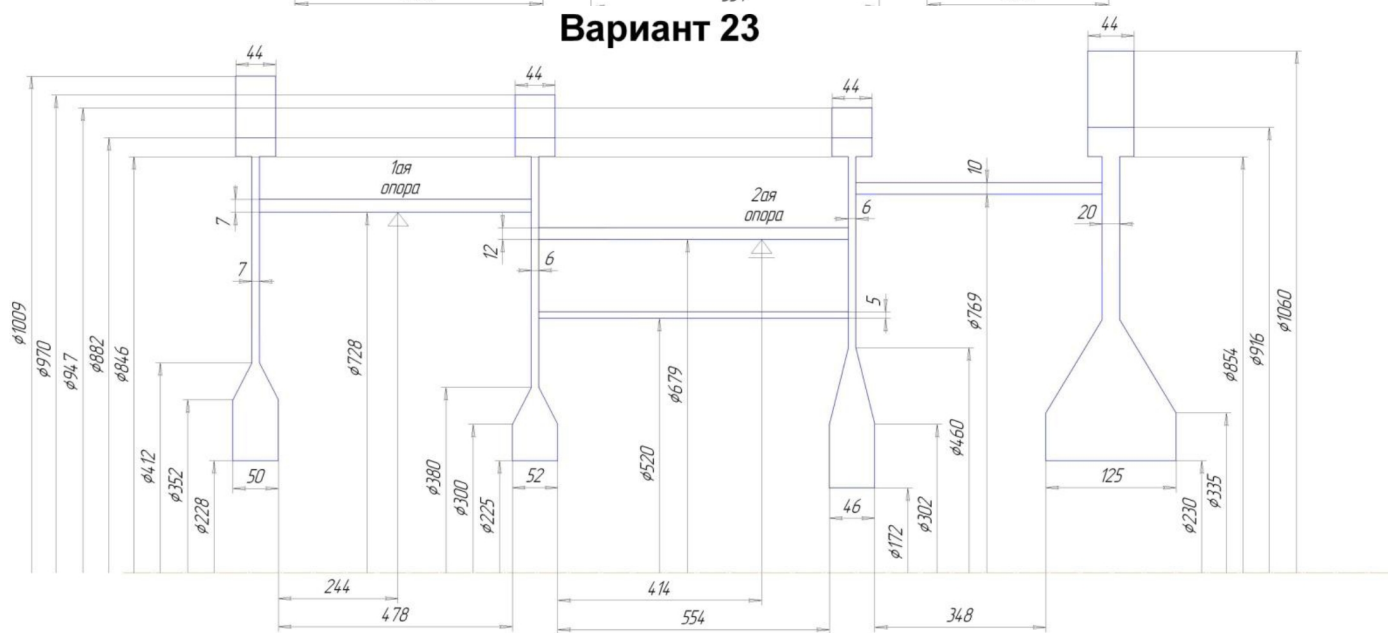
Вариант 21

Technical drawing of a mechanical assembly, Variant 21. The drawing shows a side view of a complex structure with multiple vertical and horizontal components. Key features include three vertical supports labeled "1ая опора", "2ая опора", and "3ая опора". The drawing is annotated with numerous dimensions in millimeters, including diameters (ϕ) and linear measurements. The overall width is 1009 mm and the height is 1060 mm.

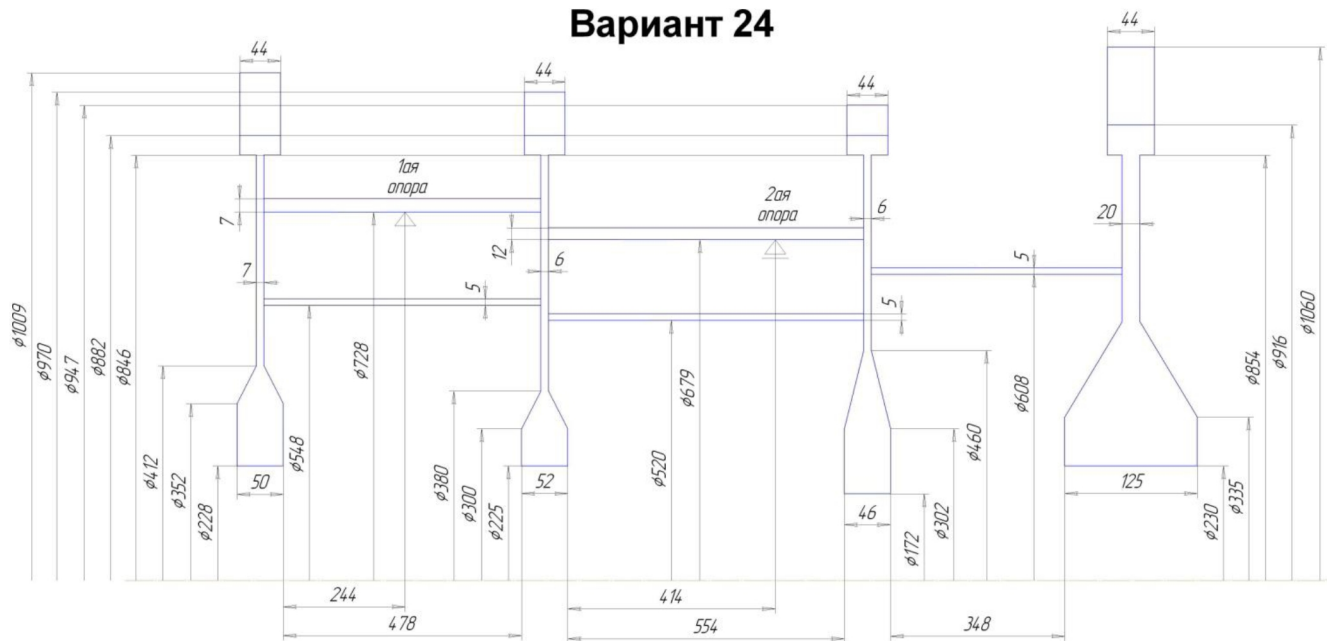
Вариант 22



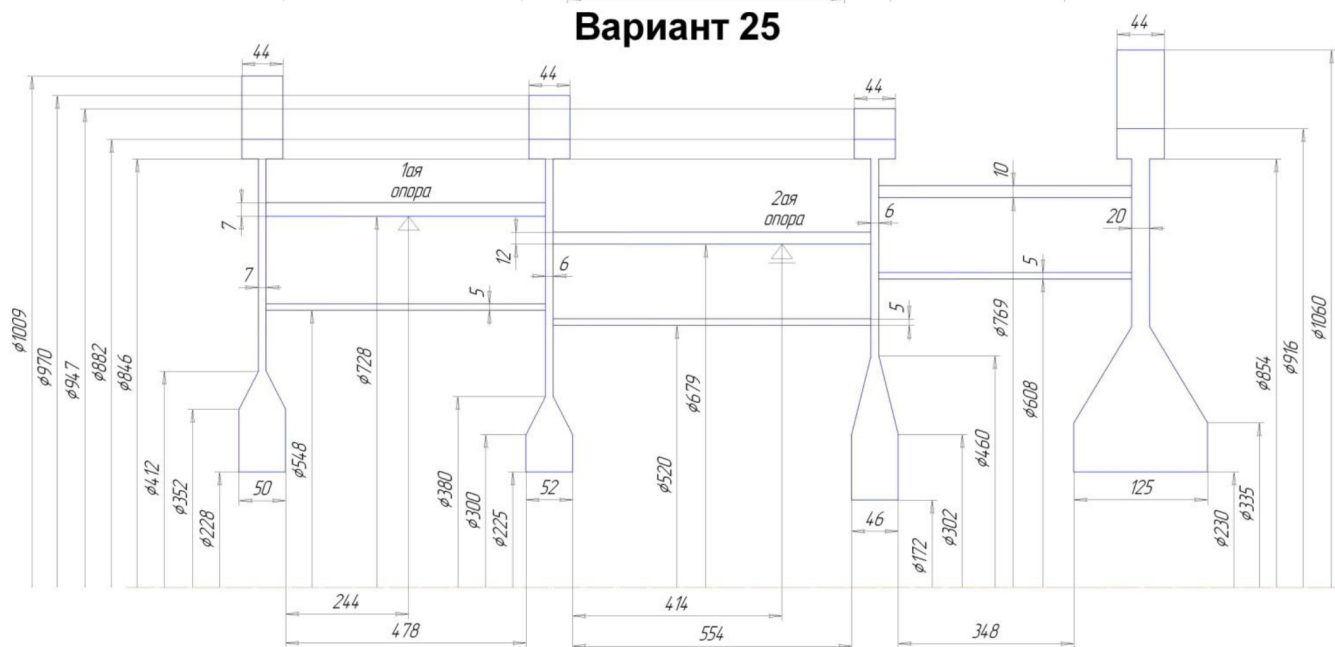
Вариант 23



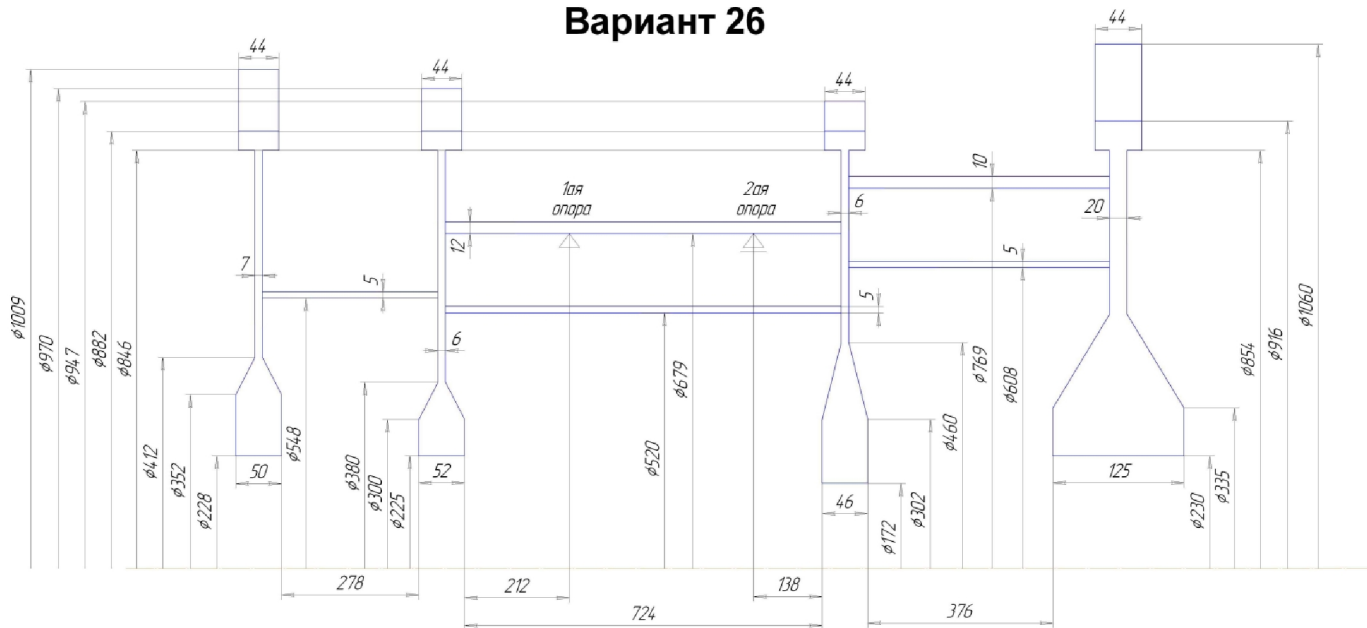
Вариант 24



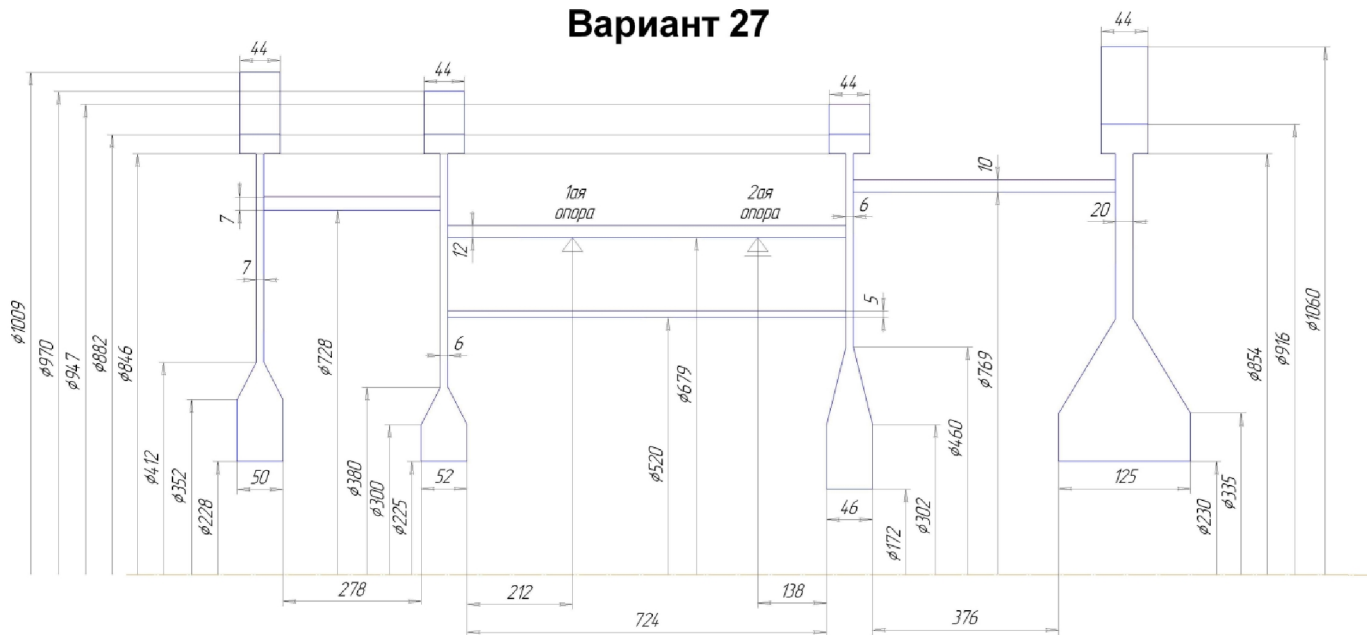
Вариант 25



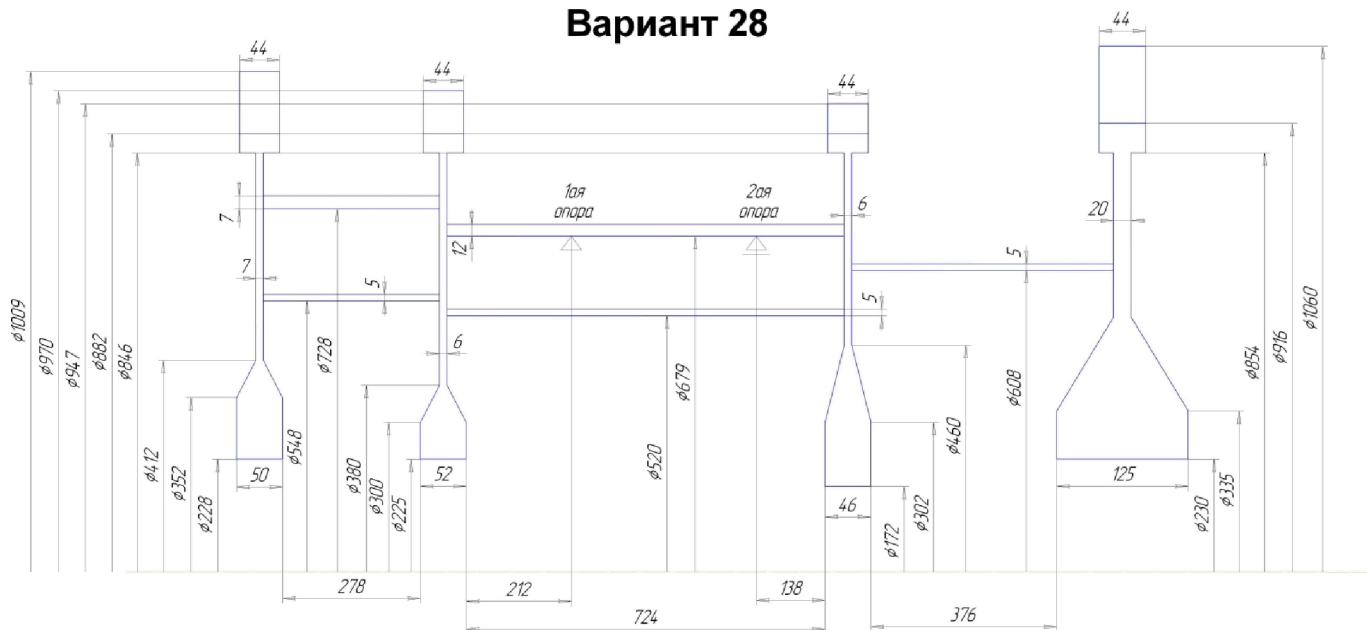
Вариант 26



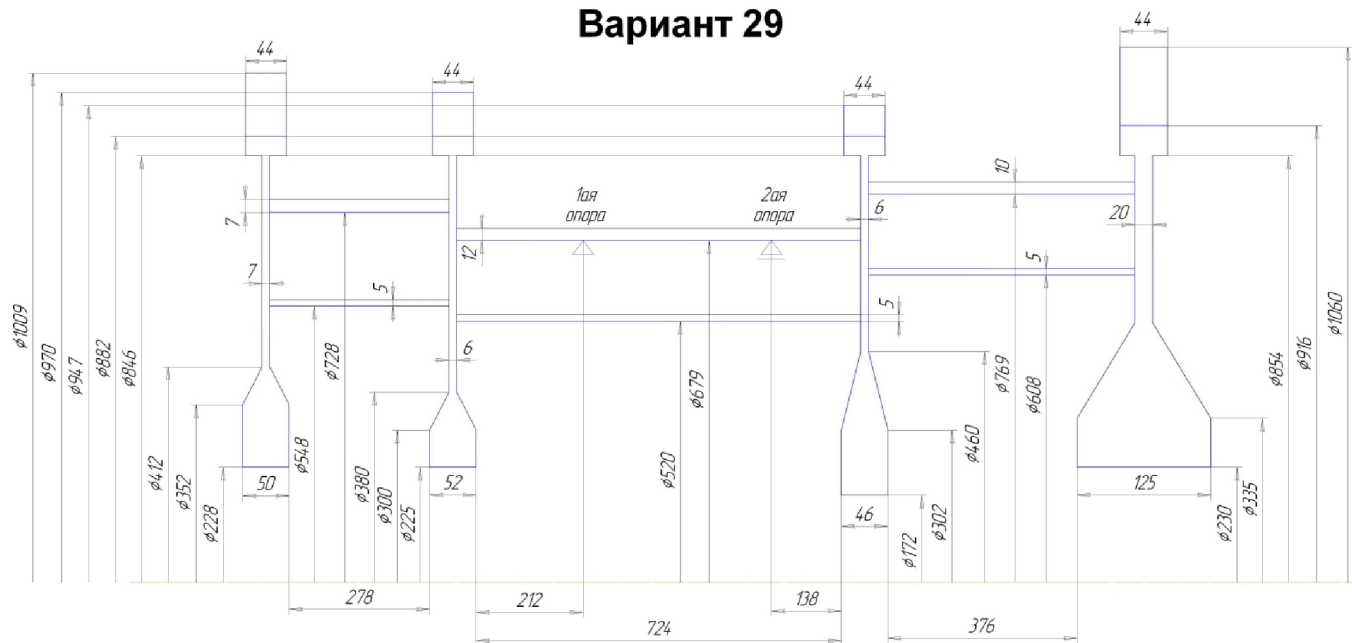
Вариант 27



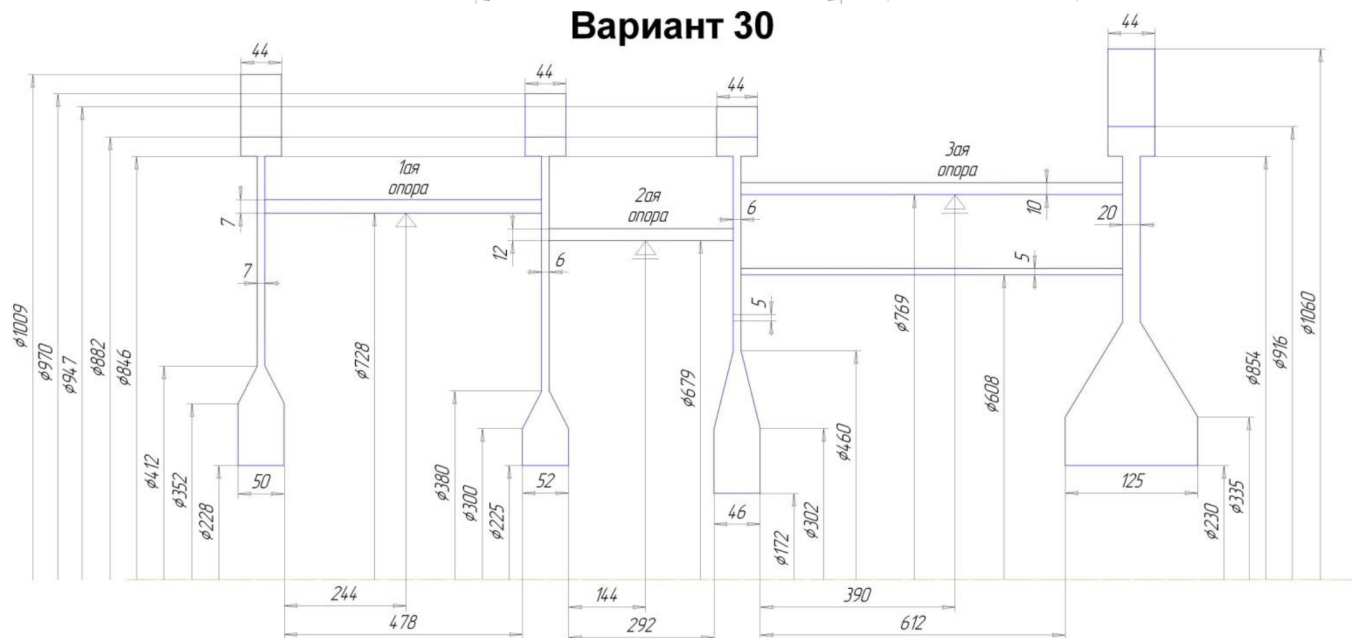
Вариант 28



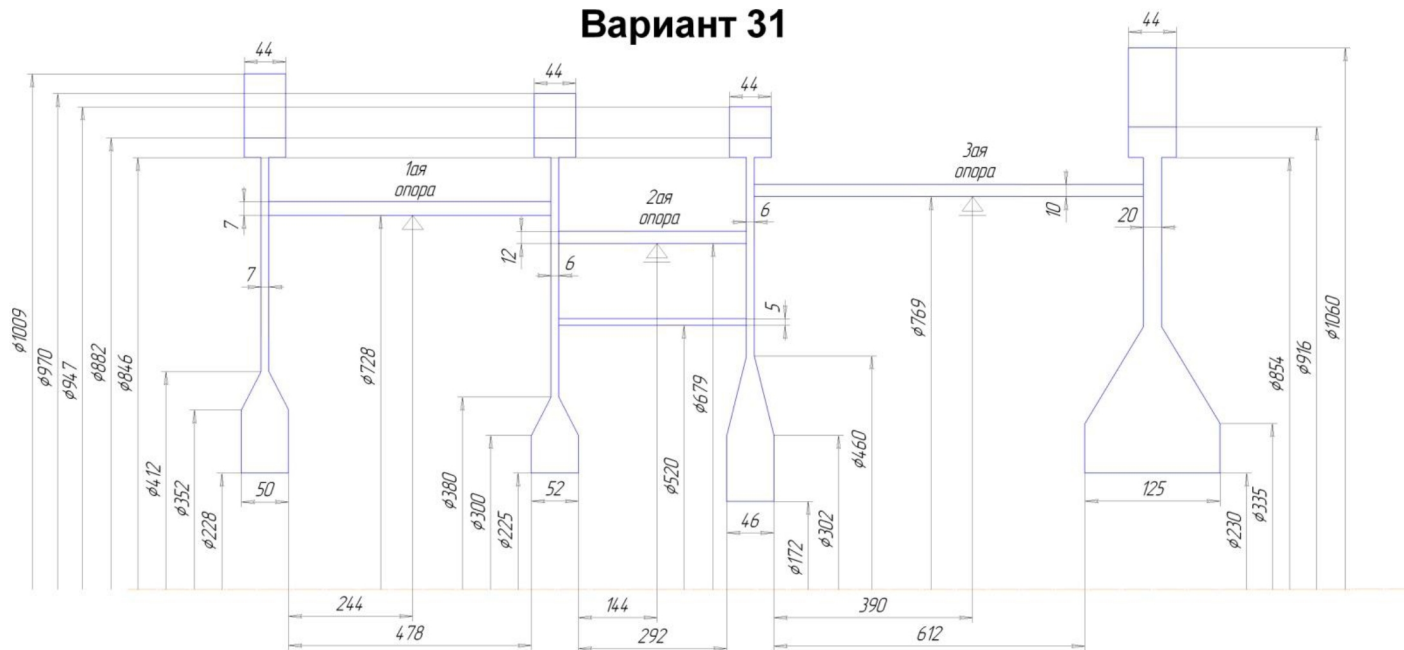
Вариант 29



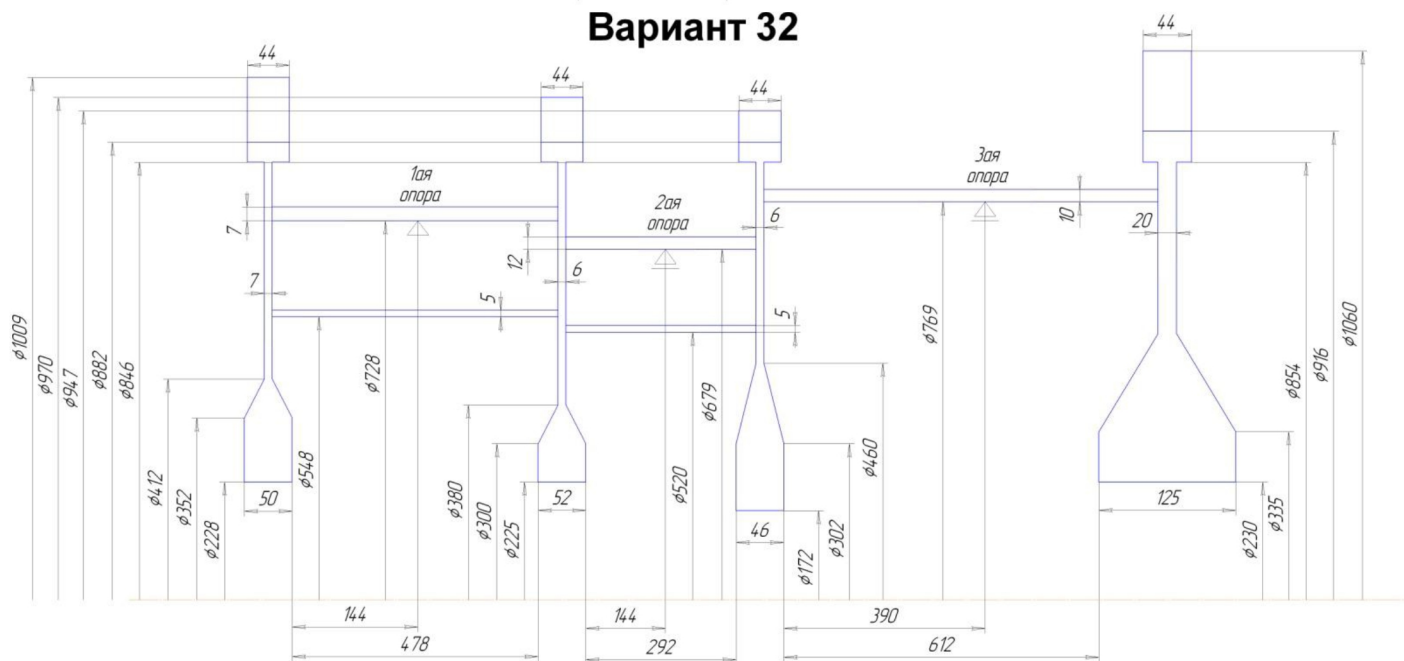
Вариант 30



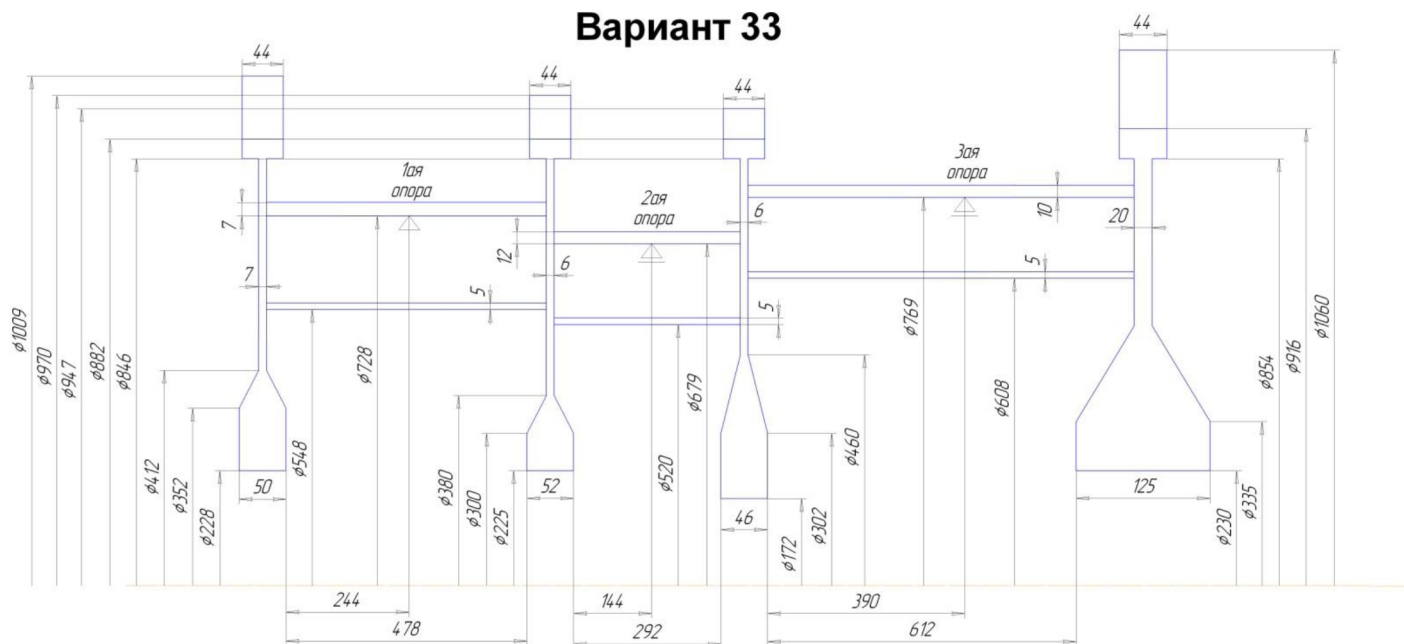
Вариант 31



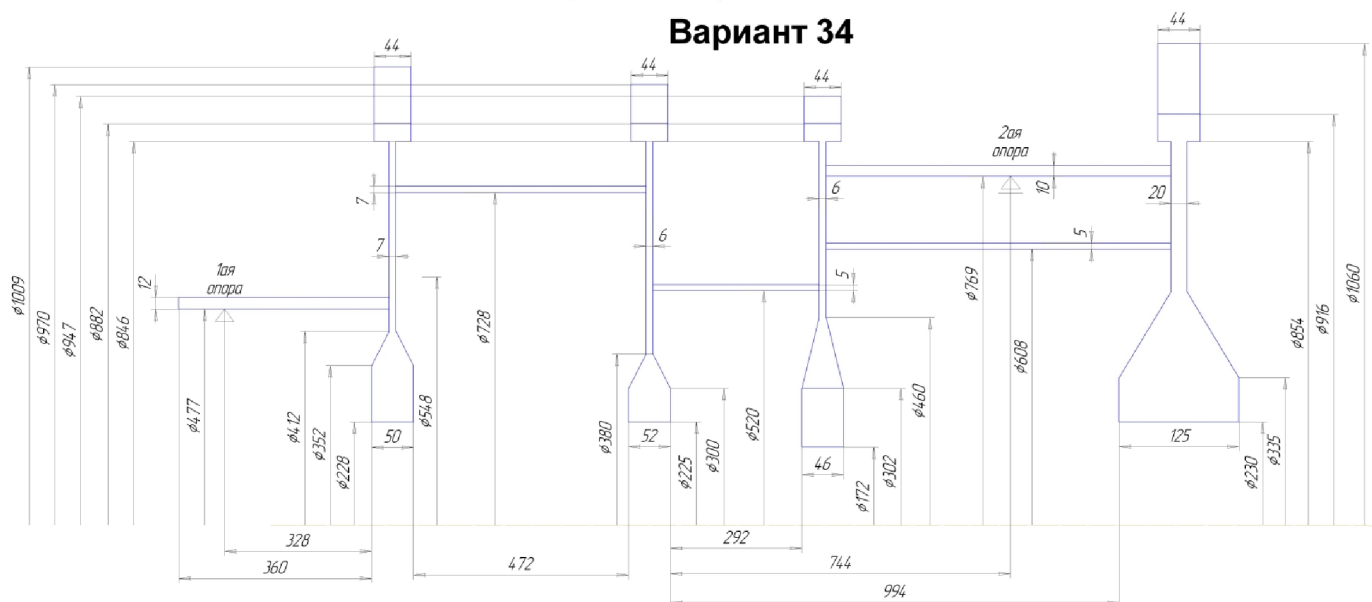
Вариант 32



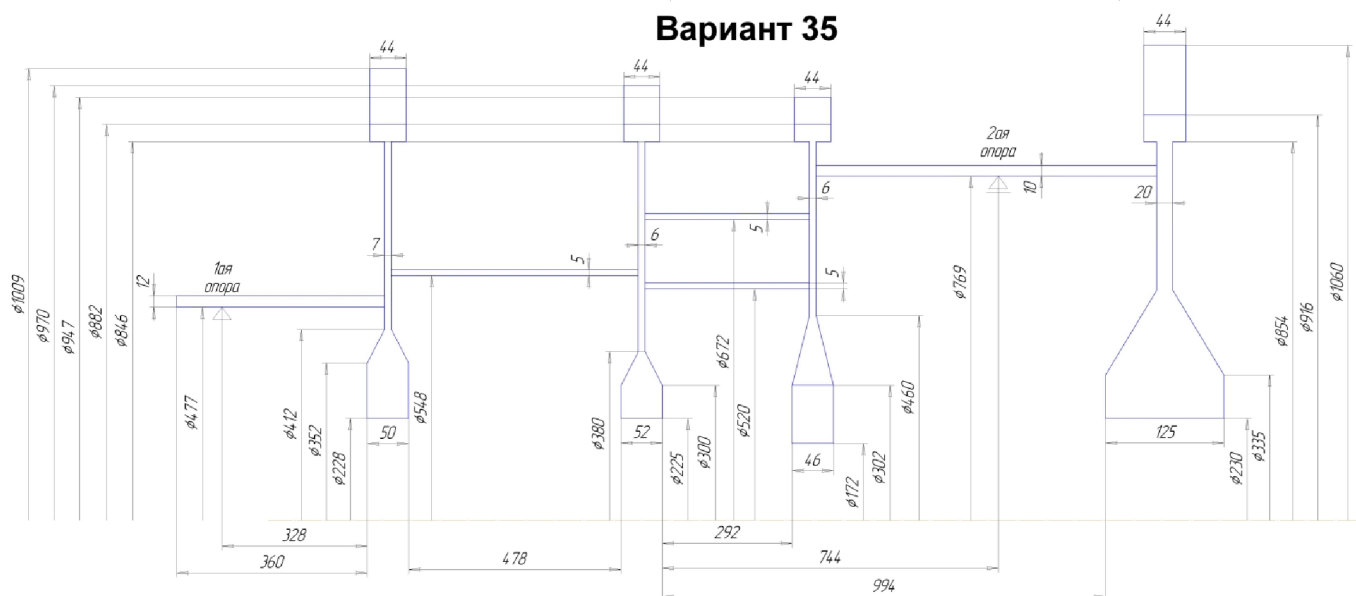
Вариант 33



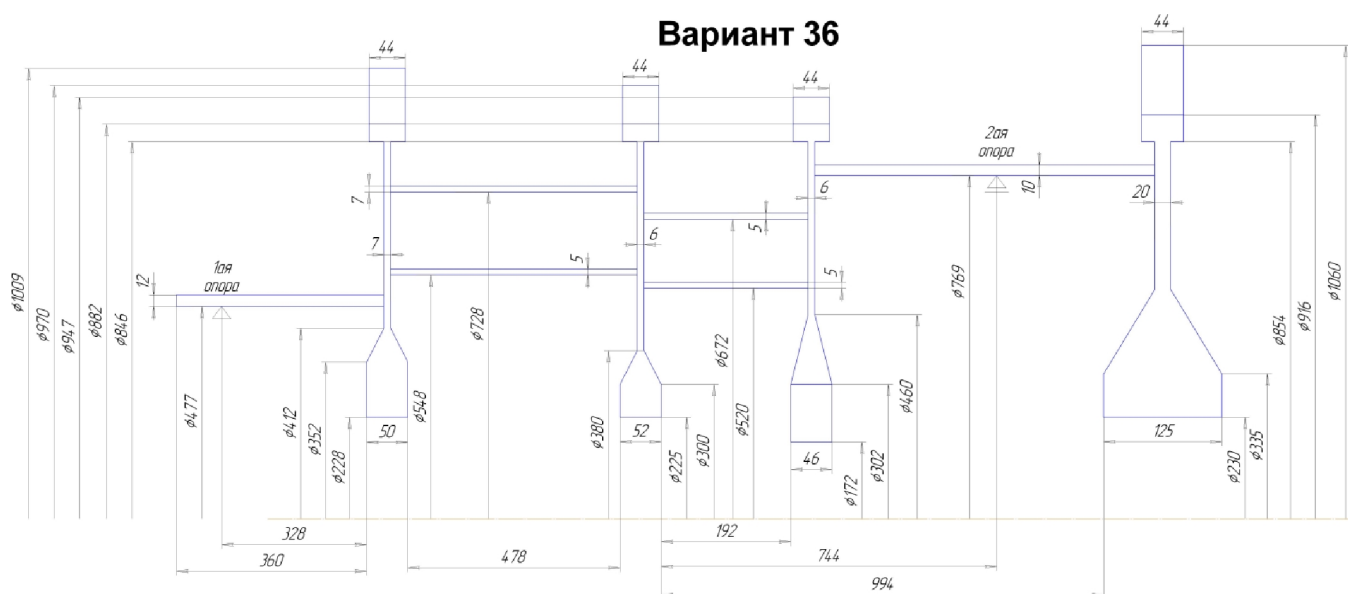
Вариант 34



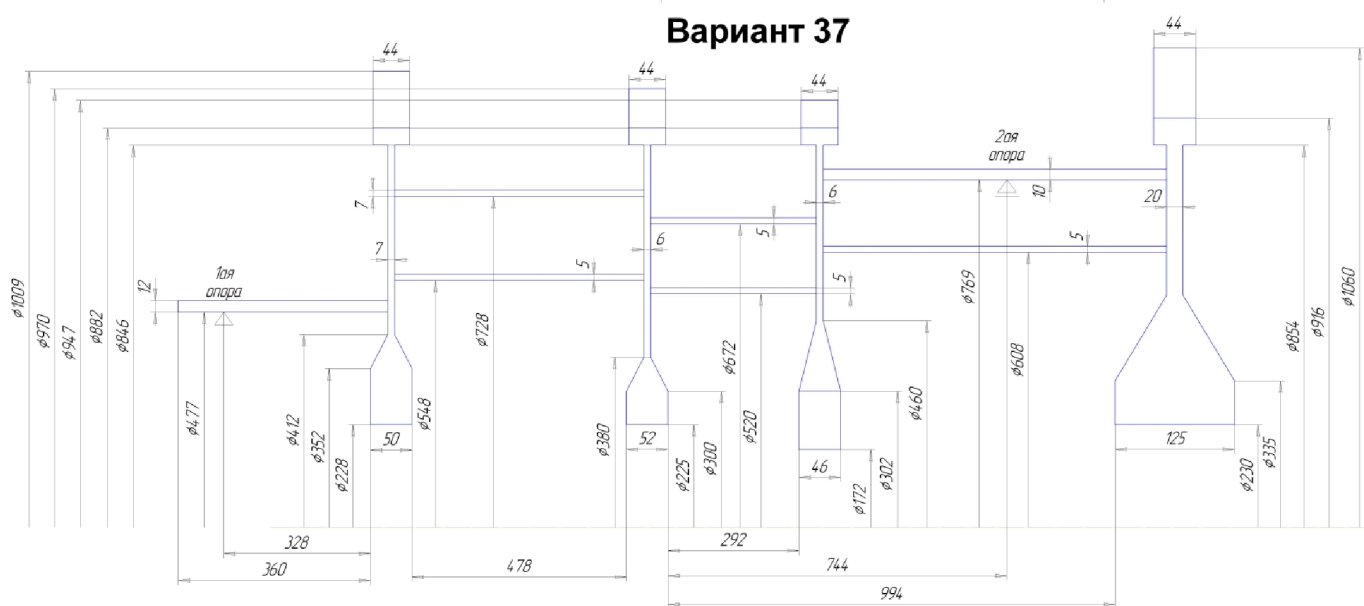
Вариант 35



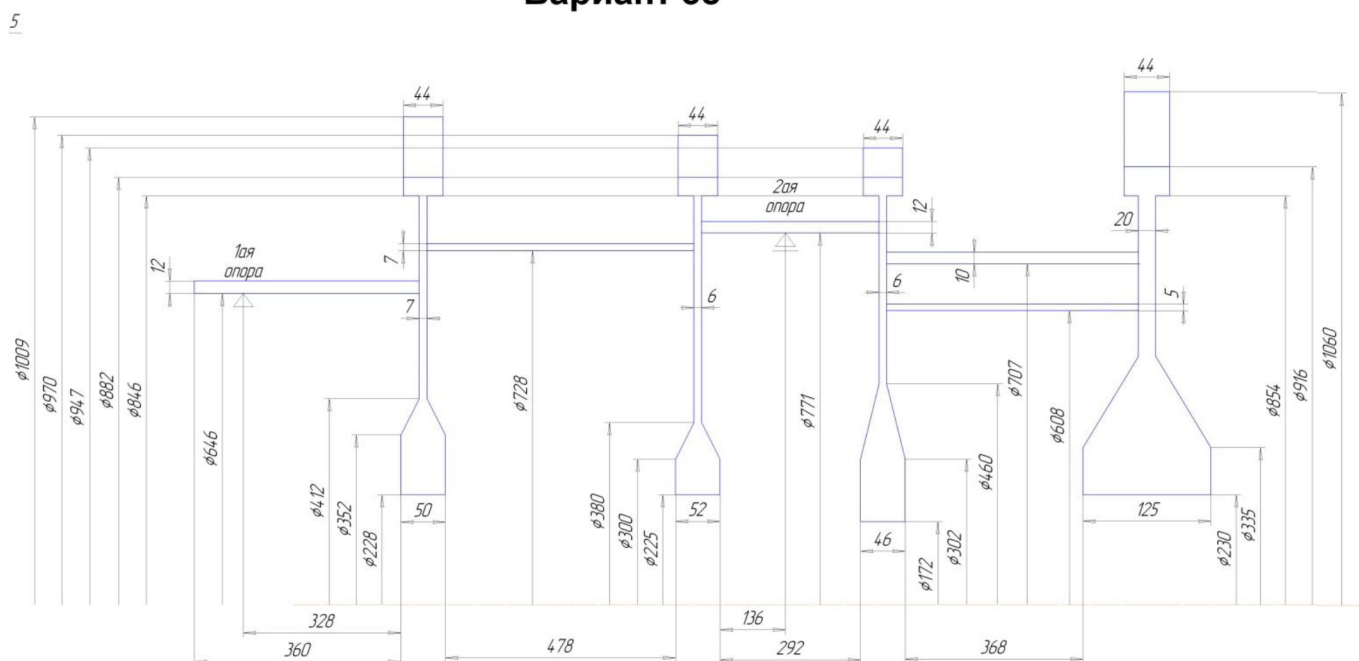
Вариант 36



Вариант 37

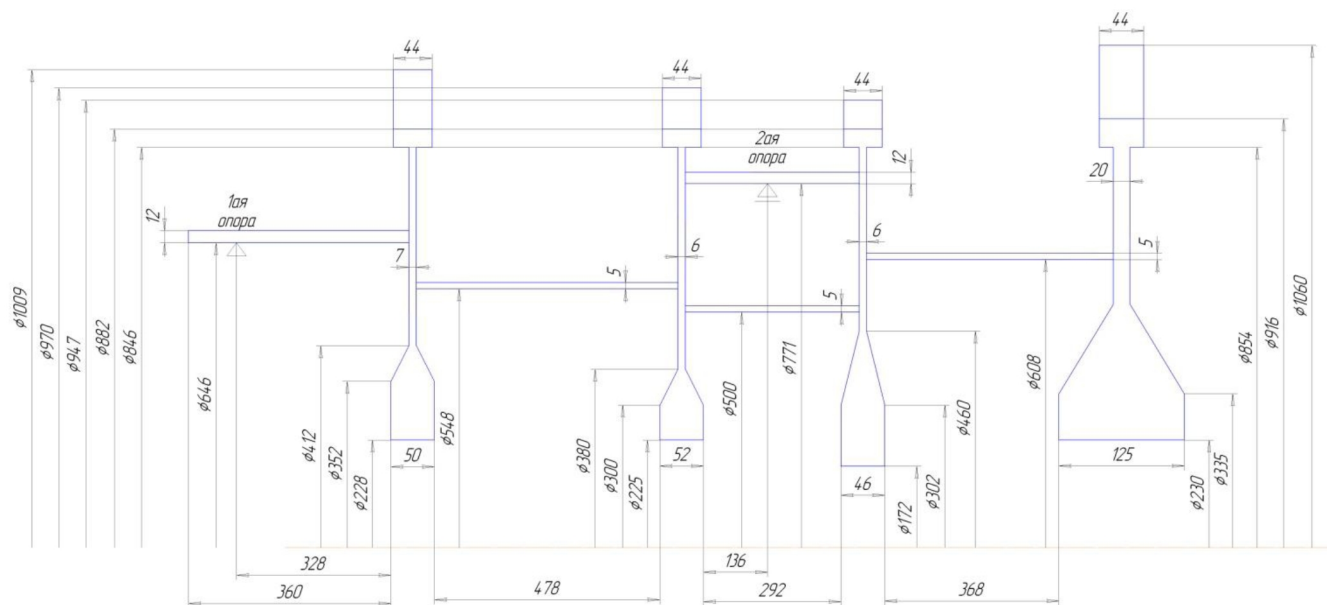


Вариант 38



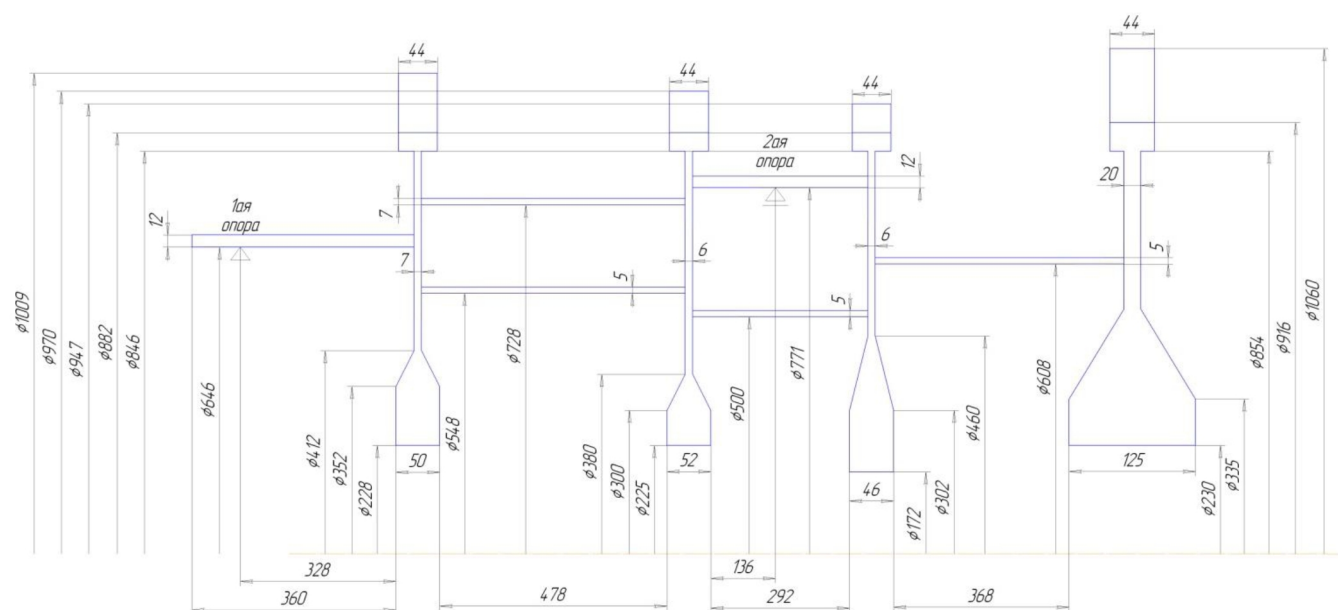
Вариант 39

5

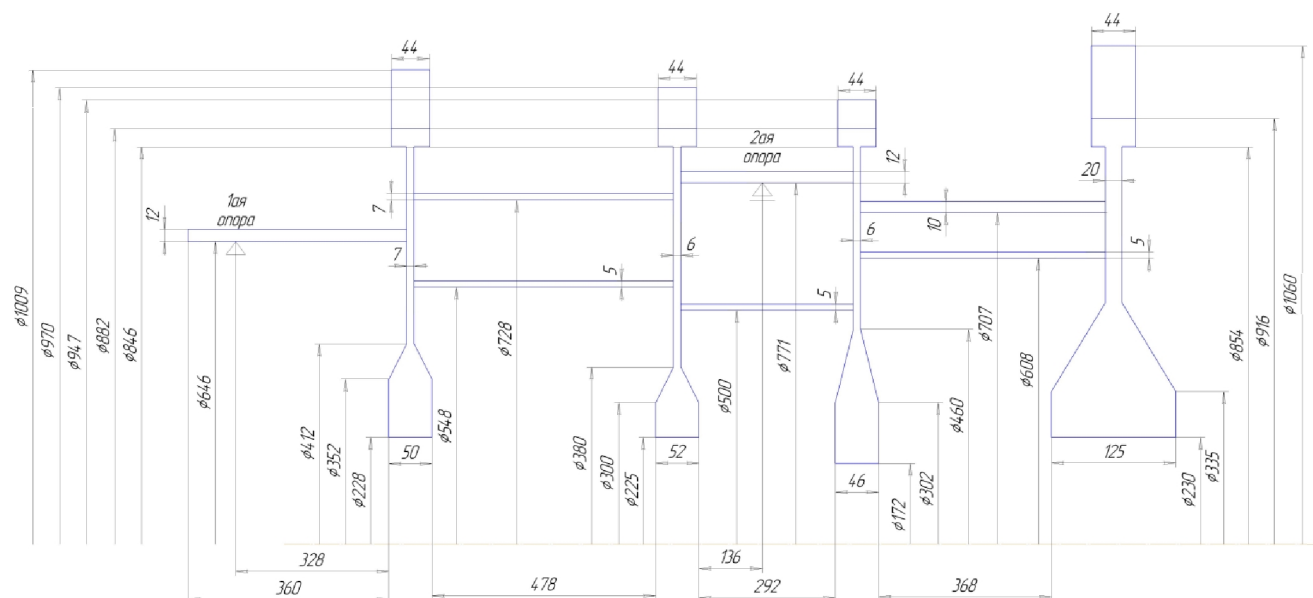


Вариант 40

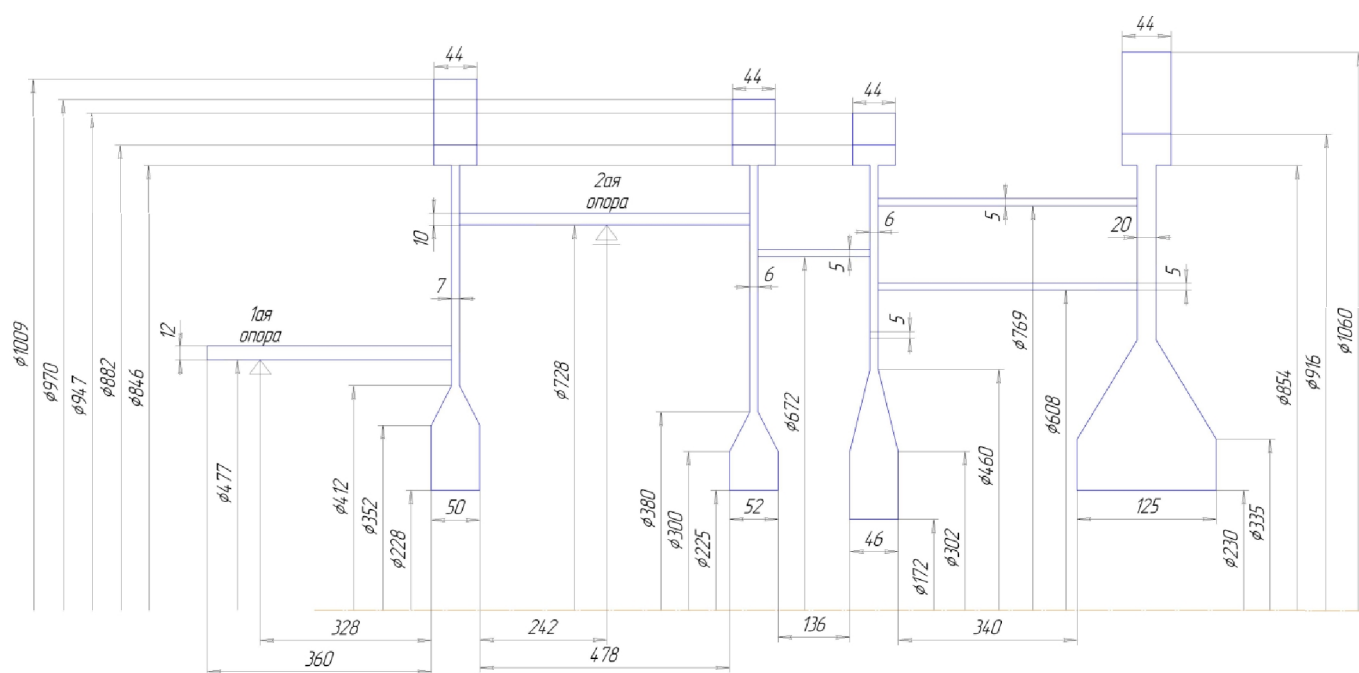
5



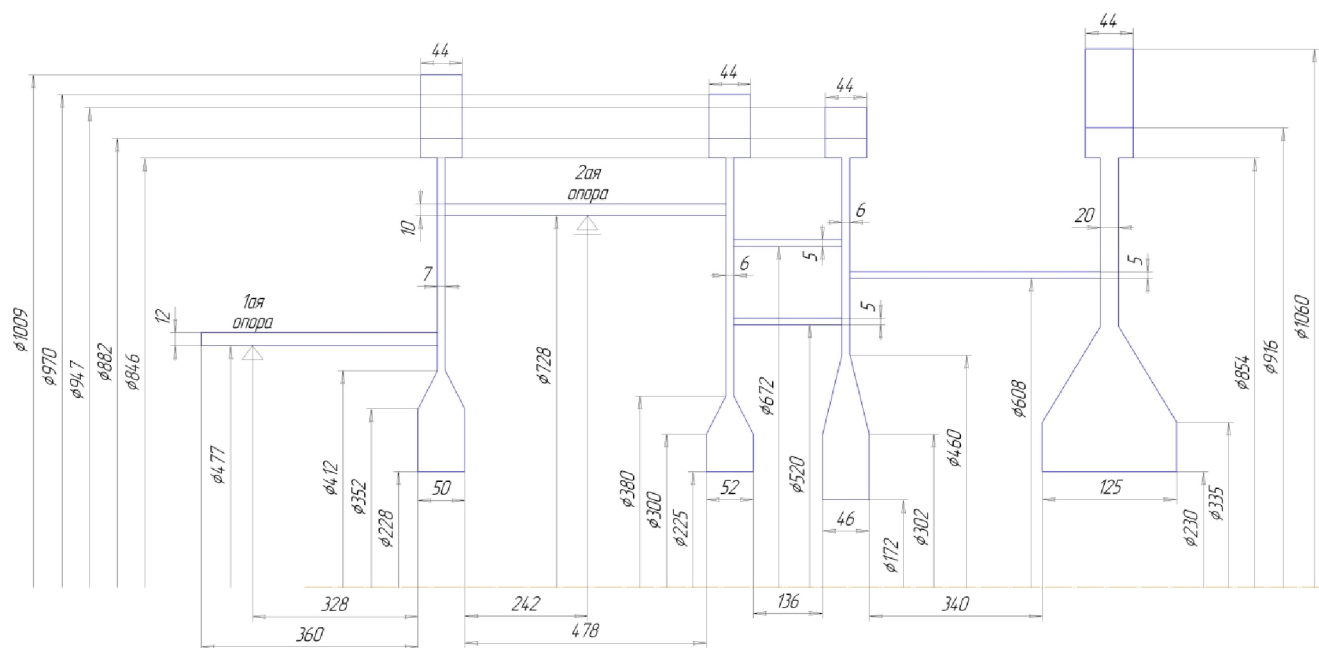
Вариант 41



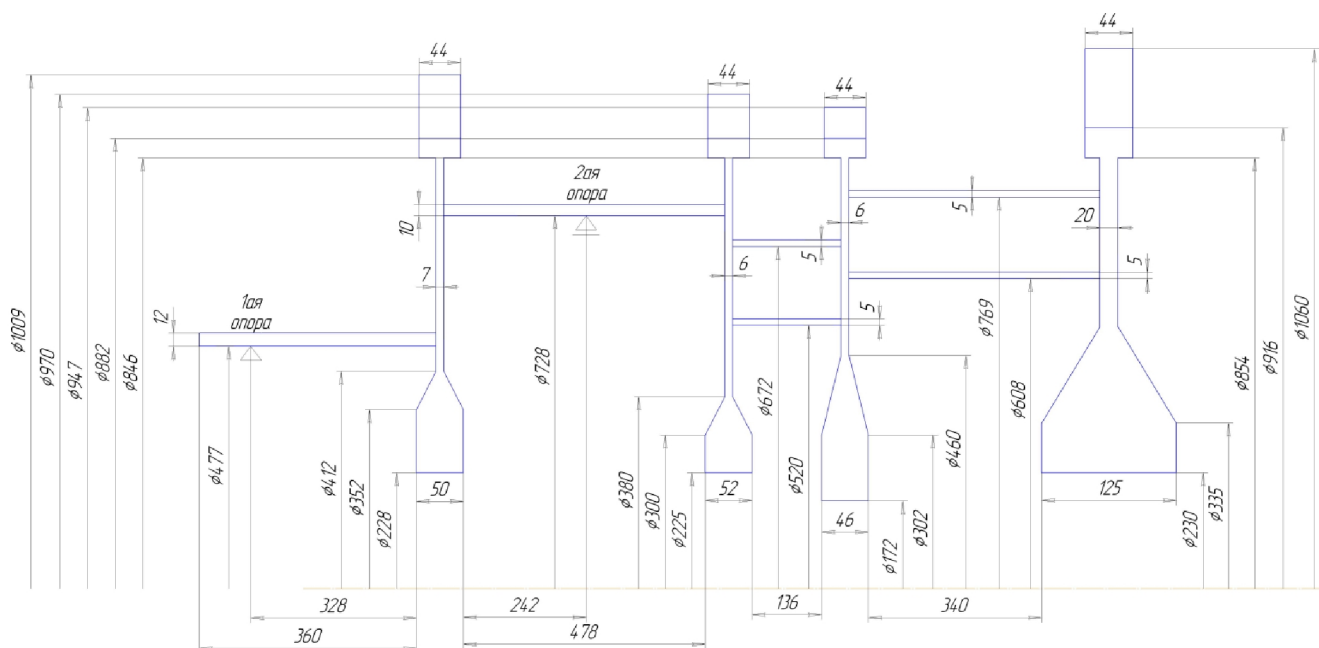
Вариант 42



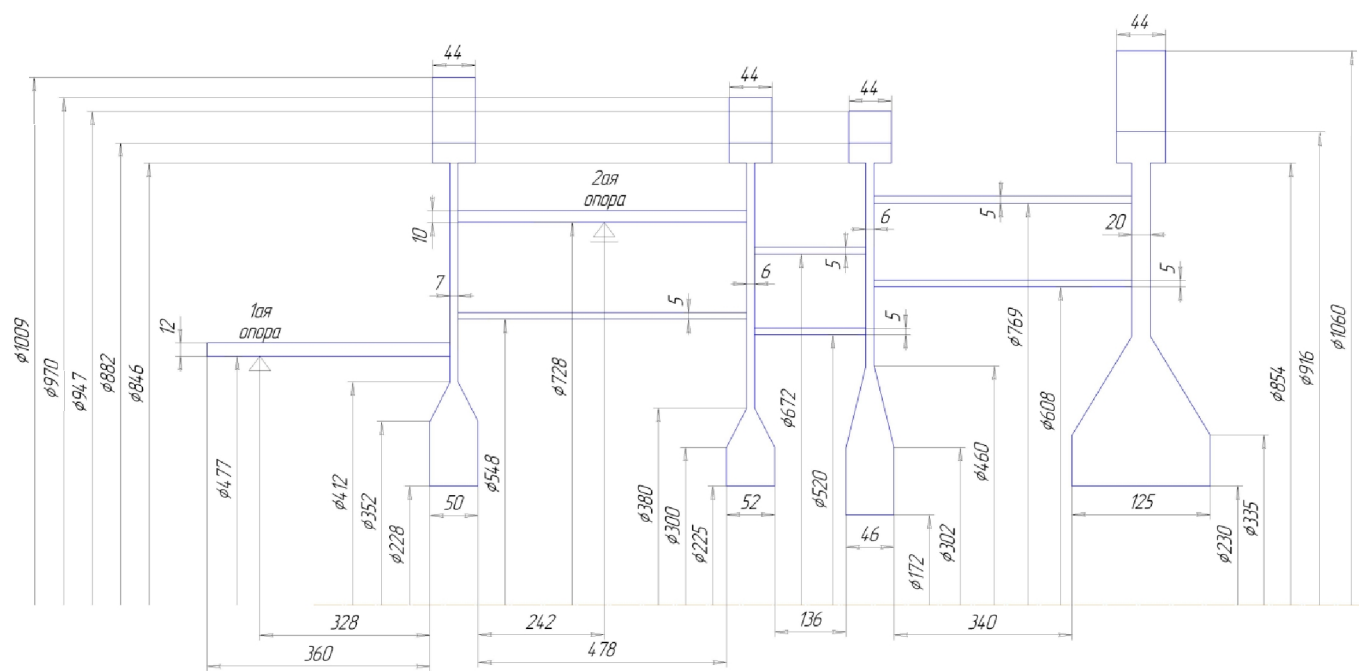
Вариант 43



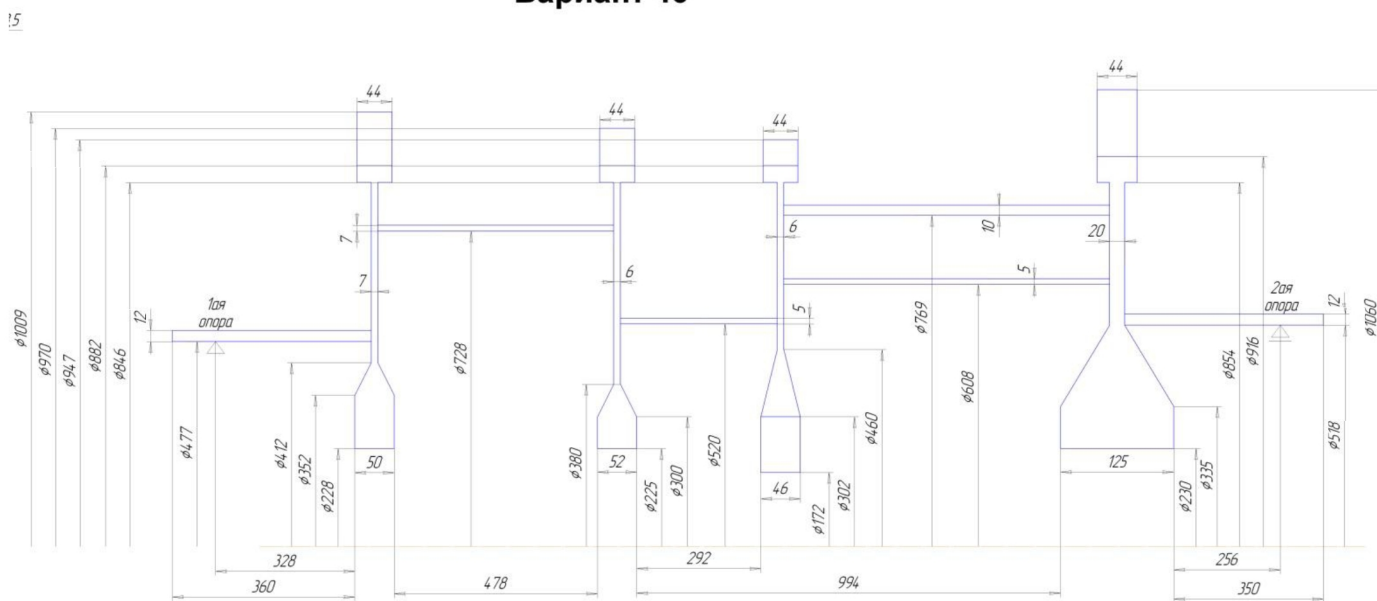
Вариант 44



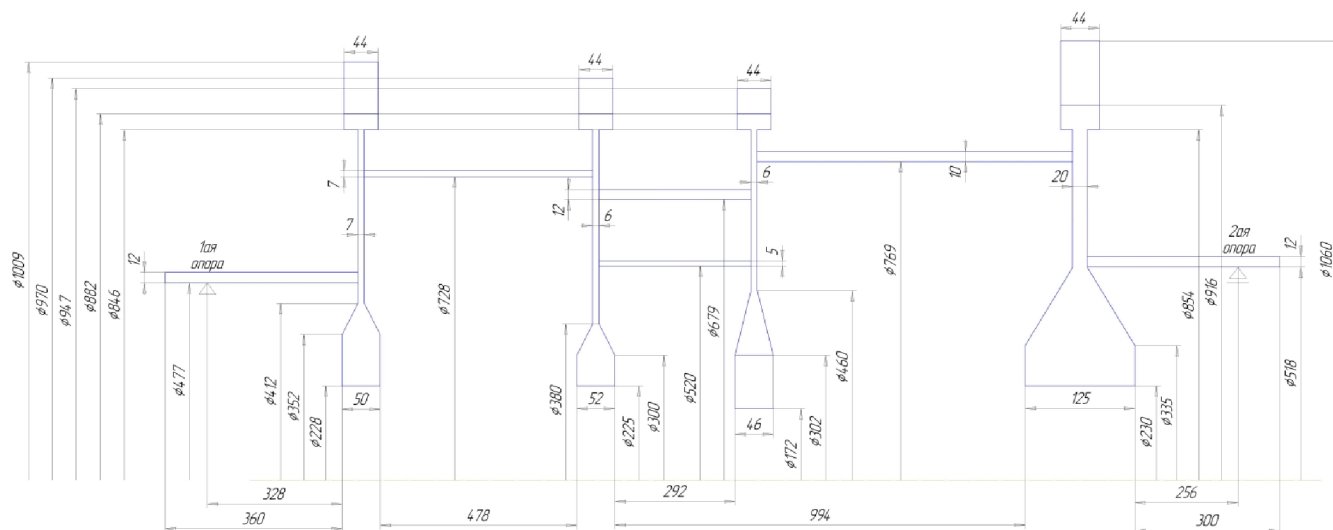
Вариант 45



Вариант 46

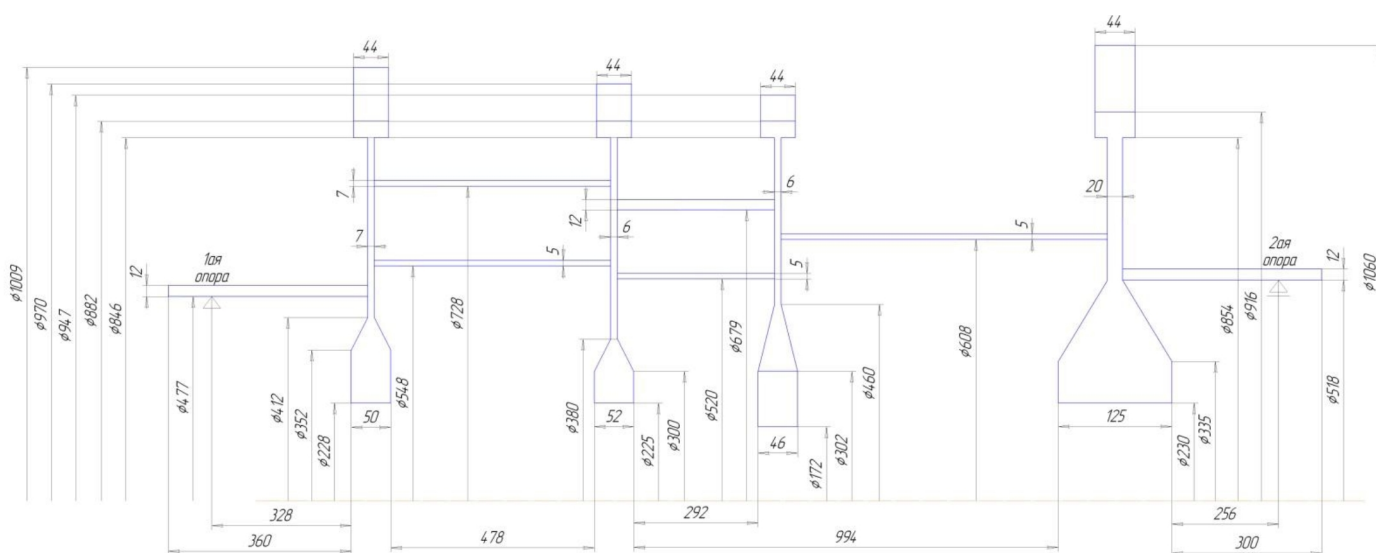


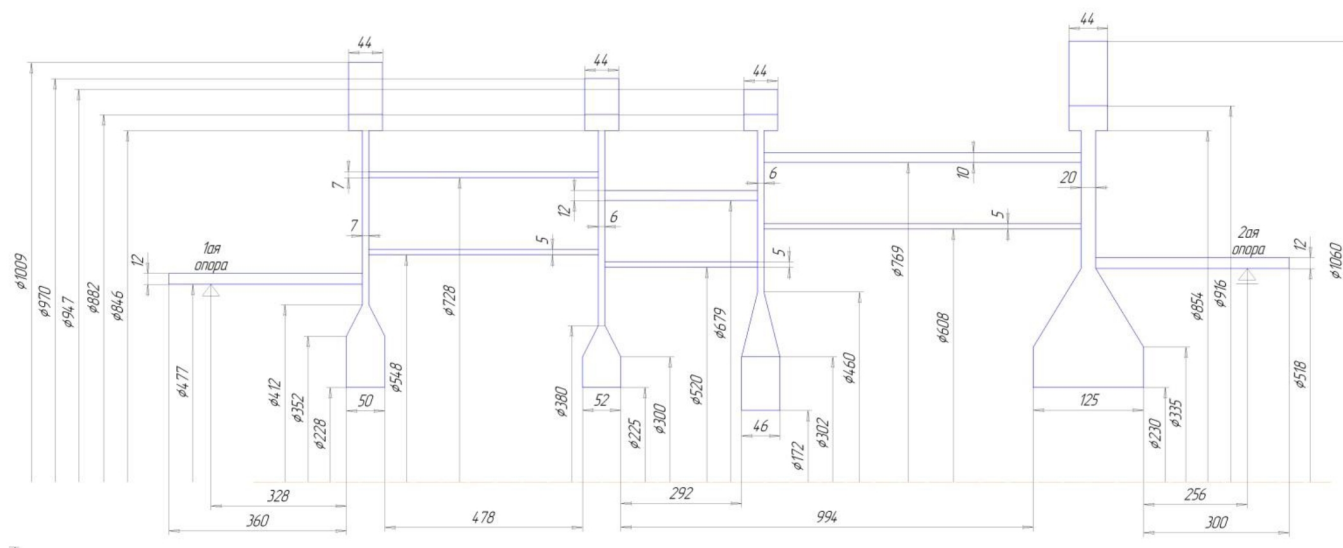
Вариант 47



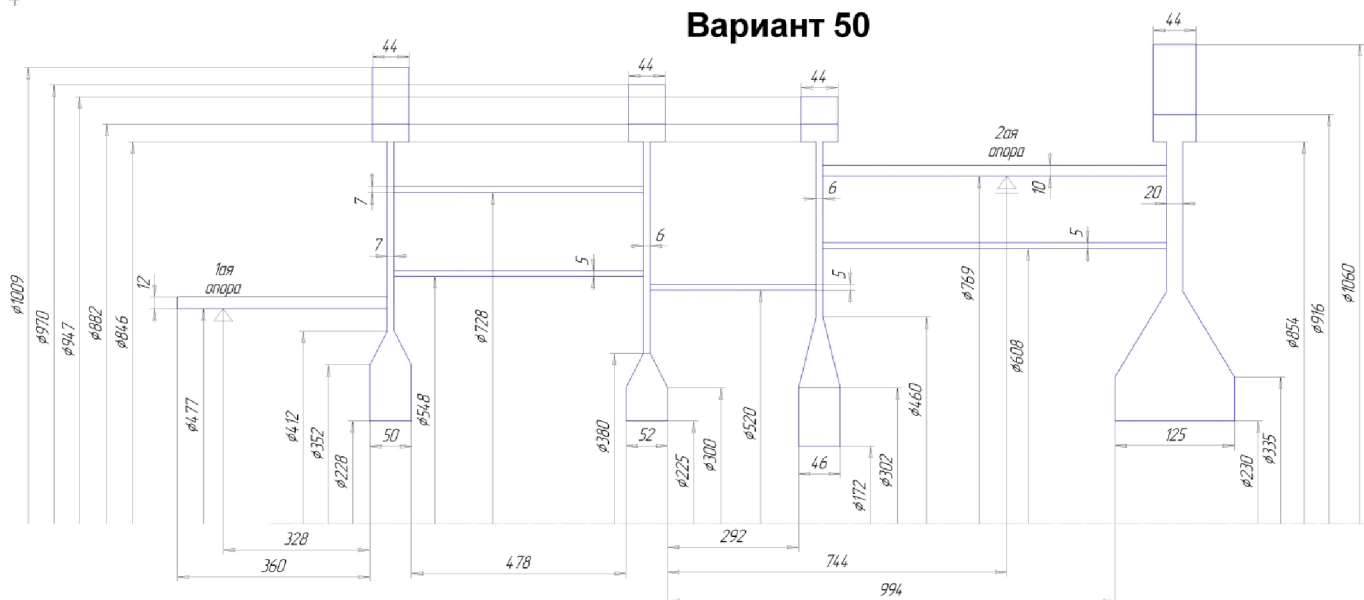
Вариант 48

15

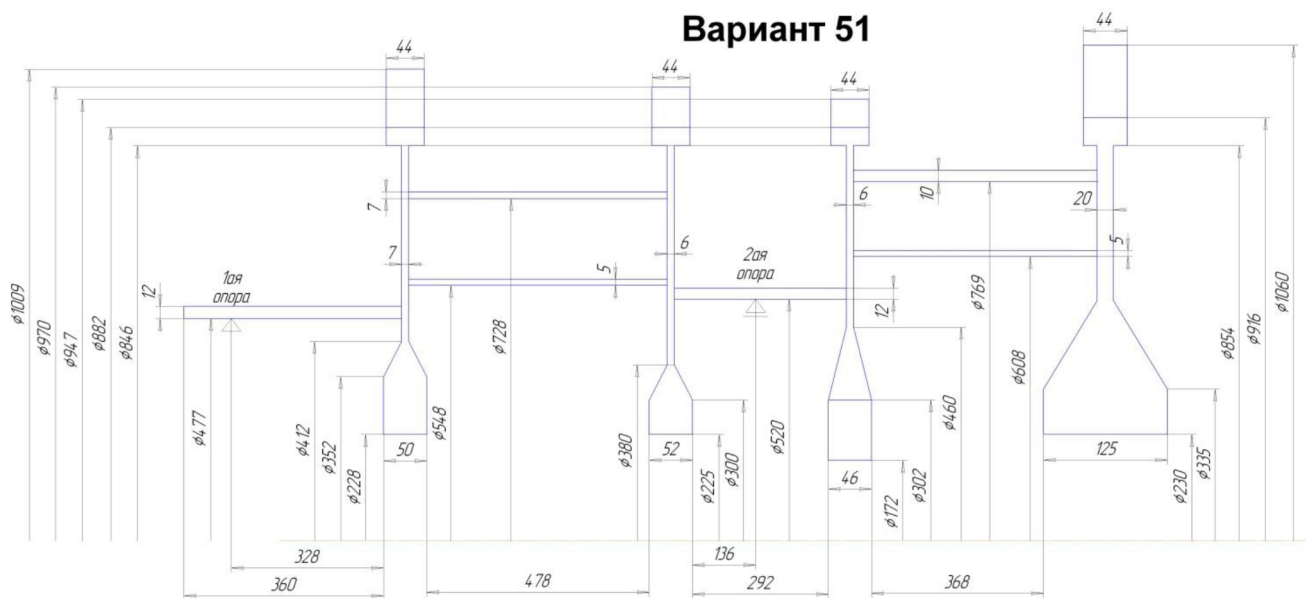




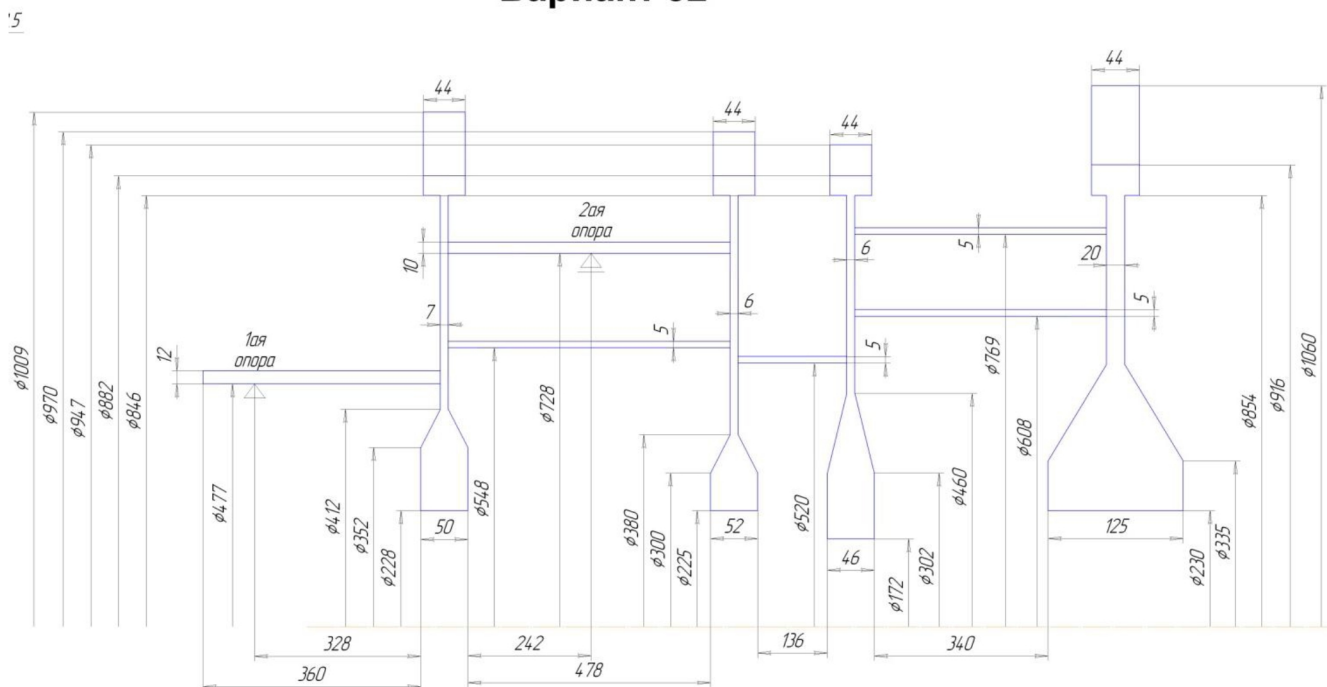
Вариант 50



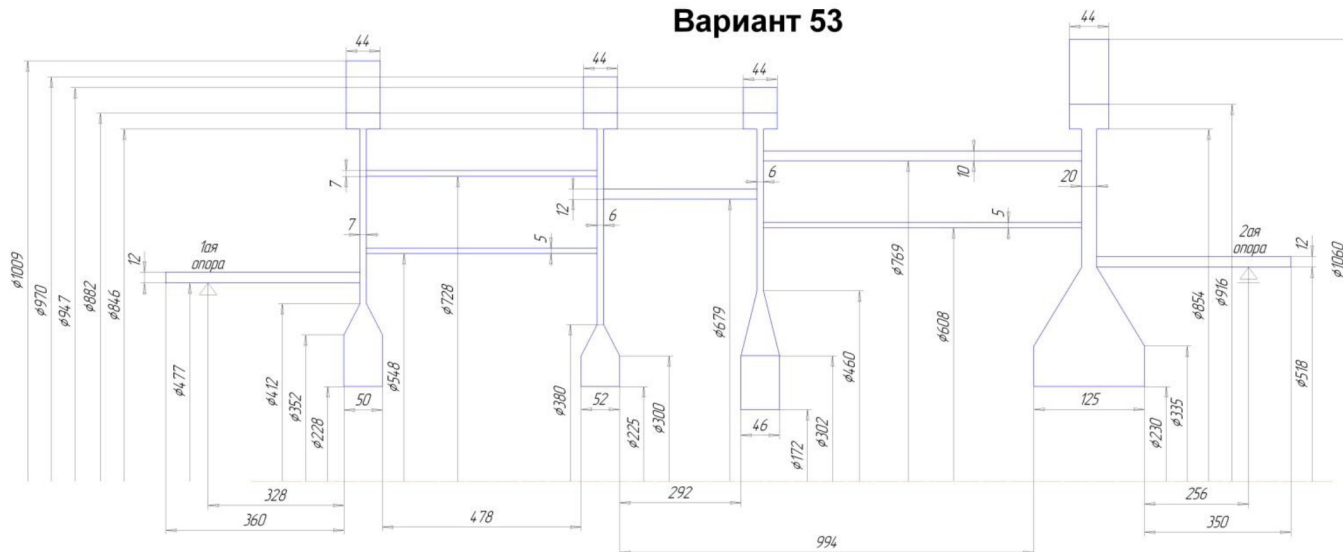
Вариант 51



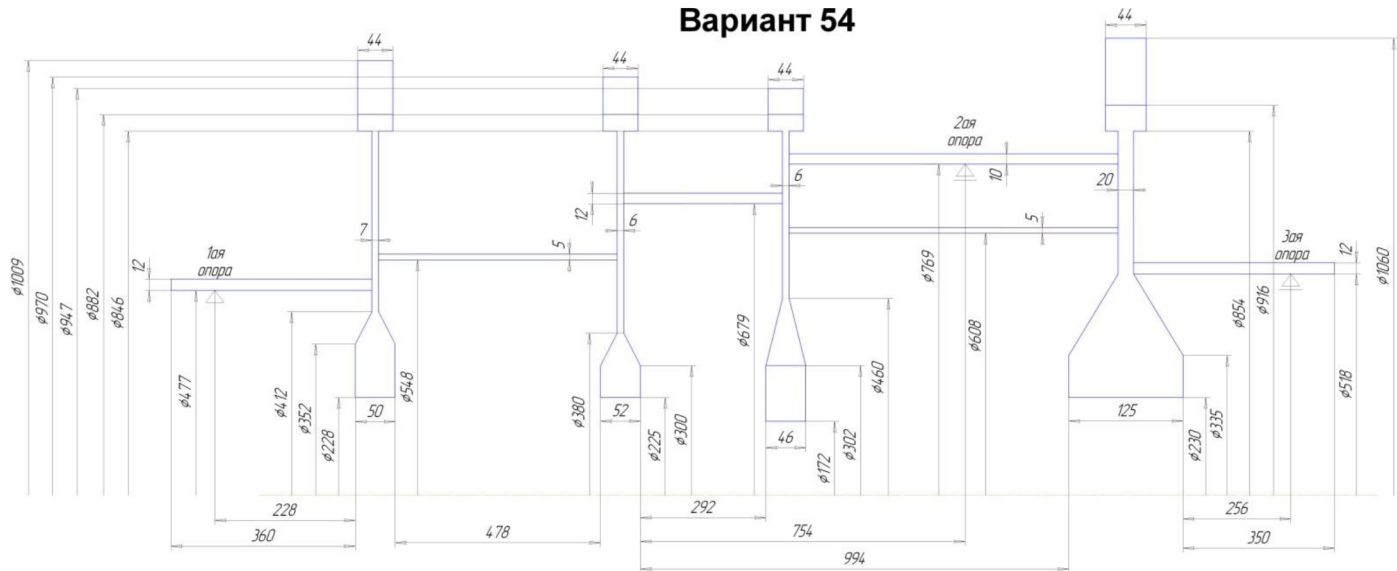
Вариант 52



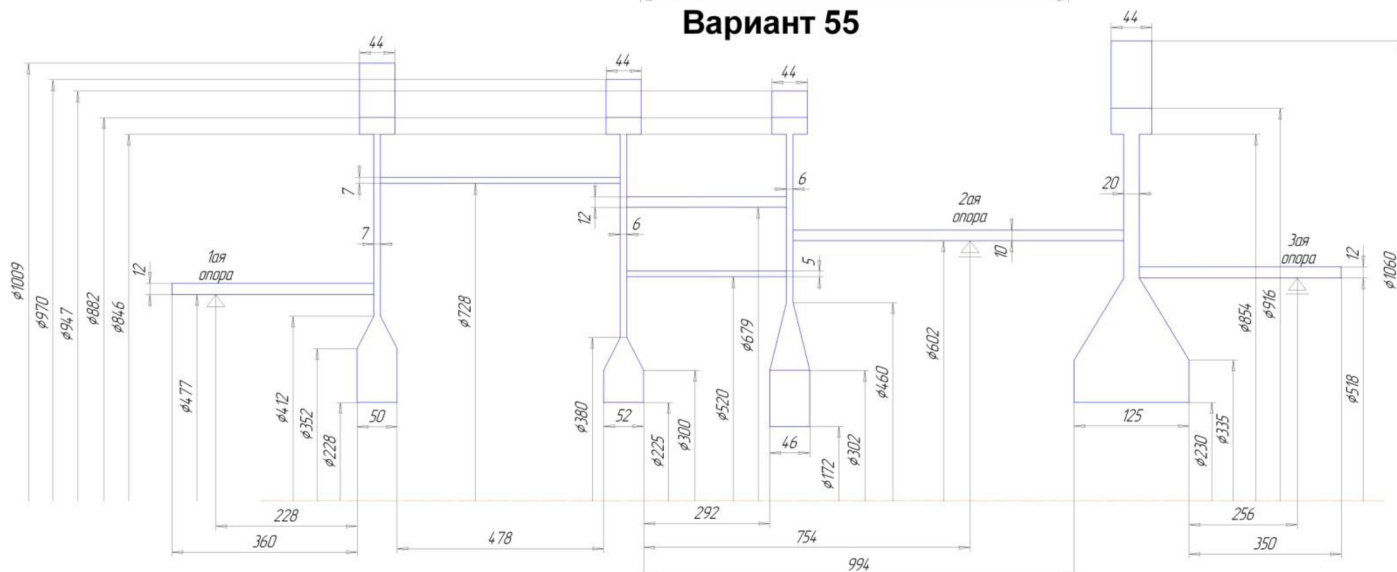
Вариант 53



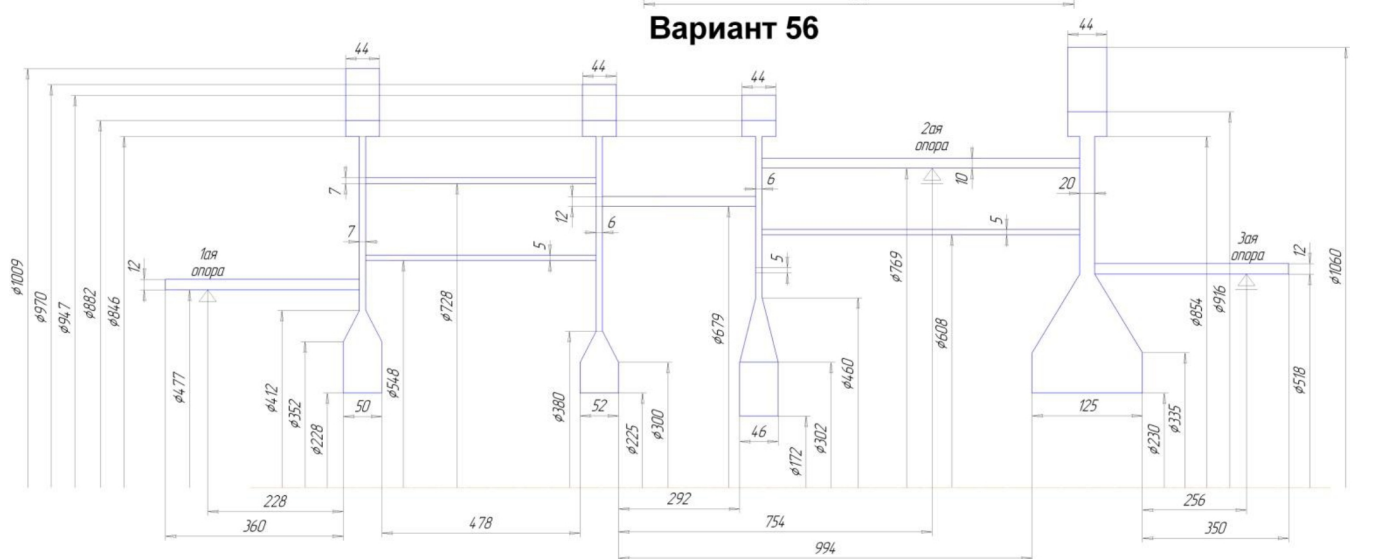
Вариант 54



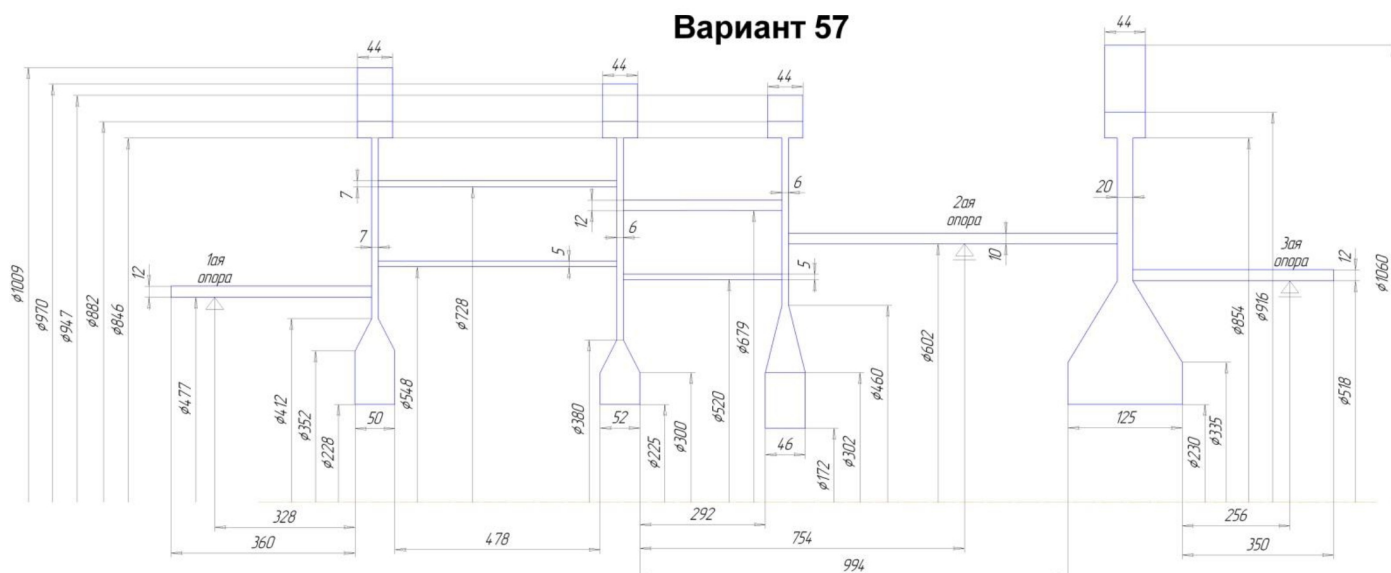
Вариант 55



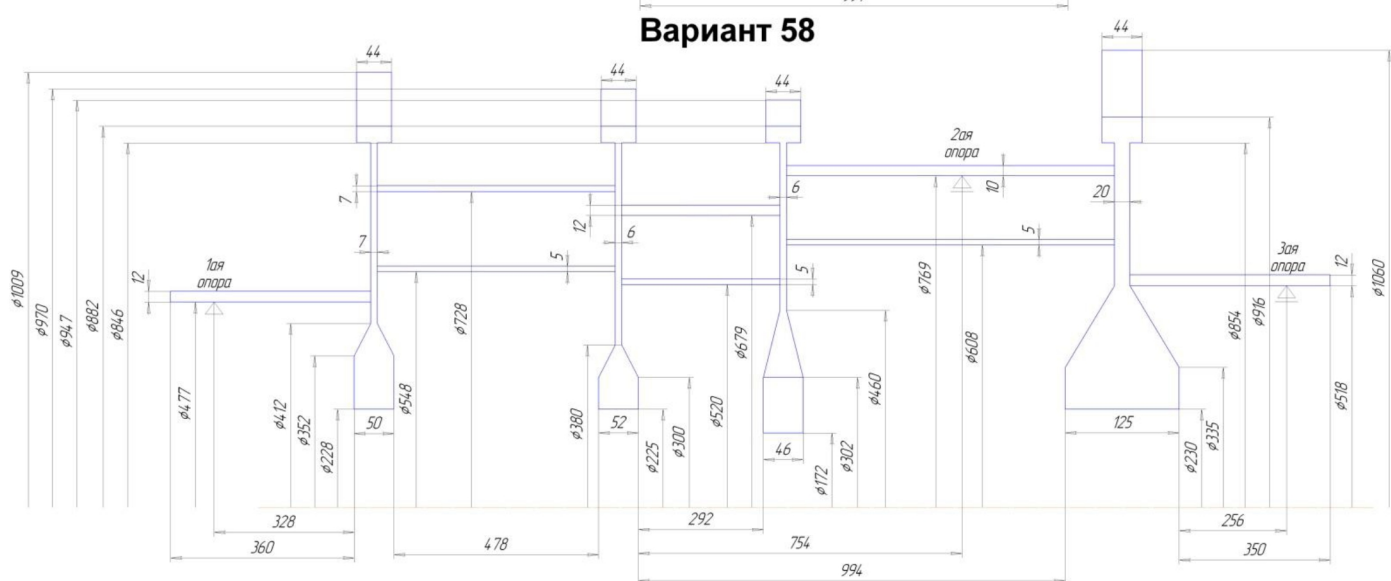
Вариант 56



Вариант 57



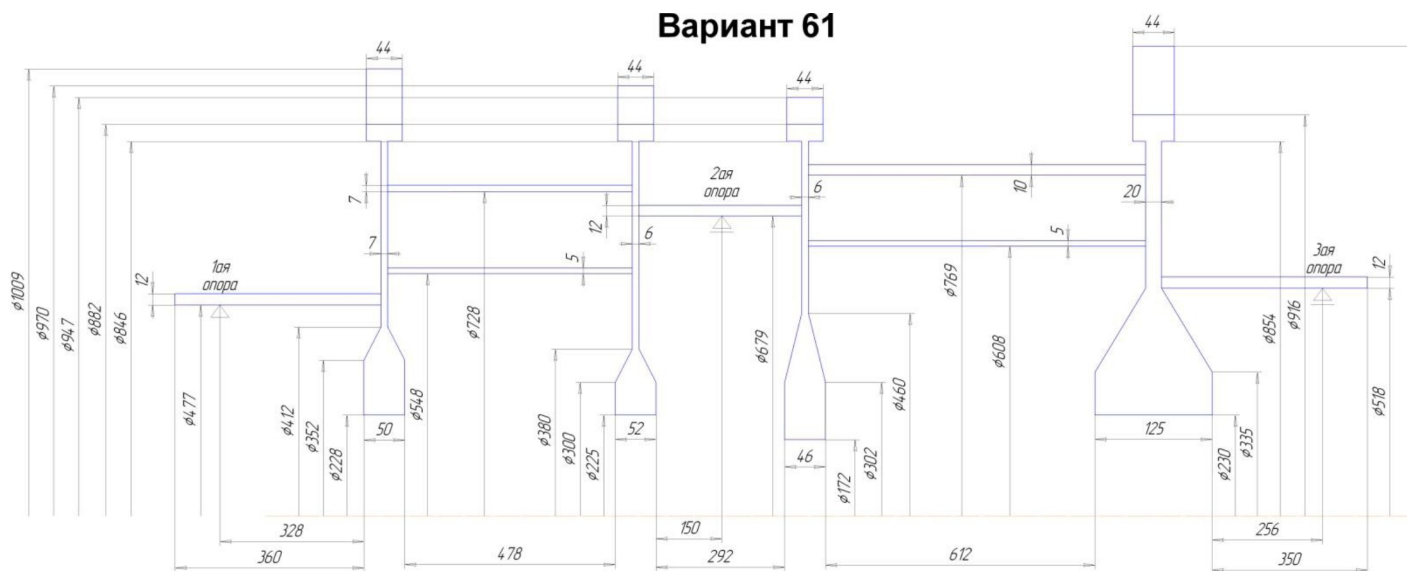
Вариант 58



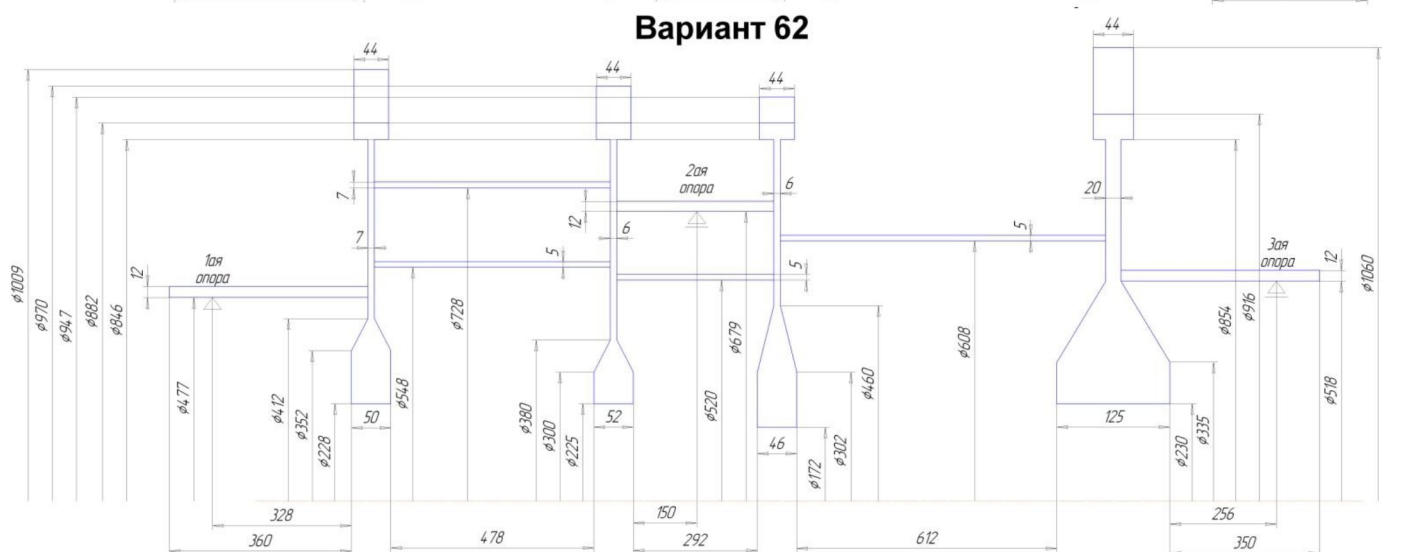
Вариант 60

Technical drawing of a three-span bridge structure (Вариант 60). The drawing shows a plan view of the bridge with three spans. The first span is 360 units long, the second is 478 units, and the third is 350 units. The bridge has three piers (опора) labeled 1, 2, and 3. The piers are supported by foundations with diameters of 412, 352, 228, 50, 380, 300, 225, 52, 520, 679, 460, 172, 302, 230, 335, 654, 916, and 518. The bridge deck has a width of 44 units. The drawing includes various dimensions for the spans, piers, and foundations, as well as labels for the spans and piers.

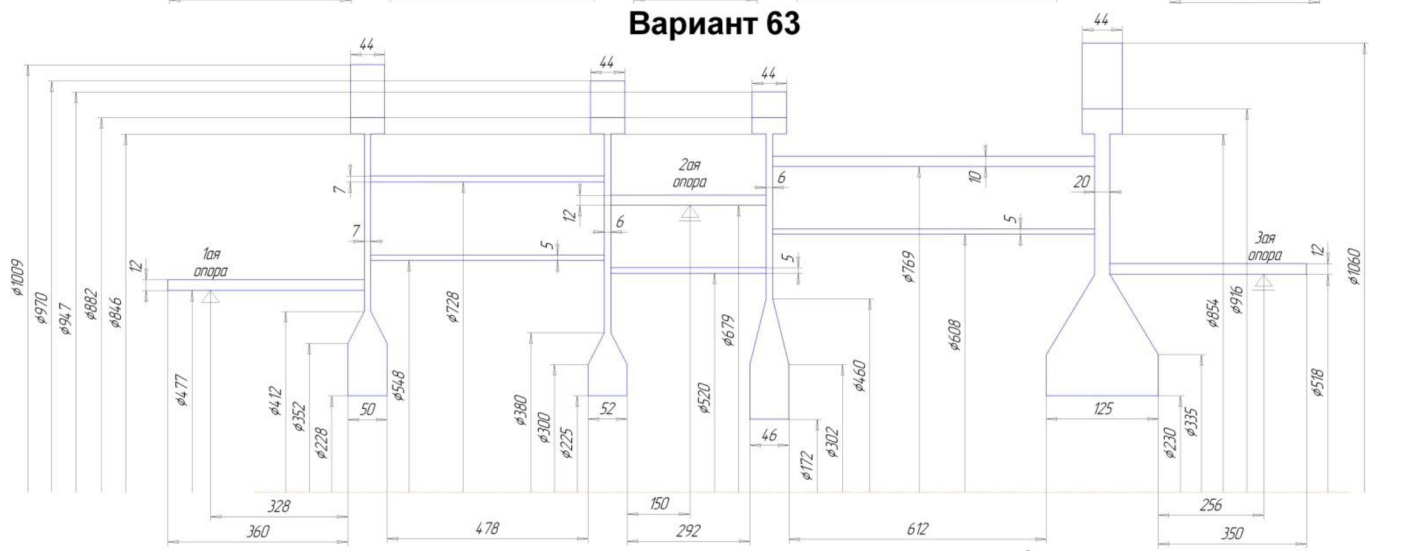
Вариант 61



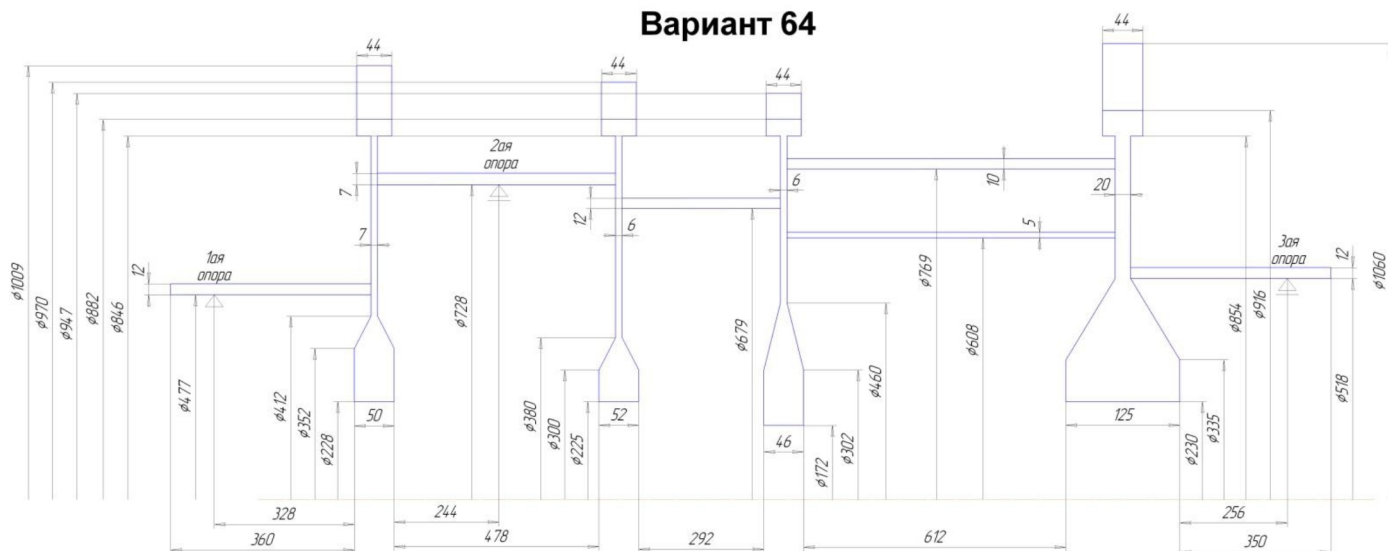
Вариант 62



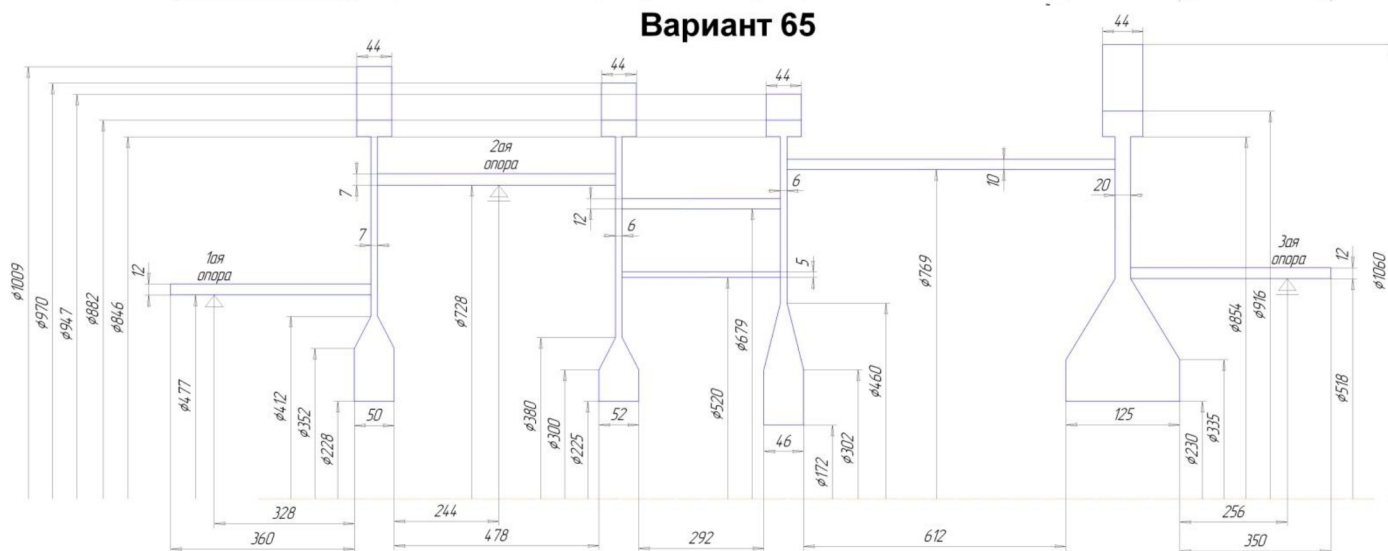
Вариант 63



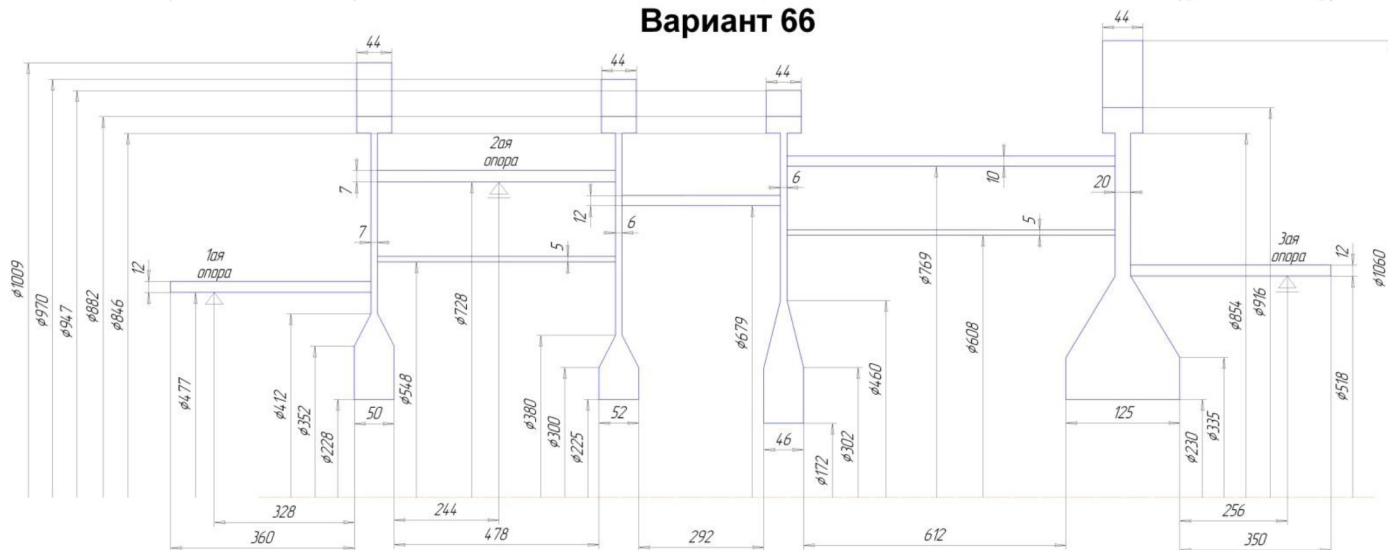
Вариант 64



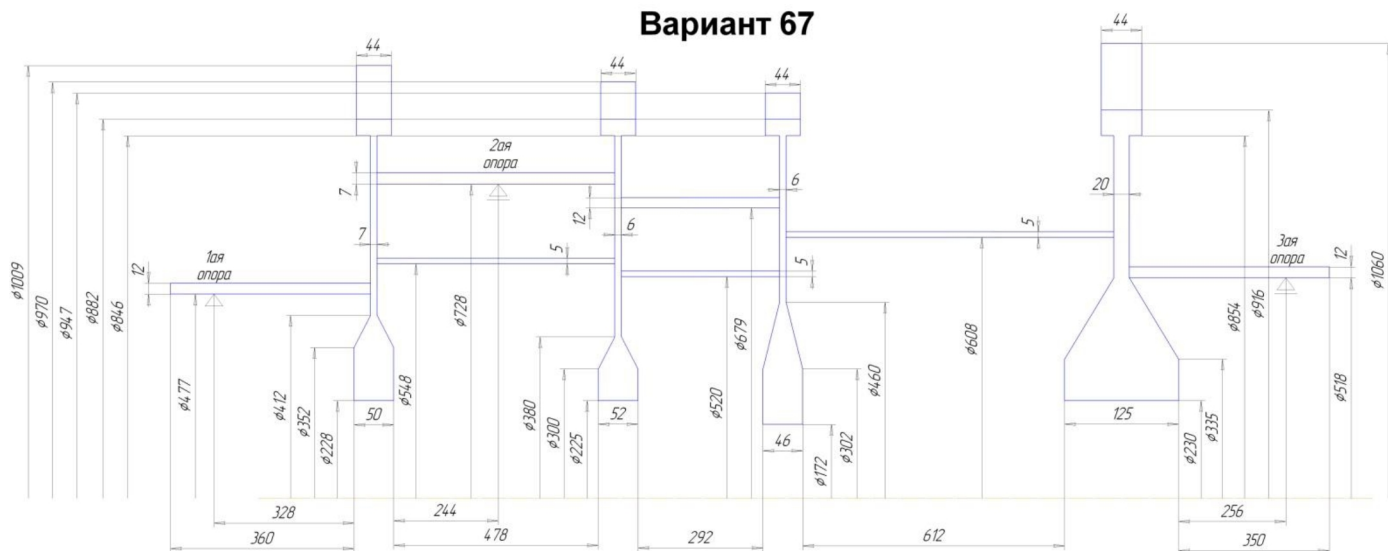
Вариант 65



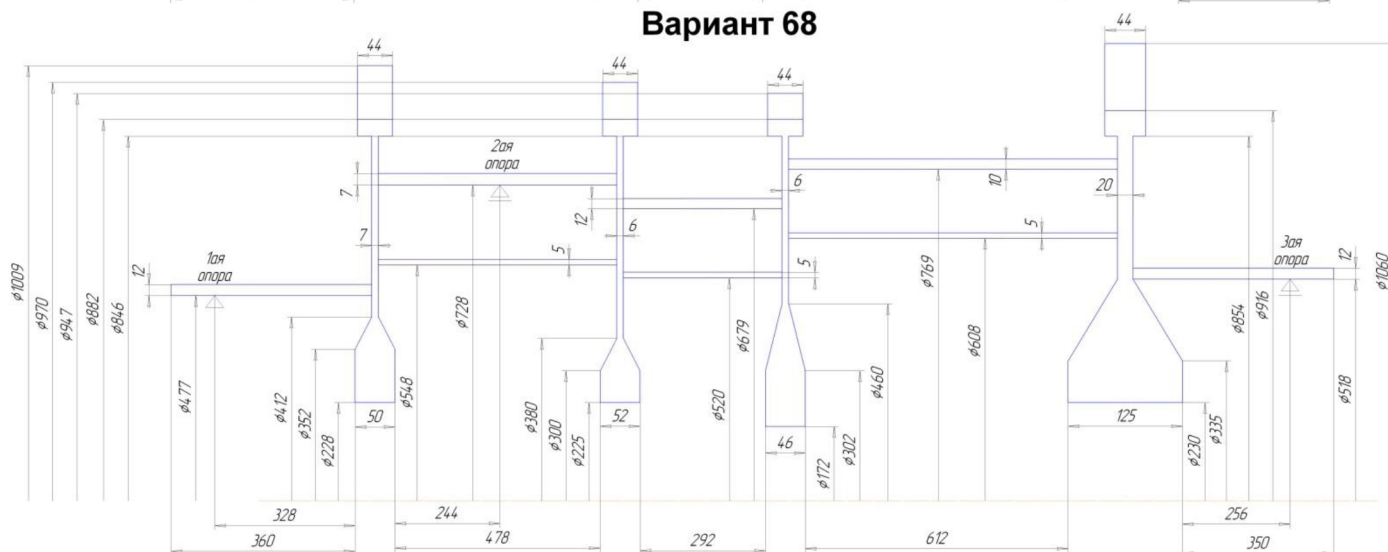
Вариант 66



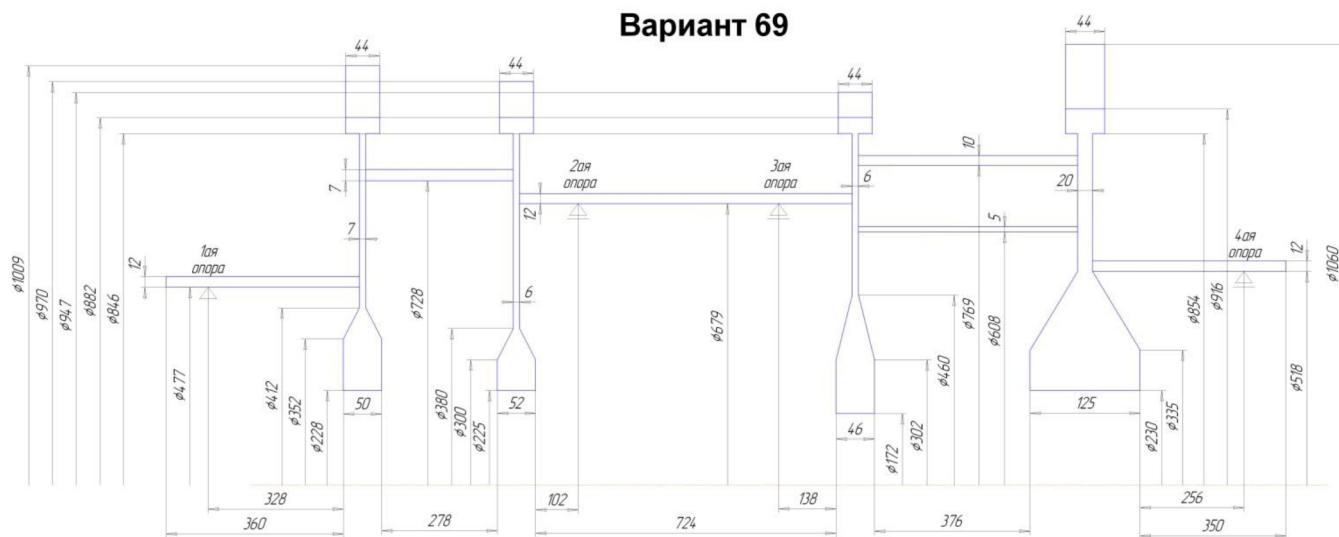
Вариант 67



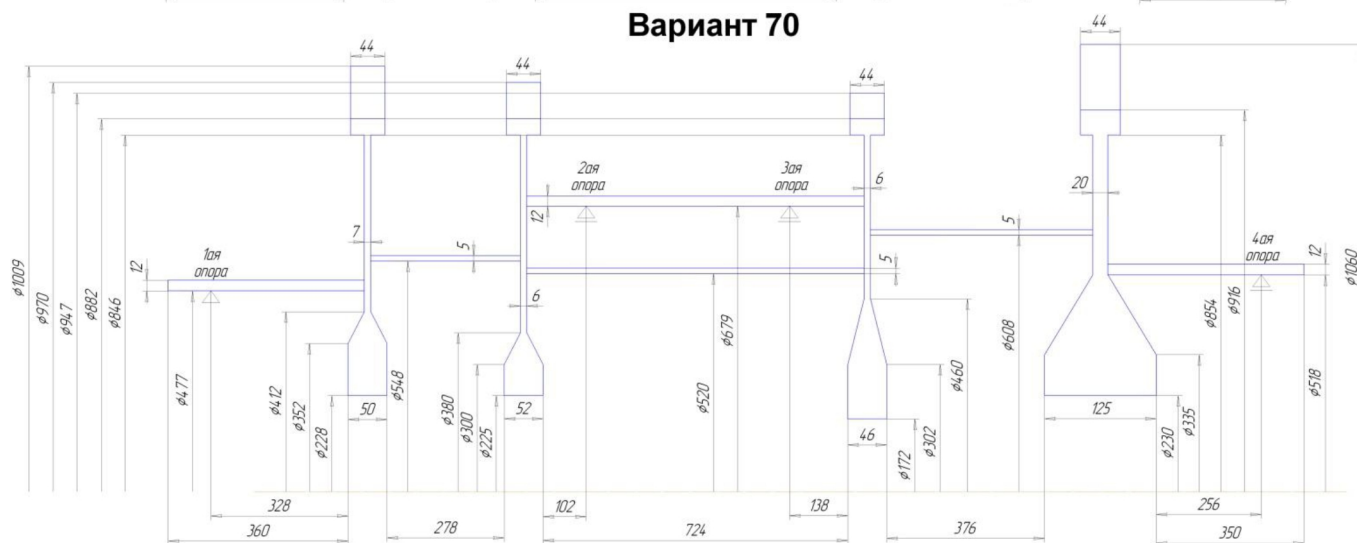
Вариант 68



Вариант 69



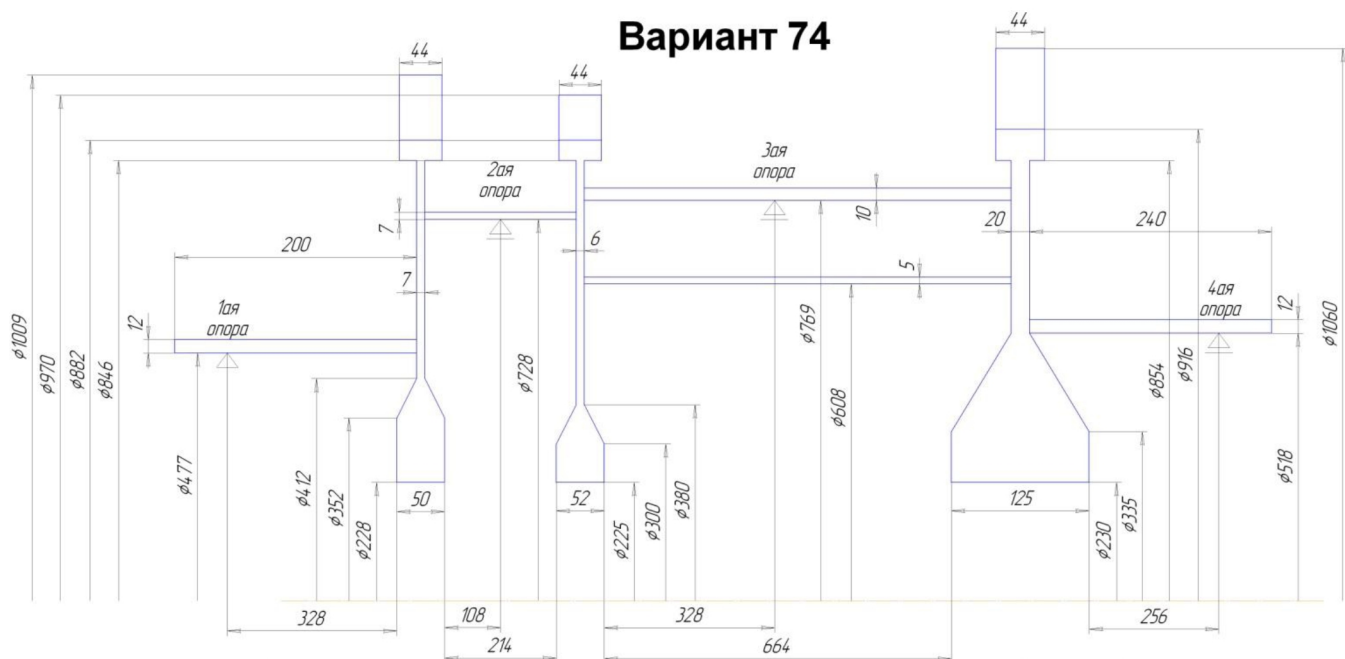
Вариант 70



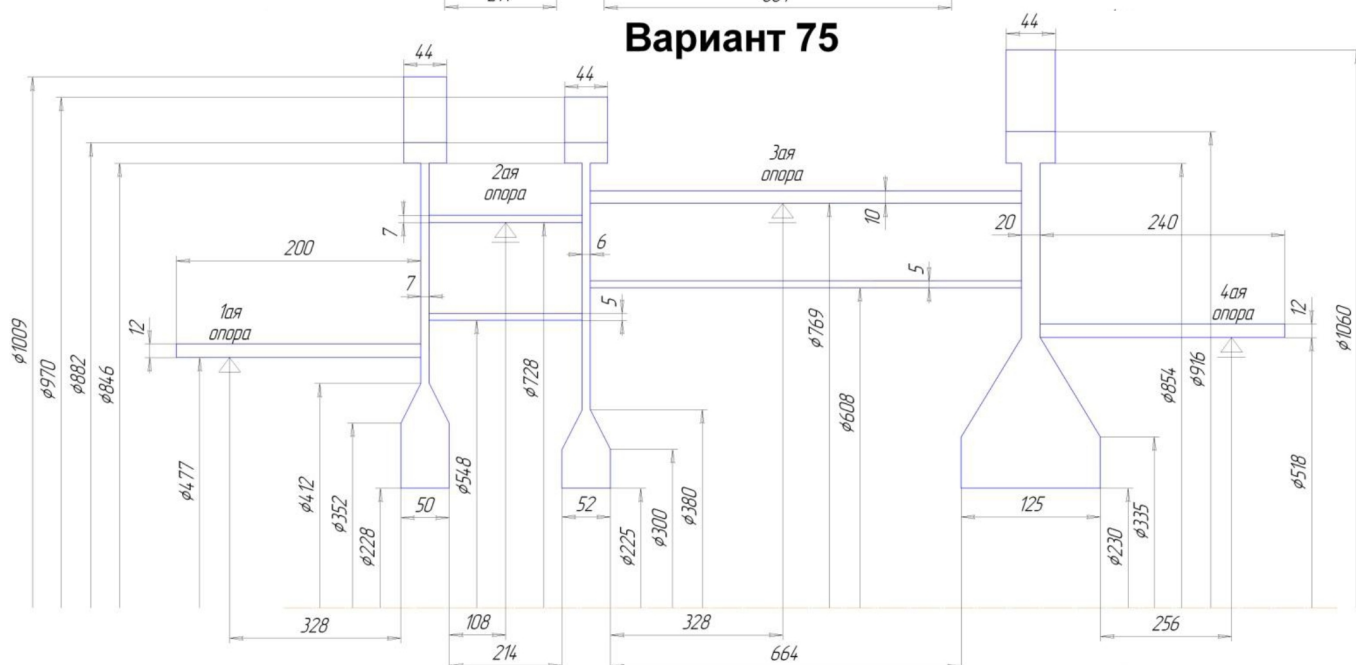
[illegible][illegible]

Вариант 73

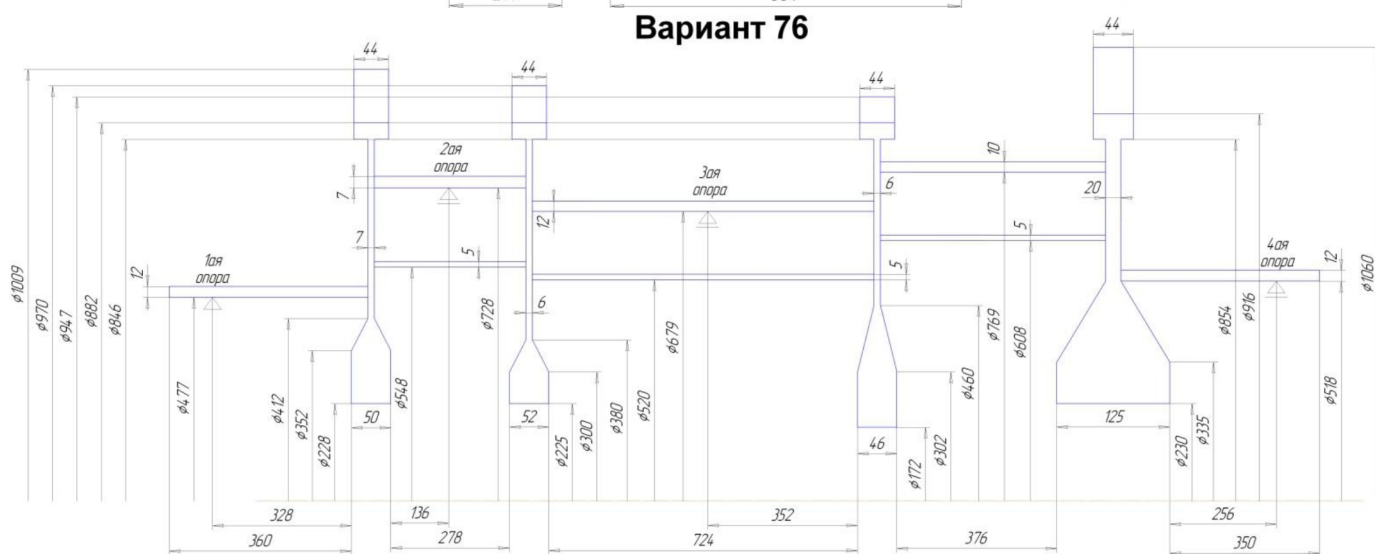
Вариант 74



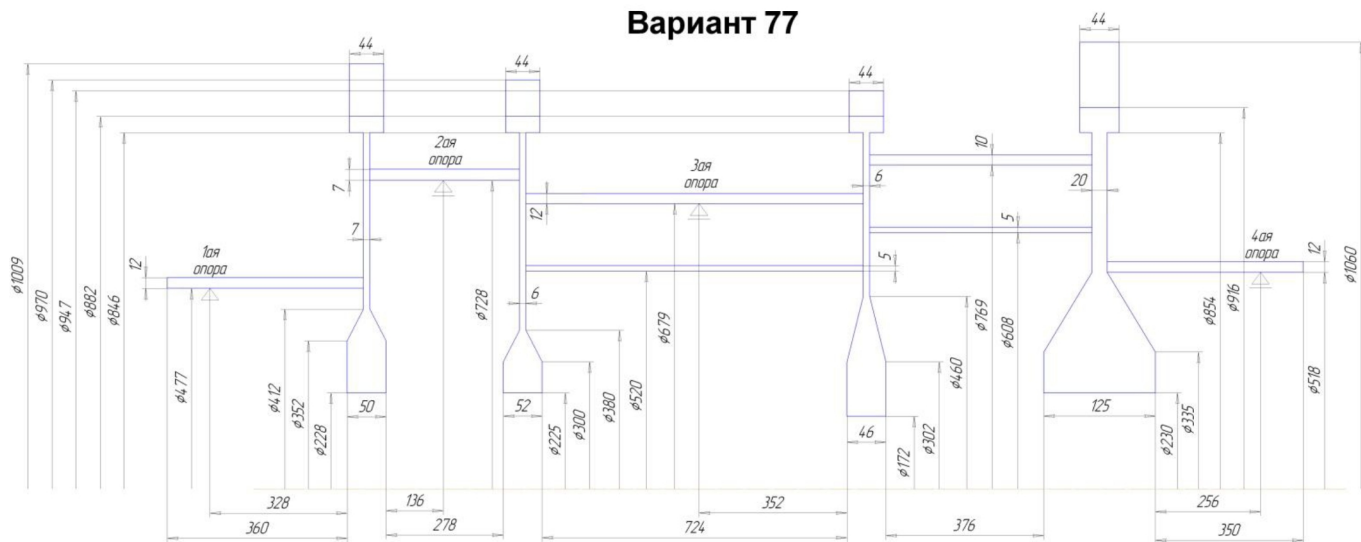
Вариант 75



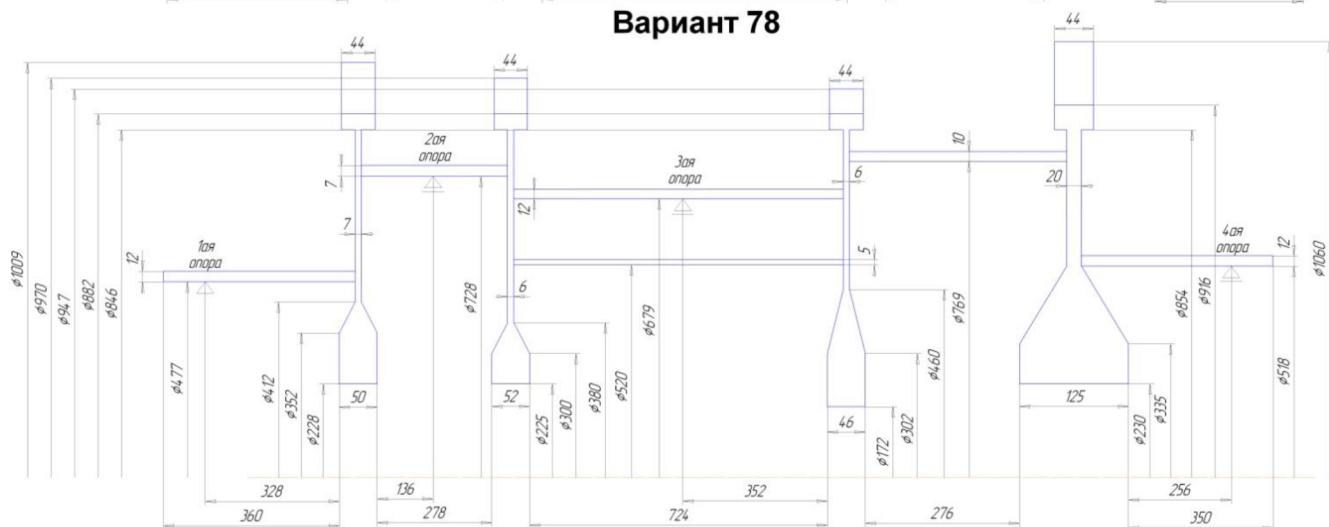
Вариант 76



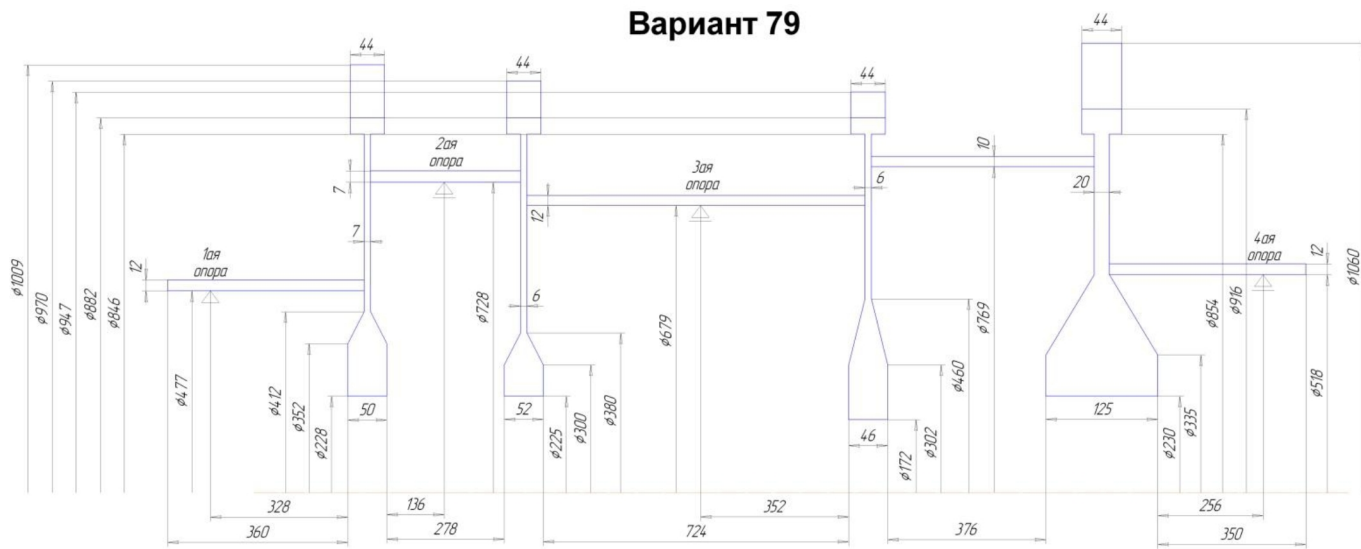
Вариант 77



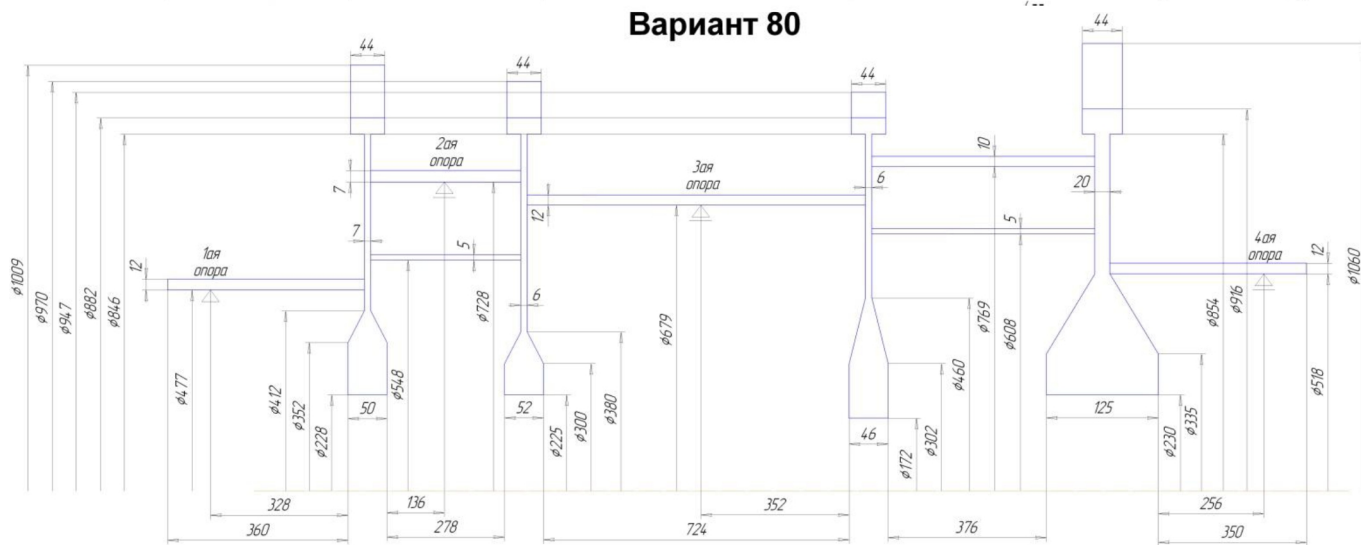
Вариант 78



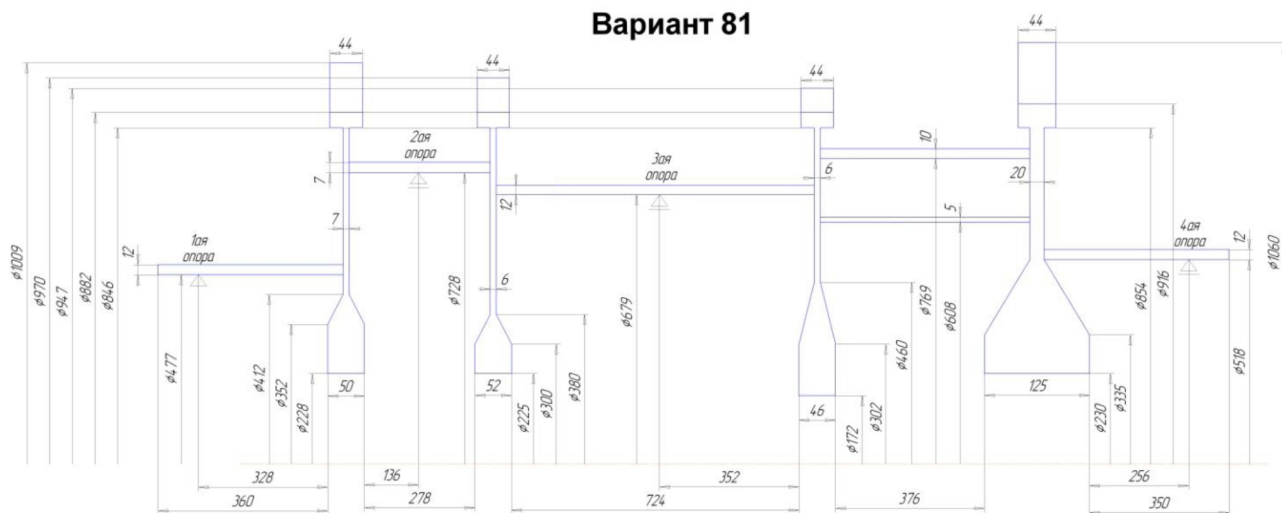
Вариант 79



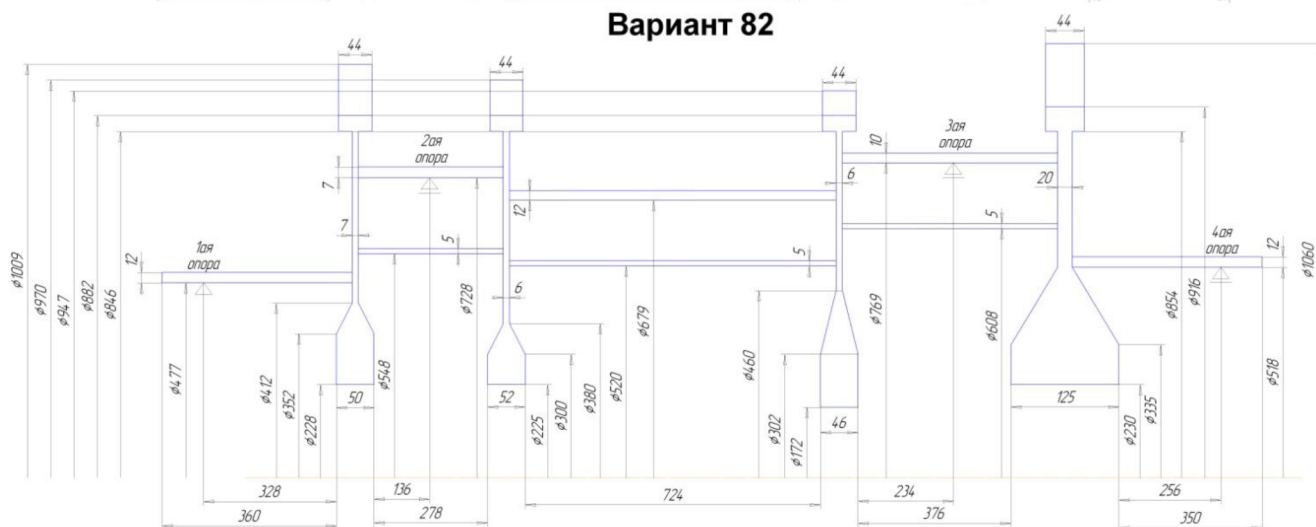
Вариант 80



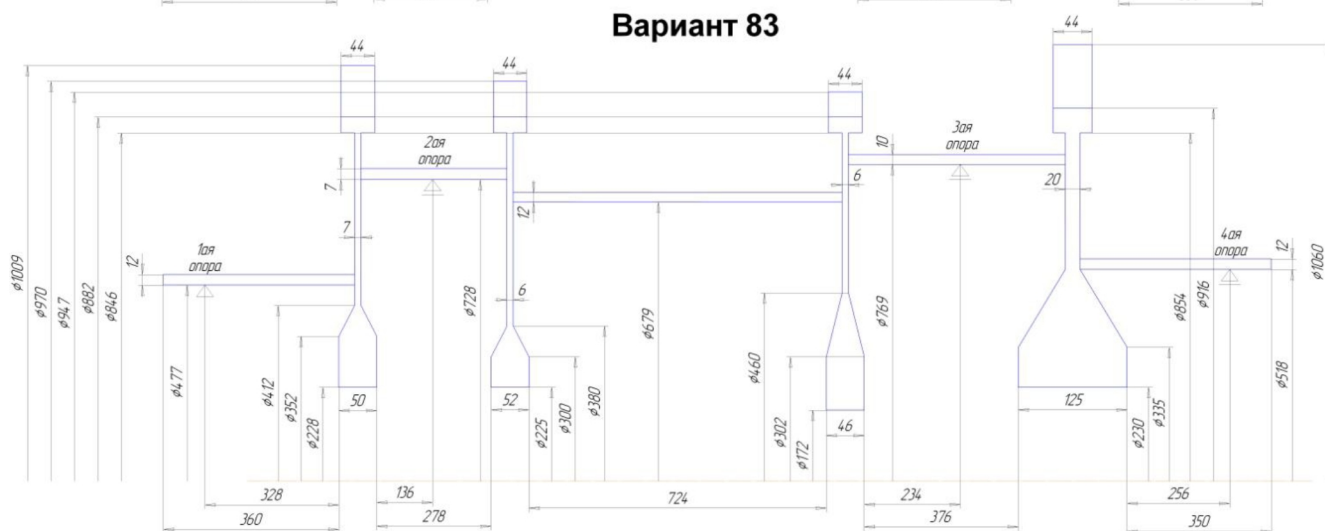
Вариант 81



Вариант 82



Вариант 83



Вариант 84

Technical drawing of a four-span bridge (Вариант 84) showing plan and elevation views with dimensions.

Plan View Dimensions (m):

- Span 1: 328
- Span 2: 360
- Span 3: 278
- Span 4: 136
- Span 5: 724
- Span 6: 234
- Span 7: 376
- Span 8: 256
- Span 9: 350

Elevation View Dimensions (m):

- Span 1: 4.77
- Span 2: 4.12
- Span 3: 3.52
- Span 4: 2.28
- Span 5: 50
- Span 6: 52
- Span 7: 2.25
- Span 8: 3.00
- Span 9: 3.80
- Span 10: 5.20
- Span 11: 6.79
- Span 12: 4.60
- Span 13: 3.02
- Span 14: 1.72
- Span 15: 46
- Span 16: 7.69
- Span 17: 12.5
- Span 18: 2.30
- Span 19: 3.35
- Span 20: 8.54
- Span 21: 9.16
- Span 22: 5.18
- Span 23: 10.60

Other Dimensions (m):

- Span 1: 12
- Span 2: 7
- Span 3: 7
- Span 4: 12
- Span 5: 6
- Span 6: 10
- Span 7: 20
- Span 8: 12

Labels:

- 1ая опора (1st pier)
- 2ая опора (2nd pier)
- 3ая опора (3rd pier)
- 4ая опора (4th pier)

Вариант 85

Вариант 86

Technical drawing of a four-span bridge (Вариант 86) showing a plan view with dimensions and section line A-A. The bridge has four spans supported by four piers. Dimensions include span lengths (360, 278, 724, 376), pier widths (44, 44, 44, 44), and various structural details like deck width, parapet height, and reinforcement details. Section line A-A is indicated by a dashed line with arrows.

Вариант 87

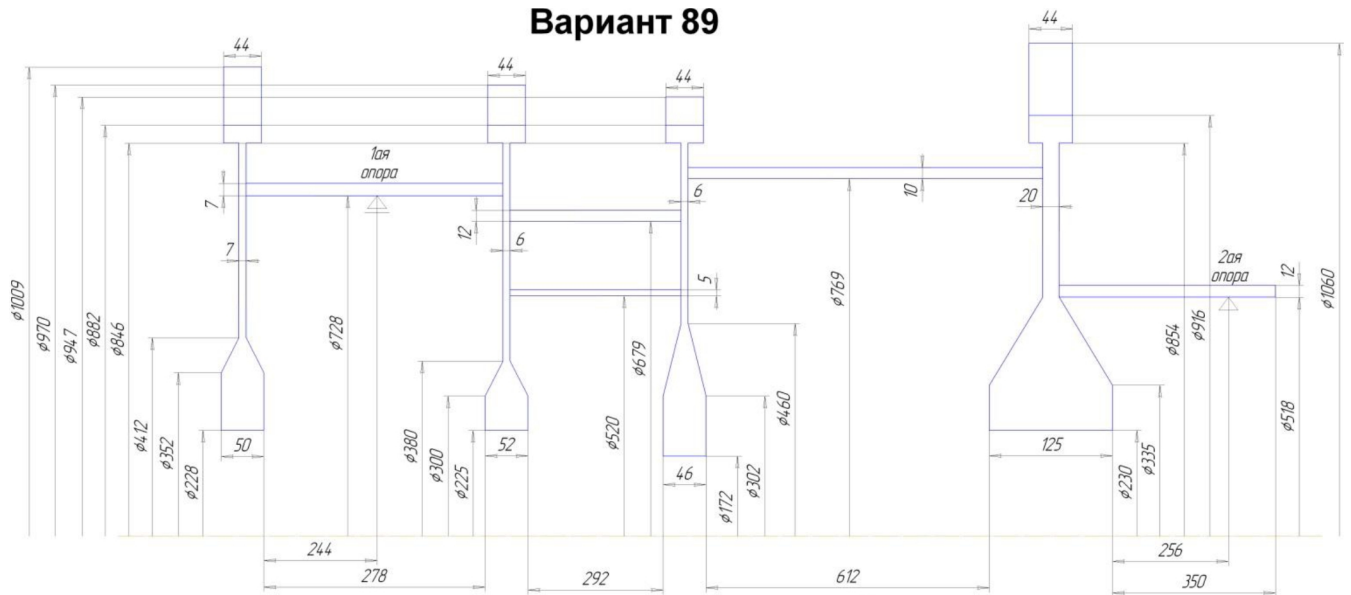
Technical drawing of a three-story building frame (Variant 87) showing a cross-section with dimensions and structural labels. The drawing includes the following details:

- Structural Labels:** 1ая опора (1st support), 2ая опора (2nd support), 3ая опора (3rd support), 4ая опора (4th support).
- Dimensions (mm):**
 - Overall height: 1009
 - Overall width: 1060
 - Column diameters: $\phi 412$, $\phi 352$, $\phi 228$, $\phi 477$, $\phi 728$, $\phi 679$, $\phi 460$, $\phi 302$, $\phi 172$, $\phi 769$, $\phi 608$, $\phi 854$, $\phi 916$, $\phi 230$, $\phi 335$, $\phi 518$.
 - Horizontal dimensions: 360, 328, 136, 278, 724, 234, 376, 125, 256, 350.
 - Vertical dimensions: 12, 7, 12, 5, 10, 6, 20, 12, 5, 46.

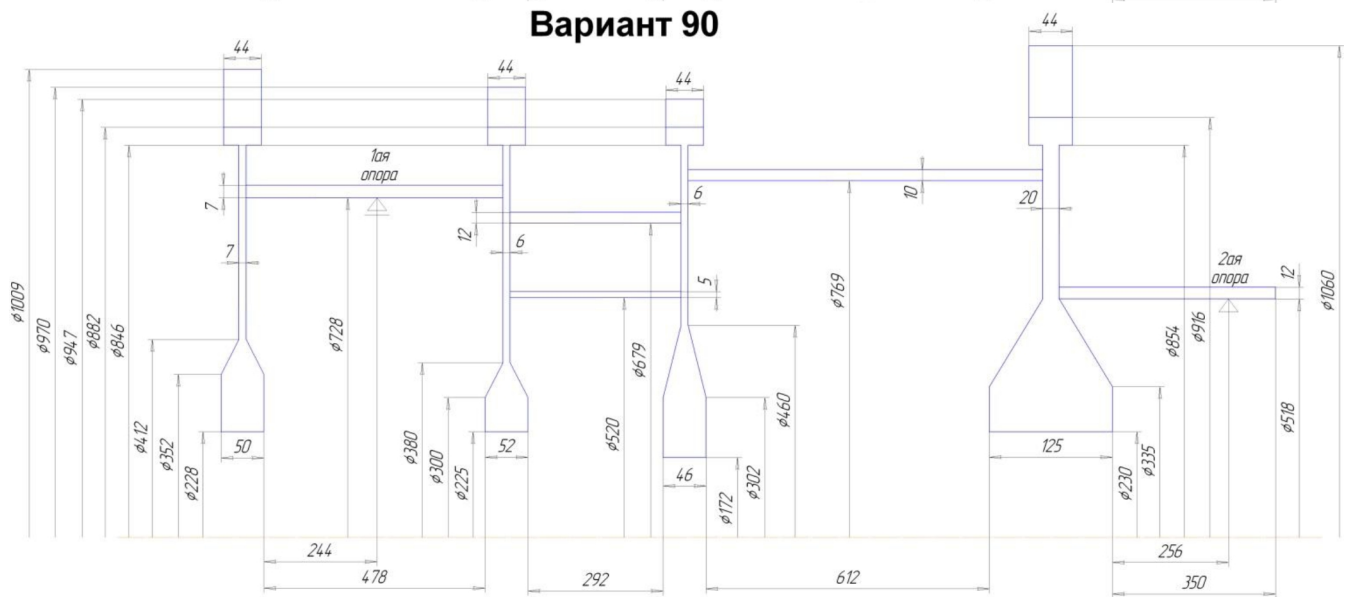
Вариант 88

Technical drawing of a three-span bridge structure, labeled "Вариант 88". The drawing shows a plan view of the bridge with three spans. The spans are supported by three piers. The bridge has a total length of 1009 units. The spans are 144, 292, and 612 units long. The bridge has a total width of 1060 units. The drawing includes various dimensions for the bridge structure, including the width of the spans, the width of the piers, and the height of the bridge. The drawing is labeled "Вариант 88".

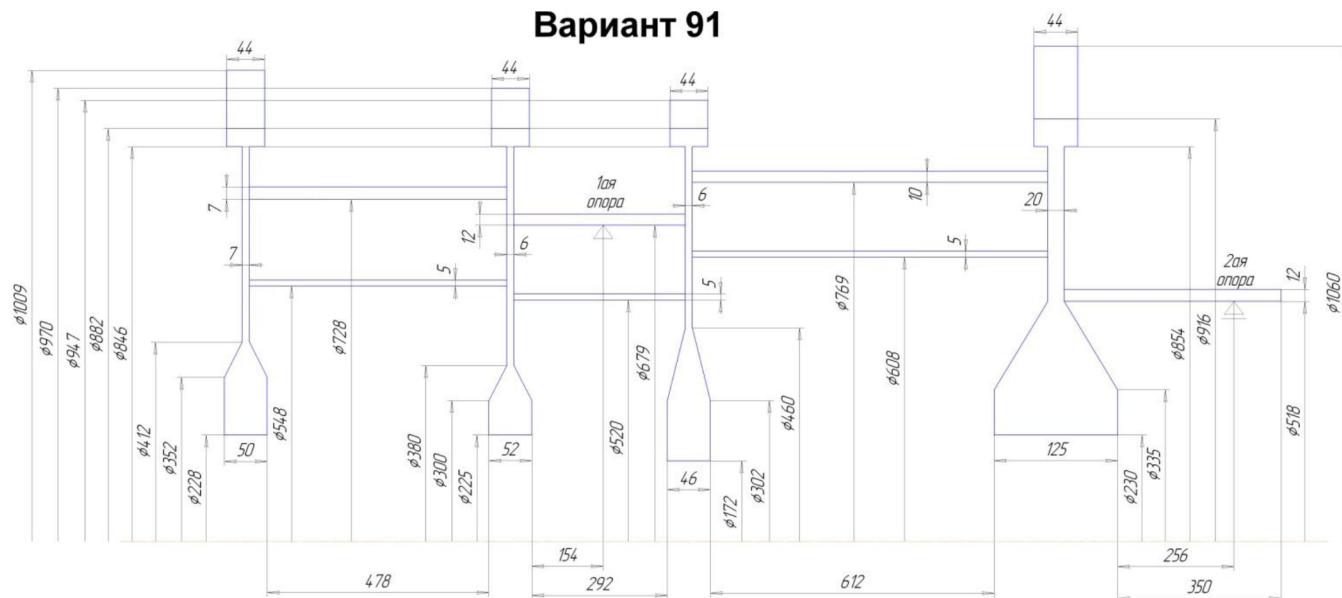
Вариант 89



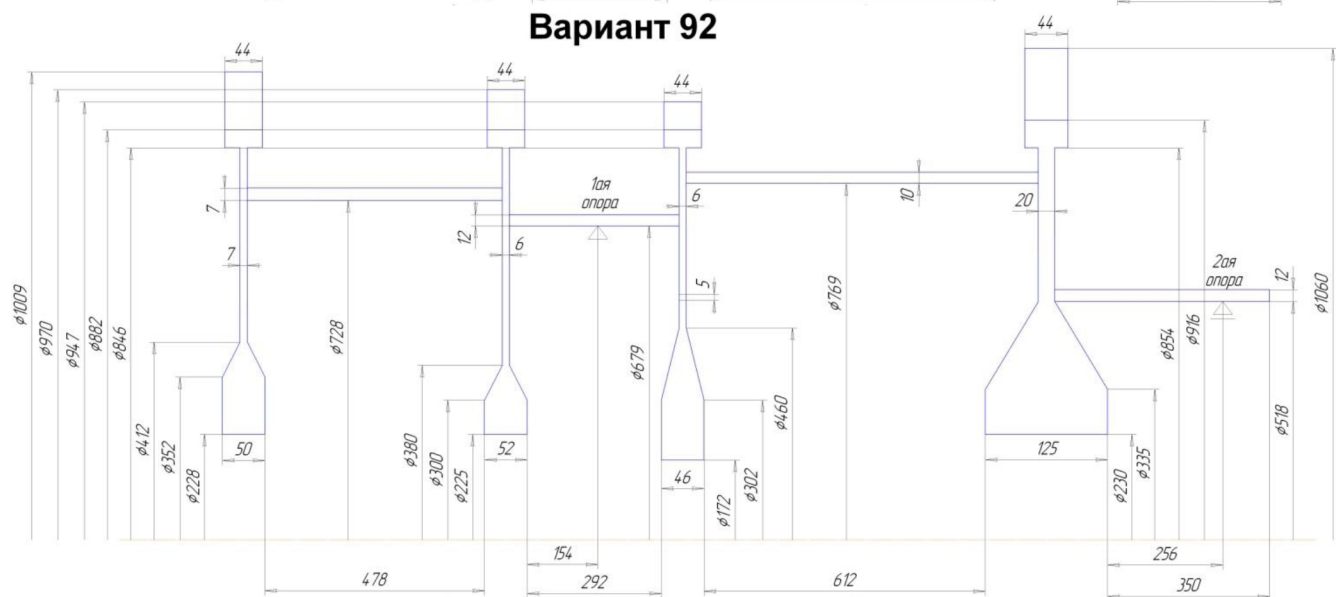
Вариант 90



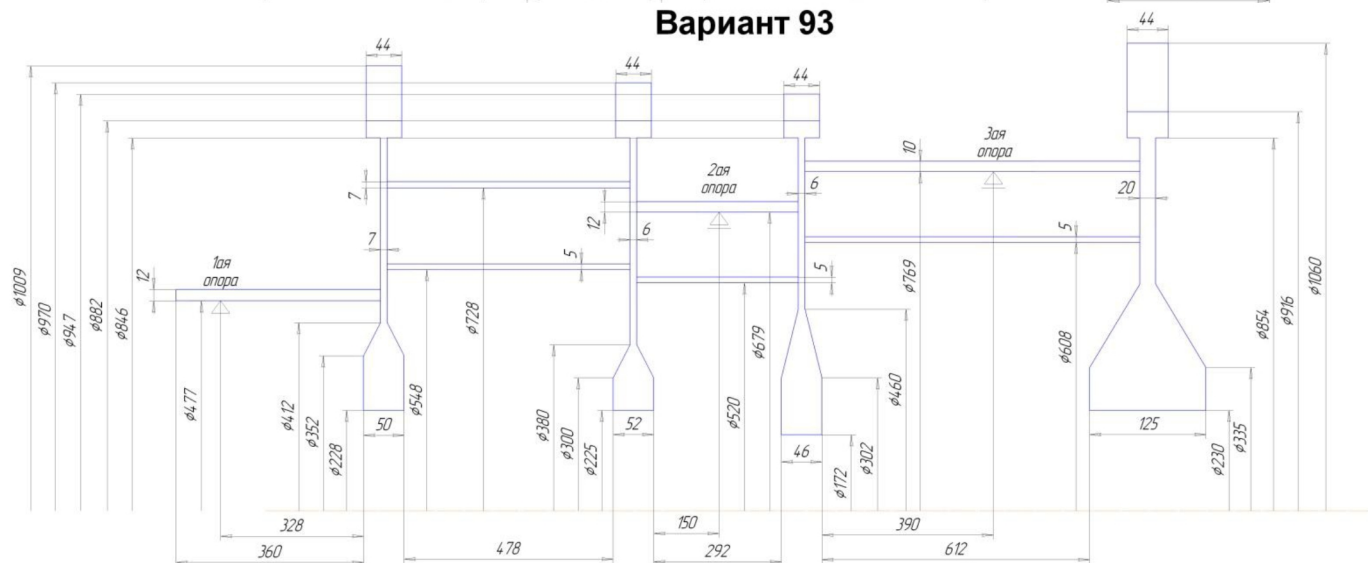
Вариант 91



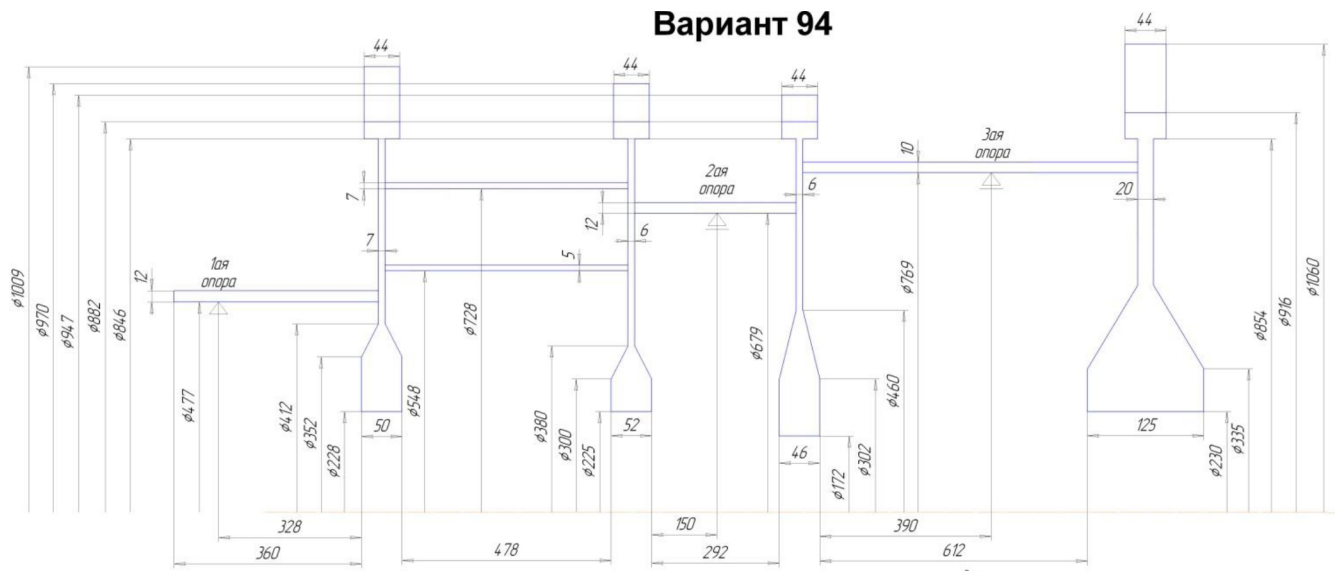
Вариант 92



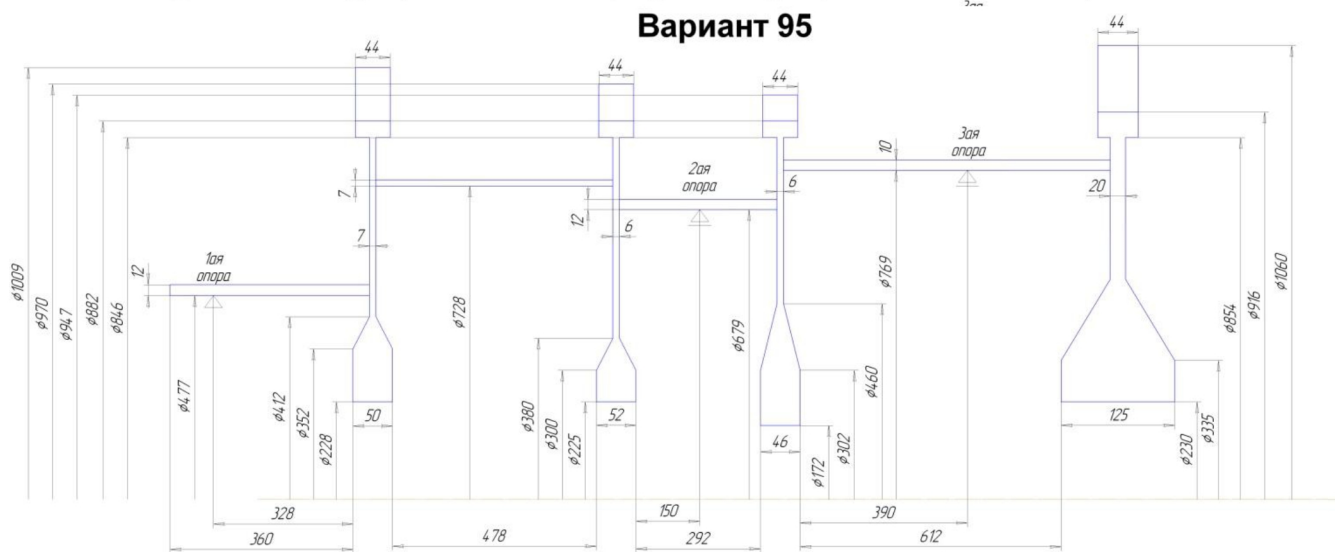
Вариант 93



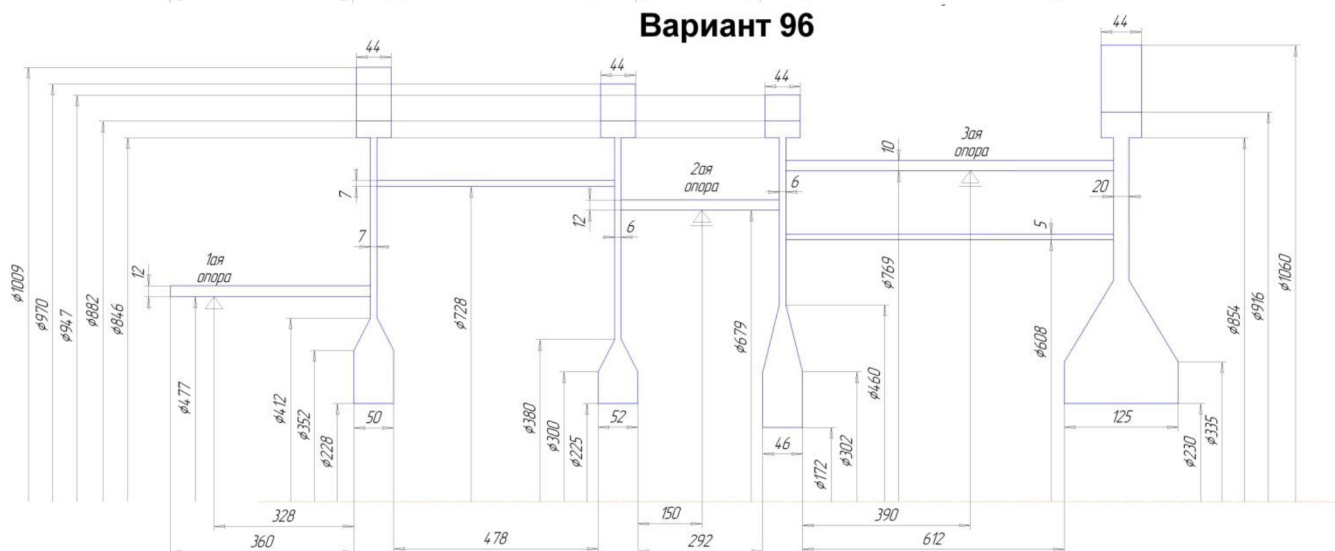
Вариант 94



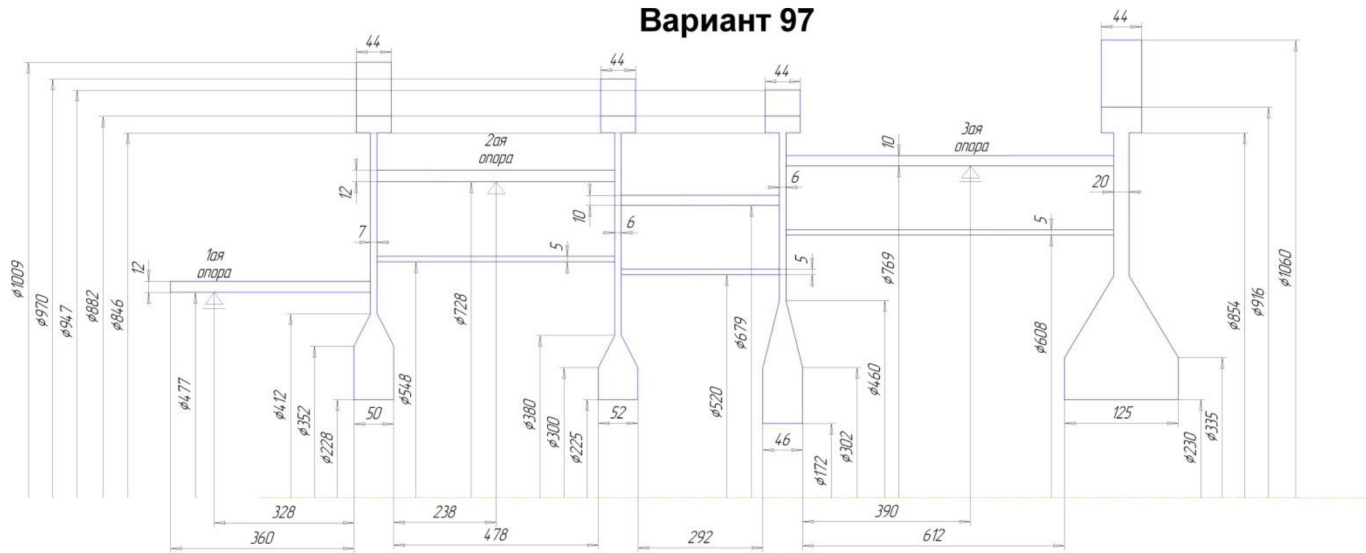
Вариант 95



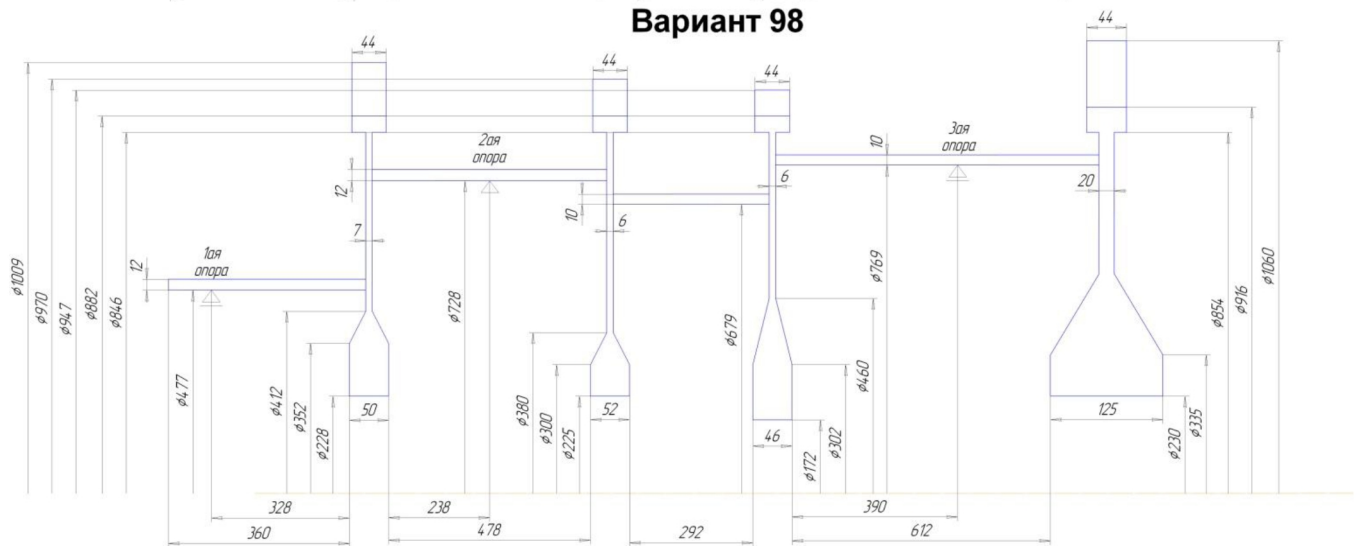
Вариант 96



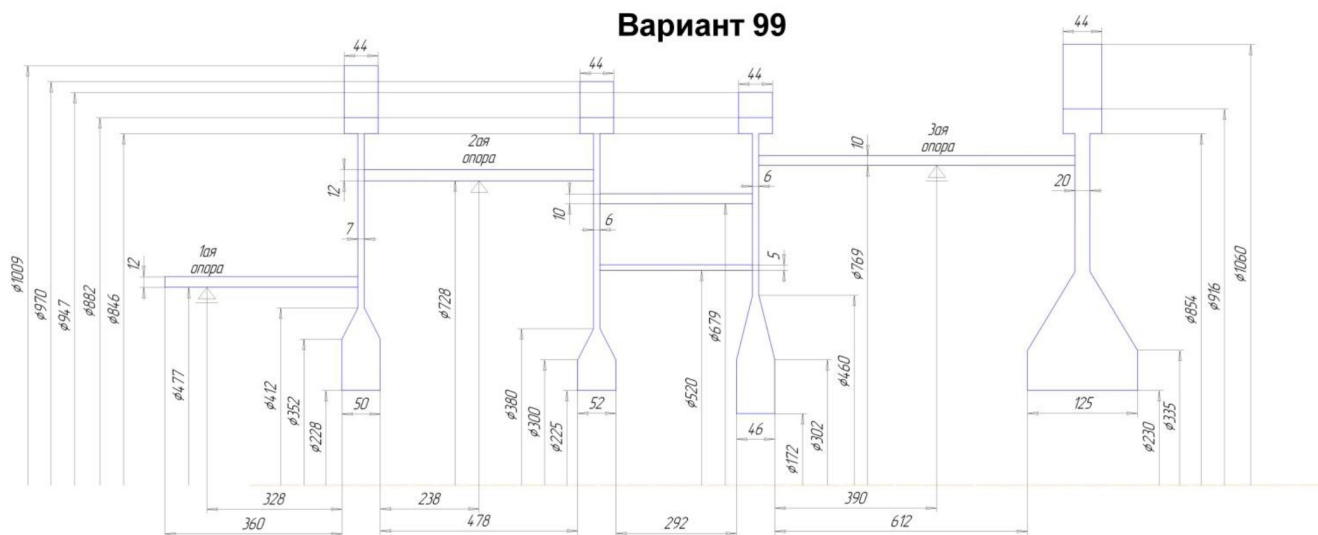
Вариант 97



Вариант 98



Вариант 99



Вариант 100

