

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С. А. ИШКОВ, О. Л. СТАРИНОВА

ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ОКОЛОЗЕМНЫХ И МЕЖПЛАНЕТНЫХ
ТРАНСПОРТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ
МАЛОЙ ТЯГИ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика, 24.04.02 Системы управления движением и навигация и специальности 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

САМАРА
Издательство Самарского университета
2024

УДК 629.78.01(075)+621.45.01(075)

ББК 0651я7

И973

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В. И. Куренков,

д-р техн. наук, проф. П. К. Кузнецов

Ишков, Сергей Алексеевич

И973 **Проектно-баллистическая оптимизация околоземных и межпланетных транспортных космических аппаратов с электроракетными двигателями малой тяги / С. А. Ишков, О. Л. Старинова.** – Самара: Издательство Самарского университета, 2024. – 96 с.

ISBN 978-5-7883-2130-1

В учебном пособии рассмотрены задачи выбора основных проектно-баллистических параметров околоземных транспортных и межпланетных космических аппаратов с электроракетными двигателями малой тяги. При рассмотрении транспортных задач в околоземных перелетах сформированы критерии оптимальности для одноразовых, многоразовых и комбинированных перелетов.

Предназначено для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика, 24.04.02 Системы управления движением и навигация и специальности 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов.

Разработано на кафедре динамики полёта и систем управления Самарского университета.

УДК 629.78.01(075)+621.45.01(075)

ББК 0651я7

ISBN 978-5-7883-2130-1

© Самарский университет, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	7
ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ	8
1 ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЕКТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА	10
2 ПОСТАНОВКА ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ	12
2.1 Одноразовая транспортная операция с этапом утилизации.....	13
2.2 Многоразовая транспортная система с однотипными операциями.....	14
2.3 Одноразовая комбинированная транспортная операция	15
2.4 Многоразовая комбинированная транспортная операция... ..	16
3 ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ	19
3.1 Постановки задачи комплексной проектно-баллистической оптимизации межпланетных перелётов	19
3.1.1 <i>Граничные условия для задач первого класса</i>	22
3.1.2 <i>Граничные условия для задачи второго класса</i>	23
3.1.3 <i>Граничные условия для задач третьего класса</i>	25
3.2 Разделение задачи комплексной оптимизации межпланетной миссии на проектную и баллистическую части	28

3.2.1	<i>Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с ядерной энергодвигательной установкой малой тяги</i>	29
3.2.2	<i>Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с солнечной энергодвигательной установкой малой тяги</i>	30
3.2.3	<i>Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с солнечным парусом</i>	33
4	МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОКОЛОЗЕМНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ КА	35
4.1	Массовые модели космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой	35
4.2	Массовые модели космического аппарата с жидкостным реактивным двигателем	39
5	ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ НОМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОЙ ОПЕРАЦИИ ПЕРЕЛЁТА НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ	42
5.1	Одноразовый перелёт на ГСО	42
5.1.1	<i>Численный пример расчёта параметров КА при одноразовом перелёте</i>	50
5.2	Многоразовая транспортная операция доставки груза на ГСО	54
5.2.1	<i>Численный пример расчёта параметров космического аппарата при многоразовом перелёте на геостационарную орбиту</i>	56
5.3	Одноразовая комбинированная транспортная операция доставки груза на геостационарную орбиту	61

5.4 Многоразовая комбинированная транспортная операция доставки грузов на геостационарную орбиту	66
6 ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ НОМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ ДЛЯ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ	70
6.1 Процедура проектно-баллистической оптимизации миссии по доставке полезной нагрузки в заданную точку межпланетного пространства	70
6.1.1 <i>Итерационная процедура оптимизации</i>	<i>70</i>
6.1.2 <i>Приближённо-аналитические зависимости, используемые для расчёта перелётов Земля – Марс и Марс – Земля</i>	<i>72</i>
6.1.3 <i>Численный пример проектно-баллистической оптимизации перелёта на орбиту спутника Марса</i>	<i>76</i>
6.2 Проектно-баллистическая оптимизация пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля	82
6.2.1 <i>Процедура проектно-баллистической оптимизации межпланетных миссий с возвращением на планету старта</i>	<i>82</i>
6.2.2 <i>Результаты проектно-баллистической оптимизации пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля</i>	<i>85</i>
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	92

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебное пособие предназначено для студентов старших курсов и дипломников, выполняющих курсовые и дипломные работы. Кроме того, оно будет полезно всем обучающимся интересующимися проблемой выбора проектных и баллистических параметров околоземных и межпланетных космических аппаратов (КА) на основе комплексной оптимизации.

В пособии рассматриваются задачи применения как приближенных аналитических, так и численных методов с использованием современных вычислительных средств и информационных технологий для выбора проектных параметров и программ управления КА с перспективными типами двигательных систем – электрореактивными двигателями малой тяги. Двигатели данного типа разрабатываются в ряде стран мира и составляют конкуренцию двигателям на химических компонентах.

В качестве базового критерия во всех постановках рассматривается стартовая масса космического аппарата или масса всей системы. Это оправданно, особенно на первых итерационных циклах численных исследований. Сформулированные в первой главе постановки задач могут быть легко трансформированы для стоимостного критерия путём введения стоимостных характеристик для каждой из входящих в стартовую массу КА M_0 порционных масс.

Таким образом, перечисленные постановки покрывают большое множество практически важных задач проектирования космической техники, и могут быть использованы для научно-технического обоснования реализации перспективных космических миссий.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

- ДУ – двигательная установка;
- ГСО – геостационарная орбита;
- ЖРД – жидкостно-реактивный двигатель;
- КА – космический аппарат;
- КПД – коэффициент полезного действия;
- ПН – полезная нагрузка;
- РН – ракета-носитель;
- СПХ – система подачи и хранения рабочего тела;
- ЭРД – электрореактивный двигатель;
- ЭУ – энергетическая установка.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- N – электрическая мощность, подаваемая на ДУ маршевых двигателей;
- P – величина тяги двигательной установки;
- η_T – тяговый КПД полезного действия;
- c – эффективная скорость истечения реактивной струи;
- q – секундный расход массы рабочего тела;
- M – масса КА;
- $M_{ПГ}$ – масса полезного груза;
- $M_{ЭУ}$ – масса энергоустановки, состоящей из источника и преобразователя энергии;
- M_D – масса двигательной установки маршевых двигателей;
- $M_{РТ}$ – масса рабочего тела ЭРД;
- $M_{СПХ}$ – масса системы подачи и хранения рабочего тела;
- $M_{КОН}$ – масса конструкции и прочих систем КА;
- $\alpha_{Э}$ – удельная масса энергоустановки;
- γ_D – удельная масса двигательной установки;
- $\alpha_{КОН}$ – удельная масса конструкции и прочих систем КА;
- $k_{СПХ}$ – удельная масса СПХ в массе рабочего тела;
- T – общее время перелёта;
- $T_{зад}$ – заданное время перелёта;
- T_{μ} – моторное время;
- a_0 – начальное ускорение от тяги двигателей;

- a_T – ускорение от тяги двигателей;
- V_x – характеристическая скорость манёвра;
- μ – удельная масса полезной нагрузки.

1 ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЕКТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Задача определения проектно-баллистических параметров КА формулируется как математическая задача и представляет собой начальный этап создания эскизного проекта изделия – определение проектного облика КА и его основные целевые показатели в первом приближении. Она должна решаться с использованием адекватных математических моделей и современных методов оптимизации. Для этого необходимо построить проектную модель КА, определить состав проектных переменных и задать целевую функцию и технические ограничения.

Для космических аппаратов, предназначенных для выполнения транспортных операций, основным техническим требованием будет выполнение граничных условий перелёта в соответствии с целевой функцией транспортной операции. Решение данного круга задач связано с построением модели движения КА в заданном фазовом пространстве, выбора схемы управления аппаратом с учётом технических ограничений и возмущений.

Таким образом, с математической точки зрения, задача выбора проектных параметров КА, даже в самом простом виде, будет представлять собой сложную задачу. Для её решения традиционно применяется итерационная процедура, основанная на последовательном многократном решении локальных – более простых, с математической точки зрения, задач. Условно, основные итерационные циклы можно разделить на следующие типы.

Первый тип связан с неопределённостью параметров, структуры и способа математического описания проектной модели КА.

Все это может уточняться на всём протяжении решения проектной задачи.

Второй тип цикла итерационного процесса определяется не-точностью математических моделей, описывающих процессы динамики и управления движением КА. Как правило, на первых этапах проектных расчётов применяются упрощённые уравнения движения без учёта внешних возмущений и ошибок реализации управляющих воздействий. Это даёт возможность получить необходимые решения задачи управления в аналитическом виде или в виде алгоритмической процедуры, готовой для использования в параметрических исследованиях проектной части задачи. В последующих итерациях необходимо проведение поверочных расчётов на более полных моделях.

Третий тип итерационных циклов определяется наличием нескольких видов целевых функций в соответствии с технической постановкой транспортной задачей. Как правило, на начальном этапе исследований решаются задачи для более простых критериев, например, минимальной длительности перелёта, далее постановки задачи могут усложняться. Это приведёт к необходимости пересмотра всех, полученных ранее решений.

Таким образом, для эффективного решения поставленных проектных задач необходима разработка соответствующих методик и программных средств на основе современных информационных технологий, как совершенно необходимого инструмента ускорения получения проектных решений на всех этапах всех типов итерационного процесса.

2 ПОСТАНОВКА ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ

Для формулирования проектной задачи необходимо определиться с критериями, улучшения которых необходимо добиваться при выборе проектных параметров и записать имеющиеся ограничения. Как правило, критерий вытекает из формулировки задачи более высокого уровня, чем решаемая проектная задача.

Рассмотрим в качестве базового широко используемый критерий, предполагающий минимизацию начальной массы КА, совершающего транспортную операцию по доставке полезного груза на конечную орбиту по одноразовой схеме. Данная схема предполагает перелёт КА вместе с полезным грузом из начальных граничных условий в конечные. До недавнего времени на этом транспортная операция считалась выполненной. В настоящее время в соответствии с экологическими требованиями в баллистическую схему необходимо включать этап утилизации КА после завершения миссии и выработки его ресурса.

Утилизация для низкоорбитальных КА должна заключаться в переводе аппарата на орбиту интенсивного самоторможения и спуска с высотой орбиты менее 200 км. Для высоких круговых орбит утилизация будет заключаться в переводе КА на орбиту захоронения (круговая орбита на 500 км выше геостационарной орбиты). Особая сложность решения задачи утилизации представляется для высокоэллиптических орбит, имеющих значительные эксцентриситеты. Для них необходимо проведение дополнительных исследований для выбора схемы утилизации по окончанию срока активного существования КА.

Для математической формулировки задачи введём следующие обозначения:

M_0 - начальная масса КА; $\mathbf{p} = \{P_j\}$ - вектор проектных параметров КА; $\mathbf{u}(t)$ - вектор функций управления; T, T_3 - фактическое и заданное время перелёта; $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k$ - начальный и конечный вектора фазовых координат, характеризующие граничные условия транспортной операции; $\Gamma(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_k)$ - обобщённый вектор граничных условий; $J(\mathbf{p}, \mathbf{u}(t), T_3, \Gamma, M_0)$ - энергетическая характеристика манёвра (проектно-баллистическая функция).

2.1 Одноразовая транспортная операция с этапом утилизации

С учётом необходимости утилизации критерий оптимальности транспортной операции (стартовая масса КА) будет иметь следующий вид:

$$M_{0\min} = \min_{\mathbf{p} \in \mathbf{P}, \mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}} M_0 \left[\mathbf{p}, J(\mathbf{p}, \mathbf{u}(t), T_3, \Gamma, M_0) \right], \quad (2.1)$$

$$J = J_0 + J_{yT}, \quad (2.2)$$

где J_0, J_{yT} - энергетическая характеристика основного манёвра и манёвра утилизации.

Иногда в практических расчётах удобнее пользоваться безразмерным критерием, таким как отношение массы полезного груза к начальной массе КА $\mu = \frac{M_{\text{пг}}}{M_0}$. В этом случае, критерием оптимальности проектной задачи будет максимизация относительной полезной нагрузки, доставленной на заданную орбиту:

$$\mu_{\max} = \max_{\mathbf{p} \in \mathbf{P}, \mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}} \mu \left[\mathbf{p}, J(\mathbf{p}, \mathbf{u}(t), T_3, \Gamma, M_0), M_0 \right]. \quad (2.3)$$

Для данного критерия в ряде случаев удаётся получить решения в аналитическом виде.

2.2 Многоразовая транспортная система с однотипными операциями

Для данной постановки проектной задачи предполагается, что совершаются челночные перелёты с одинаковыми граничными условиями. Суммарная масса всей системы M_C запишется в следующем виде:

$$M_C = nM_{\text{ПГ}} + nM_{\text{РТ}} + M_{\text{СВХ}}, \quad (2.4)$$

где n - количество транспортных операций, $M_{\text{СВХ}}$ - сухая масса КА (масса без топлива или рабочего тела и массы полезного груза), $M_{\text{РТ}}$ - затраты рабочего тела (топлива) на прямой и обратный перелёты. Затраты рабочего тела (топлива) на утилизацию будут покрываться за счёт массы рабочего тела предназначенного на обратный перелёт при последнем рейсе. Представим начальную массу КА в следующем виде $M_0 = M_{\text{СВХ}} + M_{\text{ПГ}} + M_{\text{РТ}}$, тогда, исключая $M_{\text{СВХ}}$ из суммарной массы (2.4) получим:

$$M_C = M_0 + (n-1)(M_{\text{ПГ}} + M_{\text{РТ}}).$$

В качестве универсального критерия по аналогии с одноразовой операцией рассмотрим функцию безразмерной массы полезной нагрузки, доставленной за все операции отнесённую к суммарной массе всей системы

$$\mu_C = \frac{nM_{\text{ПГ}}}{M_C} \rightarrow \max.$$

После преобразований получим

$$\mu_C = \frac{n\mu}{1 + (n-1)\left(\mu + \frac{M_{\text{РТ}}}{M_0}\right)}. \quad (2.5)$$

Задача оптимизации для этой постановки проектной задачи будет формулироваться следующим образом:

$$\mu_{C\max} = \max_{p \in P, u(t) \in U} [\mu_C | n = n_{\text{зад}}]. \quad (2.6)$$

Параметр n (число рейсов) будет зависеть от заданного общего ресурса системы, заданного времени прямого перелёта и технических затрат времени, необходимых для маневрирования КА в процессе его стыковки.

2.3 Одноразовая комбинированная транспортная операция

Предполагается, что транспортная операция реализуется двумя КА разного типа с ЖРД ($КА_1$) и ЭРД ($КА_2$). Точка, в которой осуществляется переход с одного типа двигательной установки на другой будем называть промежуточной точкой \mathbf{x}_{np} , координаты которой (параметры промежуточной орбиты) подлежат определению в процессе оптимизации.

Запишем выражение для начальной массы КА в следующем виде:

$$M_0 = M_{01} \left[\mathbf{p}_1, J_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{u}_1(t), \Gamma_1, M_0) \right] + M_{02} \left[\mathbf{p}_2, J_2(\mathbf{p}_2, \mathbf{u}_2(t), T_{2зад}, \Gamma_2, M_{02}) \right] + M_{ПГ}, \quad (2.7)$$

где M_{01} , M_{02} - начальная масса первого и второго КА. Второй КА (с ЭРД) по отношению к первому выступает как полезный груз, который необходимо доставить на промежуточную орбиту, то есть два КА образуют двухступенчатую транспортную систему. Обобщённые граничные условия можно будет записать следующим образом:

$$\Gamma_1 = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{np}), \quad \Gamma_2 = (\mathbf{x}_{np}, \mathbf{x}_k). \quad (2.8)$$

Для обоих аппаратов так же, как в предыдущих постановках, должна решаться задача утилизации каждого из объектов. Перейдём к безразмерному критерию. Введём обозначения:

$$\mu_1 = \frac{M_{02} + M_{ПГ}}{M_0}, \quad \mu_2 = \frac{M_{ПГ}}{M_{02} + M_{ПГ}}, \quad (2.9)$$

тогда безразмерный массовый критерий задачи примет вид:

$$\mu = \mu_1 \mu_2. \quad (2.10)$$

Оптимизационная задача запишется следующим образом

$$\mu_{\max} = \max_{\substack{p \in P, \\ u_1(t) \in U_1, u_2(t) \in U_2, \\ x_{na} \in X}} (\mu | T = T_1 + T_{23a}). \quad (2.11)$$

2.4 Многоразовая комбинированная транспортная операция

Такая транспортная операция может быть реализована, если есть техническая возможность дозаправлять KA_1 и KA_2 , которые должны совершить и n транспортных операций со стыковкой в промежуточной точке фазового пространства x_{np} . Запишем выражение для суммарной массы системы.

$$M_C = n \cdot M_{IT} + M_{CVX1} + M_{CVX2} + n(M_{T1} + M_{PT2}),$$

где n - количество комбинированных транспортных операций, $M_{IT}, M_{IT_2}, M_{IT}^{YT}$ - затраты топлива KA_1 на прямой, обратный перелёт и на утилизацию объекта, M_{CVX1} и M_{CVX2} - сухая масса KA_1 и KA_2 , M_{T1} - масса топлива KA_1 , M_{PT2} - масса рабочего тела KA_2 .

С целью упрощения постановки задачи не будем выделять массу топлива и рабочего тела, необходимые для утилизации объекта, а будем полагать, что массы топлива и рабочего тела, необходимые для обратного перелёта на последнем рейсе используются не для возвращения КА, а для его утилизации. Введём понятие начальной массы комбинированной транспортной системы:

$$M_0 = M_{01} + M_{02} + M_{IT},$$

тогда суммарную массу системы можно записать в следующем виде

$$M_C = M_0 + (M_{IT} + M_{T1} + M_{PT2}) \cdot (n - 1). \quad (2.12)$$

Если по аналогии с предыдущей постановкой задачи ввести безразмерную массу полезного груза $\mu_C = \frac{n \cdot M_{III}}{M_C}$, получим

$$\mu_C = \frac{n \cdot \mu}{1 + (n-1) \cdot \left(\mu + \frac{M_{T1}}{M_0} + \frac{M_{PT2}}{M_0} \right)}.$$

Введём обозначения

$$\mu_{T1} = \frac{M_{T1}}{M_0}, \quad \mu_{PT2} = \frac{M_{PT2}}{M_0}. \quad (2.13)$$

С учётом выражения (2.10) для функции μ после преобразований получим:

$$\mu_C = \frac{n \cdot \mu_1 \cdot \mu_2}{1 + (n-1) \cdot (\mu_1 \cdot \mu_2 + \mu_{T1} + \mu_{PT2})}, \quad (2.14)$$

где μ_1 и μ_2 определяются в соответствии с (2.9). Задача оптимизации для этой постановки проектной задачи будет формулироваться следующим образом

$$\mu_{C\max} = \max_{\substack{p \in P, \\ u_1(t) \in U_1, u_2(t) \in U_2, \\ x_{ia} \in X}} (\mu_C | n = n_{3ad}, T = T_1 + T_{23ad}). \quad (2.15)$$

Сделаем несколько замечаний по поводу сформулированных четырёх постановок проектных задач.

Замечание 1.

В правых частях записанных критериев может входить M_0 , что делает задачу некорректной и требует математического разрешения. Возможны два способа: а) упростить правую часть и вывести от туда M_0 ; б) организовать внутри оптимизационного вычислительного процесса ещё один итерационный цикл по M_0 .

Первый путь представляется более предпочтительным, но он потребует введения обоснованных упрощённых проектных моде-

лей и моделей, описывающих динамику и управление движением КА и проведения на их основе аналитических исследований с целью снижения вычислительной сложности поставленных задач.

В дальнейшем описание проектной задачи будем разделять на две связанные задачи:

I. Динамическая задача оптимизации – определение вектора управления $\mathbf{u}_{opt}(t)$ и построение энергетической функции

$$J(\mathbf{p}, \mathbf{u}_{opt}(t), T_{зад}, \Gamma, M_0). \quad (2.16)$$

II. Параметрическая задача оптимизации – окончательное определение проектных и баллистических параметров в соответствии с одной из постановок задач (2.3), (2.6), (2.11) или (2.15).

Замечание 2.

В качестве базового критерия во всех постановках рассматривается масса КА или масса всей системы. Это оправдано, особенно на первых итерационных циклах численных исследований.

Сформулированные постановки задач могут быть легко трансформированы для стоимостного критерия путём введения стоимостных характеристик для каждой из входящих в M_0 порционных масс.

Таким образом, перечисленные постановки покрывают большое множество практически важных задач проектирования космической техники и могут быть использованы для научно-технического обоснования реализации перспективных космических миссий.

3 ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ

3.1 Постановки задачи комплексной проектно-баллистической оптимизации межпланетных перелётов

Рассмотрим задачу совместной проектно-баллистической оптимизации межпланетного КА с двигательной установкой малой тяги, использующейся в качестве маршевой. В общем случае, целью КА является доставка полезной нагрузки на заданную орбиту и, если необходимо, возвращение её на планету старта. При этом требуется доставить к цели полезную нагрузку максимальной массы при наименьшей длительности перелёта и минимальной стартовой массе аппарата.

Традиционно рассматриваются две постановки задачи, содержащие различные критерии оптимальности, которые должны использоваться при выборе наилучшего варианта проекта межпланетной миссии среди альтернативных.

1. Требуется обеспечить минимальную длительность перелёта и минимальную стартовую массу аппарата при фиксированной массе полезной нагрузки.

2. Требуется обеспечить минимальную длительность перелёта и максимальную массу полезной нагрузки при фиксированной стартовой массе.

Первая постановка задачи позволяет определить тип ракетоносителя (или их количество) необходимых для запуска уже разработанного исследовательского КА известной массы. Вторая, наоборот, позволяет оценить какая полезная нагрузка может быть

доставлена на целевую орбиту при запуске известным ракетоносителем (или известным их количеством при сборке КА на орбите).

В практике многокритериальной проектно-баллистической оптимизации межпланетных миссий наиболее часто используется подход, связанный с выделением основного критерия оптимизации и переводе остальных в ограничения. В соответствии с этим подходом в качестве основного критерия оптимальности проекта выберем стартовую массу КА для первой постановки задачи или массу полезной нагрузки – для второй, а длительность осуществления миссии ограничим.

Решение задачи проектно-баллистической оптимизации в таких постановках требует формального описания проектного облика и движения аппарата.

Особенностью задач оптимизации межпланетных перелётов является необходимость оптимального выбора некоторых дополнительных параметров, описывающих баллистическую схему перелёта. Под *баллистической схемой* перелёта будем понимать совокупность следующих параметров: положение небесных тел на момент старта миссии, определяющее оптимальную дату старта D_0 ; длительность межпланетного перелёта T , соотношение длительностей участков полёта, и, наконец, при использовании гравитационных манёвров их последовательность и длительности участков между манёврами T_i .

Введём в рассмотрение:

- $\mathbf{x}(t)$ - вектор фазовых координат аппарата, который подчиняется граничным условиям, определяемым целью перелёта и возможным ограничениям, $\mathbf{x}(t) \in X$, где X - множество допустимых фазовых координат аппарата;
- $\mathbf{u}(t)$ - вектор функций управлений, на компоненты этих функций могут быть наложены ограничения, связанные с кон-

структивными особенностями аппарата, так что $\mathbf{u}(t) \in U$, где U - множество допустимых управлений;

- \mathbf{p} - вектор основных оптимизируемых проектных параметров КА, для некоторых миссий может быть ограничен $\mathbf{p} \in P$, для других его можно считать фиксированным;
- \mathbf{b} - вектор баллистических параметров, ограниченный для конкретной миссии $\mathbf{b} \in OB$.

Если в качестве критерия оптимальности проекта используется стартовая масса аппарата при заданной массе полезной нагрузки и длительности миссии, то задача проектно-баллистической оптимизации перелёта формулируется следующим образом. Определить вектор проектных параметров $\mathbf{p} \in P$, вектор функций управления $\mathbf{u}(t) \in U$ и вектор баллистических параметров перелёта $\mathbf{b} \in OB$, доставляющие при заданной массе полезного груза $M_{ПГ}$ и заданной длительности миссии T минимум начальной массе КА M_0 и обеспечивающие выполнение целевой задачи проекта, описываемой множеством допустимых фазовых координат аппарата $\mathbf{x}(t) \in X$:

$$M_{0\min} = \min_{\mathbf{u} \in U, \mathbf{p} \in P, \mathbf{b} \in OB} M_0(M_{ПГ} = \text{fixe}, T = \text{fixe}, \mathbf{x}(t) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, \mathbf{b}). \quad (3.1)$$

Постановка задачи, обеспечивающая максимум полезной нагрузки при фиксированной стартовой массе КА и длительности миссии формулируется:

$$M_{ПГ\max} = \max_{\mathbf{u} \in U, \mathbf{p} \in P, \mathbf{b} \in OB} M_{ПГ}(M_0 = \text{fixe}, T = \text{fixe}, \mathbf{x}(t) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, \mathbf{b}). \quad (3.2)$$

Различные цели межпланетных перелётов требуют различных модификаций граничных условий задачи оптимизации и различных параметров включённых в вектор баллистических параметров перелётов.

3.1.1 Граничные условия для задач первого класса

Цель миссии не предполагает возвращения КА или его части на Землю, требуется только доставить аппарат в определённую точку пространства (рисунок 3.1). В этом случае множество допустимых фазовых координат аппарата описывается граничными условиями вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) &= \mathbf{r}_0, & \mathbf{r}(T) &= \mathbf{r}_k, \\ \mathbf{V}(t_0) &= \mathbf{V}_0, & \mathbf{V}(T) &= \mathbf{V}_k, \\ M(t_0) &= M_0, & M(T) &= M_0 - M_{PT}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь T – полная длительность миссии. Вектор баллистических параметров в этом простейшем случае содержит только дату старта D_0 , определяющую положение \mathbf{r}_0 и скорость \mathbf{V}_0 аппарата в начальный момент времени t_0 . Положение \mathbf{r}_k и скорость \mathbf{V}_k КА в конечный момент времени (в момент завершения миссии) определяются целью перелёта.



Рисунок 3.1 - Баллистическая схема межпланетного перелёта без возвращения

3.1.2 Граничные условия для задачи второго класса

В этом случае цель миссии состоит в доставке исследовательского космического аппарата на поверхность планеты и возвращении полезной нагрузки или её части на околоземную орбиту (например, доставка на Землю проб грунта небесных тел) (рисунок 3.2). Для задач этого класса множество допустимых фазовых координат аппарата в гелиоцентрической системе координат описывается граничными условиями прямого перелёта в момент старта с Земли t_0 , в момент достижения планеты назначения $t = T_1$; граничными условиями обратного перелёта (T_2 – время отлёта от планеты назначения):

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{r}(T_1) = \mathbf{r}_{k1}, \quad \mathbf{r}(T_2) = \mathbf{r}_{k2}, \quad \mathbf{r}(T) = \mathbf{r}_k, \\ \mathbf{V}(t_0) = \mathbf{V}_0, \quad \mathbf{V}(T_1) = \mathbf{V}_{k1}, \quad \mathbf{V}(T_2) = \mathbf{V}_{k2}, \quad \mathbf{V}(T) = \mathbf{V}_k, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$M(t_0) = M_0, \quad M(T_1) = M_0 - M_{PT1},$$

$$M(T_2) = M_0 - M_{PT1} - M_{ПГ1}, \quad M(T) = M_0 - M_{PT1} - M_{ПГ1} - M_{PT2}.$$

и условием равенства угловых перемещений планеты старта и аппарата в конечный момент времени T :

$$T \cdot \omega \cdot n = \varphi_1 + \varphi_2 + (T_2 - T_1) \cdot \omega_1, \quad (3.5)$$

где ω – средняя угловая скорость движения планеты старта, ω_1 – средняя угловая скорость планеты назначения, φ_1 – угловая дальность прямого перелёта, φ_2 – угловая дальность обратного перелёта, n – произвольное целое число равное количеству витков КА и планеты старта в относительном движении, M_{PT1} – расход рабочего тела на прямой перелёт, M_{PT2} – расход рабочего тела на обратный перелёт, $M_{ПГ1}$ – масса части полезной нагрузки, оставленная на планете назначения, \mathbf{r}_{k1} , \mathbf{V}_{k1} – положение и скорость КА в момент подлёта к планете назначения, \mathbf{r}_{k2} , \mathbf{V}_{k2} – фазовые координаты КА после окончания исследований у планеты назначения в момент старта к Земле.

Разность $T_2 - T_1$ – это длительность пребывания КА в сфере действия планеты назначения. Она включает в себя длительности участков формирования требуемой рабочей орбиты, посадки, работы на поверхности планеты, взлёта с поверхности и набора скорости для выхода из сферы действия планеты назначения. Мы можем добиться выполнения условия (3.5) различными способами: изменяя угловые дальности и длительности прямого и обратного перелёта или изменяя длительность пребывания на поверхности исследуемой планеты. В случае работы на поверхности планеты автоматического КА обычно выбирают второй, наиболее простой путь. Но если планируется пилотируемая экспедиция, то длительность работы на поверхности планеты может быть жёстко ограничена. В этом случае требуется изменять программы управления прямым и/или обратным перелётом. В разделе 6.2 приведено более подробное разъяснение этого вопроса.

Для этого варианта граничных условий, вектор баллистических параметров миссии содержит дату старта D_0 и отношение длительностей прямого и обратного перелётов к суммарной продолжительности экспедиции $\tau_1 = \frac{T_1}{T}$, $\tau_2 = 1 - \frac{T_2}{T}$,

$\mathbf{b} = (D_0, \tau_1, \tau_2)^T$. Если миссия предполагает использование только малой тяги, то прямой перелёт включает участки набора скорости в сфере действия Земли, гелиоцентрический перелёт, торможения в сфере действия планеты назначения. В этом случае вектор \mathbf{b} может расширяться за счёт соотношения длительностей этих участков, и параметров точки их стыковки. Если на некоторых участках используются химические двигатели, то вектор \mathbf{b} расширится за счёт величины и направления разгонного и/или тормозного импульса.



Рисунок 3.2 - Баллистическая схема межпланетного перелёта с возвращением

Особенностью оптимизации пилотируемых миссий является введение некоторых специфических ограничений на вектор фазовых координат аппарата, связанных с обеспечением безопасности экипажа. В первую очередь это ограничения на длительность экспедиции $T_{ПРЕД}$ и суммарную дозу радиации, полученную экипажем в процессе перелёта. Эти ограничения приводят к ограничению на продолжительность движения в радиационных поясах Земли и на минимальное расстояние от аппарата до Солнца в процессе перелёта: $T \leq T_{ПРЕД}$, $|\mathbf{r}(t)| \geq r_{ПРЕД}$.

3.1.3 Граничные условия для задач третьего класса

Такие задачи заключаются в доставке исследовательского космического аппарата на поверхность планеты и возвращении полезной нагрузки или её части на околоземную орбиту при использовании попутных гравитационных манёвров (рисунок 3.3),

или посещения других небесных тел. Для задач этого класса, множество допустимых фазовых координат аппарата описывается граничными условиями прямого перелёта в момент старта с Земли, в момент достижения планеты назначения, граничными условиями обратного перелёта (3.4) и условием возвращения (3.5).

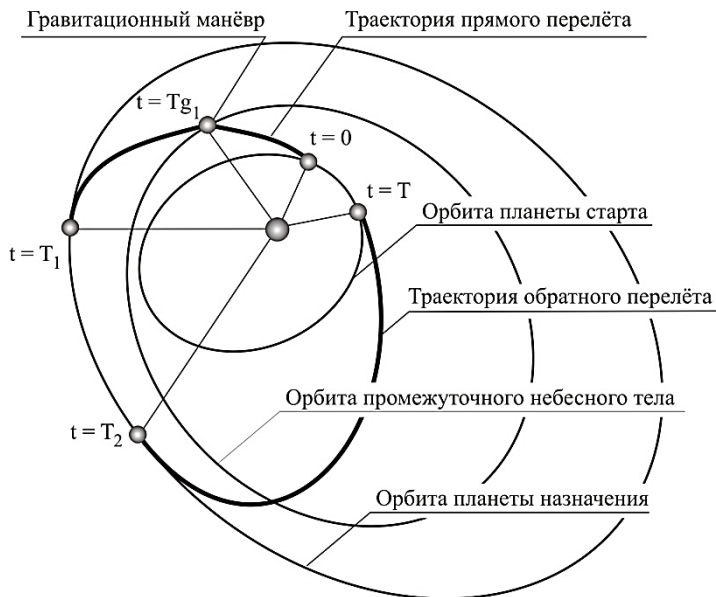


Рисунок 3.3 - Баллистическая схема миссии с использованием гравитационного манёвра на прямом перелёте

Кроме того, вектор фазовых координат аппарата в момент предшествующий совершению гравитационных манёвров $t = Tg_i^-$ определяется положением и скоростью промежуточного небесного тела, около которого совершается этот манёвр, а после совершения манёвра $t = Tg_i^+$ скорость и положение КА изменяется в соответствие с параметрами гравитационного манёвра.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}(Tg_i^-) &= \mathbf{r}_i^- , & \mathbf{V}(Tg_i^-) &= \mathbf{V}_i^- , \\
 \mathbf{r}(Tg_i^+) &= \mathbf{r}_i^+ , & \mathbf{V}(Tg_i^+) &= \mathbf{V}_i^+ .
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Тип используемой энергоустановки не влияет на описанные граничные условия перелётов, но влияет на ограничения, наложенные на фазовые координаты и управление КА. В зависимости от выбранного типа энергоустановки основные параметры двигательной установки (мощность, тяга и скорость истечения рабочего тела) могут оставаться постоянными или изменяться в зависимости от фазовых координат аппарата, относительного положения планет и законов управления аппаратом.

Если используется *энергоустановка на основе солнечных преобразователей энергии* (панелей солнечных батарей), то её мощность зависит от расстояния КА от Солнца, угла под которым падают солнечные лучи на поверхность батарей, возможного затенения панелей небесными телами или элементами конструкции КА, суммарной дозы радиации полученной панелями солнечных батарей за время использования и длительности перелёта. Соответственно будет изменяться коэффициент полезного действия энергоустановки, а поскольку КПД двигателя различен на разных уровнях мощности, то и тяга двигателей и расход рабочего тела.

При использовании *ядерной энергоустановки* требует учёта зависимость мощности энергоустановки от длительности использования и падения КПД двигателя из-за выгорания электродов. При этом расход рабочего тела не зависит от расстояния от КА до Солнца, т.е. остаётся постоянным в зависимости от фазовых координат.

Если в качестве движителя используется *солнечный парус*, то расход рабочего тела вообще отсутствует. Однако ускорение от паруса существенно зависит от величины светового давления на поверхность паруса, в том числе от расстояния от КА от Солнца, угла установки паруса, уровня солнечной активности и возможного затенения. Кроме того, взаимосвязанными оказываются величина, направление ускорения, и относительное положение паруса и Солнца.

3.2 Разделение задачи комплексной оптимизации межпланетной миссии на проектную и баллистическую части

Наиболее существенным упрощением исходной модели межпланетного перелёта является разделение задачи оптимизации на проектную и баллистическую части.

Баллистическая часть задачи оптимизации состоит в определении оптимального вектора управления $\mathbf{u}(t) \in U$ и оптимального вектора параметров баллистической схемы миссии $\mathbf{b} \in B$ при фиксированных проектных параметрах. Решение баллистической части задачи будем считать завершённым, если построены зависимости критерия оптимальности и векторов $\mathbf{u}_{opt}(t)$, \mathbf{b}_{opt} от проектных параметров или обеспечивает автоматическое вычисление этих значений для использования в процедуре поиска оптимальных проектных параметров.

Проектная часть задачи оптимизации заключается в выборе оптимальных проектных параметров КА $\mathbf{p} \in P$, обеспечивающих минимум критерию оптимальности, при этом используются построенные решения баллистической части зависимости или процедуры её автоматического решения.

Основной идеей разделения задачи оптимизации является выбор такого промежуточного критерия оптимизации, который позволял бы определить зависимость затрат рабочего тела на реализацию миссии от совокупности проектных параметров КА, а сам при этом от этих параметров не зависел. В постановках (3.1, 3.2) решение динамической задачи, в общем случае, не обладает инвариантностью по отношению к проектным параметрам КА, поэтому строгое разделение невозможно и требуется совместное решение динамической и проектной части задачи.

3.2.1 Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с ядерной энергодвигательной установкой малой тяги

Для КА с нерегулируемыми двигателями малой тяги (ядерной энергоустановкой) разделение задачи на динамическую и проектную части описано в [1]. Для двигателей этого типа, секундный расход рабочего тела считается постоянной величиной, тогда общие затраты рабочего тела на выполнение миссии зависят только от суммарного времени работы двигателя (моторное время) $T_\mu(T)$:

$$M_{PT}(T) = \int_{t_0}^T \frac{P_0}{c_0} \delta dt = \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu(T). \quad (3.7)$$

В формуле (3.7) величины P_0 , c_0 - номинальная тяга и скорость истечения рабочего тела. В процессе движения эти величины могут изменяться, например, вследствие деградации энергоустановки. Для ядерного источника энергии, пренебрегая этими изменениями можно считать эти величины постоянными. Считая массу систем подачи и хранения топлива пропорциональной массе рабочего тела, получим

$$M_{СПХ} = k_{СПХ} \cdot M_{PT} = k_{СПХ} \cdot \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu(T). \quad (3.8)$$

В этом случае стартовая масса КА может быть выражена через моторное время

$$M_0 = M_{ПГ} + M_{Э} + M_{Д} + \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu(T)(1 + k_{СПХ}) + M_{КОН}. \quad (3.9)$$

Минимум стартовой массы (для фиксированных P_0 и c_0) соответствует минимуму моторного времени $T_\mu(T)$ не зависящего от вектора проектных параметров. Таким образом, баллистическая часть задачи оптимизации сводится к определению оптимальных законов управления $\mathbf{u}_{opt}(t)$, соответствующих им траекторий дви-

жения $\mathbf{x}_{opt}(t)$ и параметров баллистической схемы перелёта \mathbf{b}_{opt} , доставляющих минимум суммарному рабочему времени перелёта

$$\begin{aligned} T_{\mu opt}(T) &= \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu}(T = fixe, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}), \\ \mathbf{u}_{opt}(t) &= \arg \min_{\mathbf{u} \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu}(T = fixe, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}), \\ \mathbf{b}_{opt} &= \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu}(T = fixe, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Проектная часть – к определению оптимального вектора проектных параметров \mathbf{p} , обеспечивающего минимум стартовой массы КА

$$M_{0min} = \min_{\mathbf{p} \in P} M_0(M_{II}, T_{\mu}(t_k) = fixe, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}_{opt}, \mathbf{b}_{opt}) \in X, \mathbf{u}_{opt}(t), \mathbf{p}, \mathbf{b}_{opt}). \quad (3.11)$$

3.2.2 Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с солнечной энергодвигательной установкой малой тяги

Для КА с солнечной энергоустановкой мощность реактивной струи, тяга двигателей и расход рабочего тела зависит от текущего гелиоцентрического расстояния, т.е. от выбранной траектории движения, что существенно усложняет задачу оптимизации. В общем случае можно говорить о том, что секундный расход рабочего тела является функцией фазовых координат системы $\beta(\mathbf{x})$, и в этом случае выражение для массы израсходованного рабочего тела принимает вид:

$$\begin{aligned} M_{PT}(T) &= \int_{t_0}^T q(\mathbf{x}) \delta dt = q_0 \int_{t_0}^T \frac{q(\mathbf{x})}{q_0} \delta dt = \\ &= \frac{P_0}{c_0} \int_{t_0}^T \chi(\mathbf{x}) \delta dt, \end{aligned} \quad (3.12)$$

где $\chi(\mathbf{x}) = \frac{q(\mathbf{x})}{q_0}$ - функция, определяющая зависимость расхода рабочего тела от фазовых координат КА. Вид и параметры этой

функции $\chi(\mathbf{x})$ различается для различных типов преобразователей энергии и используемой математической модели солнечного излучения. Наиболее часто используется зависимость

$$\chi(\mathbf{x}) = \frac{1}{r^k}, \quad (3.13)$$

описывающая тот факт, что при удалении от Солнца мощность энергоустановки падает пропорционально некоторой степени гелиоцентрического расстояния. Чаще всего считают, что мощность энергоустановки убывает пропорционально квадрату расстояния от Солнца, но измерения, проведённые для реальных космических аппаратов с солнечной энергоустановкой показали, что показатель степени k может принимать значения 1.7..2 [1, 9, 10, 11]. Это объясняется тем, что одновременно с падением мощности солнечного излучения с удалением от Солнца снижается температура панелей солнечных батарей и повышается эффективность их работы. Как уже упоминалось, для аппаратов с ядерной энергоустановкой тяга двигателей постоянна, то есть $\chi(\mathbf{x}) \equiv 1$.

Введём приведённое время работы двигателей [12], необходимое для выполнения миссии

$$T_\mu^*(T) = \int_{t_0}^T \chi(\mathbf{x}) \delta dt = \int_{t_0}^T \frac{\delta}{r^k} dt \quad (3.14)$$

и формулу для массы потребного рабочего тела для КА с солнечной энергодвигательной установкой, аналогичную (3.7):

$$M_{PT}(T) = \frac{P_0}{c_0} \cdot T_\mu^*(T). \quad (3.15)$$

Внешняя похожесть зависимостей, однако, не должна скрывать того факта, что приведённое моторное время зависит от траектории движения КА, а следовательно и от проектных параметров аппарата. Поэтому разделение задачи на проектную и балли-

стическую части в этом случае носит условный характер и требует итерационного процесса оптимизации для уточнения динамических характеристик миссии. С другой стороны форма оптимальной траектории и, соответственно фазовые координаты аппарата, обычно зависят в первую очередь от целей миссии X , и значительно слабее от проектных параметров аппарата. Например, при осуществлении миссии без возвращения к Марсу, гелиоцентрическое расстояние до аппарата независимо от выбранных проектных параметров будет монотонно возрастать от 1 а.е. до 1,524 а.е. Соответственно функция $\chi(\mathbf{x})$ будет монотонно убывать от 1 до, примерно, 0.5. Это обстоятельство делает критерий оптимальности $T_{\mu}^*(T)$ слабо зависящим от проектных параметров миссии, и даже такое условное разделение задачи оптимизации на проектную и баллистическую части является целесообразным.

Уравнение баланса масс КА на стартовой орбите через приведённое моторное время имеет вид

$$M_0 = M_{ПГ} + M_{Э} + M_{Д} + \frac{P_0}{c_0} \cdot T_{\mu}^*(T)(1 + k_{СИХ}) + M_{КОН}. \quad (3.16)$$

Минимум стартовой массы (для фиксированных P_0 и c_0) соответствует минимуму приведённого моторного времени $T_{\mu}^*(T)$, слабо зависящего от вектора проектных параметров \mathbf{p} . Таким образом, баллистическая часть задачи оптимизации сводится к определению оптимальных законов управления $\mathbf{u}_{opt}(t)$, соответствующих им траекторий движения $\mathbf{x}_{opt}(t)$ и параметров баллистической схемы перелёта \mathbf{b}_{opt} , доставляющих минимум суммарному приведённому рабочему времени перелёта и построению зависимости этих величин от проектных параметров аппарата

$$T_{\mu \text{ opt}}^* = \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu}^* \left(T = \text{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}, \mathbf{p} \right),$$

$$\mathbf{u}_{\text{opt}}(t, \mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu} \left(T = \text{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}, \mathbf{p} \right), \quad (3.17)$$

$$\mathbf{b}_{\text{opt}}(\mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T_{\mu} \left(T = \text{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}, \mathbf{p} \right).$$

Проектная часть – к определению оптимального вектора проектных параметров \mathbf{p}_{opt} , обеспечивающего минимум стартовой массы КА

$$M_{0\text{min}} = \min_{\mathbf{p} \in P} M_0 \left(M_{\text{ПГ}}, T_{\mu}(t_k) = \text{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}_{\text{opt}}, \mathbf{b}_{\text{opt}}) \in X, \mathbf{u}_{\text{opt}}(t), \mathbf{p}, \mathbf{b}_{\text{opt}} \right). \quad (3.18)$$

3.2.3 Разделение комплексной проблемы оптимизации для КА с солнечным парусом

При использовании в качестве движителя солнечного паруса, расход рабочего тела на движение центра масс отсутствует, солнечный парус массой $M_{\text{П}}$ замещает энергетическую и двигательную установки и уравнение баланса масс на стартовой орбите принимает вид

$$M_0 = M_{\text{ПГ}} + M_{\text{П}} + M_{\text{КОН}}. \quad (3.19)$$

Задача проектно-баллистической оптимизации миссии в этом случае состоит в выборе параметров паруса (площади, системы управления и др.) обеспечивающих выполнение цели миссии X за заданное время T .

Баллистическая часть задачи оптимизации состоит в выборе законов управления парусом $\mathbf{u}_{\text{opt}}(t)$, соответствующих им траекторий движения $\mathbf{x}_{\text{opt}}(t)$ и параметров баллистической схемы перелёта \mathbf{b}_{opt} , обеспечивающих выполнение цели миссии за минимальное время при фиксированных проектных параметрах паруса:

$$T(\mathbf{p}) = \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T(\mathbf{p} = \text{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}),$$

$$\mathbf{u}_{opt}(t, \mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T(\mathbf{p}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}), \quad (3.20)$$

$$\mathbf{b}_{opt}(\mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{u}(t) \in U, \mathbf{b} \in B} T(\mathbf{p}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}, \mathbf{b}) \in X, \mathbf{u}(t), \mathbf{b}).$$

Проектная часть – к определению оптимального вектора проектных параметров паруса \mathbf{p} , обеспечивающего требуемую длительность перелёта T_{fixe} , и доставляющего минимум стартовой массе КА

$$M_{0min} = \min_{\mathbf{p} \in P} M_0(M_{III}, T(\mathbf{p}) = T_{fixe}, \mathbf{x}(t, \mathbf{u}_{opt}, \mathbf{b}_{opt}) \in X, \mathbf{u}_{opt}(t), \mathbf{p}, \mathbf{b}_{opt}). \quad (3.21)$$

4 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОКОЛОЗЕМНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ КА

Математические модели проектного облика КА (массовые модели), предназначенные для начальных этапов анализа осуществимости проекта, строятся для ряда существенных допущений, позволяющих упростить задачу до задачи «первого приближения». Математические модели представляют собой описание массы КА в зависимости от проектно-баллистических параметров аппарата и типов устанавливаемых двигательных установок [2, 3]. В пособии рассмотрены массовые модели для КА с электроракетными двигателями и жидкостными ракетными двигателями, которые существенно различаются. В частности жидкостные реактивные двигатели, как правило, работают в импульсном режиме с постоянной скоростью истечения реактивной струи газов, а ЭРД работают в непрерывном режиме, а реактивная струя представляет собой специальное рабочее тело, которое разгоняется в электрическом и магнитном поле, а скорость истечения оптимизируется в ходе решения проектной задачи.

4.1 Массовые модели космических аппаратов с электроракетной двигательной установкой

Под математической моделью первого приближения будем понимать модель, построенную при следующих допущениях:

1. Массовая модель составляющих масс, входящих в КА, линейная.
2. На траектории перелёта, пассивные участки отсутствуют (т.е. двигатели работают без выключения).

Второе допущение обосновывается тем, что ЭРД в составе КА создают достаточно малое ускорение $a_0 \leq 10^{-3} \text{ м/с}^2$ и для ряда орбитальных манёвров нет необходимости минимизировать затраты путём введения пассивных участков.

Запишем массовую модель при этих допущениях [4]:

$$M_0 = M_{\text{ИГ}} + M_{\text{ЭУ}} + M_{\text{РТ}} + M_{\text{СПХ}} + M_{\text{КОН}} + M_{\text{Д}}, \quad (4.1)$$

$$M_{\text{ИГ}} = \mu \cdot M_0, \quad M_{\text{ЭУ}} = \alpha_{\text{Э}} \cdot N, \quad (4.2)$$

$$M_{\text{РТ}} = qT_{\mu} = \frac{P}{c}T_{\mu}, \quad M_{\text{СПХ}} = k_{\text{СПХ}} \cdot M_{\text{РТ}},$$

$$M_{\text{КОН}} = \alpha_{\text{КОН}}M_0, \quad M_{\text{Д}} = \gamma_{\text{Д}} \cdot P.$$

Мощность, подаваемая на двигательную установку (ДУ) связана с проектными параметрами КА и коэффициентом полезного действия двигателей (КПД) следующим образом

$$N = \frac{Pc}{2\eta_T}. \quad (4.3)$$

В соответствии со вторым допущением, будем считать, что $T = T_{\mu}$, и в соответствии с формулой Циолковского запишем

$$T = \frac{c}{a_0} \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x}{c}\right) \right], \quad (4.4)$$

где $a_0 = \frac{P}{M_0}$ - начальное ускорение от тяги двигателя, $V_x = \int_0^t adt$ -

характеристическая скорость манёвра.

Подставим соотношение (4.2) в (4.1) и, с учётом (4.3) и (4.4), получим:

$$M_0 = \mu M_0 + \alpha_{\text{Э}} \frac{Pc}{2\eta_T} + \frac{P}{c} \frac{c}{a_0} \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x}{c}\right) \right] (1 + k_{\text{СПХ}}) + \alpha_{\text{КОН}} M_0 + \gamma_{\text{Д}} a_0 M_0.$$

Выражая μ получим

$$\mu = 1 - \left[\frac{\alpha_{\text{Э}} a_0 c}{2\eta_T} + \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x}{c}\right) \right] \cdot (1 + k_{\text{СПХ}}) + \alpha_{\text{КОН}} + \gamma_{\text{Д}} a_0 \right]. \quad (4.5)$$

Выразим a_0 из формулы Циолковского (4.4), окончательно запишем

$$\mu = 1 - \alpha_{\text{КОН}} - \left[\frac{\alpha_3 c^2}{2\eta_T \cdot T} + (1 + k_{\text{СПХ}}) + \gamma_D \frac{c}{T} \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x}{c}\right) \right]. \quad (4.6)$$

Таким образом, выражение (4.6) можно считать универсальным критерием оптимизации проектной задачи для любых значений $M_{\text{ПГ}}$.

Характеристическая скорость манёвра будет играть роль энергетической характеристики $J \equiv V_x$. Тогда динамическая задача оптимизации будет заключаться в определении вектора управления и построении энергетической функции – характеристической скорости V_x , как функции граничных условий. Если допустить, что V_x не зависит от проектных параметров задачи, то единственным параметром оптимизации будет скорость истечения c :

$$\mu_{\text{max}} = \max_{c \in C} \left(\mu(c) \mid \mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}, T = T_{3\text{ад}} \right). \quad (4.7)$$

Если допустить, что $\frac{V_x}{c} \ll 1$, и не учитывать уменьшение массы КА вследствие выгорания топлива в полёте, то можно получить приближённое решение задачи об определении максимальной относительной полезной нагрузки и оптимального значения скорости истечения

$$\begin{aligned} \mu_{\text{max}} &\approx 1 - \alpha_{\text{КОН}} - V_x \left(\sqrt{\eta_T \frac{2\alpha_3}{T_{3\text{ад}}} (1 + k_{\text{СПХ}}) + \frac{\gamma_D}{T}} \right), \\ c_{\text{opt}} &\approx \sqrt{\frac{2T_{3\text{ад}}(1 + k_{\text{СПХ}}) \cdot \eta_T}{\alpha_3}}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Выражения (4.8), будут справедливы только при перелётах с небольшими энергетическими затратами и расходами массы рабочего тела. Получим более точное решение задачи при допуще-

нии, что масса КА является постоянной величиной равной средней массе КА за всё время работы двигателей

$$M \approx M_{CP} = M_0 - \frac{M_{PT}}{2}. \quad (4.9)$$

Тогда для среднего ускорения можно записать $a_{cp} = \frac{P}{M_{cp}} = K \cdot a_0$, где $K = \frac{1}{1 - \frac{M_{PT}}{2M_0}}$ - поправочный коэффициент.

В соответствии с определением характеристической скорости можно записать: $V_x = a_{CP} \cdot T = a_0 K T$. Выражая M_{PT} через V_x , окончательно получим

$$K = 1 + \frac{V_x}{2c}. \quad (4.10)$$

Функция μ для варианта с использованием средней постоянной массы КА запишется так

$$\mu = 1 - \alpha_{кон} - \frac{V_x}{K} \left[\frac{c \cdot \alpha_3}{2T\eta_T} + \frac{1 + k_{СПХ}}{c} + \frac{\gamma_D}{T} \right]. \quad (4.11)$$

Найдём производную от функции μ по c и, приравнявая её к нулю, получим выражения для оптимальной скорости истечения

$$c_{opt} = \sqrt{\frac{V_x^2}{4} + \frac{2T \cdot \eta_T (1 + k_{СПХ})}{\alpha_3} - \frac{\eta_T \gamma_D V_x}{\alpha_3} - \frac{V_x}{2}}. \quad (4.12)$$

Если скорость истечения задаётся в процессе проектного синтеза из других соображений, а время перелёта не задано, то его можно определить из (4.12)

$$T = \frac{\left(\left(c + \frac{V_x}{2} \right)^2 - \frac{V_x^2}{4} + \frac{\eta_T \gamma_D \cdot V_x}{\alpha_3} \right) \alpha_3}{2\eta_T (1 + k_{СПХ})}. \quad (4.13)$$

Это время перелёта будет соответствовать критерию оптимальности.

В случае, если задана функция μ и скорость истечения c , то время перелёта можно определить из (4.6)

$$T = \frac{\left(\frac{\alpha_{\gamma} c^2}{2\eta_T} + \gamma_D c \right) \cdot (1 - \exp(-V_x / c))}{(1 - \alpha_{\text{КОН}} - \mu) - (1 - \exp(-V_x / c))(1 + k_{\text{СПХ}})}. \quad (4.14)$$

4.2 Массовые модели космического аппарата с жидкостным реактивным двигателем

При описании модели первого приближения будем рассматривать следующие допущения:

- Массовая модель составляющих масс, входящих в КА линейная;

- Допускается многоимпульсное включение двигателей.

Запишем массовую модель при сделанных допущениях

$$M_O = M_{\text{ПГ}} + M_T + M_{\text{СПХ}} + M_{\text{КОН}} + M_D,$$

где

$$M_{\text{ПГ}} = \mu \cdot M_0, \quad M_T = M_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x}{c}\right) \right], \quad (4.15)$$

$$M_{\text{СПХ}} = k_{\text{СПХ}} \cdot M_T,$$

$$M_{\text{КОН}} = \alpha_{\text{КОН}} \cdot M_0,$$

$$M_D = \gamma_D \cdot P.$$

Здесь $V_x = \sum_{i=1}^m V_{xi}$ суммарная характеристическая скорость многоимпульсного перелёта.

Затраты характеристической скорости и времени на перелёт будут определяться баллистической схемой. Для быстрых схем перелёта характерным является использование мало импульсных баллистических схем, обеспечивающих минимальное время пере-

лёт T_{\min} и, при большой тяговооружённости, минимальные затраты характеристической скорости $V_x = V_{x\min}$.

Если применяются маршевые двигатели с пониженной тягой, то это может привести к увеличению затрат характеристической скорости из-за гравитационных потерь. Применение многоимпульсных схем, позволит свести гравитационные потери к минимуму, время перелёта при этом будет увеличиваться

$$\begin{aligned} V_x &= V_{x\min} + \Delta V_x(a_0, u(t)), \\ T &= T_{\min} + \Delta T(a_0, u(t)), \end{aligned} \quad (4.16)$$

где ΔV_x - дополнительные затраты характеристической скорости из-за гравитационных потерь, ΔT - дополнительные затраты времени на перелёт из-за применения многоимпульсных схем.

Подставим выражение (4.15) в массовую модель КА, разделим правую и левую часть на M_0 , с учётом (4.16), получим:

$$\mu = 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{V_x(a_0, u(t))}{p_{ДВ}}\right) \right] (1 + k_{СПХ}) - \alpha_{КОН} - \gamma_{Д} a_0. \quad (4.17)$$

Выражение (4.17), так же, как и в предыдущем случае, можно считать универсальным критерием оптимизации проектной задачи для любых значений $M_{ПГ}$, характеристическая скорость перелёта будет играть роль энергетической характеристики. Тогда динамическая задача оптимизации будет заключаться в определении вектора управления $\mathbf{u}(t)$ и построении V_x , как функции граничных условий и начального ускорения тяги a_0 , которое вместе с удельным импульсом $p_{ДВ}$ будет параметром оптимизации

$$\mu_{\max} = \max_{a_0 \in A_0, p_{ДВ} \in P_{ДВ}} \mu(a_0, p_{ДВ} | \mathbf{u}(t) \in U, T = T_{3AD}). \quad (4.18)$$

При решении практических задач, трудно обеспечить выбор оптимальных проектных параметров a_0 и $p_{дв}$ строго в соответствии с (4.18), поэтому задача решается методом перебора различных типов двигателей с конкретной тягой и удельным импульсом для каждой массы полезного груза. При окончательном выборе двигателя могут учитываться и другие критерии, например, ресурс и допустимое количество включений маршевой тяги.

5 ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ НОМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОЙ ОПЕРАЦИИ ПЕРЕЛЁТА НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

Геостационарная орбита – круговая орбита радиусом 42164 км и нулевым наклоном, является, в настоящее время, одной из наиболее востребованных и заселённых орбит.

Запуск КА на данную орбиту является энергоёмким и, как правило, реализуется с использованием дополнительной разгонной ступени. При старте ракет-носителей с российских космодромов, выведение осложняется необходимостью изменять на орбитальном участке наклонение орбиты до нулевого значения. Такой орбитальный манёвр называется некомпланарным манёвром и относится к классу энергоёмких. Применение на разгонной ступени ЭРД позволит снизить затраты рабочего тела и тем самым повысить эффективность транспортной операции.

Рассмотрим процедуру выбора проектных параметров разгонной ступени при различных постановках проектной задачи.

5.1 Одноразовый перелёт на ГСО

Данная задача является классической, рассматривалась в научной и учебной литературе [6, 17].

В соответствии с рассмотренной постановкой, описанной в разделе 2.1 и проектной моделью КА с ЭРД (раздел 4.1), на первом этапе, необходимо определить программу управления движением внутри центра масс КА и построить характеристику манёвра. Для описания динамики движения КА при межорбитальном пере-

лѐте воспользуемся уравнениями в оскулирующих элементах, учитывая, что ускорение тяги мало и двигатель работает непрерывно.

Пространственное движение центра масс КА на спиральной многовитковой траектории будет представлять собой результат сложения двух движений: перемещения в мгновенной плоскости орбиты и вращения этой плоскости вокруг притягивающего центра.

Система безразмерных уравнений имеет следующий вид [15]

$$\begin{aligned}
 \frac{dA^*}{d\varphi} &= \frac{2A^{*3}(1-q_1^2-q_2^2)}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \left(a_T^* + a_S^* \frac{q_1\sin\varphi - q_2\cos\varphi}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \right), \\
 \frac{dq_1}{d\varphi} &= \frac{A^{*2}(1-q_1^2-q_2^2)}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \left(a_S^* \sin\varphi + \right. \\
 &\left. + a_T^* \frac{2\cos\varphi + q_1\cos^2\varphi + q_2\sin\varphi\cos\varphi + q_2}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \right), \quad (5.1) \\
 \frac{dq_2}{d\varphi} &= \frac{A^{*2}(1-q_1^2-q_2^2)}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \left(-a_S^* \cos\varphi + \right. \\
 &\left. + a_T^* \frac{2\sin\varphi + q_1\sin^2\varphi + q_1\sin\varphi\cos\varphi + q_2}{1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi} \right), \\
 \frac{di}{d\varphi} &= \frac{a_W^* A^{*2}(1-q_1^2-q_2^2)\cos(\varphi+\omega)}{(1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi)^3}, \\
 \frac{d\Omega}{d\varphi} &= \frac{a_W^* A^{*2}(1-q_1^2-q_2^2)\sin(\varphi+\omega)}{(1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi)^3 \sin i}, \\
 \frac{d\omega}{d\varphi} &= \frac{a_W^* A^{*2}(1-q_1^2-q_2^2)\sin(\varphi+\omega)\operatorname{ctg} i}{(1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi)^3}, \\
 \frac{dt^*}{d\varphi} &= \frac{A^{*3/2}(1-q_1^2-q_2^2)^{3/2}}{(1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi)^2}, \\
 \frac{dVx^*}{d\varphi} &= \frac{\sqrt{a_S^{*2} + a_T^{*2} + a_W^{*2}} A^{*3/2}(1-q_1^2-q_2^2)}{(1+q_1\cos\varphi+q_2\sin\varphi)^2}.
 \end{aligned}$$

В системе (5.1) A^* - отношение большой полуоси к её начальному значению; q_1 и q_2 - компоненты вектора Лапласа вдоль осей $O_1\zeta$ и $O_1\eta$ прямоугольной системы координат $O_1\zeta\eta\zeta$ (рисунок 5.1); i - наклонение орбиты; Ω - долгота восходящего узла; a_s^*, a_t^*, a_w^* - отношение проекций суммарного реактивного ускорения на оси орбитальной системы координат $OSTW$ (ось OS направлена по радиус-вектору) к гравитационному ускорению на начальной орбите; ω - угол между линией узлов и осью $O_1\zeta$; φ - угол между осью $O_1\zeta$ и текущим радиус-вектором; t^* - безразмерное текущее время.

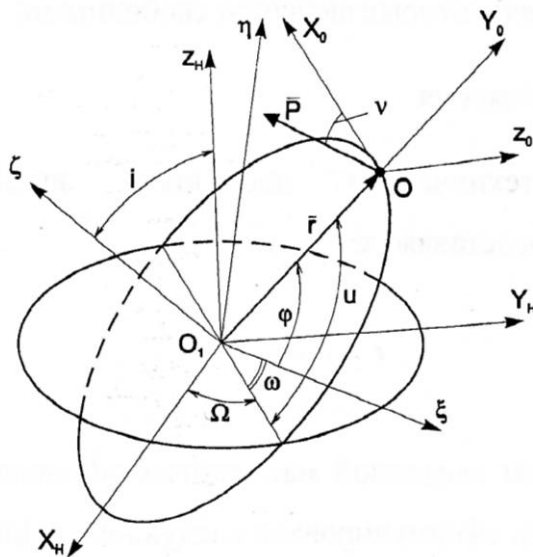


Рисунок 5.1 - Система координат

Все безразмерные переменные в дальнейшем отмечаются звёздочкой. Соответствующие значения размерных переменных можно найти при помощи следующих соотношений:

$$\begin{aligned}
 A &= A^* A_0, \quad t = t^* A_0 \sqrt{\frac{A_0}{\mu_g}}, \\
 V_X &= V_X^* \sqrt{\frac{\mu_g}{A_0}}, \quad a = a^* \frac{\mu_g}{(A_0)^2}, \quad c = c^* \sqrt{\frac{\mu_g}{A_0}},
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

где A_0 - значение большой полуоси на начальной круговой орбите, μ_g - гравитационный параметр притягивающего центра (для задачи о ГСО – Земли).

Для упрощения исследований динамической задачи получил распространение асимптотический подход, предусматривающий выделение быстрых и медленных составляющих и проведение процедуры усреднения [7].

Приведённая система уравнений (5.1) в явном виде будет иметь быстрые и медленные переменные. Окулирующие элементы будут представлять собой медленные переменные, ускорения тяги a_S , a_T , a_W и аргумент широты u - быстрые переменные. На первом этапе решения задачи управления необходимо выбрать структуру управления на витке, а также учесть изменение ускорение тяги по мере расхода рабочего тела/

Как показали проведённые исследования решения задачи оптимального управления непрерывной тягой при перелётах между круговыми некомпланарными орбитами, близкой к оптимальной будет следующая структура

$$\begin{aligned}
 a_S &= 0, \quad a_T = a \cos \psi = \frac{a_0 \cos \psi}{1 - \frac{a_0}{c} t} = a_0 \cos \psi \exp \frac{V_X}{c}; \\
 a_W &= a \sin |\psi| \operatorname{sign}(\cos u) = \frac{a_0 \sin |\psi| \operatorname{sign}(\cos u)}{1 - \frac{a_0}{c} t} = \\
 &= a_0 \sin |\psi| \operatorname{sign}(\cos u) \exp \frac{V_X}{c}.
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

где ψ - угол между направлением вектора тяги и осью OX (в общем случае быстрая переменная). Такая структура обеспечит в процессе перелёта монотонное изменение большой полуоси и угла наклона орбиты i .

Исследовалась задача об определении оптимальной структуры управления углом ψ . В работе [15] с использованием метода усреднения получена оптимальная программа ψ на витке в виде аналитической функции

$$\psi = \arctg(\operatorname{tg}\psi_m \cos u), \quad (5.4)$$

где ψ_m - параметр программы (медленная переменная), представляющая собой амплитуду колебаний ψ на витке.

Расчёты показали, что со степенью не оптимальности в несколько процентов на практике может быть использована программа с постоянным значением угла ψ на витке.

Применим процедуру усреднения для системы (5.1) с учётом (5.3)

$$\frac{d\bar{k}_i}{d\varphi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dk_i}{d\varphi}(k_i\varphi) d\varphi, \quad (5.5)$$

где k_i - медленная переменная, \bar{k}_i - усреднённые значения медленных переменных.

После вычисления интегралов получим

$$\begin{aligned} \frac{dA^*}{d\varphi} &= 2a_0^* \cos\psi \cdot A^* \sqrt[3]{1-f_1^2-f_2^2} \exp \frac{V_X}{c}, \\ \frac{df_1}{d\varphi} &= -\frac{3}{2} a_0^* \cos\psi \cdot A^{*2} f_1 \sqrt{1-f_1^2-f_2^2} \exp \frac{V_X}{c}, \\ \frac{df_2}{d\varphi} &= -\frac{3}{2} a_0^* \cos\psi \cdot A^{*2} f_2 \sqrt{1-f_1^2-f_2^2} \exp \frac{V_X}{c}, \\ \frac{dV_X^*}{d\varphi} &= a_0^* A^* \sqrt{A^*} \exp \frac{V_X}{c}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\frac{di}{d\varphi} = \frac{a_0^* \sin|\psi| \cdot A^{*2} (1 - f_1^2 - f_2^2)^2 \exp \frac{V_X}{c}}{2\pi} J_1,$$

$$\frac{d\Omega}{d\varphi} = \frac{a_0^* \sin|\psi| \cdot A^{*2} (1 - f_1^2 - f_2^2)^2 \exp \frac{V_X}{c}}{2\pi \sin i} J_2,$$

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a_0^* \sin|\psi| \cdot A^{*2} (1 - f_1^2 - f_2^2)^2 \exp \frac{V_X}{c}}{2\pi} J_2,$$

где

$$J_1 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\varphi + \psi) \operatorname{sign} \cos(\varphi + \psi)}{(1 + f_1 \cos \varphi + f_2 \sin \varphi)^3} d\varphi = 0,$$

$$J_2 = \int_0^{2\pi} \frac{\sin(\varphi + \psi) \operatorname{sign} \cos(\varphi + \psi)}{(1 + f_1 \cos \varphi + f_2 \sin \varphi)^3} d\varphi = 0.$$

Если начальная орбита круговая, то $f_1 = f_2 = 0$ в силу того, что производные этих параметров также будут принимать нулевые значения, т.е. орбита всё время остаётся круговой. В этом случае

$$\frac{di}{d\varphi} = \left[2a_0 \sin|\psi| r^{*2} \exp \frac{V_X}{C} \right] / \pi, \quad \frac{d\Omega}{d\varphi} = 0, \quad \frac{d\psi}{d\varphi} = 0,$$

где r – безразмерный радиус круговой орбиты в соответствии с усреднённой моделью орбитального движения.

Из последних двух уравнений следует, что положение линии узлов не изменяется, положение оси OX относительно линии узлов в плоскости орбиты также остаётся постоянным.

Таким образом, в случае, когда эксцентриситет начальной орбиты равен нулю, имеем

$$\frac{dr^*}{d\varphi} = 2a_0^* \cos|\psi| r^{*3} \exp \frac{V_x}{c},$$

$$f_1 = 0,$$

$$f_2 = 0,$$

$$\frac{di}{d\varphi} = \frac{2a_0^* \sin|\psi| r^{*2} \exp \frac{V_x}{c}}{\pi}, \quad (5.7)$$

$$\Omega = const,$$

$$\psi = const,$$

$$\frac{dV_x^*}{d\varphi} = a_0^* r^* \sqrt{r^*} \exp \frac{V_x}{c}.$$

Разделим полученные уравнения на $\frac{dV_x}{d\varphi}$, окончательно получим

$$\frac{dr^*}{dV_x^*} = 2r^{*3/2} \cos\psi, \quad (5.8)$$

$$\frac{di}{dV_x^*} = \frac{2}{\pi} r^{*1/2} \sin|\psi|.$$

Данная система позволяет провести достаточно подробный анализ динамической задачи при произвольном управлении $\psi(V_x)$, и получить оптимальное решение [6] с использованием принципа максимума Понтрягина [8].

Решение вариационной задачи получено для произвольных граничных условий:

$$V_x^* = 0, \quad r^* = 1, \quad i = 0, \quad (5.9)$$

$$V_x^* = V_{xk}^*, \quad r^* = r_k^*, \quad i = i_k,$$

по критерию минимума характеристической скорости и имеет вид

$$r^* = \left[1 - 2V_x^* \left(1 - \frac{\cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} \right) \sqrt[2]{1 - \frac{2 - \cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} + \frac{1}{r_k^*} + V_x^{*2}} \right]^{-1}, \quad (5.10)$$

$$i = \frac{2}{\pi} \arctg \left\{ \frac{\sin \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} V_{x^*} \left[\sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} + \frac{1}{r_k^*}} - \left(1 - \frac{\cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} \right) V_{x^*} \right]^{-1} \right\}. \quad (5.11)$$

Зависимость модуля угла ψ от V_{x^*} выражается соотношением

$$|\psi| = \arctg \left\{ \frac{\sin \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} \left[1 - \frac{2 \cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} - V_{x^*} \sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} + \frac{1}{r_k^*}} \right]^{-1} \right\}. \quad (5.12)$$

Характеристическая скорость манёвра

$$V_{xk}^* = \sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi i_k}{2}}{\sqrt{r_k^*}} + \frac{1}{r_k^*}}. \quad (5.13)$$

Приведённые решения (5.10) – (5.13) позволяют в первом приближении определить номинальную программу управления КА, построить траекторию перелёта и записать энергетическую характеристику манёвра.

В соответствии с записанным, характеристическая скорость не будет зависеть от проектных параметров КА и будет определяться только граничными условиями перелёта.

Перепишем выражение для V_x в размерном виде

$$V_x = \sqrt{\frac{\mu_g}{r_0}} \cdot \sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi |i_k - i_0|}{2}}{\sqrt{r_k/r_0}} + \frac{r_0}{r_k}} + \Delta V_{x \text{ управ}} + \Delta V_{x \text{ ум}}, \quad (5.14)$$

где $\Delta V_{x \text{ управ}}$ - дополнительные затраты характеристической скорости на управление и коррекцию траектории. Как правило, при решении проектной задачи на данном этапе эти затраты задаются экспертно; $\Delta V_{x \text{ ум}}$ - дополнительные затраты на утилизацию КА

после окончания миссии. Они могут быть определены приближённо из (5.14)

$$V_{xym} = \sqrt{\frac{\mu_g}{r_0}} \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_k}} \right). \quad (5.15)$$

Если в эту формулу подставить параметры геостационарной орбиты ($r_0 = 42164$ км) и орбиты захоронения ($r_k = 42664$ км), то получим

$$V_{xym} = 18,07 \text{ м/с}. \quad (5.16)$$

Расчёт проектных параметров, как это уже отмечалось выше, должен вестись итерационно по мере уточнения данных. Для рассматриваемого этапа расчёты можно проводить в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Задаются усреднённые параметры массовой модели КА.
2. Для заданной массы полезного груза и параметров начальной орбиты задаётся допустимый диапазон времени перелёта $T_{зад}$.
3. Для выбранного диапазона $T_{зад}$, рассчитываются V_x , c_{opt} , μ .
4. Выбирается тип ДУ, выбирается c , уточняется время перелёта и начальная масса КА $M_0 = M_{пг} / \mu$.
5. Выбираем тип РН, уточняются начальная масса M_0 , время перелёта, параметры ДУ, параметры массовой модели.
6. Определяются основные проектные параметры КА и значения порционных масс входящих в начальную массу КА.

5.1.1 Численный пример расчёта параметров КА при одноразовом перелёте

Будем рассматривать перелёт на ГСО при выведении КА на опорную орбиту перспективной РН Союз 5 [16]. Эта РН выводит 17,8 т на опорную круговую орбиту высотой 200 км и наклоном 51,7 град.

Предположим, что требуется выведение КА с ЭРДУ массой 5000 кг. Проектируемый КА с ЭРДУ имеет следующие удельные массовые характеристики: $\eta_T = 0,5$, $k_{СИХ} = 0,07$, $\alpha_{ЭУ} = 0,02$ кг/Вт, $\gamma_D = 60$ кг/Н, $\alpha_K = 0,15$.

Рассчитаем характеристическую скорость перелёта с учётом затрат на управление и утилизацию

$$V_x = \sqrt{\frac{\mu_g}{r_0}} \sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi \Delta i_k}{2}}{\sqrt{\frac{r_k}{r_0}}} + \frac{r_0}{r_k}} + \Delta V_{УПР} + \Delta V_{УТ} = 8042 \text{ м/с}.$$

Здесь $\mu_g = 3,986 \cdot 10^{14}$ м³/с² – гравитационный параметр Земли, $\Delta V_{УПР} = 100$ м/с и $\Delta V_{УТ} = 18,07$ м/с – затраты характеристической скорости на управление КА и утилизацию, соответственно.

Зададим допустимый диапазон длительности перелёта от 100 до 400 суток и определим по формуле (4.12) оптимальную скорость истечения ЭРДУ в зависимости от времени перелёта. График этой зависимости показан на рисунке 5.2

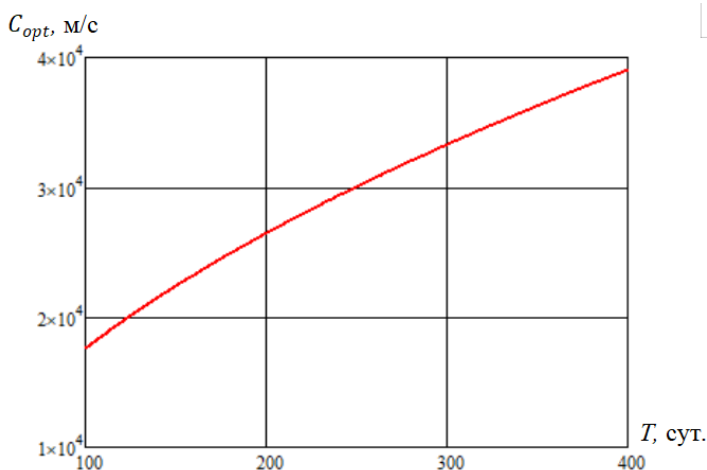


Рисунок 5.2 - График зависимости оптимальной скорости истечения ЭРДУ от длительности перелёта

Определим по формуле (4.5) относительную массу полезной нагрузки для оптимальной скорости истечения и построим зависимость массы выводимой на ГСО полезной нагрузки от длительности перелёта (рисунок 5.3).

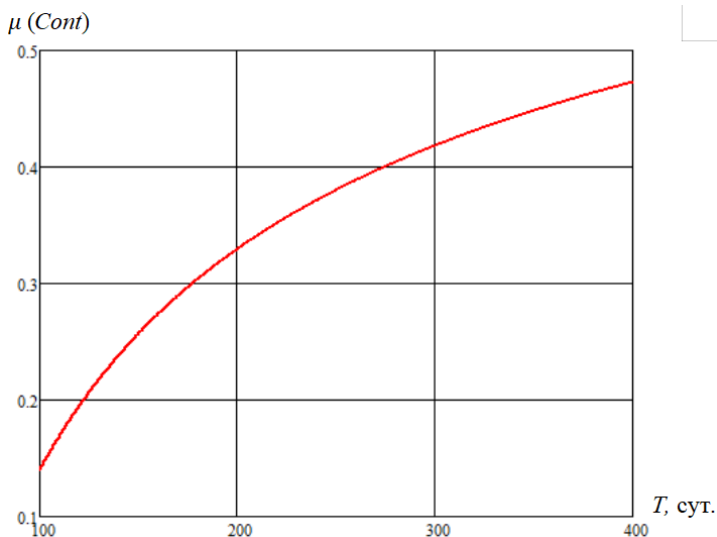


Рисунок 5.3 - Зависимость относительной массы полезной нагрузки выводимой на ГСО (безр.) от длительности перелёта для оптимальной скорости истечения

Определим теперь длительность перелёта и оптимальную скорость истечения, для которой при массе на опорной орбите 17800 кг на ГСО выводится масса 5000 кг. Для этого построим график массы КА на опорной орбите (рисунок 5.4).

Определяем длительность перелёта $T = 164,3$ сут. и соответствующую оптимальную скорость истечения $c_{opt} = 23610$ м/с.

Для уточнения расчёта рассмотрим три реально существующих двигателя, производства ОКБ Факел: СПД 100 с удельным импульсом 1750 с (скорость истечения 17170 м/с, тяга одного двигателя 89 мН) и СПД 100Д с удельным импульсом 2660 с (ско-

рость истечения 26090 м/с, тяга одного двигателя 80 мН) и СПД 140Д с удельным импульсом 2750 с (скорость истечения 26977,5 м/с, тяга одного двигателя 180 мН). Рассчитаем длительности перелёта, удовлетворяющие условиям выведения для этих двигателей. Получим, что при использовании первого двигателя длительность перелёта составит 186,6 сут., при использовании второго 165,6 сут., а использование третьего 166,6 сут. Использование второго или третьего двигателя позволяет нам сократить длительность перелёта на 21 – 20 суток.



Рисунок 5.4 - Потребная масса КА на опорной орбите, в зависимости от длительности перелёта при оптимальной скорости истечения

Рассчитаем теперь по формулам (3.1), (3.2) массы входящих в КА подсистем для трёх вариантов ЭРДУ. Результаты расчёта показаны в таблице 5.1.

Таблица 5.1 Массовая сводка КА для трёх различных ЭРДУ

Масса, кг	СПД 100	СПД 100Д	СПД 140Д
Полезная нагрузка	5000	5000	5000
Конструкция	2670	2670	2670
Рабочее тело	6658	4721	4588
Система подачи и хранения топлива	466	430	321
Двигательная установка:			
Масса одного двигателя	5,6	5,6	8,5
Количество двигателей	80	109	48
Двигательная установка	448	610	408
Энергоустановка	2222	4376	4238
Итого	17464	17707	17225

5.2 Многоразовая транспортная операция доставки груза на ГСО

При многоразовых перелётах в соответствии с постановкой проектной задачи, раздела 2.2, в качестве критерия оптимальности должна выступать суммарная масса всех доставляемых на орбиту элементов космической системы $M_C = M_0 + (n-1)(M_{ПГ} + M_{РТ})$ (см. раздел 2.2), которую необходимо минимизировать.

Будем полагать, что доставляется на орбиту однотипный груз массой $M_{ПГ}$. В качестве универсального критерия по аналогии с одноразовой операцией построим функцию

$$\mu_C = \frac{n \cdot M_{ПГ}}{M_C}, \quad (5.17)$$

которая будет характеризовать эффективность транспортных операций из n циклов. Запишем выражение для массы рабочего тела прямого $M_{РТпр}$, и обратного $M_{РТоб}$ перелётов.

$$M_{РТпр} = M_0 S_{np},$$

$$M_{РТоб} = (M_0 - M_{РТпр} - M_0 \mu) S_{об},$$

где $S_{np} = 1 - \exp\left(-\frac{V_{xnp}}{c}\right)$, $S_{об} = 1 - \exp\left(-\frac{V_{xоб}}{c}\right)$, V_{xnp} , $V_{xоб}$ - затраты характеристической скорости на прямой и обратный перелёты. В дальнейшем будем полагать, что $V_{xnp} = V_{xоб}$ и $S_{np} = S_{об} = S$. С учетом сделанных допущений для массы рабочего тела получаем

$$M_{PT} = M_{PTnp} + M_{PTоб} = M_0(2S - S^2 - \mu S). \quad (5.18)$$

Определим функции μ и μ_C для многоразовых перелётов. Распишем начальную массу КА с учётом граничных условий по массе прямого и обратного перелётов для принятой массовой модели КА с ЭРД (4.1), (4.2):

$$M_0 = M_{III} + \frac{\alpha_3}{2\eta_T} Pc + (M_{PT1} + M_{PT2})(1 + k_{СПХ}) + \alpha_{КОН} M_0 + \gamma_D P. \quad (5.19)$$

Подставим в (5.19) выражение для тяги двигателей $P = a_0 M_0$ и a_0 в соответствии с (4.4), выражения для массы рабочего тела прямого M_{PT1} , и обратного M_{PT2} перелётов в соответствии с (5.18), далее деля правую и левую часть на M_0 получим выражение для μ в следующем виде:

$$\mu = \frac{1 - \alpha_{КОН} - \left(\frac{\alpha_3 C^2}{2T\eta_T} + (1 + k_{СПХ})(2 - S) + \gamma_D \frac{C}{T} \right) S}{1 - (1 + k_{СПХ}) S}. \quad (5.20)$$

Подставим формулу (5.18) в (5.17) получим формулу для μ_C

$$\mu_C = \frac{\mu \cdot n}{1 + (n - 1)(\mu + 2S - S^2 - \mu S)}, \quad (5.21)$$

где μ рассчитывается в соответствии с выражением (5.20). Оптимальную скорость истечения c_{opt} для критерия (5.19) можно получить только численно в результате реализации процедуры

$$c_{opt} = \arg \max_{c \in C} (\mu_C | T = T_{зад}, n = n_{зад}). \quad (5.22)$$

Далее рассчитываются проектные параметры многоразового КА в соответствии с итерационным алгоритмом, описанным в разделе 5.1 с учётом возможных следующих требований и ограничений:

1. Обеспечить доставку единичного полезного груза за заданное время $T_{зад}$.

2. Обеспечить выполнение заданного числа рейсов $n_{зад}$.

3. Обеспечить доставку полезного груза заданной массы $M_{ПГзад}$.

4. Выполнить ограничение на суммарное полётное время, которое должно быть меньше ресурса системы.

Эти ограничения несколько усложняют решение проектной задачи.

5.2.1 Численный пример расчёта параметров космического аппарата при многоразовом перелёте на геостационарную орбиту

Рассмотрим вариант доставки однотипного полезного груза массой 5000 т на ГСО при использовании перспективной РН Союз 5. Эта РН позволяет выводить 17,8 т на опорную круговую орбиту высотой 200 км. Расчёты проведём для принятых удельных массовых характеристик транспортного КА с ЭРДУ (см. таблице 5.1).

Предположим также, что ресурс проектируемого КА 10 лет $T_p = 10 \cdot 365,25 = 3652,5$ сут.

Зададим допустимый диапазон длительности одного прямого перелёта от 100 до 300 суток, и вычислим количество рейсов транспортного КА с учётом ограничения на ресурс и длительности технических операций по заправке топливом и стыковке с полезной нагрузкой ($T_{тех} = 20$ сут.).

$$n < \frac{T_p}{T + T_{\text{мехн}}} .$$

Для многоразового перелёта относительная масса полезной нагрузки зависит от скорости истечения ДУ, количества рейсов и требуемой длительности перелёта, которая затем определяет тягу ДУ и другие параметры транспортного КА.

Проводились предварительные численные расчёты параметров КА для начального наклона орбиты 51,7 град. аналогично исследованиям, представленным в разделе 5.1.1. Расчёты показали, что для $n > 10$ время единичного перелёта составит более 350 суток, что выходит за допустимый диапазон и является неприемлемым для практического применения. Для удовлетворения поставленных условий необходимо снижать массу полезного груза или изменять граничные условия перелёта.

Рассмотрим более детально расчёт параметров КА при многоразовой схеме доставки для варианта нулевого начального наклона.

Рассчитаем характеристическую скорость перелёта с учётом затрат на управление, но без учёта затрат на утилизацию

$$V_x = \sqrt{\frac{\mu_g}{r_0}} \sqrt{1 - \frac{2 \cos \frac{\pi \Delta i_k}{2}}{\sqrt{\frac{r_k}{r_0}}} + \frac{1}{\frac{r_k}{r_0}}} + \Delta V_{\text{УП}} = 4813 \text{ м/с} .$$

На рисунках 5.5 – 5.7 показаны зависимости суммарной относительной массы полезного груза μ_c от скорости истечения ДУ для различного количества циклов и длительности единичного перелёта 100, 150 и 200 суток соответственно.

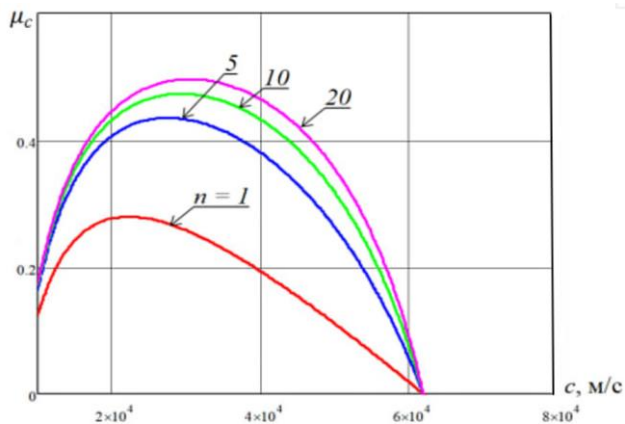


Рисунок 5.5 - Зависимости суммарной относительной массы полезной нагрузки от скорости истечения ДУ для различного количества циклов и длительности единичного перелёта 100 суток

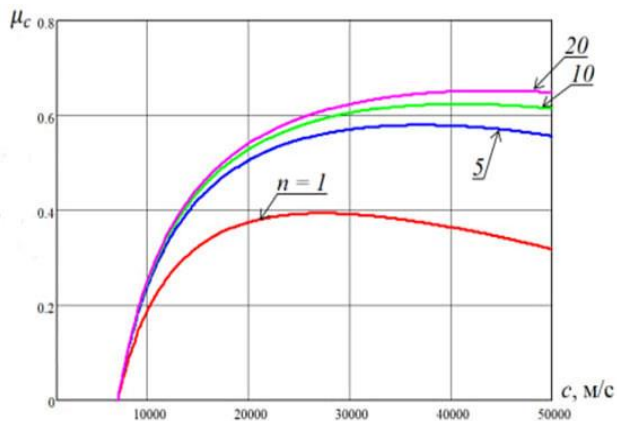


Рисунок 5.6 - Зависимости суммарной относительной массы полезной нагрузки от скорости истечения ДУ для различного количества циклов и длительности единичного перелёта 150 суток

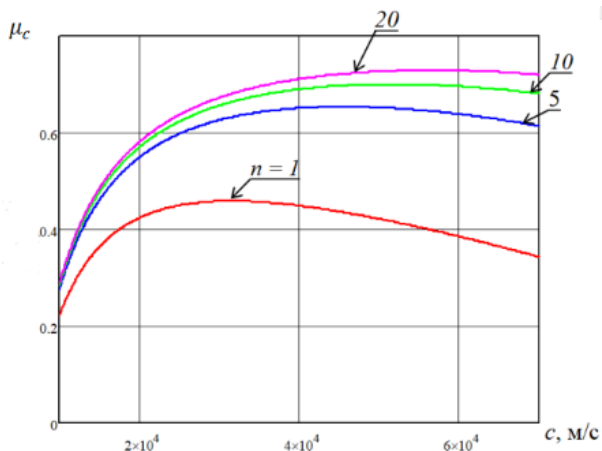


Рисунок 5.7 - Зависимости суммарной относительной массы полезной нагрузки от скорости истечения ДУ для различного количества циклов и длительности единичного перелёта 200 суток

Рисунки 5.5 – 5.7 иллюстрируют тот факт, что чем больше требуемая длительность перелёта и планируемое число рейсов n , тем больше оптимальная скорость истечения ДУ.

Результаты расчёта оптимальной скорости истечения для различных длительностей перелёта и числа рейсов представлены в таблице 5.2. В последней колонке приведено значение функции μ для единичного перелёта, рассчитанного для оптимальной скорости истечения многоразового перелёта. Серым цветом выделены ячейки, в которых приведены баллистические характеристики суммарная продолжительность выполнения транспортной операции, для которых превышает заданный ресурс функционирования КА.

Проведём сравнительный анализ доставки одного и того же полезного груза при одноразовой и многоразовой схеме доставки. Построим зависимость удельной массы полезного груза и скорости истечения реактивной струи от задаваемого времени перелёта аналогично графикам, представленным на рисунках 5.2, 5.3. Для выбранной массы полезного груза и выбранных параметров носителя получим значение относительной массы полезного груза

$\mu = 0,28$. Определим характеристики для одноразовой схемы перелёта при нулевом начальном угле наклона орбиты: $c=14,64$ км/с, $T=63,3$ сут., $V_x = 4831$ м/с (с учётом затрат на утилизацию).

Таблица 5.2 - Оптимальная скорость истечения ДУ и суммарная относительная полезная нагрузка для различных длительностей перелёта и числа рейсов

T , сут.	$T_{об}$, сут.	n	c_{opt} , м/с	μ_c	μ
100	60,00	1	22180	0,280	0,280
	63,52	5	27300	0,435	0,269
	64,88	10	28900	0,473	0,263
	65,90	20	29740	0,496	0,259
150	80,20	1	26280	0,393	0,393
	85,73	5	37060	0,580	0,375
	88,80	10	40000	0,625	0,364
	91,75	20	43920	0,652	0,348
200	96,70	1	31480	0,460	0,460
	106,10	5	45640	0,655	0,436
	110,90	10	51700	0,700	0,417
	114,40	20	56260	0,730	0,400

Определим характеристики для многоразовой схемы перелёта для тех же исходных данных. Для этого необходимо по данным таблицы 5.2 построить функцию μ в зависимости от T для различных n (рисунок 5.7). Задаваясь, например, значением $n=10$ для заданного значения относительной массы полезного груза получим характеристики КА при многоразовой схеме доставки: $c=37$ км/с, $T=116$ сут, $T_{об}=69,2$ сут, $\mu_c=0,58$. Таким образом, применение многоразовой схемы доставки полезного груза для принятых исходных данных позволит более чем в два раза повысить эффективность транспортной операции.

Рассчитаем по формулам (4.1), (4.2) массовый баланс для такой схемы транспортной операции. Результаты расчёта показаны в таблице 5.3. Сухая масса буксира составляет 9325,8 кг (масса конструкции, системы подачи и хранения топлива и энергодвигательной установки). КА этой массы возвращается на опорную ор-

биту, заправляется, пристыковывается к полезной нагрузке и направляется в следующий полёт.

Таблица 5.3 - Массовая сводка КА для многоразового транспортного аппарата на один рейс (10 рейсов, длительность манёвра прямого перелёта $T=116$ сут., обратного - 69,2 сут.)

Параметр	Значение
Масса полезной нагрузки однократного манёвра, кг	5000,0
Масса конструкции, кг	2670,0
Масса рабочего тела для прямого перелёта, кг	2171,4
Масса рабочего тела для обратного перелёта, кг	1296,4
Масса системы подачи и хранения рабочего тела, кг	242,7
Масса двигательной установки, кг	481,0
Масса энергоустановки, кг	5932,1
Итого	17793,6

За один цикл на ГСО выводится полезная нагрузка массой 5000 кг, в ходе транспортной операции в 10 перелётов будет доставлено 50000 кг полезной нагрузки. При этом на опорную орбиту должно быть доставлено грузов массой 84678 кг. Если же указанный груз доставлять с помощью одноразовых КА, то на опорную орбиту потребуется доставить 178000 кг. Разница составляет 93322 кг. При этом несколько увеличится время доставки (время прямого перелёта) с 63,3 суток до 116 суток за счёт увеличения сухой массы аппарата и необходимости доставлять массу рабочего тела на обратный перелёт.

5.3 Одноразовая комбинированная транспортная операция доставки груза на геостационарную орбиту

В соответствии с постановкой задачи (2.3) рассмотрим задачу выбора проектных параметров двух КА, совершающих одноразовую комбинированную транспортную операцию с использованием ступеней (разгонных блоков) с ЖРД ($КА_1$) и ЭРД ($КА_2$) с последующей их утилизацией.

Запишем массовую модель КА в следующем виде

$$M_0 = M_{01} + M_{02} + M_{ПГ}, \quad (5.21)$$

где M_{01} и M_{02} - начальные массы $КА_1$ и $КА_2$ без учёта массы полезного груза.

Распишем массы ступеней в соответствии с массовыми моделями (4.15) и (4.2). При расчёте затрат масс на утилизацию будем полагать, что сухая масса $КА_1$ утилизируется путём перевода на орбиту захоронения расположенной выше орбиты ГСО или на достаточно низкую орбиту с коротким сроком существования. Будем также предполагать, что вторая ступень будет утилизироваться вместе с полезным грузом после окончания срока активного существования последнего. Распишем начальные массы M_{01} и M_{02} в соответствии с массовыми моделями (4.1), (4.2), (4.15). Для начальной массы $КА_1$ можно записать

$$M_{01} = M_{T1np} + M_{T1ym} + M_{СПХ} + M_{КОН1} + M_{Д1}, \quad (5.22)$$

где M_{T1np} , M_{T1ym} - затраты массы топлива на прямой перелет и на маневр с целью утилизации $КА_1$. Распишем массы, входящие в (5.22)

$$\begin{aligned} M_{T1np} &= M_0 S_1, \quad M_{СПХ} = M_{T1} \cdot k_{СПХ1}, \\ M_{КОН1} &= M_{01} \cdot \alpha_{КОН1}, \quad M_{Д1} = \gamma_{Д1} \cdot a_{01} M_0 P_1, \\ M_{T1ym} &= (M_0 - M_0 S_1 - (M_{ПГ} + M_{02})) S_{ym}, \end{aligned} \quad (5.23)$$

где $S_1 = (1 - \exp(-\frac{V_{x1}}{P_{y\partial 1}}))$, $S_{ym} = (1 - \exp(-\frac{V_{xym}}{P_{y\partial 1}}))$.

В соответствии с (2.9) можно записать $M_{ПГ} + M_{02} = \mu_1 M_0$. Тогда для массы топлива $КА_1$ получим

$$M_T = M_{T1} + M_{T1ym} = M_0 (S_1 + S_{ym} - S_1 S_{ym} - \mu_1 S_{ym}).$$

Подставляя остальные компоненты порционных масс (5.23) в (5.22), для начальной массы $КА_1$ получим

$$M_{01} = M_0 (S_1 + S_{ym} - S_1 S_{ym} - \mu_1 S_{ym})^{(1+k_{СПХ})} + M_{01} \alpha_{КОН1} + \gamma_{Д1} a_{01} M_0.$$

Учитывая, что $\mu_1 = \frac{M_{02} + M_{ПГ} - M_{01}}{M_0}$, после преобразований получим

$$\mu_1 = \frac{1 - \alpha_{кон1} - \left((S_1 + S_{ym1} - S_1 S_{ym1} - \mu_1 S_{ym1}) (1 + k_{снх1}) + \gamma_{Д1} a_{01} \right)}{(1 - \alpha_{кон1} - S_{ym1} (1 + k_{снх1}))}. \quad (5.24)$$

Распишем начальную массу второго КА

$$M_{02} = M_{эу} + M_{Т2пр} + M_{Т2ym} + M_{снх2} + M_{кон2} + M_{Д2}.$$

Проведя аналогичные предыдущему случаю преобразования для μ_2 , получим

$$\mu_2 = \frac{1 - \alpha_{кон2} - \left(\frac{\alpha_2 c^2}{2\eta_T T_2} S_2 + (S_2 + S_{ym2} - S_2 S_{ym2} - \mu_2 S_{ym2}) (1 + k_{снх2}) + \gamma_{Д2} \frac{c}{T_2} S_2 \right)}{(1 - \alpha_{кон2} - S_{ym2} (1 + k_{снх2}))}. \quad (5.25)$$

При определении μ_2 учитывалось, что ЭРД на второй разгонной ступени ($КА_2$) работает непрерывно, т.е. $a_{02} = \frac{c}{T_2} S_2$. Окончательно функция μ для данной задачи определится в соответствии с (2.10).

Затраты характеристических скоростей будут зависеть от принятого управления, граничных условий перелёта и некоторых проектных параметров в рамках принятой массовой модели.

$$V_{X1} = V_{X1} \left[\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{np}, a_{01}, \mathbf{p}_{y01}, \mathbf{u}_1(t) \right], \quad (5.26)$$

$$V_{X2} = V_{X2} \left[\mathbf{x}_{np}, \mathbf{x}_K, \mathbf{u}_2(t) \right],$$

где $\mathbf{x}_{np} = (A_{np}, e_{np}, i_{np})$ - параметры промежуточной орбиты.

Затраты на утилизацию $КА_1$ определяются отдельно от основных затрат, а $КА_2$ – вместе с основными затратами.

Для упрощения решения поставленной динамической задачи введём следующие допущения:

1. Будем полагать, что первый разгонный блок $КА_1$ с ЖРД имеет достаточно большую тяговооружённость, так что

реализуется двух импульсная схема, обеспечивающая минимальное время перелёта на промежуточную орбиту без дополнительных гравитационных потерь.

2. Будем считать, что первый импульс прикладывается в плоскости орбиты и переводит КА на эллиптическую орбиту с апогеем равным радиусу промежуточной орбиты. Второй импульс скругляет орбиту до радиуса промежуточной орбиты и поворачивает плоскость орбиты с начального наклона i_0 до наклона промежуточной орбиты i_{np} .
3. На участке работы второй ступени реализуется баллистическая схема в соответствии с решениями (5.10) – (5.13) при условии непрерывной работы маршевого двигателя. Дополнительные затраты характеристической скорости на управление и утилизацию на этом участке рассчитываются в соответствии с (5.15) и (5.16).

Для принятой баллистической схемы полёта первой ступени с учётом допущений запишем выражения для затрат характеристической скорости в соответствии с теорией импульсных перелётов [14]

$$V_{x1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} \left[\sqrt{\frac{2\bar{r}_k}{1+\bar{r}_k}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{\bar{r}_k}} \sqrt{\frac{3+\bar{r}_k}{1+\bar{r}_k} - 2\cos(i_0 - i_{np})} \sqrt{\frac{2}{1+\bar{r}_k}} \right], \quad (5.27)$$

где $\bar{r}_k = \frac{r_{np}}{r_0}$, r_0 , r_{np} - радиусы начальной и промежуточной круговой орбиты.

Общее время перелёта будет складываться из времени перелёта первой ступени с начальной орбиты на промежуточную T_1 и времени перелёта второй ступени с промежуточной орбиты на конечную T_2

$$T = T_1 + T_2.$$

Затраты времени T_1 будут определяться временем движения КА на полувитке переходной орбиты.

$$T_1 = \pi \frac{A_{np}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}} = 1,11 \frac{(r_0 + r_{np})^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}}. \quad (5.28)$$

Время T_2 является параметром задачи и должно задаваться.

Рассмотрим вопрос о выборе баллистической схемы утилизации KA_1 после его отделения от KA_2 с полезной нагрузкой на высоте промежуточной орбиты r_{np} . Рассмотрим два варианта баллистической схемы. Первый будет предусматривать одноимпульсный перелёт КА на низкую орбиту высотой $h=100$ км и наклоном $i = i_{np}$ с последующим входом в плотные слои атмосферы с углом входа θ_{ex} ; второй некомпланарный (аналогичный перелёту (5.27)) на орбиту захоронения в окрестности ГСО ($r_{K2} = 42464$ км, $i_K = 0$ град).

Определим затраты характеристических скоростей на перелёт для обеих вариантов схемы утилизации

$$\Delta V'_{xyT1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_a}} - \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_{np}} - \frac{1}{r_a} \right) \cdot \left[1 - \frac{r_{np}^2}{r_a^2} \cdot \cos^2 \theta_{ex} \right]^{-1}}, \quad (5.29)$$

$$\Delta V''_{xyT1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{np}}} \left[\sqrt{\frac{2r_{K2}}{1+r_{K2}}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{r_{K2}}} \sqrt{\frac{3+r_{K2}}{1+r_{K2}} - 2\cos(i_{K2} - i_{np})} \sqrt{\frac{2}{1+r_{K2}}} \right], \quad (5.30)$$

где $\overline{r_{K2}} = \frac{r_{K2}}{r_{np}}$, $r_a = 6478$ км.

Окончательно схема утилизации первой ступени и затраты характеристической скорости будут определяться численной процедурой.

$$V_{xyT1}(r_{np}, i_{np}) = \min_{r_{np}, i_{np}} \left[V'_{xyT1}(r_{np}), V''_{xyT1}(r_{np}, i_{np}) \right]. \quad (5.31)$$

Таким образом, задача выбора проектных и баллистических параметров КА при комбинированной доставке полезных грузов будет решаться в ходе реализации численной процедуры

$$\mu_{\max} = \max_{c, r_{np}, i_{np}} \left(\mu(C, r_{np}, i_{np}) \mid T = T_{зад} \right) \quad (5.32)$$

с учётом известных начальных и конечных условий движения и параметров массовой модели. Решение задачи (5.32) даст универсальные решения параметрической задачи оптимизации по отношению к массе полезного груза при следующих замечаниях.

Замечание 1

Необходимо уточнять начальное ускорение первой ступени тяги a_{o1} при выборе параметров двигательной установки ($p_{дв}$ и P_1) с учётом заданного значения массы полезного груза $M_{пт}$. Влияние указанных параметров на критерий заданный μ не велико и процедура уточнения вполне допустима.

Замечание 2

Задачу (4.32) можно рассмотреть в более полной постановке расширив вектор промежуточных параметров, включив в него эксцентриситет промежуточной орбиты e_{np} . Однако это приведёт к существенному усложнению численной процедуры.

5.4 Многоразовая комбинированная транспортная операция доставки грузов на геостационарную орбиту

В соответствии с постановкой раздела 2.4 рассмотрим задачу выбора проектных параметров системы космических аппаратов, совершающих многоразовые комбинированные транспортные операции с использованием ступеней с ЖРД и ЭРД по критерию максимума относительной массы полезного груза μ_c для варианта доставки n однотипных полезных грузов $M_{пт}$ в соответствии с (2.14).

При реализации данной транспортной операции первый рейс будет отличаться от последующих рейсов т.к. при его реализации дополнительно будет доставляться на промежуточную орбиту сухая масса КА2. Пусть

$$M_0^* = M_{01}^* + M_{02}^* + M_{III}^*, \quad (5.33)$$

где $M_0^*, M_{01}^*, M_{02}^*$ - начальная масса всей системы и начальные массы аппаратов КА1 и КА2 без учета сухой массы КА2. Запишем выражение для всей выводимой на орбиту массы

$$M_c = M_0 + (n-1)(M_{III}^* + M_{T1}^* + M_{pm2}), \quad (5.34)$$

где M_{T1}^* - масса топлива КА1, необходимая для выполнения целевой задачи без учета доставки сухой массы КА2 на всех рейсах начиная со второго. Введем обозначения аналогичные (2.9), (2.10).

$$\mu^* = \mu_1^* \mu_2^* \mu_1^* = \frac{M_{III}^* + M_{02}^*}{M_0^*} = 1 - \frac{M_{01}^*}{M_0^*}, \mu_2^* = \frac{M_{III}^*}{M_{III}^* + M_{02}^*}. \quad (5.35)$$

Запишем начальную массу M_{01}^* :

$$M_{01}^* = M_{T1np}^* + M_{T1ob}^* + M_{cnx1} + M_{kon1} + M_{D1},$$

где

$$M_{T1np}^* = M_0^* S_1,$$

$$M_{T1ob}^* = (M_0^* - M_0^* S_1 - (M_{III}^* + M_{02}^*)) S_1.$$

В соответствии с (5.35) $M_{III}^* + M_{02}^* = \mu_1^* M_0^*$.

Для всей массы топлива получим

$$M_{T1}^* = M_0^* (2S_1 - S_1^2 - \mu_1^* S_1) S_1. \quad (5.36)$$

Расписывая все остальные компоненты начальной массы M_{01}^*

запишем

$$M_{01}^* = M_0^* (2S_1 - S_1^2 - \mu_1^* S_1) (1 + k_{cnx1}) + M_{01}^* \alpha_{kon1} + \gamma_{D1} a_{01} M_0^*. \quad (5.37)$$

Выразим в соответствии с (5.35) μ_1^* , получим

$$\mu_1^* = \frac{1 - \alpha_{кон1} - ((2S_1 - S_1^2)(1 + k_{снх1}) + \gamma_{д1} a_{01})}{(1 - \alpha_{кон1} - S_1(1 + k_{снх1}))}. \quad (5.38)$$

Аналогично распишем начальную массу КА₂ M_{02}

$$M_{02} = M_{PT2} + M_{снх2},$$

где

$$M_{снх2} = (M_{02} + M_{III'}) \frac{\alpha_3 c^2}{2\eta_T T_2} S_2 + M_{PT2} k_{снх} + M_{02} \alpha_{кон2} + \gamma_{д2} \frac{c}{T_2} (M_{02} + M_{III'}), \quad (5.39)$$

$$M_{PT2} = (M_{02} + M_{III'}) (2S_2 - S_2^2 - \mu_2 S_2). \quad (5.40)$$

Сложим два последних выражения, для M_{02} получим

$$M_{02} = (M_{02} + M_{III'}) ((2S_2 - S_2^2 - \mu_2 S_2)(1 + k_{снх2}) + \frac{\alpha_3 c^2}{2\eta_T T_2} S_2 + \frac{M_{02}}{M_{02} + M_{III'}} \alpha_{кон2} + \gamma_{д2} \frac{c}{T_2} (M_{02} + M_{III'})). \quad (5.41)$$

После преобразований аналогичных предыдущему случаю для μ_2 получим

$$\mu_2 = \frac{1 - \alpha_{кон2} - ((2S_2 - S_2^2)(1 + k_{снх2}) + \frac{\alpha_3 c^2}{2\eta_T T_2} S_2 + \gamma_{д2} \frac{c}{T_2} S_2)}{(1 - \alpha_{кон2} - S_2(1 + k_{снх2}))}. \quad (5.42)$$

Запишем целевую функцию μ_c (2.14) с учётом выражений (5.36), (5.40)

$$\mu_c = \frac{nM_{III'}}{M_0 + (n-1)(M_{III'} + M_0^*(2S_1 - S_1^2 - \mu_1^* S_1) + (M_{02} + M_{III'})(2S_2 - S_2^2 - \mu_2 S_2))}.$$

Разделим правую и левую часть на M_0 , получим

$$\mu_c = \frac{n\mu}{1 + (n-1)(\mu + \frac{M_0^*}{M_0}(2S_1 - S_1^2 - \mu_1^* S_1) + \mu_1(2S_2 - S_2^2 - \mu_2 S_2))}. \quad (5.43)$$

Определим отношение $\frac{M_0^*}{M_0} = \frac{M_{III'} + M_{02}^*}{M_{III'} + M_{02}} = 1 - \frac{M_{снх2}}{M_{III'} + M_{02}}$.

Расписывая $M_{снх2}$, получим $\frac{M_0^*}{M_0} = 1 - \mu_{снх2}$, (5.44)

$$\text{где } \mu_{\text{сух}2} = \frac{((2S_2 - S_2^2 - \mu_2 S_2)(k_{\text{спх}2} + k_{\text{кон}2}) + \frac{\alpha_3 c^2}{2\eta\Gamma T_2} S_2 + \gamma_{\text{Д}2} \frac{c}{T_2} S_2)}{1 - \alpha_{\text{кон}2}}. \quad (5.45)$$

Таким образом, задачи выбора проектных и баллистических характеристик КА предназначенных для многоразовой комбинированной доставки грузов на ГСО запишется следующим образом

$$\mu_{C\text{max}} = \max_{c, r_{np}, i_{np}} \left[\mu_C(c, r_{np}, i_{np}) \mid T = T_{\text{зад}}, n = n_{\text{зад}} \right]. \quad (5.46)$$

6 ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ НОМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ ДЛЯ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ

6.1 Процедура проектно-баллистической оптимизации миссии по доставке полезной нагрузки в заданную точку межпланетного пространства

6.1.1 Итерационная процедура оптимизации

При оптимизации миссий доставки полезной нагрузки в точку с заданными фазовыми координатами (задачи первого класса из раздела 3.1.1), в простейшем случае использования для всех участков двигательной установки с одинаковыми характеристиками, вектор основных проектно-баллистических параметров содержит номинальное ускорение от тяги двигателей a_0 , скорость истечения рабочего тела c и дату старта перелёта D_0 . Если схема миссии предполагает использование на различных участках перелёта различных двигательных систем или систем с различными параметрами, то вектор проектно-баллистических параметров соответственно расширяется.

Алгоритм проектно-баллистической оптимизации миссий в этом случае может быть описан итерационной процедурой, которая основана на последовательном расчёте планетоцентрического и гелиоцентрического участков траектории и получении зависимости критерия оптимальности от вектора проектно-баллистических параметров.

Рассмотрим задачу об определении минимума стартовой массы КА по проектно-баллистическим параметрам прямыми метода-

ми математического программирования. Для решения этой задачи можно воспользоваться следующим итерационным алгоритмом.

1. Для заданной массы полезного груза $M_{ПГ}$ и начальном приближении векторов проектных \mathbf{p}^0 миссии, по формулам (4.2) - (4.3) рассчитываются массы энергетической установки, двигательной установки, систем подачи и хранения рабочего тела, конструкций и стартовая масса КА в нулевом приближении M_0^0 .

2. Рассчитывается манёвр набора параболической скорости в сфере действия Земли, определяется длительность $T_1^i(M_0^i, \mathbf{p}^i, \mathbf{b}^i)$ и расход рабочего тела $M_{PT1}^i(M_0^i, \mathbf{p}^i, \mathbf{b}^i)$.

3. Рассчитывается гелиоцентрический перелёт с исходными данными $M_1^i = M_0^i - M_{PT1}^i$, длительностью $T_2^i = T - T_1^i - T_3^{i-1}$ ($T_3^0 = 0$) и с оптимальной угловой дальностью φ_{opt}^i , определяется расход рабочего тела $M_{PT2}^i(M_0^i, \mathbf{p}^i, \mathbf{b}^i)$. На этом этапе вычисляется оптимальное стартовое положение планет на момент выхода из сферы действия Земли $\Delta\varphi_1^i = \varphi_{opt}^i - T_2^i \cdot \omega$ и дата старта $D_0^i = D_1^i(\Delta\varphi_1^i) - T_1^i$.

4. Рассчитывается манёвр торможения в сфере действия планеты назначения с исходными данными $M_2^i = M_1^i - M_{PT2}^i$, $D_2^i = D_1^i + T_2^i$, определяется длительность $T_3^i(M_2^i, \mathbf{p}^i, \mathbf{b}^i)$ и расход рабочего тела $M_{PT3}^i(M_2^i, \mathbf{p}^i, \mathbf{b}^i)$ (если торможения в сфере действия не требуется, то считается $T_3^i = M_{PT3}^i = 0$).

5. Рассчитывается конечная масса аппарата $M_K^i = M_2^i - M_{PT3}^i$ и масса полезного груза в i -ом приближении $M_{ПГ}^i$. Вычисляется погрешность по массе полезного груза $\Delta M_{ПГ}^i = M_{ПГ}^i - M_{ПГ}^i$. Если эта погрешность и погрешность на длительность экспедиции $\Delta T^i = T - (T_1^i + T_2^i + T_3^i)$ меньше заданных, то процесс оптимизации переходит к пункту 6, иначе уточняется стартовая масса КА $M_0^{i+1} = M_0^i + \Delta M_{ПГ}^i$ и процесс продолжается, начиная с пункта 2.

Итерационная процедура 1 – 5 позволяют рассчитывать стартовую массу КА M_0 и оптимальную дату старта D_0 , как функции от вектора проектных параметров аппарата. Оптимизация проектных параметров КА проводится методами прямого математического программирования с использованием этих зависимостей.

Итерационный подход определения стартовой массы, и даты старта КА требует больших вычислительных затрат, а сходимость процесса сильно зависит от выбора начального приближения.

Хорошие результаты даёт использование в качестве начального приближения результатов баллистического проектирования межпланетных перелётов к Марсу по приближенным аналитическим зависимостям.

6.1.2 Приближённо-аналитические зависимости, используемые для расчёта перелётов Земля - Марс и Марс - Земля

В монографии [13] описаны приближённо-аналитические зависимости, позволяющие осуществлять проектную оптимизацию перелётов к Марсу. Эти зависимости получены на основе обработки результатов решения задач об оптимальных по быстродействию и расходу рабочего тела перелётах Земля – Марс и Марс – Земля. Эти зависимости были получены для КА с солнечной энергодвига-

тельной установкой. При этом считалось, что при падении мощности энергоустановки пропорционально уменьшается тяга двигателей, а их скорость истечения остаётся постоянной. Подобные зависимости для ядерной энергодвигательной установкой были получены и описаны в работе [5].

Из условия минимума среднеквадратических погрешностей расчётных и аппроксимационных зависимостей, получены следующие приближённо-аналитические зависимости относительного расхода рабочего тела m_{sup} , длительности T_{inf} (сут.) и угловой дальности φ_{inf} (град.) для оптимальных по быстрдействию межпланетных перелётов от проектных параметров аппарата при нефиксированной дате старта.

Для перелёта Земля - Марс:

$$\begin{aligned} T_{0\text{inf} a}(a_0, c) &= 17,78 + 215,12 \cdot a_0^{-0,5} - 4752,4 \cdot c^{-2}, \\ \varphi_{0\text{inf} a}(a_0, c) &= 12,83 + 147,87 \cdot a_0^{-0,5} - 15236 \cdot c^{-2}, \\ m_{0\text{sup} a}(a_0, c) &= -0,00489 + 13,181a_0^{-0,5}c^{-1} - 386,63a_0c^{-2,6}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Перелёт Марс - Земля:

$$\begin{aligned} T_{0\text{inf} a}(a_0, c) &= 16,8 + 221,2 \cdot a_0^{-0,5} + 903,0 \cdot c^{-2}, \\ \varphi_{0\text{inf} a}(a_0, c) &= 15,4 + 153,87 \cdot a_0^{-0,5} - 169624 \cdot c^{-2}, \\ m_{0\text{sup} a}(a_0, c) &= -0,02 + 15,0a_0^{-0,5}c^{-1} + 154,3a_0c^{-2,6}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Здесь a_0 и c – параметры проектной модели КА (номинальное ускорение от тяги двигателя входит в уравнения (6.1) и (6.2) в мм/с², а скорость истечения в км/с).

Для расчёта наилучших дат старта требуются зависимости баллистических параметров перелёта от отклонения начального положения планет от оптимального значения $\varphi_{0\text{inf} a}$. Для построе-

ния этих зависимостей, описывающих межпланетные перелёты Земля – Марс и Марс – Земля с заданной датой старта используются результаты решения вариационных задач при фиксированной угловой дальности перелёта. Если угловая дальность и длительность перелёта фиксированы одновременно, то однозначно определяется угловое расстояние между планетой старта и назначения $\Delta\varphi$, при котором КА достигнет планеты назначения:

$$\Delta\varphi = \varphi - T \cdot \omega_k, \quad (6.3)$$

где ω_k - средняя угловая скорость планеты назначения. Значения $\Delta\varphi > 0$, если целевая планета опережает планету старта и $\Delta\varphi < 0$, если наоборот.

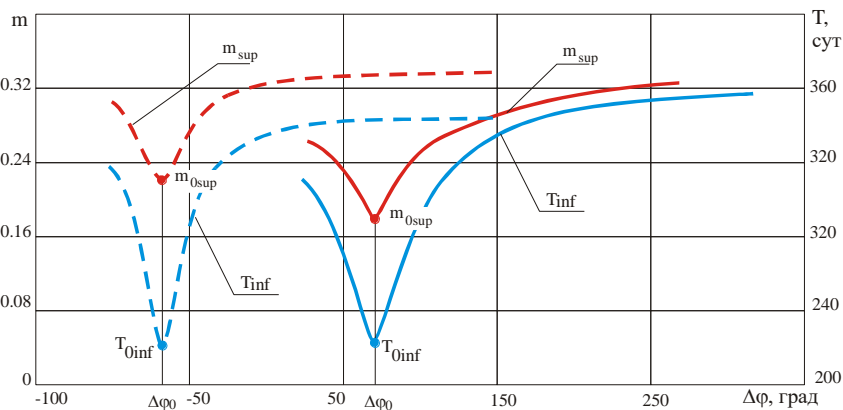


Рисунок 6.1 - Зависимость относительного расхода рабочего тела и длительности перелёта от стартового положения планет.

———— - перелёт Земля – Марс, — — — - Марс – Земля

Зависимости минимальной длительности перелётов $T_{inf}(\Delta\varphi)$ и относительного расхода рабочего тела $m_{sup}(\Delta\varphi)$ имеют вид кривой с одним минимумом и горизонтальной асимптотой

(см. рисунок 6.1). Задачи об оптимальных по быстродействию межпланетных перелётах Земля – Марс и Марс – Земля решались численно для диапазона скоростей истечения рабочего тела $c \in [20, 150]$ км/с и ускорений от тяги двигателей $a_0 \in [0,1, 5]$ мм/с² и с использованием метода наименьших квадратов были получены следующие соотношения.

Для перелёта Земля - Марс:

$$T_{\text{inf } a}(\Delta\varphi, a_0, c) = T_{0\text{inf } a} + 158,8 \cdot \frac{(\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,320}}{98,16a_0 + 0,995c - 105,506 + (\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,320}}, \quad (6.4)$$

$$m_{\text{sup } a}(\Delta\varphi, a_0, c) = m_{0\text{sup } a} + (21,40a_0 - 0,6150c + 104,81) \times \frac{(\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,025}}{8,907a_0^2 + 0,005874c^2 + 10,091 + (\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,025}}. \quad (6.5)$$

Для перелёта Марс - Земля:

$$T_{\text{inf } a}(\Delta\varphi, a_0, c) = T_{0\text{inf } a} + T_{0\text{inf } a} + 136,8 \cdot \frac{(\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,779}}{82,81a_0 + 1,978c - 91,19 + (\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,779}}, \quad (6.5)$$

$$m_{\text{sup } a}(\Delta\varphi, a_0, c) = m_{0\text{sup } a} + (19,22a_0 - 0,6272c + 52,92) \times \frac{(\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,803}}{9,831a_0^2 + 0,6696 \cdot 10^{-2}c^2 + 151,3 + (\Delta\varphi - \Delta\varphi_0)^{1,803}}. \quad (6.6)$$

Для описанного диапазона проектных параметров погрешность аппроксимационных формул (6.4 – 6.6) не превышает 2%. На рисунке 6.2 показаны аппроксимационные зависимости $T_{\text{inf } a}(\Delta\varphi, a_0, c)$ для гелиоцентрического перелёта Марс – Земля ($c=70$ км/с) и различных значений начального ускорения от тяги двигателей ($a_0 = 1, 3, 5, 7, 9$ мм/с²).

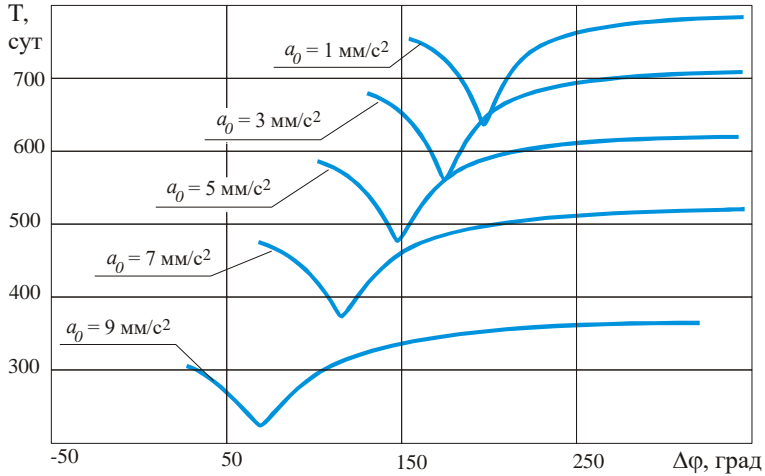


Рисунок 6.2 - Зависимость $T_{\text{infa}}(\Delta\varphi, a_0, c)$ для перелёта Земля – Марс ($c=70$ км/с)

6.1.3 Численный пример проектно-баллистической оптимизации перелёта на орбиту спутника Марса

Рассматривается баллистическая схема миссии, показанная на рисунке 6.3.

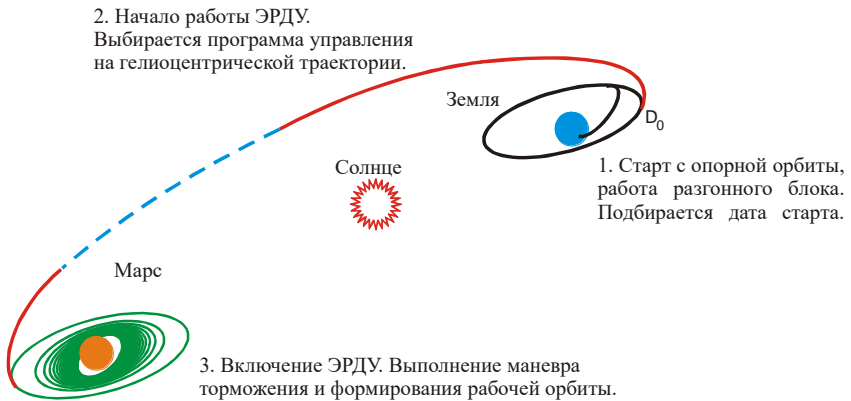


Рисунок 6.3 - Баллистическая схема миссии

В качестве базового критерия рассматривается относительная масса полезной нагрузки, хотя сформулированная задача может быть легко трансформирована для стоимостного критерия путём введения удельных стоимостных характеристик для каждой из входящих в стартовую массу транспортного космического аппарата порционных масс. Оптимальный по быстродействию геоцентрический перелёт Земля – Марс КА с малой тягой рассчитывался по эмпирическим зависимостям, приведённым в предыдущем разделе. Мы рассматривали КА с ЭРД с удельными массовыми характеристиками:

$$\eta_T = 0,8, k_{СПХ} = 0,07, \alpha_{ЭВ} = 0,015 \text{ кг/Вт}, \quad (6.7)$$

$$\gamma_D = 50 \text{ кг/Н}, \alpha_{КОН} = 0,15.$$

На рисунках 6.4 и 6.5 показаны результаты расчёта гелиоцентрического участка траектории Земля – Марс, рассчитанные по приближённо-аналитическим зависимостям. На рисунке 6.4 показаны зависимости суммарной удельной массы полезной нагрузки и длительности перелёта в зависимости от скорости истечения и номинального ускорения от тяги двигательной установки. На рисунке 6.5 представлены зависимости угловой дальности перелёта и оптимального стартового положения планет от тех же проектных параметров.

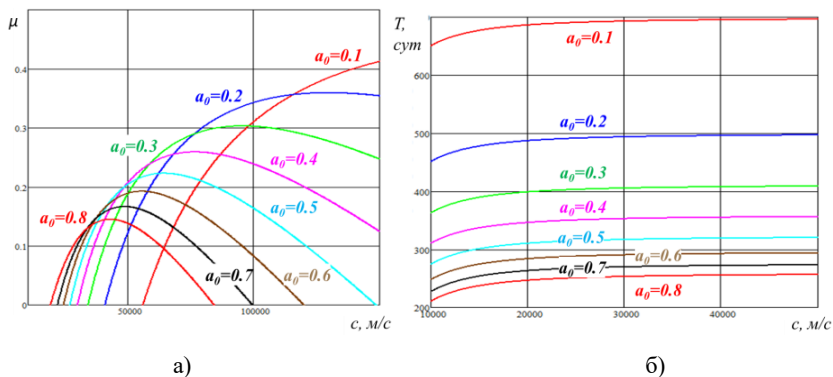


Рисунок 6.4 - Суммарная удельная масса полезной нагрузки (а) и длительность перелёта (б) Земля – Марс в зависимости от скорости истечения и номинального ускорения от тяги двигательной установки

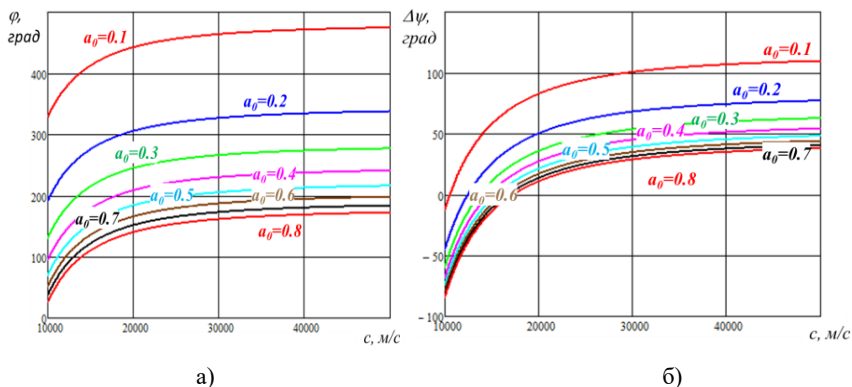


Рисунок 6.5 - Угловая дальность перелёта (а) и оптимальный угол между планетами на момент старта для перелёта (б) Земля – Марс в зависимости от скорости истечения и номинального ускорения от тяги двигательной установки

Данные расчётов показывают, что на длительность перелёта в основном влияет номинальное ускорение от тяги двигателей (при увеличении ускорения, длительность уменьшается), в то время как влияние скорости истечения незначительно. Поэтому мы предлагаем выбирать номинальное ускорение так, чтобы выполнялось ограничение на длительность перелёта, а скорость истечения так, чтобы обеспечивалась наибольшая относительная масса полезной нагрузки.

На рисунке 6.6 представлен результат анализа полученных данных в виде изолиний максимальной относительной массы полезного груза на поле проектных характеристик маршевой двигательной установки. Полученные данные показывают, что с увеличением номинального ускорения от тяги двигательной установки оптимальная скорость истечения уменьшается. Например, для ускорения $0,5 \text{ м/с}^2$ оптимальная скорость истечения составляет 63 км/с . При этом масса полезной нагрузки будет составлять $22,3 \%$ от стартовой массы КА.

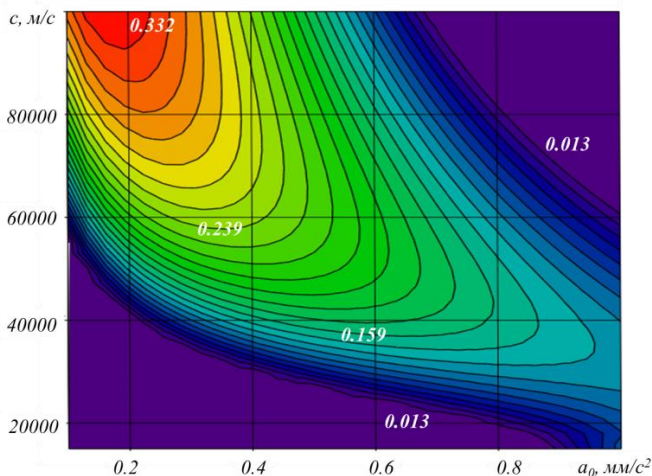


Рисунок 6.6 - Изолинии максимальной относительной массы полезного груза на поле проектных характеристик маршевой двигательной установки

В таблице 6.1 представлены уточнённые результаты проектно-баллистической оптимизации проекта доставки полезного груза массой 2000 кг на орбиту спутника Марса. Расчёты проводились при значениях удельных проектных параметров, показанных в (6.7), считалось, что запасы рабочего тела на управление составляли 2% от рабочего тела, необходимого для полёта по программной траектории.

Приведены результаты оптимизации проекта, полученные с использованием приближённых формул (6.1), (6.3 – 6.5) и рассчитанные с использованием модели движения КА между круговыми компланарными орбитами планет, решения оптимизационных задач и моделирования планетоцентрических участков траектории. Сравнение этих результатов показывает, что погрешности расчёта оптимальных проектных и баллистических параметров не превышают 0,1%, а стартовая масса КА получается несколько завышенной (но не более чем на 0,1%).

Таблица 6.1 - Оптимальные проектно-баллистические параметры миссии доставки полезной нагрузки массой 2000 кг на ареоцентрическую орбиту в зависимости от длительности

T , сут.	Рассчитано по приближённым зависимостям					Рассчитано с использованием численных решений				
	P_{opt} , Н	C_{opt} , км/с	D_{opt}	M_{KOH} , кг	M_0 , кг	P_{opt} , Н	C_{opt} , км/с	D_{opt}	M_{KOH} , кг	M_0 , кг
600	1,26	108,97	15.08.2031	2890	3680	1,26	108,96	15.03.2013	2880	3630
550	1,48	99,72	21.08.2031	2950	3870	1,48	99,71	21.03.2013	2940	3780
500	1,77	93,16	29.08.2031	3050	4110	1,77	93,14	29.03.2013	3040	4000
450	2,20	85,74	07.09.2031	3190	4450	2,20	85,73	7.04.2013	3180	4300
400	2,80	71,22	15.09.2031	3290	4990	2,80	71,20	15.04.2013	3280	4740
350	3,99	69,97	24.09.2031	3740	5820	3,99	69,96	24.04.2013	3730	5520

Основные проектно-баллистические характеристики миссии для длительности перелёта 350 сут., показаны в таблице 6.2. Отклонение стартовой массы аппарата от массы, объясняются использованием реально существующей двигательной установки с тягой двигателей 4 Н и скоростью истечения рабочего тела 70 км/с, что несколько увеличило расход рабочего тела, по сравнению со значениями, полученными для оптимальных проектных параметров (см. данные таблицы 6.1).

Таблица 6.2 - Основные проектно-баллистические характеристика миссии Земля – Марс, полученные для круговых компланарных орбит планет

i	Манёвр	Дата старта – финиша	T_i , сут.	$M(T_{i-1})$, кг	$M(T_i)$, кг	M_{PT_i} , кг
1	Набор скорости у Земли	24.09.2031 – 03.11.2031	40,5	5740	4477	1163
2	Перелёт Земля – Марс	03.11.2031 – 11.07.2032	248,5	4477	3860	617
3	Торможение у Марса	11.07.2032 – 09.09.2032	60,0	3860	3740	130
8	Суммарные параметры	24.09.2031 – 09.09.2032	350,0	5740	3730	2010

Следует отметить, что это изменение не повлияло на оптимальную дату старта миссии, что доказывает возможность использования результатов оптимизации проектных параметров КА в качестве начального приближения для оценки оптимальных проектных и баллистических параметров системы. На рисунке 6.7 показаны траектория оптимального гелиоцентрического перелёта Земля – Марс, и начальные этапы торможения в сфере действия Марса.

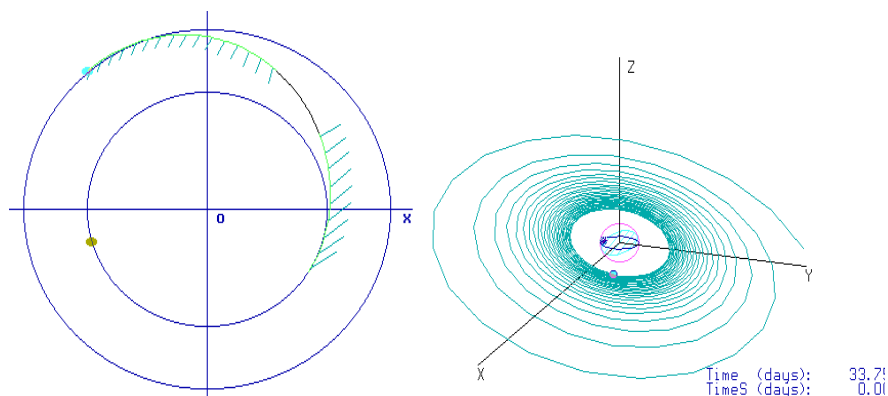


Рисунок 6.7 - Оптимальная траектория перелёта Земля - Марс и торможение в сфере действия Марса

Наиболее существенно на проектно-баллистические параметры миссии влияет учёт эллиптичности и некомпланарности орбит планет. На рисунке 6.8 показаны зависимости расхода рабочего тела на оптимальной траектории перелёта Земля – Марс от оптимальных дат старта с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит планет. Результаты получены для КА с солнечной энергодвигательной установкой, стартовой массой 5500 кг и фиксированной длительности перелёта 175 сут.

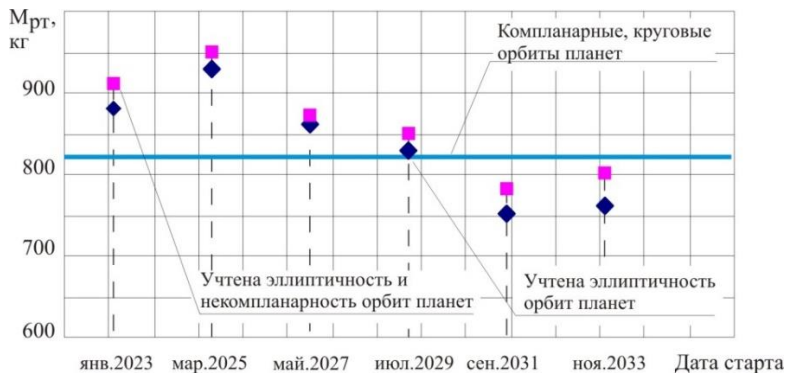


Рисунок 6.8 - Зависимость расхода рабочего тела от дат старта для перелёта Земля – Марс КА с солнечной энергодвигательной установкой с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит

6.2 Проектно-баллистическая оптимизация пилотируемой миссии Земля - Марс - Земля

6.2.1 Процедура проектно-баллистической оптимизации межпланетных миссий с возвращением на планету старта

Существенным отличием задачи проектно-баллистической оптимизации замкнутой межпланетной миссии от оптимизации проекта доставки полезной нагрузки в заданную точку пространства является необходимость совместно оптимизировать баллистические и проектные параметры миссии.

Проектно-баллистическая оптимизация замкнутой межпланетной миссии представляет собой сложную итерационную процедуру, основанную на последовательном расчёте плането- и гелиоцентрических участков траектории и последующей оптимизации проектных и баллистических параметров прямыми методами математического программирования.

1. Задаются начальные значения для векторов проектных и баллистических параметров экспедиции:

$$\mathbf{p}^i = \mathbf{p}^0 = (a_0, c)^T, \quad \mathbf{b}^i = \mathbf{b}^0 = (D_0^0, \tau^0)^T. \quad (6.8)$$

В соответствии с проектной моделью, рассчитывается масса конструкций аппарата $M_K^0(\mathbf{p}^0)$, задаётся стартовая масса аппарата в нулевом приближении

$$M_0^0 = M_{ПГ1} + M_{ПГ2} + M_K^0(\mathbf{p}^0) + M_{\ominus}^0(\mathbf{p}^0) + M_D^0(\mathbf{p}^0) + M_{PT}^0(1 + \gamma_{СПХ})$$

и рассчитывается стартовое положение планет $\Delta\varphi_0^i = \Delta\varphi_0^0 = f(D_0^0)$.

2. Последовательно рассчитываются плането- и гелиоцентрические манёвры КА:

2.1. Рассчитывается длительность T_1^i , расход рабочего тела M_{PT1}^i , масса аппарата M_1^i , положение планет $\Delta\varphi_1^i$ и дата D_1^i в конце участка набора параболической скорости в сфере действия Земли (высота начальной орбиты равна высоте орбиты старта).

2.2. Для заданной длительности $T_2^i = T \cdot \tau^i$ и даты старта D_1^i решается задача оптимизации прямого гелиоцентрического перелёта Земля-Марс и определяется расход рабочего тела M_{PT2}^i , масса КА M_2^i , положение планет $\Delta\varphi_2^i$ в момент достижения аппаратом сферы действия планеты назначения.

2.3. Затем последовательно рассчитываются манёвры торможения и набора параболической скорости у Марса с учётом изменения массы аппарата за счёт отстыковки исследовательского комплекса и длительности ожидания на рабочей планетоцентрической орбите. При этом определяются длительности T_3^i, T_4^i, T_5^i , расход рабочего тела на участках $M_{PT3}^i, M_{PT4}^i = M_{ПГ2}, M_{PT5}^i$, масса аппарата M_5^i и положение планет $\Delta\varphi_5^i$ в момент выхода из сферы действия Марса (высота ареоцентрической орбиты – 20000 км);

2.4. Для требуемой массы возвращаемого аппарата M_{KK} , рассчитывается манёвр торможения у Земли до заданной высоты финишной орбиты ($H=300$ км) и определяется длительность манёвра T_7 , расход рабочего тела M_{PT7} и массу аппарата на подлёте к сфере действия Земли M_{K6} .

2.5. Для известного стартового положения планет оптимизируется обратный гелиоцентрический перелёт заданной длительности:

$$T_6^i = T - \sum_{j=1}^5 T_j^i - T_7^i \quad (6.9)$$

и рассчитываются затраты рабочего тела M_{PT6}^i и масса аппарата в момент подлёта к сфере действия Земли M_6^i .

3. Уточняется стартовая масса аппарата в $i+1$ -ом приближении:

$$M_0^{i+1} = M_0^i - (M_6^i - M_6), \quad (6.10)$$

и повторяется последовательный расчёт плането- и гелиоцентрических участков траектории до тех пор, пока не выполняется равенство $M_6^i = M_6$ с заданной точностью.

Итерационная процедура 1 – 3 позволяют рассчитывать стартовую массу КА как функцию векторов проектных и баллистических параметров аппарата $M_0 = M_0(\mathbf{p}, \mathbf{b})$.

Оптимизация схемы перелёта по баллистическим параметрам и проекта аппарата по проектным параметрам проводится методами прямого математического программирования с использованием этой зависимости. Такой алгоритм оптимизации проекта требует больших вычислительных затрат, а сходимость процесса сильно зависит от выбора начального приближения для векторов \mathbf{p}, \mathbf{b} и стартовой массы аппарата. Хорошие результаты даёт использова-

ние, в качестве начального приближения, решение задачи оптимизации баллистической схемы экспедиции Земля – Марс – Земля с использованием приближенных зависимостей (6.1) – (6.7).

6.2.2 Результаты проектно-баллистической оптимизации пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля

Предположим, что пилотируемая миссия предусматривает выведение на ареоцентрическую орбиту исследовательского комплекса массой 60 тонн и возвращение на Землю жилого блока массой 60 тонн. Баллистическая оптимизация экспедиции проводилась при следующих начальных значениях проектных параметров: тяга $P = 450$ Н, скорость истечения рабочего тела $c = 70$ км/с, что соответствует массе конструкции КА $M_{\text{кон}} = 130$ тонн. Как уже отмечалось, пилотируемые миссии должны подчиняться ограничениям, связанным с безопасностью экипажа:

- длительность миссии не должна превышать 2 года ($T_{\text{пред}} = 730$ сут.);

- из-за температурных и радиационных ограничений КА на траектории движения не должен приближаться к Солнцу ближе, чем на $r_{\text{пред}} = 0.723$ а.е. (средний радиус орбиты Венеры).

В рамках описанной процедуры оптимизации замкнутых межпланетных миссий (раздел 6.2.1) эти ограничения учитываются.

На рисунках 6.9, 6.10 представлены результаты оптимизации баллистической схемы экспедиции Земля - Марс - Земля длительностью 730 суток. Все расчёты велись для круговых орбит планет. На рисунке 6.8 представлены изолинии стартовой массы КА на поле баллистических параметров:

- положение планет на дату старта миссии $\Delta\varphi(D_0)$;
- отношение длительности прямого гелиоцентрического перелёта к длительности миссии τ_1 .

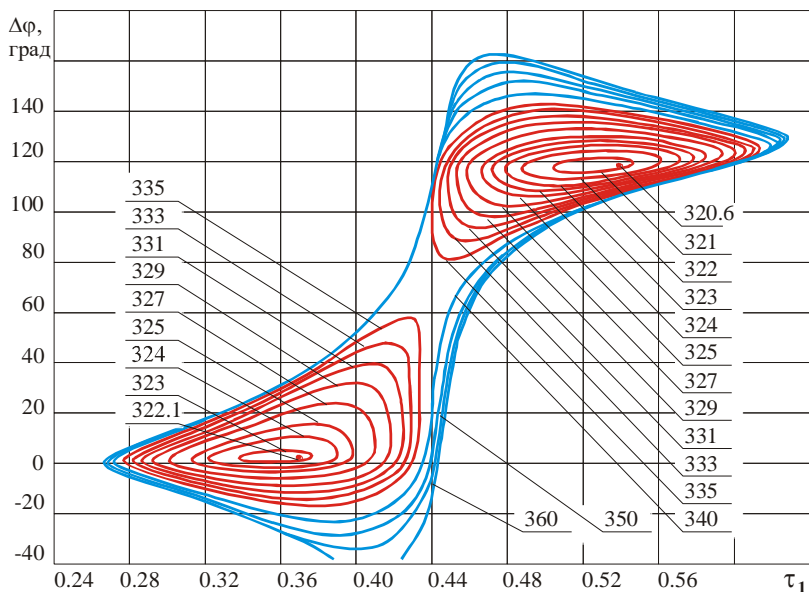


Рисунок 6.9 - Изолинии стартовой массы пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля длительностью 730 сут. на поле баллистических параметров миссии

На этом рисунке показаны результаты для всех миссий, в том числе и для миссий, не удовлетворяющих ограничению на минимальное гелиоцентрическое расстояние.

На рисунке 6.10 показаны зависимости стартовой массы КА от стартового положения планет даты старта при оптимальном соотношении длительностей участков для экспедиций с различной длительностью. Каждой точке графиков, показанных на рисунке 6.10, соответствует своя баллистическая схема миссии со своим минимальным расстоянием от аппарата до Солнца на прямом и обратном перелётах. Левый локальный минимум на зависимости $M_0(\Delta\varphi)$ соответствует схеме экспедиции с монотонным обратным перелётом, правый – монотонному прямому перелёту. Жирными линиями выделена область, где выполняется ограничение на минимальный гелиоцентрический радиус пе-

релёта. Левая граница области выполнения ограничения на $r_{\text{ПРЕД}}$ соответствует равенству $r_{\text{min}} = r_{\text{ПРЕД}}$ на прямом гелиоцентрическом перелёте, правая граница соответствует выходу на ограничение на обратном перелёте.

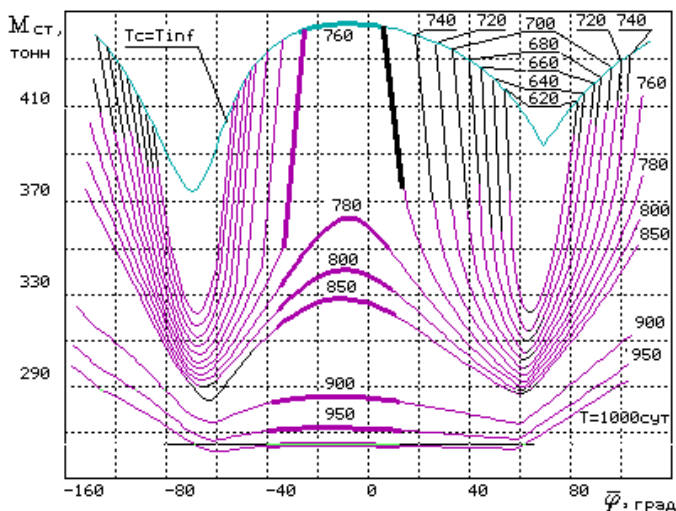


Рисунок 6.10 - Зависимость стартовой массы КА от стартового положения планет при оптимальном соотношении длительностей участков τ_1 , для пилотируемых миссий Земля – Марс – Земля

Результаты расчётов показывают, что с учётом выполнения ограничения на минимальное расстояние от аппарата до Солнца, оптимальная дата старта соответствует такому перелёту Земля – Марс, траектория которого касается $r_{\text{ПРЕД}}$, то есть оптимальная баллистическая схема лежит на левой границе области выполнения ограничений (рисунок 6.11). Этот факт объясняется тем, что энергетически выгоднее истратить необходимое рабочее тело на прямом перелёте, так как дополнительное рабочее тело на обратном перелёте требует ещё и расхода на его доставку.



Рисунок 6.11 - Оптимальная баллистическая схема пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля с учётом ограничения на минимальное расстояние от КА до Солнца. Рассчитано для эллиптических некомпланарных орбит планет

В таблице 6.3 представлены результаты синтеза оптимальных баллистических схем миссии для этих же проектных параметров КА, полученные по аппроксимационным моделям (6.1) – (6.7) для круговых компланарных планет и с использованием решений вариационных задач об оптимальных гелиоцентрических перелётах.

Таблица 6.3 - Результаты синтеза оптимальных баллистических схем миссии

T , сут.	M_0 , тонн	r_{\min} , а.е.		τ_1	$\Delta\varphi$, град
		прямой	обратный		
Рассчитано по аппроксимационным моделям					
771,0	371,0	0,723	0,730	0,456	158,9
Рассчитано с использованием решений вариационных задач об оптимальных гелиоцентрических перелётах					
770,0	361,8	0,723	0,729	0,456	158,6
780,0	349,0	0,723	0,736	0,460	160,1
800,0	340,1	0,723	0,752	0,467	165,6
820,0	338,7	0,723	0,772	0,478	178,4

Используя аналитические зависимости и описанную выше итерационную процедуру оптимизации миссии, были построены изолинии стартовой массы КА на поле проектных параметров ап-

парата $\mathbf{p} = (P_0, c)^T$ для фиксированной длительности экспедиции 770 сут., баллистические параметры траектории оптимальны для каждого значения проектных параметров (рисунок 6.12). Оптимальные проектные параметры аппарата, для этой экспедиции равны: $P_{0opt} = 310$ Н, $c_{opt} = 109$ км/с, при этом масса конструкции КА составила 129,9 тонн, а стартовая масса комплекса составила 320,6 тонн.

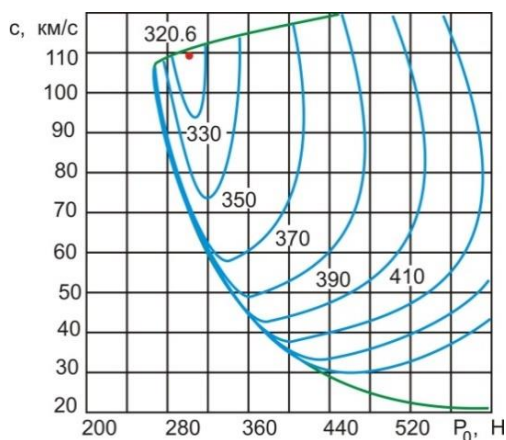


Рисунок 6.12 - Изолинии стартовой массы пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля на поле проектных параметров

К сожалению, современные электроракетные двигательные установки не обеспечивают такой высокой скорости истечения рабочего тела, в дальнейших расчётах принята максимально-возможная скорость истечения 70 км/с. На рисунке 6.13 показана зависимость стартовой массы аппарата от скорости истечения рабочего тела, при прочих оптимальных параметрах, для различной длительности экспедиции. Можно отметить, что при увеличении требуемой длительности экспедиции оптимальная скорость истечения рабочего тела увеличивается, а оптимальная номинальная тяга двигателей уменьшается.

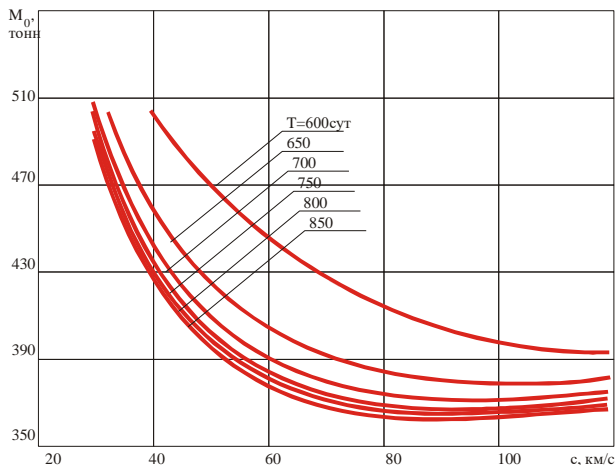


Рисунок 6.13 - Зависимости стартовой массы миссии Земля – Марс – Земля от скорости истечения рабочего тела (остальные параметры оптимальны)

В таблице 6.4 представлены основные проектно-баллистические характеристики экспедиции Земля – Марс – Земля, длительностью 770 суток, полученные для оптимальных проектных параметров (с учётом реальных возможностей современных ЭРДУ), а в таблице 6.5 для перелётов с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит планет. Спуск КА и работа на поверхности Марса во время торможения.

Таблица 6.4 - Основные проектно-баллистические характеристики миссии Земля - Марс - Земля, оптимальные для круговых компланарных орбит планет

i	Манёвр	T_i , сут.	φ_i , град	$M(T_{i-1})$, тонн	$M(T_i)$, тонн	M_{PT_i} , тонн
1	Набор скорости у Земли	61,73	61,04	361,79	327,50	34,29
2	Перелёт Земля – Марс	339,98	334,56	327,50	269,76	57,74
3	Торможение у Марса	36,35	19,04	269,76	261,07	8,69
4	Ожидание у Марса	0,00	0,00	261,07	261,07	60,00
5	Набор скорости у Марса	11,30	5,92	201,07	186,50	14,57
6	Перелёт Марс – Земля	299,01	317,58	186,50	142,01	44,49
7	Торможение у Земли	21,63	21,31	142,01	129,91	12,10
8	Суммарные параметры	770,0	761,57	361,79	129,91	231,88

Таблица 6.5 - Основные проектно-баллистические характеристики пилотируемой миссии Земля – Марс – Земля, для оптимальных проектных параметров КА в рамках модели М 4.5 с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит планет

Наименование манёвра	Дата		Т, сут.	Масса КА, тонн			Примечания
	старт	финиш		старт	финиш	расход	
Манёвр выхода из сферы дейс. Земли	13.07.2027	06.09.2027	55,6	309,7	276,4	33,3	Высота стартовой орбиты 500 км, $i = 51,6$ град
Гелиоцентрич. перелёт Земля - Марс	06.09.2027	22.08.2028	350,8	276,4	251,2	25,2	Орбиты планет эллиптические и некомпланарные
Торможение КА и формирование ареоцентр. орбиты	22.08.2028	18.09.2028	27,9	251,2	243,1	8,1	Высота финишной околокруговой орбиты 5000 км, $i = 23,4$ град
Ожидание на ареоцентрич. орбите. Работа на поверхности Марса во время манёвра торможения.	18.09.2028	21.09.2028	3	243,1	183,1	60,0	Работа на повер. Марса, 60 тонн - масса иссл. КА
Манёвр выхода из сферы действия Марса	21.09.2028	02.10.2028	11,1	183,1	172,1	11,0	Высота стартовой орбиты 5000 км, $i = 23,4$ град
Гелиоцентрич. перелёт Марс - Земля	02.10.2028	02.07.2029	299,2	172,1	142,3	29,8	Орбиты планет эллиптические и некомпланарные
Торможение КА в сфере действия Земли	02.07.2029	24.07.2029	21,7	142,3	129,9	12,4	Высота финишной околокруговой орбиты 500 км
Суммарные характеристики	13.07.2027	24.07.2029	770	309,7	129,9	179,8	119,8 – рабочее тело, 60 – исследоват. КА

Использование аппроксимационных зависимостей и описанной методики оптимизации гелиоцентрических участков перелёта, с учётом ограничений, позволило создать устойчивый алгоритм решения динамической части оптимизации миссии.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гродзовский, Г.Л. Механика космического полета. Проблемы оптимизации / Г.Л. Гродзовский, Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев. – М.: Наука, 1975.
2. Гаррисон, П. Перспективные двигательные установки для будущих космических летательных аппаратов / П. Гаррисон // *Аэрокосмическая техника*. – 1983. – №9. – С. 84-90.
3. Джоунс, Р. Сравнение перспективных электрореактивных систем для межорбитальных перелетов / Р. Джоунс // *Аэрокосмическая техника*. – 1985. – №1. – С. 96-106.
4. Сердюк, В.К. Межорбитальные транспортные аппараты / В.К. Сердюк, Н.В. Толяренко; под ред. М.С. Константинова // *Итоги науки и техники. Ракетостроение и космическая техника*. – М.: ВИНТИ, 1985. – Т.9. – 228 с.
5. Константинов, М.С. Методы математического программирования в проектировании летательных аппаратов / М.С. Константинов. – М.: Машиностроение, 1975. – 164 с.
6. Лебедев, В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой / В.Н. Лебедев. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с.
7. Акуленко, Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления / Л.Д. Акуленко. – М.: Наука, 1987. – 368 с.
8. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.]. – М.: Наука, 1976. – 392 с.
9. Trajectory option / S.L. Miller, D.F. Bender, D.S. Stetson, M.R. Myers // *AIAA pap.* – 1987. – №641. – 12 p.
10. Гришин, С.Д. Электрические ракетные двигатели космических аппаратов / С.Д. Гришин, Л.В. Лесков. – М.: Машиностроение, 1989. – 216 с.

11. Грилихес, В.А. Солнечная энергия и космические полеты / В.А. Грилихес, П.П. Орлов, Л.Б. Попов. – М.: Наука, 1984. – 215 с.

12. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги (1-я и 2-я часть). В.В. Салмин, В.В. Васильев, С.А. Ишков, В.А. Романенко, О.Л. Старинова, В.О. Соколов, В.В. Юрин // Вестник СГАУ. – Самара: СГАУ, 2007. – №1, 2.

13. Старинова, О.Л. Расчёт межпланетных перелётов космических аппаратов с малой тягой / О.Л. Старинова. – Изд. 2-е. – М.: ЛЕНАНД, 2020. – 200 с.

14. Охоцимский, Д.Е. Основы механики космического полета / Д.Е. Охоцимский, Ю.Г. Сихарулидзе. – М.: Наука, 1990. – 448 с.

15. Ишков, С.А. Модели и методы решения задач оптимизации околоземных маневров космических аппаратов с двигателями малой тяги: дис. ... доктора технических наук: 05.07.09: защищена 11.12.1998: утв. 28.05.1999 / Ишков Сергей Алексеевич. – Самара, 1998. – 249 с.

16. <https://www.samspace.ru/> – официальный сайт РКЦ «Прогресс».

17. Выбор основных проектных характеристик и конструктивного облика межорбитальных транспортных аппаратов с электрореактивными двигательными установками с использованием системы Solid Works: учебное пособие / В.В. Салмин, С.А. Ишков, О.Л. Старинова; Федеральное агентство по образованию, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский гос. аэрокосмический ун-т им. акад. С. П. Королева». – Самара, 2006. – 78 с.

Учебное издание

*Ишков Сергей Алексеевич
Старинова Ольга Леонардовна*

**ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ОКОЛОЗЕМНЫХ И МЕЖПЛАНЕТНЫХ
ТРАНСПОРТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ
МАЛОЙ ТЯГИ**

Учебное пособие

Редакционно-издательская обработка
издательства Самарского университета

Подписано в печать 27.12.2024. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 6,0.

Тираж 120 экз. (1-й з-д 1–27). Заказ . Арт. – 33(Р2УП)/2024.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК