

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

А.П. МАРТЫНЕНКО

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национально-исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика

САМАРА
Издательство Самарского университета
2020

УДК 539.18(075)

ББК 22.38я7

М294

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. Р. Н. Ф а у с т о в,
д-р физ.-мат. наук, проф. И. П. З а в е р ш и н с к и й

Мартыненко, Алексей Петрович

М294 **Физика атомного ядра и элементарных частиц:** учебное пособие /
А.П. Мартыненко. – Самара: Издательство Самарского университета, 2020. – 212 с.

ISBN 978-5-7883-1520-1

Учебное пособие содержит теоретический материал по теме каждого семинарского занятия, разобранные задачи и около 150 задач для самостоятельного решения по основным разделам физики атомного ядра и элементарных частиц. Справочный материал включен в виде приложений.

Предназначено для обучающихся по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

УДК 539.18(075)

ББК 22.38я7

ISBN 978-5-7883-1520-1

© Самарский университет, 2020

Учебное издание

Мартыненко Алексей Петрович

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Учебное пособие

Редактор *А.С. Никитина*

Компьютерная верстка *А.С. Никитиной*

Подписано в печать 27.07.2020. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 13,25.

Тираж 120 экз. (1-й з-д 1–25). Заказ .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.

443086, Самара, Московское шоссе, 34.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	6
1. Ядерные модели. Капельная модель ядра. Модель ферми-газа	9
1.1. Основные характеристики ядра. Капельная модель ядра. Модель ферми-газа. Краткая теория	9
1.2. Примеры решения задач	33
1.3. Задачи для самостоятельного решения	37
1.4. Биографическое примечание	40
2. Ядерные модели. Оболочечная модель ядра	42
2.1. Экспериментальные и теоретические основания оболочечной модели ядра. Оболочечная модель ядра. Краткая теория	42
2.2. Примеры решения задач	59
2.3. Задачи для самостоятельного решения	61
2.4. Биографическое примечание	62
3. Радиоактивность. Законы радиоактивного распада	64
3.1. Законы радиоактивного распада. Краткая теория	64
3.2. Примеры решения задач	69
3.3. Задачи для самостоятельного решения	71
3.4. Биографическое примечание	73
4. Альфа- и бета-распады	75
4.1. Закономерности альфа- и бета-распадов. Краткая теория .	75
4.2. Примеры решения задач	90
4.3. Задачи для самостоятельного решения	93
4.4. Биографическое примечание	96
5. Гамма-излучение ядер. Внутренняя конверсия. Эффект Мессбауэра	96
5.1. Гамма-излучение ядер. Внутренняя конверсия. Эффект Мессбауэра. Краткая теория	96
5.2. Примеры решения задач	106
5.3. Задачи для самостоятельного решения	108
5.4. Биографическое примечание	111

6. Ядерные реакции	111
6.1. Ядерные реакции. Краткая теория	111
6.2. Примеры решения задач	116
6.3. Задачи для самостоятельного решения	119
6.4. Биографическое примечание	120
7. Элементарные частицы	121
7.1. Свойства элементарных частиц. Краткая теория	121
7.2. Примеры решения задач	132
7.3. Задачи для самостоятельного решения	136
7.4. Биографическое примечание	138
8. Принципы симметрии в физике атомного ядра и элементарных частиц	139
8.1. Принципы симметрии в физике атомного ядра и элементарных частиц. Краткая теория	139
8.2. Примеры решения задач	147
8.3. Задачи для самостоятельного решения	149
8.4. Биографическое примечание	150
9. Деление и синтез ядер	152
9.1. Деление ядер, цепная реакция. Термоядерные реакции. Краткая теория	152
9.2. Примеры решения задач	159
9.3. Задачи для самостоятельного решения	163
9.4. Биографическое примечание	164
10. Взаимодействие излучения с веществом	166
10.1. Прохождение заряженных частиц и γ -излучения через вещество. Дозиметрия излучений. Краткая теория	166
10.2. Примеры решения задач	181
10.3. Задачи для самостоятельного решения	183
10.4. Биографическое примечание	185
11. Ответы и указания к решениям	186
12. Библиографический список	194

13. Приложения	197
13.1. Таблица 2. Свойства изотопов	197
13.2. Таблица 3. Основные физические постоянные	203
13.3. Таблица 4. Рекомендованные значения энергетических эк- вивалентов	205
13.4. Таблица 5. Аддитивные законы сохранения	206
13.5. Таблица 6. Мультипликативные законы сохранения	207
13.6. Таблица 7. Характеристики кварков	207
13.7. Таблица 8. Лептоны	208
13.8. Таблица 9. Мезоны	208
13.9. Таблица 10. Барионы	209
13.10. Таблица 11. Некоторые единицы в СИ и СГС	209
13.11. Примерный перечень вопросов к экзамену	210

ПРЕДИСЛОВИЕ

Шестая заключительная часть университетского курса общей физики «Физика атомного ядра и элементарных частиц» посвящена изучению квантовых представлений о строении материи и электромагнитного поля, атомных ядер и элементарных частиц. Этот курс занимает особое место в изучении физических законов микромира, поскольку призван закрепить формирование у обучающихся квантовых представлений о мире, познакомить студентов с основными явлениями в мире фундаментальных взаимодействий и частиц, без которых образование студентов как физиков было бы неполным. Учебное пособие посвящено описанию основных характеристик атомных ядер, процессов их превращения в ядерных реакциях и радиоактивных распадах, содержит формулировку основных ядерных моделей. Особое внимание уделено обсуждению законов сохранения в процессах взаимодействия элементарных частиц.

Цель дисциплины

Курс «Физика атомного ядра и элементарных частиц» нацелен на получение базовых знаний по обширному кругу вопросов: строение атомного ядра, явление радиоактивности, ядерные модели и ядерные реакции, свойства элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий. В рамках данного курса студенты должны научиться применять методы квантовой механики для решения разнообразных физических задач, связанных с описанием ядер и ядерных реакций, взаимодействий элементарных частиц на соответствующем специальности уровне. Отметим, что хорошие знания по этому предмету необходимы студентам старших курсов для успешного изучения других разделов теоретической физики.

Задачи дисциплины:

1. Раскрыть роль фундаментальных принципов и методов квантовой теории в ядерной физике и физике элементарных частиц.
2. Научить использовать современный аппарат квантовой механики для решения конкретных задач.
3. Рассмотреть основные проблемы ядерной физики, физики элементарных частиц.
4. Сформировать у студентов знания и навыки, позволяющие самостоятельно решать задачи по широкому кругу проблем ядерной физики.



Рис. 1. Участники VII Сольвеевского конгресса 1933 года «Структура и свойства атомного ядра». Сидят (слева направо): Эрвин Шрёдингер, Ирен Жолио-Кюри, Нильс Бор, Абрам Фёдорович Иоффе, Мария Кюри, Поль Ланжевен, Оуэн Ричардсон, Эрнест Резерфорд, Теофил де Донде, Морис де Бройль, Луи де Бройль, Лиза Мейтнер, Джеймс Чедвик. Стоят (слева направо): Эмиль Анрио, Франсис Перрен, Фредерик Жолио-Кюри, Вернер Гейзенберг, Хендрик Антони Крамерс, Эрнст Штаэль, Энрико Ферми, Эрнест Уолтон, Поль Дирак, Петер Дебай, Невилл Франсис Мотт, Брас Кабрера, Георгий Антонович Гамов, Вальтер Боте, Патрик Мейнард, Стюарт Блэккетт, М.С. Розенблюм, Жак Эррера, Эдмонд Бауэр, Вольфганг Паули, Жюль Эмиль Вершафельт, Макс Козинс, Эдуард Герцен, Джон Кокрофт, Чарльз Эллис, Рудольф Пайерлс, Огюст Пикар, Эрнест Лоуренс, Леон Розенфельд. На фотографии нет участников конференции Альберта Эйнштейна и Чарльза Гуи

При изучении «Физики атомного ядра и элементарных частиц» возникают объективные трудности. Они связаны, с одной стороны с тем, что область физики ядра и элементарных частиц необычайно широка, но на ее изучение выделяется недостаточное количество часов. С другой стороны, учебник по физике атомного ядра и элементарных частиц должен вместить накопленные в этой области знания и изложить их в определенной исторической последовательности. Данное учебное пособие нацелено на то, чтобы помочь студенту усвоить основной материал по данной дисциплине.

Оно отличается от других пособий тем, что в нем представлен как теоретический материал для изучения основных разделов физики атомного ядра и элементарных частиц, так и цикл семинарских занятий. Важнейшая роль в глубоком усвоении фундаментальных разделов ядерной физики и физики элементарных частиц отводится семинарским занятиям. Числа в физике играют важнейшую роль. Способность вычислять наблюдаемые на эксперименте величины, делать предсказания для различных фундаментальных характеристик физических процессов является отличительной особенностью физики. В данном пособии собраны около 150 задач по основным разделам курса физики атомного ядра и элементарных частиц. Каждое семинарское занятие содержит краткое изложение теории, несколько разобранных задач, с которыми необходимо ознакомиться перед началом самостоятельной работы, задачи для самостоятельного решения. В течение курса запланированы 2 контрольные работы по пройденному материалу. Контроль за решением задач предусматривает также отчет студентов по домашним задачам на каждом семинарском занятии. При подготовке настоящего пособия использовался материал из хорошо известных задачников, список которых представлен в приложении, а также ряд материалов с интернет-сайтов.

На фотографии (рис. 1) мы видим участников VII Сольвеевского конгресса 1933 года, сыгравшего огромную роль в развитии идей ядерной физики. Эксперименты Кокрофта и Уолтона по получению быстрых частиц бомбардировкой ядер лития протонами впервые дали прямое подтверждение эйнштейновской формулы для общего соотношения между энергией и массой. Резерфорд и Олифант только что получили данные о бомбардировке лития протонами и дейтронами и доказали существование неизвестных до того времени изотопов водорода и гелия с атомными массами 3. Чедвик открыл нейтрон. Фредерик Жолио и Ирен Кюри открыли искусственную радиоактивность.

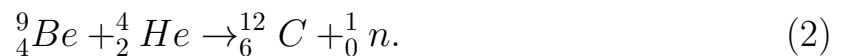
1. ЯДЕРНЫЕ МОДЕЛИ. КАПЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА. МОДЕЛЬ ФЕРМИ-ГАЗА

1.1. Основные характеристики ядра. Капельная модель ядра. Модель ферми-газа. Краткая теория

Существование атомных ядер было открыто Э. Резерфордом в 1911 году в результате анализа опытов по рассеянию α -частиц тонкими металлическими фольгами. В состав атомного ядра входят протоны и нейтроны. Протон был открыт в 1919 году в ядерной реакции следующего вида:



Схема использованной установки представлена на рис. 6 (см. стр. 12). В 1930–1932 гг. немецкие физики В. Боте и Г. Беккер сообщили о проникающем излучении, появляющемся при бомбардировке альфа-частицами различных ядер легких элементов. Особенно значительный эффект получался при бомбардировке бериллия:



Странность обнаруженного излучения заключалась в том, что это излучение без труда проникало даже сквозь толстые свинцовые экраны. Новое излучение, таящее в себе загадку, получило название – «бериллиевое». Молодые физики Фредерик и Ирен Жолио-Кюри в 1931 году повторяют опыты Боте и Беккера. Действительно, бериллиевое излучение проходит сквозь экраны в добрый десяток сантиметров свинца. Они заменили свинец на парафин и целлофан. Из парафина и целлофана полетели? Протоны! Такого еще не было. Гамма-лучи могли вышибать электроны из атомов, но протонов из ядер они пока что не вырывали. Какое-то новое, необычное свойство гамма-лучей. Супруги Жолио-Кюри так и сообщили о результатах своих опытов 18 января 1932 года на заседании Парижской академии наук. В феврале 1932 года ученик Э. Резерфорда Дж. Чедвик показал, что это излучение состоит из нейтральных частиц с массой, близкой к массе протона. Эти частицы были названы нейтронами. Открытие нейтрона стимулировало появление фундаментальных направлений науки, таких как физика атомного ядра, физика элементарных частиц. Впоследствии самостоятельной областью физики стала нейтронная физика. За открытие нейтрона Дж. Чедвик был удостоен Нобелевской премии в 1935 году. Вскоре

после открытия Дж. Чедвика Д.Д. Иваненко, Е.Н. Гапон и В. Гейзенберг высказали предположение о том, что ядро атома состоит из протонов и нейтронов, которые удерживаются внутри ядра ядерными силами.

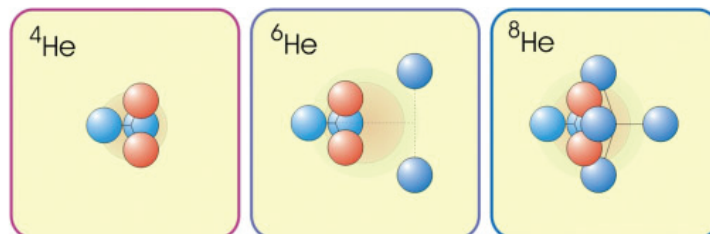


Рис. 2. Изотопы ядер гелия

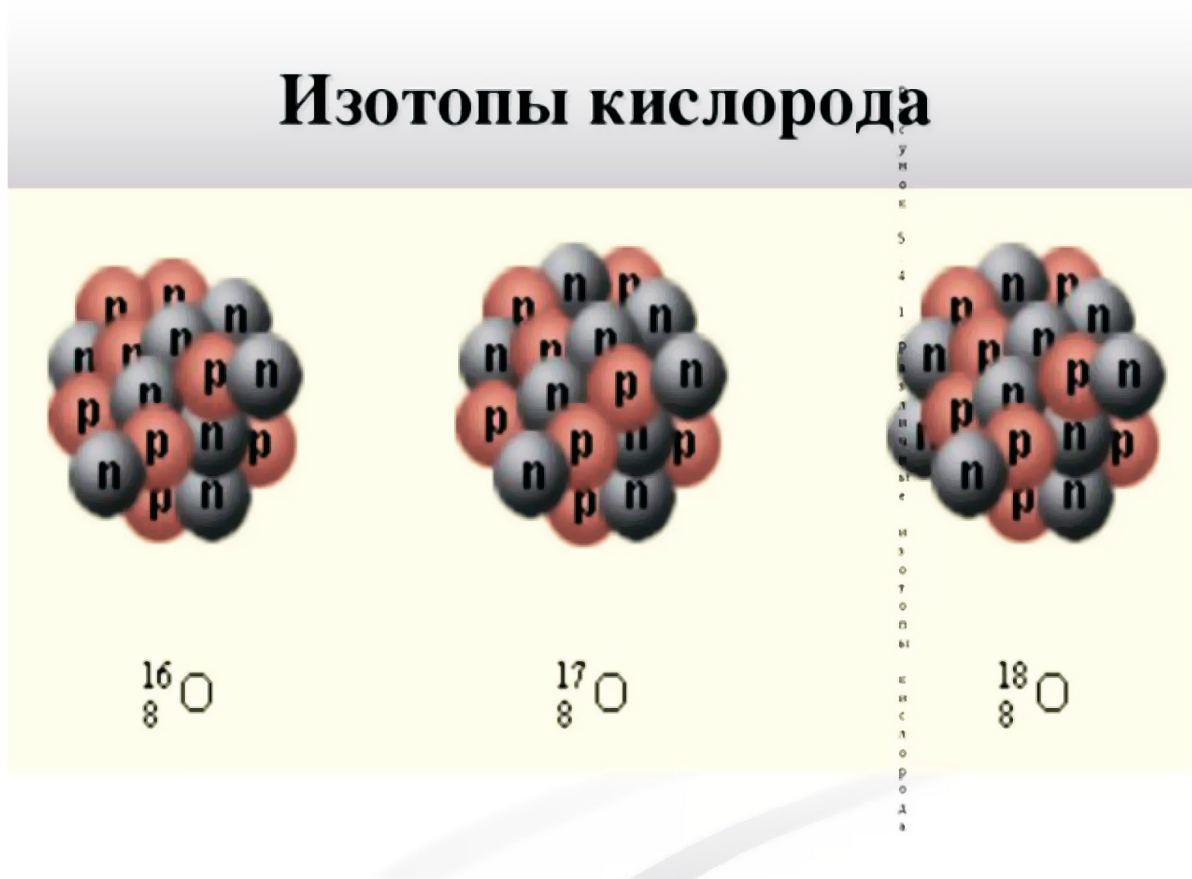


Рис. 3. Изотопы ядер кислорода

Общее число нуклонов в ядре (протонов и нейтронов) называется массовым числом A , число протонов в ядре обозначается через Z , число нейтронов – $N = A - Z$. Изотопы – ядра с одинаковым числом протонов (рис. 2–3). Изотоны – ядра с одинаковым числом нейтронов. Изобары – ядра с одинаковым числом нуклонов (рис. 4).

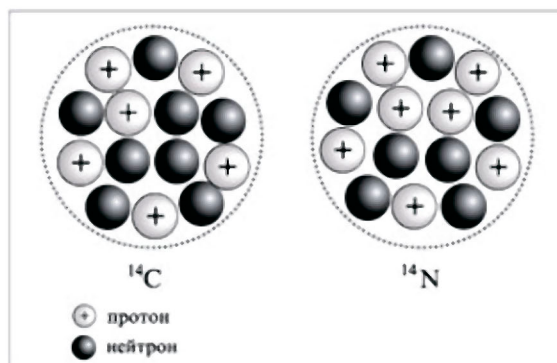


Рис. 4. Изобары ядер углерода и азота

Основными характеристиками стабильных и радиоактивных ядер являются: массовое число A , электрический заряд Z , масса ядра $M(A, Z)$, энергия связи ΔW , радиус ядра R , спин ядра I , магнитный момент μ , квадрупольный электрический момент Q , изотопический спин T , четность волновой функции. Радиоактивные ядра дополнительно характеризуются типом радиоактивного превращения, периодом полураспада $T_{1/2}$, энергией испускаемых частиц. Атомное ядро может находиться в различных энергетических состояниях. Основное состояние – это состояние с наименьшей энергией, остальные состояния называются возбужденными. При переходе ядра из возбужденного состояния в основное испускаются γ -кванты.

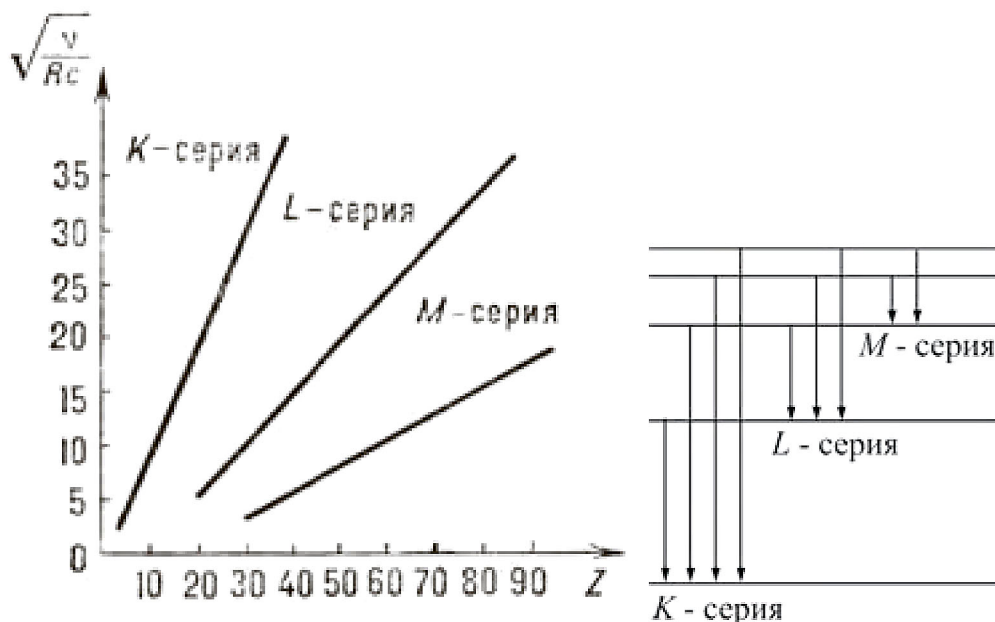


Рис. 5. На графике Мозли показана зависимость $\sqrt{\nu}$ от Z , представляющая собой ряд прямых (K-, L-, M- и т. д. серии, соответствующие $n = 1, 2, 3, \dots$), R – постоянная Ридберга

Заряд ядра Z определяет химические свойства всех элементов, всех изотопов данного элемента. Наиболее точно заряд ядер был измерен в 1913 году Г. Мозли. Ознакомившись с источниками рентгеновских лучей, он исследовал их энергию, используя в качестве анодов (антикатодов) все 73 химических элемента, известных к тому времени. Он измерял частоты ν линий К- и L-серий испускаемого различными химическими элементами характеристического рентгеновского излучения. В законе Мозли:

$$\sqrt{\nu} = a \cdot Z - b \quad (3)$$

постоянные a , b для данной серии не зависят от элемента. С помощью закона Мозли были правильно размещены элементы от ${}_{20}\text{Ca}$ до ${}_{40}\text{Zn}$ (рис. 5).

Заряды ядер определялись также в опытах по рассеянию α -частиц различными металлическими фольгами (опыт Резерфорда).

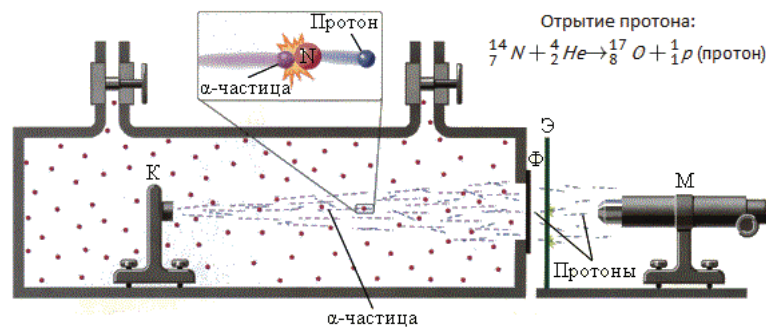


Рис. 6. Схема установки, которая использовалась Э. Резерфордом для изучения ядер отдачи, возникающих при бомбардировке различных ядер альфа-частицами

Подчеркнем, что во всех физических процессах, реакциях выполняется закон сохранения электрического заряда:

$$\sum q_{\text{нач.}} = \sum q_{\text{кон.}} \quad (4)$$

Возможность нарушения закона сохранения электрического заряда исследовалась экспериментально. Например, одна из возможностей – посмотреть, не распадается ли сам электрон на нейтрино и фотон в реакции:

$$e \rightarrow \nu + \gamma. \quad (5)$$

Если бы электрон, связанный в атоме распался, то образовалась бы дырка в атомной оболочке. Эта дырка сразу же заполнилась бы электроном, перескочившим из более высокого энергетического состояния. Одновременно был бы испущен рентгеновский квант излучения. Опыт по поиску распада (5) был поставлен в шахте на глубине $h = 400$ м со сцинтиллятором NaI , который должен был регистрировать рентгеновский квант йода

с энергией 33,2 кэВ. В действительности такого рентгеновского излучения не наблюдалось. Из опыта была получена оценка на время жизни электрона $\tau_e > 5 \cdot 10^{26}$ лет (время жизни Вселенной оценивается в настоящее время в 14 млрд лет = $1,4 \cdot 10^{10}$ лет). Процесс распада электрона должен был бы быть связан с гипотетическим взаимодействием. Закон сохранения электрического заряда позволяет находить заряд одного из ядер по балансу заряда в различных ядерных реакциях.

Одной из важнейших характеристик ядра является его масса $M(A, Z)$. Для определения точных значений масс ядер используют разные методы. Среди них можно выделить масс-спектрометрию, энергетический анализ ядерных реакций, баланс α -распада, баланс β -распада, микроволновую радиоспектроскопию.

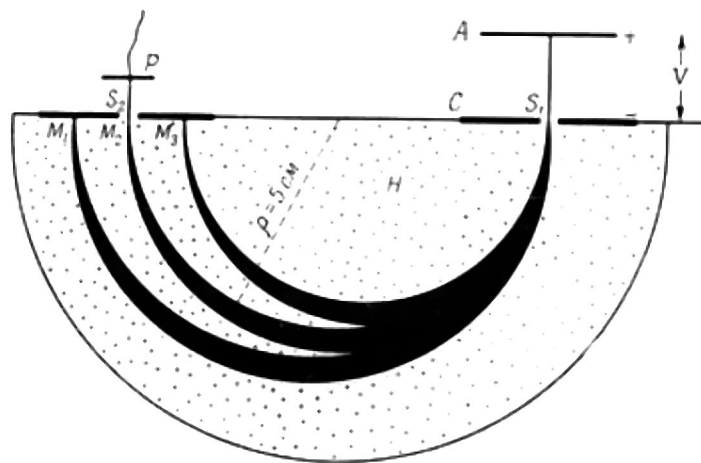


Рис. 7. Схема масс-спектрометра Астона

Первые масс-спектрометры – приборы для определения масс ядер были построены в 1917–1919 гг. Астоном и Демпстером. Их действие основано на фокусирующих свойствах электромагнитного поля (рис. 7). Проходя разность потенциалов V , ионы ускорялись до определенной энергии

$$T = qV = \frac{Mv^2}{2}, \quad (6)$$

где v – скорость, с которой ядро влетает в магнитное поле H , перпендикулярное рисунку. В магнитном поле ионы движутся по окружности определенного радиуса r :

$$M \frac{v^2}{r} = \frac{q}{c} v H. \quad (7)$$

Из уравнений (6), (7) можно выразить массу ядра через ряд величин, которые достаточно точно определяются в эксперименте:

$$M = \frac{qH^2 r^2}{2Vc^2}. \quad (8)$$

Изменяя напряженности магнитного поля H , можно добиться, чтобы радиусы орбит совпадали с радиусом камеры, в которой движутся ионы. Тогда ионы будут попадать на экран и давать импульс тока. При помощи масс-спектрометров были исследованы элементы периодической системы и найдены несколько изотопов для всех элементов.

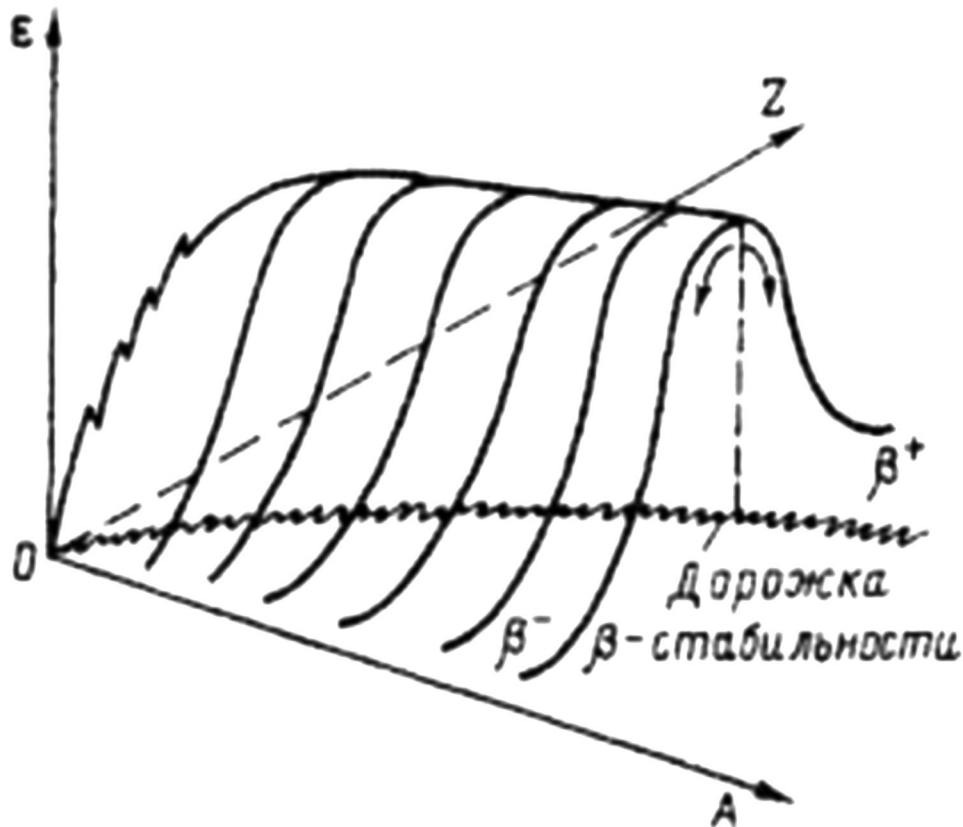


Рис. 8. Зависимость удельной энергии связи от A и Z

Другой важнейшей характеристикой ядра является энергия связи нуклонов $\Delta W(A, Z)$. Энергия связи представляет собой ту энергию, которую нужно сообщить ядру, чтобы его разделить на свободные составляющие нуклоны:

$$M(A, Z)c^2 = Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 - \Delta W. \quad (9)$$

Приведем численные значения энергий связи некоторых ядер: $\Delta W({}_2^4\text{He}) = 28$ МэВ, $\Delta W({}_6^{12}\text{C}) = 92$ МэВ, $\Delta W({}_8^{16}\text{O}) = 128$ МэВ, $\Delta W({}_{16}^{32}\text{S}) = 272$ МэВ. Энергия связи, приходящаяся на один нуклон в ядре, называется удельной энергией связи: $\varepsilon(A, Z) = \Delta W/A$. Теоретическое описание энергий связи ядра является одной из важнейших задач ядерной физики. Поверхность $\varepsilon(A, Z)$ представляет собой изогнутый хребет (рис. 8). При этом на плоскости (A, Z) или (N, Z) можно выделить дорожку стабильности, которую образуют устойчивые ядра (рис. 8–9).

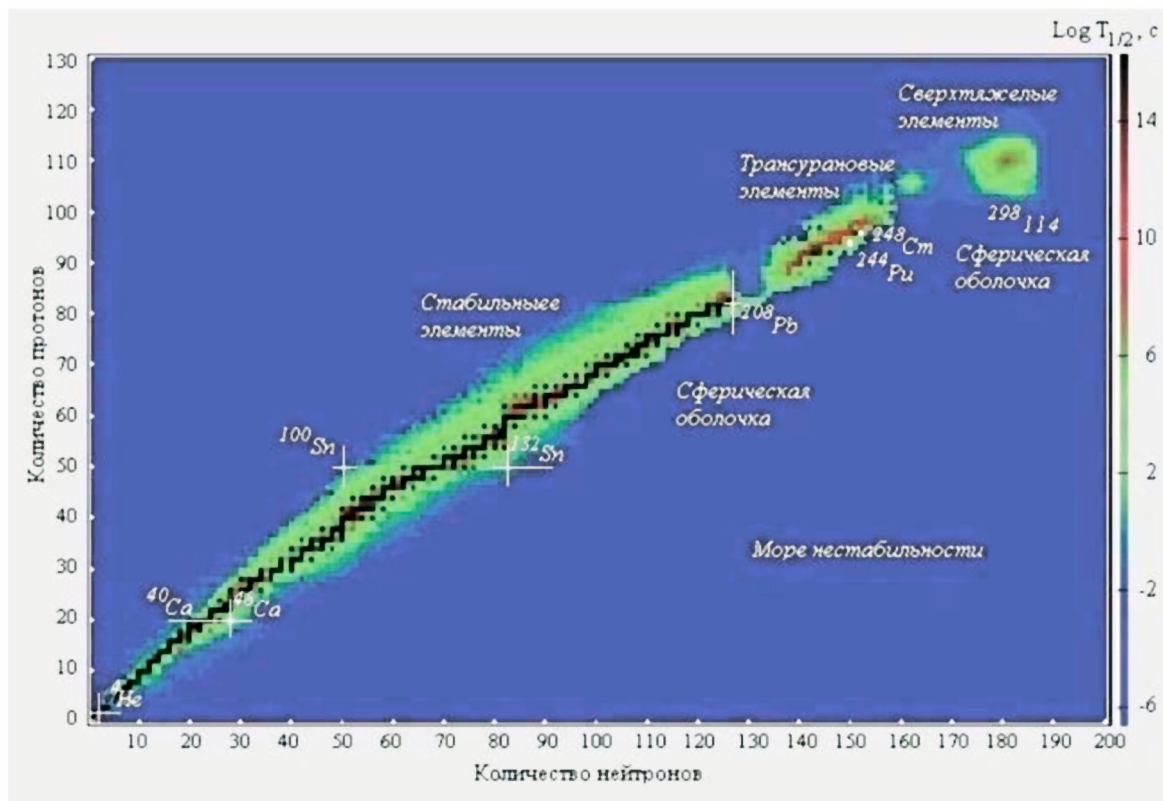


Рис. 9. Дорожка стабильности ядер

Более точное представление о структуре поверхности $\varepsilon(A, Z)$ можно получить, рассекая эту поверхность плоскостями $A = \text{const}$, $Z = \text{const}$. Кроме того, важное значение имеет сечение $\varepsilon(A, Z)$ цилиндрической поверхностью, проходящей через гребень и развернутой на плоскость $\varepsilon(A)$, A (рис. 10).

Анализируя экспериментальные данные по удельной энергии ядер, можно сделать ряд важных заключений о свойствах ядер и ядерных сил:

1. Поскольку $\Delta W > 0$, ядерные силы имеют характер притяжения, которое компенсирует кулоновское расталкивание протонов.

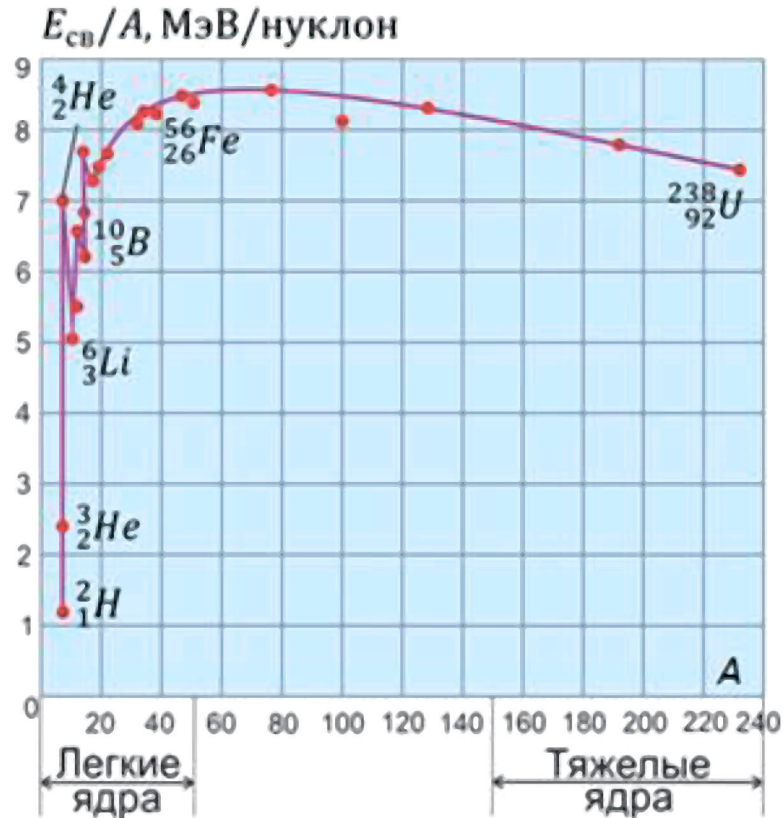


Рис. 10. Зависимость удельной энергии связи от массового числа

2. Среднее значение удельной энергии связи $\bar{\varepsilon} = 8$ МэВ достаточно велико. Оно свидетельствует о большой интенсивности ядерного взаимодействия. Его можно сравнить с кулоновской энергией взаимодействия двух протонов. Например, для ядра ${}^4_2\text{He}$ имеем:

$$V_{coul} = \frac{e^2}{\delta} = \frac{(4,8 \cdot 10^{-10})^2 \text{ СГСЭ}_q^2}{2 \cdot 10^{-13} \text{ см}} \cdot 6,24 \cdot 10^5 = 0,7 \text{ МэВ.} \quad (10)$$

3. С хорошей точностью $\Delta W \sim A$. В этой связи говорят, что ядерные силы имеют свойство насыщения. Каждый нуклон взаимодействует только с ограниченным числом окружающих его нуклонов. Если бы каждый нуклон взаимодействовал со всеми остальными нуклонами, то энергия связи нуклонов $\Delta W \sim A(A - 1) \sim A^2$. Ядерное взаимодействие имеет короткодействующий характер.

4. Ядерные силы зависят от спина. Это следует, например, из того экспериментального факта, что связанное состояние протона и нейтрона имеет спин 1. Но состояния со спином 0 не наблюдается.

5. Энергия связи нуклонов $\Delta W \ll M(A, Z)$, поэтому с хорошей точностью масса ядра $M(A, Z)c^2 = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta W \approx A \cdot m_N \approx A$ а.е.м. В этой связи говорят, что ядра – слабосвязанные системы.

6. Зарядовая независимость ядерных сил проявляется в том, что любые два нуклона в ядре (р-р, р-п, п-п) взаимодействуют одинаково, когда речь идет о ядерных силах. Это свойство можно установить, например, сравнивая энергии связи зеркальных ядер, то есть таких ядер, которые получаются друг из друга при замене протонов на нейтроны. Например, зеркальными являются ядра ${}^3_1\text{H}$ и ${}^3_2\text{He}$. При этом $\Delta W({}^3_1\text{H}) - \Delta W({}^3_2\text{He}) = \frac{e^2}{\delta} \approx 0,7$ МэВ. Разность энергий связи равна кулоновской энергии расталкивания протонов.

7. Дорожка стабильности ядер идет так, что для легких ядер наиболее устойчивыми являются ядра при $Z = N = A/2$. Для тяжелых ядер $N = 1,5 \cdot Z$.

8. Наиболее устойчивыми ядрами являются четно-четные ядра, а среди них альфа-частичные ядра. Меньшее значение энергии связи имеют четно-нечетные, нечетно-четные ядра, а нечетно-нечетные ядра, как правило, β -радиоактивны. Известны только 4 стабильных нечетно-нечетных ядра: ${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$.

9. Из анализа кривой удельной энергии связи следует, что на фоне устойчивых альфа-частичных ядер есть еще более устойчивые ядра, когда число протонов или нейтронов равно 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (N).

10. Для достаточно тяжелых ядер энергетически выгоден процесс альфа-распада.

11. Из вида кривой $\varepsilon(A)$ следует, что для тяжелых ядер энергетически выгоден процесс деления на два ядра. Для легких ядер энергетически выгоден процесс синтеза двух ядер в более тяжелое ядро.

Размеры, которые мы приписываем ядру, тесно связаны со способом их определения. Размеры ядра (радиус ядра R) определяется разными способами:

1. Резерфордовское рассеяние.
2. Оценка радиуса α -радиоактивных ядер по постоянной распада.
3. Анализ полуэмпирической формулы Бете – Вейцеккера для энергии связи и массы.
4. Изучение рассеяния быстрых нейтронов на ядрах.
5. Изучение рассеяния быстрых электронов на ядрах.

В опыте Резерфорда измеряется сечение рассеяния альфа-частиц на различных металлических фольгах. Сечение кулоновского рассеяния имеет вид:

$$d\sigma_{\text{кул.}} = \frac{(Ze^2)^2}{(mv^2)^2} \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\chi}{2}}, \quad \text{ctg} \frac{\chi}{2} = \frac{mv^2 b}{2Ze^2}, \quad (11)$$

где χ – угол рассеяния, b – прицельный параметр. Например, в эксперименте по рассеянию альфа-частиц с энергией $T_\alpha = 22$ МэВ на ядрах свинца ($Z = 82$, $A = 206$) определялось отношение $d\sigma_{\text{эксп.}}/d\sigma_{\text{кул.}}$. При малых углах рассеяния это отношение близко к единице. Но начиная с углов рассеяния $\chi = \pi/2$ это отношение начинает уменьшаться. Такому углу рассеяния соответствует прицельный параметр

$$b = \frac{Ze^2}{T_\alpha} = \frac{82 \cdot (4,8 \cdot 10^{-10})^2}{22 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} = 5 \cdot 10^{-13} \text{ см} = 5 \text{ фм}. \quad (12)$$

С помощью этого значения можно получить оценку радиуса ядра. Для этого воспользуемся законом сохранения момента импульса альфа-частицы ($E_\alpha = T_\alpha$):

$$b \cdot \sqrt{2mE_\alpha} = d \sqrt{2m(E_\alpha - V)} = d \sqrt{1 - \frac{a}{d}}, \quad b = d \sqrt{1 - \frac{V}{E_\alpha}}, \quad V = \frac{2Ze^2}{d}, \quad a = \frac{2Ze^2}{E_\alpha}. \quad (13)$$

Решая это уравнение, получим:

$$d = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + b^2} = 12 \text{ фм}, \quad d = R. \quad (14)$$

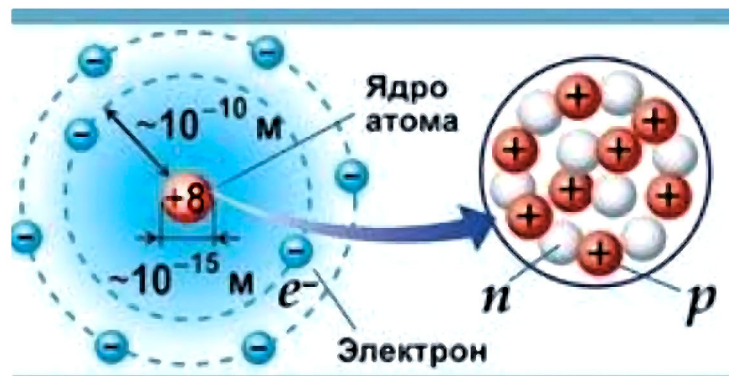


Рис. 11. Размер атома и атомного ядра

Заметим, что этот и другие способы определения радиуса ядра приводят к следующей формуле: $R = r_0 \cdot A^{1/3}$, где параметр $r_0 = (1,2 \div 1,5) \cdot 10^{-13}$ см.

Важную и точную информацию о размерах ядра мы получаем, изучая рассеяние нейтронов и электронов на ядрах. Для заметного рассеяния этих частиц ядрами необходимо, чтобы длина волны де Бройля нейтронов и электронов была порядка или меньше, чем диаметр ядра. Оценим кинетическую энергию пучка нейтронов и электронов. Для нейтрона используем нерелятивистское выражение для кинетической энергии:

$$E_{\text{кин.}}(N) = \frac{p^2}{2m_N} = \frac{h^2}{2m_N\lambda_N^2} = \frac{(hc)^2}{2m_Nc^2\lambda_N^2} = \frac{8 \cdot 10^{-24}\text{см}^2}{\lambda_N^2}\text{МэВ}. \quad (15)$$

Для электронов используем выражение для кинетической энергии в ультрарелятивистском случае:

$$E_{\text{кин.}}(e) = p \cdot c = \frac{hc}{\lambda_e} = \frac{1,2 \cdot 10^{-10}\text{см}}{\lambda_e}\text{МэВ}. \quad (16)$$

Если взять в качестве $\lambda_N = \lambda_e = 2 \cdot 10^{-12}$ см, получим численные значения необходимых энергий нейтронов и электронов: $E_{\text{кин.}}(N) = 2$ МэВ, $E_{\text{кин.}}(e) = 60$ МэВ. В опытах по рассеянию частиц на ядрах изучается ослабление пучков нейтронов и электронов после прохождения через тонкие металлические фольги. Необходимо связать информацию об ослаблении пучка частиц с размерами ядер. Действие ядра при этом можно описать наглядно так, как если бы оно представляло собой непрозрачную площадку размером σ , перпендикулярную падающему пучку. Такая площадка будет выводить частицы из исходного пучка. Площадка σ называется эффективным сечением ядра.

Рассмотрим плоскопараллельный слой толщины dx с площадью поперечного сечения S . В нем расположено $n \cdot S \cdot dx$ ядер, которые при малой dx не перекрываются. Они заполняют площадь $S \cdot n \cdot dx \cdot \sigma$. Тогда доля частиц, которые выводятся из пучка, равна

$$\frac{dN}{N} = \frac{S \cdot n \cdot dx \cdot \sigma}{S} = n \cdot \sigma \cdot dx. \quad (17)$$

Интегрируя это уравнение, находим закон ослабления пучка: $N(x) = N_0 e^{-n\sigma x}$. Измеряя ослабление пучка, можно найти σ . Как связать σ с радиусом ядра? Ядро поглощает и рассеивает волны частиц. Сечение поглощения равно геометрическому сечению $\sigma_{\text{погл.}} = \pi R^2$. Сечение дифракционного рассеяния, как можно показать, тоже равно $\sigma_{\text{расс.}} = \pi R^2$. Поэтому полное сечение ядра равно $\sigma = 2\pi R^2$. Измерив σ , можно найти R . Высокая точность современных экспериментов по рассеянию электронов на ядрах

позволяет не только определить средние размеры области, занятой протонами, но и найти распределение плотности заряда в ядре.

Можно показать, что если ядро имеет конечные размеры, то дифференциальное сечение рассеяния отличается от Резерфордского вполне определенным фактором, который связан с плотностью распределения заряда в ядре:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{точ.}} |F(\mathbf{q})|^2. \quad (18)$$

Множитель $F(\mathbf{q})$, который представляет собой фурье-образ плотности распределения заряда в ядре, называется форм-фактором ядра:

$$F(\mathbf{q}) = \frac{1}{Ze} \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/\hbar} d\mathbf{r}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'. \quad (19)$$

Отличие экспериментальных данных от формулы рассеяния на точечном ядре значительны. Лучше всего согласовывалось с экспериментальными данными двухпараметрическое распределение вида

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{\delta}}}. \quad (20)$$

Это так называемое фермиевское распределение показано на рис. 12: $\delta = 0,55 \cdot 10^{-13}$ см, $R_0 = 1,08 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см.

Нуклоны ядра, так же как и электроны, имеют собственный механический момент (спин) $s = \frac{\hbar}{2}$ и собственный магнитный момент, который измеряется в ядерных магнетонах:

$$\mu_{\text{яд.}} = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 5,05078 \cdot 10^{-24} \frac{\text{Эрг}}{\text{Гс}}. \quad (21)$$

Магнитные моменты протона и нейтрона приблизительно равны: $\mu_p = 2,79 \cdot \mu_{\text{яд.}}$, $\mu_n = -1,71 \cdot \mu_{\text{яд.}}$. В результате сложения магнитных моментов протонов и нейтронов ядро также получает определенный магнитный момент.

Для экспериментального определения спина и магнитного момента ядра существуют несколько методов. Первый метод основан на изучении сверхтонкой структуры спектра атома. Сверхтонкая структура спектральных линий обусловлена взаимодействием магнитного момента ядра с магнитным полем, создаваемым электронами атома. Обозначим $\mathbf{H}_e$ – магнитное поле электронной подсистемы, μ – магнитный момент ядра, $\mathbf{I}$ – спин ядра,

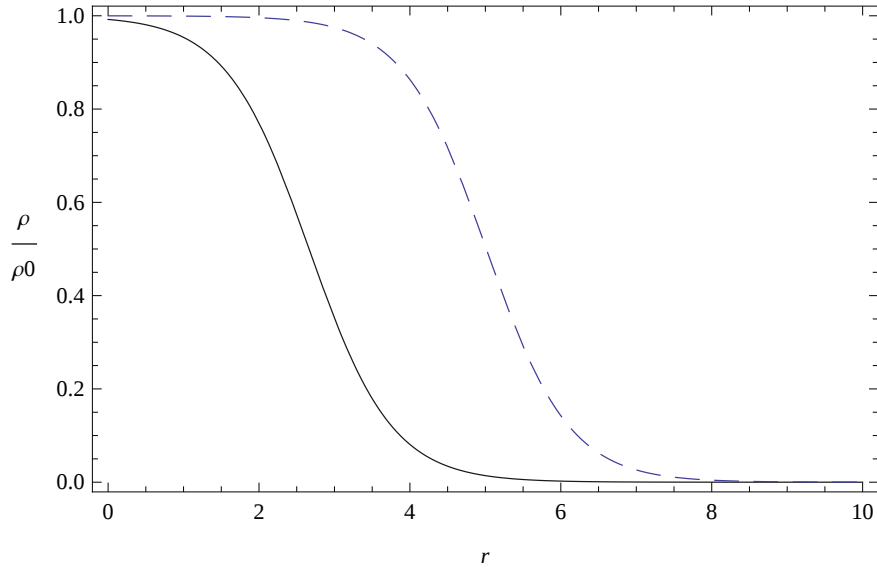


Рис. 12. Фермиевское двухпараметрическое распределение плотности заряда ядра при различных значениях массового числа A ($A = 15$ – сплошная линия, $A = 100$ – штриховая линия)

$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ – полный момент электронов, $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$ – полный момент атома. Энергия магнитного момента ядра в магнитном поле электронов имеет вид:

$$U = -(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}_e). \quad (22)$$

Магнитное поле электронов пропорционально полному моменту $\mathbf{J}$:

$$\mathbf{H}_e = -a \frac{\mathbf{J}}{|\mathbf{J}|}, \quad (23)$$

где постоянная a определяется методами квантовой механики. Магнитный момент ядра имеет вид:

$$\boldsymbol{\mu} = \mu \frac{\mathbf{I}}{|\mathbf{I}|}. \quad (24)$$

Тогда энергия взаимодействия магнитного момента ядра и электронной подсистемы примет вид:

$$U = a\mu \frac{(\mathbf{I}\mathbf{J})}{|\mathbf{I}| \cdot |\mathbf{J}|} = \frac{\mu a}{2} \frac{F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)}{\sqrt{I(I+1)J(J+1)}}, \quad (25)$$

где мы выразили скалярное произведение двух моментов через квадраты соответствующих операторов и заменили последние их собственными значениями, имея в виду последующее усреднение по собственным волновым

функциям атома. Используя последнюю формулу, можно сформулировать следующие способы определения спина ядра:

1. Если $J > I$, тогда F меняется в пределах от $F_{min} = (J - I)$ до $F_{max} = (I + J)$. F принимает $(2I + 1)$ значение. Таким образом с учетом сверхтонкого взаимодействия исходный уровень энергии расщепляется на $(2I + 1)$ подуровень. Поэтому, изучая сверхтонкую структуру спектра (пересчитывая число спектральных линий), можно найти спин ядра.

2. Если $I > J$, тогда происходит расщепление уровня энергии на $(2J + 1)$ подуровень. При этом разность энергий между соседними подуровнями равна:

$$\Delta U = \frac{\mu_a F}{\sqrt{I(I+1)J(J+1)}}. \quad (26)$$

Тогда отношения между интервалами сверхтонкой структуры равно: $F : (F - 1) : (F - 2) : \dots = (I + J) : (I + J - 1) : (I + J - 2) : \dots$. Измеряя интервалы между уровнями и используя это равенство, можно найти спин ядра.

Для определения спина ядра используется также метод внешнего магнитного поля. Во внешнем однородном магнитном поле энергия магнитного момента ядра имеет вид:

$$U = -\mu(\mathbf{H}_e + \mathbf{H}). \quad (27)$$

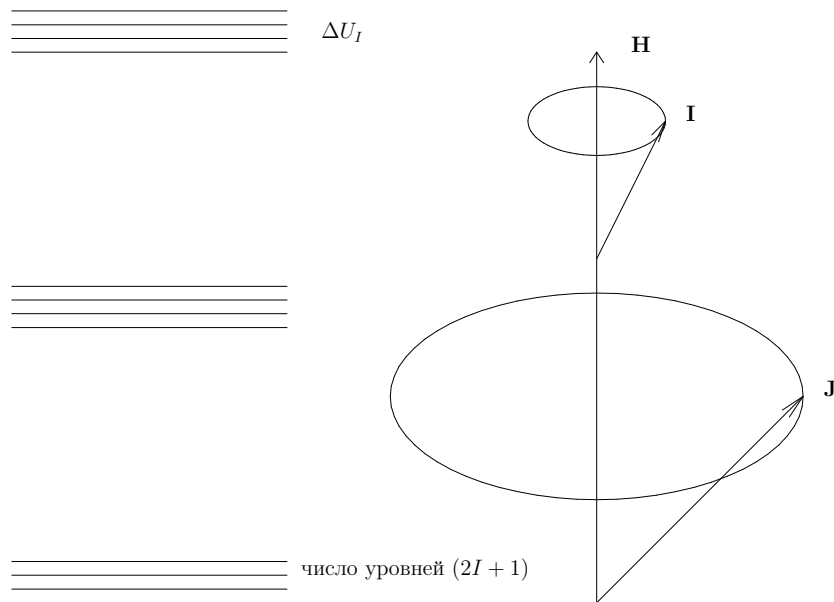


Рис. 13. Схема расщепления уровней энергии атома в сильном магнитном поле

Различают два случая сильного и слабого внешнего поля, когда сверхтонкая структура спектра различна.

1. Пусть $\mathbf{H}$ – сильное магнитное поле. Это означает, что энергия взаимодействия ядра с магнитным полем электронов много меньше, чем энергия взаимодействия магнитного момента электронов с внешним магнитным полем: $\boldsymbol{\mu}_J \cdot \mathbf{H} \gg \mu \cdot \mathbf{H}_e$. Учитывая, что $\mu/\mu_J \approx 10^{-3}$, а $H_e \approx 10^5 \div 10^6$ э, получим оценку на величину сильного магнитного поля: $H \gg 10^2 \div 10^3$ э. В этом случае связь магнитного момента ядра и магнитного поля электронов нарушается и магнитные моменты ядра и электронной подсистемы ориентируются (прецессируют) относительно внешнего поля независимо друг от друга. Энергия магнитного момента электронов и величина расщепления уровней энергии равны:

$$U_J = -(\boldsymbol{\mu}_J \mathbf{H}) = -\frac{\mu_J H}{J} J_z, \quad \Delta U_J = \frac{\mu_J H}{J}. \quad (28)$$

Аналогично, энергия магнитного момента ядра и величина расщепления имеют вид:

$$U_I = -(\boldsymbol{\mu}_I \mathbf{H}) = -\frac{\mu H}{I} I_z, \quad \Delta U_I = \frac{\mu H}{I}. \quad (29)$$

В результате таких взаимодействий получается сверхтонкая структура спектра, которая состоит из системы близко расположенных уровней, отстоящих друг от друга на значительном расстоянии (см. рис. 4, стр. 11). Количество близко расположенных уровней равно $(2I + 1)$. Определяя его экспериментально, можно найти спин ядра.

2. Пусть $\mathbf{H}$ – слабое магнитное поле. Тогда связь между моментами $\mathbf{I}$ и $\mathbf{J}$ не разрывается, и наблюдается прецессия полного момента $\mathbf{F}$ в магнитном поле. Общее число линий сверхтонкой структуры спектра в этом случае равно

$$\sum_{F_i=|I-J|}^{(I+J)} = (2 \cdot I + 1)(2 \cdot J + 1). \quad (30)$$

Зная спин электронной подсистемы и измеряя число линий сверхтонкой структуры спектра, можно определить I . Для определения магнитного момента частиц можно использовать неоднородное магнитное поле, как в опыте Штерна – Герлаха. В этом случае пучок частиц при выходе из поля расщепляется на $(2I + 1)$ компоненту.

Очень точным методом определения магнитных моментов ядер является метод магнитного резонанса или радиочастотный метод Раби (схема установки показана на рис. 14). Здесь $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_3$ – неоднородные магнитные поля,

которые отклоняют пучок частиц в противоположных направлениях. $\mathbf{H}_2$ – однородное магнитное поля, $\mathbf{H}_4$ – высокочастотное поле, перпендикулярное $\mathbf{H}_2$. Энергия магнитного момента ядра в магнитном поле $\mathbf{H}_2$ равна:

$$U = -(\boldsymbol{\mu}\mathbf{H}_2) = -\mu \frac{H}{I} I_z. \quad (31)$$

Для изменения проекции магнитного момента (спина) ядру нужно сообщить энергию $\Delta U = \mu H/I$, что достигается с помощью переменного поля $\mathbf{H}_4$. Соответствующая резонансная частота равна:

$$\nu_{\text{рез.}} = \frac{\mu H}{h \cdot I}. \quad (32)$$

При изменении частоты внешнего поля и достижении резонансной частоты кванты поля будут отдавать свою энергию магнитным моментам ядер и переориентируют их. В результате частицы будут попадать на экран с меньшей интенсивностью так, как показано на рис. 15. Определяя опытным путем резонансную частоту, можно найти и величину магнитного момента.

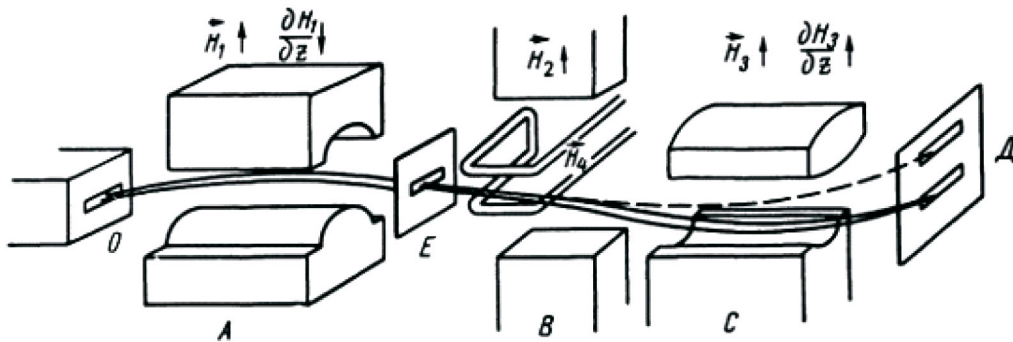


Рис. 14. Схема установки в эксперименте Раби, которая использовалась для определения магнитных моментов ядер

Для объяснения природы ядерных сил японский физик Хидеки Юкава в 1934 г. предположил существование тяжелого бозона, который переносит взаимодействие от одного нуклона к другому, подобно тому как фотоны переносят электромагнитное взаимодействие от одной заряженной частицы к другой. Х. Юкава развивал идеи И.Е. Тамма и Д.Д. Иваненко об обменном характере ядерных сил. Сильное взаимодействие между нуклонами имеет короткодействующий характер в отличие от электромагнитного взаимодействия. Поэтому, с одной стороны, нуклоны должны быть носителями сильного заряда, а с другой – потенциал такого взаимодействия

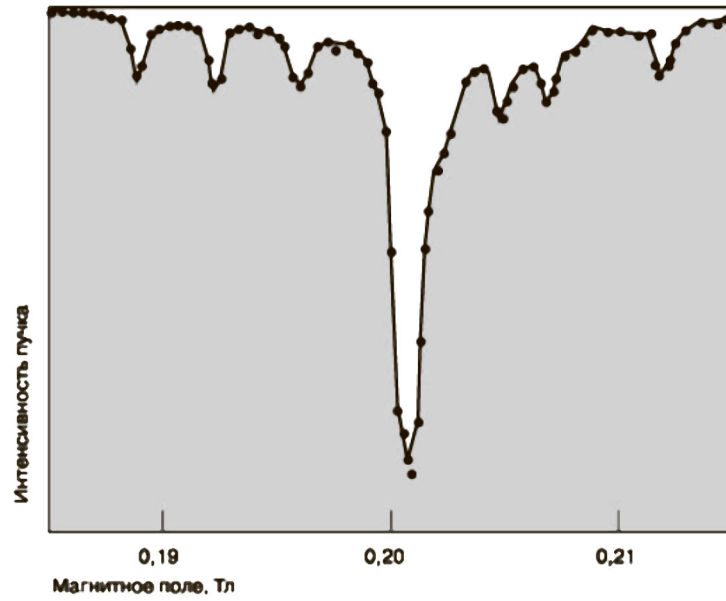


Рис. 15. Вид резонансной кривой в эксперименте Раби

должен быстро убывать с расстоянием. Х. Юкава предложил записывать потенциал взаимодействия нуклонов в виде:

$$U(r) = \frac{g}{r} e^{-\mu r}. \quad (33)$$

Экспонента выполняет здесь роль обрезания взаимодействия на больших расстояниях. Такой потенциал можно вывести в квантовой теории, предположив, что массивная частица, которая переносит взаимодействие между нуклонами, сама должна описываться релятивистским волновым уравнением. Для получения такого уравнения воспользуемся релятивистским соотношением между энергией и импульсом массивной частицы:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4, \quad (34)$$

где m – масса тяжелой частицы. Переходя к квантовой теории, сделаем замену классических динамических переменных энергии и импульса на операторы, которые действуют на волновую функцию релятивистской заряженной частицы:

$$E \rightarrow \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} \rightarrow \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla. \quad (35)$$

В результате мы получаем релятивистское волновое уравнение Клейна – Гордона – Фока:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (36)$$

где введено обозначение $\mu = mc/\hbar$. При $\mu = 0$ мы узнаем в этом уравнении волновое уравнение для фотона. Рассмотрим предельный статический случай. Это означает, что волновая функция не зависит от времени. Тогда волновое уравнение для массивной частицы упрощается, и мы получим:

$$(\nabla^2 - \mu^2)\psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (37)$$

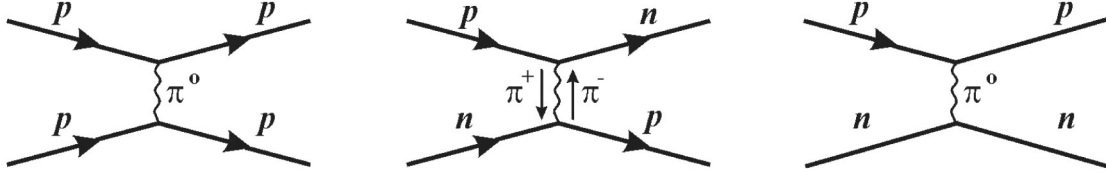


Рис. 16. Взаимодействие нуклонов ядра при обмене пи-мезонами

Чтобы получить общее решение этого уравнения, запишем его в сферических координатах:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) - \frac{L^2}{r^2} \psi - \mu^2 \psi = 0, \quad (38)$$

где угловая часть оператора Лапласа L^2 содержит производные по угловым переменным θ, ϕ . Рассмотрим сферически-симметричное решение, то есть такое решение, в котором волновая функция зависит только от r :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\psi(r)}{dr} \right) - \mu^2 \psi(r) = 0. \quad (39)$$

Это уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r\psi(r)) - \mu^2 \psi(r) = 0. \quad (40)$$

Тогда функция $\phi(r) = r\psi(r)$ будет удовлетворять следующему уравнению:

$$\phi''(r) - \mu^2 \phi(r) = 0. \quad (41)$$

Физическое решение этого уравнения, ограниченное на бесконечности, равно $\phi(r) = e^{-\mu r}$. В результате сферически-симметричное решение для $\psi(r)$ равно

$$\psi(r) = g \frac{e^{-\mu r}}{r}. \quad (42)$$

Здесь константа g играет роль сильного заряда. Как и должно быть при $\mu = 0$, получим кулоновский потенциал. При $\mu \neq 0$ можно рассматривать это решение как статический центральный потенциал сильного взаимодействия лишь при условии, что оно очень быстро убывает с ростом r . В качестве расстояния, характеризующего радиус действия сильного взаимодействия, можно взять значение $r_0 = 1,4$ фм. Тогда $\hbar/mc \approx 1,4$ фм, что соответствует массе пи-мезона $m = 140$ МэВ. В те годы такой частицы не было известно, поэтому теория Юкавы не получила особого признания. Только в 1947 г. группа исследователей под руководством С.Ф. Пауэлла доказала, что существуют мезоны нескольких видов и одним из них действительно является квант сильного взаимодействия. В 1949 г. Х. Юкава стал лауреатом Нобелевской премии по физике. В 1947 г. Пауэлл с сотрудниками облучал на высокой горе космическими лучами ядерные фотопластинки и после проявления обнаружил на них кроме следов протонов также следы частиц с массой $200\text{--}300 m_e$, которые естественно было считать уже известными в то время мюонами. Однако более подробное изучение зарегистрированных следов показало, что эти следы вызваны новыми частицами. На рис. 17 показана регистрация пи-мезона в фотоэмульсиях.



Рис. 17. Типичная фотография распада пи-мезона. Пришедший снизу пи-мезон родил мю-мезон, а тот рядом же, просуществовав миллионные доли секунды, родил электрон.
Моментам распадов отвечают два ясно видимых излома следов

Атомное ядро представляет собой квантовую систему, состоящую из большого числа частиц. Мы имеем дело с квантовой задачей многих тел,

которая не решена даже в случае трех частиц. Поэтому в теории ядра широко используется модельный подход. За основу построения той или иной модели ядра берут какие-то выделенные свойства, которые считаются главными при построении модели, а другими свойствами при этом пренебрегают. Конечно, модель ядра, построенная по такому принципу, имеет ограниченную область применимости. Тем не менее в ее рамках можно получить интересные результаты.

Модели ядра разделяются на два типа:

1. Модели независимых частиц (нуклонов) (МНЧ) (МНЧ – одночастичные модели), в которых в первом приближении считается, что нуклоны движутся независимо друг от друга в некотором общем потенциальном поле.

2. Модели с сильным взаимодействием (МСВ) нуклонов или коллективные модели, в которых предполагается, что нуклоны сильно взаимодействуют друг с другом.

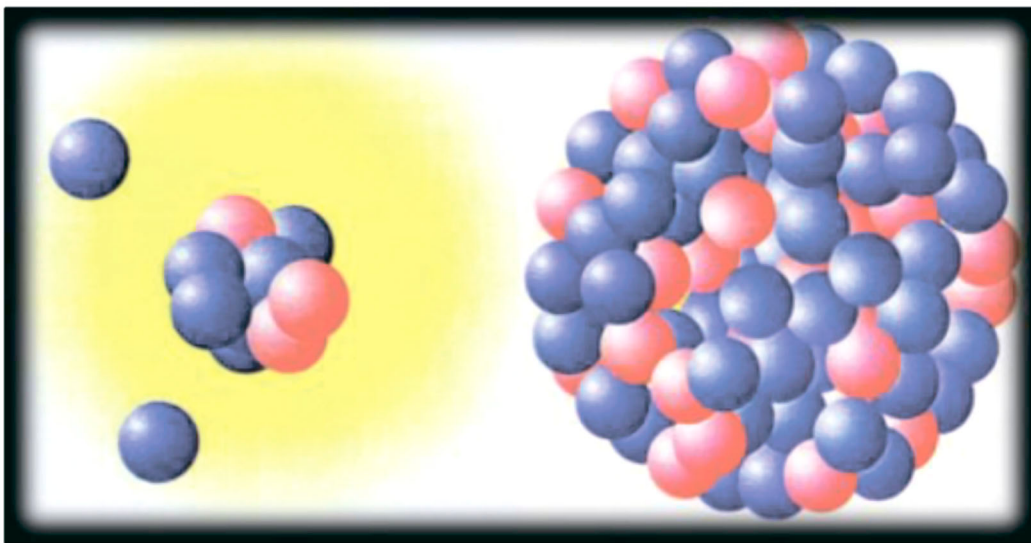


Рис. 18. Ядро как капля ядерной жидкости, состоящей из протонов и нейтронов

Простейшей моделью с сильным взаимодействием является модель жидкой капли. Эта модель была предложена и развита в работах Г. Гамова, Н. Бора, Дж. Уилера, Я. Френкеля. В этой модели ядро рассматривается как капля заряженной жидкости (на рис. 18 дана иллюстрация ядра в виде капли ядерного вещества). Аналогия между ядерным веществом и жидкостью основана на следующих экспериментальных фактах:

а) Плотность ядерного вещества, как и плотность жидкости, постоянна, не зависит от размеров системы.

Оценим плотность ядерного вещества:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_N \cdot A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{m_N \cdot A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{938 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}}{\frac{4}{3}\pi \cdot 1,5^3 \cdot 10^{-39} \cdot 9 \cdot 10^{20}} \approx 10^{14} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \quad (43)$$

Концентрация нуклонов в ядре равна:

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} \approx 10^{38} \frac{\text{нукл}}{\text{см}^3}. \quad (44)$$

б) Второй экспериментальный факт, подтверждающий рассматриваемую аналогию, связан с тем, что ядерные силы, как и химические силы, связывающие молекулы жидкости, обладают свойством насыщения. Это означает, что энергия связи нуклонов в ядре $\Delta W \sim A$. В жидкости энергия испарения также линейно зависит от массы или числа молекул.

Принимая гипотезу о том, что ядро сходно с каплей жидкости, получим формулу для энергии связи нуклонов. Из анализа экспериментальных данных для удельной энергии связи $\epsilon(A)$ следует, что с хорошей точностью энергия связи $\Delta W \sim A$:

$$\Delta W = \alpha \cdot A, \quad \alpha = \frac{\Delta W}{A} = \epsilon. \quad (45)$$

В такой записи предполагается, что все нуклоны ядра находятся в одинаковых условиях. На самом деле, с точки зрения модели жидкой капли, есть разные нуклоны: нуклоны внутри ядра взаимодействуют со всеми окружающими их нуклонами, а нуклоны на поверхности ядра испытывают одностороннее взаимодействие – силы притяжения действуют на них только с одной стороны. Таким образом, мы несколько завысили величину энергии связи, когда представили ее формулой $\Delta W = \alpha A$. Это превышение связано с поверхностными нуклонами. Поскольку площадь поверхности $S = 4\pi R^2 \sim A^{2/3}$, а количество поверхностных нуклонов пропорционально площади поверхности, то мы должны вычесть энергию взаимодействия, связанную с поверхностными нуклонами:

$$\Delta W = \alpha \cdot A - \beta A^{2/3}. \quad (46)$$

Далее, необходимо учесть кулоновское расталкивание протонов. Энергию взаимодействия протонов можно представить в виде:

$$U = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}, \quad (47)$$

где Ze – заряд ядра, R – радиус ядра. Вычитая кулоновскую энергию расталкивания протонов из предыдущей формулы, получим:

$$\Delta W = \alpha \cdot A - \beta \cdot A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}}. \quad (48)$$

Капельная модель дает в формуле для ΔW только эти три слагаемых, но ограничиться ими нельзя, если мы хотим получить хорошее согласие с экспериментом. Уточним эту формулу, опираясь на известные экспериментальные данные.

Согласно квантовой теории все микрочастицы подразделяют на два класса, которым соответствуют две квантовые статистики:

1. Частицы с полуцелым спином, их называют фермионами, подчиняются статистике Ферми – Дирака. Если волновая функция антисимметрична при перестановке пары частиц, говорят, что частицы подчиняются статистике Ферми – Дирака.

2. Частицы с целым спином – бозоны, они подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Если волновая функция симметрична при перестановке пары частиц, то говорят, что частицы подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна.

В. Паули показал, что все частицы с полуцелым спином (электроны, протоны, кварки, ядра трития и т.д.) – фермионы, а все частицы с целым спином (фотоны, альфа-частицы и т.д.) – бозоны.

В квантовых статистиках считается, что тождественные частицы принципиально неразличимы. В статистике Ферми – Дирака в каждом квантовом состоянии может находиться не более одной частицы (принцип Паули), а в статистике Бозе – Эйнштейна – любое число частиц. Основная задача квантовых статистик – это нахождение соответствующих им функций распределения по тем или иным параметрам, например по энергиям.

Для описания состояний системы частиц используется фазовое пространство. В фазовом пространстве одному квантовому состоянию отвечает фазовая ячейка, объем которой равен h^3 . Функции распределения частиц по энергии для фермионов и бозонов имеют вид (среднее число частиц с энергией E):

$$\text{фермионы : } n(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}, \quad \text{бозоны : } n(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}, \quad (49)$$

где μ – химический потенциал (некоторая характерная энергия, значение которой можно найти из условия нормировки: суммарное число частиц во всех фазовых ячейках должно быть равно полному числу частиц).

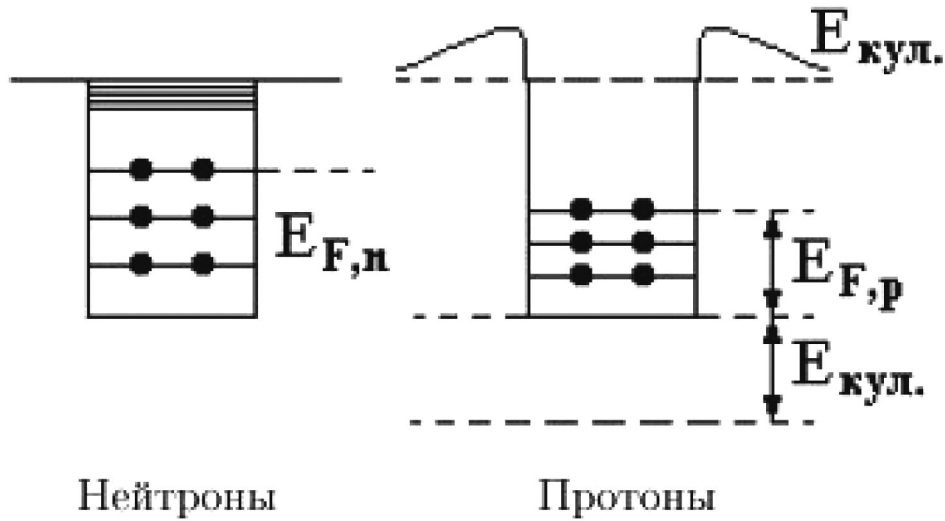


Рис. 19. Потенциальные ямы для протонов и нейтронов в модели ферми-газа

Простейшей моделью независимых частиц является модель ферми-газа. В этой модели вместо сложной картины взаимодействий, являющейся суперпозицией индивидуальных нуклон-нуклонных взаимодействий, рассматривается движение невзаимодействующих друг с другом нуклонов в поле усредненной потенциальной ямы с некоторой глубиной U_0 и шириной $R = r_0 \cdot A^{1/3}$. Парное взаимодействие нуклонов заменено общим усредненным потенциалом. Глубина ямы должна быть такой, чтобы она удерживала нуклоны в пределах ядра определенного радиуса R .

В ядре имеются тождественные частицы – протоны и нейтроны. В модели ферми-газа считается, что протоны и нейтроны движутся независимо друг от друга в потенциальных ямах, структура которых показана на рис. 19. Потенциальные ямы для протонов и нейтронов различны. Ядерная система представляет собой смесь двух ферми-газов протонов и нейтронов. Яма для нейтронов должна быть более глубокой, чем для протонов, так как у протонов есть дополнительное кулоновское расталкивание. Яма для протонов должна иметь кулоновский барьер. В каждом энергетическом состоянии (ячейке фазового пространства) могут находиться 2 ферми-частицы в соответствии с принципом Паули. Предполагается, что температура ядра очень мала, так что нуклоны регулярно заполняют энергетические уровни вплоть до уровня с максимальной энергией, который называется уровнем Ферми: $E_F \gg kT$. В этом случае говорят, что мы имеем вырожденный ферми-газ.

Модель ферми-газа позволяет объяснить энергию симметрии в формуле Бете – Вейцеккера. Для этого запишем общее число состояний, в которых может находиться нуклон в ядре с импульсом, лежащим от 0 до максимального p_F :

$$N = 2 \cdot \frac{\frac{4}{3}p_F^3 V}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (50)$$

Тогда нейтронный и протонный импульсы Ферми имеют вид:

$$p_N^F = \left(\frac{3\pi^2 \hbar^3 N}{V} \right)^{1/3} = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi N}{4A} \right)^{1/3}, \quad (51)$$

$$p_Z^F = \left(\frac{3\pi^2 \hbar^3 Z}{V} \right)^{1/3} = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi Z}{4A} \right)^{1/3}. \quad (52)$$

Вычислим энергию Ферми с помощью этих выражений, считая ферми-газ нерелятивистским и полагая $N = Z = A/2$:

$$E_F = E_N^F = E_Z^F = \frac{p_F^2}{2m_{N,Z}} = \frac{\hbar^2}{2m_{N,Z}r_0^2} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{2/3}. \quad (53)$$

Запишем среднюю кинетическую энергию нуклона в ядре:

$$\bar{T}_N = \frac{1}{N} \int_0^{T_F} T dN = \frac{3}{5} \frac{p_F^2}{2m_N}. \quad (54)$$

Тогда полная средняя кинетическая энергия всех протонов и нейтронов ядра равна:

$$\langle E(Z, N) \rangle = N \cdot \langle E(N) \rangle + Z \cdot \langle E_Z \rangle = \frac{3}{10m_N} \frac{\hbar^2}{r_0^2} \left(\frac{9\pi}{4} \right)^{2/3} \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}}. \quad (55)$$

Рассмотрим условие минимума энергии при фиксированном A :

$$\frac{d \langle E(Z, N) \rangle}{dZ} = 0 = Z^{2/3} - N^{2/3}, \quad Z = N = \frac{A}{2}. \quad (56)$$

Такое состояние отвечает минимуму кинетической энергии системы и является наиболее устойчивым. Опыт подтверждает этот вывод. Исследуем поведение $\langle E(Z, N) \rangle$ в окрестности минимума. Для этого разложим $\langle E(Z, N) \rangle$ по степеням $\Delta = Z - N$:

$$\left(1 \mp \frac{\Delta}{A} \right)^{5/3} = 1 \mp \frac{5}{3} \frac{\Delta}{A} + \frac{5}{9} \frac{\Delta^2}{A^2}, \quad (57)$$

$$\langle E(Z, N) \rangle = \frac{3}{10m_N r_0^2} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{2/3} \left[A + \frac{5}{9} \frac{(Z - N)^2}{A} \right]. \quad (58)$$

Таким образом, второе слагаемое в квадратных скобках – энергия симметрии приводит к уточнению формулы Бете – Вейцзеккера, полученной в капельной модели ядра. Если при выводе энергии симметрии не пренебрегать изменением глубины потенциальной ямы, то можно получить численное значение коэффициента в симметричной энергии, которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Модель ферми-газа дает неожиданно правдоподобное описание атомного ядра, которое оказалось похожим не только на жидкость, но и на газ.

1.2. Примеры решения задач

Задача 1. В модели ферми-газа ядра принимается, что нуклоны образуют газ, заполняющий объем ядра и подчиняющийся распределению Ферми. Оценить из этих соображений максимальную кинетическую энергию нуклонов в ядре, считая такой газ полностью вырожденным. Для оценки принять, что число протонов в ядре равно числу нейтронов.

Решение

Рассмотрим систему N фермионов, заключенных в объеме V и находящихся в равновесии с термостатом при температуре T . Вероятность того, что фермион будет находиться в состоянии с кинетической энергией E , дается формулой:

$$F(E) = \left[1 + \exp \left(\frac{E - E_F}{kT} \right) \right]^{-1}, \quad (59)$$

где k – постоянная Больцмана, E_F – энергия Ферми системы. Чтобы найти выражение для E_F , вычислим импульс Ферми p_F , который связан с E_F в случае нерелятивистского газа соотношением:

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m}. \quad (60)$$

Объем элементарной ячейки в фазовом пространстве равен h^3 . Поэтому в объеме V число ячеек, которые могут содержать по одной частице с импульсом $p \div p + dp$, определяется как:

$$dN = \frac{V \cdot 4\pi p^2 dp}{h^3}. \quad (61)$$

В случае газа фермионов со спином $1/2$ при абсолютном нуле в каждую из ячеек с $p < p_F$ можно поместить по две частицы. Ячейки с $p > p_F$ остаются при этом незаполненными. Полное число фермионов (либо протонов, либо нейтронов) с импульсами $p < p_F$ равно:

$$N = \int_0^{p_F} 2 \cdot \frac{V \cdot 4\pi p^2}{h^3} dp, \quad (62)$$

здесь p_F обозначает максимальный импульс нуклона в ядре и называется импульсом Ферми. После интегрирования получаем его значение

$$p_F = h \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{\frac{1}{3}} = \hbar \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (63)$$

На основе этой формулы можно дать численную оценку фермиевских импульсов нейтрона и протона в случае, когда $N = Z = A/2$:

$$\begin{aligned} p_N = p_Z &= \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi N}{4A} \right)^{1/3} = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} = \frac{1,054571726 \cdot 10^{-27} \text{ эрг}}{1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{1/3} = \\ &= 1,33864 \cdot 10^{-14} \frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{с}} = 0,000401313 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} \approx 250,48 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (64)$$

Пользуясь этим соотношением, находим максимальную кинетическую энергию нуклонов в нерелятивистском случае:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_N} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} \approx \frac{(250,48)^2}{2 \cdot 939} \text{ МэВ} \approx 33 \text{ МэВ}. \quad (65)$$

Если энергия Ферми $E_F \gg kT$, то ферми-газ называют вырожденным. При нормальной температуре

$$kT = 8,6173324 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эВ}}{\text{К}} \cdot 300 \text{ К} = 0,026 \text{ эВ}, \quad (66)$$

поэтому ядерная система действительно является вырожденным ферми-газом.

Задача 2. *Определить с помощью формулы Бете-Вейцеккера*

$$W = \alpha A - \beta A^{\frac{2}{3}} - \gamma \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \zeta \frac{(\frac{A}{2} - Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}, \quad (67)$$

где $\alpha = 15,75$ МэВ, $\beta = 17,8$ МэВ, $\gamma = 0,71$ МэВ, $\zeta = 94,8$ МэВ, $\delta = 34$ МэВ, заряд ядра, имеющего наименьшую массу среди ядер с одинаковым нечетным значением массового числа A . Предсказать с помощью полученной формулы характер активности (электронная или позитронная) следующих β -активных ядер: ^{103}Ag , ^{127}Sn , ^{141}Cs .

Решение

Для определения ядра с наименьшей массой (наибольшей энергией связи) запишем условие максимума энергии связи: $dW/dZ = 0$:

$$2\gamma \frac{Z}{A^{1/3}} + 2\zeta \frac{Z - \frac{A}{2}}{A} = 0, \quad Z_m = \frac{\zeta A}{2(\gamma A^{2/3} + \zeta)} = \frac{A}{2 + 0,015A^{2/3}}. \quad (68)$$

Вычислив по этой формуле Z_m , получим соответственно: 44,9 (47), 54,1 (50), 59,5 (55), где в скобках указаны Z для данных ядер. В случае ^{103}Ag минимум массы приходится на ядро с $Z = 45$, а ядро ^{103}Ag имеет $Z = 47$. Поэтому оно неустойчиво и будет понижать Z , испытывая процесс β^+ -распада, то есть это ядро имеет позитронную активность, а остальные – электронную (рис. 20).

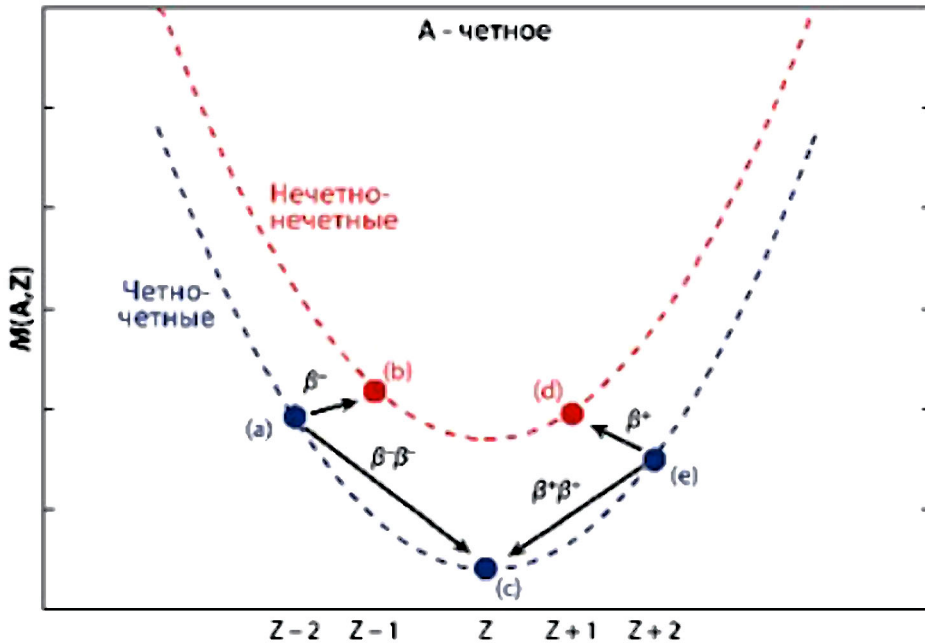
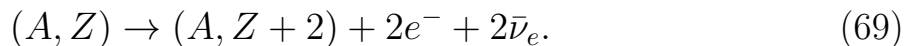
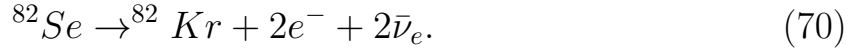


Рис. 20. Зависимость массы ядра от Z для четно-четных и нечетно-нечетных ядер

Процесс превращения ядер $(Z \pm 2)$ в ядро Z называется двойным бета-распадом:



Двойной бета-распад – самый редкий процесс радиоактивного распада. Все ядра, у которых он наблюдался, имеют период полураспада $T_{1/2} \geq 10^{18}$ лет. Впервые на возможность двойного бета-распада указала М. Гепперт-Майер в 1935 г. Первый эксперимент по поиску двойного бета-распада был проведен в 1948 г. Е. Файерманом. Первый прямой эксперимент, в котором был измерен двойной бета-распад, был выполнен в 1987 г. в Калифорнийском университете:



Эксперимент длился 21 тыс. часов: $T_{1/2}(^{82}\text{Se}) = (1,08_{0,06}^{+0,26})10^{20}$ лет.

Задача 3. По таблице дефектов масс найти энергию связи ядра $^{16}_8\text{O}$ и энергии отделения нейтрона, протона и альфа-частицы из этого ядра.

Решение

Атомная единица массы равна 1/12 части массы атома углерода ^{12}C :

$$1u = 1\text{а.е.м.} = \frac{1}{12}\text{масса атома } ^{12}\text{C} = 931,494061 \text{ МэВ}/c^2. \quad (71)$$

Дефектом (избытком) массы называют величину

$$\Delta(A, Z) = {}^{\text{ат}} M(A, Z)c^2 - A \cdot 1u \cdot c^2, \quad (72)$$

где масса атома ${}^{\text{ат}} M(A, Z)$ определяется следующим образом:

$${}^{\text{ат}} M(A, Z) = M(A, Z) + Zm_e. \quad (73)$$

Из этого определения дефекта массы можно найти связь между энергией связи нуклонов в ядре и дефектами масс протона, нейтрона и ядра:

$$W(A, Z) = Zm_Hc^2 + Nm_nc^2 - {}^{\text{ат}} M(A, Z)c^2 = Zm_Hc^2 + Nm_nc^2 - \quad (74)$$

$$\begin{aligned} -A \cdot 1u \cdot c^2 - \Delta(A, Z) &= Z(m_Hc^2 - uc^2) + N(m_nc^2 - uc^2) - \Delta(A, Z) = \\ &= Z\Delta_H + N\Delta_n - \Delta(A, Z). \end{aligned} \quad (75)$$

Вычислим дефекты масс водорода и нейтрона:

$$\Delta_H = m_p c^2 + m_e c^2 - uc^2 = (938,272 + 0,511 - 931,494) \text{ МэВ} = 7,289 \text{ МэВ}, \quad (76)$$

$$\Delta_n = m_n c^2 - uc^2 = (939,565 - 931,494) \text{ МэВ} = 8,071 \text{ МэВ}.$$

Выразим окончательно энергию связи ядра через дефекты масс водорода, нейтрона и ядра в виде:

$$W(a, Z) = [Z \cdot 7,289 + (A - Z) \cdot 8,071 - \Delta(A, Z)] \text{ МэВ.} \quad (77)$$

В таблице ядер (см. приложение) приведены дефекты масс ядер. Например, дефект массы ядра ${}^8_{16}\text{O}$ равен $(-4,737)$ МэВ, поэтому энергия связи ядра кислорода равна:

$$\begin{aligned} W({}^{16}_8\text{O}) &= 8\Delta_H + 8\Delta_n - \Delta({}^{16}_8\text{O}) = \\ &= 8 \cdot 7,289 + 8 \cdot 8,071 - (-4,737) = 127,617 \text{ МэВ.} \end{aligned} \quad (78)$$

Энергиями отделения нейтрона, протона и объекта $x(a, z)$ называются следующие энергии:

$$\begin{aligned} B_n &= W(A, Z) - W(A - 1, Z) = \Delta_n + \Delta(A - 1, Z) - \Delta(A, Z) = \\ &= 8,071 + \Delta(A - 1, Z) - \Delta(A, Z), \end{aligned} \quad (79)$$

$$\begin{aligned} B_p &= W(A, Z) - W(A - 1, Z - 1) = \Delta_H + \Delta(A - 1, Z - 1) - \Delta(A, Z) = \\ &= 7,289 + \Delta(A - 1, Z - 1) - \Delta(A, Z), \end{aligned} \quad (80)$$

$$B_x = W(A, Z) - W(A - a, Z - z) - W(a, z) = \Delta(a, z) + \Delta(A - a, Z - z) - \Delta(A, Z). \quad (81)$$

По эти формулам можно вычислить энергии отделения протона, нейтрона и α -частицы:

$$B_n = \Delta_n + \Delta({}^{15}_8\text{O}) - \Delta({}^{16}_8\text{O}) = 8,071 + 2,856 - (-4,737) = 15,664 \text{ МэВ,} \quad (82)$$

$$B_p = \Delta_H + \Delta({}^{15}_7\text{N}) - \Delta({}^{16}_8\text{O}) = 7,289 + 0,101 - (-4,737) = 12,127 \text{ МэВ,} \quad (83)$$

$$B_\alpha = \Delta({}^4_2\text{He}) + \Delta({}^{12}_6\text{C}) - \Delta({}^{16}_8\text{O}) = 2,425 + 0 - (-4,737) = 7,162 \text{ МэВ.} \quad (84)$$

1.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить энергию связи нейтрона в ядре ${}^{14}_7\text{N}$, если известно, что энергии связи ядер ${}^{14}_7\text{N}$ и ${}^{13}_7\text{N}$ равны 104,66 и 94,10 МэВ.
2. Найти энергию, необходимую для разделения ядра ${}^{16}_8\text{O}$ на α -частицу, и ядро ${}^{12}_6\text{C}$, если известно, что энергии связи ядер ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{12}_6\text{C}$ и ${}^4_2\text{He}$ равны 127,62, 92,16, 28,30 МэВ.

3. Показать, что при равномерном распределении заряда по объему ядра энергия кулоновского отталкивания протонов $U_{\text{кул.}} = 0,6Z^2e^2/R$, где Z, R – заряд, радиус ядра.
4. Вычислить разность энергий связи зеркальных ядер ^{33}S и ^{33}Cl , если известно, что масса ^{33}S меньше массы ^{33}Cl на 0,00599 а.е.м. Сравнить полученную величину с разностью энергий кулоновского отталкивания протонов в этих ядрах (см. ауд. задачу N3). Объяснить причину совпадения результатов.
5. Сколько компонент сверхтонкой структуры имеют основные термы следующих атомов: $^3\text{H}(^2S_{1/2})$, $^6\text{Li}(^2S_{1/2})$, $^9\text{Be}(^1S_0)$? В скобках указан основной терм электронной оболочки атома.
6. Вычислить с помощью формулы Бете-Вейцеккера:
 - а) Энергию связи ядер ^{40}Ca , ^{107}Ag .
 - б) Энергию связи на один нуклон в ядрах ^{50}V , ^{200}Hg .
7. Найти глубину потенциальной ямы для нуклонов в модели ферми-газа.
8. Определить спин ядра ^{59}Co , основной терм атома которого $^4F_{9/2}$ содержит восемь компонент сверхтонкого расщепления.
9. Терм $^2D_{3/2}$ атома ^{209}Bi имеет четыре компоненты сверхтонкого расщепления, причем отношение интервалов между соседними компонентами равно 4:5:6. Найти спин ядра, а также число компонент сверхтонкого расщепления линии $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{3/2}$.
10. Энергия связи нуклонов в ядре определяется полуэмпирической формулой Бете – Вейцеккера:

$$W = \alpha A - \beta A^{\frac{2}{3}} - \gamma \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \zeta \frac{(\frac{A}{2} - Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}. \quad (85)$$

Четвертое слагаемое в правой части этой формулы называется симметричной энергией. Получить выражение для симметричной энергии в рамках модели ферми-газа.

11. По таблице дефектов масс найти энергию связи ядра $^{32}_{16}\text{S}$ и энергии отделения нейтрона, протона и альфа-частицы из этого ядра.

12. Рассеяние протонов тонкой свинцовой фольгой отвечает формуле Резерфорда при энергиях $B \cdot \rho$ протонов, не превышающих $450 \text{ кГс} \cdot \text{см}$. Оценить отсюда радиус ядер свинца.
13. Результаты опытов по рассеянию быстрых электронов ядрами достаточно хорошо согласуются с распределением объемной плотности электрического заряда ядра (рис. 21)

$$\rho(r) = \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R}{\delta}}}, \quad (86)$$

где $R = 1,08 \cdot A^{1/3} \text{ фм}$, $\delta = 0,545 \text{ фм}$. Найти наиболее вероятный радиус распределения электрического заряда в ядре ^{107}Ag . Сравнить полученный результат с радиусом этого ядра.

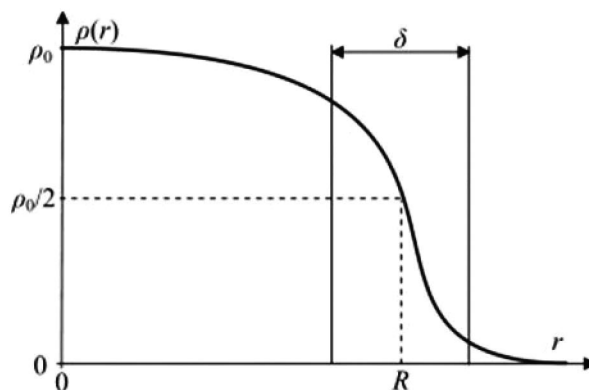


Рис. 21. Плотность распределения заряда в ядре

14. Найти полное число компонент зеемановского расщепления подуровней сверхтонкой структуры терма $^2P_{3/2}$ атомов ^{35}Cl в слабом магнитном поле.
15. В сильном магнитном поле каждый из подуровней терма $^2S_{1/2}$ атомов ^{42}K , ^{85}Rb расщепляется соответственно на пять и шесть компонент. Найти спин ядер этих атомов.
16. В опытах по изучению магнитным резонансным методом магнитных свойств атомов ^{25}Mg в основном состоянии 2S_0 обнаружено резонансное поглощение энергии при напряженности постоянного магнитного поля $B = 5,4 \text{ кГс}$ и частоте переменного магнитного поля $\nu_0 = 1,4 \text{ МГц}$. Определить гиромагнитный множитель и, зная спин, магнитный момент ядра.

1.4. Биографическое примечание

- **Бор**, Нильс Хендрик Давид (07.10.1885–18.11.1962), выдающийся датский физик-теоретик, один из создателей современной квантовой физики. Сформулировал идею о дискретности энергетических состояний атомов, построил атомную модель, создал теорию водородоподобных атомов (Нобелевская премия 1922 г.). Сформулировал принцип соответствия. Создатель системы физических идей квантовой механики. Создатель капельной модели ядра.
- **Резерфорд**, Эрнест (30.08.1871–19.10.1937), английский физик, основоположник ядерной физики. Исследования посвящены радиоактивности, атомной и ядерной физике. Открыл альфа- и бета-лучи, ввел понятие периода полураспада. Разработал теорию радиоактивного распада. Предсказал существование трансурановых элементов (Нобелевская премия по химии 1908 г.). Сконструировал прибор для регистрации отдельных заряженных частиц. Создал планетарную модель атома. Выдвинул идею об искусственном превращении атомных ядер. Предсказал существование нейтрона и дейтрона. Осуществил реакцию синтеза дейтронов с образованием трития.
- **Чедвик**, Джеймс (20.10.1891–24.07.1974), английский физик-экспериментатор, член Лондонского королевского общества (1927), открыл в 1914 г. непрерывный спектр энергии бета-излучения. В 1920 г. исследовал рассеяние альфа-частиц ядрами платины, серебра, меди, измерил заряды ядер, подтвердил теорию атома Резерфорда и вывод о том, что заряд ядра равен порядковому номеру элемента. В 1932 г. открыл нейтрон (Нобелевская премия 1935 г.). Исследовал искусственное превращение элементов под действием альфа-частиц.
- **Юкава**, Хидеки (23.01.1907–08.09.1981), японский физик-теоретик. В 1935 году выдвинул гипотезу о существовании нового типа элементарных частиц с массой, промежуточной между массами электрона и протона. К концу 40-х гг. эта гипотеза была подтверждена, и в 1949 году за предсказание существования мезонов и теоретические исследования природы ядерных сил Юкава была присуждена Нобелевская

премия по физике. Вел исследовательскую и педагогическую работу в Киотском и Осацком университетах, а также в научных и учебных центрах США.

- **Иваненко**, Дмитрий Дмитриевич (16.07.1904–30.12.1994), советский и российский физик-теоретик. Работы относятся к ядерной физике, теории поля, синхротронному излучению, единой теории поля, теории гравитации, истории физики. Большинство работ выполнены совместно с крупнейшими физиками первой половины XX века. Совместно с Георгием Гамовым вывел уравнение Шредингера, исходя из модели 5-мерного пространства (1926). Совместно с Ландау рассматривал уравнение Клейна – Гордона, статистику Ферми – Дирака и альтернативное описание фермионов в терминах антисимметричных тензоров (геометрия Иваненко – Ландау – Кэлера) (1927–1928). Совместно с Георгием Гамовым и Ландау рассматривал теорию мировых констант (1928). Совместно с В.А. Фоком разработал теорию параллельного переноса спиноров, обобщив уравнение Дирака на случай тяготения (1929). Совместно с В.А. Амбарцумяном высказал гипотезу рождения массивных частиц в процессе взаимодействия, легшую в основу современной квантовой теории поля (1930). Первым предложил протон-нейтронную модель ядра (1932), впоследствии развивавшуюся также Вернером Гейзенбергом. Совместно с Е.Н. Гапоном разработал оболочечную модель атомных ядер (1932). Совместно с И. Таммом показал возможность взаимодействия посредством обмена частицами с ненулевой массой покоя (1934). Разработал совместно с А.А. Соколовым математический аппарат теории ливней космических лучей (1938). Предложил нелинейное обобщение уравнения Дирака (1938), на основе которого в 50–60-е годы параллельно с Вернером Гейзенбергом развивал единую нелинейную теорию поля, учитывающую кварки и субкварки. Предсказал совместно с Померанчуком синхротронное излучение (1944). Разработал совместно с А.А. Соколовым классическую теорию синхротронного излучения (1948). Развил теорию гиперядер (1956). В 60–80-е годы совместно с учениками выполнил целый ряд работ по теории гравитации, в том числе выдвинул гипотезу кварковых звезд, разрабатывал тетрадную, обобщенную и калибровочную теории гравитации, учитывающие наряду с кривизной также и кручение. Опубликовал более 300 научных работ и 4 монографии. Под его ре-

дакцией вышли 27 сборников статей и книг ведущих зарубежных ученых.

- **Мозли**, Генри Гвин Джефрис (23.11.1887–10.08.1915), английский физик, один из основоположников рентгеновской спектроскопии. Установил зависимость между частотой спектральных линий характеристического рентгеновского излучения и атомным номером излучающего элемента. Зависимость была названа в честь первооткрывателя законом Мозли. Это фундаментальное открытие имело огромное значение для установления физического смысла периодической системы элементов и атомного номера и для подтверждения правильности концепции планетарного атома. Создал и представил исторически первый радиоизотопный источник электрической энергии (атомную батарею), представлявший собой стеклянную сферу, посеребренную изнутри, в центре которой на изолированном электроде располагался радиевый источник ионизирующей радиации. Электроны, излучающиеся при бета-распаде, создавали разность потенциалов между серебряным слоем стеклянной сферы и электродом с радиевой солью.

2. ЯДЕРНЫЕ МОДЕЛИ. ОБОЛОЧЕЧНАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

2.1. Экспериментальные и теоретические основания оболочечной модели ядра. Оболочечная модель ядра. Краткая теория

Капельная модель сыграла большую роль в экспериментальной физике и многие годы пользовалась большой популярностью среди ученых. Накапливались однако факты, которые нельзя было объяснить в рамках этой простой схемы. Уже в 1934 году немецкий физик В. Эльзассер установил, что ядра, в которых число нуклонов, протонов или нейтронов, равно 2, 8, 20, 28, 50, 82 или 126, обладают особой стабильностью. Поскольку физики не находили объяснения этому явлению, эти числа были названы «магическими». Эти факты, наряду с другими, дали основание американскому физiku А. Бартлету предложить оболочечную модель ядра. Эта идея существенно опережала свое время и не нашла тогда поддержки. В 1949 г. представления физиков об атомном ядре существенно углубились, и М. Гепперт-Майер и Й. Йенсен дали обоснование магических чисел в рамках оболочечной модели. Согласно их теории, нуклоны движутся в ядре по

определенным орбитам, подобно электронам в атоме. И так же как строение электронной оболочки и ее постепенное заполнение служат основой периодической системы элементов, магические числа в сочетании с оболочечной моделью привели к созданию периодической таблицы ядер. За создание оболочечной модели ядра М. Гепперт-Майер и Й. Йенсен были удостоены в 1963 г. Нобелевской премии по физике.

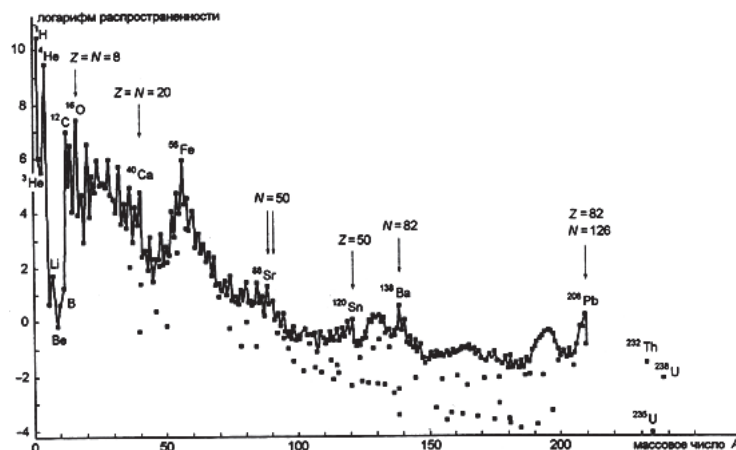


Рис. 22. Относительная распространенность химических элементов во Вселенной

Систематизируем те экспериментальные факты, которые подчеркивают особые свойства ядер с магическим числом нуклонов:

1. Относительная распространенность в природе различных ядер (на Земле, в атмосфере планет, в составе метеоритов, по данным спектроскопии Солнца) (рис. 22).

Кривая распространенности элементов позволяет говорить, что среди легких ядер относительно более распространенными являются гелий, кислород, кальций. С ростом числа нуклонов магические числа достаточно хорошо просматриваются: олово ($Z = 50$), свинец ($Z = 82$).

2. Распространенность различных изотопов в природе

Магические ядра имеют большее число изотопов, чем обычные. Например, ${}_{20}\text{Ca}$ имеет шесть устойчивых изотопов: $N = 20, 22, 23, 24, 26, 28$. Такого количества устойчивых изотопов не имеет ни один из ближайших элементов. При этом среди изотопов кальция относительная распространенность ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ (дважды магическое ядро) составляет 97%. Предшествующее ядро с $Z = N = 18$ ${}^{36}_{18}\text{Ar}$ имеет относительную распространенность 0,3%, а следующее ядро ${}^{44}_{22}\text{Ti}$ в природе вообще не встречается. Элемент олово $Z = 50$ имеет наибольшее число устойчивых изотопов – 10, причем три из них с нечетным A .

Среди различных изотопов данного элемента самым распространенным бывает изотоп со средним значением массы. Исключения наблюдаются для изотопов с $N = 50$, $N = 82$. Так, ${}^{138}_{56}\text{Ba}$ содержит $N = 82$ и является самым распространенным, хотя еще есть ${}^{136}_{56}\text{Ba}$, ${}^{134}_{56}\text{Ba}$. Другие примеры дают ядра ${}^{139}_{57}\text{La}$, ${}^{88}_{38}\text{Sr}$.

3. Распространенность различных изотонов в природе

Изотонов с данным четным N в природе встречается в среднем 3–4. Однако при $N = 20$ их число возрастает до пяти: ${}^{36}_{16}\text{S}$, ${}^{37}_{17}\text{Cl}$, ${}^{38}_{18}\text{Ar}$, ${}^{39}_{19}\text{K}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$. При $N = 50$ – до шести, а при $N = 82$ – до семи. Имеется семь стабильных ядер с $N = 82$, три ядра с $N = 80$, два ядра с $N = 84$.

4. Закономерности протекания α , β распадов

Все три радиоактивных семейства, встречающихся в природе (${}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{208}_{82}\text{Pb}$, ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb}$, ${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{207}_{82}\text{Pb}$), заканчиваются свинцом с $Z = 82$.

Энергия испускаемых α -частиц увеличивается с ростом Z в соответствии с полуэмпирической формулой Бете – Вейцеккера. Исключения составляют ядра полония с $Z = 84$, которые испускают более энергичные α -частицы, переходя в $Z = 82$ ядро свинца, чем ядра сразу стоящие за полонием: ${}^{209}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{205}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$. Вообще альфа-частицы с наибольшей энергией встречаются у ядер с $N = 128$, 84 , $Z = 84$, которые после распада переходят в ядра с $N = 126$, 82 , $Z = 82$ (распад на магические ядра). Пример такого распада: ${}^{144}_{60}\text{Nd} \rightarrow {}^{140}_{58}\text{Ce} + {}^4_2\text{He}$ ($E_\alpha = 1,8$ МэВ).

Аналогично, наибольшая энергия β -распада наблюдается при переходах на магические ядра, а наименьшая – при β -распаде магических ядер:

$${}^{87}_{36}\text{Kr} \rightarrow {}^{87}_{37}\text{Rb} + e^- + \bar{\nu}_e (3,6 \text{ МэВ}) \rightarrow {}^{87}_{38}\text{Sr} + e^- + \bar{\nu}_e (0,27 \text{ МэВ}). \quad (87)$$

5. Энергия отделения нейтрона

Магические свойства ядер проявляются в том, что при больших Z , N энергия отделения нейтрона сильно возрастает при переходе к магическому ядру (см., например, рис. 23).

Гипотеза Бартлетта и Эльзассера встретила кроме чисто экспериментальных возражений еще и теоретическое возражение. Ядра не имеют фиксированного силового центра, какой есть в атоме, вокруг которого могли бы вращаться нуклоны, образующие оболочки.

Однако имеются такие теоретические соображения, которые показывают, что нуклоны в ядре действительно можно рассматривать как независимые частицы, движущиеся в потенциальном поле (такого выделенного

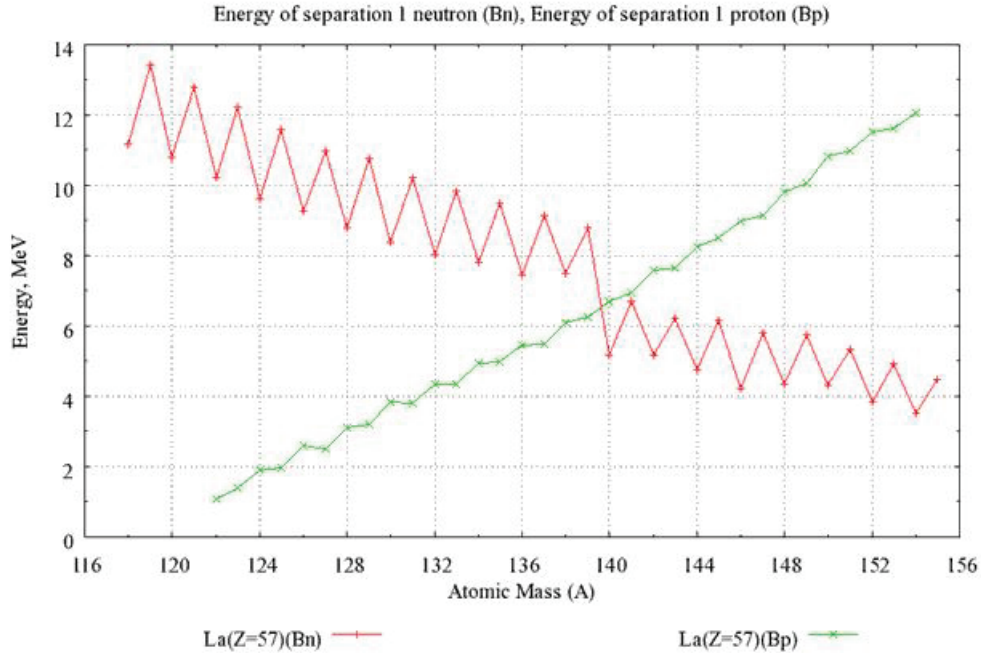


Рис. 23. Возрастание энергии отделения нейтрона при переходе к магическому ядру

силового центра как кулоновский центр здесь нет, но тем не менее подобие центра существует). Ядерные силы имеют малый радиус действия. Они очень интенсивны и в основном являются силами притяжения. Потенциал ядерного нуклон-нуклонного взаимодействия можно разделить на две части: сильного, очень короткодействующего отталкивания (жесткая сердцевина $0,4 \cdot 10^{-13}$ см) и более слабого с большим радиусом действия притяжения. Отталкивание играет важную роль в предотвращении стягивания ядра. Часть потенциала притяжения связана со средним полем ядра.

Рассмотрим движение нуклонов в поле притяжения, короткодействующий характер которого мы описываем экспонентой:

$$V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = -V_0 \cdot e^{-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\mu^2}}. \quad (88)$$

В такой модели можно выполнить аналитически вычисление вероятности перехода из начального состояния в конечное состояние. Такая модель демонстрирует суть выводов, которые будут сделаны ниже.

Пусть два нуклона имеют импульсы $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ до взаимодействия, а после взаимодействия $\mathbf{p}'_1$, $\mathbf{p}'_2$. Волновая функция начального состояния нуклонов представляет собой произведение плоских волн:

$$\Psi_{\text{нач}} = A e^{i\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2}. \quad (89)$$

Волновая функция конечного состояния двух нуклонов равна

$$\Psi_{\text{кон}} = B e^{i\mathbf{p}'_1 \mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{p}'_2 \mathbf{r}_2}. \quad (90)$$

Тогда вероятность перехода из начального состояния в конечное определяется матричным элементом:

$$\begin{aligned} W &= \int A e^{i\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2} (-V_0) \cdot e^{-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{\mu^2}} B e^{i\mathbf{p}'_1 \mathbf{r}_1} e^{i\mathbf{p}'_2 \mathbf{r}_2} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = \\ &= -ABV_0 \pi^{3/3} \mu^3 e^{-\frac{p^2 \mu^2}{4}} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2), \end{aligned} \quad (91)$$

где $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}'_1 = \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_2$. Таким образом, вероятность обмена большими импульсами экспоненциально мала. Аналогичное вычисление можно выполнить и для потенциала Юкавы. В то же время для всех нуклонов, кроме тех, которые находятся на самых высоких уровнях энергии, взаимодействие с малой передачей импульса невозможно из-за того, что соседние уровни заняты другими нуклонами, и на них из-за принципа Паули не могут перейти рассматриваемые нуклоны. Поэтому нуклоны ядра можно считать независимыми частицами.

Покажем теперь, что эффективный потенциал, в котором движутся нуклоны ядра, определяется плотностью распределения нуклонов. Пусть двухчастичная потенциальная энергия равна

$$V_{12} = V_0 f(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (92)$$

где V_0 – глубина потенциала в центре ямы, функция f характеризует форму ямы. Будем считать, что она представляет собой гладкую функцию, которая локализована на малых расстояниях. Пусть $\rho(\mathbf{r})$ – плотность распределения нуклонов в ядре. Тогда средний потенциал поля, в котором движется нуклон 1, равен:

$$V(1) = V(\mathbf{r}_1) = \int \rho(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 V_0 f(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (93)$$

После разложения подинтегральной функции по степеням $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ получим:

$$V(1) = V_0 \int f(\mathbf{r}) d\mathbf{r} [\rho(\mathbf{r}_1) + \mathbf{r} \nabla \rho + \dots] \approx V_0 \rho(\mathbf{r}_1) \cdot C, C = \int f(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (94)$$

При изучении рассеяния нуклонов и электронов на ядрах удалось установить вид функции $\rho(\mathbf{r})$ (плотности распределения нуклонов в ядре)

(см. рис. 12, стр. 21). Поэтому реалистический потенциал поля, в котором движется отдельный нуклон, имеет вид, показанный на рис. 24. Хорошей аппроксимацией этой кривой является потенциал Саксона – Вудса:

$$V(r) = -\frac{V_0}{e^{\frac{r-R}{\delta}} + 1}, \quad V_0 = 40 \text{ МэВ}, \quad \delta = 0,684 \text{ фм}, \quad r_0 = 1,3 \text{ фм}. \quad (95)$$

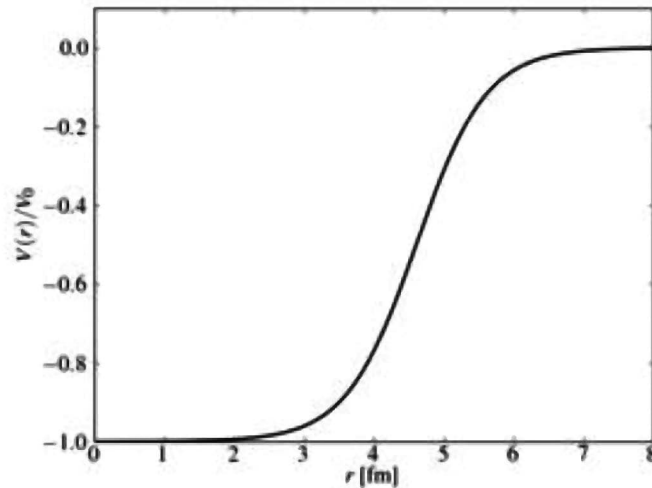


Рис. 24. Реалистичный потенциал эффективного поля, в котором движется нуклон ядра

Таким образом, нуклоны ядра движутся в эффективном поле. Замена реальных нуклон-нуклонных сил самосогласованным полем, одинаковым для всех нуклонов ядра, сводит задачу многих тел к задаче движения одной частицы в этом самосогласованном эффективном потенциальном поле.



Рис. 25. Аппроксимация реалистичного потенциала потенциалом гармонического осциллятора

Считая, что самосогласованное поле, действующее на нуклон в ядре, можно аппроксимировать потенциалом гармонического осциллятора

(рис. 25) $U(r) = m\omega^2 r^2/2$ (m – масса нуклона), найдем одночастичные энергетические уровни и установим, к каким значениям магических чисел приводит такая модель самосогласованного потенциала.

Для этого запишем уравнение Шредингера для нуклона, движущегося в данном самосогласованном потенциальном поле:

$$V(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{2}\kappa\mathbf{r}_1^2, \quad (96)$$

$$\nabla_1^2\psi(\mathbf{r}_1) + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{1}{2}\kappa r_1^2 \right) \psi(\mathbf{r}_1) = 0. \quad (97)$$

Введем безразмерную переменную r_1 :

$$r^2 = r_1^2 \frac{m\omega}{\hbar}, \quad \kappa = m\omega^2, \quad E = \frac{1}{2}\hbar\omega\lambda. \quad (98)$$

Тогда уравнение Шредингера можно переписать в виде:

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\mathbf{L}^2}{r^2 \hbar^2} \right] \psi(\mathbf{r}) + (\lambda - r^2) \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (99)$$

Исходный потенциал обладает сферической симметрией, поэтому мы можем искать решение в виде:

$$\psi(\mathbf{r}) = u(r)Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (100)$$

где Y_{lm} – сферические волновые функции. В результате такой подстановки мы получим уравнение для определения радиальной волновой функции:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) + \left[\lambda - r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u(r) = 0. \quad (101)$$

При решении этого уравнения удобно ввести новую неизвестную функцию $R(r) = ru(r)$ и перейти к новой переменной $z = r^2$. Тогда мы получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2 R}{dz^2} + \frac{1}{2z} \frac{dR}{dz} + \left[\frac{\lambda}{4z} - \frac{1}{4} - \frac{l(l+1)}{4z^2} \right] R(z) = 0. \quad (102)$$

Найдем асимптотику решения при $z \rightarrow 0, \infty$.

$$z \rightarrow \infty, \quad \frac{d^2 R}{dz^2} - \frac{1}{4} R = 0, \quad R \sim e^{-z/2}. \quad (103)$$

$$z \rightarrow 0, \quad \frac{d^2 R}{dz^2} + \frac{1}{2z} \frac{dR}{dz} - \frac{l(l+1)}{4z^2} R = 0, \quad R \sim z^s, s = \frac{l+1}{2}. \quad (104)$$

Таким образом, мы будем искать решение $R(z)$ в виде:

$$R(z) = e^{-\frac{z}{2}} z^{\frac{l+1}{2}} W(z), \quad (105)$$

а для неизвестной функции $W(z)$ получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\left[z \frac{d^2}{dz^2} + \left(l + \frac{3}{2} - z \right) \frac{d}{dz} + \frac{1}{4}(\lambda - 1) - \frac{l+1}{2} \right] W(z) = 0. \quad (106)$$

Решением этого уравнения является вырожденная гипергеометрическая функция:

$$W(z) = \Phi(\alpha, \beta, z) = \Phi\left(\frac{1}{4}(\lambda - 1) - \frac{l+1}{2}, \quad l + \frac{3}{2}, \quad z\right). \quad (107)$$

Ряд для вырожденной гипергеометрической функции превращается в конечный полином, и мы получаем физическое решение, если выполняется следующее условие:

$$\alpha = \frac{1}{4}(\lambda - 1) - \frac{l+1}{2} = -n_r, \quad n_r = 0, 1, 2, \dots - \text{целое}, \quad (108)$$

которое приводит к определенным уровням энергии нуклона в самосогласованном поле:

$$E_{n_r l} = \hbar\omega\left[2n_r + l + \frac{3}{2}\right] = \hbar\omega\left(N + \frac{3}{2}\right) = E_N, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (109)$$

Уровни энергии E_N вырождены. Вычислим кратность вырождения уровня:

$$r_N = 2 \sum_{l=1}^N (2l+1) = (N+1)(N+2), \quad (110)$$

так как при данном N принимает значения $l = N, N-2, N-4, \dots$. Полное число состояний, в которых могут находиться частицы, начиная с уровня $N=0$ и кончая уровнем $N=N_0$, равно:

$$d = \sum_{N=0}^{N_0} r_N = \sum_{N=0}^{N_0} (N+1)(N+2) = \frac{1}{3}(N_0+1)(N_0+2)(N_0+3). \quad (111)$$

Заметим также, что уровень с данным N имеет вполне определенную четность:

если N – четное, то $l = 0, 2, 4, \dots$, $P = (-1)^l = +1$;

если N – нечетное, то $l = 1, 3, 5, \dots$, $P = (-1)^l = -1$.

Составим таблицу осцилляторных оболочек. Уровни энергии гармонического осциллятора мы будем нумеровать парой чисел (n_r, l) ($n_r = 1 + (N - l)/2$).

Таблица 1. Заполнение оболочек в осцилляторной модели ядра

N	Орбита	P	r_N	d
0	$l = 0, n_r = 0, 1S$	+1	2	2
1	$l = 1, n_r = 1, 1P$	-1	6	8
2	$l = 0, n_r = 2, 2S$ $l = 2, n_r = 1, 1D$	+1	12	20
3	$l = 1, n_r = 2, 2P$ $l = 3, n_r = 1, 1F$	-1	20	40
4	$l = 0, n_r = 3, 3S$ $l = 2, n_r = 2, 2D$ $l = 4, n_r = 1, 1G$	+1	30	70

Таким образом, осцилляторная модель приводит к следующим значениям магических чисел: 2, 8, 20, 40, 70, 112, 168. Только первые три числа совпадают с экспериментально наблюдаемыми. Специфической особенностью осцилляторного потенциала является случайное вырождение уровней. Если слегка изменить этот потенциал, то случайное вырождение снимется, что приведет к расщеплению каждого уровня на столько подуровней, сколько различных значений l ему отвечает.

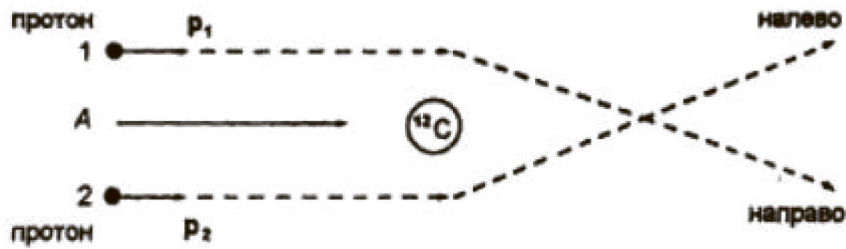


Рис. 26. Рассеяние поляризованных нуклонов на бесспиновых ядрах

Введем дополнительное взаимодействие для нуклонов, которое может снять вырождение уровней энергии и привести к их расщеплению. Такое взаимодействие называется спин-орбитальным. Оно было хорошо известно в физике атомов. Необходимость его учета для нуклонов была установлена экспериментально в опытах по рассеянию поляризованных нуклонов на

бесспиновых ядрах (${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$ и других). На рис. 26 показана схема эксперимента. Опыты показали, что наблюдается асимметрия в рассеянии протонов на ядрах вверх и вниз. Спины протонов, которые рассеиваются на ядре углерода, направлены перпендикулярно рисунку. Протон сверху отличается от протона снизу только тем, что для него орбитальный момент количества движения направлен перпендикулярно плоскости рисунка от нас, а для нижнего протона орбитальный момент направлен на нас. Таким образом, знаки скалярного произведения $\mathbf{L}\mathbf{s}_i$ для них различны. Это единственное различие верхнего и нижнего протонов.

Эффективное спин-орбитальное взаимодействие для нуклона в ядре можно получить, используя такой же подход, который привел нас к потенциалу Саксона – Вудса. Рассмотрим спин-орбитальное взаимодействие двух нуклонов:

$$V_{12,LS} = V_{LS}(r_{12})(\mathbf{L}\mathbf{s}_1) + V_{LS}(r_{12})(\mathbf{L}\mathbf{s}_2), \quad (112)$$

где орбитальный момент и относительные координаты нуклонов равны:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}] = [(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)], \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{p} = \frac{1}{2}\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2. \quad (113)$$

Чтобы получить средний спин-орбитальный потенциал, действующий на произвольный нуклон, усредним $V_{12,LS}$ по второму нуклону:

$$V_{LS}(1) = \overline{\int V_{12,LS}(r_{12})\rho(\mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_2}, \quad (114)$$

где черта означает усреднение по спину и импульсу второго нуклона. Учитывая, что для этих величин нет выделенных направлений, получим:

$$V_{LS}(1) = C \frac{1}{r_1} \frac{\partial \rho}{\partial r_1}(\mathbf{L}\mathbf{s}_1), \quad C = -\frac{1}{6} \int V_{12,LS}(r)r^2 d\mathbf{r}. \quad (115)$$

Итак, мы хотим учесть дополнительную спин-орбитальную энергию нуклона $V_{ls} = C_{ls}(\mathbf{l}\mathbf{s})$ в ядре. При введении спин-орбитального взаимодействия произойдет изменение энергетического спектра однонуклонных состояний. При наличии спин-орбитального взаимодействия уровень частицы со спином $s = 1/2$ с данным значением l расщепляется на два подуровня, отвечающие значениям $j = l \pm 1/2$ полного момента. В этом случае «хорошими» квантовыми числами являются: полный момент j , его проекция j_z , четность P (хотя вектор $\mathbf{l}$ не сохраняется, его квадрат по-прежнему является

интегралом движения: оператор $\mathbf{l}^2$ коммутирует с гамильтонианом). Считая, что применима теория возмущений, учтем изменение уровней энергии нуклона за счет дополнительного спин-орбитального взаимодействия в рамках этого метода. Обозначим волновую функцию гармонического осциллятора через: $|\alpha, j, l, s = 1/2\rangle$ и выразим $(\mathbf{ls})$ через квадраты операторов полного, орбитального и спинового моментов:

$$(\mathbf{ls}) = \frac{1}{2}[\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2]. \quad (116)$$

Тогда имеем:

$$(\mathbf{ls})|\alpha, j, l, s = 1/2\rangle = \begin{cases} \frac{1}{2}\hbar^2 l |\alpha, j, l, s = 1/2\rangle, & j = l + 1/2 \\ -\frac{1}{2}\hbar^2(l + 1) |\alpha, j, l, s = 1/2\rangle, & j = l - 1/2 \end{cases} \quad (117)$$

Спин-орбитальное взаимодействие приводит к частичному снятию вырождения, так как теперь уровни с $j = l \pm 1/2$ имеют разную энергию, а величина расщепления

$$\Delta E_{ls} = (l + \frac{1}{2})\hbar^2 C_{ls}. \quad (118)$$

$C_{ls} < 0$, поэтому уровень с $j = l - 1/2$ повышается, а с $j = l + 1/2$ понижается. В результате расщепления (рис. 27) возникает схема оболочек, представленная на рис. 28. В результате расщепления уровней энергии происходит изменение оболочек и их чисел заполнения, которые теперь совпадают с магическими числами.

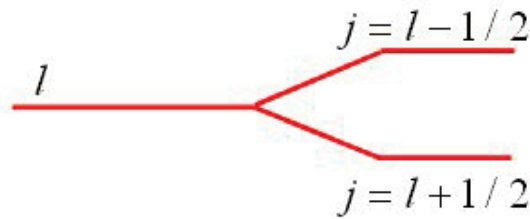


Рис. 27. Расщепление уровня энергии в результате спин-орбитального взаимодействия

Распределение ядер по оболочкам проводится сопоставлением числа содержащихся в них нуклонов и значения спина с числами заполнения и величиной j , характеризующей данное состояние. При этом делаются следующие предположения, которые подтверждаются опытом:

1. Суммарный момент системы, состоящей из четного числа протонов и нейтронов, равен 0.

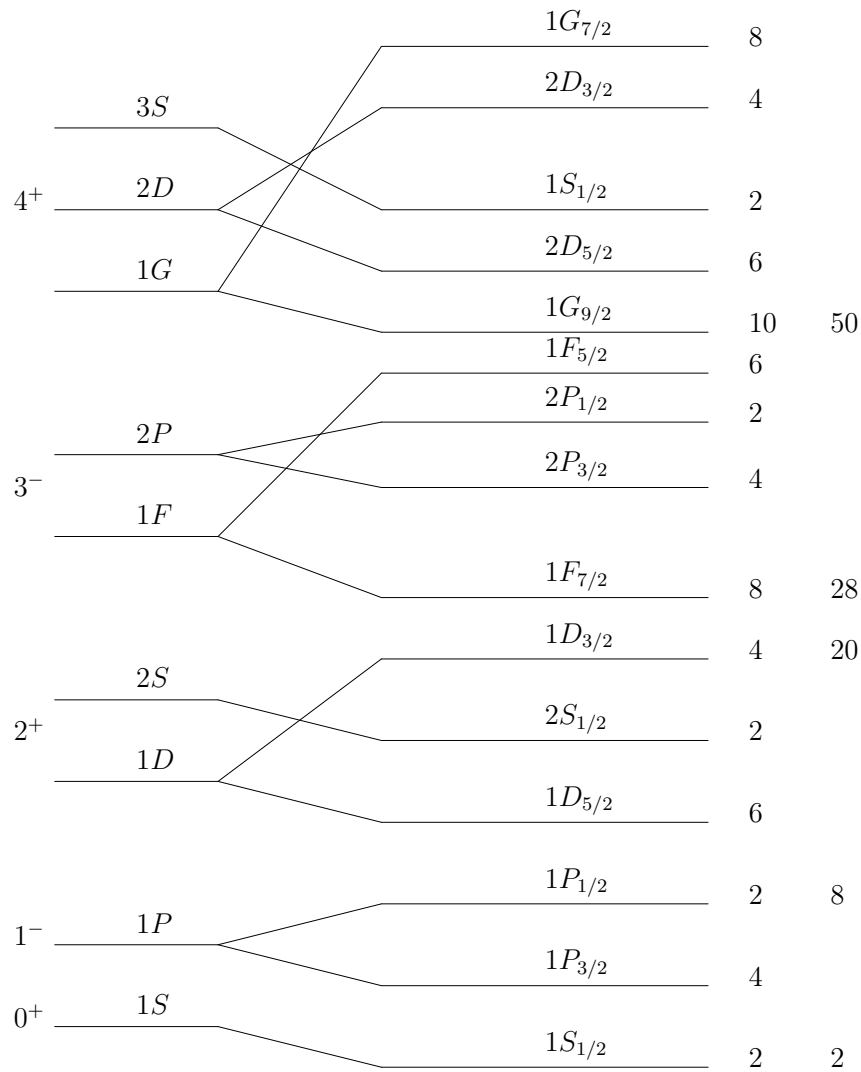


Рис. 28. Схема уровней энергии ядра в модели оболочек

2. Суммарный момент системы, состоящей из нечетного числа нуклонов, определяется моментом неспаренного нуклона.

3. Суммарный момент нечетно-нечетной системы, непарные нуклоны которой находятся в одинаковых состояниях, равен удвоенному моменту нуклона.

4. Энергия уровня растет с ростом l .

В связи с формулировкой оболочечной модели ядра полезно рассмотреть еще одну характеристику ядер – квадрупольный момент. Как мы уже знаем, одной из важнейших характеристик ядра является его электрический заряд Z . Однако он не может дать полного представления об электрических характеристиках ядра, проявляющихся при взаимодействии ядра с внешним полем. Заряд ядра – это простейшая интегральная характери-

ка электрических свойств ядра. Другой электрической характеристикой является дипольный момент. Из классической электродинамики известно, что если заряженную систему поместить во внешнее электрическое поле, то она приобретает следующую энергию:

$$\begin{aligned}
 W &= \sum_i e_i \phi(\mathbf{R} + \mathbf{r}_i) = e\phi + \sum_i e_i \mathbf{r}_i (\text{grad} \phi)|_{\mathbf{r}_i=0} + \frac{1}{2} \sum_i e_i \frac{\partial^2 \phi}{\partial R_\alpha \partial R_\beta} r_i^\alpha r_i^\beta = \\
 &= e\phi - \mathbf{p}\mathbf{E} + \frac{1}{6} Q_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial R_\alpha \partial R_\beta}.
 \end{aligned} \tag{119}$$

Система зарядов, помещенная во внешнее поле, может быть охарактеризована моментами: полным зарядом e , дипольным моментом $\mathbf{p}$, квадрупольным тензором $Q_{\alpha\beta} \dots$:

$$\begin{aligned}
 e &= \sum_i e_i, \quad \mathbf{p} = \sum_i e_i \mathbf{r}_i, \quad Q_{\alpha\beta} = \sum_i e_i (3r_i^\alpha r_i^\beta - \delta^{\alpha\beta} \mathbf{r}_i^2) = \\
 &= Z \int \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} (3r_\alpha r_\beta - \delta_{\alpha\beta} \mathbf{r}^2).
 \end{aligned} \tag{120}$$

При выводе соотношения (30) мы считаем, что поле мало меняется в пределах системы заряженных частиц. Так как в ядре имеются протоны и нейтроны, то в случае несовпадения центров протонной и нейтронной жидкостей ядро будет обладать дипольным моментом (рис. 29).

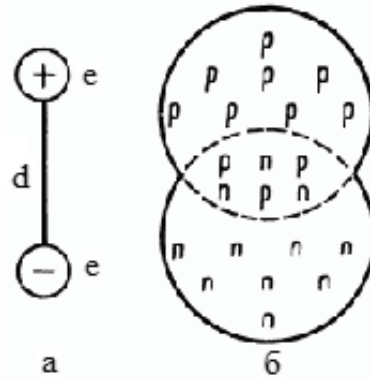


Рис. 29. Появление дипольного момента ядра

Покажем, что дипольный момент ядер в основном состоянии равен нулю. Проекцией дипольного момента на ось Z называется интеграл вида:

$$p_z = \sum_{i=1}^Z \int e z_i |\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \dots d\mathbf{r}_A, \tag{121}$$

где $\rho(\mathbf{r})$ – функция распределения заряда в ядре. В соответствии с законом сохранения четности в основном состоянии имеем: $|\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A)|^2 = |\psi(-\mathbf{r}_1, -\mathbf{r}_2, \dots, -\mathbf{r}_A)|^2$. Так как z_i – нечетная функция, то этот интеграл обращается в нуль. Таким образом, для ядер очень важной характеристикой является квадрупольный момент, который описывает отклонение распределения заряда ядра от сферически симметричного.

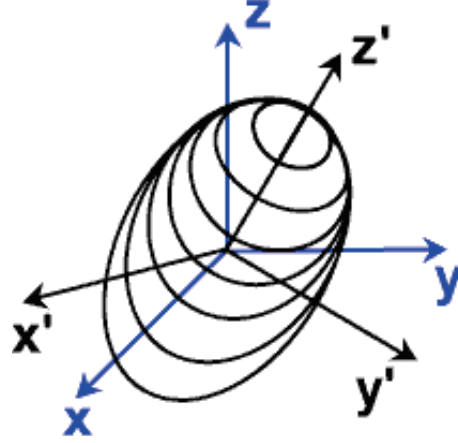


Рис. 30. Приведение тензора квадрупольного момента к главным осям

Тензор квадрупольного момента – симметричный тензор, его след равен нулю: $Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} = 0$. Поэтому, если его привести к главным осям (рис. 30), то останутся только две независимые компоненты. Если же система имеет ось симметрии (ось Z), то $Q_{11} = Q_{22} = -\frac{1}{2}Q_{33} = 0$. Величину $Q = Q_{33} = Q_{zz}$ называют тогда квадрупольным моментом. Именно этот случай важен при рассмотрении ядер. В оболочечной модели ядра мы предполагали, что ядро сферически симметрично. Квадрупольный момент такого ядра равен нулю. Но экспериментальные данные по квадрупольным моментам ядер говорят о том, что $Q \neq 0$. Это означает, что потенциал отличен от сферически симметричного. Простейшее отклонение формы ядра от шара – эллипсоид вращения (рис. 31). В случае эллипсоидального распределения заряда квадрупольный момент ядра можно получить в аналитическом виде:

$$\begin{aligned}
 Q &= Z \int_{V_{el}} d\mathbf{r} (3z^2 - r^2) \rho(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi ba^2} \int r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi (3r^2 \cos^2 \theta - r^2) = \\
 &= \frac{2}{5} Ze (b^2 - a^2),
 \end{aligned}
 \tag{122}$$

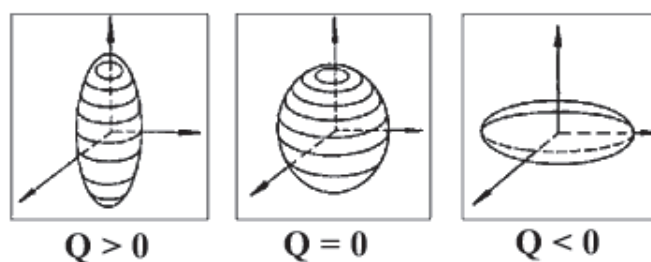


Рис. 31. Квадрупольный момент ядра Q в случае шарообразного и эллипсоидального распределения заряда ядра

где a , b – полуоси эллипса. Квадрупольный момент измеряется в см^2 или барнах: $1 \text{ бн} = 10^{-24} \text{ см}^2$.

Квадрупольный момент ядра начинает проявляться при помещении ядер во внешнее электрическое поле, когда ядро приобретает дополнительную энергию благодаря Q . На рис. 32 представлены экспериментальные данные по квадрупольным моментам ядер. Квадрупольный момент ядра определяется по сечениям кулоновского возбуждения вращательных уровней ядер, по вероятностям гамма-переходов между этими уровнями.

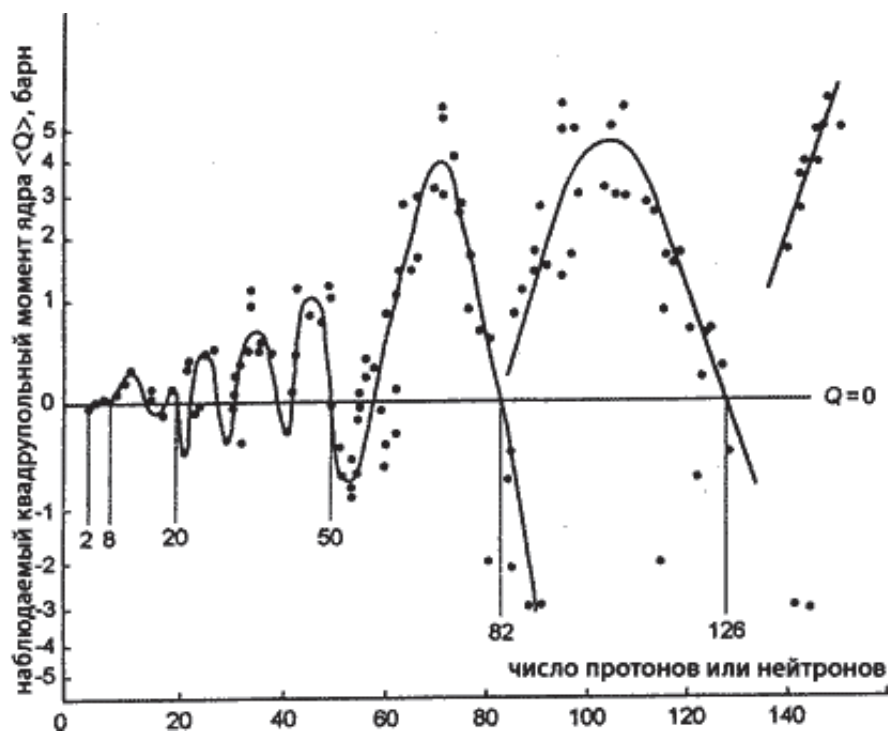


Рис. 32. Наблюдаемый квадрупольный момент ядра

Проведем сравнение значений квадрупольных моментов ядер, полученных в модели оболочек с экспериментальными данными. Ядра с полностью

заполненными оболочками обладают сферической симметрией. Это следует из того, что спин любой подоболочки равен нулю. Добавление к таким ядрам валентных нуклонов приводит к тому, что они поляризуют остов, в результате чего ядро деформируется. Рассмотрим простейшую деформацию – эллипсоид вращения. Для описания такой деформации введем (δ – несферичность ядра)

$$\delta = \frac{\Delta R}{R}, \quad R = \frac{1}{2}(a + b), \quad \Delta R = b - a. \quad (123)$$

Тогда получим, что квадрупольный момент ядра можно записать в виде

$$Q = \frac{4}{5}ZR^2\delta. \quad (124)$$

Введем также приведенный квадрупольный момент ядра:

$$Q_{\text{прив}} = \frac{Q}{ZR^2} = \frac{4}{3}\delta. \quad (125)$$

Эксперимент приводит к зависимости приведенного квадрупольного момента от A , показанной на рис. 33. Нулевые значения приведенных квадрупольных моментов отвечают ядрам с полностью заполненными оболочками. Приведенный квадрупольный момент некоторых ядер принимает большие значения.

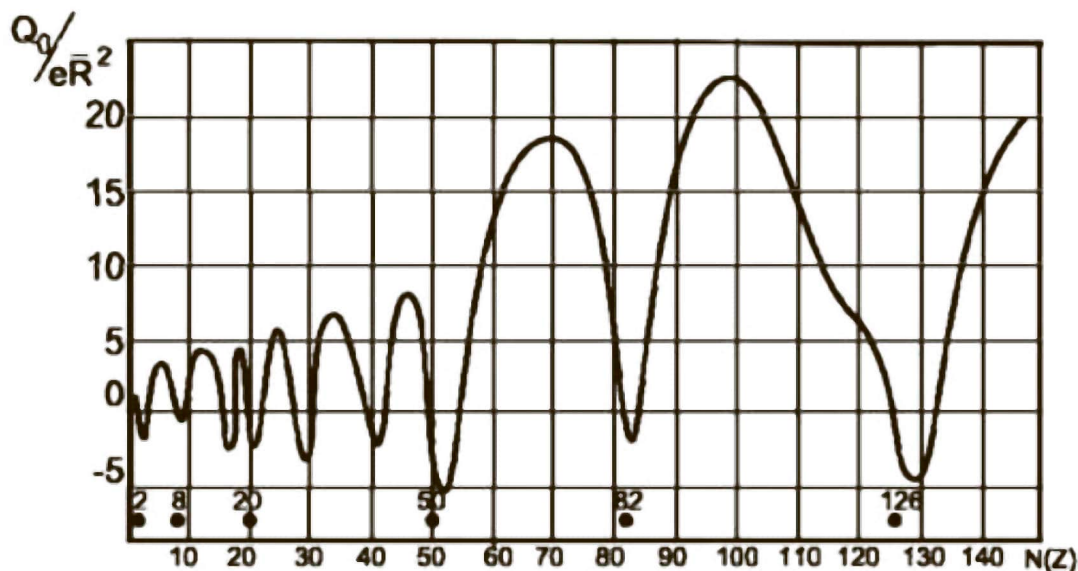


Рис. 33. Зависимость приведенного квадрупольного момента ядра от числа нуклонов в ядре

Может ли оболочечная модель ядра объяснить такие результаты? Пусть мы добавляем один протон к полностью заполненной оболочке (рис. 34).

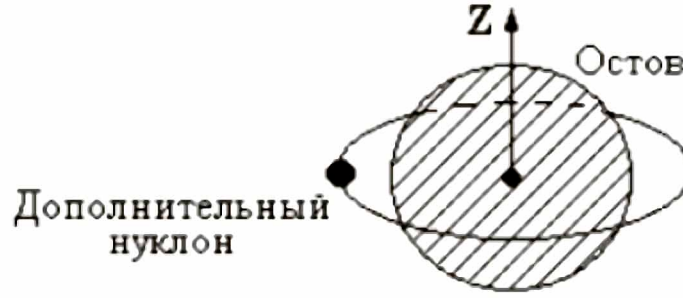


Рис. 34. Один нуклон сверх заполненных оболочек

Чтобы найти квадрупольный момент, создаваемый одной частицей, необходимо вычислить интеграл:

$$Q = e \int d\mathbf{r} \psi^a s t_{j=m}(\mathbf{r}) (3z^2 - r^2) \psi_{j=m}(\mathbf{r}). \quad (126)$$

В квантовой механике функцию плотности нуклонов мы заменяем на $\psi_{j=m}^* \psi_{j=m}$, а условие $j = m$ означает, что момент ядра (добавочного протона) направлен по оси Z (максимально возможная проекция). Далее в процессе вычислений получаем:

$$\begin{aligned} Q &= e \int d\mathbf{r} \psi^a s t_{j=m}(\mathbf{r}) r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \psi_{j=m}(\mathbf{r}) = \\ &= - \int d\mathbf{r} \psi^a s t_{j=m}(\mathbf{r}) r^2 \left(3 \frac{J_z^2}{J^2} - 1\right) \psi_{j=m}(\mathbf{r}) = \\ &= - \langle r^2 \rangle \frac{3j^2 - j(j+1)}{j(j+1)} = - \langle r^2 \rangle \frac{2j-1}{j+1}. \end{aligned} \quad (127)$$

При получении этой формулы мы с самого начала положили $Z = -1$ (заряд в единицах заряда электрона). Если приближенно заменить $\langle r^2 \rangle$ на квадрат радиуса ядра, получим:

$$Q = -\frac{1}{Z}. \quad (128)$$

Расхождение этой формулы с экспериментальными данными становится особенно заметным при больших Z . Оболочечная модель дает заниженные значения квадрупольных моментов ядер. Большие квадрупольные моменты находят свое объяснение в моделях деформируемого ядра [4–6].

2.2. Примеры решения задач

Задача 1. Определить в оболочечной модели спины и четности основных состояний изотопов кислорода $^{15}_8\text{O}$ – $^{20}_8\text{O}$.

Решение

Изотоп кислорода $^{16}_8\text{O}$ имеет полностью заполненные оболочки $1s_{1/2}$ и $1p$ по протонам и нейтронам, то есть является дважды магическим ядром. Конфигурацию основного состояния ядра $^{16}_8\text{O}$ можно записать в виде (рис. 35):

$$^{16}_8\text{O} : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2. \quad (129)$$

Числа над обозначением уровня – это числа нуклонов одного типа (протонов или нейтронов). Другие изотопы отличаются только нейтронными конфигурациями.

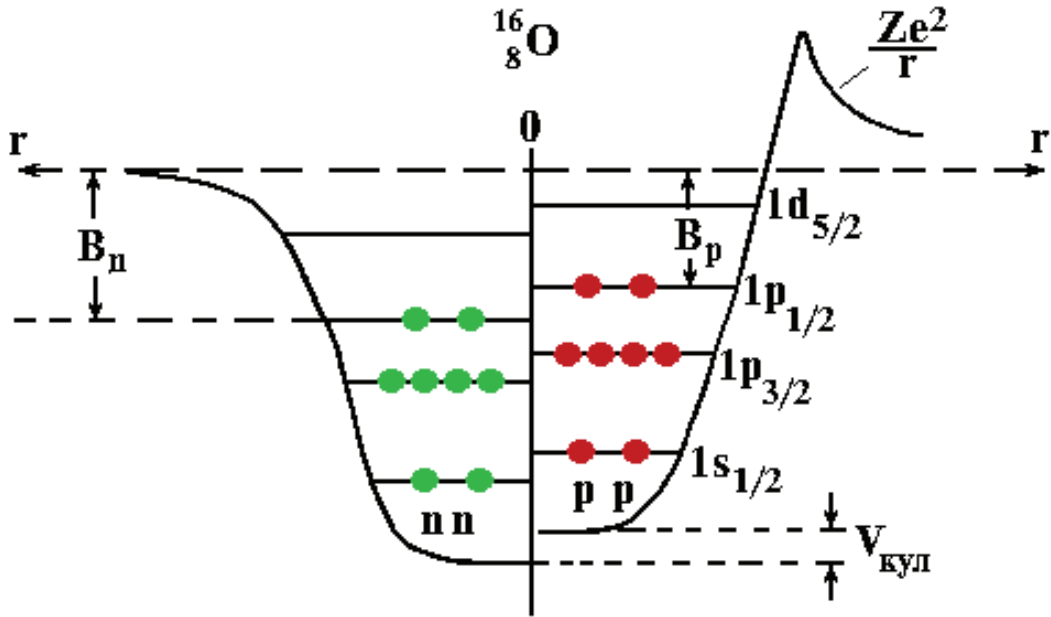


Рис. 35. Схема заполнения энергетических уровней в ядре $^{16}_8\text{O}$

Запишем нейтронные конфигурации указанных изотопов:

$$^{15}_8\text{O} : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^1, \quad J^P = \frac{1}{2}^-, \quad (130)$$

$$^{17}_8\text{O} : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^1, \quad J^P = \frac{5}{2}^+, \quad (131)$$

$${}^{18}_8O : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^2, \quad J^P = 0^+, \quad (132)$$

$${}^{19}_8O : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^3, \quad J^P = \frac{5}{2}^+, \quad (133)$$

$${}^{20}_8O : (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^4, \quad J^P = 0^+. \quad (134)$$

Ядро ${}^{15}_8O$ имеет одну вакансию на уровне $1p_{1/2}$. Начиная с ядра ${}^{17}_8O$ происходит заполнение уровня $1d_{5/2}$.

Задача 2. Найти схему заполнения ядерных оболочек у ядра ${}^{19}_9F$ и сравнить с экспериментальными данными.

Решение

Ядро ${}^{19}_9F$ имеет следующие заполненные состояния: $1s_{1/2}^4$, $1p_{3/2}^8$, $1p_{1/2}^4$. Остающиеся один протон и два нейтрона при регулярном заполнении оболочек должны попасть на уровень $1d_{5/2}$. При этом суммарный спин двух нейтронов будет равен 0, и спин-четность ядра определится спином-четностью того состояния, в котором окажется неспаренный протон, то есть $\frac{5}{2}^+$.

Задача 3. Определить спин и четность ядра ${}^{26}_{13}Al$ в основном состоянии и сравнить результат с экспериментом.

Решение

Запишем конфигурацию основного состояния ядра ${}^{26}_{13}Al$:

$$\text{протоны : } (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5,$$

$$\text{нейтроны : } (1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4(1p_{1/2})^2(1d_{5/2})^5.$$

До полного заполнения подоболочки $1d_{5/2}$ не хватает по одному протону и нейтрону. Четность полученного состояния ядра положительная, так как равна произведению одинаковых четностей неспаренных нуклонов (в этом случае четность каждого из этих нуклонов положительная). Моменты неспаренных протона и нейтрона складываясь дают результирующий момент. Он может принимать значения от минимального 0 до максимального 5. В основном состоянии реализуется ситуация с максимальным значением момента 5: $J^P({}^{26}_{13}Al) = 5^+$.

2.3. Задачи для самостоятельного решения

1. С помощью модели оболочек написать конфигурации основных состояний ядер: 7Li , ${}^{13}C$, ${}^{25}Mg$.
2. Определить с помощью модели оболочек спин и четность основных состояний ядер ${}^{13}C$, ${}^{13}N$.
3. Определить с помощью модели ядерных оболочек спины и четности основных состояний ядер: ${}^{17}O$, ${}^{29}Si$, ${}^{39}K$.
4. Магнитный момент ядра складывается из магнитных моментов нуклонов, находящихся вне заполненных оболочек. Имея в виду, что магнитный момент нуклона в состоянии (nlj) равен $\mu = \mu_0 g_j \mathbf{j} = \mu_0 (g_s \mathbf{s} + g_l \mathbf{l})$ (μ_0 – ядерный магнетон, $\mathbf{s}$ – спиновый момент нуклона, $\mathbf{l}$ – орбитальный момент нуклона, а орбитальный и спиновый гиромагнитные множители равны: $g_l = 1$, $g_s = 5,585$ для протона и $g_l = 0$, $g_s = -3,826$ для нейтрона), доказать, что:

$$g_j j(j+1) = \frac{1}{2}(g_l + g_s)j(j+1) + \frac{1}{2}(g_l - g_s)[l(l+1) - s(s+1)], \quad (135)$$

$$g_j = g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l+1}, \quad \text{при } j = l \pm \frac{1}{2}. \quad (136)$$

5. Используя результаты предыдущей задачи, доказать, что магнитный момент протона $\mu_p = g_j j \mu_0$:

$$\mu_p = (1 - \frac{2,29}{j+1}), \quad \text{при } j = l - \frac{1}{2}, \quad (137)$$

$$\mu_p = j + 2,29 \quad \text{при } j = l + \frac{1}{2}, \quad (138)$$

а для магнитного момента нейтрона:

$$\mu_n = \frac{1,91}{j+1}j \quad \text{при } j = l - \frac{1}{2}, \quad (139)$$

$$\mu_n = -1,91 \quad \text{при } j = l + \frac{1}{2}. \quad (140)$$

6. В модели оболочек найти спины и магнитные моменты основных состояний ядер: 3H , ${}^{11}_5B$, ${}^{22}_8O$.

7. Оценить значение параметра $\hbar\omega$ осцилляторной модели, основываясь на данных о размерах ядер.
8. Найти с помощью модели ядерных оболочек спины и четности основных состояний ядер: ${}^3\text{He}$, ${}^{15}\text{N}$, ${}^{21}\text{O}$.
9. В модели оболочек найти спины и магнитные моменты основных состояний ядер: ${}^3\text{He}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{29}\text{Si}$.
10. Допустим, что в нашей Вселенной изменился бы только знак ядерного спин-орбитального члена. Какими стали бы магические числа?
11. Воспользовавшись формулами ауд. задачи 5, вычислить магнитный момент в состояниях $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, $P_{3/2}$ нейтрона и протона.
12. Определить магнитный момент системы двух нуклонов (с полным механическим моментом $\mathbf{J} = \mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$), выразив его через магнитные моменты μ_1, μ_2 каждого из нуклонов. Сравнить полученный результат с экспериментальными данными для ядер: ${}^2\text{H}(J = 1, \mu = 0,86)$, ${}^6_3\text{Li}(1; 0,82)$, ${}^{10}_5\text{B}(3; 1,80)$.
13. Найти величину спин-орбитального расщепления уровней энергии $1D_{5/2}$ и $1D_{3/2}$ нуклона в потенциале $V(r) = m\omega^2 r^2/2 + V_1(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})$, если константа $V_1 = -2$ МэВ.
14. В каком ядре протоны заполняют все состояния оболочечной модели до $2P_{3/2}$ включительно, а нейтроны – до $2P_{1/2}$?
15. Найти максимальное значение магнитного момента протона в состоянии $l = 1$.

2.4. Биографическое примечание

- **Астон**, Франсис Уильям (01.09.1877–20.11.1945), английский физик и химик, член Лондонского королевского общества (1921). Исследования относятся к атомной и ядерной физике, радиохимии. В 1919 г. сконструировал масс-спектрограф, доказал наличие изотопов у хлора и ртути, открыл большое количество изотопов у многих химических элементов, изучил их закономерности (Нобелевская премия по химии 1922 г.). Открыл изотоп урана-238.

- **Демпстер**, Артур Джеффри (14.08.1886–11.03.1950), канадский физик и химик. Работы относятся к масс-спектрометрии, химии изотопов, физике ускорителей. Построил первый масс-спектрометр (1918), открыл ряд изотопов (калия, лития, магния, цинка, кальция). В 1935 г. открыл уран-235. Предложил вариант прямого ускорения ионов (1932).
- **Гепперт-Майер**, Мария (28.06.1906–20.02.1972), немецкий физик-теоретик, разработала оболочечную модель ядра, объяснила существование магических чисел (Нобелевская премия 1963 г.) В конце 1940-х – начале 1950-х годов выполнила расчеты по поглощению излучения для Эдварда Теллера, которые, вероятно, использовались при конструировании водородной бомбы.
- **Йенсен**, Йоханнес Ханс Даниель (25.06.1907–11.02.1973), немецкий физик-теоретик, разработал оболочечную модель ядра (Нобелевская премия 1963 г.).

3. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЗАКОНЫ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

3.1. Законы радиоактивного распада. Краткая теория

Все нестабильные ядра, а также ядра, находящиеся в возбужденном состоянии, испытывают самопроизвольные превращения, приводящие к изменению состава или внутренней энергии ядра. Термин «нестабильные» означает, что ядра при данном количестве протонов и нейтронов не могут существовать долгое время. Такие самопроизвольно происходящие ядерные процессы называются радиоактивными. К числу радиоактивных процессов относят: альфа-распад, бета-распад, гамма-излучение ядер, спонтанное деление ядер, испускание протонов и нейтронов, кластерный распад.

Термин «радиоактивность», получивший название от латинских слов «radio» – «излучаю» и «activus» – «действительный», означает самопроизвольное превращение атомных ядер, сопровождающееся испусканием гамма-излучения, элементарных частиц или более легких ядер.

Термин «радиация» происходит от латинского слова «radius» и означает луч. В самом широком смысле слова радиация охватывает все существующие в природе виды излучений – радиоволны, инфракрасное излучение, видимый свет, ультрафиолет и, наконец, ионизирующее излучение. Все эти виды излучения, имея электромагнитную природу, различаются длиной волны, частотой и энергией.

На опыте в настоящее время зарегистрировано около 3 000 ядер, и из них лишь 270 комбинаций Z и N образуют устойчивые ядра. Явление радиоактивности было открыто в 1896 г. А. Беккерелем. Он установил, что соли урана испускают лучи (теперь мы знаем, что это бета-лучи), которые вызывают почернение фотопластинок. В 1898 г. М. Кюри и П. Кюри выделили из урановой руды сначала полоний, а затем и радий.

Радиоактивность есть свойство атомного ядра, а точнее говоря, его состояния. Повлиять на ход радиоактивного распада, не изменив состояние ядра, невозможно. Для данного ядра, находящегося в определенном энергетическом состоянии, вероятность радиоактивного распада λ за единицу времени постоянна. Изменение числа ядер за время dt равно:

$$dN = -\lambda N(t)dt, \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (141)$$

где N_0 – число ядер в начальный момент времени $t = 0$, $N(t)$ – число ядер в момент времени t . Число радиоактивных ядер убывает по экспоненци-

альному закону (см. рис. 37, стр. 69). Пусть $t = T_{1/2}$ – время, за которое распадается половина исходного количества ядер:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad (142)$$

$T_{1/2}$ – период полураспада. Диапазон изменения периода полураспада очень велик: 10^{-16} с. $< T_{1/2} < 10^{20}$ лет. Для определения периода полураспада ядер можно использовать следующую формулу:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N. \quad (143)$$

Если измерить число распадов в единицу времени dN/dt с помощью счетчиков, а также знать количество радиоактивных ядер N , то можно определить из этой формулы $T_{1/2}$. Так, для радия Ra измерения показали, что в 1 г Ra происходит $3,7 \cdot 10^{10}$ расп/сек. Тогда:

$$\begin{aligned} T_{1/2} &= \frac{\ln 2}{\frac{dN}{dt}} N = \frac{\ln 2}{\frac{dN}{dt}} \frac{m}{m_{\text{яд}}} = \frac{\ln 2}{\frac{dN}{dt}} \frac{m \cdot N_A}{\mu} = \frac{0,69}{3,7 \cdot 10^{10} \text{ расп/сек}} \frac{1 \cdot \text{г} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{226 \text{ г}} = \\ &= 5 \cdot 10^{10} \text{ сек} \approx 1600 \text{ лет}. \end{aligned} \quad (144)$$

Так как вероятность распада одного ядра в единицу времени λ , то за время $t \div t + dt$ будет распадаться

$$dN = \lambda N(t) dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt \quad (145)$$

ядер. Эти ядра «прожили» время t . Тогда среднее время жизни ядра равно:

$$\bar{t} = \tau = \int_0^\infty t \frac{dN(t)}{N_0} = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (146)$$

В реальных физических процессах радиоактивного распада мы имеем очень часто цепочку радиоактивных превращений. Рассмотрим следующий процесс: пусть ядра N_2 возникают в результате распада ядер N_1 и сами являются радиоактивными. Такой процесс описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1(t), \quad (147)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t). \quad (148)$$

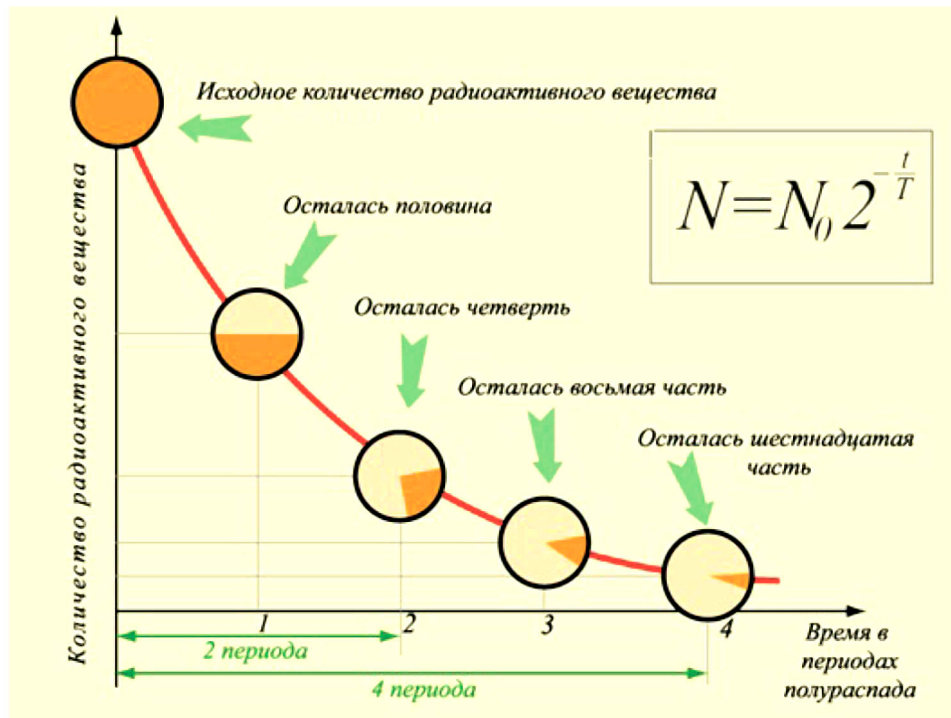


Рис. 36. Закон радиоактивного распада

Число «дочерних» ядер увеличивается за счет распада «материнских» ядер. Проинтегрируем первое уравнение (147) и подставим решение во второе уравнение (148).

$$N_1(t) = N_{10}e^{-\lambda_1 t}, \quad \frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_{10}e^{-\lambda_1 t}. \quad (149)$$

Второе уравнение – неоднородное. Найдём общее решение однородного уравнения:

$$N_2^{\text{общ}}(t) = Be^{-\lambda_2 t}. \quad (150)$$

Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде экспоненты:

$$N_2^{\text{част}}(t) = Ae^{-\lambda_1 t}. \quad (151)$$

Подставляя (151) в (149), получим:

$$A = \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (152)$$

Таким образом, изменение ядер N_2 с течением времени принимает вид:

$$N_2(t) = Be^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}. \quad (153)$$

Зафиксируем постоянную B , считая, что при $t = 0$ было $N_2(0) = N_{20}$ ядер:

$$B = N_{20} - \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (154)$$

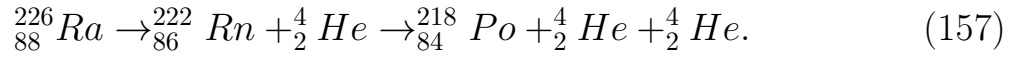
В итоге получим следующие результаты изменения ядер N_1 , N_2 с течением времени:

$$N_1(t) = N_{10}e^{-\lambda_1 t}, \quad N_2(t) = N_{20}e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}]. \quad (155)$$

Полезно проанализировать полученное решение в момент времени $T_2 \ll t \ll T_1$, когда дочернее ядро распадается значительно быстрее материнского:

$$T_2 \ll T_1, \quad \lambda_2 \gg \lambda_1. \quad (156)$$

Тогда $N_1(t) \approx N_{10}$, $N_2(t) \approx N_{20}e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 N_{10}}{\lambda_2} [1 - e^{-\lambda_2 t}]$. Если $N_{20} = 0$, $N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(t)$. В результате получим уравнение векового равновесия: $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$. Оно означает, что число распадов дочернего и материнского ядер в момент времени t совпадают. Уравнение векового равновесия можно использовать для определения периода полураспада долгоживущего радиоактивного вещества. Например, рассмотрим реакцию:



Известно из эксперимента, что радий, испуская альфа-частицы с периодом полураспада $T_1 \approx 1\,600$ лет, превращается в радон, который сам альфа-радиоактивен с периодом полураспада $T_2 = 3,8$ дня. Этот период полураспада легко определяется непосредственно из эксперимента. Кроме того, N_1 , N_2 можно определить точным взвешиванием. Тогда из уравнения векового равновесия находим постоянную альфа-распада радия $\lambda_{Ra} = \lambda_{Rn} \frac{N_{Rn}}{N_{Ra}}$ и период полураспада радия. При этом необходимо выбрать время наблюдения $t \gg T_{Rn}$, например $t > 40$ дней.

Радиоактивность радия и радона была выбрана в качестве эталона при сравнении активностей различных веществ. За единицу активности 1 Ку (Кюри) приняли активность 1 г Ра или находящегося с ним в равновесии количества радона. 1 г Ра дает в 1 секунду $3,7 \cdot 10^{10}$ распадов: $1\text{ Ку} = 3,7 \cdot 10^{10}$ расп/сек. Другая используемая единица активности 1 Рд = 10^6 расп/сек. Это внесистемные единицы активности. В системе Си единицей активности является 1 Бк = 1 расп/сек.

Явление радиоактивности лежит в основе формулировки радиоуглеродного метода. В марте 1949 г. была опубликована статья, в которой обосновывался принцип работы данного метода. Его авторы – ученые из Университета Чикаго (США) Уиллард Ф. Либби, Эрнст С. Андерсон и Джеймс Р. Арнольд – показали, что могут определить возраст геологических или исторических событий, которые имели место не только сотни и первые тысячи лет назад, но и вплоть до 40–50 тыс. лет назад. При этом предложенный метод обладал достаточно высокой точностью и был совершенно независим от других технологий, применявшихся в то время в науках о Земле и в археологии. Можно без преувеличения сказать, что радиоуглеродный метод произвел подлинную революцию в представлениях о времени в научном знании. Признанием важности этого открытия явилось присуждение У.Ф. Либби в 1960 г. Нобелевской премии по химии.

Суть радиоуглеродного метода определения возраста биологических объектов заключается в следующем. В атмосфере Земли постоянно образуется радиоактивный изотоп углерода ^{14}C из атмосферного азота при взаимодействии последнего с нейтронами космического излучения в верхних слоях атмосферы:



В атмосфере Земли содержатся следующие изотопы углерода: $^{12}_6\text{C}$ – 98,89 %, $^{13}_6\text{C}$ – 1,11 %, $^{14}_6\text{C}$ – 10^{-10} %. В год в атмосфере Земли образуется 7,5 кг радиоактивного изотопа $^{14}_6\text{C}$. Его общее количество в атмосфере составляет 75 тонн. Период полураспада $^{14}_6\text{C}$ равен 5 730 лет. Живые организмы потребляют его в той или иной форме наряду со стабильным углеродом $^{12}_6\text{C}$. В результате обмена веществ в живом организме, как полагают биологи, концентрация $^{14}_6\text{C}$ при жизни поддерживается постоянной и одинаковой во всех живых организмах. Полагают также постоянной и неменяющейся в течение тысяч лет концентрацию $^{14}_6\text{C}$ в атмосфере. Удельная активность углерода $^{14}_6\text{C}$ в живых организмах составляет 0,3 расп/с на 1 грамм углерода. После биологической смерти, когда обмен веществ прекращается, радиоуглерод начинает распадаться,



и концентрация его уменьшается со временем. По активности препарата, изготовленного из объекта, и определяют его возраст.

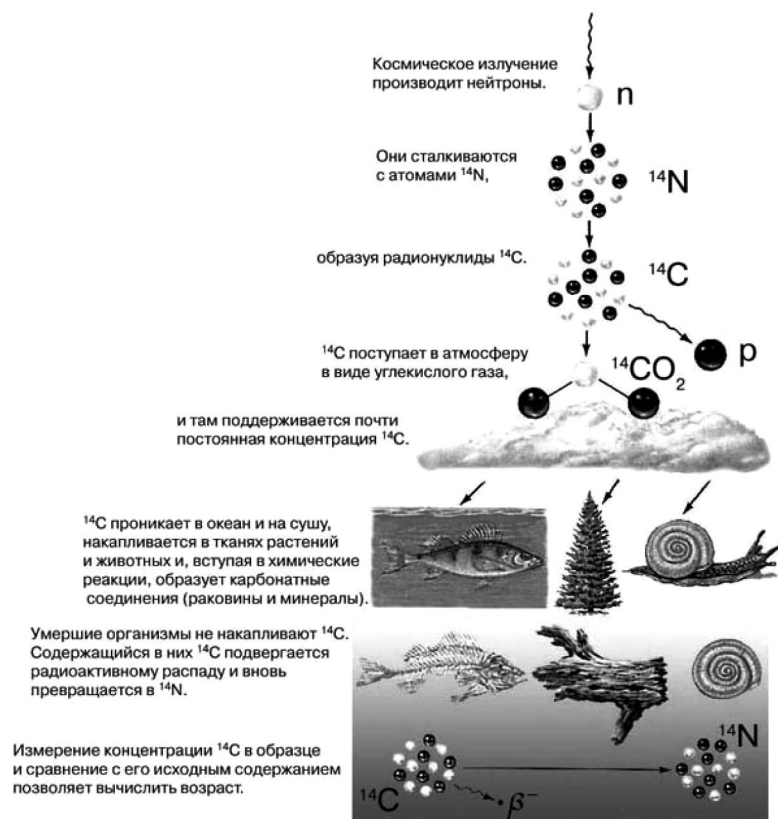


Рис. 37. Иллюстрация радиоуглеродного метода

3.2. Примеры решения задач

Задача 1. При радиоактивном распаде ядер изотопа A_1 образуется радиоизотоп A_2 . Их постоянные распада λ_1 и λ_2 . Полагая, что в начальный момент препарат содержал только ядра изотопа A_1 в количестве N_{10} , определить:

- Количество ядер изотопа A_2 через промежуток времени t .
- Промежуток времени, через который количество ядер изотопа A_2 достигнет максимума.
- В каком случае может возникнуть состояние переходного равновесия, при котором отношение количества обоих изотопов будет оставаться постоянным? Чему равно это отношение?

Решение

а) Скорость накопления изотопа A_2 , исходя из основного закона радиоактивного распада, определяется уравнением:

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2, \text{ или } \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{10} \exp(-\lambda_1 t). \quad (160)$$

Решение данного дифференциального уравнения ищется в виде:

$$N_2(t) = B_1 \exp(-\lambda_1 t) + B_2 \exp(-\lambda_2 t), \quad (161)$$

где B_1, B_2 – постоянные, определяемые с учетом начальных условий $N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = 0$. После определения констант получаем ответ на первый вопрос задачи:

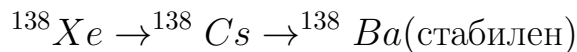
$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)]. \quad (162)$$

б) Время достижения максимального количества ядер изотопа A_2 определим из условия $dN_2/dt = 0$:

$$t_m = \frac{\ln(\lambda_1/\lambda_2)}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (163)$$

с) Чтобы отношение N_1/N_2 оставалось постоянным, N_1 и N_2 должны одинаковым образом зависеть от времени. Это возможно лишь в том случае, если $\exp(-\lambda_2 t) \ll \exp(-\lambda_1 t)$. Для выполнения этого неравенства необходимо, чтобы λ_1 был заметно меньше λ_2 и промежуток времени t значительно превосходил среднее время жизни более устойчивого изотопа.

Задача 2. Радиоизотоп ^{138}Xe , образующийся с постоянной скоростью $q = 1,0 \cdot 10^{10}$ ядер/с, испытывает превращения по схеме



с периодами полураспада $T_1 = 17$ мин и $T_2 = 32$ мин соответственно. Вычислить суммарную активность препарата через 60 мин после начала накопления.

Решение.

Изменение со временем числа ядер изотопа ^{138}Xe описывается дифференциальным уравнением

$$dN_1/dt = q - N_1 \ln 2/T_1, \quad (164)$$

для радиоизотопа ^{138}Cs аналогичное уравнение имеет вид:

$$dN_2/dt = N_1 \ln 2/T_1 - N_2 \ln 2/T_2. \quad (165)$$

Откуда с учетом начальных условий $N_1(0) = 0$ и $N_2(0) = 0$ имеем:

$$N_1(t) = \frac{q}{\lambda_1}(1 - e^{-\lambda_1 t}), \quad N_2(t) = \frac{q}{\lambda_2}\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{-\lambda_2 t}\right), \quad (166)$$

где $\lambda_1 = \ln 2/T_1$ и $\lambda_2 = \ln 2/T_2$. Воспользовавшись полученными выражениями, найдем суммарную активность:

$$A = -\left(\frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt}\right) = q\left(2 + \frac{2\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{-\lambda_2 t}\right) = 0,4 \text{ Ки}. \quad (167)$$

Задача 3. В настоящее время в природном уране содержится $k_{238} = 99,28\%$ урана 238 и $k_{235} = 0,72\%$ урана 235. Какое соотношение между ^{238}U и ^{235}U было в момент образования Земли, если возраст Земли равен $\tau = 4 \cdot 10^9$ лет. Периоды полураспада ^{238}U и ^{235}U равны соответственно: $T_{238} = 4,51 \cdot 10^9$ лет, $T_{235} = 0,713 \cdot 10^9$ лет.

Решение

Запишем законы изменения количества ядер урана 235 и 238 со временем:

$$N_{235}(t) = N_{0 \ 235}e^{-\lambda_{235}t}, \quad N_{238}(t) = N_{0 \ 238}e^{-\lambda_{238}t}. \quad (168)$$

Выразим отсюда количества ядер урана 235 и 238 в момент образования Земли (начальный момент времени):

$$N_{0 \ 235} = N_{235}(t)e^{\lambda_{235}t}, \quad N_{0 \ 238} = N_{238}(t)e^{\lambda_{238}t}. \quad (169)$$

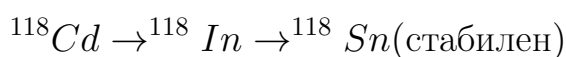
Тогда процентное содержание урана 235 в начальный момент времени было равно ($t \rightarrow \tau$):

$$\begin{aligned} k_{0 \ 235} &= \frac{N_{0 \ 235}}{N_{0 \ 235} + N_{0 \ 238}} = \frac{N_{235}(t)e^{\lambda_{235}t}}{N_{235}(t)e^{\lambda_{235}t} + N_{238}(t)e^{\lambda_{238}t}} = \\ &= \frac{e^{\lambda_{235}t}}{e^{\lambda_{235}t} + \frac{k_{238}}{k_{235}}e^{\lambda_{238}t}} = 16,08\%. \end{aligned} \quad (170)$$

3.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Найти вероятность распада ядра за промежуток времени t , если его постоянная распада λ .

2. Имеется пучок нейтронов с кинетической энергией 0,0025 эВ. Какая доля нейтронов распадается на длине пучка 2 м?
3. Определить возраст древних деревянных предметов, у которых удельная активность ^{14}C составляет $3/5$ удельной активности того же изотопа в только что срубленных деревьях.
4. ^{226}Ra , являясь продуктом распада ^{238}U , содержится в последнем в количестве одного атома на каждые $2,80 \cdot 10^6$ атомов урана. Найти период полураспада ^{238}U , если известно, что он значительно больше полураспада ^{226}Ra , который равен 1 620 годам.
5. Радиоизотоп A_1 испытывает превращение по цепочке $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \dots$ с постоянными распада λ_1 ; λ_2 и λ_3 соответственно. Полагая, что в начальный момент препарат содержал только ядра изотопа A_1 в количестве N_{10} , найти выражение, определяющее закон накопления изотопа A_3 .
6. Радиоизотоп ^{27}Mg образуется с постоянной скоростью $q = 5,0 \cdot 10^{10}$ ядер/с. Определить количество ядер ^{27}Mg , которое накопится в препарате через промежуток времени: а) значительно превосходящий период полураспада; б) равный периоду полураспада.
7. Определить массу свинца, который образуется из 1 кг ^{238}U за период, равный возрасту Земли ($2,5 \cdot 10^9$ лет).
8. Показать, что среднее время жизни радиоактивных ядер $\tau = 1/\lambda$, где λ – их постоянная распада.
9. Приготовленный препарат содержит 1,4 мкг радиоактивного изотопа ^{24}Na . Какую активность он будет иметь через сутки?
10. При β -распаде изотопа ^{112}Pd возникает β -активный изотоп ^{112}Ag . Их периоды полураспада равны соответственно 21 и 3,2 ч. Найти отношение максимальной активности второго изотопа к первоначальной активности препарата, если в начальный момент препарат содержал только первый изотоп.
11. Радиоизотоп ^{118}Cd испытывает превращения по цепочке



- с периодами полураспада соответственно $T_1 = 30$ мин, $T_2 = 4,5$ мин. Считая, что в момент $t = 0$ препарат содержал только Cd, найти а) какая часть ядер превратится в стабильные ядра через 60 мин; б) во сколько раз уменьшится активность препарата через 60 мин.
12. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, содержащего радиоизотоп ^{24}Na активностью $A = 2,0 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Активность 1 см³ крови, взятой через $t = 5,0$ часов после этого, оказалась $a = 16 \text{ мин}^{-1} \text{ см}^{-3}$. Найти объем крови человека.
 13. Радиоизотоп ^{124}Sb образуется с постоянной скоростью $q = 1,0 \cdot 10^9$ ядер/с. С периодом полураспада $T = 60$ суток он превращается в стабильный изотоп ^{124}Te . Найти: а) через сколько времени после начала образования активность радиоизотопа ^{124}Sb станет равной $A = 10$ мКюри; б) какая масса изотопа ^{124}Te накопится в препарате за четыре месяца после начала его образования.
 14. Радиоизотоп A_1 , образующийся с постоянной скоростью q ядер/с, испытывает цепочку превращений по схеме $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3$ (стабилен) с постоянными распада λ_1 и λ_2 соответственно. Найти закон накопления количества ядер изотопов A_1 , A_2 , A_3 с течением времени, полагая, что в начальный момент препарат их не содержал.
 15. Оценить период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного ядра, испускающего α -частицы с энергией 1 МэВ, если ядро $^{232}_{90}\text{Th}$ имеет период полураспада $T_{1/2} = 1,4 \cdot 10^{10}$ лет и испускает α -частицы с энергией 4 МэВ, а для ядра $^{212}_{84}\text{Po}$ период полураспада равен $T_{1/2} = 3 \cdot 10^{-7}$ с и энергия α -частиц равна 8,8 МэВ.
 16. Удельное содержание изотопа ^{14}C , усвоенного деревом при его жизни, затем уменьшается вследствие β -распада с периодом полураспада $T_{1/2} = 5700$ лет. Определить возраст t деревянного предмета, обнаруженного при раскопках, если удельная активность ^{14}C этого предмета составляет 0,1 удельной активности свежесрубленного дерева.

3.4. Биографическое примечание

- **Беккерель**, Антуан Анри (15.12.1852–25.08. 1908), французский физик, лауреат Нобелевской премии по физике и один из первооткрывателей радиоактивности. В 1896 году Беккерель случайно открыл

радиоактивность во время работ по исследованию фосфоресценции в солях урана. Исследуя работу Рентгена, он завернул флюоресцирующий материал – уранилсульфат калия в непрозрачный материал вместе с фотопластинками, с тем, чтобы подготовиться к эксперименту, требующему яркого солнечного света. Однако еще до осуществления эксперимента Беккерель обнаружил, что фотопластинки были полностью засвечены. Это открытие побудило Беккереля к исследованию спонтанного испускания ядерного излучения.

- **Кюри, Мария** (07.11.1867–04.07.1934), польский ученый-экспериментатор (физик, химик), педагог, общественный деятель. Дважды лауреат Нобелевской премии: по физике (1903) и по химии (1911), первый дважды нобелевский лауреат в истории. Выполнила фундаментальные работы по исследованию радиоактивности.
- **Кюри, Пьер** (15.05.1859–19.04.1906), французский ученый-физик, один из первых исследователей радиоактивности, член Французской Академии наук, лауреат Нобелевской премии по физике за 1903 год. Открыл радиоактивные элементы полоний и радий.

4. АЛЬФА- И БЕТА-РАСПАДЫ

4.1. Закономерности альфа- и бета-распадов. Краткая теория

Спонтанному альфа-распаду подвержены тяжелые ядра с $Z > 83$ и небольшая группа ядер с массовым числом $A = 140\text{--}160$. Период полураспада альфа-радиоактивных ядер меняется в очень широких пределах от $3 \cdot 10^{-7}$ с для полония $^{212}_{84}\text{Po}$ до $1,4 \cdot 10^{17}$ лет для изотопа свинца $^{204}_{82}\text{Pb}$. В 2003 году у природного изотопа висмута $^{209}_{83}\text{Bi}$ обнаружен самый длительный альфа-распад: энергия вылетающих альфа-частиц равна 3 кэВ, а период полураспада $T_{1/2} = 2 \cdot 10^{19}$ лет. Между энергией альфа-частицы и периодом полураспада имеется функциональная связь, которую мы получим, рассмотрев теорию альфа-распада.

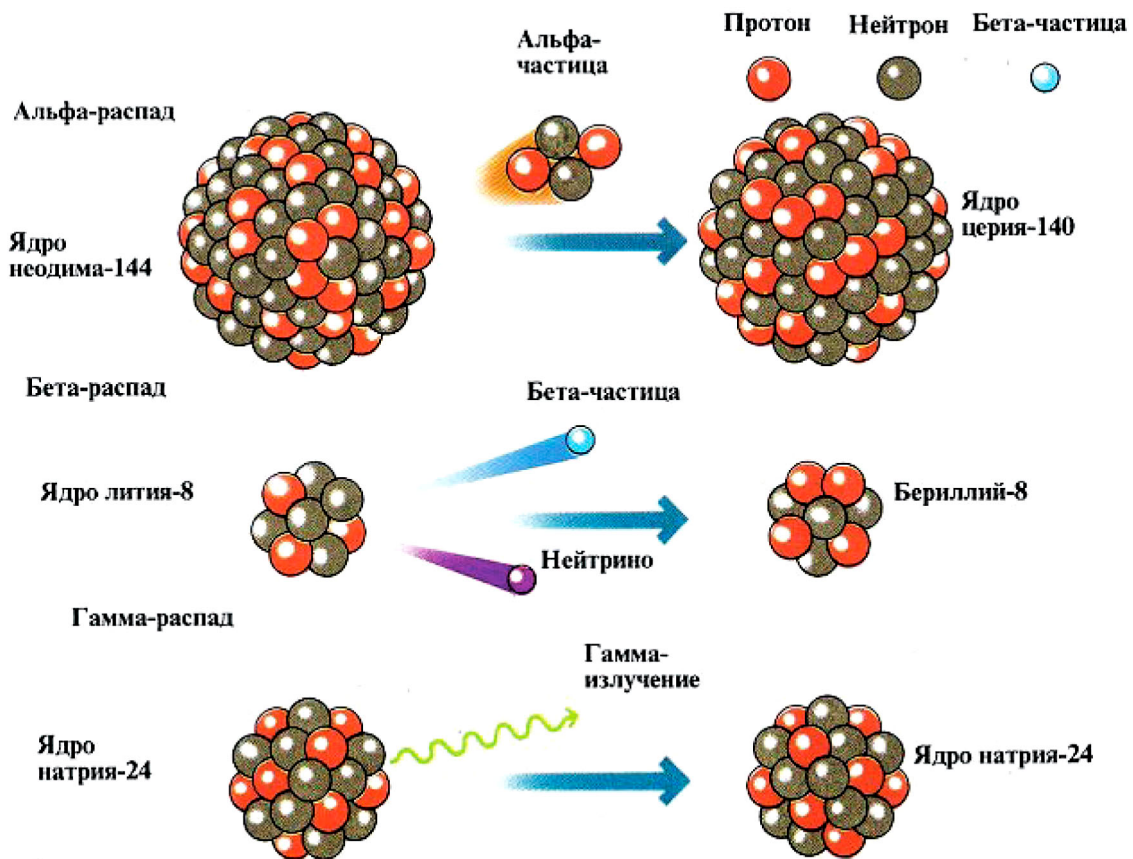


Рис. 38. Альфа-, бета-, гамма-распады ядер

Из энергетических соображений мы знаем, что альфа-распад происходит самопроизвольно, если энергия альфа-распада положительна:

$$E_\alpha = [M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - m_\alpha]c^2 > 0. \quad (171)$$

Рассмотрим вид потенциальной энергии альфа-частицы в ядре и его окрестности, показанный на рис. 40. За пределами ядра мы имеем потенциал кулоновского отталкивания. На границе ядра вступает в силу сильное притяжение, обусловленное ядерными силами:

$$V(r) = \begin{cases} \frac{2(Z-2)e^2}{r}, & r > R \\ -V_0, & r < R. \end{cases} \quad (172)$$

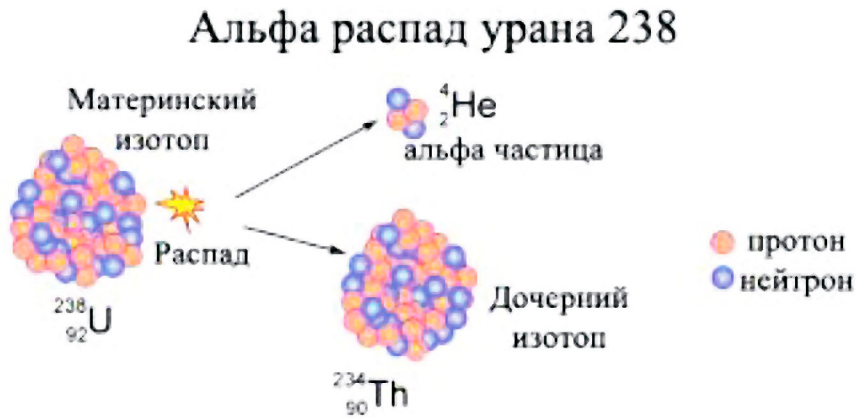


Рис. 39. Схема альфа-распада ядра урана

Максимальная высота кулоновского барьера $V_{\text{кул}}^{\text{max}} = B_k \gg E_\alpha = T_\alpha$. Действительно, энергия испускаемой альфа-частицы $E_\alpha = 2 \div 9$ МэВ. Оценим максимальную высоту кулоновского барьера для ядра урана:

$$V_{\text{кул}}^{\text{max}} = \frac{2(Z-2)e^2}{R} = \frac{2(Z-2)e^2}{r_0 A^{1/3}} = (Z = 92, A = 238) = 35 \text{ МэВ}. \quad (173)$$

Вычислим вероятность прохождения альфа-частицы, которая образовалась в ядре, под барьером. Для этого воспользуемся стационарным уравнением Шредингера:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}). \quad (174)$$

Для радиальной волновой функции $R(r)$ для состояния с $l = 0$ мы имеем радиальное волновое уравнение, которое после подстановки $R(r) = u(r)/r$ приводится к виду одномерного волнового уравнения:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + V(r)u(r) = E u(r). \quad (175)$$

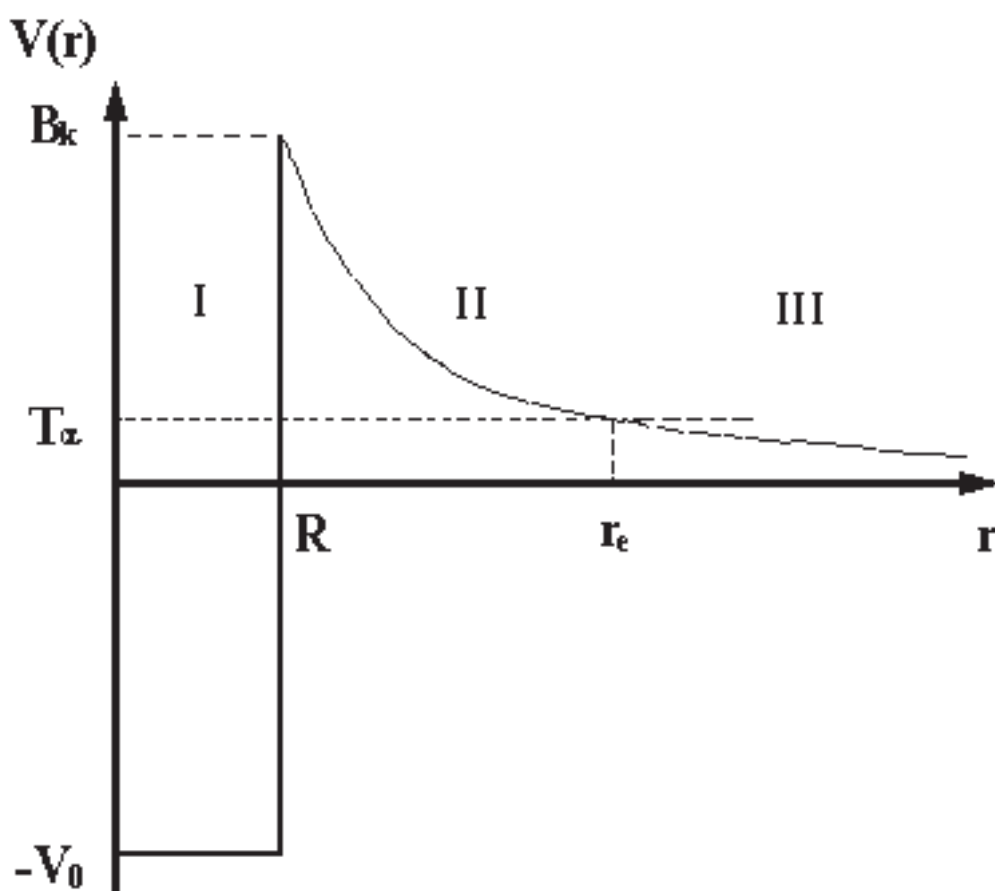


Рис. 40. Потенциальная энергия альфа-частицы в ядре и его окрестности

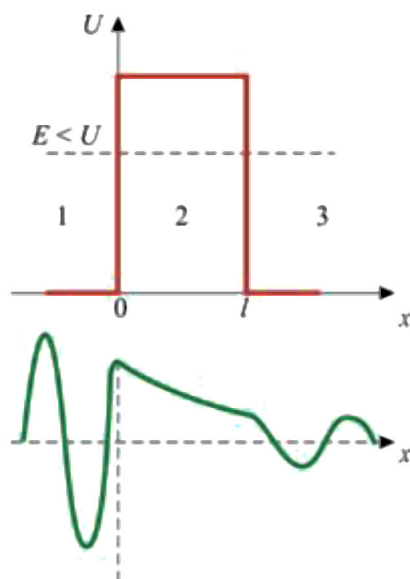


Рис. 41. Прохождение альфа-частицы под барьером прямоугольной формы

Для простоты рассмотрим далее одномерный прямоугольный барьер ширины $d = R_0 - R$, показанный на рис. 41. Решение уравнения Шредингера в областях I, II, III имеет вид:

$$u(r) = Ae^{ikr}, \quad r > R_0, \quad k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}, \quad (176)$$

$$u(r) = e^{ikr} + Be^{-ikr}, \quad r < R, \quad (177)$$

$$u(r) = Ce^{qr} + De^{-qr}, \quad R < r < R_0 = l, \quad q = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V_0 - E)}. \quad (178)$$

При этом растущая часть решения в (178) по мере продвижения под барьером должна быть подавлена: $C/D \approx 0$. Вероятность прохождения через барьер P есть отношение вероятностей обнаружить частицу в точках R и $R_0 = l$. Для этого достаточно знать волновую функцию под барьером и вычислить отношение:

$$P = \left| \frac{u(R_0)}{u(R)} \right|^2 = \left| \frac{e^{-qR_0}}{e^{-qR}} \right|^2 = \exp \left[-\frac{2}{\hbar}(R_0 - R)\sqrt{2m(V_0 - E)} \right]. \quad (179)$$

В случае барьера более сложной формы он может быть разбит на простые барьеры прямоугольной формы. Тогда в (179) появится интегрирование по координате r :

$$P = \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_0} \sqrt{2m(V(r) - E)} dr \right]. \quad (180)$$

Чтобы вычислить вероятность распада λ , необходимо умножить вероятность прохождения P на вероятность образования альфа-частицы в ядре w_α , а также на вероятность того, что альфа-частица окажется на границе ядра. Грубую оценку этой вероятности можно получить, если заметить, что при скорости альфа-частицы в ядре v она будет подходить к границе ядра с частотой $\nu = 1/T = v/2R$, то есть $v/2R$ раз в секунду. Тогда получим следующее выражение для постоянной альфа-распада:

$$\lambda = w_\alpha \frac{v}{2R} \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \int_{R_0}^R \sqrt{2m(V(r) - E)} dr \right]. \quad (181)$$

Скорость альфа-частицы в ядре можно оценить, исходя из ее кинетической энергии $T_\alpha = E_\alpha + V_0$ внутри ядерной ямы: $T_\alpha = 10 \text{ МэВ} + 45 \text{ МэВ} =$

$= 55 \text{ МэВ}$, $v = \sqrt{110 \text{ МэВ}/4 \cdot 10^3 \text{ МэВс}} = (0,1 \div 0,2)c$. Оценим также период полураспада по формуле для λ . Пусть барьер – ступенька высотой с $V - E = 35 - 10 = 25 \text{ МэВ}$ и шириной $d = 2 \cdot 10^{-12} \text{ см}$. Тогда

$$\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V(r) - E)} d \right] \approx \frac{1}{3} 10^{14} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \approx 100. \quad (182)$$

Тогда коэффициент прохождения $P = e^{-100} \approx 10^{-36}$. Оценка множителя $v/2R$ дает: $v/2R = \frac{0,1 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}}{2 \cdot 7 \cdot 10^{-13} \text{ см}} \approx 2 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{с}}$. В результате получим численное значение периода полураспада $T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / 2 \cdot 10^{21} \cdot 10^{-36} \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ с} \approx 10^7 \text{ лет}$, что соответствует примерно периоду полураспада ${}_{92}^{238}\text{U}$.

Получим теперь аналитическую формулу для λ , так как в случае кулоновского барьера можно выполнить интегрирование по r в (181). Для этого заметим, что $V(R_0) = E_\alpha$, $2(Z - 2)e^2/R_0 = E_\alpha$,

$$\begin{aligned} \ln P &= -\frac{2}{\hbar} \int_R^{R_0} \sqrt{2m \left[\frac{2(Z - 2)e^2}{r} - E_\alpha \right]} dr = -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2mE_\alpha} \int_R^{R_0} \sqrt{\frac{B}{r} - 1} dr = \\ &= \frac{2}{\hbar} \sqrt{2mE_\alpha} B \left[\frac{1}{B} \sqrt{R(B - R)} - \arccos \sqrt{\frac{R}{B}} \right] = \\ &= \frac{2}{\hbar} \sqrt{2mV_{max}} R \left[\sqrt{1 - \frac{E_\alpha}{V_{max}}} - \sqrt{\frac{V_{max}}{E_\alpha}} \arccos \sqrt{\frac{E_\alpha}{V_{max}}} \right] = \frac{C_1}{\sqrt{E_\alpha}} + C_2. \end{aligned} \quad (183)$$

Тогда для постоянной распада получим:

$$\ln \lambda \approx \tilde{A} \sqrt{E_\alpha} + \tilde{B}. \quad (184)$$

Главная особенность формулы для постоянной распада состоит в том, что в знаменателе стоит постоянная Планка. Поэтому при переходе к классической теории $\hbar \rightarrow 0$, $\lambda \rightarrow 0$, $T_{1/2} \rightarrow \infty$, так что распад становится невозможным. Здесь был рассмотрен случай вылета альфа-частицы с $l = 0$. Отметим, что возможен также вылет альфа-частицы с $l \neq 0$.

Бета-распадом называется процесс самопроизвольного превращения нестабильного ядра в ядро изобар с зарядом $Z' = Z \pm 1$. Период полураспада бета-радиоактивных ядер колеблется в пределах от 10^{-2} с до 10^{15} лет . Энергия бета-распада заключена в пределах от 18 кэВ (${}^3_1\text{H}$) до 17 МэВ (${}^{14}_7\text{N}$). Различают три вида бета-распада:

1. β^- -распад.
2. β^+ -распад.
3. Электронный захват (или К-захват).

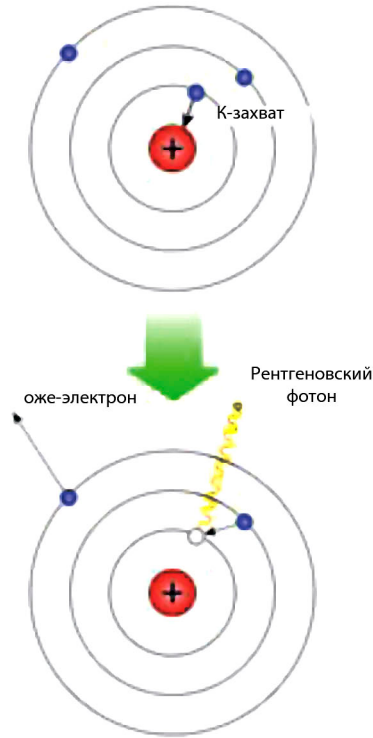


Рис. 42. Иллюстрация процесса К-захвата

При электронном захвате (рис. 42) ядро поглощает один из электронов атомной оболочки (обычно из ближайшей к нему К-оболочки), испуская нейтрино:

$$(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e. \quad (185)$$

Процесс бета-распада обусловлен слабым взаимодействием. Бета-распад – это не внутриядерный, а внутри нуклонный процесс. Происходящие при этом превращения можно описать следующим образом:

$$\beta^- : \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (186)$$

$$\beta^+ : \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad (187)$$

$$e^- \text{ захват} : \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e. \quad (188)$$

Родственными бета-распаду являются процессы взаимодействия нейтрино и антинейтрино с ядрами:

$$(A, Z) + \nu_e \rightarrow (A, Z + 1) + e^-, \quad (A, Z) + \bar{\nu}_e \rightarrow (A, Z - 1) + e^+. \quad (189)$$

Приведем несколько примеров всех трех реакций бета-распада:

1. ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$, ($T_{1/2} = 12$ лет),
2. ${}^{11}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + e^+ + \nu_e$, ($T_{1/2} = 20,4$ мин),
3. ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e$, ($T_{1/2} = 53,6$ дня).

Во всех реакциях бета-распада выполняется закон сохранения энергии-импульса. Большой загадкой при изучении явления бета-радиоактивности стал непрерывный характер бета-спектра. Это означает, что электроны испускались не с дискретными энергиями, как это бывает, например, для фотонов, а с энергиями, образующими непрерывный спектр (рис. 43). Энергия вылетающих электронов хорошо измерялась с помощью магнитных спектрометров.

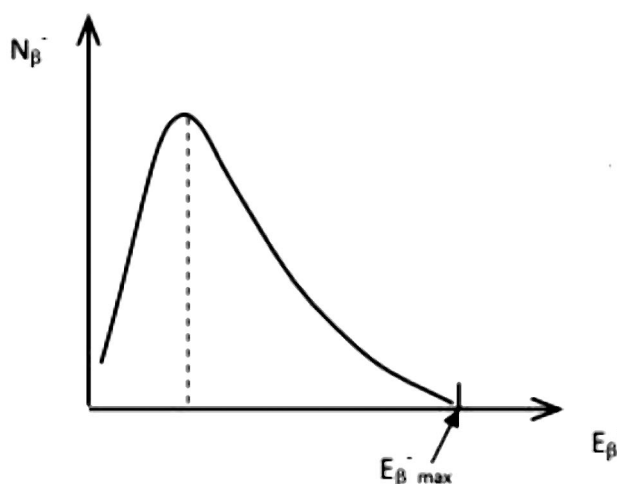


Рис. 43. Непрерывный характер бета-спектра

Переходу ядра из начального состояния с энергией E_1 в конечное состояние с энергией E_2 должно было соответствовать вполне определенное изменение энергии, которая и уносилась электроном. Но электроны регистрировались с самыми разными энергиями. В этой связи было даже высказано предположение о неприменимости закона сохранения энергии к ядерным процессам. Другая трудность в понимании бета-распада состояла в том, что ядра конечного состояния должны были иметь нецелочисленный спин, если в начальном состоянии они имели целочисленный спин. Непонятно также было, откуда берутся электроны, если их нет в исходном ядре.

Загадку о непрерывном бета-спектре разгадал В. Паули в 1930 г. Он высказал предположение о том, что вместе с электроном в процессе бета-

распада вылетает незаряженная частица со спином $1/2$, которая не регистрировалась. Впоследствии она была названа Э. Ферми нейтрино. Существование сплошного бета-спектра для электрона тогда объясняется тем, что полная энергия распада различными способами распределяется между электроном и нейтрино (рис. 44).

Нейтрино – легкая слабовзаимодействующая нейтральная частица со спином $1/2$. Нейтрино окружают нас со всех сторон, мы живем в потоке реликтовых нейтрино, оставшихся после Большого взрыва. Их энергия составляет 10^{-4} эВ, но их поток один из самых интенсивных на Земле: 10^{14} см $^{-2}$ · с $^{-1}$. На расстоянии 10 м от центра ядерного реактора поток антинейтрино составляет 10^{13} см $^{-2}$ · с $^{-1}$. Нейтрино летят к нам от Солнца, рождаясь там в ходе ядерных реакций с энергиями от кэВ до МэВ и с потоком 10^{10} см $^{-2}$ · с $^{-1}$.

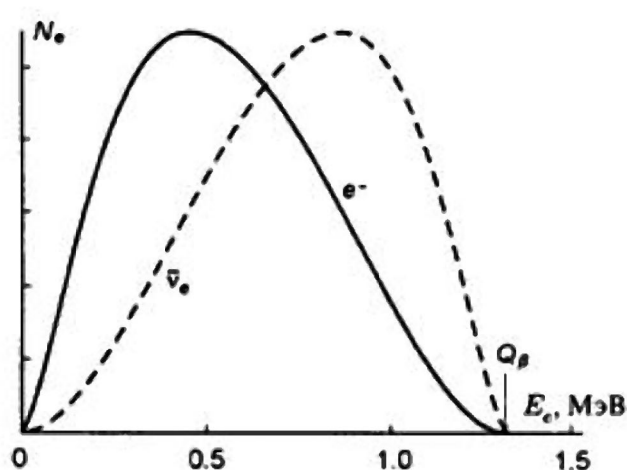


Рис. 44. Спектры электронов и антинейтрино, образующихся при β^- -распаде изотопа ^{40}K

Вторая загадка была решена Э. Ферми, который предположил, что в ядре протекает процесс:



В 1934 г. Э. Ферми построил количественную теорию бета-распада, которая получила название теории Ферми. Согласно представлениям Ферми электроны и нейтрино, испускаемые при бета-распаде, образуются в момент их вылета из ядра подобно тому, как гамма-кванты образуются в момент их излучения атомом или ядром. Процесс бета-распада в теории Ферми рассматривается как результат взаимодействия нуклона ядра с электрон-антинейтринным полем: нуклон переходит в другое состояние и образуется электрон и антинейтрино.

В квантовой теории вероятность перехода квантовой системы из состояния $|\alpha\rangle$ в состояние $|\beta\rangle$ с испусканием электрона и антинейтрино имеет вид:

$$w_{\beta\alpha} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle|^2 \rho(E), \quad (191)$$

где $\rho(E)$ – плотность конечных состояний. Эта формула была названа Э. Ферми золотым правилом ввиду ее исключительной важности и пользы.

Чтобы вычислить $\rho(E)$, обозначим суммарную энергию электрона и нейтрино через E_0 : $E_0 = E_\beta + E_\nu$, $dE_\beta = -dE_\nu = dE$. Число состояний системы dn с энергией E определяется произведением

$$dn = dn_\beta \cdot dn_\nu, \quad (192)$$

где dn_β и dn_ν – числа состояний, при которых энергия электрона и нейтрино попадает в интервал $E \div E + dE$. Если энергия электрона лежит в интервале $E_\beta \div E_\beta + dE_\beta$, то его импульс попадает в интервал $p_\beta \div p_\beta + dp_\beta$ и

$$dn_\beta = \frac{4\pi p_\beta^2 dp_\beta V}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (193)$$

Аналогично, для нейтрино число состояний

$$dn_\nu = \frac{4\pi p_\nu^2 dp_\nu V}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (194)$$

Тогда искомое число состояний для электрона и нейтрино равно

$$dn = \frac{16\pi : 2p_\nu^2 p_\beta^2 dp_\nu dp_\beta V^2}{(2\pi\hbar)^6}, \quad (195)$$

а плотность числа состояний

$$\rho(E) = \frac{16\pi^2 p_\nu^2 p_\beta^2 dp_\nu dp_\beta V^2}{(2\pi\hbar)^6 dE}. \quad (196)$$

Преобразуем это выражение, учитывая, что E_β , E_ν , а также p_β , p_ν связаны между собой:

$$E_\beta^2 = p_\beta^2 c^2 + m_e^2 c^4, \quad E_\beta dE_\beta = p_\beta dp_\beta c^2, \quad E_\nu^2 = p_\nu^2 c^2 + m_\nu^2 c^4, \quad E_\nu dE_\nu = p_\nu dp_\nu c^2, \quad (197)$$

$$\rho(E) = \frac{16\pi^2 E_\nu E_\beta p_\beta p_\nu V^2 dE}{(2\pi\hbar)^6 c^4}. \quad (198)$$

Тогда для вероятности перехода при бета-распаде получаем следующую формулу:

$$dw_{\beta\alpha} = \frac{V^2}{2\pi^3\hbar^7c^4} |\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle|^2 p_\beta p_\nu E_\beta E_\nu dE. \quad (199)$$

Выразим эту вероятность через энергию частиц e^- , $\bar{\nu}_e$, а затем через энергию электрона, которая измеряется на опыте:

$$\begin{aligned} dw_{\beta\alpha} &= \frac{V^2 E_\beta E_\nu}{2\pi^3\hbar^7c^4} |\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle|^2 \sqrt{E_\beta^2 - m_e^2c^4} \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2c^4} dE = \\ &= \frac{V^2}{2\pi^3\hbar^7c^4} |\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle|^2 \sqrt{E^2 - m_e^2c^4} \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2c^4} E (E_0 - E) dE. \end{aligned} \quad (200)$$

Предположим, что масса нейтрино равна 0, и перейдем в этой формуле к безразмерным переменным:

$$\varepsilon^2 = \frac{E^2}{m_e^2c^4}, \quad \varepsilon_0^2 = \frac{E_0^2}{m_e^2c^4}. \quad (201)$$

В результате мы получаем вероятность процесса бета-распада, как функцию энергии электрона:

$$\frac{dw_{\beta\alpha}}{d\varepsilon} = w_0(\varepsilon) = \tilde{H}^2 \varepsilon (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 (\varepsilon^2 - 1)^{1/2}, \quad (202)$$

где величина $\tilde{H}^2$ включает квадрат модуля матричного элемента распада и множитель перед ним. Если же масса покоя нейтрино не равна нулю, то мы получим другую вероятность распределения электронов по энергии:

$$w'_0(\varepsilon) = \tilde{H}^2 \varepsilon (\varepsilon_0 - \varepsilon) [(\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 - \frac{m_\nu^2}{m_e^2}]^{1/2} (\varepsilon^2 - 1)^{1/2}, \quad (203)$$

Вид этих двух функций представлен на рис. 45. Различие в их поведении в окрестности точки $\varepsilon = \varepsilon_0$ связано с множителем $(\varepsilon_0 - \varepsilon)$. Для функции w_0 касательная в точке $\varepsilon = \varepsilon_0$ совпадает с осью ε . Для функции w'_0 это не так. Следовательно, вопрос о массе нейтрино можно решить, исследовав очень точно поведение кривой w_0 в окрестности максимальных энергий вылета электрона. Всякий быстрый спад кривой в окрестности $\varepsilon = \varepsilon_0$ должен означать наличие массы у нейтрино. Первое свидетельство конечности массы электронного нейтрино было получено группой А. Любимова в 80-х годах (ИТЭФ). В их эксперименте изучался бета-распад трития в валине (органическое соединение – аминокислота $C_5H_{11}NO_2$), который наносился на тонкую алюминиевую фольгу. В него имплантировали тритий (18%).

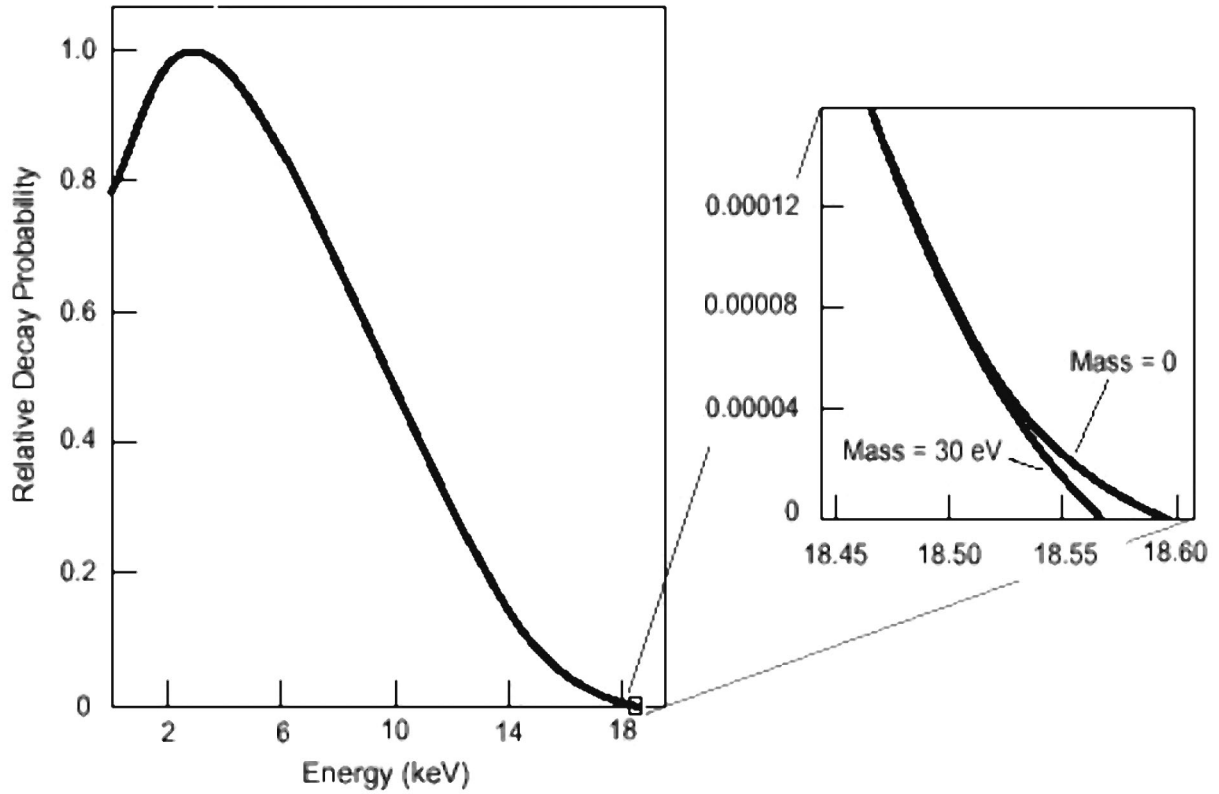


Рис. 45. Экспериментальное определение массы нейтрино

Однако позднее другие экспериментальные группы не подтвердили результаты группы А. Любимова. Однако наблюдение осцилляций мюонных нейтрино в электронные нейтрино, обнаруженных в 2013 г., показывает, что нейтрино имеет массу.

Мы получили функцию распределения электронов по энергиям, исходя из достаточно грубых предположений: в частности, мы не вычисляли матричный элемент $\langle p e^- \bar{\nu}_e | H_{int} | n \rangle$, так как не знаем вид гамильтониана взаимодействия. Тем не менее нам удалось качественно описать вид бета-спектра, используя только кинематический фактор. Сам матричный элемент слабого распада можно представить в виде:

$$\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle = \int u_p^* u_\beta^* u_\nu^* \hat{H}_{int} u_n d\mathbf{x}, \quad (204)$$

где волновые функции всех частиц берутся в одной точке. Наиболее простое предположение, которое оправдывается экспериментально, состоит в том, что $\hat{H}_{int} = g = \text{const}$. Тогда

$$\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle \approx g \int u_p^* u_\beta^* u_\nu^* u_n d\mathbf{x}. \quad (205)$$

Можно с хорошей точностью считать, что волновые функции электрона и нейтрино – плоские волны (свободные частицы):

$$u_\beta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_\beta \mathbf{x}}, \quad u_\nu(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_\nu \mathbf{x}}. \quad (206)$$

Общий матричный элемент еще можно упростить, если считать, что по порядку величины импульсы электрона и нейтрино равны максимальным релятивистским импульсам mc . Тогда соответствующая длина волны де Бройля будет в 100 раз превышать размеры ядра, поэтому в области ядра можно считать волновые функции электрона и нейтрино мало меняющимися и вынести их из-под знака интеграла в точке $\mathbf{x} = 0$. После этих упрощений матричный элемент принимает вид:

$$\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle \approx \frac{g}{V} \int u_p^*(\mathbf{x}) u_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (207)$$

Таким образом, матричный элемент определяется областью перекрытия волновых функций протона и нейтрона в ядра. Все приведенные рассуждения были справедливы для свободных частиц (электрон, нейтрино). Но в ядре мы должны учитывать то, что заряженный лептон испытывает действие кулоновских сил. Поэтому вид бета-спектра изменится: необходимо ввести некоторую функцию $f(Z, \varepsilon)$, зависящую от заряда ядра и энергии ε . Тогда скорректированное выражение для $w_0(\varepsilon)$ при $m_\nu = 0$ примет вид:

$$w_0(\varepsilon) = \tilde{H}^2 f(Z, \varepsilon) \varepsilon (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 (\varepsilon^2 - 1)^{1/2}. \quad (208)$$

Из этой формулы следует, что величина

$$\left[\frac{w_0(\varepsilon)}{f(Z, \varepsilon) \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \right]^{1/2} = \tilde{H} (\varepsilon_0 - \varepsilon) \quad (209)$$

представляет собой прямую линию, если $\tilde{H}$ – постоянная величина. Поэтому можно опытным путем определить интенсивность $I(\varepsilon)$ электронов при бета-распаде и построить график функции $\left[\frac{I(\varepsilon)}{f(Z, \varepsilon) \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \right]^{1/2}$. Мы должны получить при этом прямую линию. Этот график называется графиком Кюри – Ферми. Для его построения необходимо знать функцию $f(Z, \varepsilon)$.

Найдем вид $f(Z, \varepsilon)$ в нерелятивистском случае, когда под $u_\beta(\mathbf{x})$ следует понимать волновую функцию электрона в кулоновском поле ядра, а под

$u_\beta(\mathbf{x} = 0)$ ее значение в нуле. Это значение известно из решения уравнения Шредингера. При $l = 0$ получим:

$$u_\beta(\mathbf{x} = 0)_{\text{кул}} = e^{\pi/2kb} |\Gamma(1 - \frac{i}{kb})|, \quad k^2 = \frac{2m_e E}{\hbar^2}, \quad b = \pm \frac{\hbar^2}{m_e Z e^2}. \quad (210)$$

Знак «плюс» соответствует электрону, а знак «минус» – позитрону. В таком случае функция Кюри – Ферми примет вид:

$$f(Z, \varepsilon) = e^{\pi/kb} |\Gamma(1 - \frac{i}{kb})|^2. \quad (211)$$

Для дальнейшего преобразования (211) используем свойство гамма-функции:

$$|\Gamma(1 - i\alpha)|^2 = \frac{2\pi\alpha}{e^{\pi\alpha} - e^{-\pi\alpha}}. \quad (212)$$

Подставляя (212) в (211), окончательно получим:

$$f(Z, \varepsilon) = \frac{21}{kb(1 - e^{-\frac{2\pi}{kb}})}. \quad (213)$$

На рис. 46 приведен график Кюри – Ферми для бета-спектров нейтрона (а), трития (б) и гелия-6 (в).

Из графиков видно, что экспериментальные точки очень хорошо укладываются на прямую, подтверждая применимость теории бета-распада. Влияние кулоновского поля приводит к увеличению числа медленных электронов и к уменьшению числа медленных позитронов (рис. 47).

Эксперимент ясно показывает отсутствие зависимости матричного элемента $\tilde{H}$ от энергии. Форма кривой бета-спектра определяется исключительно множителем фазового объема. Она не может дать информацию о структуре слабых взаимодействий. Для получения информации о величине матричного элемента слабого взаимодействия в разных случаях используют экспериментальные данные о временах жизни ядер относительно бета-распадов. Для этого запишем постоянную распада

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{1}{N_0} \int dN, \quad (214)$$

где N_0 – общее число ядер, а $\int dN$ – число электронов, вылетевших с самыми разными энергиями. Это число равно числу распавшихся ядер в единицу времени:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{dE} dE = B \cdot f(E_0) |< \beta | H_{int} | \alpha >|^2, \quad (215)$$

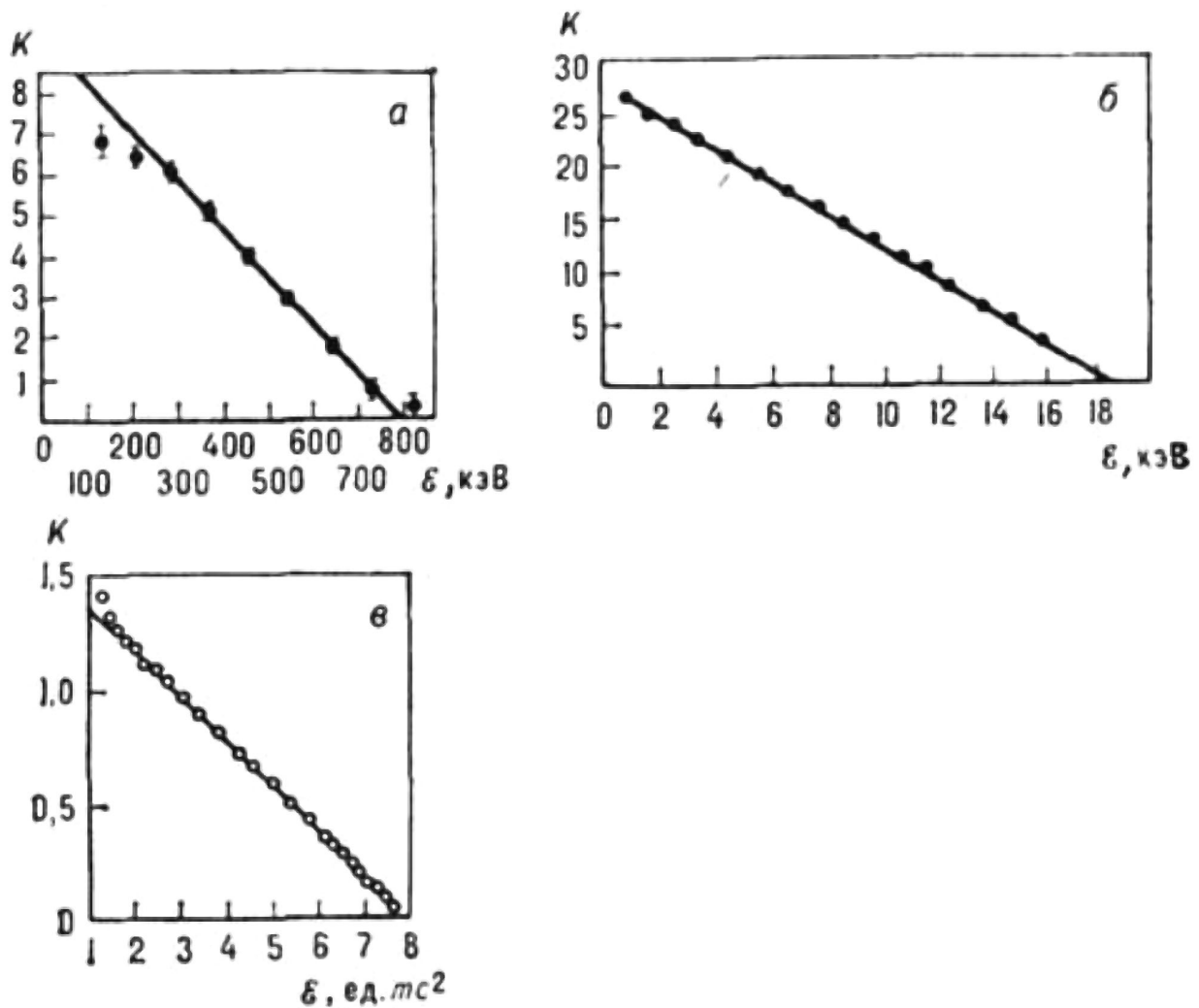


Рис. 46. Графики Кюри бета-спектров нейтрона (а), трития (б) и ${}^6\text{He}$ (в)

где $f(E_0)$ – некоторая функция максимальной энергии электрона. В (215) выделен квадрат модуля неизвестного матричного элемента, B – некоторая константа. Сам матричный элемент тоже представляет собой константу для данного бета-распада. Вид распределения dN/dE известен. Поэтому, выделяя из него матричный элемент $\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle$, можно протабулировать функцию $f(E_0)$. После этого можно представить матричный элемент в виде:

$$| \langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle |^2 = \frac{\tilde{B}}{f \cdot T_{1/2}}. \quad (216)$$

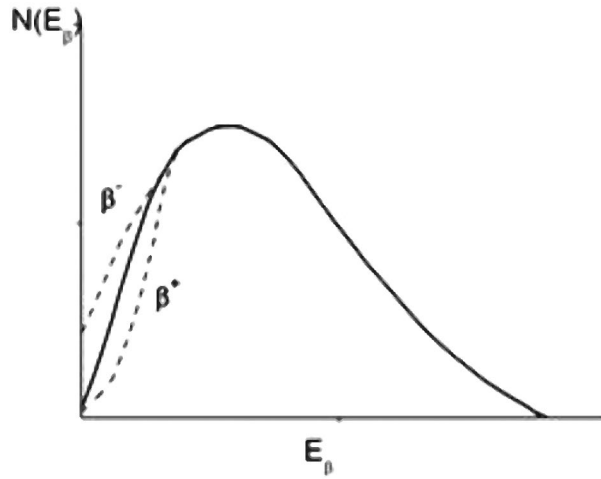


Рис. 47. Спектр электронов и позитронов в ядре

Величину $f \cdot T_{1/2}$ называют приведенным периодом полураспада. Если величина $T_{1/2}$ измерена для данного распада, а $f(E_0)$ взята из таблицы (то есть вычислена), то из (216) можно определить слабый матричный элемент. Для реальных бета-распадов оказывается, что

$$10^3 \text{ с} < f \cdot T_{1/2} < 10^{23} \text{ с}. \quad (217)$$

Мы считаем, что гамильтониан для процессов слабого взаимодействия один и тот же, а большое расхождение значений матричных элементов для различных распадов объясняется разными волновыми функциями протона и нейтрона. Имеется следующая классификация бета-распадов по значениям $f \cdot T_{1/2}$:

1. Сверхразрешенные процессы – это процессы с $f \cdot T_{1/2} \sim 10^3 \text{ с}$.
2. Разрешенные процессы – это процессы с $f \cdot T_{1/2} \sim 10^5 \text{ с}$.
3. Запрещенные процессы – это процессы с $f \cdot T_{1/2} \geq 10^5 \text{ с}$. Это не означает, что они не происходят, они сильно подавлены.

Начальное и конечное состояния ядра для разрешенных (сверхразрешенных) переходов должны удовлетворять определенным условиям. Эти условия связаны с выполнением законов сохранения момента количества движения и четности. Они называются правилами отбора для разрешенных переходов. Существуют правила отбора Ферми и Гамова – Теллера.

А. Правила отбора Ферми

При бета-распаде ядра изменение его спина $\Delta \mathbf{I}$ равно

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{L} + \mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu. \quad (218)$$

Если суммарный спин электрона и нейтрино равен $\mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu = 0$, то мы имеем переход Ферми. К разрешенным переходам Ферми относят переходы, для которых $\Delta I = 0$ и начальные и конечные четности ядра совпадают $P_{\text{нач}} = P_{\text{кон}}$. Для запрещенных переходов Ферми $\Delta I = l$.

Б. Правило отбора Гамова – Теллера

Для переходов Гамова – Теллера $|\mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu| = 1$. К разрешенным переходам Гамова – Теллера относят такие переходы, в которых $\Delta I = 0, \pm 1$, $P_{\text{нач}} = P_{\text{кон}}$, за исключением перехода $0 \rightarrow 0$. Для запрещенных переходов Гамова – Теллера $\Delta I = l, l \geq 2$.

Правила отбора можно получить простым и наглядным способом. Правило отбора по четности следует из того, что если $H_{int} = g = \text{const}$, то матричный элемент

$$\int \psi_f^* H_{int} \psi_i d\mathbf{x} \approx g \int \psi_f^* \psi_i d\mathbf{x} \quad (219)$$

отличен от нуля, если четности начального и конечного состояний одинаковы. Чтобы получить правила отбора по моменту импульса, рассмотрим $|\mathbf{L}| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, $l = 0, 1, \dots$. В классической механике $|\mathbf{L}| = p \cdot \rho$, $\rho = \frac{\hbar}{p}\sqrt{l(l+1)}$. При бета-распаде электрон и нейтрино вылетают из ядра, поэтому для них $\rho < R$. Оценим прицельный параметр для характерной энергии бета-распада в 1 МэВ:

$$\rho = \frac{\hbar}{p}\sqrt{l(l+1)} = \frac{\hbar c}{E}\sqrt{l(l+1)} = 2 \cdot 10^{-11} \sqrt{l(l+1)} \text{ см}. \quad (220)$$

Чтобы было $\rho < R$, необходимо взять $l = 0$. Испускание электрон-нейтринной пары с $l \neq 0$ маловероятно и соответствует запрещенным переходам. Для разрешенных переходов следует рассмотреть две возможности:

1. Если $\mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu = 0$, то $\Delta I = 0$. Получим правило отбора Ферми.
2. Если $|\mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu| = 1$, то изменение $\Delta I = 0, \pm 1$. Получаем правило отбора Гамова – Теллера. При этом переход $0 \rightarrow 0$ невозможен, так как $\mathbf{I}_i = \mathbf{I}_f + \mathbf{s}_e + \mathbf{s}_\nu + \mathbf{L}$ и $0 \neq 0 + 1 + 0$.

Пример перехода Ферми: ${}^{14}_8\text{O} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^+ + \nu_e$, $0^+ \rightarrow 0^+$. Пример перехода Гамова – Теллера: ${}^6_2\text{He} \rightarrow {}^6_3\text{Li} + e^- + \bar{\nu}_e$, $0^+ \rightarrow 1^+$.

4.2. Примеры решения задач

Задача 1. Покоящееся ядро ${}^{213}\text{Po}$ испустило α -частицу с кинетической энергией $T_1 = 8,34$ МэВ. При этом дочернее ядро оказалось непосредственно в основном состоянии. Найти полную энергию, освобождаемую

в этом процессе. Какую долю этой энергии составляет кинетическая энергия дочернего ядра? Какова скорость отдачи дочернего ядра?

Решение

Запишем законы сохранения энергии и импульса для рассматриваемого случая:

$$Q = T_1 + T_2; \quad P_1 = P_2, \quad (221)$$

где Q – энергия, выделяющаяся при распаде; $T_{1,2}$ и $P_{1,2}$ – кинетическая энергия и импульс α -частицы и дочернего ядра соответственно. Учитывая, что кинетическая энергия α -частицы невелика по сравнению с энергией покоя, воспользуемся нерелятивистскими соотношениями между энергией и импульсом:

$$T = P^2/2m, \quad T_2 = (m_2/m_1)T_1. \quad (222)$$

Из системы этих двух уравнений получаем:

$$Q = T_1(1 + m_1/m_2) = 8,5 \text{ МэВ}. \quad (223)$$

Дочернее ядро приобретает при этом энергию отдачи $T_2 = Q - T_1$, что составляет $n = (T_2/Q) \cdot 100\% = 1,9\%$. Скорость α -частицы $v = (2T_1/m_1)^{1/2} = 3,8 \cdot 10^5$ м/с. Массы α -частицы и дочернего ядра определяем из таблицы свойств изотопов.

Задача 2. Оценить высоту кулоновского барьера для α -частиц, испускаемых ядрами ^{222}Rn (закруглением вершины барьера пренебречь). Какова у этих ядер ширина барьера (туннельное расстояние) для α -частиц, вылетающих с кинетической энергией 5,5 МэВ?

Решение

Моделируя ядро как шар с равномерным распределением заряда $+eZ$, получим выражение для потенциала кулоновского поля ядра $\varphi = \frac{Ze}{r}$. Оценку радиуса ядра определим из выражения $R = A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см, где A – массовое число. Высота кулоновского барьера на границе ядра без учета округления вершины $U_{\max} = (2Ze^2/R) = 29$ МэВ. Туннельное расстояние для α -частиц кинетической энергией $T = 5,5$ МэВ определяется соотношением $d = r - R$, где r – расстояние от центра ядра, при котором $T = U(r)$. После подстановки получаем:

$$d = \frac{2Ze^2}{T} - R = 3,6 \cdot 10^{-12} \text{ см}. \quad (224)$$

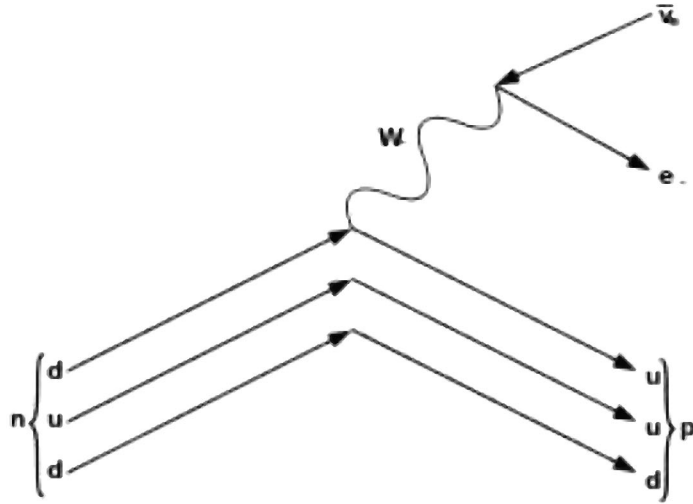


Рис. 48. Схема бета-распада нейтрона

Задача 3. Определить граничную энергию бета-спектра трития по массам нейтральных атомов (дефектам масс) ${}^3_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$. Вычислить максимальную энергию ядра отдачи и среднюю энергию нейтрино при β^- -распаде трития. Среднюю энергию электронов распада принять равной 5,69 кэВ

Решение

Используя дефекты масс ядер ${}^3_1\text{H}$, ${}^3_2\text{He}$, взятые из таблиц, находим граничную энергию бета-распада трития: $E = (14,950 - 14,931) \text{ МэВ} = 0,019 \text{ МэВ}$.

Максимальную энергию ядро отдачи имеет в том случае, когда бета-частица вылетает с граничной энергией. Чтобы показать это, обозначим через p импульс ядра, а p_1 , p_2 – импульсы электрона и нейтрино. При заданных импульсах p_1 , p_2 наибольший импульс ядра получится при вылете электрона и нейтрино в одну сторону. В этом случае

$$p = p_1 + p_2 = p_1 + \frac{1}{c}[E - (\sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2)]. \quad (225)$$

Для того, чтобы найти, при каком p_1 импульс p достигает наибольшего значения, вычислим производную:

$$\frac{dp}{dp_1} = 1 - \frac{p_1 c}{\sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4}}. \quad (226)$$

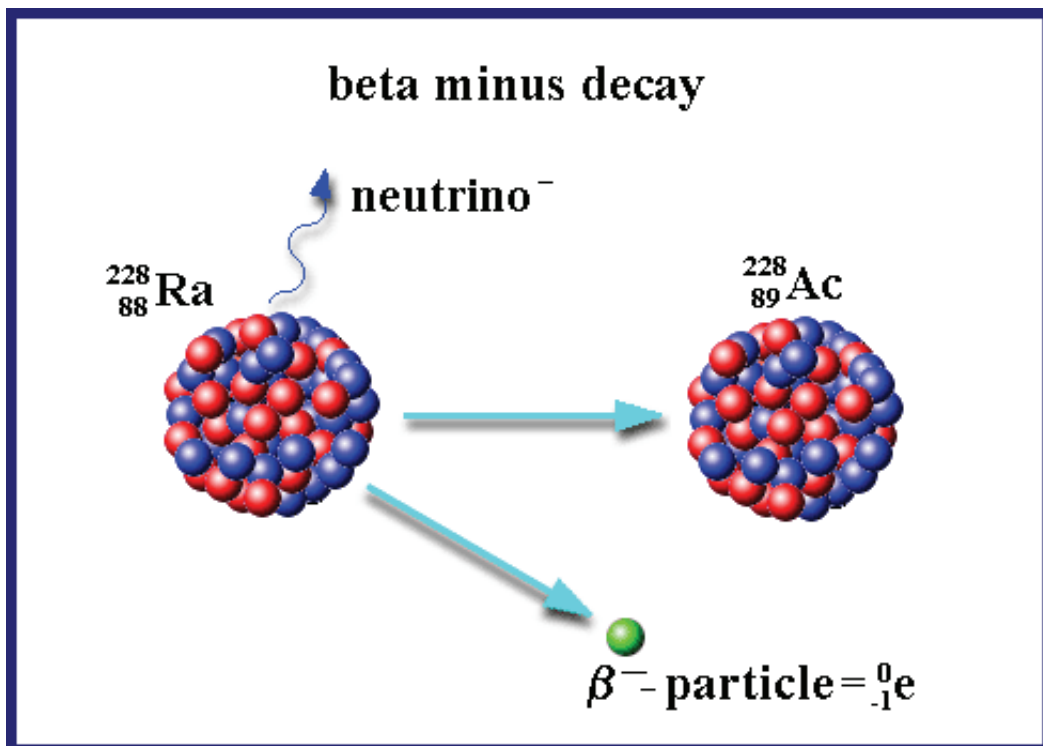


Рис. 49. Схема бета-распада ядра радия

Так как эта производная всегда положительна, то максимально возможный импульс ядро отдачи имеет при максимальном импульсе вылетающего электрона. Тогда максимальная энергия отдачи ядра равна:

$$E_{He} = \frac{p_{1\max}^2}{2M} = \frac{E(E + 2m_e c^2)}{2Mc^2} = 3,45 \text{ эВ}, \quad (227)$$

где M – масса ядра гелия. Средняя энергия нейтрино может быть найдена с помощью средней энергии электрона, которая дана по условию: $\bar{E}_\nu = E - \bar{E}_e = 12,93 \text{ кэВ}$.

4.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Ядра ${}^{210}\text{Po}$ испускают α -частицы с кинетической энергией $T = 5,30 \text{ МэВ}$, причем практически все дочерние ядра образуются непосредственно в основном состоянии. Определить: а) количество тепла, которое выделяет $10,0 \text{ мг}$ препарата ${}^{210}\text{Po}$ за период, равный среднему времени жизни этих ядер; б) первоначальную активность препарата ${}^{210}\text{Po}$, если за время, равное его периоду полураспада, препарат выделил $2,2 \text{ кДж}$ тепла.

2. Для испущенной ядром α -частицы, кинетическая энергия T которой значительно меньше высоты кулоновского барьера, коэффициент прозрачности барьера

$$D = \exp(-\chi/T^{1/2}); \quad \chi = 2\pi Ze^2(2v/\hbar)^{1/2},$$

где Ze – заряд дочернего ядра, m – масса α -частицы.

а) Получить эту формулу из общего выражения для

$$D = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - T)} dx\right],$$

где x_1 и x_2 – координаты точек, между которыми $U(x) > T$.

- б) Вычислить отношение проницаемостей для α -частиц, испускаемых ядрами ^{226}Th , с энергиями 6,33 и 6,22 МэВ.
3. При α -распаде ядер ^{212}Po с первого возбужденного уровня наблюдается два конкурирующих процесса: непосредственное испускание α -частиц (длиннопробежная группа) или испускание α -частиц после перехода ядра в основное состояние (основная группа α -частиц). При этом на каждые $1,0 \cdot 10^6$ α -частиц основной группы испускается 35 длиннопробежных α -частиц указанной группы. Найти постоянную распада данного возбужденного уровня по отношению к испусканию длиннопробежных α -частиц, если среднее время жизни этого уровня $\tau = 1,8 \cdot 10^{-12}$ с.
4. Вычислить суммарную кинетическую энергию частиц, возникающих при β -распаде покоящегося нейтрона.
5. Установить, возможны ли следующие процессы: а) β^- -распад ядер ^{51}V (–0,05602); б) β^+ -распад ядер ^{39}Ca (–0,02929); в) К- захват в атомах ^{63}Zn (–0,06679). В скобках указан избыток массы атома (М-А) а.е.м.
6. Вычислить максимальное значение импульса электронов, испускаемых ядрами ^{10}Be , если известно, что дочерние ядра оказываются непосредственно в основном состоянии.
7. При β -распаде ядер ^{56}Mn из основного состояния испускаются три парциальных спектра электронов, максимальные кинетические энергии которых 0,72; 1,05 и 2,86 МэВ. Сопровождающие распад γ -кванты

имеют энергии 0,84; 1,81; 2,14; 2,65 и 2,98 МэВ. Рассчитать и построить схему уровней дочернего ядра.

8. Найти энергию нейтрино при К-захвате в атомах ^{131}Cs , если полная энергия, выделяющаяся в этом процессе, равна 355 кэВ, энергия связи К-электрона в дочернем атоме 35 кэВ, причем дочернее ядро оказывается непосредственно в основном состоянии.
9. Распад ядер ^{210}Po происходит из основного состояния и сопровождается испусканием двух групп α -частиц: основной с энергией 5,30 МэВ и слабой по интенсивности с энергией 4,50 МэВ. Найти энергию α -распада этих ядер и энергию γ -квантов, испускаемых дочерними ядрами.
10. При распаде ядер ^{212}Po испускаются четыре группы α -частиц: основная с энергией 8,780 МэВ и длиннопробежные с энергиями 9,492; 10,422 и 10,543 МэВ. Рассчитать и построить схему уровней ядра ^{212}Po , если известно, что дочерние ядра во всех случаях образуются непосредственно в основном состоянии.
11. Определить отношение высоты центробежного барьера к высоте кулоновского барьера для α -частиц, испускаемых ядрами ^{209}Po , с орбитальным моментом $l = 2$. Закруглением вершины кулоновского барьера пренебречь.
12. Найти ширину первого возбужденного уровня ядер ^{214}Po по отношению к испусканию γ -квантов, если известно, что при распаде с этого уровня на каждую α -частицу основной группы испускается $4,3 \cdot 10^{-7}$ длиннопробежных α -частиц и 0,286 γ -квантов. Постоянная распада по отношению к испусканию длиннопробежных α -частиц равна $2,0 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$.
13. Как определяются энергии, освобождающиеся при β^- -распаде, β^+ -распаде и К-захвате, если известны массы материнского и дочернего атомов и масса электрона?
14. Зная массу дочернего атома и энергию β -распада Q , найти массу атома: а) ^6He , испытавшего β^- -распад, $Q = 3,50 \text{ МэВ}$; б) ^{22}Na , испытавшего β^+ -распад, $Q = 1,83 \text{ МэВ}$.

15. Ядро ^{11}C испытывает позитронный распад, в результате которого дочернее ядро оказывается непосредственно в основном состоянии. Вычислить: а) максимальную кинетическую энергию позитронов и соответствующую кинетическую энергию дочернего ядра; б) значения энергии позитрона и нейтрино в том случае, когда дочернее ядро не испытывает отдачи.
16. Ядра ^{37}Ar испытывают К-захват, в результате которого дочерние ядра оказываются в основном состоянии. Пренебрегая энергией связи К-электрона, определить кинетическую энергию и скорость дочернего ядра.

4.4. Биографическое примечание

- **Гамов**, Георгий Антонович (20.02.1904–19.06.1968), советский и американский физик-теоретик. Гамов известен своими работами по квантовой механике, атомной и ядерной физике, астрофизике, космологии, биологии. Он является автором первой количественной теории альфа-распада, одним из основоположников теории горячей Вселенной и одним из пионеров применения ядерной физики к вопросам эволюции звезд. Он впервые четко сформулировал проблему генетического кода. Широкую известность Гамову принесли его научно-популярные произведения, в которых живым и доступным языком рассказывается о современных научных представлениях.

5. ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЕ ЯДЕР. ВНУТРЕННЯЯ КОНВЕРСИЯ. ЭФФЕКТ МЕССБАУЭРА

5.1. Гамма-излучение ядер. Внутренняя конверсия. Эффект Мессбауэра. Краткая теория

Гамма-излучением ядер называется самопроизвольное испускание ядром γ -квантов. В процессе испускания гамма-кванта ядро переходит из возбужденного состояния в состояние с меньшей энергией. Такой переход называется радиационным. Радиационный переход может быть одноактным (ядро, испустив гамма-квант, сразу переходит в основное состояние) или каскадным (снятие возбуждения происходит в результате последовательного испускания гамма-квантов) (рис. 50).

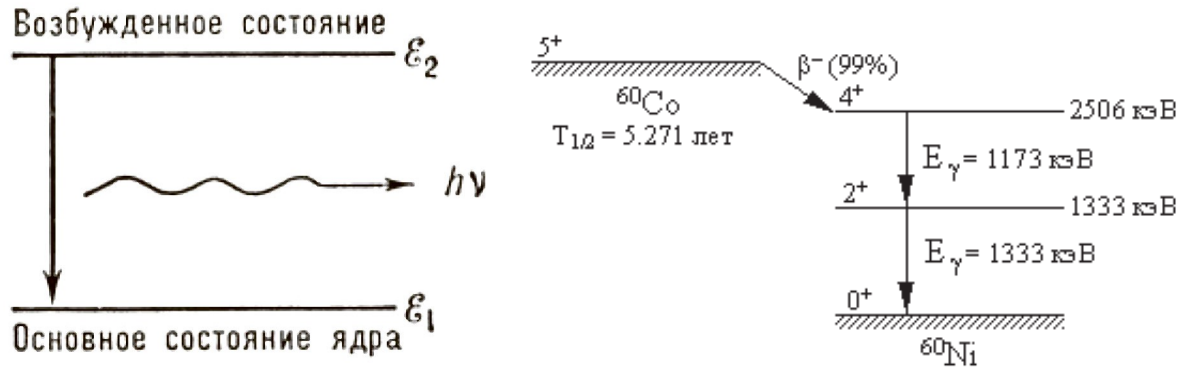


Рис. 50. Гамма-излучение ядер

Существует другой механизм снятия возбуждения ядра, который известен как внутренняя конверсия. Это физическое явление, заключающееся в том, что переход атомного ядра из возбужденного изомерного состояния в состояние с меньшей энергией (или основное состояние) осуществляется путем передачи высвобождаемой при переходе энергии непосредственно одному из электронов этого атома. Таким образом, в результате этого явления испускается не гамма-квант, а так называемый конверсионный электрон, кинетическая энергия которого равна разности между энергией ядерного изомерного перехода и энергией связи электрона на той оболочке, с которой он был испущен (в зависимости от этого различают К-, L-, М- и др. электроны). Кроме того, небольшая доля энергии (сотые или тысячные доли процента) передается самому атому в результате эффекта отдачи.

Гамма-излучение ядер – это коротковолновое электромагнитное излучение:

$$10 \text{ кэВ} < E_\gamma < 5 \text{ МэВ}, \quad 10^{-11} \text{ см} < \lambda_\gamma < 10^{-8} \text{ см}. \quad (228)$$

Для описания процесса гамма-излучения ядер необходимо использовать законы сохранения энергии и импульса:

$$E = e_\gamma + T_{\text{яд}}, \quad \mathbf{p}_\gamma + \mathbf{p}_{\text{яд}} = 0. \quad (229)$$

В этих формулах E – разность энергий ядра в начале и в конце процесса, $T_{\text{яд}}$ – кинетическая энергия ядра. Формулы (229) записаны в системе покоя исходного ядра. Оценим кинетическую энергию ядра:

$$T_{\text{яд}} = \frac{\mathbf{p}_{\text{яд}}^2}{2M_{\text{яд}}} = \frac{\mathbf{p}_\gamma^2}{2M_{\text{яд}}} = \frac{E_\gamma^2}{2M_{\text{яд}}c^2}. \quad (230)$$

Максимальная энергия получится, если здесь заменить $E_\gamma = E$:

$$T_{\text{яд}} = \frac{E^2}{2M_{\text{яд}}c^2} = (\text{при } E = 1 \text{ МэВ, } A = 100) = 10^{-5} \text{ МэВ} \ll E. \quad (231)$$

Гамма-квант уносит подавляющую часть энергии возбуждения ядра. Если кинетической энергией ядра пренебречь, то энергия гамма-кванта равна разности энергий ядра в начальном и конечном состояниях E . Спектр гамма-квантов дискретен.

В результате различных ядерных реакций, альфа-, бета-распадов происходит возбуждение ядер. Если энергия возбуждения ядра меньше энергии связи нуклона, то переход в основное состояние идет благодаря электромагнитному взаимодействию. Если энергия возбуждения ядра больше энергии связи нуклона, то имеется конкуренция между вылетом нуклона из ядра и электромагнитным переходом. Испускание гамма-квантов преобладает, если испускание нуклона затруднено по каким-либо причинам. В отличие от бета-распада, гамма-излучение – явление внутриядерное.

Для вычисления вероятности гамма-излучения ядра будем использовать гамильтониан взаимодействия:

$$H_{\text{int}} = \frac{e}{mc}(\mathbf{p}\mathbf{A}), \quad (232)$$

где векторный потенциал характеризует испускаемый фотон, а множитель $\mathbf{p}/mc$ характеризует частицу. Возьмем векторный потенциал электромагнитной плоской волны:

$$\mathbf{A} = a_0 \mathbf{e} \cos(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t), \quad (233)$$

a_0 – амплитуда плоской волны, $\mathbf{e}$ – вектор поляризации. Если рассматриваемая волна заключена в объеме V , то ее средняя энергия равна $W = \frac{V}{4\pi} |\mathbf{E}|^2$. Тогда, используя вектор-потенциал, находим:

$$W = \frac{Va_0^2\omega^2}{4\pi c^2} \overline{\sin^2(\mathbf{k}\mathbf{x} - \omega t)} = \frac{Va_0^2\omega^2}{8\pi c^2}. \quad (234)$$

Если функция $\mathbf{A}$ описывает один фотон в объеме V , то энергия этого фотона $E_\gamma = \hbar\omega$:

$$\hbar\omega = \frac{Va_0^2\omega^2}{8\pi c^2}, \quad a_0 = \left[\frac{8\pi\hbar c^2}{\omega V} \right]^{1/2}. \quad (235)$$

Функция $\mathbf{A}$ должна быть вещественной и ее удобно записать в виде:

$$\mathbf{A} = \left[\frac{8\pi\hbar c^2}{\omega V} \right]^{1/2} \mathbf{e} \left[e^{\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}_\gamma \mathbf{x} - E_\gamma t)} + e^{-\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}_\gamma \mathbf{x} - E_\gamma t)} \right]. \quad (236)$$

В этой формуле $\mathbf{A}$ следует рассматривать как волновую функцию фотона. Составим выражение для матричного элемента гамма-излучения:

$$\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle = \int d\mathbf{x} \psi_{\beta}^* H_{int} \psi_{\alpha} = \frac{e}{mc} \int d\mathbf{x} \psi_{\beta}^* \mathbf{p} \psi_{\alpha} \mathbf{A} = -\frac{ie\hbar}{mc} \int d\mathbf{x} \psi_{\beta}^* \nabla \psi_{\alpha} \mathbf{A}. \quad (237)$$

Для дальнейшего преобразования этого матричного элемента используем ряд приближений. Разложим экспоненту в ряд:

$$e^{\pm \frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_{\gamma} \mathbf{x}} = 1 \pm \frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_{\gamma} \mathbf{x} + \dots \quad (238)$$

и просто заменим ее на 1, если $\mathbf{p}_{\gamma} \mathbf{x} \ll \hbar$. Это так называемое электрическое дипольное приближение. Оценим энергию фотона, чтобы это приближение работало:

$$E_{\gamma} = p_{\gamma} c \ll \frac{\hbar c}{R} \approx \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}}{R(\text{фм})}, \quad (239)$$

где R – размер ядра, излучающего фотон. Неравенство (239) хорошо выполняется для ядер. Еще одно приближение состоит в том, что мы будем считать излучающую систему бесспиновой и очень тяжелой. Волновые функции стационарных состояний представим в виде:

$$\psi_{\alpha}(\mathbf{x}, t) = \Phi_{\alpha}(\mathbf{x}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\alpha} t}, \quad \psi_{\beta}(\mathbf{x}, t) = \Phi_{\beta}(\mathbf{x}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\beta} t}. \quad (240)$$

Закон сохранения энергии тогда имеет вид:

$$E_{\alpha} = E_{\beta} + E_{\gamma}. \quad (241)$$

С помощью этих формул матричный элемент (237) приводится к виду:

$$\begin{aligned} \langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle = & -\frac{ie\hbar^2}{m} \left[\frac{2\pi}{E_{\gamma} V} \right]^{1/2} \mathbf{e} \left[e^{\frac{i}{\hbar} (E_{\beta} - E_{\gamma} - E_{\alpha}) t} + e^{\frac{i}{\hbar} (E_{\beta} + E_{\gamma} - E_{\alpha}) t} \right] \times \\ & \times \int d\mathbf{x} \Phi_{\alpha}(\mathbf{x}) \nabla \Phi_{\beta}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (242)$$

При любом наблюдении происходит усреднение по времени. Вклад первой экспоненты тогда равен 0, а второй отличен от нуля в силу выполнения закона сохранения энергии (241):

$$\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle = -\frac{ie\hbar^2}{m} \left[\frac{2\pi}{E_{\gamma} V} \right]^{1/2} \mathbf{e} \int d\mathbf{x} \Phi_{\alpha}(\mathbf{x}) \nabla \Phi_{\beta}(\mathbf{x}). \quad (243)$$

Вычислим скорость перехода, используя золотое правило Ферми. Множитель плотности состояний фотона находим, используя связь $p_\gamma = E_\gamma/c$:

$$\rho = \frac{dn}{dE_\gamma} = \frac{p_\gamma^2 dp_\gamma V d\Omega}{(2\pi\hbar)^3 dE_\gamma} = \frac{E_\gamma^2 V d\Omega}{(2\pi\hbar c)^3}. \quad (244)$$

Тогда вероятность испускания фотона в единицу времени с импульсом $\mathbf{p}_\gamma$ в элемент телесного угла $d\Omega$ равна:

$$dw_{\beta\alpha} = \frac{e^2 E_\gamma}{2\pi m^2 c^3} |\mathbf{e} \int d\mathbf{x} |\Phi_\beta(\mathbf{x}) \nabla \Phi_\alpha(\mathbf{x})|^2 d\Omega. \quad (245)$$

Если волновые функции известны, то их нужно подставить в эту формулу и вычислить вероятность перехода. Интеграл в (245) можно представить в более удобной форме, если считать, что гамильтониан излучающего ядра равен:

$$\hat{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{x}), \quad \hat{H}_0 \Phi_\alpha = E_\alpha \Phi_\alpha. \quad (246)$$

В матричный элемент $\langle \beta | H_{int} | \alpha \rangle$ входит оператор ∇ , который можно выразить через коммутатор

$$\mathbf{x} \hat{H}_0 - \hat{H}_0 \mathbf{x} = \frac{i\hbar}{m} \mathbf{p} = \frac{\hbar^2}{m} \nabla. \quad (247)$$

Тогда получим

$$\int d\mathbf{x} \Phi_\beta(\mathbf{x}) \nabla \Phi_\alpha(\mathbf{x}) = \frac{m}{\hbar^2} E_\gamma \int d\mathbf{x} \Phi_\beta(\mathbf{x}) \mathbf{x} \Phi_\alpha(\mathbf{x}), \quad (248)$$

а сама скорость перехода будет определяться следующей формулой:

$$dw_{\beta\alpha} = \frac{e^2 E_\gamma^3}{2\pi \hbar^4 c^3} |\mathbf{e} \langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle|^2 d\Omega. \quad (249)$$

Поскольку в эту формулу входит матричный элемент электрического дипольного момента $\langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle$, то излучение называют электрическим дипольным излучением. Чтобы выполнить интегрирование по углам, будем считать, что $\mathbf{p}_\gamma$ направлен по оси Z , а вектор $\langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle$ расположен по отношению к нему под произвольным углом θ и лежит в плоскости XZ . Вектор поляризации фотона лежит в плоскости XY . При таком расположении векторов имеем:

$$\langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle = |\langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle| (\sin \theta, 0, \cos \theta), \quad \mathbf{e} = (\cos \phi, \sin \phi, 0). \quad (250)$$

После интегрирования по углам в (249) получим (множитель 2 отвечает двум поляризациям):

$$w_{\beta\alpha} = \frac{4e^2 E_\gamma^3}{3\hbar^4 c^3} |\langle \beta | \mathbf{x} | \alpha \rangle|^2. \quad (251)$$

Эта расчетная формула получена в первом порядке теории возмущений. Отметим, что четности начального и конечного состояний должны быть противоположными. Приближение, которое привело к электрическому дипольному излучению, заключалось в разложении экспоненты. Можно расширить это приближение, оставив в разложении несколько членов. Вычисления при этом оказываются достаточно громоздкими, поэтому мы сразу сформулируем окончательные результаты.

Гамма-переходы происходят между ядерными состояниями, характеризующимися определенными значениями спина и четности. Испускаемые фотоны тоже имеют определенные значения спина J и четности P . При этом должны выполняться следующие законы сохранения:

$$\mathbf{J}_\alpha = \mathbf{J}_\beta + \mathbf{J}, \quad P_\alpha = P_\beta \cdot P. \quad (252)$$

Фотоны с определенным значением J называются 2^J -польными. Низшие мультиполи: диполь $J = 1$, квадруполь $J = 2$, октуполь $J = 3$, ... Как мы отмечали, роль волновой функции фотона играет векторный потенциал $\mathbf{A}$. Так как у него есть три компоненты, то свойства фотона по отношению к преобразованиям координат соответствуют частице спина $s_\gamma = 1$. Суммарный момент фотона $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}_\gamma$ может принимать значения $J = 1, 2, 3, \dots$. Значение $J = 0$ исключается, так как оно отвечает сферически симметричному состоянию, а электромагнитная волна поперечна. Спин фотона s_γ отвечает минимально возможному значению полного момента $d_\gamma = J_{min} = 1$. При фиксированном J орбитальный момент принимает значения $l = J, l = J \pm 1$. Фотон имеет внутреннюю четность, которая отрицательна, так как при инверсии осей системы координат вектор $\mathbf{A}$ меняет знак. Кроме того, фотон имеет орбитальную четность $(-1)^l$. Поэтому полная четность фотона равна

$$P = \pi \cdot (-1)^l = (-1)^{l+1}. \quad (253)$$

Для фотонов с определенным J имеем разные значения l , а значит, и разные значения четности P . В зависимости от четности при определенном J фотоны делят на магнитные и электрические:

$$l = J, \quad P = (-1)^{J+1}, \quad \text{магнитные фотоны } (MJ), \quad (254)$$

$$l = J \pm 1, \quad P = (-1)^J, \quad \text{электрические фотоны } (EJ). \quad (255)$$

В этих обозначениях $E1$ – это электрический дипольный переход, $M1$ – магнитный дипольный переход. Сами названия электрический и магнитный происходят от типа системы зарядов и токов, излучающих соответствующие фотоны. Так, при колебании электрического диполя испускаемое излучение состоит с квантовой точки зрения из $E1$ фотонов. Колеблющийся магнитный диполь испускает $M1$ фотоны и т.д.

Выполнение законов сохранения момента и четности приводит к правилам отбора по четности для электрических и магнитных фотонов:

$$EJ \text{ фотоны: } P_\alpha P_\beta = (-1)^J; \quad MJ \text{ фотоны: } P_\alpha P_\beta = (-1)^{J+1}. \quad (256)$$

Расчет вероятностей излучения магнитных и электрических фотонов показывает, что

$$w(MJ) \sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2J+2}, \quad w(EJ) \sim \frac{1}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2J}, \quad (257)$$

где R – радиус ядра, $\lambda = \frac{\hbar c}{E} = \frac{2 \cdot 10^{-11}}{E(\text{МэВ})}$ (см) – приведенная длина волны. Энергия гамма-квантов лежит в интервале от нескольких кэВ до нескольких МэВ. Поэтому с хорошей степенью точности выполняется неравенство: $R/\lambda \ll 1$. Это означает, что в основном происходят переходы минимальной мультипольности, остальные же сильно подавлены.

До сих пор при рассмотрении различных энергетических состояний ядра мы приписывали им вполне определенные значения энергии. Однако это не совсем верно. Может ли физическая система, находящаяся в состоянии с определенной энергией, распадаться? Мы знаем закон экспоненциального распада, который означает, что вероятность обнаружить квантовую систему в момент времени t уменьшается. Если система находится в состоянии с энергией E , то она описывается волновой функцией $\psi(t) = \psi(0)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$. При этом квадрат модуля волновой функции не зависит от времени: $|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2$, и вероятность обнаружить систему в состоянии с энергией E не будет меняться со временем. Система, описываемая волновой функцией с действительным значением энергии, не распадается.

Чтобы экспоненциальный распад имел место, следует добавить к этой энергии мнимую часть:

$$E = E_0 - \frac{i}{2}\Gamma, \quad |\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-\frac{\Gamma t}{\hbar}}. \quad (258)$$

Это выражение уже согласуется с законом радиоактивного распада, если положить $\Gamma = \lambda\hbar$. Подчеркнем, что имеются в виду процессы самопроизвольного распада квантовых систем, например спонтанного гамма-излучения. Волновая функция распадающегося состояния должна иметь вид: $\psi(t) = |\psi(0)| e^{-\frac{i}{\hbar}E_0 t} e^{-\frac{\Gamma t}{2\hbar}}$. Энергия является наблюдаемой величиной. Имеет ли ее мнимая часть физический смысл? Чтобы ответить на этот вопрос, выясним, какова вероятность того, что испущенная частица имеет энергию E . Построим волновую функцию, как функцию энергии с помощью преобразования Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt. \quad (259)$$

Если распад состояния, которое описывается волновой функцией $\psi(t)$, начинается при $t = 0$ ($\psi(t) = 0$ при $t < 0$), то преобразование Фурье имеет вид:

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \psi(0) \int_0^{\infty} e^{i(\omega - \frac{E_0}{\hbar})t} e^{-\frac{\Gamma t}{2\hbar}} dt = \frac{\psi(0)}{\sqrt{2\pi}} \frac{i\hbar}{\hbar\omega - E_0 + i\frac{\Gamma}{2}}. \quad (260)$$

Тогда плотность вероятности найти систему в состоянии с энергией E равна:

$$P(E) = |g(\omega)|^2 = \text{const} \frac{|\psi(0)|^2 \hbar^2}{2\pi} \frac{1}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (261)$$

Из условия нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} P(E) dE = 1$ окончательно находим:

$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (262)$$

Таким образом, вероятность обнаружить систему с энергией, отличной от E_0 , не равна нулю. Энергия распадающегося состояния не равна строго определенному значению. Если $\Gamma \rightarrow 0$, то $\lim_{\Gamma \rightarrow 0} P(E) = \delta(E - E_0)$. Наличие $\Gamma \neq 0$ приводит к уширению спектральной линии. Ширину линии, обусловленную распадом состояния, называют естественной шириной

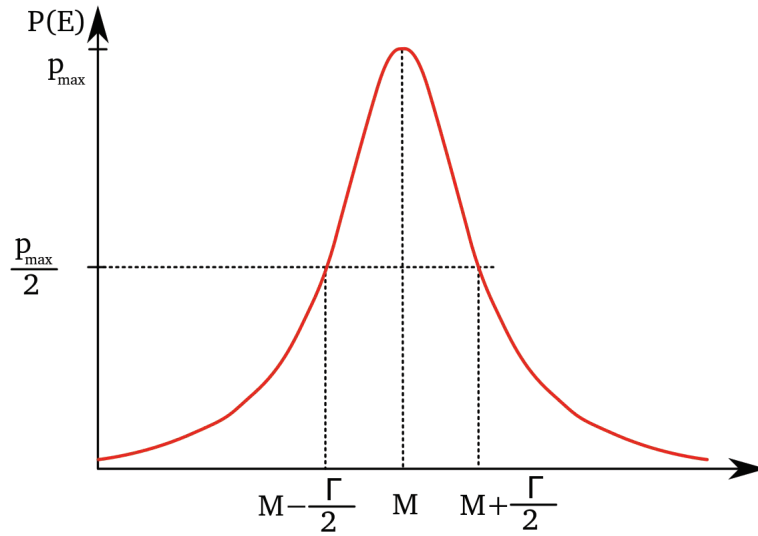


Рис. 51. Форма линии естественной ширины распадающегося состояния

линии. Форма линии (261) (рис. 51) называется лоренцевской или брейт-вигнеровской. Неопределенность в энергии возбужденного состояния приводит к немонохроматичности гамма-излучения, испускаемого при переходе ядра из возбужденного состояния в основное.

Известно, что атомы наиболее интенсивно поглощают свет частоты, соответствующей переходу из основного состояния в ближайшее возбужденное состояние. Это явление называют резонансным поглощением. Другими словами, фотоны, испущенные атомом при переходе из возбужденного состояния в основное, без всяких проблем поглощаются такими же атомами, поскольку их частоты практически совпадают. Иначе обстоит дело в случае гамма-излучения ядер. В этом случае очень велика энергия отдачи ядра K :

$$K = \frac{p_\gamma^2}{2M} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2}. \quad (263)$$

Энергия испускаемого гамма-кванта сдвинута относительно энергии ядерного перехода E на величину K (рис. 52). Поэтому гамма-квант может поглотиться другим ядром только при условии, что сдвиг $K < \Gamma$, где Γ – ширина возбужденного уровня. Выясним на примере, насколько выполняется это неравенство. Ядро ^{57}Fe испускает гамма-квант при переходе из первого возбужденного состояния с энергией 14 кэВ в основное. Тогда энергия отдачи ядра равна

$$K = \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2} = \frac{14 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 57 \cdot 931,5} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ МэВ} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}. \quad (264)$$

Ширину Γ первого возбужденного уровня энергии можно оценить по времени жизни ядра ^{57}Fe :

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-8} \text{ эВ.} \quad (265)$$

Таким образом, оказывается, что сдвиг K на 5 порядков больше ширины Γ , что делает невозможным резонансное поглощение.

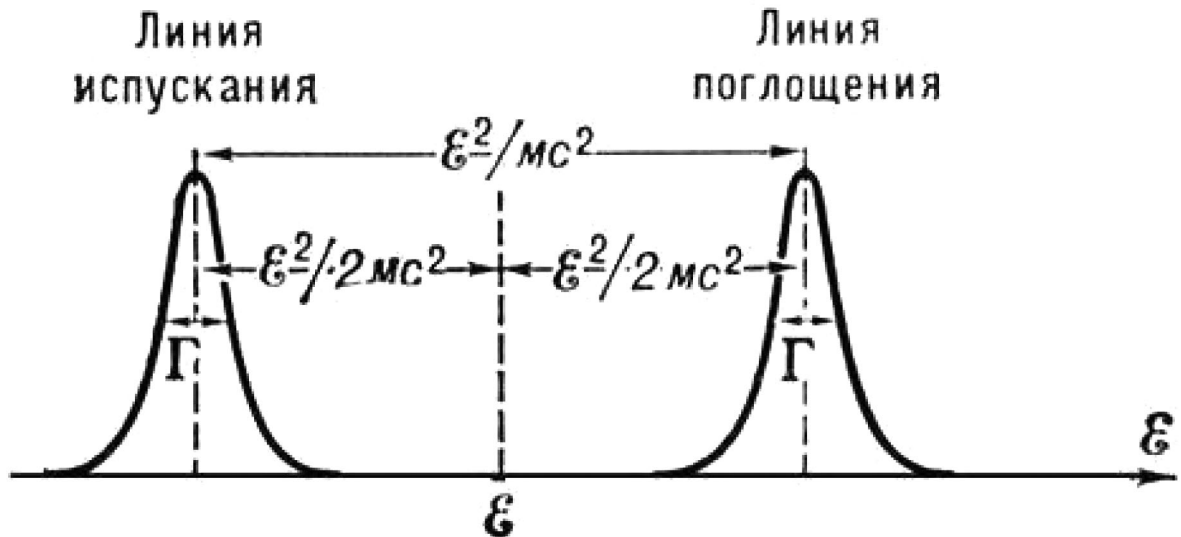


Рис. 52. Линия испускания и поглощения гамма-квантов атомными ядрами

Тем не менее резонансное поглощение гамма-квантов было обнаружено немецким физиком Р. Мессбауэром в 1958 г. на изотопе ^{191}Ir . Это оказалось возможным только с ядрами, входящими в состав кристалла. В этом случае энергию отдачи воспринимает не ядро, а весь кристалл в целом. Масса его очень велика, поэтому энергия отдачи равна нулю. В результате частота испускаемого гамма-кванта не смещается, и он может быть поглощен другим ядром, входящим в состав кристалла. Этот эффект удается наблюдать при очень низких температурах. Резонансное поглощение гамма-квантов наблюдают следующим образом. Источник гамма-излучения приводят в движение с небольшой скоростью навстречу поглотителю или в обратном направлении. При этом измеряют скорость счета гамма-квантов за поглотителем. Если $v \neq 0$, то резонансное поглощение нарушается за счет эффекта Доплера (изменение частоты). При $v = 0$ наблюдается резонансное поглощение.

Эффект Мессбауэра дает метод измерения ничтожных изменений энергии, которые нельзя измерить другим способом. С помощью этого эффекта

удалось обнаружить в лабораторных условиях гравитационное смещение спектральных линий. Для этого было необходимо измерить относительное изменение энергии фотона порядка 10^{-15} на высоте $h = 20$ м, что впервые сделали в 1960 г. Паунд и Ребка. Как известно, гравитационное изменение частоты фотона определяется формулой

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{gl}{c^2}} \approx \omega_0 \left(1 - \frac{gl}{c^2}\right), \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{gl}{c^2} \approx 2 \cdot 10^{-15}. \quad (266)$$

В случае изотопа железа $^{59}_{26}$ абсолютное изменение энергии фотона составило $\Delta E_\gamma = 3 \cdot 10^{-11}$ эВ, что в 300 раз меньше естественной ширины линии уровня. Для компенсации этого изменения энергии требуется скорость источника $v = 0,75 \frac{\text{мкм}}{\text{с}}$. Именно при такой скорости наблюдалось резкое уменьшение счета фотонов так, как показано на рис. 53.

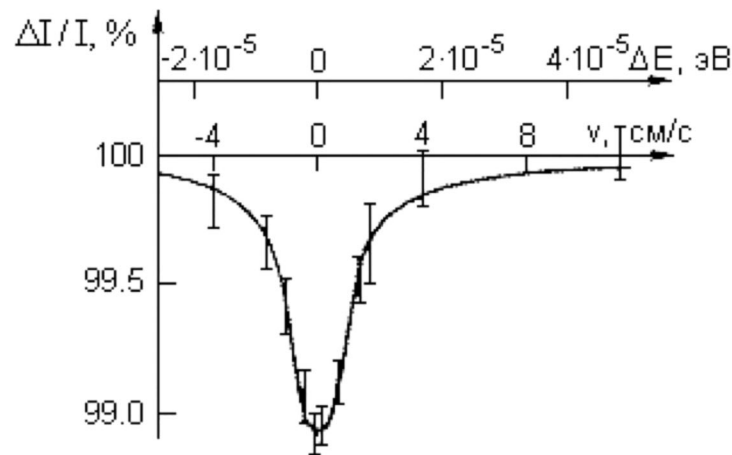


Рис. 53. Резонансное поглощение гамма-квантов

5.2. Примеры решения задач

Задача 1. *Изомерное ядро $^{109}\text{Ag}^m$, переходя в основное состояние, испускает или γ -квант с энергией 87 кэВ, или конверсионный К-электрон с $H\rho = 860$ Э · см (H — напряженность магнитного поля, ρ — радиус кривизны траектории). Вычислить энергию связи К-электрона.*

Решение

Импульс и кинетическую энергию испущенного электрона определим из данных о его движении в магнитном поле $p = eH\rho/c$,

$T = c\sqrt{p^2 + (mc)^2} - mc^2$. Тогда энергия связи К-электрона $E = E_\gamma - T$. После подстановки получим ответ задачи $E = E_\gamma - \sqrt{(eH\rho)^2 + m^2c^4} + mc^2 = 26 \text{ кэВ}$.

Задача 2. *Источник γ -квантов расположен над поглотителем на расстоянии 20 м. С какой скоростью необходимо перемещать вверх источник, чтобы в месте расположения поглотителя полностью скомпенсировать гравитационное изменение энергии γ -квантов, обусловленное полем тяготения Земли?*

Решение

Изменение частоты γ -квантов на высоте h , связанное с гравитационным притяжением γ -кванта, найдем из закона сохранения энергии $dE_\gamma = (-E_\gamma g/c^2)dh$. Учитывая, что $E_\gamma = \hbar\omega$ после разделения переменных и интегрирования, получим: $\omega(h) = \omega_0 \exp(-gh/c^2)$, где ω_0 – частота γ -квантов у поверхности Земли ($h = 0$). $\Delta\omega = \omega_0(1 - \exp(-gh/c^2)) \approx \omega_0 gh/c^2$ в случае малых высот. Перемещение источника вверх приводит к увеличению частоты и энергии γ -квантов за счет эффекта Доплера: $\Delta\omega = \omega_0 v/c$ (ограничимся случаем малых скоростей движения источника). Приравняв правые части приведенных выше соотношений, получим ответ на вопрос задачи: $v = gh/c = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ см/с}$.

Задача 3. *Для ядра никеля ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ в четвертом возбужденном состоянии, возникающем в результате β распада ${}^{60}_{27}\text{Co}$, определить наиболее вероятный путь γ -переходов в основное состояние. Указать мультиплетность и тип излучаемых фотонов.*

Решение

Рассмотрим законы сохранения момента импульса и четности для двух возможных каналов γ -переходов из четвертого возбужденного состояния ядра ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ со спином-четностью 4^+ .

$$4^+ \rightarrow 2^+ : 4 = 2 + \mathbf{J}; J = 2, 3, 4, 5, 6; 4^+ \rightarrow 0^+ : 4 = 0 + \mathbf{J}; J = 4. \quad (267)$$

Для первого из переходов возможная мультипольность излучения может быть меньше, чем для второго. Поэтому наиболее вероятным будет излучение гамма-кванта с мультипольностью 2. Поскольку четности начального и

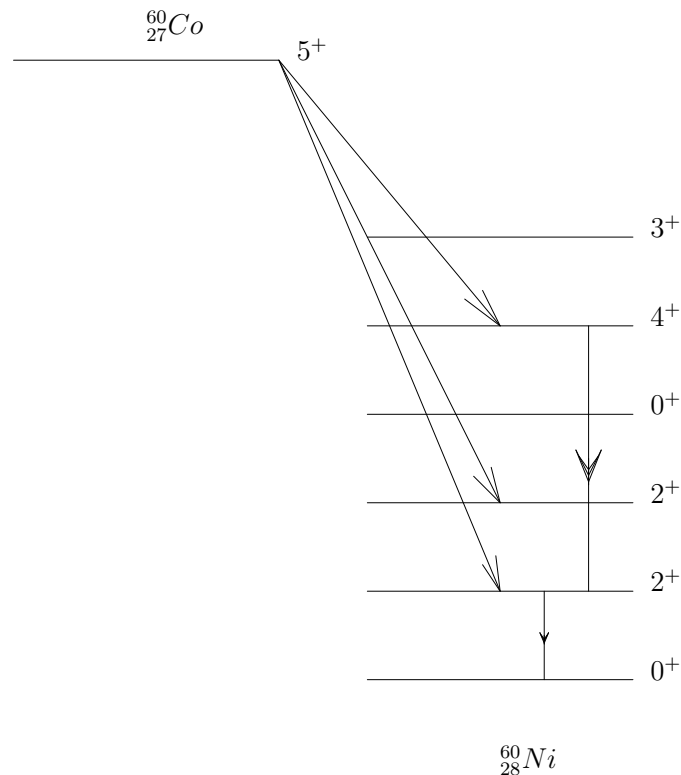


Рис. 54. Бета-распад ядра $^{60}_{27}\text{Co}$

конечного состояний ядра никеля одинаковы, четность излучения должна быть положительной. Следовательно, из состояния 4^+ в первом переходе будет излучаться фотон $E2$. Ядро никеля перейдет в результате в первое возбужденное состояние 2^+ . Последующий переход в основное состояние также будет осуществляться с излучением $E2$ фотона. Энергии этих двух каскадных фотонов равны 1,17 и 1,33 МэВ.

5.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Изомерное ядро $^{81}\text{Se}^m$ с энергией возбуждения 103 кэВ переходит в основное состояние, испуская или γ -квант, или конверсионный электрон с К-оболочки атома (энергия связи К-электрона 12,7 кэВ). Найти скорости ядра отдачи в обоих случаях.
2. Атомы ^{203}Tl , возникающие в результате β -распада атомов ^{203}Hg , испускают четыре группы конверсионных электронов с кинетическими энергиями 266,3; 264,2; 263,6 и 193,3 кэВ. Какой оболочке атома Tl — K, L_1, L_2, L_3 — соответствует каждая группа? Энергия связи элек-

тронов на этих оболочках соответственно равна 87,7; 15,4; 14,8; 12,7 кэВ. Вычислить также энергии γ -квантов, сопровождающих этот распад.

3. Свободное ядро ^{191}Ir с энергией возбуждения $E = 129$ кэВ перешло в основное состояние, испустив γ -квант. Найти относительное изменение энергии данного γ -кванта, возникающее вследствие отдачи ядра.
4. С какой скоростью должны сближаться источник и поглотитель, состоящие из свободных ядер ^{191}Ir , чтобы можно было наблюдать максимальное поглощение γ -квантов с энергией 129 кэВ?
5. Возбужденные ядра ^{117}Sn , возникающие при β -распаде ^{117}In , переходят в основное состояние, испуская последовательно два γ -кванта. Этот процесс сопровождается испусканием конверсионных К-электронов, для которых $H\rho$ равно 3 050 и 1 300 Э·см (H – напряженность магнитного поля, ρ – радиус кривизны траектории конверсионного электрона в магнитном поле). Энергия связи К-электронов 29 кэВ. Определить энергию γ -квантов.
6. При испускании γ -квантов, соответствующих мессбауэровской линии, импульс отдачи сообщается всему кристаллу в целом, поэтому импульс излучающего атома не изменяется. Средняя же кинетическая энергия такого атома возрастает вследствие некоторого уменьшения его массы за счет излучения. Это приводит к тому, что частота мессбауэровской линии оказывается меньше частоты перехода ω_0 , а именно:

$$\omega = \omega_0(1 - \langle v^2 \rangle / 2c^2),$$
где $\langle v^2 \rangle$ – квадрат среднеквадратической скорости атома.
 - а) Получить это выражение из энергетических соображений.
 - б) На сколько градусов температура источника должна быть больше температуры поглотителя, чтобы температурное смещение мессбауэровской γ -линии ^{57}Fe полностью компенсировало гравитационное смещение, если источник находится над поглотителем на расстоянии $l = 20$ м? Считать, что средняя кинетическая энергия атомов в кристалле равна $3kT/2$.
7. Получить выражение, определяющее пороговую энергию γ -кванта для образования пары электрон-позитрон в поле ядра массой M .

8. Возбужденные ядра ^{141}Pr , возникающие при β -распаде ядер ^{141}Ce , переходят в основное состояние, испуская или γ -кванты, или конверсионные электроны. Определить энергию возбуждения ядра ^{141}Pr , если конверсионные К-электроны имеют $H\rho = 1\,135\text{ Э}\cdot\text{см}$, а энергия связи К-электронов равна 42 кэВ.
9. Свободное ядро ^{119}Sn с энергией возбуждения $E = 23,8\text{ кэВ}$ переходит в основное состояние, испустив γ -квант. Ширина данного уровня $\Gamma = 2,4 \cdot 10^{-8}\text{ эВ}$. Возможно ли резонансное поглощение такого γ -кванта другим свободным ядром ^{119}Sn , находящимся в основном состоянии, если первоначально оба ядра покоились?
10. Как показал Мессбауэр, в спектре γ -квантов, которые испускают возбужденные ядра, входящие в состав твердого тела, каждая линия γ -спектра содержит две компоненты: очень узкую с энергией, равной энергии перехода в ядрах, и несравненно более широкую, смещенную относительно первой. Для γ -линии ^{57}Fe , соответствующей энергии 14,4 кэВ, относительный сдвиг смещенной компоненты составляет $\Delta\lambda/\lambda = 1,35 \cdot 10^{-7}$. Убедиться, что эта компонента обусловлена эффектом отдачи ядер при испускании γ -квантов.
11. Относительные ширины линий γ -спектра для ^{57}Fe и ^{67}Zn равны соответственно $3,0 \cdot 10^{-13}$ и $5,0 \cdot 10^{-16}$. На какую высоту от поверхности Земли необходимо поднять источник (^{57}Fe и ^{67}Zn), чтобы при регистрации на поверхности Земли гравитационное смещение линии превосходило ширину этих линий?
12. Поглощение γ -линии Мессбауэра с энергией 129 кэВ уменьшается в два раза при относительной скорости источника и поглотителя (^{191}Ir) $v = 1,2\text{ см/с}$. Имея в виду, что испускание данной линии связано с переходом возбужденных ядер непосредственно в основное состояние, найти ширину и среднее время жизни соответствующего возбужденного уровня.
13. Показать, что γ -квант не может образовать пару электрон-позитрон вне поля ядра, даже если такой процесс энергетически возможен.
14. Определить суммарную кинетическую энергию пары электрон-позитрон, которую образует γ -квант с пороговым значением энергии в поле покоящегося протона.

5.4. Биографическое примечание

- **Мессбауэр**, Рудольф Людвиг (31.01.1929–14.09.2011) – немецкий физик, специалист в физике атомного ядра и элементарных частиц. В 1961 году Мессбауэр получил Нобелевскую премию по физике за исследование резонансного поглощения гамма-излучения и открытие в этой связи эффекта, носящего его имя. Продолжил работать над загадкой нейтрино, в том числе принимая участие в некоторых экспериментах по обнаружению нейтринных осцилляций в Гёсгене и экспериментах по изучению солнечных нейтрино в подземной лаборатории Гран-Сассо в Италии.
- **Паунд**, Роберт Вивиан (16.05.1919–12.04.2010) – американский физик, открыл ядерный магнитный резонанс, провел эксперимент в 1960 г. по проверке замедления хода времени в поле тяготения с помощью эффекта Мессбауэра (экспериментальное подтверждение существования гравитационного красного смещения). Полученное значение в пределах ошибок эксперимента (10 процентов) блестяще подтвердило принцип эквивалентности и основанную на нем общую теорию относительности Эйнштейна. Лауреат Нобелевской премии 1952 г.

6. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

6.1. Ядерные реакции. Краткая теория

Процесс столкновения элементарной частицы с ядром или ядра с ядром называется ядерной реакцией. Наряду с радиоактивным распадом ядерные реакции являются основным источником сведений об атомных ядрах. Во время ядерной реакции происходит перераспределение энергии и импульса обеих частиц, которое сопровождается образованием нескольких других частиц, вылетающих из области взаимодействия. С точки зрения механизма взаимодействия реакции делятся на два класса: реакции, идущие через промежуточную стадию образования составного ядра, и прямые взаимодействия.

Наиболее распространенным видом реакции является процесс $2 \rightarrow 2$:

$$a + A \rightarrow b + B, \quad (268)$$

где a, A – начальные ядра или частицы, b, B – конечные ядра или частицы. Разные возможные пути протекания ядерной реакции на втором этапе называют выходными каналами реакции. Разные каналы реакции отличаются друг от друга типом частиц, их внутренним состоянием и ориентацией спинов и орбитальных моментов.

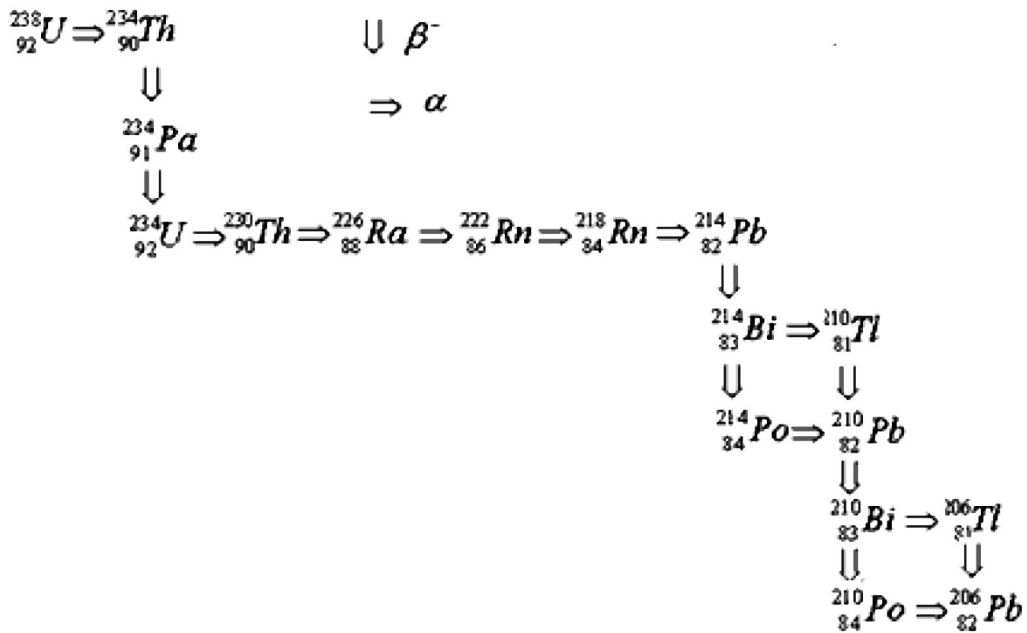


Рис. 55. Радиоактивный ряд распада урана-238

При изучении ядерных реакций представляет интерес идентификация каналов реакции, сравнительная вероятность протекания ее по разным каналам при различной энергии падающих частиц, энергии и угловое распределение образующихся частиц. Важную роль в протекании ядерных реакций играют законы сохранения энергии и импульса. Рассмотрим применение этих законов к реакции (268).

При расчете кинематических характеристик реакций удобно использовать релятивистский инвариант квадрата массы системы:

$$P^2 = E^2 - \mathbf{P}^2 c^2 = inv, \quad (269)$$

где E – полная энергия системы, $\mathbf{P}$ – суммарный импульс. В качестве примера использования этого инварианта рассмотрим нахождение минимальной суммы кинетических энергий сталкивающихся частиц. В системе покоя мишени A , называемой лабораторной системой отсчета, минимальная кинетическая энергия частицы a , при которой возможна реакция (268), называется порогом реакции $E_{\text{пор}}$. Для ее расчета следует записать законы

сохранения энергии-импульса в двух системах – лабораторной системе и системе центра масс:

$$T_a + M_A c^2 + M_a c^2 = M_B c^2 + M_b c^2 + T_B + T_b, \quad \mathbf{p}_a = \mathbf{p}_B + \mathbf{p}_b, \quad (270)$$

$$T'_a + T'_A + M_A c^2 + M_a c^2 = M_B c^2 + M_b c^2 + T'_B + T'_b, \quad \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_A = \mathbf{p}'_B + \mathbf{p}'_b. \quad (271)$$

Для вычисления порога реакции запишем инвариант (269) в лабораторной системе отсчета и приравняем его инварианту, записанному в системе центра масс, приравнявая нулю кинетические энергии частиц после взаимодействия:

$$[(T_a + M_A c^2 + M_a c^2)^2 - \mathbf{p}_a^2 c^2]_{\text{пор}} = M_b c^2 + M_B c^2. \quad (272)$$

Пороговый импульс связан с пороговой энергией следующим образом:

$$(\mathbf{p}_a^2 c^2)_{\text{пор}} = T_a^2 + 2T_a M_a c^2. \quad (273)$$

В результате получаем для пороговой энергии выражение:

$$E_{\text{пор}} = (T_a)_{\min} = \frac{1}{2M_A c^2} [(M_B c^2 + m_b c^2)^2 - (M_A c^2 + M_a c^2)^2]. \quad (274)$$

Часто вместо этой формулы используют другое выражение, вводя энергию реакции $Q = M_A c^2 + M_a c^2 - M_B c^2 - M_b c^2$:

$$E_{\text{пор}} = (T_a)_{\min} = |Q| \left(1 + \frac{M_a}{M_A} + \frac{|Q|}{2M_A} \right). \quad (275)$$

Ядерная реакция представляет собой сложный процесс перестройки атомного ядра. Течение ядерных реакций описывается различными механизмами реакций. Ядерные реакции классифицируют по времени их протекания. В качестве временного масштаба удобно использовать время пролета частицы через ядро (ядерное время):

$$\tau_{\text{яд}} = \frac{2R}{v} \approx 10^{-22} \text{ с}. \quad (276)$$

Если время реакции $t_{\text{реак}} \approx \tau_{\text{яд}}$, то такая реакция называется прямой. Если время реакции $t_{\text{реак}} \gg \tau_{\text{яд}}$, то такая реакция называется реакцией, идущей через составное ядро. В первом случае частица a передает энергию одному-двум нуклонам ядра, которые сразу покидают ядро, не успев обменяться энергией с остальными нуклонами. Во втором случае частица

a и нуклон, которому она передает энергию, запутываются в ядре, растворяются в нем. Принесенная ею энергия равномерно распределяется между всеми нуклонами ядра. Образовавшееся в результате этого составное ядро сравнительно долго остается в своем возбужденном состоянии и за это время полностью забывает о той частице, которая вызвала его возбуждение. Механизм составного ядра был введен Н. Бором в 1936 г. Составное ядро возникает в возбужденном состоянии и стремится потерять энергию возбуждения за счет какого-либо возможного процесса. Таким образом, процесс столкновения частицы a с ядром A разбивается на два этапа:

$$a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B, \quad (277)$$

где C^* – возбужденное составное ядро. Если бы составное ядро C было устойчивым и не распадалось, то ему, как всякой устойчивой квантовомеханической системе, соответствовал бы дискретный спектр энергий. Однако составное ядро неустойчиво, ему соответствуют квазистационарные состояния. Это означает, что параметр собственных значений принимает ряд комплексных значений, вещественная часть которых определяет энергию системы, а мнимая часть – ширину уровня. Рассмотрим сечение образования составного ядра, когда ширины уровней энергии ядра меньше расстояний между ними. Рассматриваемый процесс (277) относится к эффектам второго порядка теории возмущений. Тогда можно записать следующую формулу теории возмущений для сечения процесса:

$$\sigma_{bB}^{aA} = 4\pi^2 \lambda^2 \left| \sum_r \frac{H_r^{aA} H_{bB}^r}{E_A + E_a - E_r^C + \frac{1}{2}\Gamma_r} \right|^2, \quad (278)$$

где суммирование производится по всем промежуточным состояниям ядра, H_r^{aA} – матричный элемент, отвечающий переходу из начального состояния a, A в состояние r ядра C ; H_{bB}^r – матричный элемент, отвечающий переходу из состояния r ядра C в конечное состояние b, B ; Γ_r – полная ширина уровня r , которая совпадает с отнесенной к единице времени вероятности распада ядра C , находящегося в состоянии r :

$$\Gamma_r = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{b', B'} |H_{b'B'}^r|^2, \quad (279)$$

где суммирование производится по всем видам частиц и состояний ядра b', B' , которые могут образоваться из C . Формула (278) не учитывает вырождение ядерных уровней. Если учесть вырождение, связанное

с существованием углового момента, то получим следующую формулу $((2s + 1)(2I + 1)$ – число исходных состояний, $2J + 1$ – число состояний составного ядра C):

$$\sigma_{bB}^{aA} = \frac{\pi\lambda^2}{(2s + 1)(2I + 1)} \sum_{Jljl'j'} (2J + 1) \left| \sum_r \frac{u_r^{aA} u_r^{bB}}{E_A + E_a - E_r^C + \frac{1}{2}\Gamma_r} \right|^2, \quad (280)$$

где I, J, I' – моменты количества движения ядер A, C, B ; s, s' – спины частиц a и b , l, l' – орбитальные моменты частиц a и b , j, j' – полные моменты частиц a и b . Величины u представляют собой матричные элементы, нормированные так, что

$$\Gamma_{aAj}^{rJ} = \Gamma_{aA}^r = |u_{aA}^r|^2. \quad (281)$$

Напомним, что ширина уровня Γ связана с вероятностью распада следующим образом: $\Gamma = \hbar\lambda$. Формула (280) показывает, что состояния составного ядра, характеризующиеся различными значениями полного момента составного ядра J , не интерферируют друг с другом. Формула (280) называется дисперсионной. Из этой формулы следует, что сечение процесса достигает максимума, когда энергия падающей частицы a равна $E_a = E_r^C - E_A$. Эти значения энергии называют резонансными.

Если энергия падающей частицы близка к одной из резонансных энергий, то в (280) главную роль играет только один член, а сама формула (280) принимает вид:

$$\sigma_{bB}^{aA} = \pi\lambda^2 \frac{(2J + 1)}{(2s + 1)(2I + 1)} \frac{\Gamma_{aA}^{rJ} \Gamma_{bB}^{rJ}}{(E - E_r)^2 + \frac{\Gamma_{rJ}^2}{4}}. \quad (282)$$

Эта формула называется формулой Брейта – Вигнера. Входящая сюда величина Γ_{aA}^{rJ} представляет собой частичную ширину уровня rJ составного ядра по отношению к вылету частицы a . Аналогичный смысл имеет и Γ_{bB}^{rJ} . Наконец, Γ_{rJ} представляет собой полную ширину уровня:

$$\Gamma_{rJ} = \sum_{bB} \Gamma_{bB}^{rJ}. \quad (283)$$

На рис. 56 показаны экспериментальные данные для полных сечений взаимодействия нейтронов с ядром. По горизонтальной оси на графике отложена полная энергия нейтрона. Поведение сечений в окрестности пиков определяется формулой Брейта – Вигнера (282).

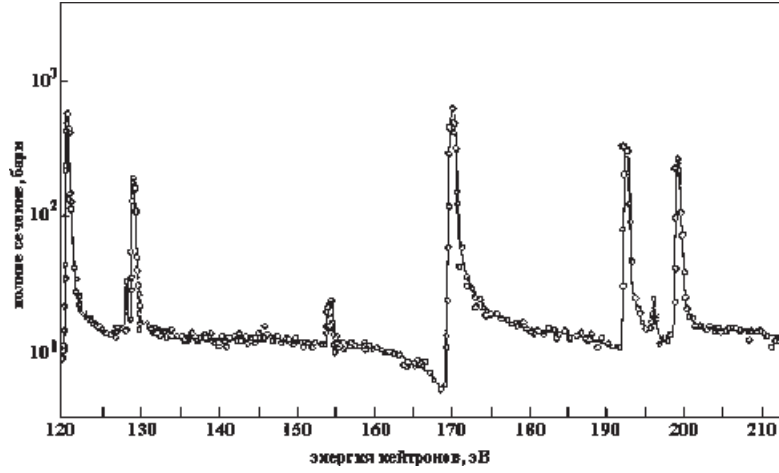


Рис. 56. Зависимость полного сечения реакции $n + {}^{232}\text{Th}$ от энергии нейтронов

Приведем в заключение формулы для специальных реакций радиационного захвата нейтрона и резонансного рассеяния нейтрона:

$$\sigma(n, \gamma) = \pi \lambda^2 \frac{(2J + 1)}{(2s + 1)(2I + 1)} \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{(E - E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad (284)$$

$$\sigma(n, n) = \pi \lambda^2 \frac{(2J + 1)}{(2s + 1)(2I + 1)} \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_r)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (285)$$

6.2. Примеры решения задач

Задача 1. *Нерелятивистская частица массы m_1 с кинетической энергией T_1 испытала упругое рассеяние на первоначально покоившемся ядре массы m_2 . Найти в с.ц.м. импульс каждой частицы и их суммарную кинетическую энергию.*

Решение

Для решения задачи воспользуемся свойством инвариантности (независимости от выбора системы отсчета) квадрата 4-импульса. В качестве такого инварианта удобно рассмотреть квадрат суммы 4-импульсов сталкивающихся частиц $s = (p_1 + p_2)^2$. В л.с., связанной с покоящимся ядром,

$$s = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2p_1 p_2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 E_2.$$

Поскольку в л.с. частица 1 – нерелятивистская, а частица 2 – покоится, то

$$s = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2m_2 c^2 (m_1 c^2 + T_1) = (m_1 c^2 + m_2 c^2)^2 + 2m_2 c^2 T_1,$$

$$\sqrt{s} \approx m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{m_2 T_1}{m_1 + m_2}, \quad \text{т.к. } T_1 \ll m_1 c^2, m_2 c^2.$$

С другой стороны, в с.ц.м. ($\mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^* = 0$):

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (E_1^* + E_2^*)^2 = (m_1 c^2 + m_2 c^2 + T_1^* + T_2^*)^2,$$

$$\sqrt{s} = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{p^{*2}}{2m_1} + \frac{p^{*2}}{2m_2}, \quad \text{где } p^* = |\mathbf{p}_1^*| = |\mathbf{p}_2^*|.$$

Из последнего уравнения выражаем p^* через $\sqrt{s}$, а потом через T_1 :

$$p^{*2} = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\sqrt{s} - m_1 c^2 - m_2 c^2), \quad p^* = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2m_1 T_1}.$$

Суммарная кинетическая энергия частиц в с.ц.м. равна:

$$T^* = T_1^* + T_2^* = \frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2} p^{*2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} T_1.$$

Задача 2. Найти скорости продуктов реакции $n + {}^{10}\text{B} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Li}$, протекающей в результате взаимодействия нейтронов с первоначально покоящимися ядрами бора, если кинетическая энергия нейтронов пренебрежимо мала.

Решение

Запишем законы сохранения импульса и энергии для данной реакции:

$$\mathbf{p}_{Li} + \mathbf{p}_\alpha = 0, \quad |\mathbf{p}_{Li}| = |\mathbf{p}_\alpha| = p, \quad (286)$$

т.к. ядро бора до взаимодействия покоилось, а кинетическая энергия нейтронов считается пренебрежимо малой,

$$M_n c^2 + M_B c^2 = M_{Li} c^2 + M_\alpha c^2 + Q, \quad (287)$$

где Q – энергия реакции. Очевидно, что

$$Q = \frac{\mathbf{p}_{Li}^2}{2M_{Li}} + \frac{\mathbf{p}_\alpha^2}{2M_\alpha} = \frac{M_{Li} + M_\alpha}{2M_{Li} M_\alpha} p^2, \quad (288)$$

отсюда получим

$$v_{Li} = \frac{p}{M_{Li}}, v_\alpha = \frac{p}{M_\alpha}, p = \sqrt{\frac{2M_{Li} M_\alpha}{M_{Li} + M_\alpha}} Q, Q = (M_n + M_B - M_{Li} - M_\alpha) c^2. \quad (289)$$

Задача 3. Железную мишень облучают пучком протонов с кинетической энергией $T_p = 22 \text{ МэВ}$. В результате реакции $p + Fe \rightarrow n + Co$, выход которой $w = 1,2 \cdot 10^{-3}$, образуется радионуклид ^{59}Co с периодом полураспада $T_{1/2} = 77,2$ суток. Определить активность мишени через $\tau = 2,5$ часа после начала облучения при токе протонов $J = 21 \text{ мкА}$.

Решение

Активность мишени можно выразить через постоянную распада λ и число радиоактивных ядер $N(t)$ в момент времени t :

$$A(t) = \lambda N(t).$$

Под действием протонного пучка за время τ образуется $N(\tau)$ радиоактивных ядер Co ,

$$N(\tau) = \frac{J}{e_p} \cdot w \cdot \tau,$$

где $e_p = e$ – заряд протона. Постоянная распада может быть выражена через период полураспада:

$$N(T_{1/2}) = N_o e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{N_o}{2} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Таким образом,

$$A = \frac{Jw\tau}{e} \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Задача 4. Показать, что для нейтронов с длиной волны λ сечение рассеяния на ядре равно геометрическому сечению ядра $S \approx \pi(R + \lambda)^2$, где R – радиус ядра, $\lambda = \lambda/2\pi$. Оценить сечение рассеяния для нейтрона с кинетической энергией $T_n = 10 \text{ МэВ}$, налетающего на ядро атома золота.

Решение

Рассмотрим нейтроны с орбитальным моментом l и прицельным параметром b_l . Геометрическое сечение ядра для них можно представить в виде кольца со средним радиусом b_l . Площадь этого кольца:

$$\Delta S_l = \frac{\pi}{2}(b_{l+1}^2 - b_{l-1}^2) = (2l + 1)\pi\lambda^2.$$

Максимально возможное значение l определяется условием $b_{lmax} \leq R$, где R – радиус ядра. Отсюда $l_{max} \approx R/\lambda$ и

$$S = \sum_{l=0}^{R/\lambda} \Delta S_l \approx \pi(R + \lambda)^2.$$

Для нейтронов с энергией $T_n = 10$ МэВ сечение равно $S_{Au} = 2,9$ барн.

6.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Дейтроны с кинетической энергией $T_d = 0,30$ МэВ упруго рассеиваются на первоначально покоящихся протонах. Найти кинетическую энергию дейтронов, рассеиваемых на максимально возможный угол в л.с. Чему равен этот угол?
2. Найти кинетическую энергию нейтронов, возникающих при фоторасщеплении бериллия в реакции $\gamma + {}^9\text{Be} \rightarrow n + {}^8\text{Be}$, $Q = -1,65$ МэВ, гамма-квантами с энергией $E_\gamma = 1,78$ МэВ.
3. Выход реакции фоторождения нейтронов при облучении медной пластинки толщиной $d = 1,0$ мм γ -квантами с энергией 17 МэВ равен $w = 4,2 \cdot 10^{-4}$. Найти сечение данной реакции.
4. Найти вероятность того, что в результате взаимодействия медленных нейтронов с нулевым орбитальным моментом ($l = 0$) с ядрами, спин которых $I = 1$, промежуточные ядра образуются в состоянии со спином $J = 3/2$. Считать, что спины нейтронов и ядер имеют всевозможные взаимные ориентации.
5. Определить с помощью формулы Брейта – Вигнера ширину Γ уровня промежуточного ядра, возникающего при захвате нейтрона ядром ${}^{113}\text{Cd}$, если сечение радиационного захвата при кинетической энергии нейтрона $T = 2T_o$ в 15 раз меньше сечения этого процесса при $T = T_o$, где $T_o = 0,178$ эВ. Считать, что Γ не зависит от энергии нейтронов и $\Gamma_n \ll \Gamma$.
6. Альфа-частица с кинетической энергией $T_\alpha = 1,0$ МэВ упруго рассеялась на покоившемся ядре ${}^6\text{Li}$. Определить кинетическую энергию ядра отдачи, отлетевшего под углом $\theta = 30^\circ$ к первоначальному направлению движения α -частицы.

7. Какую долю кинетической энергии теряет нерелятивистская α -частица при упругом рассеянии под углом $\theta^* = 60^\circ$ в с.ц.м. на первоначально покоящемся ядре нуклида ^{12}C ?
8. Получить формулу для пороговой кинетической энергии налетающей частицы (в л.с.), при которой становится возможной эндонергетическая реакция:

$$T_{\text{пор}} = \frac{m + M}{M} |Q|,$$
 где m и M – масса налетающей частицы и ядра, Q – энергия реакции.
9. Оценить минимальную кинетическую энергию налетающей α -частицы, необходимую для ее прохождения над кулоновским потенциальным барьером ядра ^7Li . Возбудит ли α -частица такой энергии реакцию $\alpha + ^7\text{Li} \rightarrow n + ^{10}\text{B}$?
10. Через камеру, в которой находится газообразный азот при нормальных условиях, проходит узкий пучок моноэнергетических нейтронов с кинетической энергией 0,025 эВ. Поток нейтронов $\Phi = 2,0 \cdot 10^8 \text{ сек}^{-1}$. Найти сечение реакции $n + ^{14}\text{N} \rightarrow p + ^{14}\text{C}$, если известно, что за время $t = 5,0$ мсек на длине пучка $l = 10$ мм возникает $N = 95$ протонов.
11. Исходя из формулы Брейта – Вигнера для сечения образования составного ядра σ_a , получить выражения для сечений процессов упругого рассеяния и радиационного захвата нейтрона.

6.4. Биографическое примечание

- **Ган**, Отто (08.03.1879–28.07.1968), немецкий физик и химик, ученый-новатор в области радиохимии, открывший ядерную изомерию и расщепление урана. Получил Нобелевскую премию по химии за 1944 год.
- **Штрассман**, Фридрих Вильгельм (22.02.1902–22.04.1980), немецкий химик и физик. Научные труды посвящены ядерной химии, радиохимии. Изучал процессы ядерного деления, свойства радиоактивных изотопов урана и тория. В 1938 г. совместно с О. Ганом открыл деление ядер урана при бомбардировке их нейтронами, химическими методами доказал факт деления.

7. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

7.1. Свойства элементарных частиц. Краткая теория

Фундаментальными частицами Стандартной модели являются лептоны, кварки и калибровочные бозоны. Кварки и лептоны образуют вещество. Калибровочные бозоны переносят взаимодействие между кварками и лептонами. В число фундаментальных частиц входит бозон Хиггса. Это бесспиновая частица, ответственная за формирование масс частиц.

Класс лептонов, то есть частиц не участвующих в сильных взаимодействиях, образуют 6 частиц:

$$1 \text{ поколение } \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}, 2 \text{ поколение } \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, 3 \text{ поколение } \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (290)$$

Эти частицы имеют античастицы, которые также образуют три поколения. Частица и античастица имеют противоположные электрические заряды, тождественные значения массы, спина, времени жизни. Их магнитные моменты одинаковы по величине и различаются знаком. Внутренние четности частицы и античастицы противоположны, а античастицы-бозона – одинаковы. Лептоны являются бесструктурными элементами, их размер $\leq 10^{-17}$ см.

Нейтрино обладает огромной проникающей способностью, что делает проблему регистрации исключительно тяжелой. Оценка сечения взаимодействия нейтрино с ядром приводит к значению 10^{-44} см², что соответствует среднему пробегу в конденсированной среде ($n = 10^{22}$ см⁻³) $l = 10^{17}$ км. Трудность эксперимента по детектированию нейтрино обусловлена не только необходимостью использования большого количества вещества, но и сложностью регистрации продуктов реакции. Экспериментатор должен в сотнях тонн вещества мишени заметить лишь десятки частиц, появившихся в результате реакции. Первые опыты по обнаружению нейтрино были нацелены на ядерные реакторы, излучающие огромное количество нейтрино.

Одной из современных лабораторий по регистрации нейтрино является IceCube (Ледяной куб) – нейтринная обсерватория, построенная на антарктической станции Амундсен-Скотт. Как и свой предшественник, мюононейтринный детектор AMANDA, IceCube расположен глубоко в толще антарктического льда. На глубине от 1 450 до 2 450 м помещены прочные

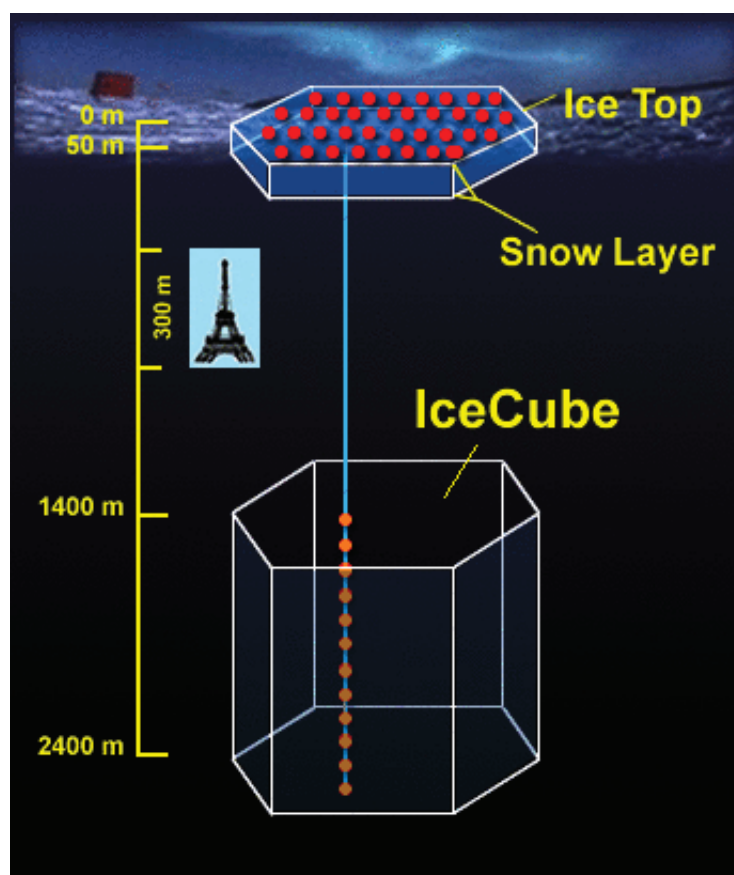


Рис. 57. Современный детектор нейтрино IceCube

«нити» с прикрепленными оптическими детекторами (фотоумножителями). Каждая «нить» имеет 60 фотоумножителей. Оптическая система регистрирует черенковское излучение мюонов высокой энергии, движущихся в направлении вверх (то есть из-под земли). Эти мюоны могут рождаться только при взаимодействии мюонных нейтрино, прошедших сквозь Землю, с электронами и нуклонами льда (и слоя грунта подо льдом, толщиной порядка 1 км). Еще один нейтринный детектор Камиоканде предназначен для поиска гипотетического распада протона, изучения нейтрино, а также регистрации нейтринных вспышек сверхновых. Детектор размещен в японской лаборатории на глубине в 1 км в цинковой шахте Камиока, в 290 км к северу от Токио. Он представляет собой резервуар из нержавеющей стали в форме цилиндра высотой 41,4 м и диаметром основания 39,3 м, заполненный 50 тыс. тоннами специально очищенной воды. На стенах резервуара размещены 11 146 фотоумножителей (ФЭУ). Это чрезвычайно светочувствительные приборы: при попадании на их поверхность даже одного кванта света они генерируют электрический импульс, который затем обрабаты-

ет специальная электронная система. Также детектор оснащен огромным количеством электроники, компьютеров, калибровочных устройств и оборудованием для очистки воды.



Рис. 58. Детектор нейтрино Камиоканде

Впервые опыт по обнаружению эффекта, связанного с существованием нейтрино, был поставлен в 1936 г. А.И. Лейпунским. Идея опыта состоит в сравнении энергетических спектров электронов и ядер отдачи, образующихся при бета-распаде. Если процесс бета-распада не сопровождается испусканием нейтрино, то импульсы электрона и ядра отдачи должны удовлетворять простому соотношению: $\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\text{яд}} = 0$, $|\mathbf{p}_e| = |\mathbf{p}_{\text{яд}}|$. Если же при бета-распаде испускается нейтрино, то $|\mathbf{p}_e| \neq |\mathbf{p}_{\text{яд}}|$. Так как импульсы электрона и ядра относятся к заряженным частицам, их можно измерить с хорошей точностью. В опыте А.И. Лейпунского изучался процесс распада



Опыт показал, что энергетическое распределение ядер отдачи не соответствует безнейтринной схеме бета-распада.

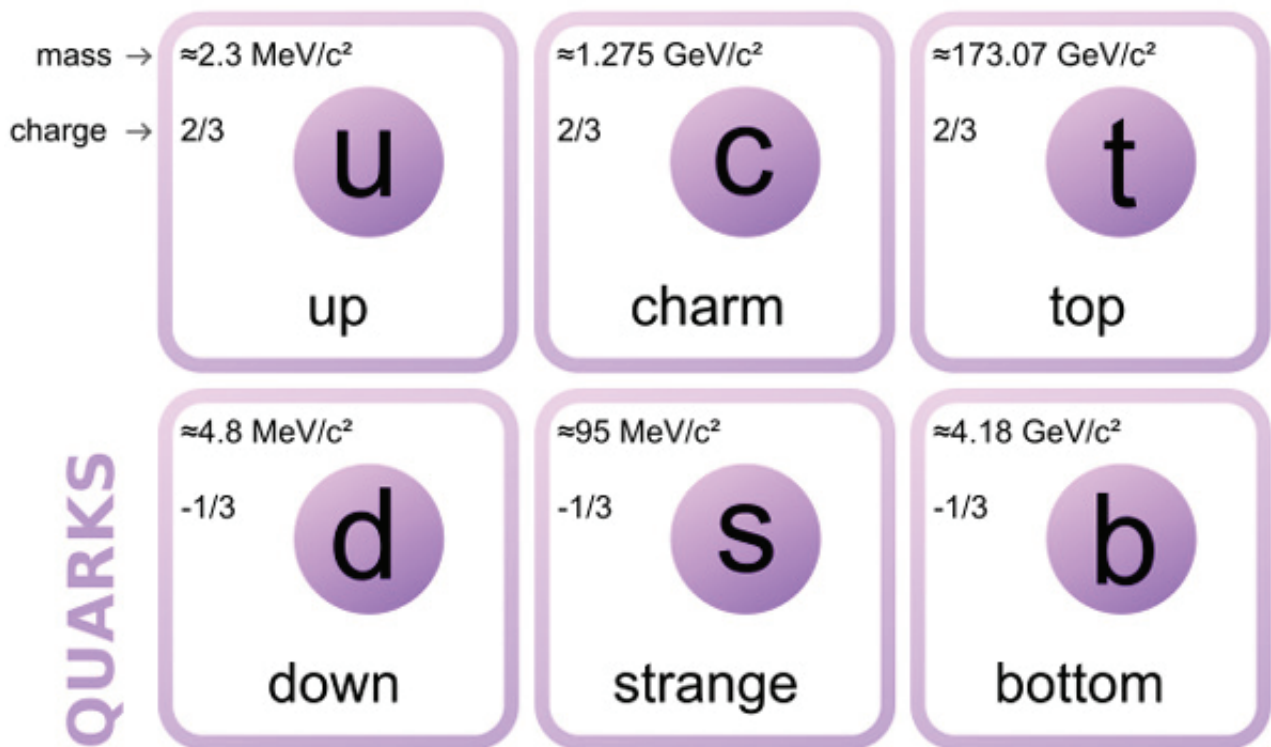


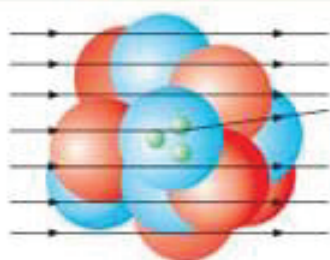
Рис. 59. Фундаментальные частицы – кварки в Стандартной модели, обладающие электрическим зарядом, кратным $e/3$, и не наблюдающиеся в свободном состоянии, но входящие в состав адронов (сильновзаимодействующих частиц)

Впервые прямую регистрацию нейтрино провели американские физики Ф. Райнес и К. Коуэн в 1953–1956 гг. При реакциях деления в ядерном реакторе образуются ядерные осколки, которые являются бета-радиоактивными ядрами и испускают потоки нейтрино, точнее антинейтрино. Малость вероятности взаимодействия нейтрино с веществом может быть скомпенсирована большой их интенсивностью. Произведение величины сечения на большую интенсивность нейтринного пучка может оказаться разумным числом, поддающимся измерению. В опыте Райнеса – Коуэна имелось в виду, что в мишени будет происходить реакция:

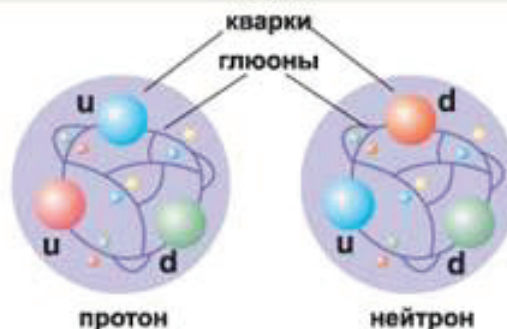
$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+. \quad (292)$$

Позитрон, сталкиваясь с электроном мишени, немедленно аннигилирует в два гамма-кванта ($E_\gamma = 0,5$ МэВ): $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$. Образовавшийся нейтрон замедляется при столкновениях с водородом мишени, а затем захватывается кадмием. При этом захвате образуются несколько фотонов. В результате факт поглощения нейтрино приводит к появлению сигнала от

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ



Рассеяние электронов
внутри ядра



протон

нейтрон

Фундаментальные элементарные частицы

Кварки		Лептоны		
Обозначение	Электрический заряд	Название	Обозначение	Электрический заряд
u	$+\frac{2}{3}e$	Электрон	e	- e
c	$+\frac{2}{3}e$	Мюон	μ	- e
t	$+\frac{2}{3}e$	Таон	τ	- e
d	$-\frac{1}{3}e$	Электронное нейтрино	ν_e	0
s	$-\frac{1}{3}e$	Мюонное нейтрино	ν_μ	0
b	$-\frac{1}{3}e$	Таонное нейтрино	ν_τ	0

Фундаментальные взаимодействия

	Сильное	Электромагнитное	Слабое	Гравитационное
Взаимодействующие частицы	кварки, нуклоны	частицы с электрическими зарядами	кварки, лептоны	все частицы
Радиус действия сил	10^{-15} м	∞	10^{-17} м	∞
Относительная сила взаимодействия	1	10^2	10^{-3}	10^{-38}
Частицы - носители взаимодействия	глюоны, мезоны	фотоны	промежуточные бозоны	гравитоны (?)

Рис. 60. Типы фундаментальных взаимодействий элементарных частиц

аннигиляции позитрона, а затем с характерным запаздыванием появляется сигнал от радиационного захвата нейтрона. Детектирование гамма-квантов происходило путем помещения водородосодержащего сцинтиллятора в резервуар с водой. Нейтроны регистрировались при добавлении хлорида кадмия в резервуар детектора:



Дополнительный гамма-квант из этой реакции регистрировался через $5 \cdot 10^{-6}$ с после двух фотонов от электрон-позитронной аннигиляции.

Солнце представляет собой еще один интенсивный источник нейтрино. Возникающие в результате термоядерных реакций нейтрино являются источником важной информации о Солнце, в частности о его внутренней структуре. Например, фотоны затрачивают примерно 10^4 лет для того, чтобы достичь солнечной поверхности в результате процессов многократного рассеяния и поглощения. Поэтому они несут информацию только о светимости и химическом составе солнечной оболочки. Нейтрино же взаимодействует лишь слабым образом и, образовавшись внутри Солнца, покидает его практически беспрепятственно. Наблюдение солнечных нейтрино дает уникальную информацию о внутренней структуре Солнца. Начиная с 1965 г. на Земле ведутся эксперименты по детектированию потока солнечных нейтрино.

Существует стандартная модель Солнца, согласно которой структура и эволюция звезды полностью определяются ее массой и химическим составом. Химический состав обычно дается в процентах от полной массы.

1. Имеется гидростатическое равновесие. В каждой точке звезды давление расширения уравнивается гравитационным давлением.

2. Давление, плотность и температура связаны уравнением состояния идеального газа.

3. Имеется термодинамическое равновесие, то есть количество образовавшейся энергии равно количеству излученной энергии.

4. Энергия образуется за счет слияния ядер.

5. Передача энергии внутри звезды происходит за счет излучения. Перемешивание играет роль во внешних зонах Солнца.

При плотности в центральной области 148 г/см^3 и $T = 1,56 \cdot 10^7 \text{ K}$ легкие атомы полностью ионизированы и образуют плазму звезды типа Солнца и

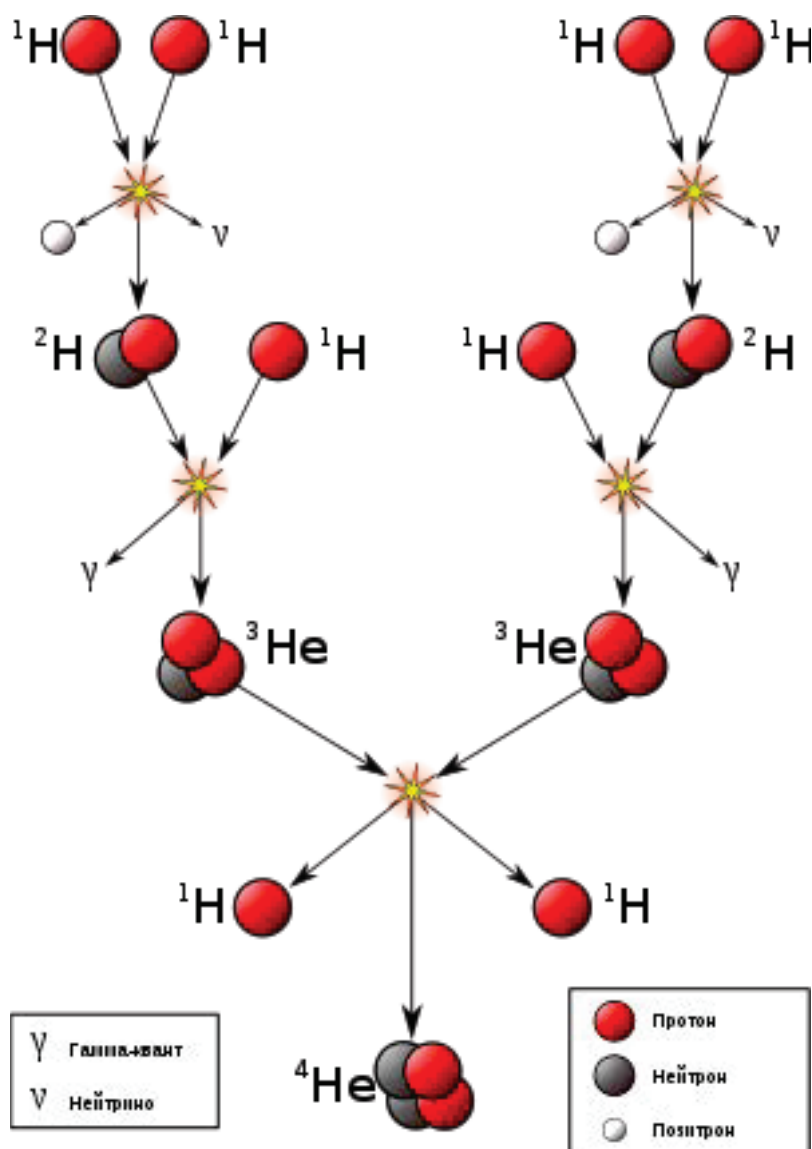
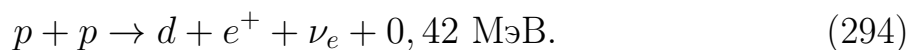


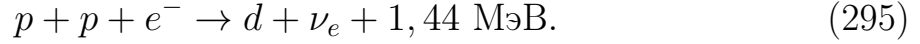
Рис. 61. Протон-протонный цикл

получают энергию за счет р-р цикла. Цикл р-р начинается с ядер водорода, которые постепенно через ядра дейтерия сливаются в ${}^4_2\text{He}$. Наиболее важна реакция

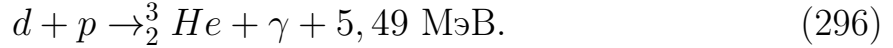


Этот процесс слабого взаимодействия имеет временной масштаб 10^{10} лет. Говорят, что протон живет на Солнце 10^{10} лет. Такое большое время жизни объясняет постоянство энерговыделения Солнца на протяжении миллионов лет. Вероятность этого процесса очень мала: число 10^{-10} в год соответствует сечению реакции 10^{-23} барн при энергии 1 МэВ. Но благодаря плотности протонов 10^{26} прот/см³ за 1 сек в 1 см³ происходит примерно

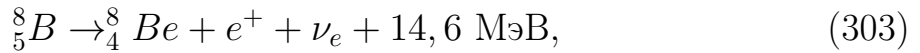
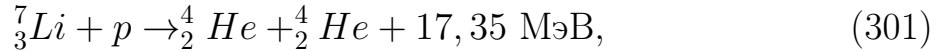
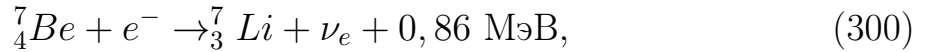
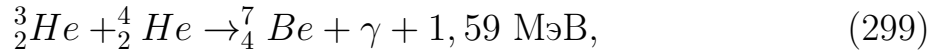
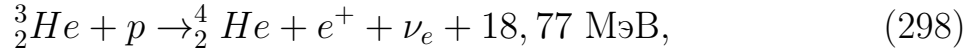
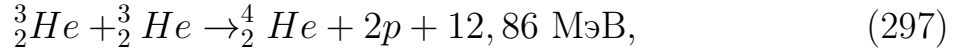
10^9 реакций. Помимо этой основной реакции, относительная вероятность которой составляет 99,6%, имеет место и другой процесс с образованием дейтерия:



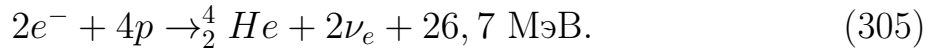
В этом случае нейтрино испускается с постоянной энергией 1,44 МэВ, а дейтерий мгновенно сливается в ${}^3_2\text{He}$:



Ядра ${}^3_2\text{He}$ проходят дальнейшие этапы преобразований, ведущие к образованию практически стабильного ядра ${}^4_2\text{He}$:

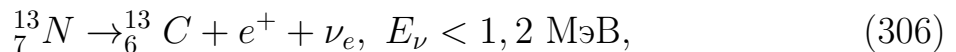


Конечным результатом этих реакций является превращение четырех протонов в одну альфа-частицу:



На нейтрино приходится энергия 0,6 МэВ. Таким образом, в среднем на каждые 13 МэВ производимой Солнцем энергии образуется одно нейтрино. Солнечная постоянная, то есть поток энергии, достигающий Земли, составляет $S \approx 0,13 \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{с} \approx 8 \cdot 10^{11} \text{ МэВ/см}^2 \cdot \text{с}$. Отсюда нейтринный поток равен $\Phi_\nu = \frac{S}{13 \text{ МэВ}} \approx 6 \cdot 10^{10} \text{ част/см}^2 \cdot \text{с}$.

Кроме р-р цикла имеет место другой процесс, вклад которого в полную излучаемую энергию Солнцем равен 1,6%. Это CNO цикл или цикл Бете – Вейцеккера. С точки зрения образования нейтрино в CNO цикле главную роль имеют следующие процессы:



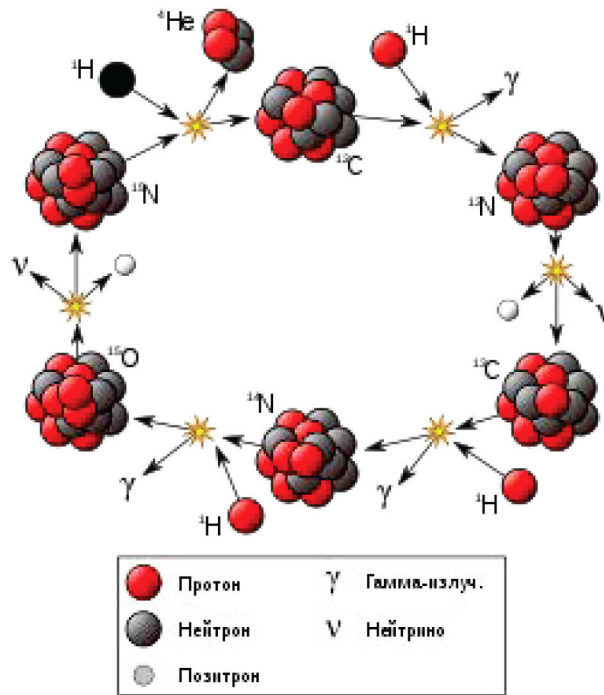


Рис. 62. CNO цикл Бете – Вейцеккера

$${}^{15}_8\text{O} \rightarrow {}^{15}_7\text{N} + e^+ + \nu_e, \quad E_\nu < 1,7 \text{ МэВ}, \quad (307)$$

$${}^{17}_9\text{F} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + e^+ + \nu_e, \quad E_\nu < 1,7 \text{ МэВ}. \quad (308)$$

Помимо полного нейтринного потока, большой интерес представляет нейтринный спектр, то есть зависимость потока нейтрино от энергии. Например, для реакции $p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ спектр имеет вид, показанный на рис. 63.

Одна из возможностей детектирования нейтрино на Земле состоит в использовании радиохимических детекторов. В основе их работы лежит захват нейтрино отдельными атомными ядрами. В результате образуются дочерние радиоактивные ядра, которые регистрируются по их распадам. Детектирующий материал облучается потоком нейтрино в течение некоторого времени. Наступает равновесие между образованием и распадом радиоактивного изотопа. Радиохимический детектор использовался Р. Дейвисом в его хлорном эксперименте 1955 г. Идея опыта была высказана Б. Понтекорво в 1946 г.:

$${}^{37}_{17}\text{Cl} + \nu_e \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} + e^-. \quad (309)$$

Данная реакция имеет большое сечение и низкий энергетический порог. Ar – инертный газ, что делает возможным его выделение в малом количе-

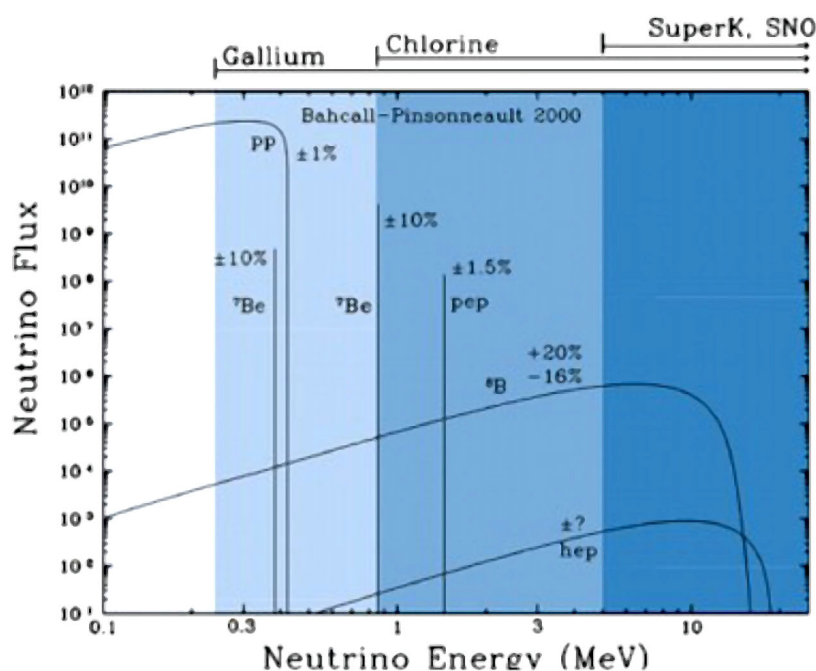


Рис. 63. Зависимость потока нейтрино от энергии

стве из огромного объема мишени. Пороговая энергия нейтрино равна 0,814 МэВ. Детектор из хлора не способен увидеть нейтрино от р-р цикла, точнее от всех реакций р-р цикла. Детектор состоит из большого сосуда 380 000 л перхлорэтилена (C_2Cl_4) весом 615 т. Сосуд расположен в золотоносной шахте на глубине 1 400 м. На Cl-37 приходилось 133 т. Метод Р. Дейвиса может быть использован для регистрации нейтрино, которые образуются в боковых ветвях р-р цикла. Они составляют 10^{-4} от полного числа нейтрино. В результате измерений был обнаружен небольшой эффект 0,3 атома аргона в день. Теория предсказывала выход аргона в 3 раза больший. Дефицит солнечных нейтрино, обнаруженный в этом эксперименте, означает, что либо Стандартная модель Солнца не верна, либо наши представления о свойствах нейтрино все еще не полны. Нейтринные осцилляции, то есть превращения электронных нейтрино в мюонные и тау-нейтрино, могут объяснить проблему солнечных нейтрино.

Экспериментально установлено, что различные взаимодействия отличаются друг от друга законами сохранения определенных физических величин, которые либо выполняются, либо не выполняются в них. Некоторые физические величины, сохраняющиеся в сильном и электромагнитном взаимодействиях, не сохраняются в слабых взаимодействиях. Обычно эти нарушения подчиняются определенным правилам.

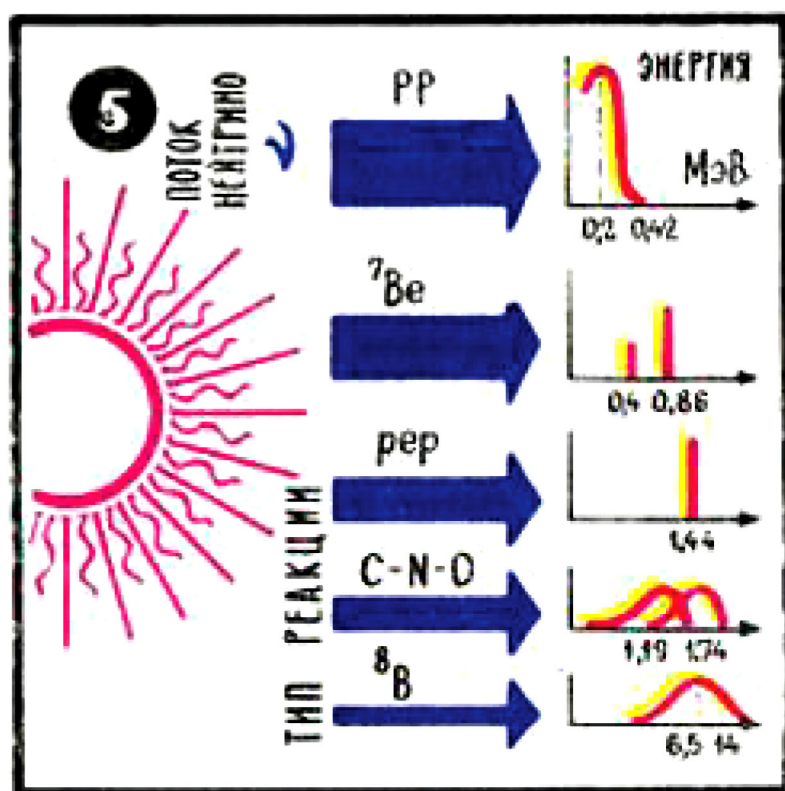


Рис. 64. Типы ядерных реакций на Солнце с образованием нейтрино

Принцип Паули (принцип запрета) – один из фундаментальных принципов квантовой механики, согласно которому два и более тождественных фермиона (частицы с полуцелым спином) не могут одновременно находиться в одном и том же квантовом состоянии. Принцип был сформулирован для электронов Вольфгангом Паули в 1925 г. в процессе работы над квантомеханической интерпретацией аномального эффекта Зеемана и в дальнейшем распространен на все частицы с полуцелым спином. Полное обобщенное доказательство принципа было сделано им в теореме Паули (теореме о связи спина со статистикой) в 1940 г. в рамках квантовой теории поля. Из этой теоремы следовало, что волновая функция системы фермионов является антисимметричной относительно их перестановок, то есть меняет знак при перестановке любых двух частиц. Волновая функция двух тождественных бозонов должна быть симметричной при перестановке любых двух частиц.

Симметрия полной волновой функции системы из двух тождественных бозонов определяется множителем $\pi_b = (-1)^l(-1)^S$, а системы из двух тождественных фермионов – множителем $\pi_f = (-1)^l(-1)^{(S+1)}$, где l –

относительный орбитальный момент, S – суммарный спин системы. Обобщенный принцип Паули применяют к обобщенно тождественным частицам, под которыми понимают частицы, являющиеся компонентами соответствующего изотопического мультиплета. Формулировка обобщенного принципа Паули сохраняет свойство симметрии полной волновой функции системы, но к перестановке координат и спинов добавляется перестановка изоспинов.

Симметрия полной волновой функции системы из двух тождественных бозонов (в обобщенном смысле) определяется множителем $\pi_b = (-1)^l(-1)^S(-1)^I$, а системы из двух тождественных фермионов множителем $\pi_f = (-1)^l(-1)^{S+1}(-1)^{I+1}$, где I – полный изоспин системы.

Большая часть элементарных частиц неустойчива и испытывает разные превращения. Информация о каналах распада элементарных частиц и их свойствах регулярно публикуется в Particle Data Group (www.pdg.org). Так, например, на рис. 65. показаны различные каналы распада пи-мезона.

Каналы распада π^+ -мезона ($\tau = 2.6 \cdot 10^{-8}$ с)	
Каналы распада	Относительная вероятность, %
$\mu^+ \nu_\mu$	99.988
$\mu^+ \nu_\mu \gamma$	$2.0 \cdot 10^{-4}$
$e^+ \nu_e$	$1.2 \cdot 10^{-4}$
$e^+ \nu_e \gamma$	$1.6 \cdot 10^{-7}$
$e^+ \nu_e \pi^0$	$1.0 \cdot 10^{-8}$
$e^+ \nu_e e^+ e^-$	$3.2 \cdot 10^{-9}$
$e^+ \nu_e W^+ W^-$	$< 5 \cdot 10^{-6}$

Рис. 65. Различные каналы распада положительного пиона

7.2. Примеры решения задач

Задача 1. *Выяснить с помощью законов сохранения лептонного и барионного зарядов, возможны ли следующие процессы:*

- a) $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ b) $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$ c) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
d) $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \pi^0$ e) $\pi^- + n \rightarrow K^- + K^0$ f) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$

Решение

Для анализа процессов а – f воспользуемся табл. 1 (стр. 50), в которой показана характеристика различных типов взаимодействий с точки зрения законов сохранения квантовых чисел или зарядов.

Процесс а: слабый распад, в котором сохраняется барионный заряд B и каждый из лептонных зарядов L_e, L_μ, L_τ . Заметим, что барионный и лептонный заряды – аддитивные квантовые числа. Начальная частица нейтрон (n) имеет $B = 1$ и $L_e = L_\mu = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = L_\tau = 0$ и $L_e = 2$, т.к. у электрона и электронного нейтрино $L_e = 1$. Видим, что лептонный заряд не сохраняется, следовательно такой процесс невозможен.

Процесс б: начальные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = -1$, $L_e = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = -1$, $L_e = L_\tau = 0$. Барионный и лептонные заряды сохраняются – процесс возможен.

Процесс с: начальные частицы имеют $B = 0$, $L_\mu = -1$, $L_e = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 0$, $L_\mu = 1$, $L_e = -2$, $L_\tau = 0$. Барионный заряд сохраняется, а лептонные заряды L_e, L_μ не сохраняются – процесс невозможен.

Процесс d: начальные частицы имеют $B = 0$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 0$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$. Барионный и лептонные заряды сохраняются – процесс возможен.

Процесс е: начальные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 0$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$. Лептонные заряды сохраняются, а барионный нет – процесс невозможен.

Процесс f: начальные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$, конечные частицы имеют $B = 1$, $L_\mu = L_e = L_\tau = 0$. Барионный и лептонные заряды сохраняются – процесс возможен.

Задача 2. *Определить частицы X , образующиеся в реакциях сильного взаимодействия:*

- a) $\pi^- + p \rightarrow K^- + p + X$, b) $\bar{p} + p \rightarrow \Lambda + \pi^- + X$,
c) $K^- + n \rightarrow \Sigma^0 + X$, d) $p + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + K^- + X$.

Решение

Процесс а: Так как в сильных взаимодействиях сохраняется барионный заряд, странность и электрический заряд, то частица X должна быть ме-

зоном ($B = 0$), иметь странность, противоположную K^- , т.е. $S = 1$, и нулевой электрический заряд. Эти свойства имеет $\bar{K}^0$ мезон.

Процесс b: В силу закона сохранения барионного заряда: частица X – антибарион, в силу закона сохранения странности: X имеет странность $S = 1$, в силу закона сохранения электрического заряда: частица X заряжена положительно. Эти свойства имеет антигиперон $\bar{\Sigma}^+$.

Процесс c: В силу закона сохранения барионного заряда: частица X – мезон, в силу закона сохранения странности: X имеет странность $S = 0$, в силу закона сохранения электрического заряда: частица X заряжена отрицательно. Эти свойства имеет π^- мезон.

Процесс d: В силу закона сохранения барионного заряда: частица X – мезон, в силу закона сохранения странности: X имеет странность $S = 1$, в силу закона сохранения электрического заряда: частица X заряжена положительно. Эти свойства имеет K^+ мезон.

Задача 3. Какой кварковый состав имеют следующие частицы: n , Λ^0 , $\bar{D}^0$ и Ξ^+ ?

Решение

При решении задачи необходимо использовать свойство аддитивности квантовых чисел или зарядов, т.е. электрический заряд, барионный заряд, странность и другие квантовые числа адрона должны быть равны сумме соответствующих квантовых чисел кварков, из которых он состоит.

$$n : \quad Q = 0, B = 1, S = 0$$

В силу того, что барионный заряд нейтрона $B = 1$, нейтрон состоит из трех легких кварков u или d . Тяжелые кварки, например s , должны были бы входить в состав нейтрона парой $s\bar{s}$, т.к. $S = 0$. Но тогда нейтрон имел бы ненулевой электрический заряд, равный заряду третьего кварка и $B = 1/3$. Нулевой электрический заряд имеет комбинация: udd .

$$\Lambda^0 : \quad Q = 0, B = 1, S = -1$$

Так как Λ – гиперон – барион ($B = 1$), он состоит из трех кварков. Один из кварков странный s , поскольку $S = -1$, остальные кварки легкие (u или d). Нулевой электрический заряд имеет комбинация: uds .

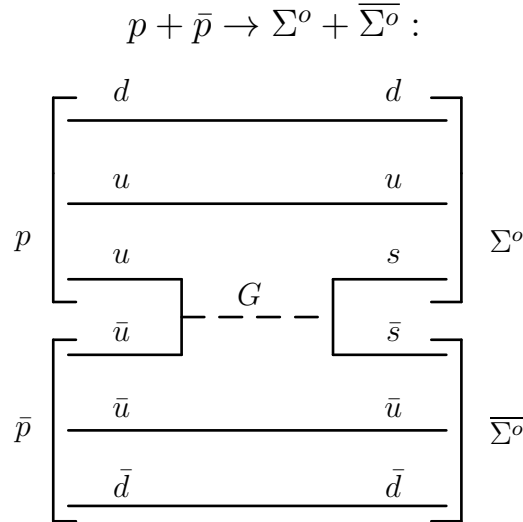
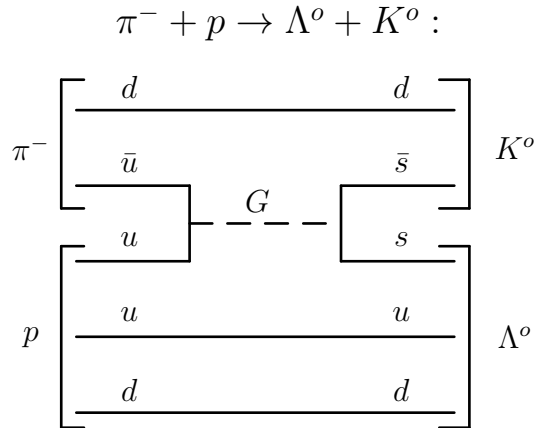
$$\bar{D}^0 : \quad Q = 0, B = 0, C = -1$$

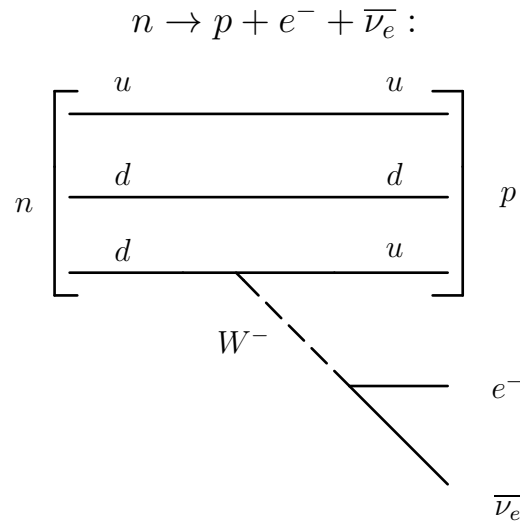
$\overline{D}^o$ – мезон ($B = 0$), следовательно состоит из одного кварка и одного антикварка. Один из кварков – $\bar{c}$, т.к. $\overline{D}^o$ имеет очарование $\mathcal{C} = -1$. Чтобы получить нулевой электрический заряд, необходимо вторым кварком взять u .

$$\overline{\Xi}^+ : \quad Q = 1, B = -1, \mathcal{S} = 2$$

Рассматриваемый антигиперон имеет $B = -1$ и должен состоять из трех антикварков. Поскольку странность $\overline{\Xi}^+$ -гиперона $\mathcal{S} = 2$, то два кварка $\bar{s}$. Чтобы получить электрический заряд $Q = 1$, нужно третьим кварком взять $\bar{d}$. Следовательно, состав $\overline{\Xi}^+$ -гиперона: $\bar{d}\bar{s}\bar{s}$.

Задача 4. Проверить выполнение законов сохранения и построить кварковые диаграммы процессов: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^o + K^o$, $p + \bar{p} \rightarrow \overline{\Sigma}^o + \Sigma^o$, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.





7.3. Задачи для самостоятельного решения

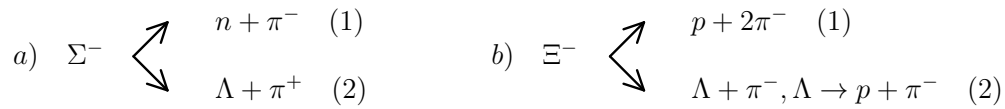
1. Указать причины, запрещающие нижеследующие процессы:
 a) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$, b) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + K^-$, c) $K^- + n \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$,
 d) $n + p \rightarrow \Sigma^+ + \Lambda^0$, e) $\pi^- \rightarrow \mu^- + e^+ + e^-$, f) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$.
2. Определить частицы X , образующиеся в реакциях сильного взаимодействия:
 a) $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + X$, b) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + K^0 + X$,
 c) $p + \bar{p} \rightarrow \Sigma^- + \pi^+ + X$, d) $\pi^- + p \rightarrow K^- + \pi^- + p + X$.
3. Проверить выполнение законов сохранения и построить кварковые диаграммы следующих процессов: $K^- + p \rightarrow \pi^- + \Lambda^0$, $\pi^+ + p \rightarrow \Xi^0 + K^+ + K^+$, $p + \bar{p} \rightarrow \bar{\Sigma}^0 + \Lambda^0$.
4. При изучении реакции $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$ под действием K^- -мезонов с кинетической энергией $T_K = 790$ МэВ обнаружено, что эта реакция частично идет через связанное состояние $(\pi^- \Lambda)$ в две стадии:

$$K^- + p \rightarrow (\pi^- \Lambda) + \pi^+, \quad (\pi^- \Lambda) \rightarrow \pi^- + \Lambda,$$

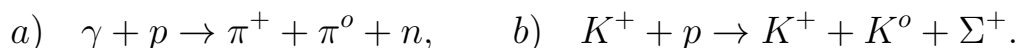
причем возникающие π^+ -мезоны имеют в системе центра масс сталкивающихся частиц кинетическую энергию $T_{\pi^+} = 300$ МэВ. Определить массу $(\pi^- \Lambda)$ -резонанса и его энергию распада.

5. Найти зависимость угла разлета частиц в лабораторной системе отсчета, образующихся при распаде движущейся частицы на две вторичные, от энергии одной из образующихся частиц.

6. Какие каналы приведенных ниже реакций запрещены и по какой причине:



7. Определить частицы X , образующиеся в реакциях сильного взаимодействия:
- a) $\pi^- + p \rightarrow K^- + \pi^- + p + X$, b) $K^- + p \rightarrow K^+ + \pi^0 + \pi^0 + X$,
 c) $n + \bar{p} \rightarrow \Lambda^0 + \pi^- + X$, d) $K^- + p \rightarrow K^+ + K^0 + \pi^0 + X$.
8. Какие элементарные частицы можно наблюдать при столкновении антипротонов с энергией 50 МэВ с неподвижной водородной мишенью ?
9. Нарисовать кварковые диаграммы и определить пороги рождения Ξ^0 -бариона в реакциях $\gamma + p$, $\pi^- + p$, $K^- + p$.
10. Проверить выполнение законов сохранения в следующих полулептонных и адронных распадах. Нарисовать их кварковые диаграммы.
- a) $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, b) $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$, c) $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$,
 d) $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$, e) $\pi^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$, f) $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 + e^- + \bar{\nu}_e$.
11. Полулептонные распады некоторых странных гиперонов обусловлены процессом распада странного кварка $s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$, в котором исходная странность уменьшается на единицу. Какие из перечисленных ниже распадов удовлетворяют этому правилу:
- 1) $\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ 2) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ 3) $\Xi^- \rightarrow \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e$
 4) $\Xi^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$ 5) $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ 6) $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$
 7) $\Xi^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ 8) $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ 9) $\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$
12. Как изменится порог реакции рождения частиц, если протон мишени движется навстречу налетающей частице с кинетической энергией $T = 25$ МэВ в реакциях:



13. Нейтральная частица массой m и импульсом p распадается на лету на два γ -кванта. Определить максимальную и минимальную энергию одного из образующихся γ -квантов в лабораторной системе отсчета. Можно ли, зная минимальную и максимальную энергию γ -кванта, найти массу распадающейся частицы?

7.4. Биографическое примечание

- **Штюкельберг**, Эрнст Карл Герлах (01.02.1905–04.09.1984) – швейцарский математик и физик. В 1934 году разработал полностью ковариантную теорию возмущений для квантовых полей. Независимо от Хидэки Юкава, он развил теоретическое объяснение сильного взаимодействия с помощью векторных обменных бозонов в 1935 году, предложил закон сохранения барионного числа. В 1941 году он предложил интерпретацию позитрона, как электрона с положительной энергией, который движется назад во времени.
- **Гелл-Ман**, Мюррей (15.09.1929–24.05.2019) – американский физик, лауреат Нобелевской премии по физике 1969 года за открытия, связанные с классификацией элементарных частиц и их взаимодействий. В возрасте 23 лет положил начало революции в области физики элементарных частиц, опубликовав свою основополагающую работу по странности и очарованию элементарных частиц. Работа Гелл-Мана, появившаяся в 1950-х годах, дала объяснение природе обнаруженных к тому времени элементарных частиц, таких как каоны и гипероны. Классификация этих частиц привела к появлению нового квантового числа под названием странность. Одним из успехов Гелл-Мана считается формула Гелл-Мана – Нисидзимы, которая первоначально появилась из эмпирических наблюдений, но затем была объяснена кварковой моделью. Гелл-Ман и независимо от него Джордж Цвейг постулировали в 1964 году кварковую модель элементарных частиц. В этой модели вводились кварки – частицы, из которых состоят адроны.
- **Понтекорво**, Бруно Максимович (22.08.1913–24.09.1993) – итальянский и советский физик. Лауреат Ленинской премии и Сталинской премии. Работы посвящены ядерной физике, теории нейтрино: соавтор открытия эффекта замедления нейтронов, рассмотрел вопрос об экспериментальном обнаружении нейтрино, первым выдвинул идею осцилляций нейтрино, основоположник физики нейтрино высоких энергий и один из основоположников нейтринной астрономии.
- **Дейвис**, Реймонд (14.10.1914–31.05.2006) – американский физик, химик, лауреат Нобелевской премии по физике в 2002 году за создание нейтринной астрономии (половина премии совместно с Масатоси Косибой, вторую половину премии получил Риккардо Джаккони за

создание рентгеновской астрономии и изобретение рентгеновского телескопа).

8. ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ В ФИЗИКЕ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

8.1. Принципы симметрии в физике атомного ядра и элементарных частиц. Краткая теория

Значение наблюдаемой величины F сохраняется, если она коммутирует с гамильтонианом системы: $[\hat{F}, \hat{H}] = \hat{F}\hat{H} - \hat{H}\hat{F} = 0$. В этом случае собственные функции гамильтониана являются также собственными функциями оператора $\hat{F}$.

Дадим формальное определение операции симметрии. Пусть имеется оператор преобразования волновой функции системы $\hat{U}$:

$$\psi'(\mathbf{r}, t) = \hat{U}\psi(\mathbf{r}, t). \quad (310)$$

Будем считать, что оператор преобразования $\hat{U}$ сохраняет нормировку волновой функции: $(\psi', \psi') = (\hat{U}\psi, \hat{U}\psi) = (\psi, \psi)$. Тогда оператор $\hat{U}$ должен быть унитарным.

Оператор $\hat{U}$ называется оператором симметрии системы, если $\hat{U}\psi$ удовлетворяет тому же уравнению Шредингера, что и волновая функция ψ . Тогда такой оператор $\hat{U}$ коммутирует с гамильтонианом: $\hat{U}\hat{H} - \hat{H}\hat{U} = 0$. Мы приходим к следующему способу построения сохраняющейся величины: пусть оператор симметрии $\hat{U}$ известен. Тогда, если $\hat{U}$ – эрмитов, то он представляет сам сохраняющуюся величину. Если $\hat{U}$ – неэрмитов, то можно найти другой эрмитов оператор, который связан с $\hat{F}$ и удовлетворяет условию: $[\hat{F}, \hat{H}] = 0$. Как это сделать?

Оператор преобразования $\hat{U}$, как правило, неэрмитов, и, следовательно, не соответствует наблюдаемой величине. Однако существуют исключения. Отметим, что в природе есть два типа преобразований: непрерывные и дискретные. Непрерывные преобразования получаются плавно из единичного оператора. Дискретные преобразования так получить нельзя. Среди операторов, описывающих дискретные преобразования, имеются такие, которые одновременно и унитарны, и эрмитовы. Например, оператор пространственной инверсии, который рассмотрен ниже, обладает свойством: $\hat{U}_P^2 = I$.

Оператор $\hat{U}$ непрерывного преобразования можно записать в виде: $\hat{U} = e^{i\epsilon\hat{F}}$, где ϵ – действительное число, уменьшение которого до нуля может обратить $\hat{U}$ в единичный. $\hat{F}$ называется генератором оператора $\hat{U}$. Генератор унитарных преобразований $\hat{U}$ является эрмитовым оператором: $e^{-i\epsilon\hat{F}^+} e^{i\epsilon\hat{F}} = I = e^{i\epsilon(\hat{F}-\hat{F}^+)}$, $\hat{F} = \hat{F}^+$.

Операция получения сохраняющихся величин в случае непрерывных симметрий состоит в следующем:

1. Построить унитарный оператор преобразований симметрии.
2. Рассмотреть бесконечно-малые преобразования и найти генератор преобразований.
3. Этот генератор описывает сохраняющуюся наблюдаемую величину.



Рис. 66. Операция пространственной инверсии

Многие годы физики были уверены в том, что все законы природы инвариантны относительно преобразований специального вида – пространственных отражений (зеркальных отражений). Инвариантность относительно пространственных отражений означает замену левое $\leftrightarrow$ правое. Преобразование пространственного отражения – это преобразование вида $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Такое убеждение сложилось у физиков по разным причинам. Одна из них состояла в том, что выбор системы координат, в которой записываются физические уравнения и происходит эволюция системы во времени, является вполне произвольным. Следовательно, не может быть разницы между описанием одного и того же процесса в левой и правой системах координат. Математически это означает, что все уравнения должны быть симметричны относительно операции пространственной инверсии. Операция пространственной инверсии $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ эквивалентна двум последовательным операциям: зеркальному отражению, например, в плоскости XOY и повороту на угол 180 градусов вокруг оси OZ . Так как инвариантность при

вращениях не вызывает сомнений, то говорят, что инвариантность относительно пространственной инверсии эквивалентна инвариантности относительно зеркального отражения.

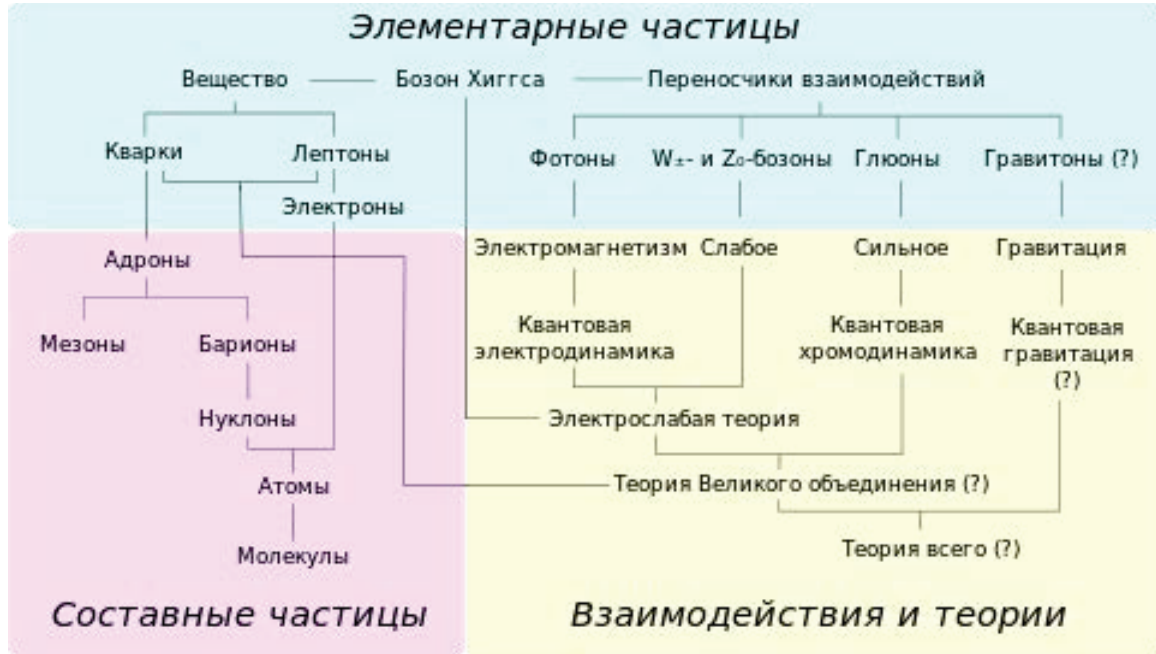


Рис. 67. Частицы и взаимодействия Стандартной модели

Вера в инвариантность относительно пространственной инверсии не была подтверждена повседневными наблюдениями, так как наш мир неинвариантен относительно замены левое $\leftrightarrow$ правое. Типичные примеры: ключи, винты, ДНК молекулы неинвариантны относительно такой замены. Почему же так долго держалась вера в инвариантность законов природы относительно пространственных отражений? История исследований, связанных с операцией четности, позволяет понять, как эта концепция появилась на свет, как стала догмой и как эта догма была развенчана.

Рассмотрим элементарную теорию оператора четности. Будем обозначать преобразование пространственной инверсии буквой P : $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$, $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$. Так преобразуются истинные векторы (полярные). Аксиальные векторы не меняются при преобразованиях P : $\mathbf{L} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}] \rightarrow \mathbf{L}$. Аналогично себя ведет любой вектор момента количества движения.

Рассмотрим движение электрона в центральном поле в квантовой механике. Гамильтониан системы, инвариантный относительно пространственного отражения, равен

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r). \quad (311)$$

Его собственные функции хорошо известны: $\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$. Если $\psi(\mathbf{r})$ – решение уравнения Шредингера, то $\psi(-\mathbf{r})$ – тоже решение уравнения Шредингера. При преобразовании инверсии волновая функция преобразуется следующим образом: $\psi(\mathbf{r}) \rightarrow \psi(-\mathbf{r}) = (-1)^l \psi(\mathbf{r})$:

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r}) = (-1)^l \psi(\mathbf{r}) = \pi \psi(\mathbf{r}). \quad (312)$$

Здесь записано уравнение на собственные значения для оператора четности $\hat{P}$. Само собственное значение этого оператора, равное $\pi = (-1)^l$, называется четностью. Все возможные состояния делятся таким образом на состояния с положительной четностью $\pi = +1$ и $\pi = -1$. В более общем случае, когда мы рассматриваем уравнение

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r}) = \pi \psi(\mathbf{r}), \quad (313)$$

можно получить:

$$\hat{P}^2\psi(\mathbf{r}) = \hat{P}\psi(-\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) = \pi^2\psi(\mathbf{r}), \quad \pi = \pm 1. \quad (314)$$

Таким образом, всегда имеются две возможности:

$$\hat{P}\psi(\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r}) = \begin{cases} \psi(\mathbf{r}), & \pi = 1; \\ -\psi(\mathbf{r}), & \pi = -1. \end{cases} \quad (315)$$

Таким образом, собственные функции гамильтониана делятся на четные и нечетные. Оператор $\hat{P}$ удовлетворяет еще одному важному соотношению:

$$(\hat{P}\psi, \hat{P}\psi) = \int \psi^*(-\mathbf{r})\psi(-\mathbf{r})d\mathbf{r} = \int \psi^*(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})d\mathbf{r} = (\psi, \psi) = (\psi, \hat{P}^+\hat{P}\psi), \quad (316)$$

где $\hat{P}^+\hat{P} = I$. Оператор четности является унитарным оператором. Рассмотрим, как преобразуется произвольный оператор $\hat{A}$ при преобразовании пространственной инверсии. При таком преобразовании координат может меняться и вид самих операторов: $\hat{A} \rightarrow \hat{A}'$. Определим $\hat{A}'$ как такой оператор, среднее значение которого равно среднему значению оператора $\hat{A}$:

$$(\psi, \hat{A}\psi) = (\psi', \hat{A}'\psi'), \quad (\psi, \hat{A}\psi) = (\hat{P}\psi, \hat{A}'\hat{P}\psi) = (\psi, \hat{P}^+\hat{A}'\hat{P}\psi), \quad \hat{A}' = \hat{P}\hat{A}\hat{P}^+. \quad (317)$$

Если при этом оператор остается неизменным, как это было в случае гамильтониана, то

$$\hat{H} = \hat{P}\hat{H}\hat{P}^+, \quad \hat{H}\hat{P} = \hat{P}\hat{H}, \quad (318)$$

то есть такой оператор коммутирует с гамильтонианом (они одновременно измеримы). Квантовая система характеризуется в любом состоянии определенной энергией и четностью. Четность с течением времени не меняется. Закон сохранения четности накладывает определенные ограничения на протекание атомных и ядерных процессов.

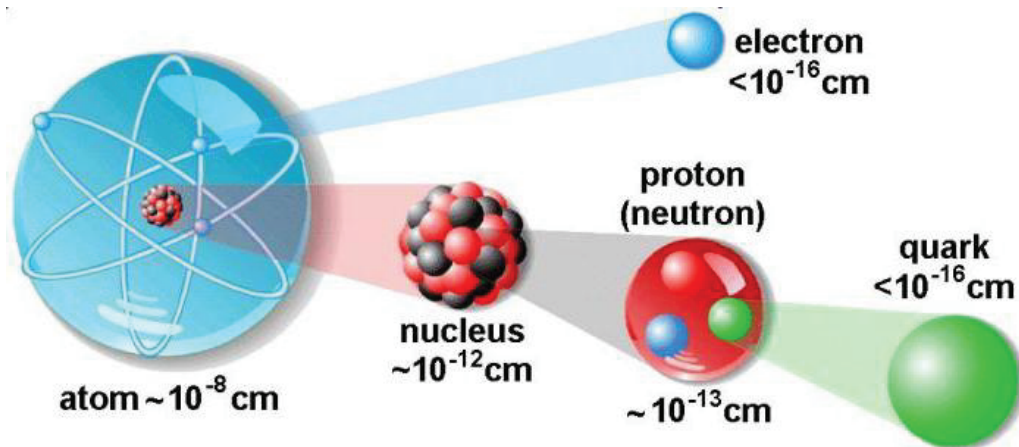


Рис. 68. Размер атомов, ядер, протонов и нейтронов, кварков и электронов

Открытие закона сохранения четности в атомной физике связывают с именем Отто Лапорта (1902–1971), который в 1924 г., изучая спектр излучения железа, сформулировал правило (правило Лапорта), которое касается свойств переходов в атомах. Лапорт показал, что все атомные энергетические уровни можно разбить на два класса: штрихованные и нештрихованные. При испускании фотона атомом, находящимся на штрихованном уровне, наблюдается его переход на нештрихованный уровень и наоборот. Переходы между штрихованными или нештрихованными уровнями не наблюдались. Это явление объяснил в 1927 г. Е. Вигнер. Он доказал, что правило Лапорта вытекает из инвариантности электромагнитного взаимодействия относительно изменения пространственных направлений на противоположные. Введенная Лапортом штрихованность была отождествлена с четностью атомных уровней энергии. Правило Лапорта можно сформулировать как закон сохранения четности: четность начального атомного состояния совпадает с полной четностью конечного состояния. Четность конечного состояния определяется как произведение четности испускаемого фотона и четности образующегося атомного состояния. В атомных переходах наиболее вероятными являются переходы с испусканием фотона с четностью (-1) , поэтому четности начального и конечного состояний атома оказывались противоположными.

Вероятность перехода атома из состояния ψ_i в состояние ψ_f определяется выражением:

$$w_{fi} \sim |(\psi_f, \mathbf{d}\psi_i)|^2. \quad (319)$$

Матричный элемент дипольного момента будет отличен от 0, если четности волновых функций ψ_i, ψ_f противоположны. Правило Лапорта: электрические дипольные переходы возможны между четными и нечетными уровнями. Заметим, что в атомах могут иметь место и другие переходы (магнитные дипольные, квадрупольные...), когда четность испускаемого фотона равна (+1). Тогда в таких переходах четности начального и конечного состояний одинаковы. Но такие переходы сильно подавлены. Лапорт наблюдал электрические дипольные переходы.

Закон сохранения четности накладывает определенные ограничения на протекание ядерных процессов, в которых могут участвовать сложные системы частиц. Поэтому важно уметь определять четность сложной системы, например ядра. Рассмотрим систему, состоящую из 2 частиц A и B . Волновая функция этой системы может быть представлена в виде

$$\psi_{A+B} = \psi_A \cdot \psi_B \cdot \psi_{l_A} \cdot \psi_{l_B}, \quad (320)$$

где ψ_A, ψ_B – волновые функции, описывающие внутренние состояния частиц, а ψ_{l_A}, ψ_{l_B} – волновые функции относительного движения. Действуя оператором $\hat{P}$ на обе части (320), получим:

$$\pi_{A+B} = \pi_A \cdot \pi_B \cdot \pi_{l_A} \cdot \pi_{l_B} = \pi_A \cdot \pi_B \cdot (-1)^{l_A+l_B}. \quad (321)$$

Если внутренние четности π_A, π_B известны, то задача определения четности системы будет решена. В случае ядра его четность будет равна произведению собственных четностей нуклонов на $(-1)^{\sum_i l_i}$.

Все процессы сильного и электромагнитного взаимодействия протекают таким образом, что суммарная четность системы остается неизменной. Внутренние четности частиц определяются на основе анализа многочисленных реакций типа

$$a + b \rightarrow c + d. \quad (322)$$

Закон сохранения четности для этой реакции имеет вид:

$$\pi_a \cdot \pi_b \cdot (-1)^l = \pi_c \cdot \pi_d \cdot (-1)^{l'}, \quad (323)$$

где $(-1)^l$ – орбитальная четность в системе центра масс. Для определения внутренних четностей частиц необходимо зафиксировать внутренние

четности трех частиц, участвующих в реакции. Обычно полагают, что четности протона, нейтрона и Λ – гиперона равны

$$\pi_p = \pi_n = \pi_\Lambda = +1. \quad (324)$$

Тогда четности всех других частиц можно однозначно определить из анализа ядерных реакций.

Какова четность фотона? Фотон описывается при помощи 4-векторного потенциала $A_\mu = (\phi, \mathbf{A})$. Электрическое поле $\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$ меняет знак при пространственной инверсии. Вектор градиента тоже меняет знак, поэтому пространственная часть A_μ меняет знак. Внутренняя четность фотона, таким образом, отрицательна.

Четность заряженного пиона π^- можно найти из реакции

$$\pi^- + d \rightarrow n + n. \quad (325)$$

Закон сохранения четности в этом случае дает:

$$\pi(\pi^-)\pi_p\pi_n(-1)^l = \pi_n\pi_n(-1)^{l'}. \quad (326)$$

Дейтрон – связанное состояние протона и нейтрона с $l = 0, 2$ (примесь), орбитальная четность положительна, поэтому $\pi(\pi^-) = (-1)^{l'}$. Дейтрон имеет спин $J = 1$, поэтому угловой момент π^-d равен $J = 1$. Волновая функция пары нейтронов антисимметрична, она равна произведению спиновой волновой функции и пространственной волновой функции. Если спины нейтронов антипараллельны, то спиновая волновая функция антисимметрична, а пространственная – симметрична. Тогда $l' = 0, 2, \dots$ Для этого случая не выполняется закон сохранения момента импульса. Если спины нейтронов параллельны, то спиновая волновая функция симметрична, а пространственная – антисимметрична, и поэтому $l' = 1, 3, \dots$ Тогда при $l' = 1$ выполняется закон сохранения момента количества движения. Поэтому четность отрицательного пиона равна (-1) . Четность π^0 мезона можно установить из анализа реакции

$$\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0. \quad (327)$$

Эта реакция сильно подавлена по сравнению с предыдущим процессом. Если четности π^0 и π^- одинаковы, то эта реакция будет иметь место при $l' = 1$ для π^0 по отношению к двум нейтронам. Если же четности π^0 и π^- противоположны, то эта реакция будет идти с $l' = 0$ для π^0 мезона,

что гораздо быстрее. Тот факт, что скорость такой реакции крайне мала, означает, что четности π^0 и π^- одинаковы и $l' = 1$.

В 1956 г. были открыты две частицы θ^+ и τ^+ , которые имели совершенно одинаковые характеристики (заряд, масса, спин), но распадались по-разному:

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0, \quad \tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-. \quad (328)$$

Из наличия этих реакций следовало, что частицы θ^+ и τ^+ должны иметь разную четность. Покажем это. Рассмотрим вначале распад θ^+ . Пусть J – спин частицы θ^+ . Тогда орбитальный момент пары π^+, π^0 равен $l = J$, а сохранение четности дает условие: $\pi_\theta = (-1)^2(-1)^J$. Поскольку спины частиц θ^+ и τ^+ были установлены $J = 0$, то четность $\pi_\theta = 1$.

Распад τ -частицы сложнее. Пусть l_+ – орбитальный момент двух положительных пионов, а l_- – орбитальный момент π^- относительно центра масс двух положительных мезонов. Тогда согласно правилам векторного сложения моментов имеем: $|l_+ - l_-| \leq J \leq l_+ + l_-$. Орбитальный момент пары одинаковых мезонов π^+ имеет четное значение, чтобы волновая функция пары была бы симметрична. Четность τ^+ равна: $\pi_\tau = (-1)^{l_+}(-1)^{l_-}(-1) = (-1)^{l_+ + l_- + 1}$. Так как $J = 0$, то $l_+ = l_-$ – четное число, поэтому четность $\pi_\tau = -1$ и противоположна четности θ^+ .

Для решения этого парадокса имелись две возможности.

1. θ^+ и τ^+ – разные частицы, так как их четности различны. Совершенно случайно они имеют одинаковые характеристики. Этот вариант назывался дублетом по четности.

2. θ^+ и τ^+ – одна и та же частица, но в одном из распадов четность не сохраняется.

В своей знаменитой работе 1957 г. Ли и Янг предположили, что имеет место именно второй вариант, то есть в слабых взаимодействиях четность не сохраняется. То, что распад происходит по слабому взаимодействию, определялось временем жизни $\tau_\theta = 1,21 \cdot 10^{-8}$ с, $\tau_\tau = 1,19 \cdot 10^{-8}$ с.

В 1957 г. Ц. Ву с сотрудниками обнаружили несохранение четности в бета-распаде поляризованных ядер кобальта ^{60}Co (спины ядер были ориентированы в одном направлении):

$$^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow ^{60}_{28}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (329)$$

Спин – аксиальный вектор, который не меняет направления при преобразованиях пространственного отражения. Импульсы вылетающих электронов – полярные векторы, которые меняют направление на противополо-

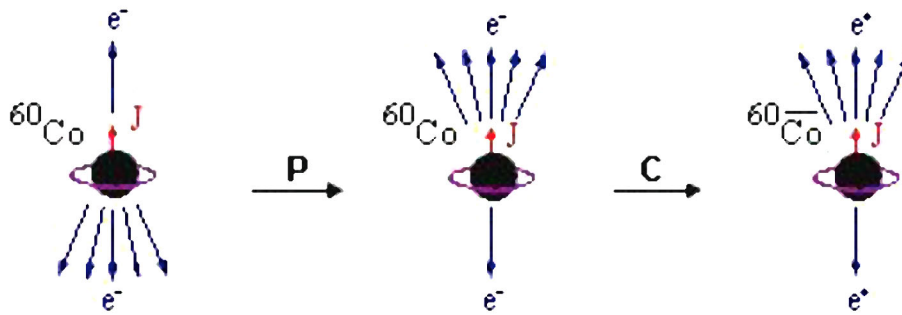


Рис. 69. Несохранение четности в слабых взаимодействиях

ложное при Р-преобразовании. Поэтому, если бы четность сохранялась, то количество летящих электронов по направлению спина и против должно было бы быть одинаковым. Опыт показал, что электроны вылетают преимущественно против направления спина ядра кобальта.

8.2. Примеры решения задач

Задача 1. Пользуясь обобщенным принципом Паули, найти:

- Изотопический спин ρ -мезона, распадающегося по каналу $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Считать спин ρ -мезона $J_\rho = 1$.
- Изотопический спин дейтрона, полагая, что дейтрон есть 3S_1 -состояние пр-системы.

Решение

Принцип Паули для тождественных фермионов (т.е. частиц одного сорта, имеющих одинаковую массу, заряд, полуцелый спин, время жизни и другие характеристики) формулируется следующим образом: волновая функция системы двух тождественных фермионов должна быть антисимметричной, т.е. менять знак при перестановке любых двух частиц. Волновая функция системы тождественных бозонов должна быть симметричной относительно перестановки любых двух частиц.

Четность системы двух тождественных бозонов определяется множителем:

$$P = (-1)^l (-1)^S,$$

а системы из двух тождественных фермионов –

$$P = (-1)^l (-1)^{S+1},$$

где l – относительный орбитальный момент импульса частиц, S – суммарный спин системы.

Обобщенный принцип Паули применяют к «обобщенно тождественным» частицам, под которыми понимают частицы, являющиеся компонентами соответствующего изотопического мультиплета. Формулировка обобщенного принципа Паули сохраняет свойство симметрии полной волновой функции системы, но к перестановке координат и спинов добавляет перестановку изоспинов.

Четность системы двух тождественных бозонов в «обобщенном» смысле определяется множителем:

$$P = (-1)^l (-1)^S (-1)^I,$$

а системы из двух тождественных фермионов –

$$P = (-1)^l (-1)^{S+1} (-1)^{I+1},$$

где I – полный изоспин системы.

а) В сильных взаимодействиях изоспин сохраняется, т.е. $I_\rho = I$. Четность системы двух пионов положительная, т.к. π^0 -мезоны являются бозонами, и в силу обобщенного принципа Паули

$$P_{\pi\pi} = (-1)^l (-1)^S (-1)^I = +1.$$

Полный импульс двух пионов $S = 0$ ($S_\pi = 0$), $l = 1$ в силу закона сохранения момента импульса ($l = S_\rho$). Следовательно, $I_\rho = I = 1$.

б) $I_d = 0$. Рассуждения аналогичны случаю а) с учетом антисимметрии волновой функции фермионов относительно их перестановки.

Задача 2. Известно, что при малых энергиях процесс $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ сильно подавлен в силу закона сохранения четности в сильных взаимодействиях. Найти четность ядра ${}^7_3\text{Li}$, если внутренняя четность протона $\eta_p = +1$.

Решение

Если энергия протонов невелика, то рассеяние будет происходить главным образом в S -состоянии, т.е. в системе центра масс сталкивающихся частиц их орбитальный момент относительного движения равен нулю $l = 0$. В силу закона сохранения четности и принципа Паули:

$$\eta_{Li}\eta_p(-1)^l = (-1)^l.$$

Поскольку: $\eta_p = +1$, $(-1)^l = +1$, то должно быть $\eta_{Li} = -1$, чтобы данный процесс был подавлен из-за закона сохранения четности.

Задача 3. Чему равна C -четность позитрония? Укажите наиболее вероятные каналы распада парапозитрония (1S_0) и ортопозитрония (3S_1).

Решение

Операция зарядового сопряжения $\hat{C}$ изменяет знаки всех аддитивных квантовых чисел (зарядов) частиц. В случае позитрония (e^+e^- -система) операция зарядового сопряжения эквивалентна перестановке частиц системы $e^+ \leftrightarrow e^-$, относительно которой волновая функция системы фермионов должна быть антисимметричной. Поэтому зарядовая четность системы e^+e^- есть $C = (-1)^{l+S}$, l – орбитальный момент частиц, S – полный спин системы. Зарядовая четность системы из n γ -квантов равна $C_{n\gamma} = (-1)^n$. Из закона сохранения C -четности в электромагнитных взаимодействиях следует, что основной канал распада ортопозитрония – на три γ -кванта, а парапозитрония – на два γ -кванта.

8.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Показать, что реакция перезарядки медленных π -мезонов в дейтерии

$$\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$$

запрещена, если $l_\pi = 0$, l_π – квантовое число орбитального момента π^0 относительно системы nn . Полагать, что медленный первичный π -мезон находится в состоянии с нулевым орбитальным моментом относительно дейтрона.

2. Могут ли мезонные резонансы $\omega^0(J^P = 1^-, I = 0)$ и $f^0(J^P = 2^+, I = 0)$ распадаться на два π -мезона?
3. Определить внутреннюю четность π^+ мезона из реакции $\pi^+ + d \rightarrow p + p$, если орбитальный момент системы пион-дейтрон $l_{\pi d} = 0$ и внутренняя четность дейтрона $P_d = +1$.
4. Показать, что наличие у нейтрона электрического дипольного момента равносильно нарушению закона сохранения пространственной четности в электромагнитных взаимодействиях.

5. Объяснить, почему внутреннюю четность фотона считают отрицательной.
6. Какие значения может иметь относительный орбитальный момент системы двух π^0 -мезонов, образующихся в реакции $p + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + \pi^0$, если относительный орбитальный момент системы $p\bar{p}$ равен L ?
7. Чему равна С-четность кваркония ($q\bar{q}$) и системы $p\bar{p}$? Разрешен ли распад $\psi(2S)$, $J^{PC} = 1^{--}$ по каналу

$$\psi(2S) \rightarrow \eta_c + \gamma,$$

где η_c -мезон имеет квантовые числа $J^{PC} = 0^{-+}$.

8. При облучении медленными ($l = 0$) π^- -мезонами дейтериевой мишени идет реакция $\pi^- + d \rightarrow n + n$. Имея в виду, что пространственная четность дейтрона положительная, показать с помощью законов сохранения момента импульса и четности, что π^- -мезон имеет отрицательную четность.
9. Экспериментально установлено, что изоспин ρ -частицы, представляющей собой связанное состояние двух π -мезонов, равен 1.
 - а) Имея в виду, что распад $\rho \rightarrow 2\pi$ относится к сильному взаимодействию, предсказать с помощью закона сохранения момента импульса спин и четность ρ -частицы (внутренние четности всех π -мезонов одинаковые).
 - б) Выписать возможные распады ρ^+ , ρ^- , ρ^0 -частиц на два пиона.

8.4. Биографическое примечание

- **Боголюбов**, Николай Николаевич (08.08.1909–13.02.1992) – выдающийся советский математик и физик-теоретик, академик РАН (1991), академик АН СССР (1953) и АН УССР (1948), основатель научных школ по нелинейной механике и теоретической физике. Разработал метод приближенного вторичного квантования для определения энергетического спектра слабовозбужденных состояний квантовых систем. Построил новую теорию матриц рассеяния. Ввел условие микропричинности S-матрицы в терминах вариационных производных. Совместно с Д.В. Ширковым разработал метод ренормализационной группы. Совместно с О.С. Парасюком доказал теорему о вычитании расходимостей в квантовой теории поля. Совместно с Б.В. Струминским и

А.Н. Тавхелидзе и независимо от Хан Мо Ён и Ёитиро Намбу предложил трехтриплетную кварковую модель и ввел новое квантовое число – цвет. Дал первое доказательство дисперсионных соотношений, имеющих важное значение в физике элементарных частиц. Получил важные результаты в квантовой электродинамике.

- **Намбу**, Ёитиро (18.01.1921–05.07.2015) – японский и американский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии по физике 2008 года за открытие механизма спонтанного нарушения симметрии в субатомной физике. Научные труды Намбу посвящены вопросам квантовой электродинамики, физики элементарных частиц, квантовой теории поля, теории рассеяния, статистики кристаллов, теории сверхпроводимости. В 1951 г. независимо от других ученых предложил идею ассоциативного рождения странных частиц. В 1957 г. предсказал существование векторного омега-мезона и получил соотношение, называемое кроссинг-симметрией. В 1960 г. им была выдвинута идея спонтанного нарушения симметрии, а также гипотеза частичного сохранения слабого аксиального тока адронов. В 1964 г. дал общее математическое доказательство теоремы Голдстоуна, а также ввел в физику новое квантовое число, получившее название «цвет». Вместе с М. Ханом ему удалось создать схему сильных взаимодействий, основанную на трех триплетах кварков с целочисленными зарядами (так называемая модель Хана – Намбу). На основе этой модели Намбу ввел цветное взаимодействие, тем самым заложив основы квантовой хромодинамики.
- **Ву**, Цзяньсюн (31.05. 1912–16.02. 1997) – американский физик китайского происхождения. Участвовала в Манхэттенском проекте (обогащение уранового топлива), поставила (по предложению Ян Чжана и Ли Цзундао) знаменитый опыт Ву, доказавший несохранение пространственной четности в слабых взаимодействиях.
- **Янг**, Чжэньнин (р. 1.10. 1922) – китайский и американский физик. Главной заслугой Янга, за которую он получил Нобелевскую премию, является опровержение так называемого закона сохранения четности. Также большое значение имеют работы Янга по калибровочной инвариантности (теория Янга – Миллса) и квантовой статистической физике.

- **Ли**, Чжэндао (24.11 1926) – китайский и американский физик, лауреат Нобелевской премии по физике в 1957 г., совместно с Ян Чжэньнином, за изучение так называемых законов четности, которое привело к важным открытиям в области элементарных частиц. Предсказанное нарушение четности было экспериментально открыто Ву Цзяньсюн. Также является автором работ в области квантовой статистической физики.

9. ДЕЛЕНИЕ И СИНТЕЗ ЯДЕР

9.1. Деление ядер, цепная реакция. Термоядерные реакции. Краткая теория

После открытия нейтрона в 1932 г. Ферми начал систематически изучать реакции, возникающие при бомбардировке тяжелых ядер нейтронами. Облучая в 1934 г. уран, Ферми обнаружил, что при таком облучении образуются радиоактивные продукты с несколькими периодами полураспада. При детальном изучении этого явления было обнаружено несколько цепочек из последовательно превращающихся друг в друга радиоактивных элементов.

Казалась естественной следующая интерпретация наблюдаемого явления: при захвате нейтрона ядром урана образуется более тяжелый изотоп урана, который из-за избытка нейтронов является β -радиоактивным и испускает электрон, превращаясь в 93-й элемент (обозначим его ${}_{93}R$). В свою очередь 93-й элемент, испустив электрон, может превратиться в ${}_{94}R$ и т.д. В периодической таблице ${}_{92}U$, ${}_{93}R$, ${}_{94}R$ должны стоять под элементами ${}_{74}W$, ${}_{75}Re$, ${}_{76}Os$. Поэтому новые элементы были названы экаурением, экаосмием (приставка «эка» означает «под»). Существование нескольких радиоактивных цепочек объяснялось тем, что уран имеет ряд изотопов, каждый из которых при облучении нейтронами дает начало одной из цепочек.

Однако при изучении химических свойств образующихся продуктов выяснилось, что они напоминают свойства элементов, стоящих в таблице Менделеева не за ураном, а перед ним (${}_{88}Ra$, ${}_{89}Ac$). В последующих исследованиях Ган и Штрассман в 1939 г. открыли деление ядер. Ими было установлено, что при облучении урана нейтронами образуются не сами эти элементы, а их химические аналоги из середины таблицы, в частности был обнаружен ${}_{56}Ba$ – химический аналог ${}_{88}Ra$. Деление ядер заключается в том,

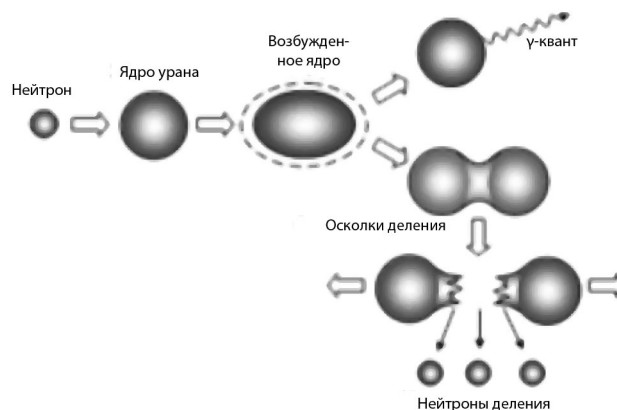


Рис. 70. Схема деления ядра урана

что ядро урана (позже оказалось, что этим свойством обладает не только уран), поглотившее нейтрон и находящееся вследствие этого в возбужденном состоянии, может распадаться на две примерно равные части (Фриш, Мейтнер). В 1940 г. Флеров и Петржак обнаружили самопроизвольное деление ядер урана. Деление ядер энергетически выгодно для тяжелых ядер и является основным источником ядерной энергии. При этом энерговыделение составляет примерно 1 МэВ на один нуклон делящегося вещества или 10^{14} Дж/кг, что на много порядков превосходит энерговыделение всех других освоенных источников энергии.

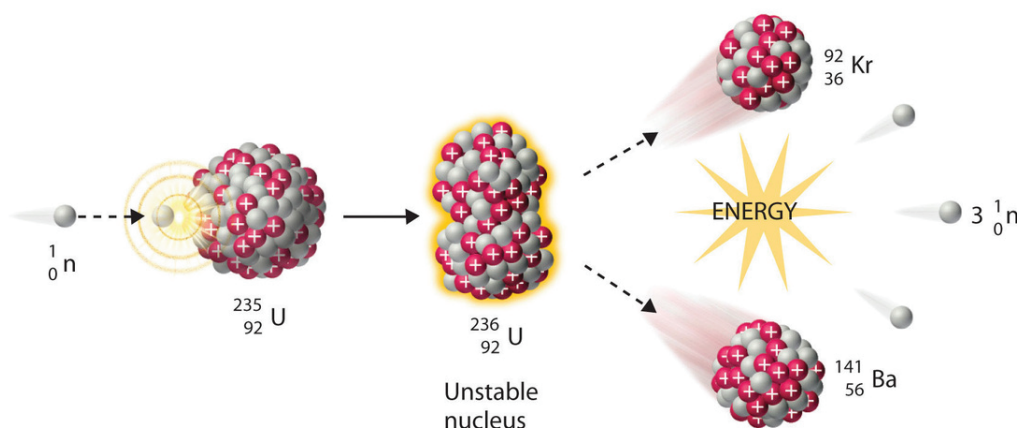


Рис. 71. Деление ядра урана после поглощения нейтрона

Распределение масс осколков деления ядер тепловыми нейтронами представлено на рис. 72. Вероятность деления на два равных по массе осколка не равна нулю, хотя и незначительна. Как правило, осколки различаются

по массе, то есть преобладает асимметричное деление. Так в случае наиболее вероятного деления изотопа урана отношение масс осколков равно 1,46. Тяжелый осколок имеет при этом массовое число 139 (ксенон), а легкий – 95 (стронций):

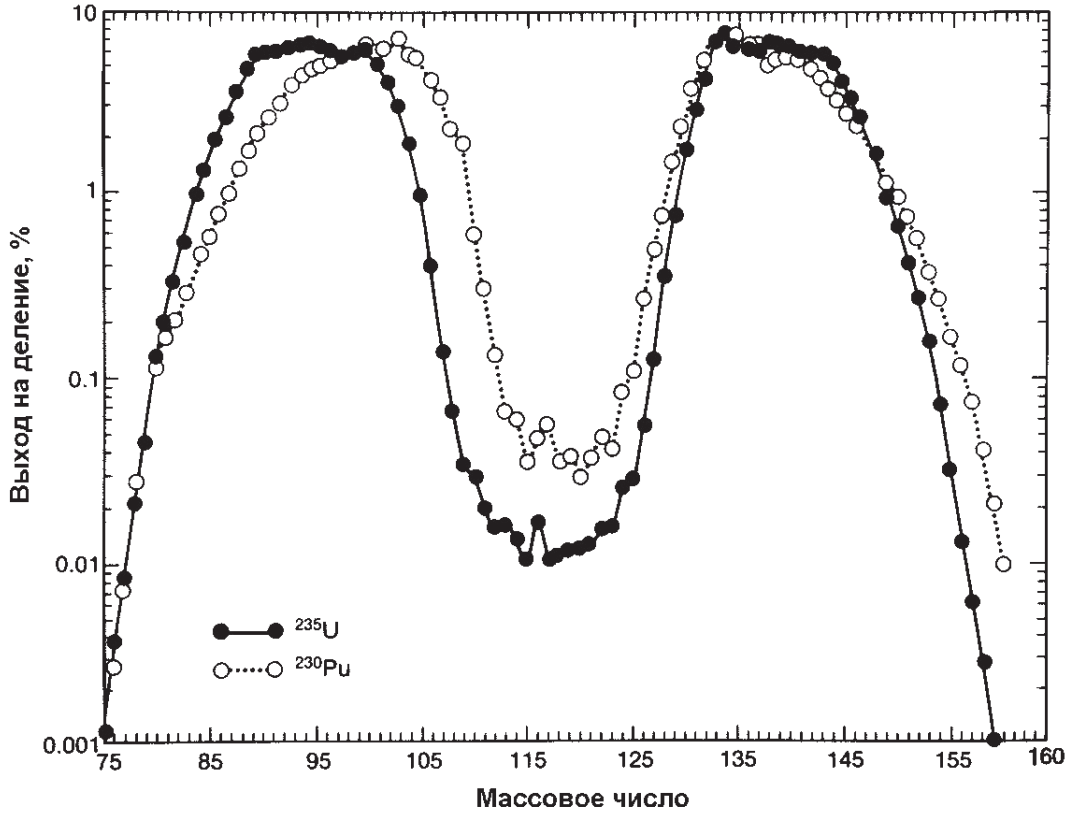
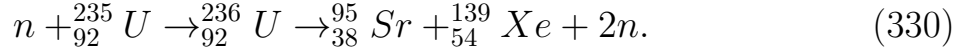


Рис. 72. Распределение масс осколков деления ядер урана и плутония

Капельная модель не исключает возможности асимметричного деления, но не объясняет основных закономерностей такого деления. Асимметричное деление можно объяснить влиянием оболочечной структуры ядра. Ядро стремится разделиться таким образом, чтобы основная часть нуклонов каждого осколка образовала устойчивый магический остов. Запишем энергию деления ядра при $A = A_1 + A_2$, $Z = Z_1 + Z_2$ с помощью формулы Бете – Вейцзеккера, когда ядро делится на два равных осколка:

$$E_{\text{дел}} = 2\Delta W\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) - \Delta W(A, Z) \approx E_{\text{пов}}(A, Z) + E_{\text{кул}}(A, Z) - \quad (331)$$

$$- 2E_{\text{пов}}\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) - 2E_{\text{кул}}\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) \approx 0,37 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 0,26 \cdot \beta A^{2/3}.$$

Тогда деление энергетически выгодно, если

$$(0,37 \cdot \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 0,26 \cdot \beta A^{2/3}) \geq 0, \quad \frac{Z^2}{A} \geq 17. \quad (332)$$

Это условие выполняется для всех тяжелых ядер, начиная с серебра: $\frac{Z^2}{A}({}_{47}^{108}\text{Ag}) = 20 > 17$. Величина $\frac{Z^2}{A}$ называется параметром деления. Деление энергетически выгодно для тяжелых ядер. В формулу для энергии деления ядра входит сумма поверхностной и кулоновской энергий нуклонов. При делении поверхностная энергия возрастает, так как возрастает площадь поверхности осколков, а кулоновская энергия уменьшается, так как увеличивается среднее расстояние между нуклонами. Чтобы энергия деления была больше нуля, необходимо, чтобы уменьшение кулоновской энергии превышало увеличение поверхностной энергии. В действительности же может оказаться, что в процессе деления ядро должно пройти через промежуточные состояния, которым соответствует энергия, превышающая энергию делящегося ядра. Это схематически изображено на рис. 73.

Таким образом, чтобы ядро, находящееся вначале в устойчивом состоянии, испытало деление на две части и перешло в конечное состояние, требуется затратить энергию, которую называют энергией активации W_f . Вследствие ее существования возникает потенциальный барьер. При $Z^2/A = 49$, $W_f = 0$, поэтому такое ядро должно делиться самопроизвольно. Полагая $A = \frac{5}{2}Z$, находим $\frac{Z^2}{\frac{5}{2}Z} = 49$, $Z \approx 125$. Согласно элементарной теории устойчивых ядер с такими Z существовать не может. При $Z^2/A < 49$ $W_f \neq 0$ и самопроизвольное деление ядер может происходить за счет квантовомеханического эффекта просачивания через барьер. Такое деление называют спонтанным. Вероятность спонтанного деления определяется отношением Z^2/A . Для урана $Z^2/A = 36$ и спонтанное деление идет с очень малой вероятностью. Чтобы ядро с $Z^2/A < 49$ разделилось быстро, необходимо внести в это ядро энергию возбуждения $W > W_f$. Эту энергию можно внести в ядро, облучая его гамма-квантами ($E_\gamma > W_f$), что дает экспериментальный метод определения высоты барьера.

Энергию, освобождающуюся в одном акте деления ядра урана, можно считать равной 200 МэВ. Деление энергетически выгодно для ядер с $Z^2/A \geq 17$, то есть для ядер с $A \geq 90$. Но большая часть ядер устойчива по отношению к спонтанному делению. Чтобы понять причину устойчивости ядер, рассмотрим механизм деления ядра при захвате нейтрона, используя модель жидкой капли.

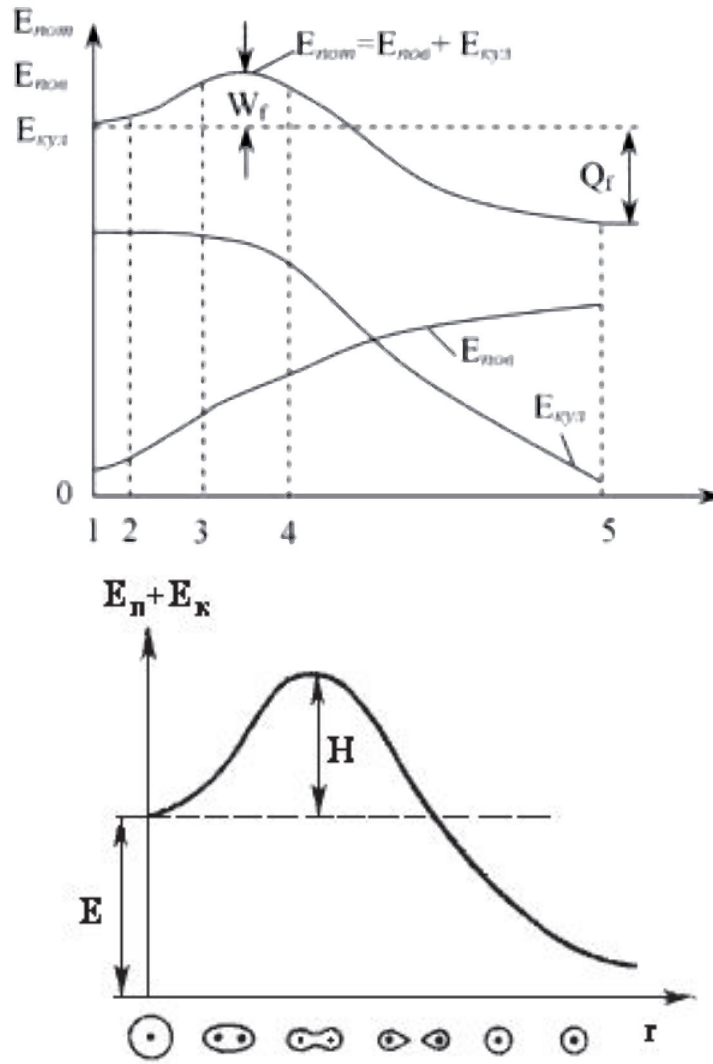


Рис. 73. Зависимость поверхностной и кулоновской энергий осколков деления и их суммы от расстояния между центрами осколков

Рассмотрение динамики деления позволяет понять, как изменяется величина барьера деления при изменении A и Z . Для простоты предположим, что ядро испытывает такие деформации, что его поверхность остается телом вращения (аксиально-симметричный эллипсоид). Величина малой и большой осей эллипсоида равны:

$$a = \frac{R}{\sqrt{1 + \epsilon}}, \quad b = R(1 + \epsilon). \quad (333)$$

Действительно, объемы эллипсоида и сферы при этом будут равными:

$$\frac{4}{3}\pi b a^2 = \frac{4}{3}\pi R^3. \quad (334)$$

Тогда поверхностная и кулоновская энергии ядерного эллипсоида будут иметь вид:

$$E_{\text{пов}} = \beta A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right), \quad (335)$$

$$E_{\text{кул}} = \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right). \quad (336)$$

Тогда изменение полной энергии ядра при переходе от сферической формы к эллипсоиду будет равно

$$\Delta E = \frac{1}{5} \epsilon^2 \left(2\beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right). \quad (337)$$

Барьер возникает при условии, что $\Delta E > 0$:

$$\frac{Z^2}{A} < \frac{2\beta}{\gamma} \approx 49. \quad (338)$$

Высота барьера тем меньше, чем меньше выражение в скобках (337). При $\frac{Z^2}{A} \approx 49$ барьер деления исчезает и ядра с такими параметрами деления неустойчивы к мгновенному спонтанному делению.

Рассмотрим механизм цепной реакции деления. При делении тяжелых ядер под действием нейтронов возникают новые нейтроны. Часть этих нейтронов снова может вызвать деление ядер. Пусть в новую реакцию деления вступают 2 нейтрона. Тогда на k -м шаге из одного нейтрона образуются 2^k новых нейтронов. Такой лавинообразный процесс называется цепной реакцией. Коэффициент размножения нейтронов k_∞ равен отношению количества нейтронов в одном поколении к их количеству в предыдущем поколении. Индекс ∞ указывает на то, что речь идет об идеальной среде бесконечных размеров. В делящейся среде конечных размеров $k = k_\infty \cdot P$, где величина P зависит от состава активной зоны, ее размеров, формы, от отражения нейтронов активной зоной.

Критическим размером активной зоны называется такой размер, при котором $k = 1$. Критической массой называется масса активной зоны критических размеров. При $k = 1$ цепная реакция идет стационарно, при $k < 1$ реакция гаснет, при $k > 1$ интенсивность реакции нарастает. При $k = 1$ режим реакции называют критическим.

Коэффициент размножения нейтронов в безграничной среде теплового реактора определяется формулой четырех сомножителей:

$$k = \epsilon \cdot p \cdot f \cdot \eta, \quad (339)$$

где ϵ – коэффициент размножения на быстрых нейтронах (часть быстрых нейтронов может вызвать деление не успев замедлиться), p – вероятность избежания резонансного захвата (с графитом в качестве замедлителя его значение равно 0,9), f – коэффициент использования тепловых нейтронов (вероятность поглощения теплового нейтрона делящимся веществом), η – среднее число нейтронов деления на один тепловой нейтрон, поглощенный делящимся веществом.

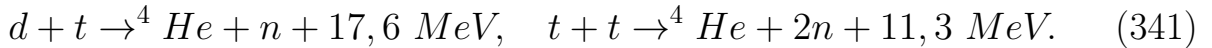
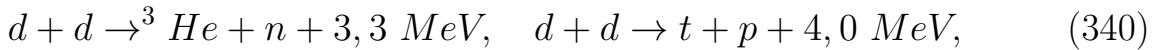
Для использования в ядерной энергетике необходимы изотопы, которые делятся на нейтронах любой энергии, то есть для которых пороговая энергия деления на нейтронах равна нулю. В природе существует только один изотоп ${}_{92}^{235}\text{U}$, удовлетворяющий этому требованию. Энергия активации ${}_{92}^{236}\text{U}$ равна 5,7 МэВ. Однако в естественной смеси на ${}_{92}^{235}\text{U}$ приходится только 0,72%. Изотопы ${}_{92}^{238}\text{U}$ (99,28%) и ${}_{92}^{234}\text{U}$ (0,006%) на медленных нейтронах не делятся. Близкие к ${}_{92}^{235}\text{U}$ характеристики имеет ${}_{94}^{239}\text{Pu}$. Этот изотоп не сохранился в природе, но с большим выходом получается в любом ядерном реакторе, активная зона которого содержит ${}_{92}^{238}\text{U}$. Эти два изотопа – естественный ${}_{92}^{235}\text{U}$ и искусственный ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ – и являются основными изотопами при использовании в ядерной энергетике и изготовлении ядерного оружия.

Как известно, ядерный синтез изотопов водорода осуществляется при высокой температуре в так называемых термоядерных реакциях. В 1957 г. в Беркли группой экспериментаторов под руководством Альвареца было открыто явление катализа ядерных реакций в водороде μ -мезонами. Это явление было предсказано ранее теоретически Франком, Сахаровым и Зельдовичем и позволяет осуществить ядерный синтез в условиях холодного водорода. Хотя почти сразу же после опытов Альвареца было установлено, что μ -катализ не сможет найти технического применения в качестве источника энергии, изучение ядерных реакций, вызываемых μ -мезонами в водороде, представляет несомненный интерес для мезонной и ядерной физики.

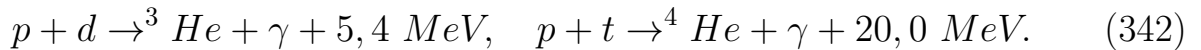
Реакции слияния легких ядер могут протекать при участии отрицательных мюонов. Идея мюонного катализа ядерных реакций синтеза, или просто мюонного катализа, чрезвычайно проста и естественна. Отрицательно заряженный мюон μ^- (нестабильная частица с временем жизни $\tau_\mu = 2,2 \cdot 10^{-8}$ с и массой $m_\mu = 206,798m_e$), попадая в смесь изотопов водорода, образует там мезоатомы $d\mu$, $p\mu$ и $t\mu$, которые, сталкиваясь затем с молекулами H_2 , D_2 и T_2 (а также HD , HT и DT), образуют мезомолекулы $pp\mu$, $pd\mu$, $pt\mu$, $dd\mu$, $dt\mu$, $tt\mu$ (или, точнее, мезомолекулярные ионы).

Поскольку мюон примерно в 200 раз тяжелее электрона, то размеры мезомолекул во столько же раз меньше размеров молекулярных ионов H_2^+ , HD^+ и др., в которых ядра удалены друг от друга в среднем на расстояние в две атомные единицы $2a_0 = 2\hbar^2/m_e e^2 \approx 10^{-8}$ см. В мезомолекулах ядра удалены на расстояние примерно в две мезоатомные единицы $2a_\mu = 2\hbar^2/m_\mu e^2 \approx 5 \cdot 10^{-11}$ см. На такое расстояние сближаются ядра изотопов водорода при кинетической энергии ~ 3 кэВ $= 3 \cdot 10^7$ К, которая сравнима с температурой, достигнутой в современных термоядерных установках.

Для того чтобы мог произойти ядерный синтез, реагирующие ядра должны сблизиться на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил, а это в свою очередь требует преодоления кулоновского барьера между заряженными частицами. Поэтому вышеуказанные реакции в обычных условиях идут только при сообщении ядрам достаточной кинетической энергии: либо в ускорительной трубке, либо с помощью высокого нагрева в атомном взрыве или в мощном газовом разряде. После образования мезомолекул и чрезвычайно быстро, за время $10^{-9} \div 10^{-12}$ с происходит слияние их ядер за счет сильного взаимодействия, в реакциях (оба канала реакции $d + d$ практически равновероятны):



В мезомолекулах $pd\mu$, $pt\mu$ сравнительно малая скорость ($\sim 10^6$ с $^{-1}$) реакции определяется электромагнитным взаимодействием:



Эффективное сечение реакции $d + d$ в бн:

$$\sigma_{dd} = 1,2 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{\tilde{T}} \exp\left(-\frac{31,3}{\sqrt{\tilde{T}}}\right), \quad (343)$$

где $\tilde{T}$ в кэВ – кинетическая энергия относительного движения дейтронов, то есть их суммарная кинетическая энергия в с.ц.м.

9.2. Примеры решения задач

Задача 1. Вычислить энергию, освобождающуюся при полном сгорании 1 кг ${}^{235}\text{U}$. Какое количество нефти с теплотворной способностью

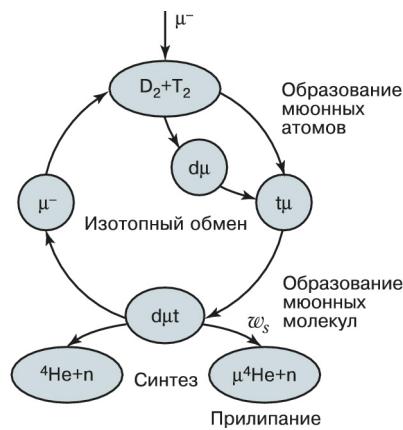


Рис. 74. Основной цикл мюонного катализа в смеси дейтерия и трития

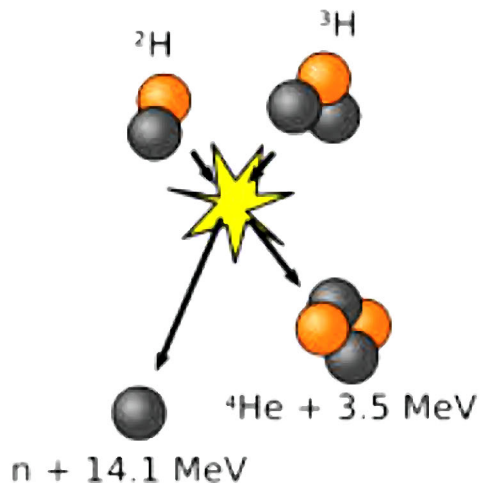


Рис. 75. Схема синтеза ядер дейтерия и трития

42 кДж/г даст при сжигании такое же количество энергии? Найдите электрическую мощность атомной электростанции, если расход нуклида ^{235}U составляет 192 кг в год при КПД 30%.

Решение

Найдем массу одного атома урана в МэВ, имея в виду, что дефект массы для урана равен 40,921 МэВ:

$${}^{\text{ат}}M(^{235}\text{U}) = 235 \cdot 931,494 + 40,921 = 218942 \text{ МэВ.} \quad (344)$$

Тогда в 1 кг урана ^{235}U содержится следующее количество атомов:

$$N(^{235}\text{U}) = 1 \text{ кг} \cdot (299792458)^2 \text{ (м}^2/\text{с}^2) \frac{6,24150934 \cdot 10^{12}}{218942} = 2,56213 \cdot 10^{24}. \quad (345)$$

Энергия, которая выделяется при делении всех ядер урана, равна (на одно деление приходится энергия 200 МэВ):

$$W = 200 \text{ МэВ} \cdot 2,56213 \cdot 10^{24} = 5,12427 \cdot 10^{26} \text{ МэВ}. \quad (346)$$

Поскольку $1 \text{ эВ} = 1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, получим, что полная выделяющаяся энергия из 1 кг урана 235 равна:

$$W = 8,20998 \cdot 10^{13} \text{ Дж} \approx 0,8 \cdot 10^{11} \text{ кДж}. \quad (347)$$

Такое же количество энергии выделяется при сгорании следующей массы нефти:

$$M = \frac{0,8 \cdot 10^{11}}{42000} \text{ кг} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ кг}. \quad (348)$$

Из полученных численных результатов можно найти электрическую мощность атомной электростанции:

$$W_{\text{эл}} = \frac{0,8 \cdot 10^{14} \cdot 192 \cdot 0,3}{(365 \cdot 3600 \cdot 24)} = 146 \text{ МВт}. \quad (349)$$

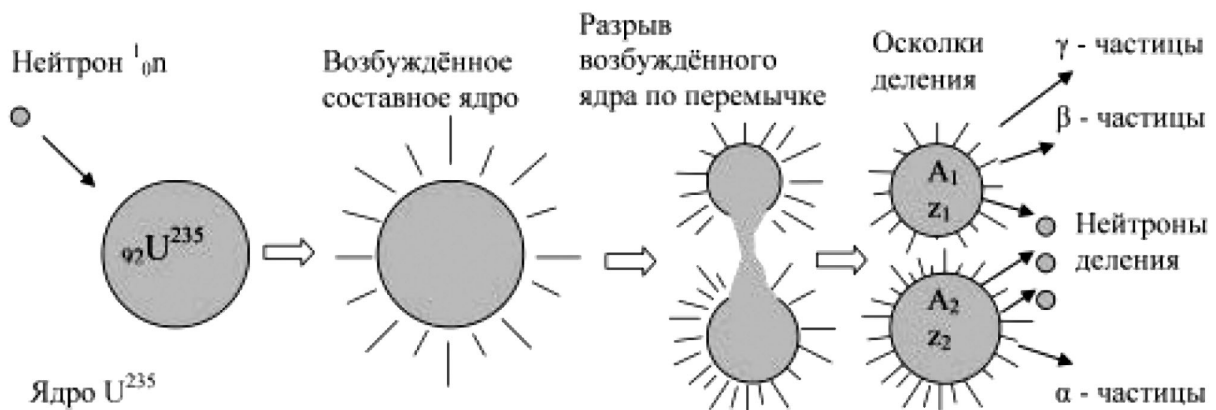
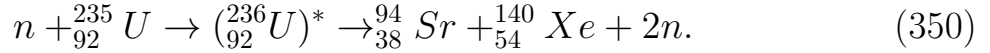


Рис. 76. Схема деления ядра урана. Ядро урана имеет форму шара. Поглотив лишний нейтрон, ядро возбуждается и начинает деформироваться, приобретая вытянутую форму. Ядро растягивается, а затем разрывается на два осколка, которые разлетаются с большой скоростью

Задача 2. Ядро урана 235, захватывая тепловой нейтрон, испытывает деление на $^{94}_{38}\text{Sr}$ и $^{140}_{54}\text{Xe}$. Пренебрегая энергией уносимой нейтронами, вычислить скорости разлета этих осколков. Считать, что суммарная кинетическая энергия осколков в среднем равна $E = 0,12 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \text{ МэВ}$. Z и A – порядковый номер и массовое число делящегося ядра.

Решение

Данную реакцию деления можно представить в виде:



Рассмотрим закон сохранения энергии для этой реакции в системе покоя возбужденного ядра урана. По условию задачи суммарная кинетическая энергия осколков известна:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} = \frac{p^2}{2\mu}, \quad (351)$$

где μ – приведенная масса ядер Хе и Sr, $E_{1,2}$ – кинетические энергии ядер Хе и Sr, p – импульс разлета ядер Хе и Sr. При этом мы пренебрегаем энергией нуклонов. Вычислим приведенную массу μ . Для этого, используя значения дефектов масс ядер ${}_{38}^{94}\text{Sr}$ и ${}_{54}^{140}\text{Xe}$, приведенные в таблице, найдем значения энергий связи и масс ядер ${}_{38}^{94}\text{Sr}$ и ${}_{54}^{140}\text{Xe}$:

$$\begin{aligned} \Delta W({}_{54}^{140}\text{Xe}) &= [Z \cdot 7,289 + (A - Z) \cdot 8,071 - \Delta({}_{54}^{140}\text{Xe})] \text{ МэВ} = \\ &= 54 \cdot 7,289 + 86 \cdot 8,071 + 72,986 = 1160,698 \text{ МэВ}, \end{aligned} \quad (352)$$

$$\begin{aligned} \Delta W({}_{38}^{94}\text{Sr}) &= [Z \cdot 7,289 + (A - Z) \cdot 8,071 - \Delta({}_{38}^{94}\text{Sr})] \text{ МэВ} = \\ &= 38 \cdot 7,289 + 56 \cdot 8,071 + 78,843 = 807,801 \text{ МэВ}, \end{aligned} \quad (353)$$

$$\begin{aligned} M({}_{54}^{140}\text{Xe}) &= m_1 = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - \Delta W({}_{54}^{140}\text{Xe}) = \\ &= (54 \cdot 938,272 + 86 \cdot 939,565 - 1160,698) \text{ МэВ} = 130308,580 \text{ МэВ}, \end{aligned} \quad (354)$$

$$\begin{aligned} M({}_{38}^{94}\text{Sr}) &= m_2 = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - \Delta W({}_{38}^{94}\text{Sr}) = \\ &= (38 \cdot 938,272 + 56 \cdot 939,565 - 807,801) \text{ МэВ} = 87462,175 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (355)$$

Найдем приведенную массу этих двух ядер:

$$\mu = \frac{130308,580 \cdot 87462,175}{130308,580 + 87462,175} \text{ МэВ} = 52335,181 \text{ МэВ}. \quad (356)$$

Вычислим теперь импульс разлета осколков деления:

$$p = \sqrt{2\mu \cdot 0,12 \frac{Z^2}{A^{1/3}}} = \sqrt{2 \cdot 52335,181 \cdot 0,12 \frac{92^2}{235^{1/3}}} \frac{\text{МэВ}}{c} = 4150,61 \frac{\text{МэВ}}{c}. \quad (357)$$

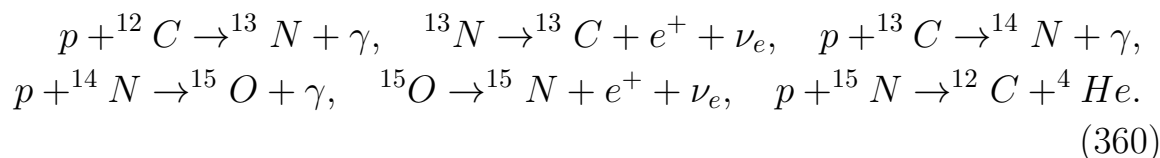
Тогда скорости разлета ядер Sr и Хе соответственно равны:

$$v_1 = \frac{1}{m_1} p = 4150,61 \frac{\text{МэВ}}{c} \frac{c^2}{87462,175 \text{ МэВ}} \approx 1,4 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad (358)$$

$$v_2 = \frac{1}{m_2} p = 4150,61 \frac{\text{МэВ}}{c} \frac{c^2}{130308,580 \text{ МэВ}} \approx 9,5 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (359)$$

9.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько делений ядер урана в 1 сек освобождает мощность в 1 Вт? Найти электрическую мощность атомной электростанции, расход ядерного горючего которой составляет 192 кг урана ^{235}U за год при к.п.д. 20%.
2. Много лет тому назад в урановом месторождении в Окло (Габон, Африка) работал природный ядерный реактор на ^{235}U . Из массы $M = 200$ т имевшегося там урана выделилась энергия $E = 10^{11}$ кВт · час. Оценить, какая часть массы ^{235}U $\Delta M/M$ была при этом израсходована, если его начальная концентрация составляла $n_0 = 3,5\%$. Время работы реактора много меньше периода полураспада урана. Энергию E_0 , выделяющуюся при делении ядра ^{235}U , принять равной 200 МэВ.
3. Естественный уран состоит из 99,3% изотопа ^{238}U и 0,7% ^{235}U . При обогащении смеси изотопов ^{235}U до 3% возможна цепная реакция деления. Какое время t тому назад такой природный реактор мог «загореться»?
4. Предложенный Бете углеродный цикл звездных термоядерных реакций состоит из следующих превращений:



Вычислить энергию, выделяющуюся в этом цикле при образовании одного моля гелия.

5. В чем физический смысл коэффициента размножения k ? Сколько нейтронов будет в сотом поколении, если процесс деления начинается с 1 000 нейтронов и $k = 1,05$?
6. Оценить промежуток времени, необходимый для деления 1,0 кг вещества в безграничной среде ^{238}U , если средняя энергия нейтронов деления 1,6 МэВ, сечение деления ядра ^{235}U для этой энергии около 2 бн и коэффициент размножения $k = 1,001$. Считать, что в начальный момент разделилось одно ядро. Как изменится результат, если $k = 0,01$?

7. На каждый акт деления ядра ^{238}U возникает в среднем около 2,6 нейтрона деления. Сечение деления ядра ^{238}U порядка 0,5 бн (для нейтронов спектра деления), сечение неупругого рассеяния составляет несколько барн. Имея в виду, что по крайней мере половина возникающих нейтронов обладает энергией ниже порога деления ядер ^{238}U , показать невозможность самоподдерживающейся цепной реакции деления в среде, состоящей из этих ядер.
8. Гомогенная смесь содержит $z = 500$ молей углерода на каждый моль урана. Вычислить:
 - а) коэффициент f , если уран естественного изотопного состава;
 - б) степень обогащения урана нуклидом ^{235}U , при котором $f = 0,95$.
9. Для гомогенной уран-графитовой смеси вероятность избежания резонансного захвата

$$p = \exp\left[-24,7 \left(\frac{N_a}{\Sigma_s}\right)^{0,585}\right], \quad (361)$$
 где N_a – число атомов урана 238 в 1 см³; Σ_s – макроскопическое сечение рассеяния среды. Вычислить значение p для смеси, содержащей 400 молей графита на каждый моль урана естественного изотопного состава.
10. Воспользовавшись формулой из предыдущей задачи и полагая коэффициент $\epsilon = 1$, вычислить для гомогенной смеси, содержащей $z = 400$ молей графита на каждый моль урана, коэффициент размножения k_∞ , если уран естественного изотопного состава.
11. Реактор, в котором делящимся нуклидом является уран-235, работает на постоянном уровне мощности. Найти долю нейтронов, покидающих активную зону реактора, если половина нейтронов деления захватывается ядрами урана и примесей без последующего деления.

9.4. Биографическое примечание

- **Мейтнер**, Лиза (17.11.1878–27.10.1968) – австрийский физик и радиохимик. Проводила исследования в области ядерной физики, ядерной химии и радиохимии. Работая с О. Ганом, открыла протактиний и распад урана. Также исследовала бета-распад и изомерию атомных

ядер. Кроме того, совместно с Ф. Штрассманом проводила исследования продуктов облучения урана нейтронами, внесла вклад в разработку атомной бомбы.

- **Фриш**, Отто Роберт (01.10.1904–22.09.1979) – английский физик-ядерщик австрийского происхождения. Известен как один из открывателей деления ядра. Работы посвящены ядерной физике, физике молекулярных пучков. В 1933 году совместно с О. Штерном экспериментально определил магнитный момент протона. В Копенгагене совместно с теоретиком Георгом Плачеком изучал процессы рассеяния и захвата нейтронов веществом, показал, что вероятность поглощения нейтрона зависит не только от скорости последнего, но и от массы атома вещества. В январе 1939 года Фришу и Мейтнер удалось верно объяснить опыты Гана и Штрассмана с помощью представления о делении ядер урана при бомбардировке нейтронами и впервые рассчитать энергетический выход реакции деления. В 1940 году дал (совместно с Рудольфом Пайерлсом) первую оценку критической массы урана-235 для атомной бомбы, которая оказалась не столь велика, как считалось ранее.
- **Флеров**, Георгий Николаевич (17.02.1913–19.11.1990) – советский физик-ядерщик, один из отцов-основателей Объединенного института ядерных исследований в Дубне, академик АН СССР (1968). Герой Социалистического Труда. Лауреат Ленинской премии и дважды лауреат Сталинской премии. В 1940 году, работая в ЛФТИ, совместно с К.А. Петржаком открыл новый тип радиоактивных превращений – спонтанное деление ядер урана. При создании первой советской атомной бомбы РДС-1 в 1949 лично провел рискованный эксперимент по определению критической массы плутония. В 1954 году приступил к работам над синтезом трансурановых элементов. В 1957 году инициировал строительство ускорителя тяжелых ионов У-300, пуск которого состоялся в 1960 году. Создатель и научный руководитель Лаборатории ядерных реакций (1957–1990).
- **Петржак**, Константин Антонович (04.09.1907–10.10.1998) – советский физик, доктор физико-математических наук, профессор – один из основателей советской экспериментальной ядерной физики, участник советского атомного проекта. В 1940 году К.А. Петржаком в соавторстве с Г.Н. Флеровым было сделано фундаментальное открытие, принесшее

авторам мировую известность: обнаружено новое физическое явление – спонтанное деление ядер урана-235. Работы К.А. Петржака обогатили науку целым рядом выдающихся достижений, оказавших непосредственное влияние на развитие ядерной физики и практическое освоение внутриядерной энергии.

10. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

10.1. Прохождение заряженных частиц и γ -излучения через вещество. *Дозиметрия излучений. Краткая теория*

Ионизирующим излучением называется поток частиц или электромагнитных волн, взаимодействие которых с веществом приводит к ионизации атомов. Заряженные частицы ионизируют атомы среды непосредственно при столкновениях, если их кинетическая энергия достаточна для ионизации. При прохождении через среду потоков нейтральных частиц (нейтронов) или фотонов (квантов рентгеновского излучения и гамма-квантов) ионизация обусловлена вторичными заряженными частицами, возникающими в результате взаимодействия первичных частиц со средой. Процессы, возникающие при прохождении ионизирующего излучения в веществе, имеют важное практическое значение не только для ядерной физики, но и для других областей физики и техники. Так, регистрация самих ионизирующих излучений возможна только благодаря их взаимодействию с веществом.

Основной интерес представляет рассмотрение на микроскопическом уровне отдельных актов взаимодействия излучений различной природы с атомами, электронами и ядрами, а также при высоких энергиях с отдельными нуклонами вещества.

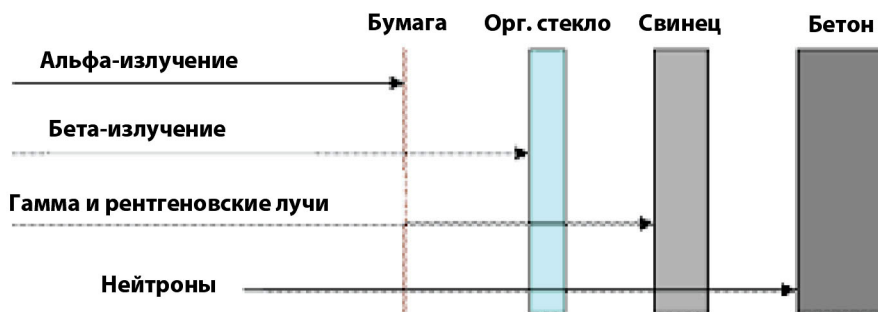


Рис. 77. Проникающая способность различных излучений

Несмотря на сложность процессов, связанных с прохождением ионизирующих излучений через вещество, они достаточно точно рассчитаны. Можно выделить два основных обстоятельства, позволяющих рассчитать процесс прохождения частиц через вещество с хорошей точностью:

1. Большинство процессов обусловлено электромагнитным взаимодействием, теория которого – квантовая электродинамика – наиболее хорошо разработана.

2. Энергия проходящих через вещество частиц и излучения достаточно велика, много больше, как правило, энергии связи электронов на электронных оболочках атомов, что позволяет рассматривать электроны в первом приближении как свободные.

Частицы, имеющие различные характеристики, по-разному взаимодействуют с веществом. Вследствие этого ионизирующие излучения разделяют на несколько групп, взаимодействие которых с веществом рассматривается по отдельности:

- взаимодействие заряженных частиц с веществом,
- взаимодействие гамма-квантов с веществом,
- взаимодействие нейтронов с веществом.

Заряженные частицы в свою очередь делятся на легкие и тяжелые. При изучении процессов взаимодействия важнейшую роль играют динамические характеристики, такие как вероятность и сечение процесса взаимодействия.

Наиболее вероятным процессом, происходящим при прохождении через вещество тяжелых заряженных частиц, является ионизационное торможение, в основе которого лежит кулоновское взаимодействие частиц с электронами атомов среды. В результате этого взаимодействия частицы постепенно растрачивают свою энергию на ионизацию и возбуждение атомов среды и затормаживаются, а среда, через которую они проходят, ионизируется.

Основной количественной характеристикой процесса ионизационного торможения являются удельные ионизационные потери энергии ($-dE/dx$) – потери энергии частицы на единицу пути. Существует несколько вариантов вывода формулы ($-dE/dx$). Мы рассмотрим формулу, которую впервые получил Г. Бете, но будем использовать при этом простое классическое рассмотрение.

Пусть быстрая заряженная частица с зарядом Ze и массой M взаимодействует с электроном. При этом будем считать, что скорость частицы много

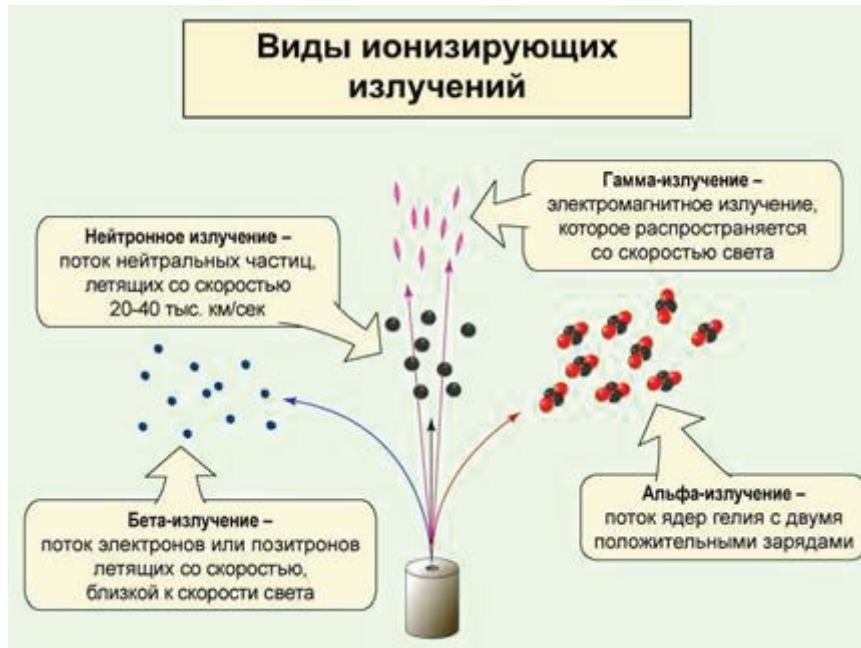


Рис. 78. Виды ионизирующих излучений

больше скорости электрона в атоме. Примем далее, что переданный импульс очень мал, так что заряженная частица практически не отклоняется от прямолинейной траектории. Для нахождения потерь энергии при соударении необходимо вычислить передачу импульса от поля налетающей частицы электрону. Запишем компоненты электрического поля налетающей частицы:

$$E_{\perp} = \frac{\pm ze\gamma b}{b^2 + \gamma^2 v^2 t^2}^{3/2}, \quad E_{\parallel} = \frac{\pm ze\gamma vt}{b^2 + \gamma^2 v^2 t^2}^{3/2}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (362)$$

где z – заряд налетающей частицы. Пусть при $t = 0$ частица находится в точке с координатой $x = 0$. Переданный импульс равен интегралу по времени от силы, действующей на электрон среды:

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} eE_{\perp} dt = \frac{\pm 2ze^2}{bv}. \quad (363)$$

Тогда энергия, переданная электрону среды, как функция прицельного параметра равна

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{2z^2 e^4}{mv^2} \frac{1}{b^2}, \quad (364)$$

где m – масса электрона. Пусть n – число атомов в единице объема, а Z – число электронов в атоме. Тогда число электронов в единице объема

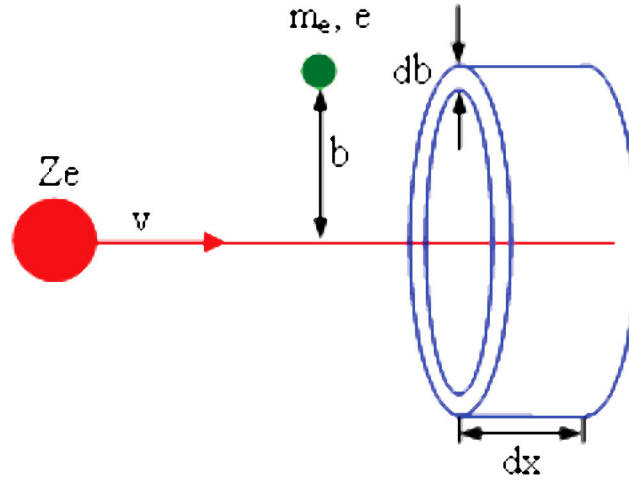


Рис. 79. Столкновение релятивистской заряженной частицы с электроном среды

равно $n_e = Zn$. В слое вещества толщиной dx с прицельными параметрами $b \div b + db$ имеем число электронов

$$dN = nZ2\pi bdb. \quad (365)$$

Для определения потерь энергии частицы на единицу длины пробега нужно умножить dN на переданную энергию электрону:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi nZ \int_0^\infty \Delta E(b)bdb. \quad (366)$$

Появление бесконечности означает, что мы вышли за пределы применимости тех приближений, которые использовали. Введем параметры обрезания интеграла b_{min}, b_{max} . Тогда получим:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi nZ \int_0^\infty \Delta E(b)bdb = \frac{4\pi nZz^2e^4}{mv^2} \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}. \quad (367)$$

Пределы интегрирования поставим из следующих соображений. Если прицельные параметры велики, то время взаимодействия частицы с электроном становится очень большим. Время взаимодействия (характерное время взаимодействия $\delta t \sim b/\gamma v$) не должно превышать время обращения электрона по орбите:

$$\Delta t = \frac{b}{\gamma v} \sim \frac{1}{\omega} \sim \frac{\hbar}{I}, \quad b_{max} = \frac{v\gamma\hbar}{I}, \quad (368)$$

где I – средняя энергия связи электрона в атоме (потенциал ионизации атома).

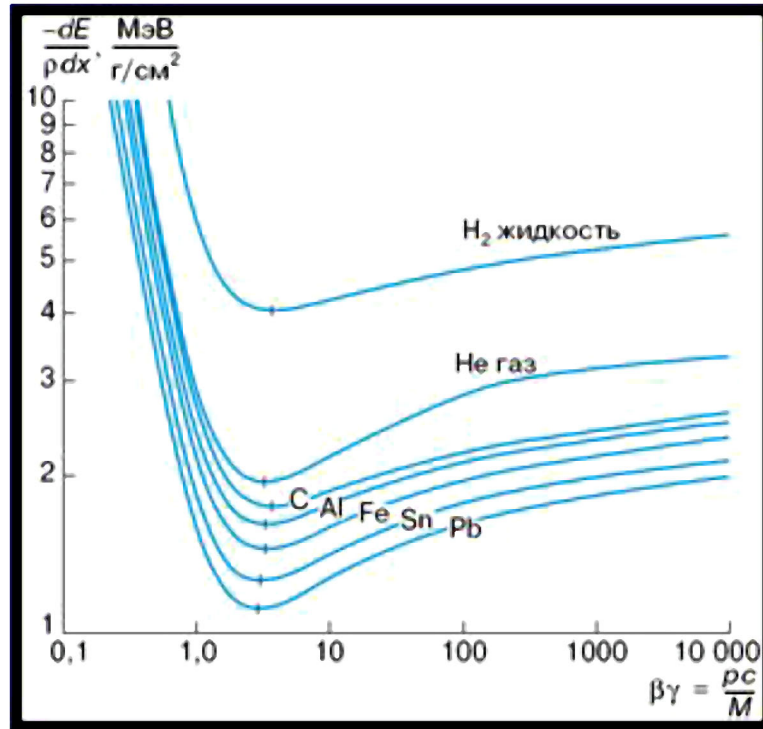


Рис. 80. Ионизационные потери энергии при прохождении протонов через вещество

При малых значениях прицельного параметра начинают сказываться квантовые эффекты. Де Бройлевские длины волн должны быть больше b . Длина волны налетающей частицы в лабораторной системе отсчета

$$\lambda_M = \frac{\hbar}{Mv\gamma}. \quad (369)$$

Длина волны электрона в системе покоя налетающей частицы

$$\lambda = \frac{\hbar}{mv\gamma}. \quad (370)$$

Поэтому имеем $\lambda_M \ll \lambda$, поэтому должно выполняться неравенство $\lambda \ll b$. Отсюда находим минимальный предел:

$$b_{min} \sim \frac{1}{mv\gamma}. \quad (371)$$

После подстановок пределов интегрирования получим окончательно формулу потерь энергии в виде:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi nZ \int_0^\infty \Delta E(b) b db = \frac{4\pi nZ z^2 e^4}{mv^2} \ln \frac{2mv^2 \gamma^2}{I}. \quad (372)$$

Эта формула, получившая название формулы Бете – Блоха, хорошо описывает ионизационные потери энергии тяжелых заряженных частиц. Рассмотрим качественно зависимость ионизационных потерь от скорости частицы:

$$-\frac{dE}{dx} \sim \frac{1}{v^2} \ln \frac{v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (373)$$

С ростом v кривая потерь сначала быстро падает за счет первого множителя, а затем растет за счет второго множителя. Эта зависимость показана на рис. 80.

Более строгий вывод с учетом квантовых, оболочечных и релятивистских эффектов приводит к более общему виду формулы удельных ионизационных потерь энергии

$$S_{\text{ион}} \left(-\frac{dE}{dx} \right) = 2\pi nZ \int_0^\infty \Delta E(b) b db = \frac{4\pi nZ z^2 e^4}{mv^2} \left[\ln \frac{2mv^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \delta - U \right], \quad (374)$$

где $\beta = v/c$, δ и U – параметры, учитывающие соответственно релятивистский эффект поляризации среды и энергию связи электронов на оболочках К, L, M и т.д., I – средняя энергия ионизации атома: $I \approx 13,5 \cdot Z$ эВ. Эти параметры получают из экспериментов.

Основные закономерности при торможении тяжелых заряженных частиц в веществе состоят в следующем:

1. Ионизационные потери пропорциональны квадрату заряда частицы z^2 .
2. Ионизационные потери пропорциональны плотности электронов в веществе nZ .
3. Для широкого диапазона энергий логарифм меняется слабо, поэтому ионизационные потери энергии убывают пропорционально v^{-2} .
4. Ионизационные потери энергии пропорциональны плотности вещества.
5. Ионизационные потери энергии не зависят от массы налетающей частицы.

После подстановки известных постоянных величин, пренебрегая параметрами δ , U , формулу (374) можно представить в виде, удобном для оценочных расчетов:

$$S_{\text{ион}} \left(-\frac{dE}{dx} \right) = 3,05 \cdot 10^5 \frac{Z z^2 \rho}{A \beta^2} \left[11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right] \text{ МэВ/см}, \quad (375)$$

где A – массовое число ядер, ρ – плотность среды, размерность коэффициента $3,05 \cdot 10^5$ равна $\text{см}^2 \cdot \text{МэВ} \cdot \text{г}$.

Взаимодействие электронов с веществом отличается от взаимодействия тяжелых заряженных частиц. Вследствие равенства массы электронов пучка и орбитальных электронов в результате столкновения они сильно меняют направление своего движения и быстро теряют энергию. Основным механизмом передачи энергии веществу пучком электронов являются ионизационные потери. Для ионизационных потерь энергии электронов формула Бете – Блоха имеет несколько иной вид.

В нерелятивистском случае, когда энергия электронов $E_e < 25$ кэВ, формула потерь энергии имеет вид:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi e^4}{m_e v^2} N Z \left(\ln \frac{m_e v^2}{2I} - \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \right). \quad (376)$$

В релятивистском случае, когда энергия электронов $E_e \sim m_e c^2$ или энергия электронов выше 10 МэВ, формула потерь энергии имеет вид:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi e^4}{m_e v^2} N Z \left(\ln \frac{m_e v^2 E_e}{2I^2(1-\beta^2)^2} - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \right. \\ \left. + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 - \delta \right). \end{aligned} \quad (377)$$

Для вычислений эту формулу удобно представить в виде:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE}{dx}\right) = 1,5 \cdot 10^5 \frac{Z\rho}{A\beta^2} \left(7,25 + \ln \frac{\beta^2 E_e}{Z^2(1-\beta^2)^2} - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \right. \\ \left. + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 - \delta \right) \text{ эВ/см}. \end{aligned} \quad (378)$$

В случае электронов с ультрарелятивистской энергией $E_e \gg m_e c^2$ формула Бете – Блоха примет вид:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = \frac{2\pi e^4}{m_e v^2} N Z \left(\ln \frac{E_e^2}{2I\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{1}{8} \right). \quad (379)$$

После подстановки численных значений ряда параметров получим:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 4,6 \cdot 10^{-4} E_e \frac{Z^3 \rho}{A} (14,6 - \ln Z) \text{ эВ/см}. \quad (380)$$

Отметим, что при ультрарелятивистских энергиях ионизационные потери энергии электронов и протонов становятся сравнимыми по величине:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)^e / \left(-\frac{dE}{dx}\right)^p = 2. \quad (381)$$

При решении задач оказываются полезными следующие эмпирические формулы для среднего пробега в воздухе при нормальных условиях α -частицы и протона с кинетической энергией T , МэВ:

$$R_\alpha = 0,31 \cdot T^{3/2} \text{ см}, \quad (4 \text{ МэВ} < T < 7 \text{ МэВ}), \quad (382)$$

$$R_p(T) = R_\alpha(4T) - 0,2 \text{ см}, \quad (0,5 \text{ МэВ} < T), \quad (383)$$

где $R_\alpha(4T)$ – средний пробег в воздухе α -частицы с кинетической энергией $4T$. Средний пробег α -частицы в веществе с массовым числом A :

$$R'_\alpha = 0,56 \cdot A^{1/3} R_\alpha(\text{см}), \quad (384)$$

где $R_\alpha(\text{см})$ – пробег α -частицы с той же энергией в воздухе.

Наряду с ионизационными для электронов существенное значение имеют радиационные потери энергии. Причиной радиационных потерь энергии является испускание энергии ускоренно движущимися заряженными частицами. Они обратно пропорциональны квадрату массы. Поэтому для тяжелых частиц они невелики, но для электронов их вклад может достигать 100%.

Соотношение между радиационными и ионизационными потерями энергии электрона имеет вид:

$$\frac{(dE/dx)_{\text{рад}}}{(dE/dx)_{\text{ион}}} = \frac{TZ}{800}, \quad (385)$$

где T , МэВ – кинетическая энергия электрона, Z – порядковый номер атомов вещества. Радиационные потери энергии электрона при $T \gg mc^2$, МэВ/см:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = 2,32 \cdot 10^{-27} n \cdot T \cdot Z \ln \frac{183}{Z^{1/3}}, \quad (386)$$

где T – кинетическая энергия электрона в МэВ, n – концентрация электронов в веществе, Z – порядковый номер атомов вещества.

Если потери энергии электрона в основном радиационные, то кинетическая энергия электрона в веществе уменьшается по закону:

$$T = T_0 e^{-x/l_{\text{рад}}}, \quad (387)$$

где $l_{\text{рад}}$ – радиационная длина. Средний пробег, г/см² электрона с кинетической энергией T , МэВ в алюминии:

$$R = 0,407 \cdot T^{1,38}, \quad (0,15 \text{ МэВ} < T < 0,8 \text{ МэВ}), \quad (388)$$

$$R = 0,542 \cdot T - 0,133, \quad (0,8 \text{ МэВ} < T < 3 \text{ МэВ}). \quad (389)$$

Закон поглощения β -частиц:

$$J = J_0 e^{-\mu d}, \quad (390)$$

J – поток β -частиц, μ – линейный коэффициент поглощения.

Массовый коэффициент поглощения, см²/г:

$$\frac{\mu}{\rho} = 22 \cdot T_{\beta, \max}^{-4/3}, \quad (0,5 \text{ МэВ} < T_{\beta, \max} < 7 \text{ МэВ}). \quad (391)$$

Взаимодействие фотонов с веществом охватывает широкий спектр энергий фотонов. Мы рассмотрим фотоны, способные производить ионизацию атомов и молекул. К таким фотонам относятся рентгеновское и жесткое гамма-излучение. Известны несколько механизмов взаимодействия гамма-излучения с веществом: когерентное рассеяние, фотоэффект, комптоновское рассеяние (прямой и обратный комптон-эффект), рождение электрон-позитронных пар, ядерный фотоэффект. Фотоны могут взаимодействовать как с электронами атома, так и с ядрами. Вероятность взаимодействия с ядрами на два порядка меньше. Сечение полного фотопоглощения гамма-квантов атомами вещества складывается из сечений перечисленных процессов:

$$\sigma_{\text{полн}} = \sigma_{\text{фот}} + \sigma_{\text{комп}} + \sigma_{\text{пар}} + \sigma_{\text{ког}} + \sigma_{\text{фя}}. \quad (392)$$

Исследование зависимости каждого из сечений от энергии является важной теоретической задачей. На рис. 81 показано изменение коэффициента поглощения фотонов, который определяется сечениями реакций, от энергии фотона. Данные кривые ясно показывают, что роль разных физических процессов при взаимодействии фотона с веществом меняется в зависимости от энергии.

Упругое рассеяние фотонов может происходить на свободных и связанных электронах атома. В первом случае это томсоновское рассеяние на свободных электронах, во втором – некогерентное и когерентное рэлеевское рассеяние на связанных электронах. Томсоновским называют процесс рассеяния света отдельным электроном, который является упругим и когерентным процессом с не зависящим от частоты сечением взаимодействия.

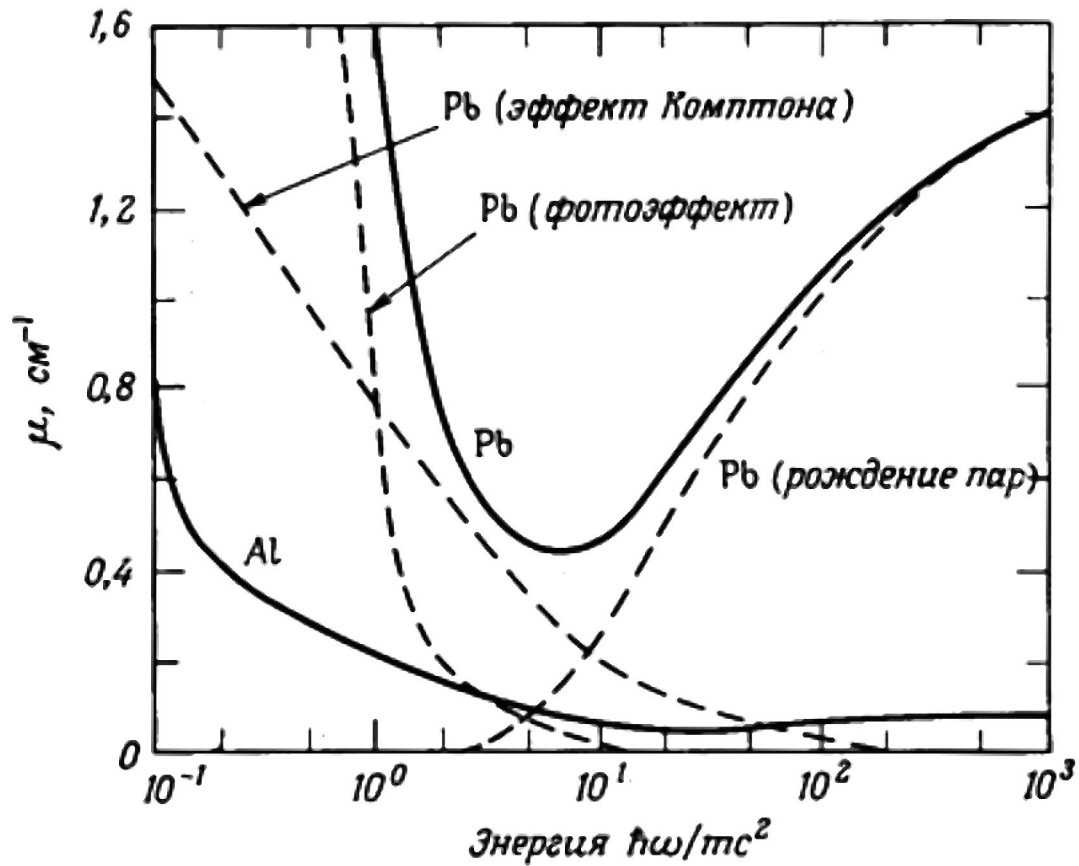


Рис. 81. Зависимость коэффициента ослабления фотонного пучка от энергии для разных физических процессов

Когерентное (томсоновское) рассеяние электромагнитного излучения происходит при неизменной частоте до и после взаимодействия и наличии устойчивой связи между фазой падающей и рассеянной волн. Дифференциальное и полное сечения рассеяния имеют вид (Дж. Дж. Томсон):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2}(1 + \cos^2 \theta), \quad \sigma_{\text{ког}} = \frac{8\pi}{3}r_e^2 = 0,66 \cdot 10^{-22} \text{ см}^2, \quad (393)$$

где $r_e = e^2/m_e c^2$ – классический радиус электрона. При когерентном рассеянии фотонов энергия не поглощается, а происходит лишь ее рассеяние из пучка.

Рэлеевское рассеяние – это когерентное рассеяние света на оптических неоднородностях (связанных электронах). При рэлеевском рассеянии частота света остается такой же, как и частота возбуждающего света. Сечение рэлеевского рассеяния зависит от частоты света: $\sigma_{\text{ког}} \sim \nu^4$. Этим сечением объясняется цвет неба, так как коротковолновая часть спектра рассеивается в атмосфере более эффективно.

Комптон-эффектом называется рассеяние фотонов на свободных электронах. Полное сечение комптоновского рассеяния имеет вид:

$$\sigma_{\text{комп}} = 2\pi r_e^2 \left[\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left(\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right) + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right]. \quad (394)$$

В предельном случае малых энергий фотона $\epsilon = E_\gamma/m_e c^2 \ll 1$ данное сечение переходит в томсоновское. С ростом энергии фотона сечение комптоновского рассеяния падает так, как показано на рис. 82.

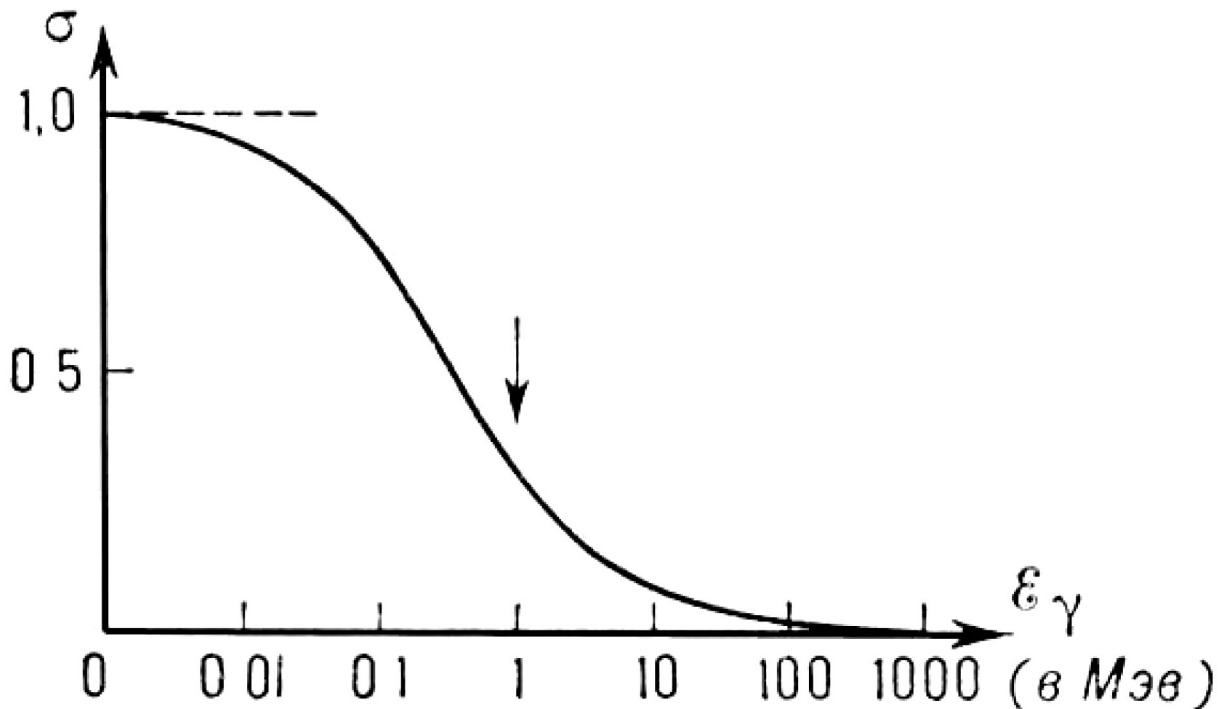


Рис. 82. График зависимости сечения комптоновского рассеяния от энергии фотона. Стрелкой указана энергия, при которой начинается рождение электрон-позитронных пар

Если электроны, на которых рассеивается электромагнитное излучение, являются релятивистскими (то есть движутся со скоростями, близкими к скорости света), то при упругом рассеянии длина волны излучения будет уменьшаться, то есть энергия (и импульс) фотонов будет увеличиваться за счет энергии (и импульса) электронов. Это явление называют обратным комптон-эффектом. Обратный комптон-эффект часто привлекают для объяснения механизма излучения космических рентгеновских источников, образования рентгеновской компоненты фонового галактического излучения. Формула для энергии фотона, рассеянного на движущемся

электроне, получается преобразованием из системы координат, связанной с электроном в лабораторную систему координат:

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1 - \beta \cos \theta_1}{1 - \beta \cos \theta_2 + (1 - \cos \theta) E_\gamma / E_e}, \quad (395)$$

где θ_1 – угол между направлением движения электрона и падающего на него гамма-кванта, θ_2 – угол между направлением движения электрона и рассеянным гамма-квантом, θ – угол между падающим и рассеянным гамма-квантами. При лобовом столкновении пучка электронов и лазерных фотонов $\theta_1 = \pi$, $\theta_2 = 0$, $\theta = \pi$ получим:

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1 + \beta}{1 - \beta + 2E_\gamma / E_e} = E_\gamma \frac{1 + \beta}{1 - \beta}. \quad (396)$$

Данная формула показывает, что энергия рассеянных фотонов будет возрастать от области энергий видимого света в рентгеновскую область.

Интенсивность моноэнергетического пучка гамма-квантов при прохождении тонкого слоя однородной среды толщиной x уменьшается по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu x), \quad (397)$$

где μ – линейный коэффициент ослабления пучка фотонов. Для описания изменения интенсивности вводится понятие среднего пробега фотонов:

$$r_{\text{сред}} = \int_0^\infty x e^{-\mu x} dx / \int_0^\infty e^{-\mu x} dx = \frac{1}{\mu}. \quad (398)$$

Полный линейный коэффициент поглощения определяется как сумма коэффициентов поглощения при разных физических процессах, перечисленных выше.

Ионизирующим излучением называется поток заряженных или нейтральных частиц, при взаимодействии которых с веществом образуются электрические заряды различных знаков. Характеристиками ионизирующего излучения является тип частиц, их энергия, направление распространения, интенсивность, энергетическое, пространственное и временное распределение. Излучение, состоящее из частиц одного вида, является однородным, из двух и более видов – смешанным.

Потоком Φ называется число частиц излучения, переносимых через единичную поверхность за некоторый промежуток времени. Плотностью потока частиц называется отношение $n = d\Phi/dt$. Плотность потока энергии

или интенсивность излучения I – это энергия, переносимая излучением в единицу времени через единицу площади: $I = Ed\Phi/dt = en$. Единицей измерения интенсивности служит Дж/(см² · с). Основной причиной радиационных эффектов в веществе является поглощение энергии облученным объектом. Ее мерой в дозиметрии считается поглощенная доза. Поглощенная доза D – это энергия излучения dE , поглощенная веществом, которая рассчитана на единицу массы dm облученного вещества:

$$D = \frac{dE}{dm} = \frac{1}{\rho S} \frac{dE}{dx}, \quad (399)$$

где ρ и S – плотность вещества и площадь, на которую падает энергия E .

В системе СИ поглощенная доза измеряется в греях. Поглощенная доза 1 Гр (грей) = 1 Дж/кг. Кроме единицы грей используется внесистемная единица дозы излучения рад. Внесистемная единица 1 рад (рад) соответствует поглощенной энергии 100 эрг на 1 г вещества. 1 рад = 10⁻² грей.

Кроме поглощенной дозы вводится понятие экспозиционной дозы и эквивалентной дозы. Экспозиционная доза представляет собой характеристику излучения фотонов. Она равна количеству зарядов одного знака, образующихся при облучении единицы массы воздуха:

$$D_{\text{экс}} = \frac{dQ}{dm}. \quad (400)$$

Экспозиционная доза фотонного излучения в системе СИ – 1 Кл/кг соответствует образованию полного заряда 1 Кл одного знака в 1 кг воздуха. 1 Кл/кг эквивалентен поглощенной энергии 34 Дж на 1 кг воздуха. Используется также внесистемная единица измерения экспозиционной дозы рентген. Внесистемная единица 1 Р (рентген) соответствует образованию в 1 см³ воздуха при нормальных условиях 1 СГСЭ заряда каждого знака, то есть 2,08 · 10⁹ пар ионов. 1 Р эквивалентен поглощенной энергии 0,113 эрг в 1 см³ воздуха при нормальных условиях: 1 Р = 2,58 · 10⁻⁴ Кл/кг. Эта единица используется при измерении экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучения.

Для измерения дозы других ионизирующих частиц используется единица фэр (физический эквивалент рентгена). Внесистемная единица 1 фэр – доза любого ионизирующего излучения, при котором энергия, поглощенная в 1 г облучаемого вещества, равна потере энергии на ионизацию, создаваемую в 1 г воздуха дозой в 1 Р гамма-излучения:

$$1 \text{ фэр} = 1,61 \cdot 10^{12} \text{ пар/г} = 5,3 \cdot 10^7 \text{ МэВ}. \quad (401)$$

По смыслу физический эквивалент рентгена означает, что других частиц может пройти через вещество больше или меньше, чем фотонов, но образовавшийся заряд будет таким же, как для количества фотонов, создающих экспозиционную дозу 1 Р.

Различные виды излучения вызывают разный биологический эффект при прочих равных условиях. Для оценки биологического действия излучения вводится понятие биологической эквивалентной дозы излучения ($D_{\text{экв}}$). Для оценки биологического действия ионизирующего излучения вводится величина, называемая относительной биологической эффективностью (ОБЭ) и определяемая как отношение поглощенной дозы эталонного излучения к дозе данного излучения, вызывающей такой же биологический эффект, что и эталонное излучение. За эталонное, как правило, принимают рентгеновское излучение с энергией 200 кэВ. Необходимость введения ОБЭ вызвана разницей в поражающем действии одних и тех же доз разных излучений. Облучение вещества ионами углерода, передающих веществу дозу 1 грей, вызовет больший биологический эффект, чем применение протонов, передающих такую же дозу. Биологический эффект от тяжелых заряженных частиц будет больше, чем при поглощении веществом такой же дозы фотонов.

Для описания радиационных процессов в биологических тканях биологическая и эквивалентная дозы описываются следующими выражениями:

$$B = \text{ОБЭ} \cdot D, \quad D_{\text{экв}} = K_{\text{кач}} \cdot D. \quad (402)$$

Коэффициенты качества различных видов излучения показаны на рис. 83.

Коэф. качества различных ионизирующих излучений	
Рентгеновское и γ-излучение	1
Электроны и позитроны	1
Протоны с энергией <10 МэВ	10
Нейтроны с энергией <20 кэВ	3
Нейтроны с энергией 0,1—10 МэВ	10
α-частицы с энергией <10 МэВ	20
Тяжелые ядра отдачи	20

Рис. 83. Коэффициенты качества различных видов излучения

Для смешанного излучения эквивалентная доза равна

$$D_{\text{экв}} = \sum_i K_{\text{кач},i} D_i, \quad (403)$$

где $K_{\text{кач},i}$ – коэффициент качества i излучения, поглощенная доза которого равна D_i . В системе СИ установлена единица измерения эквивалентной дозы излучения зиверт (Зв). Эквивалентная доза 1 Зв (зиверт) соответствует поглощенной тканью дозе излучения, биологически эквивалентной дозе 1 Гр фотонного излучения. Применяют также внесистемную единицу эквивалентной дозы – бэр (биологический эквивалент рентгена). Внесистемная единица 1 бэр (бэр) соответствует поглощенной биологической тканью дозе, биологически эквивалентной дозе 1 рад фотонного излучения: $1 \text{ бэр} = 10^{-2} \text{ Зв}$.

Единица активности радионуклида – 1 Бк (беккерель), соответствует одному распаду в секунду: $1 \text{ Бк} = 1 \text{ расп/с}$. 1 Ки (кюри) = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

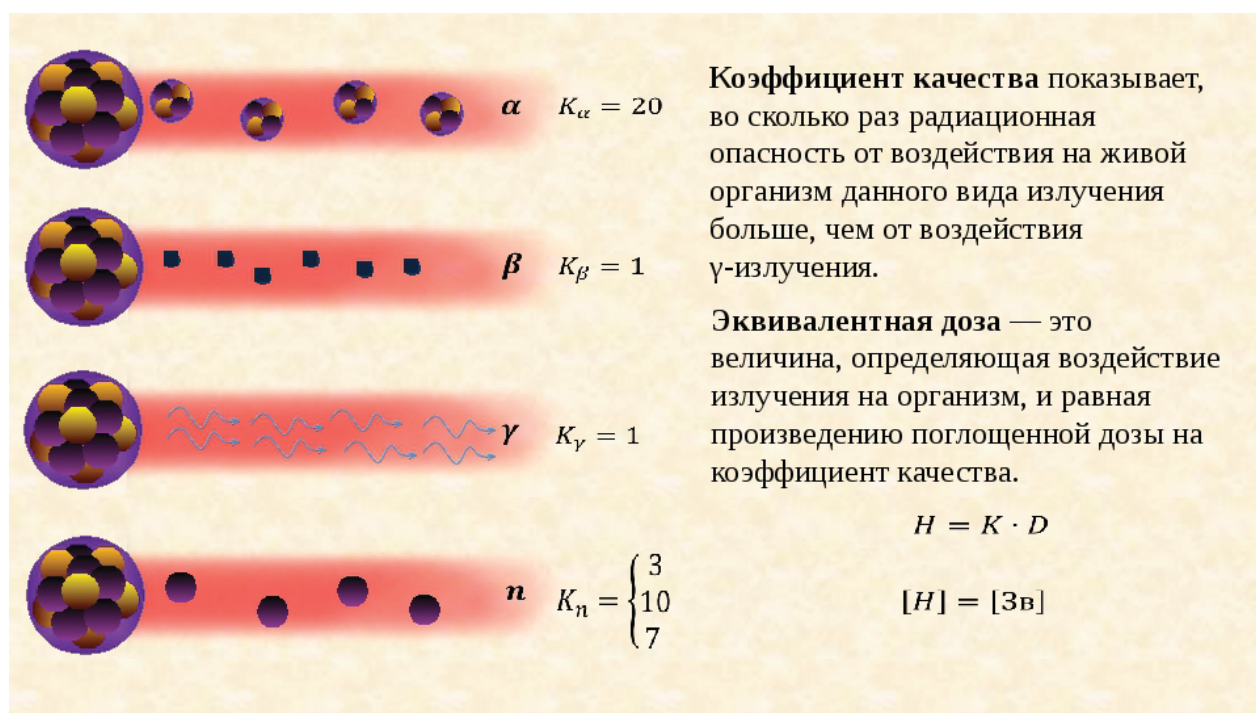


Рис. 84. Сравнение коэффициентов качества различных видов излучения

10.2. Примеры решения задач

Задача 1. Найти отношение ионизационных потерь энергии альфа-частицы и протона с кинетической энергией 5 МэВ в неоне; альфа-частицы с кинетической энергией в 10 МэВ в меди и алюминии.

Решение

В случае неона средняя энергия ионизации равна $I = 13,5 \cdot 10 = 135$ эВ.

Ионизационные потери энергии альфа-частицы и протона в нерелятивистском приближении определяются следующим выражением:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi e^4 n z^2}{m_e v^2} \ln \frac{2m_e v^2}{I}. \quad (404)$$

Используя эту формулу, рассмотрим отношение ионизационных потерь энергии альфа-частицы и протона:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha : \left(\frac{dE}{dx}\right)_p = 4 \frac{v_p^2 \ln(2m_e v_\alpha^2/I)}{v_\alpha^2 \ln(2m_e v_p^2/I)} = \frac{m_\alpha \ln(4m_e T/(m_\alpha I))}{m_p \ln(4m_e T/(m_p I))}. \quad (405)$$

Подставляя сюда кинетическую энергию частиц $T = 5$ МэВ и среднюю энергию ионизации, получим:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_\alpha : \left(\frac{dE}{dx}\right)_p \approx 11. \quad (406)$$

Средняя энергия ионизации в меди и алюминии равна соответственно 392 эВ и 176 эВ. Отношение числа атомов меди к числу атомов алюминия в единице объема можно выразить через отношение плотностей:

$$\frac{N_{Cu}}{N_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \frac{M_{Al}}{M_{Cu}} \approx 1,4. \quad (407)$$

Это отношение позволяет найти отношение концентраций электронов в меди и алюминии:

$$\frac{n_{Cu}}{n_{Al}} = \frac{29}{13} 1,4 \approx 3,15. \quad (408)$$

Тогда отношение ионизационных потерь энергии α -частицы в меди и алюминии определяется следующим образом:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Cu} : \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Al} = \frac{n_{Cu} \ln(4m_e T/(m_\alpha I_{Cu}))}{n_{Al} \ln(4m_e T/(m_\alpha I_{Al}))} = 2,4. \quad (409)$$

Задача 2. Вычислить радиационные потери энергии электрона с кинетической энергией 20 МэВ на единицу пути в алюминии. Во сколько раз радиационные потери энергии электрона в свинце больше, чем в алюминии?

Решение

Радиационные потери энергии электрона в алюминии определяются следующим выражением:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = 2,32 \cdot 10^{-27} n \cdot T \cdot Z \ln \frac{183}{Z^{1/3}}, \quad (410)$$

где T – кинетическая энергия электрона в МэВ, n – концентрация электронов в веществе, Z – порядковый номер атомов вещества. Найдем концентрацию электронов в алюминии:

$$n_{Al} = 13 \frac{N_{Al}}{V} = 13 \frac{\rho_{Al}}{M_{Al}} = 13 \frac{2,7 \cdot c^2}{27 \cdot 939 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} = 7,78 \cdot 10^{23} \frac{\text{эл}}{\text{см}^3}. \quad (411)$$

Подставляя численные значения параметров в dE/dx , получим:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} \approx 2 \text{ МэВ/см}. \quad (412)$$

Отношение радиационных потерь в свинце и алюминии определяется, как это следует из расчетной формулы, отношением концентраций электронов и порядковыми номерами атомов:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}, Pb} : \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}, Al} &= \frac{n_{Pb} Z_{Pb} \ln(183 \cdot Z_{Pb}^{-1/3})}{n_{Al} Z_{Al} \ln(183 \cdot Z_{Al}^{-1/3})} = \\ &= \frac{\rho_{Pb} Z_{Pb}^2 A_{Al} \ln(183 \cdot Z_{Pb}^{-1/3})}{\rho_{Al} Z_{Al}^2 A_{Pb} \ln(183 \cdot Z_{Al}^{-1/3})} \approx 20. \end{aligned} \quad (413)$$

Задача 3. Какому числу пар ионов в 1 м³ и какой поглощенной энергии в Дж/кг, МэВ/кг, МэВ/м³ соответствует доза в 1 Р?

Решение

В соответствии с определением 1 Р имеем:

$$1 \text{ Р} = \frac{1 \text{ Q}_{\text{сгсэ}}}{1 \text{ см}^3} = \frac{3,34 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}}{10^{-6} \text{ м}^3} = 3,34 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/м}^3. \quad (414)$$

Разделив полученное значение на плотность воздуха при нормальных условиях $\rho_{\text{возд}} = 1,293 \text{ кг/м}^3$, получим эквивалент рентгена в Кл/кг: $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$. Зная величину элементарного заряда $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, получим, что число пар ионов, соответствующих 1 Р, равно:

$$N = \frac{3,34 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 2,08 \cdot 10^{15}. \quad (415)$$

Средняя энергия, затрачиваемая на образование 1 пары ионов в воздухе, равна примерно 34 эВ. Тогда поглощенная доза, соответствующая экспозиционной дозе в 1 Р, равна

$$1 \text{ Р} = 2,08 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3} 34 \text{ эВ} = 7,1 \cdot 10^{10} \text{ МэВ/м}^3 = 5,47 \cdot 10^{10} \text{ МэВ/кг}. \quad (416)$$

10.3. Задачи для самостоятельного решения

1. Оценить кинетическую энергию электронов, при которой радиационные и ионизационные потери энергии одинаковы: в азоте (при нормальных условиях), алюминии и свинце.
2. Найти зависимость радиационной длины $l_{\text{рад}}$ электрона от порядкового номера вещества Z . Вычислить $l_{\text{рад}}$ электрона в азоте (при нормальных условиях), алюминии, свинце.
3. Оценить первоначальную энергию электронов, если после прохождения свинцовой пластинки толщиной 5 мм энергия электронов в среднем составляет 42 МэВ.
4. Заряженная частица, равномерно движущаяся в среде с показателем преломления n , излучает свет, если ее скорость v превышает фазовую скорость света в среде c' (эффект Вавилова – Черенкова). Показать с помощью законов сохранения энергии и импульса, что угол, под которым происходит испускание света, определяется выражением $\cos \theta = c'/v$. Иметь в виду, что импульс фотона в среде равен $\hbar\omega/c'$.

5. Вычислить пороговую кинетическую энергию электрона и протона, при которой возникает излучение Вавилова – Черенкова в среде с показателем $n = 1,60$. Для каких частиц пороговая кинетическая энергия в этой среде равна 29,6 МэВ?
6. Степени ослабления узких пучков рентгеновского излучения с энергиями 200 и 400 кэВ при прохождении свинцовой пластинки отличаются друг от друга в 4 раза. Найти толщину пластинки и степень ослабления пучка с энергией 200 кэВ.
7. Для длинноволнового рентгеновского излучения дифференциальное сечение рассеяния фотона на свободном электроны определяется формулой:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2}(1 + \cos^2 \theta), \quad (417)$$

где r_e – классический радиус электрона, θ – угол рассеяния фотонов. Найти с помощью этой формулы: полное сечение рассеяния, относительное число фотонов, рассеянных под углами $\theta < 60^\circ$; относительное число электронов отдачи, вылетающих в интервале углов от 45 до 90 градусов.

8. Вычислить массовый и линейный коэффициенты рассеяния низкоэнергетического рентгеновского излучения для неона и кислорода при нормальных условиях. Иметь в виду, что атомный коэффициент рассеяния определяется формулой Томсона, см²/атом:

$$\sigma_a = \frac{8\pi Ze^4}{3m^2c^4}. \quad (418)$$

9. В ионизационной камере, помещенной в однородное поле γ -излучения, ток насыщения $I = 0,32$ мкА. Камера имеет объем $V = 5$ л и заполнена воздухом под давлением $P = 250$ кПа. Температура $T = 300$ К. Найти мощность экспозиционной дозы γ -излучения.
10. На некотором расстоянии от радиоактивного γ -источника, период полураспада которого $T = 26$ ч, мощность экспозиционной дозы в начальный момент составляет $P_0 = 72$ нКл/(кг · с) или 1 Р/с. Найти
 - а) экспозиционную дозу в мкКл/кг за время $\tau = 6,0$ ч.
 - б) время, за которое поглощенная доза в воздухе $D = 150$ мГр (15 рад).

11. Точечный радиоактивный источник активностью $0,67 \cdot 10^9$ Бк испускает на каждый акт распада два гамма-кванта энергией 0,8 и 1,0 МэВ. Пренебрегая поглощением в воздухе, найти расстояние от этого источника, на котором мощность экспозиционной дозы равна предельно допустимой для 36-часовой рабочей недели.

10.4. Биографическое примечание

- **Бете**, Ганс Альбрехт (2.07.1906–6.03.2005), выдающийся американский физик, лауреат Нобелевской премии по физике (1967). Основные работы посвящены ядерной физике и астрофизике. Открыл протон-протонный цикл термоядерных реакций (1938). Предложил шестиступенчатый углеродно-азотный цикл, позволяющий объяснить процесс протекания термоядерных реакций в массивных звездах (1938). Получил формулу для определения потерь энергии заряженной частицей, движущейся в веществе (1934). В 1947 году Бете объяснил лэмбовский сдвиг, введя в квантовую теорию радиационные поправки и положив начало теории перенормировок. В теории элементарных частиц широко применяется уравнение Бете – Солпитера, описывающее систему двух взаимодействующих частиц (1951).

11. ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЯМ

Семинар 1

1. 10,56 МэВ.
2. 7,16 МэВ.
3. Для доказательства записать работу, которая необходима для перемещения точечного заряда из бесконечности в точку r на поверхности ядра.
4. $\Delta E_{\text{св.}} = 6,36 \text{ МэВ}$, $\Delta U_{\text{кул.}} = 6,34 \text{ МэВ}$.
5. 2, 2, 1.
6. а) 341,8; 904,5 МэВ. б) 8,65; 7,81 МэВ.
7. Воспользоваться результатами разобранной задачи 1.
8. $\frac{7}{2}$.
9. $I = \frac{9}{2}$. Указанная линия расщепляется на шесть компонент.
10. Воспользоваться результатами разобранной задачи 1.
11. Воспользоваться разобранной задачей 3.
12. $1,2 \cdot 10^{-12}$ см.
13. 4,5 фм.
14. 16.
15. 2, $\frac{5}{2}$.
16. $g_s = \frac{2\pi\hbar\nu_0}{\mu_{\text{я}}B} = 0,34$, $\mu = g_s I \mu_{\text{я}} = 0,85 \mu_{\text{я}}$.

Семинар 2

1. $1S_{1/2}^4, 1P_{3/2}^3; 1S_{1/2}^4, 1P_{3/2}^8, 1P_{1/2}^1; 1S_{1/2}^4, 1P_{3/2}^8, 1P_{1/2}^4, 1D_{5/2}^9$.
2. $J^P = \frac{1}{2}^-$.

3. $\frac{5}{2}^+, \quad \frac{1}{2}^+, \quad \frac{3}{2}^+.$
4. Для доказательства возвести в квадрат магнитный момент нуклона в условии задачи.
5. Для доказательства использовать теорему сложения спинового и орбитального моментов.
6. $\frac{1}{2}^+; 2, 79; \quad \frac{3}{2}^-; 3, 79; \quad \frac{5}{2}^+; -1, 91.$
7. $\hbar\omega \approx 41A^{-1/3}$ (МэВ).
8. $\frac{1}{2}^+, \quad \frac{1}{2}^-.$
9. $\frac{1}{2}^+; -1, 91; \quad \frac{1}{2}^-; 0, 64; \quad \frac{1}{2}^+; -1, 91.$
10. Для решения использовать разобранный в семинаре задачу 1.
11. $\mu_n : -1, 91; 0, 64; -1, 91; \quad \mu_p : 2, 79; -0, 26; 3, 79.$
- 12.

$$\frac{\mu}{J} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_1}{j_1} + \frac{\mu_2}{j_2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_1}{j_1} - \frac{\mu_2}{j_2} \right) \frac{(j_1 - j_2)(j_1 + j_2 + 1)}{j(j + 1)}. \quad (419)$$

Семинар 3

1. $p(t) = 1 - \exp(-\lambda t).$
2. $9 \cdot 10^{-7}.$
3. 4 100 лет.
4. $4, 5 \cdot 10^9$ года.
- 5.

$$N_3(t) = N_{10}\lambda_1\lambda_2\left(\frac{\exp(-\lambda_1 t)}{\Delta\lambda_{12}\Delta\lambda_{13}} + \frac{\exp(-\lambda_2 t)}{\Delta\lambda_{21}\Delta\lambda_{23}} + \frac{\exp(-\lambda_3 t)}{\Delta\lambda_{31}\Delta\lambda_{32}}\right),$$

где $\Delta\lambda_{ik} = \lambda_i - \lambda_k.$

6. а) $4, 1 \cdot 10^{13};$ б) $2, 0 \cdot 10^{13}.$
7. Около 0,3 кг.
8. Использовать закон радиоактивного распада.

9. 4 Кюри.

10.

$$\frac{A_{2max}}{A_{10}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\exp(-\lambda_1 t_m) - \exp(-\lambda_2 t_m)) = 0,7,$$

где $t_m = \ln(\lambda_1/\lambda_2)/(\lambda_1 - \lambda_2)$.

11. а)

$$\frac{N_3}{N_{10}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{1 - e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{1 - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right] = 0,7.$$

б)

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = 0,55,$$

т.е. активность уменьшится в 1,8 раза.

12. $V = (A/a)\exp(-\lambda t) = 6$ л.

13. а) 40 суток; б) $M = mq(\exp(-\lambda t) + \lambda t - 1)/\lambda = 1,0$ мкг,
 $m \approx \mu/N_A$, где μ – молярная масса, N_A – число Авогадро.

14.

$$N_1(t) = \frac{q}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}),$$

$$N_2(t) = \frac{q}{\lambda_2} \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \right),$$

$$N_3(t) = q \left(t + \frac{\lambda_2(1 - e^{-\lambda_1 t})}{\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1(1 - e^{-\lambda_2 t})}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} \right).$$

15. Использовать закон Гейгера – Нетолла:

$$\ln T_{1/2} \approx A + \frac{B}{\sqrt{T_\alpha}}. \quad (420)$$

Семинар 4

1. а) $Q = N_0 T (1 + m_\alpha/M) (1 - \exp(-\lambda t)) = 1,6 \cdot 10^4$ кДж, где N_0 – первоначальное число ядер препарата, M – масса дочернего ядра.

б) 0,8 мКюри.

2. б) 3,4 : 1.

3. $\lambda = 1/\tau(1 + N_\gamma/N_\alpha) = 2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, N_γ – число α – частиц основной группы (число переходов из возбужденного состояния в основное), N_α – число длиннопробежных α -частиц.
4. 0,78 МэВ.
5. а) нет; б) да; с) да.
6. $p = \sqrt{Q(Q + 2m_e c^2)}/c = 0,94 \text{ МэВ}/c$; $Q = (M_1 - M_2)c^2$ – энергия распада, M_1 и M_2 – массы материнского и дочернего атомов соответственно.
7. Энергия уровней: 0; 0,84; 2,65; 2,98 МэВ.
8. 0,32 МэВ.
9. 5,40 и 0,82 МэВ.
10. Энергии уровней: 0; 0,726; 1,673; 1,797 МэВ.
11.

$$\frac{U_{\text{цб}}}{U_{\text{кул}}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{4(Z-2)e^2 m_\alpha R} = 1,6 \cdot 10^{-2},$$

R – радиус ядра.
12. $\Gamma_\gamma = \hbar \lambda_\alpha N_\gamma/N_\alpha = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}$.
13. $Q = (M_m - M_d)c^2$ при β^- -распаде и К-захвате,
 $Q = (M_m - M_d - 2m_e)c^2$ при позитронном распаде.
14. а) 6,0189; б) 21,99444 а.е.м.
15. а) 0,97 МэВ и 94 эВ; б) 0,32 и 0,65 МэВ.
16. $T = Q^2/2Mc^2 = 9,5 \text{ эВ}$; Q – энергия, освобождающаяся в этом процессе; M – масса атома; $v = 7,0 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

Семинар 5

1. 0,41 и 1,25 км/с.
2. 279 кэВ.

3. $\Delta E_\gamma/E_\gamma = E/2Mc^2 = 3,6 \cdot 10^{-7}$; M – масса ядра.
4. $v = \hbar\omega/Mc = 0,22$ км/с; M – масса ядра.
5. 566 и 161 кэВ.
6. б) $\Delta T = Mgl/3k = 0,9^\circ K$.
7. Воспользоваться законом сохранения энергии.
8. 145 кэВ.
9. Нет, точнее вероятность ничтожно мала, так как уменьшение энергии γ -кванта при отдаче значительно больше ширины уровня Γ .
10. Воспользоваться формулой для энергии отдачи ядра.
11. $h(Fe) \geq 2,8$ км; $h(Zn) \geq 4,6$ м.
12. $\Gamma = 2\hbar\omega v/c = 10^{-5}$ эВ; $\tau = 0,6 \cdot 10^{-10}$ с.
13. Использовать закон сохранения энергии-импульса.
14. $T = \alpha^2 m_e c^2 / (1 + \alpha) = 0,6$ эВ, где $\alpha = 2m_e/m_p$.

Семинар 6

1. $T'_d \approx T_d/3 = 0,1$ МэВ, $\sin(\theta_{max}) = m_p/m_d = 30^\circ$.
2. $T_n \approx 8/9(E_\gamma - |Q|)$, если $p_n \approx 0$.
3. $\sigma = w/nd = 0,05$ барн, n – концентрация ядер.
4. $P = \frac{2J+1}{(2S+1)(2I+1)} = \frac{2}{3}$.
5. $\Gamma \approx 2T_o/\sqrt{15/\sqrt{2}-1} = 0,115$ эВ.
6. $T'_\alpha = \frac{4M_\alpha M_A}{(M_\alpha + M_A)^2} T_\alpha \cos^2(\theta) = 0,7$ МэВ.
7. $\frac{\Delta T_\alpha}{T_\alpha} = \frac{4M_\alpha M_A}{(M_\alpha + M_A)^2} T_\alpha \sin^2(\frac{\theta^*}{2}) = 0,19$ МэВ.

8. Использовать закон сохранения энергии-импульса.
9. $T_{min} = \frac{11}{7} \frac{q_\alpha q_{Li}}{R} \approx 2,8 \text{ МэВ}$, где $R = R_\alpha + R_{Li}$.
 $T_{пор} = 4,4 \text{ МэВ} > T_{min}$ – реакция не возбуждается.
10. $\sigma = N/2n_o l \Phi t = 1,8 \text{ бн}$, где n_o – число Лошмидта.
11. $\sigma_{nn} = \sigma_a \Gamma_n / \Gamma$, $\sigma_{n\gamma} = \sigma_a \Gamma_\gamma / \Gamma$.

Семинар 7

1. Использовать законы сохранения в реакциях элементарных частиц.
2. Использовать законы сохранения в реакциях сильного взаимодействия элементарных частиц.
3. Использовать данные о кварковом составе частиц.
4. Масса резонанса $M = 1,38 \text{ ГэВ}$, энергия распада $Q = 123 \text{ МэВ}$.
5. $\cos(\psi) = \frac{E_1(E_a - E_1) - (m_a^2 - m_1^2 - m_2^2)/2}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{(E_a - E_1)^2 - m_2^2}}$.
6. Использовать законы сохранения, перечисленные в приложении.
7. Использовать данные о кварковом составе частиц и законы сохранения.
8. Использовать закон сохранения энергии при аннигиляции частиц.
9. Использовать данные о кварковом составе частиц.
10. Использовать приложения.
11. 1, 2, 3, 5, 6, 8.
12. уменьшится а) с 320 МэВ до 260 МэВ, б) с 1,43 ГэВ до 1,05 ГэВ.
13. $E_\gamma^{min} = \frac{1}{2}(E - p)$, $E_\gamma^{max} = \frac{1}{2}(E + p)$, $m^2 = 4E_\gamma^{max} E_\gamma^{min}$.

Семинар 8

1. Использовать закон сохранения момента импульса.
2. Распад $\omega \rightarrow \pi\pi$ – запрещен, $f^o \rightarrow \pi\pi$ – разрешен.
3. $P_\pi = -1$.
4. $H_{int} = -(\mathbf{E}\mathbf{d})$, $H_{int} \xrightarrow{\hat{P}} -H_{int}$.
5. $\mathbf{A}(\mathbf{r}) \xrightarrow{\hat{\mathbf{P}}} \mathbf{A}(-\mathbf{r}) = -\mathbf{A}(\mathbf{r})$.
6. $l = L + 1$.
7. $C_{q\bar{q}} = C_{p\bar{p}} = (-1)^{l+1}$. Распад разрешен в состояния с $l = 1, 3, \dots$
8. Использовать законы сохранения момента импульса и четности.
9. а) $P_\rho = +1$, $S_\rho = 1, 3, 5, \dots$; б) $\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^o$, $\rho^o \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $\rho^- \rightarrow \pi^- + \pi^o$, распад $\rho^o \rightarrow 2\pi^o$ – запрещен.

Семинар 9

1. $3, 13 \cdot 10^{10}$ делений/сек; 100 000 кВт.
2. $\frac{\Delta M}{M} = \frac{EA_U m_n}{E_0 M n_0} \approx 0,63$, где $A_U = 235$.
3. $t = \frac{T_1 T_2}{(T_1 - T_2) \ln 2} \ln \left(\frac{N_{10} N_2}{N_{20} N_1} \right) \approx 1,7 \cdot 10^9$ года, где $T_1 = 4,5 \cdot 10^9$ года, $T_2 = 0,7 \cdot 10^9$ года – периоды полураспада ^{238}U и ^{235}U .
4. $2,4 \cdot 10^9$ кДж/моль.
5. Отношение числа нейтронов некоторого поколения к числу нейтронов предыдущего поколения. $N = 10^3 k^{i-1} = 1,3 \cdot 10^5$, где i – число поколений.
6. $t = 0,3$ мс; при $k = 1,01$ время $t = 0,03$ мс.
7. Вычислить коэффициент размножения нейтронов.
8. а) $f = \frac{\eta\sigma_1 + (1-\eta)\sigma_2}{\eta\sigma_1 + (1-\eta)\sigma_2 + z\sigma_3} = 0,8$, где η – доля ядер урана 235 в уране, $\sigma_{1,2,3}$ – сечения поглощения урана 235, 238 и углерода соответственно.
б) 4,8%.

9. 0,74.
10. $k = \epsilon p f \eta = 1 \cdot 0,744 \cdot 0,835 \cdot 1,335 = 0,83$.
11. 9,5%.

Семинар 10

1. 114, 62 и 9,8 МэВ.
2. $l_{\text{рад}} = 4,31 \cdot 10^{26} / nZ \ln(183/Z^{1/3})$, соответственно 360 м, 9,8 и 0,52 см.
3. $T_0 = 0,11$ ГэВ.
4. $\cos \theta = (c'/v)[1 + \hbar\omega(n^2 - 1)/2E] \approx c'/v$, E – полная энергия частицы.
5. $T_{\text{пор}} = \left(\frac{n}{n^2-1} - 1\right) mc^2$. Соответственно 0,14 МэВ, 0,26 ГэВ. Для мюонов.
6. 1,7 мм: в 6 раз.
7. а) $\sigma = \frac{8}{3}\pi r_e^2$, б) 0,3, в) $\eta_e = 1/2$.
8. $\sigma/\rho = 0,4Z/A$ см²/г, для обоих случаев $\sigma/\rho \approx 0,20$ см²/г. Линейные коэффициенты рассеяния равны соответственно $1,8 \cdot 10^{-4}$ и $2,9 \cdot 10^{-4}$ см⁻¹.
9. $P_{\text{экс}} = \frac{IRT}{Mp} = 22$ мКл/(кг · с), или 85 мР/с, где R – универсальная газовая постоянная, M – молярная масса воздуха (29 г/моль).
10. $D_{\text{экс}} = [1 - e^{-\lambda\tau}] \frac{P_0}{\lambda} = 0,33$ мКл/кг (1,28 Р).
11. 2,5 м.

12. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сивухин, Д. В. Атомная и ядерная физика / Д. В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2006. – 782 с.
2. Борн, М. Атомная физика / М. Борн. – Москва: Мир, 1970. – 484 с.
3. Ципенюк, Ю. М. Квантовая микро- и макрофизика / Ю. М. Ципенюк. – Москва: Физматкнига, 2006. – 638 с.
4. Фрауэнфельдер, Г. Субатомная физика / Г. Фрауэнфельдер, Э. Хенли. – Москва: Мир, 1979. – 736 с.
5. Валантен, Л. Субатомная физика / Л. Валантен. – Москва: Мир, 1986. – Т. 1. – 276 с.; Т. 2. – 330 с.
6. Мухин, К. Н. Экспериментальная ядерная физика / К. Н. Мухин. – Москва: Энергоатомиздат, 1983. – Т. 1. – 615 с.; Т. 2. – 376 с.
7. Иродов, И. Е. Квантовая физика, Бином / И. Е. Иродов. – Москва: Лаборатория знаний, 2007. – 256 с.
8. Ишханов, Б. С. Частицы и атомные ядра / Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, Н. П. Юдин. – Москва: УРСС, 2007. – 581 с.
9. Гончарова, Н. Г. Частицы и атомные ядра. Задачи с решениями и комментариями / Н. Г. Гончарова, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов. – Москва: Физматлит, 2013. – 446 с.
10. Широков, Ю. М. Ядерная физика / Ю. М. Широков, Н.П. Юдин. – Москва: Наука, 1980. – 560 с.
11. Окунь, Л. Б. Физика элементарных частиц / Л. Б. Окунь. – Москва: Наука, 1984. – 245 с.
12. Новикова, Г. И. Введение в ядерную физику / Г. И. Новикова. – Москва-Ижевск: РХД, 2005. – 208 с.
13. Сборник задач по физике элементарных частиц / Ю. П. Никитин, В. П. Протасов, Э. П. Топоркова [и др.]. – Москва: Энергоатомиздат, 1992. – 236 с.

14. Башлачев, Ю. А. Фундаментальные эксперименты физики / Ю. А. Башлачев, Д. Л. Богданов. – Москва: УРСС, 2012. – 235 с.
15. Иродов, И. Е. Сборник задач по атомной и ядерной физике / И. Е. Иродов. – Москва: Энергоатомиздат, 1984. – 215 с.
16. Блохинцев, Д. И. Основы квантовой механики / Д. И. Блохинцев. – Москва: Наука, 1976. – 664 с.
17. Маляров, В. В. Основы теории атомного ядра / В. В. Маляров. – Москва: Наука, 1967. – 511 с.
18. Соколов, А. А. Квантовая механика / А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский. – Москва: Наука, 1979. – 528 с.
19. Будкер, Д. Атомная физика. Освоение через задачи / Д. Будкер, Д. Кимбелл, Д. ДеМилль. – Москва: Физматлит, 2009. – 400 с.
20. Пенроуз, Р. Путь к реальности или законы, управляющие Вселенной, Регулярная и хаотическая динамика / Р. Пенроуз. – Москва, 2007. – 911 с.
21. Грин, Б. Параллельные миры и глубинные законы космоса / Б. Грин. – Москва: УРСС, 2012. – 394 с.
22. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. – Москва: УРСС, 2008. – 543 с.
23. Овчинкин, В. А. Сборник задач по общему курсу физики / В. А. Овчинкин, А. О. Раевский, Ю. М. Ципенюк. – Москва: МФТИ, 2001. – Ч. 3. Атомная и ядерная физика. Строение вещества. – 428 с.
24. Вайнберг, С. Первые три минуты, Регулярная и хаотическая динамика / С. Вайнберг. – Москва, 2000. – 269 с.
25. Кронин, Дж. Теоретическая физика. Сборник задач с решениями / Дж. Кронин, Д. Гринберг, В. Телегди. – Москва: УРСС, 2005. – 325 с.
26. Галицкий, Г. М. Задачи по квантовой механике / Г. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган. – Москва: Наука, 1981. – 647 с.

27. Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, and David B. Newell, CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010, Reviews of Modern Physics 100, 1000 (2012).
28. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва: Наука, 1989. – 767 с.
29. Давыдов, А. С. Квантовая механика / А. С. Давыдов. – Москва: Наука, 1973. – 703 с.
30. Сборник задач по общему курсу физики. Атомная физика. Физика элементарных частиц / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, М. С. Рабинович, Д. В. Сивухин. – Москва: Физматлит, 2006. – 184 с.
31. Френкель, Я. И. Принципы теории атомных ядер / Я. И. Френкель. – Москва: АН СССР, 1950. – 290 с.
32. Бете, Г. Физика ядра, часть II Теоретическая ядерная динамика / Г. Бете. – Москва: ГИТТЛ, 1948. – 382 с.
33. Любимов, А. Введение в экспериментальную физику частиц / А. Любимов, Д. Киш. – Москва: Физматлит, 2001. – 272 с.
34. Клапдор-Клайнгротхауз, Г. В. Неускорительная физика элементарных частиц / Г. В. Клапдор-Клайнгротхауз, А. Штаудт. – Москва: Физматлит, 1997. – 528 с.
35. Сборник задач по ядерной физике / С. В. Скачков, Л. В. Константинов, Р. П. Строганова [и др.]. – Москва: ГИФМЛ, 1963. – 230 с.
36. Перкинс, Д. Введение в физику высоких энергий / Д. Перкинс. – Москва: Энергоатомиздат, 1991. – 428 с.
37. Гибсон, У. Принципы симметрии в физике элементарных частиц / У. Гибсон, Б. Поллард. – Москва: Атомиздат, 1979. – 344 с.

13. ПРИЛОЖЕНИЯ

13.1. Таблица 2. Свойства изотопов

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс Δ , МэВ	Распростра- ненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \max}$, МэВ
0	n(нейтрон)	1/2 ⁺	8,071	β^-	11,7 мин	0,78
1	H (водород)	1/2 ⁺	7,289			
	2H (дейтерий)	1 ⁺	13,136			
	3H (тритий)	1/2 ⁺	14,950	β^-	12,3 года	0,018
2	3He (гелий)	1/2 ⁺	14,931			
	4He	0 ⁺	2,495			
3	6Li (литий)	1 ⁺	14,087			
	7Li	3/2 ⁻	14,908			
4	7Be (бериллий)	3/2 ⁻	15,770	K	53 дня	
	8Be	0 ⁺	4,942	2 α	10 ⁻¹⁶ с	0,039
	9Be	3/2 ⁻	11,348			
	^{10}Be	0 ⁺	12,608	β^-	2,5 · 10 ⁶ лет	0,555
5	^{10}B (бор)	3 ⁺	12,051			
	^{11}B	3/2 ⁻	8,668			
	^{12}B	1 ⁺	13,369	β	20,20 мкс	
6	^{11}C (углерод)	3/2 ⁻	10,650	β^+	20,4 мин	0,97
	^{12}C	0 ⁺	0			
	^{13}C	1/2 ⁻	3,125			
	^{14}C	0 ⁺	3,020	β^-	5 570 лет	0,155
	^{15}C	0 ⁺	0	β^-	5 570 лет	0,155
	^{16}C	0 ⁺	13,694	β^-	5 570 лет	0,155
7	^{13}N (азот)	1/2 ⁻	5,345	β^+	10 мин	1,2
	^{14}N	1 ⁺	2,863			
	^{15}N	1/2 ⁻	0,101			
	^{16}N	2 ⁻	5,684	β^-	7,13 с	
8	^{15}O (кислород)	1/2 ⁻	2,856	β^+	2,1 мин	1,68
	^{16}O	0 ⁺	-4,737			
	^{17}O	5/2 ⁺	-0,809			
	^{18}O	0 ⁺	-0,781			
9	^{18}F (фтор)	1 ⁺	0,873	β^+	1,87 ч	0,649
	^{19}F	5/2 ⁺	-1,487			
	^{20}F	2 ⁺	-0,017	β^-	12 с	5,42
10	^{20}Ne (неон)	0 ⁺	-7,042			
	^{21}Ne	3/2 ⁺	-5,732			
	^{22}Ne	0 ⁺	-8,025			
11	^{22}Na (натрий)	3 ⁺	-5,182	β^+	2,6 года	0,540
	^{23}Na	3/2 ⁺	-9,530			
	^{24}Na	4 ⁺	-8,414	β^-	15 ч	1,39

Продолжение табл. 2

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс, Δ , МэВ	Распростра- ненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \text{ max}}$, МэВ
12	^{23}Mg (магний) ^{24}Mg ^{25}Mg ^{26}Mg ^{27}Mg	$3/2^+$ 0^+ $5/2^+$ 0^+ $1/2^+$	-5,474 -13,934 -13,193 -16,219 -14,583	β^+ β^-	11 с 9,5 мин	2,95 1,75 и 1,59
13	^{26}Al (алюминий) ^{27}Al ^{28}Al	5^+ $5/2^+$ 3^+	-12,210 -17,197 -16,853	β^+ β^-	6,7 с 2,3 мин	3,20 2,86
14	^{28}Si (кремний) ^{29}Si ^{30}Si ^{31}Si	0^+ $1/2^+$ 0^+ $3/2^+$	-21,493 -21,895 -24,433 -22,949	 β^-	 2,65 ч	 1,47
15	^{30}P (фосфор) ^{31}P ^{32}P	— $1/2^+$ 1^+	-20,195 -24,441 -24,305	β^+ 100 β^-	2,5 мин 14,262 дня	3,24 1,71
16	^{32}S (сера) ^{33}S ^{34}S ^{35}S	0^+ $3/2^+$ 0^+ $3/2^+$	-26,016 -26,586 -29,932 -28,846	95,02 0,75 4,21 β^-	 87,51 дня	 0,167
17	^{35}Cl (хлор) ^{36}Cl ^{37}Cl	$3/2^+$ 2^+ $3/2^+$	-29,014 -29,522 -31,761	75,77 β^- , К 24,23	 $3,01 \cdot 10^5$ лет	 0,714
18	^{36}Ar (аргон) ^{37}Ar ^{38}Ar ^{39}Ar ^{40}Ar	0^+ $3/2^+$ 0^+ — 0^+	-30,232 -30,952 -34,715 -33,234 -35,040	0,3365 К 0,0632 β^- 99,6003	 32 дня 265 лет	 0,565
19	^{39}K (калий) ^{40}K ^{41}K ^{42}K	$3/2^+$ 4^- $3/2^+$ 2^+	-33,807 -33,535 -35,559 -35,008	93,2581 0,0117, β^- , е 6,7302 β^-	 $1,248 \cdot 10^9$ лет 1,52 ч	 3,55 и 1,99
20	^{40}Ca (кальций) ^{41}Ca ^{44}Ca	0^+ $7/2^-$ 0^+	-34,846 -35,138 -41,468	96,94 е 2,09	 $1,02 \cdot 10^5$ лет	
21	^{45}Sc (скандий)	$7/2^-$	-41,068	100		
22	^{48}Ti (титан)	0^+	-48,488	73,72		
23	^{51}V (ванадий)	$7/2^-$	-52,201	99,750		
24	^{51}Cr (хром) ^{52}Cr ^{53}Cr	$7/2^-$ 0^+ $3/2^-$	-51,432 -55,417 -55,285	К 83,789 9,501	28 дней	
25	^{55}Mn (марганец)	$5/2^-$	-57,711	100		

Продолжение табл. 2

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс, Δ , МэВ	Распростра- ненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \max}$, МэВ
26	^{56}Fe (железо) ^{57}Fe	0^+ $1/2^-$	-60,605 -60,180	91,754 2,119		
27	^{56}Co (кобальт) ^{58}Co ^{59}Co ^{60}Co	4^+ 2^+ $7/2^-$ 5^+	-56,039 -59,845 -62,228 -61,649	е К, β^+ 100 β^-	77,233 дня 72 дня 1 925,28 дня	0,47 0,31
28	^{56}Ni (никель) ^{58}Ni ^{60}Ni	0^+ 0^+ 0^+	-53,900 -60,228 -64,472	е 68,077 26,223	6,075 дня	
29	^{63}Cu (медь) ^{65}Cu	$3/2^-$ $3/2^-$	-65,579 -67,264	69,17 30,83		
30	^{64}Zn (цинк) ^{65}Zn ^{66}Zn ^{68}Zn	0^+ $5/2^+$ 0^+ 0^+	-66,004 -65,918 -68,899 -70,007	48,63 К, β^+ 27,90 18,75	245 дней	0,325
31	^{69}Ga (галлий) ^{71}Ga	$3/2^-$ $3/2^-$	-69,328 -70,140	60,108 39,892		
32	^{70}Ge (германий) ^{72}Ge ^{74}Ge	0^+ 0^+ 0^+	-70,563 -72,586 -73,422	20,37 27,31 36,73		
33	^{75}As (мышьяк)	$3/2^-$	-73,032	100		
34	^{78}Se (селен) ^{80}Se	0^+ 0^+	-77,026 -77,760	23,77 49,61		
35	^{79}Br (бром) ^{81}Br ^{82}Br	$3/2^-$ $3/2^-$ 6^+	-76,068 -77,975 -77,498	50,69 49,31 β^-	36 ч	0,456
36	^{84}Kr (криптон)	0^+	-82,431	57,00		
37	^{85}Rb (рубидий)	$5/2^-$	-82,167	72,17		
38	^{88}Sr (стронций) ^{89}Sr ^{90}Sr ^{94}Sr ^{95}Sr	0^+ $5/2^-$ 0^+ 0^+ $1/2^+$	-87,922 -76,914 -85,942 -78,843 -75,117	82,58 β^- β^- β^- β^-	51 день 28,90 года 75,3 с 23,90 с	1,46
39	^{89}Y (иттрий) ^{90}Y	$1/2^-$ 2^+	-87,702 -86,461	100 β^-	64 ч	2,24
40	^{90}Zr (цирконий)	0^+	-88,767	51,45		
41	^{93}Nb (ниобий)	$9/2^+$	-87,208	100		
42	^{98}Mo (молибден)	0^+	-88,112	24,13		
43	^{98}Tc (технеций)	6^+	-86,428	β^-	$4,2 \cdot 10^6$ лет	
44	^{102}Ru (рутений)	0^+	-89,098	31,55		

Продолжение табл. 2

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс, Δ , МэВ	Распростра- ненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \max}$, МэВ
45	^{103}Rh (родий) ^{104}Rh	$1/2^-$ 1^+	-88,022 -86,950	100 β^-	42,3 с	
46	^{106}Pd (палладий)	0^+	-89,902	27,33		
47	^{107}Ag (серебро) ^{108}Ag ^{109}Ag ^{110}Ag	$1/2^-$ 1^+ $1/2^-$ 1^+	-88,402 -87,602 -88,723 -87,461	51,839 β^- , e 48,161 β^-	2,37 мин 24,6 с	
48	^{114}Cd (кадмий)	0^+	-90,021	28,73		
49	^{114}In (индий) ^{115}In	1^+ $9/2^+$	-88,572 -89,537	β^- 95,71, β^-	71,9 с $4,41 \cdot 10^{14}$ лет	
50	^{114}Sn (олово) ^{119}Sn ^{120}Sn	0^+ $1/2^+$ 0^+	-90,561 -90,068 -91,105	0,66 8,59 32,58		
51	^{121}Sb (сурьма) ^{123}Sb	$5/2^+$ $7/2^+$	-89,595 -89,224	57,21 42,79		
52	^{130}Te (теллур)	0^+	-87,351	34,08, $2\beta^-$	$> 5 \cdot 10^{23}$ лет	
53	^{127}I (йод) ^{128}I ^{131}I	$5/2^+$ 1^+ $7/2^+$	-88,983 -87,728 -87,444	100 К, β^- β^-	25 мин 8,0207 дня	2,12 и 1,67
54	^{132}Xe (ксенон) ^{136}Xe ^{139}Xe ^{140}Xe	0^+ 0^+ $3/2^-$ 0^+	-89,281 -86,425 -75,64 -72,99	26,909 8,857, $2\beta^-$ β^- β^-	$> 2,4 \cdot 10^{21}$ лет 39,68 с 13,6 с	
55	^{133}Cs (цезий) ^{137}Cs	$7/2^+$ $7/2^+$	-88,071 -86,546	100 β^-	30,03 года	
56	^{138}Ba (барий)	0^+	-88,262	71,698		
57	^{139}La (лантан)	$7/2^+$	-87,231	99,910		
58	^{140}Ce (церий)	0^+	-88,083	88,450		
59	^{141}Pr (празеодим)	$5/2^+$	-86,021	100		
60	^{142}Nd (неодим) ^{144}Nd	0^+ 0^+	-85,955 -83,753	27,2 23,8, α	$2,29 \cdot 10^{15}$ лет	
61	^{145}Pm (прометий)	$5/2^+$	-81,274	e	17,7 года	
62	^{152}Sm (самарий)	0^+	-74,769	26,75		
63	^{151}Eu (европий) ^{153}Eu	$5/2^+$ $5/2^+$	-74,659 -73,373	47,81 52,19		
64	^{158}Gd (гадолиний)	0^+	-70,697	24,84		
65	^{159}Tb (тербий)	$3/2^+$	-69,539	100		
66	^{164}Dy (диспрозий)	0^+	-65,973	28,18		
67	^{165}Ho (гольмий)	$7/2^-$	-64,905	100		
68	^{166}Er (эрбий)	0^+	-64,932	33,503		

Продолжение табл. 2

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс, Δ , МэВ	Распростра- ненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \max}$, МэВ
69	^{169}Tm (тулий)	$1/2^+$	-61,280	100		
70	^{174}Yb (иттербий)	0^+	-56,950	31,83		
71	^{175}Lu (лютеций) ^{176}Lu	$7/2^+$ 7^-	-55,171 -53,387	97,41 $2,59, \beta^-$	$3,76 \cdot 10^{10}$ лет	
72	^{180}Hf (гафний)	0^+	-49,788	35,08		
73	^{181}Ta (тантал)	$7/2^+$	-48,442	99,988		
74	^{184}W (вольфрам)	0^+	-45,707	30,64, α	$> 2,9 \cdot 10^{19}$ лет	
75	^{185}Re (рений) ^{187}Re	$5/2^+$ $5/2^+$	-43,822 -41,216	37,40 $62,60, \beta^-$	$4,12 \cdot 10^{10}$ лет	
76	^{191}Os (осмий) ^{192}Os	$9/2^-$ 0^+	-36,394 -35,881	β^- 40,93	15,4 дня	
77	^{191}Ir (иридий) ^{193}Ir	$3/2^+$ $3/2^+$	-36,706 -34,534	37,3 62,7		
78	^{195}Pt (платина)	$1/2^-$	-32,797	33,832		
79	^{197}Au (золото) ^{198}Au	$3/2^+$ 2^+	-31,141 -29,584	100 β^-	2,7 дня	0,96
80	^{198}Hg (ртуть) ^{202}Hg	0^+ 0^+	-30,954 -27,346	9,97 29,86		
81	^{203}Tl (таллий)	$1/2^+$	-25,761	29,524		
	^{204}Tl	2^-	-24,346	β^-	4,1 года	0,77
	^{205}Tl	$1/2^+$	-23,821	70,476		
	^{206}Tl	0^-	-22,253	β^-	4,200 мин	
	^{208}Tl	5^+	-16,750	β^-	3,053 мин	
82	^{206}Pb (свинец) ^{207}Pb ^{208}Pb ^{209}Pb ^{210}Pb ^{211}Pb ^{212}Pb ^{214}Pb	0^+ $1/2^-$ 0^+ $9/2^+$ 0^+ $9/2^+$ 0^+ 0^+	-23,785 -22,452 -21,749 -17,614 -14,728 -10,491 -7,547 -0,181	24,1 22,1 52,4 β^- β^- β^- β^- β^-	3,253 ч 22,20 года 36,1 мин 10,64 ч 26,8 мин	
83	^{209}Bi (висмут) ^{210}Bi ^{211}Bi ^{212}Bi	$9/2^-$ 1^- $9/2^-$ 1^-	-18,258 -14,792 -11,858 -8,117	100, α β^- α β, α	$1,9 \cdot 10^{19}$ лет 5,012 дня 2,14 мин 60,55 мин	
84	^{210}Po (полоний) ^{211}Po ^{214}Po	0^+ $9/2^+$ 0^+	-15,953 -12,432 -4,470	α α α	138,376 дня 0,516 с 164,3 мкс	5,3

Окончание табл. 2

Z	Изотоп	Спин ядра, четность	Дефект масс Δ , МэВ	Распрост- раненность, тип распада	Период полураспада	Энергия α -, β - частиц $T_{\beta \max}$, МэВ
85	^{218}At (астат)	—	8,10	α	1,5 с	
86	^{222}Rn (радон)	0^+	16,374	α	3,8235 дня	5,49
87	^{223}Fr (франций)	$3/2^-$	18,384	β	22,00 мин	5,49
88	^{226}Ra (радий)	0^+	23,669	α	1 600 лет	4,777 и 4,589
89	^{227}Ac (актиний)	$3/2^-$	25,851	β, α	21,772 года	
90	^{228}Th (торий)	0^+	26,772	α	1,9116 года	
	^{232}Th	0^+	35,448	$100, \alpha$	$1,405 \cdot 10^{10}$ лет	4,00 и 3,98
	^{233}Th	$1/2^+$	38,737	β^-	22 мин	1,23
91	^{231}Pa (протактиний)	$3/2^-$	33,426	α	$3,276 \cdot 10^4$ лет	
92	^{232}U (уран)	0^+	34,611	α	68,9 года	
	^{233}U	$5/2^+$	36,920	α	$1,592 \cdot 10^5$ лет	
	^{234}U	0^+	38,098	α	$2,5 \cdot 10^5$ лет	4,76 и 4,72
	^{235}U	$7/2^-$	40,921	$0,7204, \alpha$	$7,04 \cdot 10^8$ лет	4,20–4,58
	^{236}U	0^+	42,446	α	$2,342 \cdot 10^7$ лет	4,45; 4,50
	^{238}U	0^+	47,309	$99,2742, \alpha$	$4,468 \cdot 10^9$ лет	4,13; 4,18
	^{239}U	$5/2^+$	50,574	β^-	23,45 мин	1,21
93	^{239}Np (нептуний)	$5/2^+$	49,312	β^-	2,356 дня	
94	^{236}Pu (плутоний)	0^+	42,896	α	2,858 года	
	^{238}Pu	0^+	46,128	α	89,6 года	5,50 и 5,45
	^{239}Pu	$1/2^+$	48,591	α	$2,4110 \cdot 10^4$ лет	5,10–5,15
95	^{243}Am (америций)	$5/2^-$	57,176	α	7 370 лет	
96	^{245}Cm (кюрий)	$7/2^+$	61,005	α	8 500 лет	
97	^{247}Bk (берклий)	$3/2^-$	65,491	α	1 380 лет	
98	^{249}Cf (калифорний)	$9/2^-$	69,726	α	351 год	
99	^{254}Es (эйнштейний)	7^+	81,992	α	275,7 дня	
100	^{253}Fm (фермий)	$1/2^+$	79,350	α, e	3,00 дня	
101	^{255}Md (менделевий)	$7/2^-$	84,843	α, e	27 мин	
102	^{255}No (нобелий)	$1/2^+$	86,85	α, e	3,1 мин	
103	^{257}Lr (лоуренсий)	—	92,7	α	0,646 с	
104	^{261}Rf (резерфордий)	—	101,32	α, e, f	65 с	
105	^{262}Db (дубний)	—	106,3	α, f	35 с	
106	^{263}Sg (сиборгий)	—	110,2	α, f	1,0 с	
107	^{265}Br (борий)	—	116,6	α	0,9 с	
108	^{264}Hs (хассий)	0^+	119,6	α, f	0,8 мс	
109	^{267}Mt (мейтнерий)	—	127,9	α	10 мс	
110	^{271}Ds (дармштадтий)	—	136,1	α	1,63 мс	
111	^{273}Rt (рентгений)	—	143,2	α	5 мс	

13.2. Таблица 3. Основные физические постоянные

Величина	Символ	Значение	Единица измерения	Стандартная ошибка
1	2	3	4	5
Скорость света в вакууме	c	299 792 458	$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$	
Гравитационная постоянная	G	$6,67384(80) \times 10^{-11}$	$\text{м}^3 \text{кг}^{-1} \text{с}^{-2}$	$1,2 \times 10^{-4}$
Постоянная Планка	h	$6,62606957(29) \times 10^{-34}$	$\text{Дж} \cdot \text{с}$	$4,4 \times 10^{-8}$
	h	$4,135667516(91) \times 10^{-15}$	$\text{эВ} \cdot \text{с}$	$2,2 \times 10^{-8}$
	$\hbar$	$1,054571726(47) \times 10^{-34}$	$\text{Дж} \cdot \text{с}$	$4,4 \times 10^{-8}$
	$\hbar$	$6,58211928(15) \times 10^{-16}$	$\text{эВ} \cdot \text{с}$	$2,2 \times 10^{-8}$
Планковская масса	$m_P = (\hbar c/G)^{1/2}$	$2,17651(13) \times 10^{-8}$	кг	$6,0 \times 10^{-5}$
	$m_P c^2$	$1,220932(73) \times 10^{19}$	ГэВ	$6,0 \times 10^{-5}$
Планковская длина	$l_P = \hbar/m_P c$	$1,616199(97) \times 10^{-35}$	м	$6,0 \times 10^{-5}$
Планковское время	$t_P = l_P/c$	$5,39106(32) \times 10^{-44}$	с	$6,0 \times 10^{-5}$
Элементарный заряд	e	$1,602176565(35) \times 10^{-19}$	Кл	$2,2 \times 10^{-8}$
Магнетон Бора	$\mu_B = e\hbar/2me$	$927,400968(20) \times 10^{-26}$	$\text{Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$	$2,2 \times 10^{-8}$
Ядерный магнетон	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5,05078353(11) \times 10^{-27}$	$\text{Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$	$2,2 \times 10^{-8}$
Постоянная тонкой структуры	α	$7,2973525698(24) \times 10^{-3}$		$3,2 \times 10^{-10}$
Обратная постоянная тонкой структуры	α^{-1}	137,035999074(44)		$3,2 \times 10^{-10}$
Постоянная Ридберга	$R_\infty = \frac{\alpha^2 m_e c}{2h}$	10 973 731,568539(55)	м^{-1}	$5,0 \times 10^{-12}$
Радиус Бора	$a_0 = \hbar^2/m_e e^2$	$0,52917721092(17) \times 10^{-10}$	м	$3,2 \times 10^{-10}$
Постоянная Ферми	$G_F/(\hbar c)^3$	$1,166364(5) \times 10^{-5}$	ГэВ^{-2}	$4,3 \times 10^{-6}$
Масса электрона	m_e	$9,10938291(40) \times 10^{-31}$	кг	$4,4 \times 10^{-8}$
	$m_e c^2$	0,510998928(11)	МэВ	$2,2 \times 10^{-8}$
Удельный заряд электрона	$-e/m_e$	$-1,758820088(39) \times 10^{11}$	$\text{Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$	$2,2 \times 10^{-8}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = h/m_e c$	$2,4263102389(16) \times 10^{-12}$	м	$6,5 \times 10^{-10}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2}$	$5,670373(21) \times 10^{-8}$	$\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \text{К}^{-4}$	$3,6 \times 10^{-6}$
Постоянная Вина	$b = \lambda_{\max} T$	$2,8977721(26) \times 10^{-3}$	$\text{м} \cdot \text{К}$	$1,7 \times 10^{-6}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02214129(27) \times 10^{23}$	моль^{-1}	$7,9 \times 10^{-8}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,314 4621(75)	$\text{Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$	$9,1 \times 10^{-7}$
Постоянная Больцмана	$k = R/N_A$	$1,3806488(13) \times 10^{-23}$	$\text{Дж} \cdot \text{К}^{-1}$	$1,7 \times 10^{-6}$
		$8,6173324(78) \times 10^{-5}$	$\text{эВ} \cdot \text{К}^{-1}$	$1,7 \times 10^{-6}$

Продолжение табл. 3

Величина	Символ	Значение	Единица измерения	Стандартная ошибка
1	2	3	4	5
Масса протона	m_p $m_p c^2$	$1,672621777(74) \times 10^{-27}$ 938,272046(21)	кг МэВ	$2,2 \times 10^{-8}$ $2,2 \times 10^{-8}$
Масса нейтрона	m_n $m_n c^2$	$1,674927351(74) \times 10^{-27}$ 939,565379(21)	кг МэВ	$4,4 \times 10^{-8}$ $2,2 \times 10^{-8}$
Атомная постоянная массы	$m_u = \frac{1}{12}m(^{12}C)$ $m_u c^2$	$1,660538921(73) \times 10^{-27}$ 931,494061(21)	кг МэВ	$4,4 \times 10^{-8}$ $4,4 \times 10^{-8}$
Энергия Хартри	$E_h = 2R_\infty hc =$ $= \alpha^2 m_e c^2$	$4,35974434(19) \times 10^{-18}$ 27,21138505(60)	Дж эВ	$4,4 \times 10^{-8}$ $2,2 \times 10^{-8}$
Масса дейтрона	m_d $m_d c^2$	$3,34358348(15) \times 10^{-27}$ 1 875,612 859(41)	кг МэВ	$4,4 \times 10^{-8}$ $2,2 \times 10^{-8}$
Масса α -частицы	m_α $m_\alpha c^2$	$6,64465675(29) \times 10^{-27}$ 3 727,379 240(82)	кг МэВ	$4,4 \times 10^{-8}$ $2,2 \times 10^{-8}$
Магнитный момент электрона	$\frac{\mu_e}{\mu_B}$	-1,00115965218076(27)		$2,6 \times 10^{-13}$
Магнитный момент протона	$\frac{\mu_p}{\mu_N}$	2,792847356(23)		$8,2 \times 10^{-9}$
Магнитный момент нейтрона	$\frac{\mu_n}{\mu_N}$	-1,91304272(45)		$2,4 \times 10^{-7}$
Магнитный момент дейтрона	$\frac{\mu_d}{\mu_N}$	0,8574382308(72)		$8,4 \times 10^{-9}$
Аномальный магнитный момент электрона	$a_e = \frac{ \mu_e }{\mu_B} - 1$	$1,15965218076(27) \times 10^{-3}$		$2,3 \times 10^{-10}$
Аномальный магнитный момент мюона	$a_\mu = \frac{ \mu_\mu }{\frac{e\hbar}{2m_\mu}} - 1$	$1,16592091(63) \times 10^{-3}$		$5,4 \times 10^{-7}$
Отношение масс протона и электрона	$\frac{m_p}{m_e}$	1 836,152 672 45(75)		$4,1 \times 10^{-10}$
Отношение масс нейтрона и протона	$\frac{m_n}{m_p}$	1,00137841917(45)		$4,5 \times 10^{-10}$
Гиромагнитный фактор электрона	$g_e = -2 \frac{\mu_e}{\mu_B}$	-2,00231930436153(53)		$2,6 \times 10^{-13}$
Гиромагнитный фактор протона	$g_p = 2 \frac{\mu_p}{\mu_N}$	5,585694713(46)		$8,2 \times 10^{-9}$
Гиромагнитный фактор нейтрона	$g_n = 2 \frac{\mu_n}{\mu_N}$	-3,82608545(90)		$2,4 \times 10^{-7}$
Гиромагнитный фактор дейтрона	$g_d = \frac{\mu_d}{\mu_N}$	0,8574382308(72)		$8,4 \times 10^{-9}$

Окончание табл. 3

Величина	Символ	Значение	Единица измерения	Стандартная ошибка
1	2	3	4	5
Классический радиус электрона	$r_e = \alpha^2 a_0$	$2,8179403267(27) \times 10^{-15}$	м	$9,7 \times 10^{-10}$
Сечение томсоновского рассеяния	$\sigma_e = 8\pi r_e^2/3$	$0,6652458734(13) \times 10^{-28}$	м ²	$1,9 \times 10^{-9}$

15.3. Таблица 4. Рекомендованные значения энергетических эквивалентов

	Дж	кг	м ⁻¹	Гц
1 Дж	(1 Дж) = 1 Дж	(1 Дж)/c ² = 10 ⁻¹⁷ кг × 1,112650056	(1 Дж)/hc = 10 ²⁴ м ⁻¹ × 5,03411701(22)	(1 Дж)/h = 10 ³³ Гц × 1,509190311(67)
1 кг	(1 кг)c ² = 8,987551787 × 10 ¹⁶ Дж	(1 кг) = 1 кг	(1 кг)c/h = 4,52443873(20) × 10 ⁴¹ м ⁻¹	(1 кг)c ² /h = 1,356392608(60) × 10 ⁵⁰ Гц
1 м ⁻¹	(1 м ⁻¹)hc = 1,986445684(88) × 10 ⁻²⁵ Дж	(1 м ⁻¹)h/c = 2,210218902(98) × 10 ⁻⁴² кг	(1 м ⁻¹) = 1 м ⁻¹	(1 м ⁻¹)c = 299 792 458 Гц
1 Гц	(1 Гц)h = 6,62606957(29) × 10 ⁻³⁴ Дж	(1 Гц)h/c ² = 7,37249668(33) × 10 ⁻⁵¹ кг	(1 Гц)/c = 3,335640951 × 10 ⁻⁹ м ⁻¹	(1 Гц) = 1 Гц
1 К	(1 К)k = 1,3806488(13) × 10 ⁻²³ Дж	(1 К)k/c ² = 1,5361790(14) × 10 ⁻⁴⁰ кг	(1 К)k/hc = 69,503476(63) м ⁻¹	(1 К)k/h = 2,0836618(19) × 10 ¹⁰ Гц
1 эВ	(1 эВ) = 1,602176 565(35) × 10 ⁻¹⁹ Дж	(1 эВ)/c ² = 1,782661845(39) × 10 ⁻³⁶ кг	(1 эВ)/hc = 8,06554429(18) × 10 ⁵ м ⁻¹	(1 эВ)/h = 2,417989348(53) × 10 ¹⁴ Гц
1 а.е.м.	(1 а.е.м.)c ² = 1,492417954(66) × 10 ⁻¹⁰ Дж	(1 а.е.м.) = 1,660538921(73) × 10 ⁻²⁷ кг	(1 а.е.м.)c/h = 7,5130066042(53) × 10 ¹⁴ м ⁻¹	(1 а.е.м.)c ² /h = 2,2523427168(16) × 10 ²³ Гц
1 Eh	(1 Eh) = 4,35974434(19) × 10 ⁻¹⁸ Дж	(1 Eh)/c ² = 4,85086979(21) × 10 ⁻³⁵ кг	(1 Eh)/hc = 2,194746313708(11) × 10 ⁷ м ⁻¹	(1 Eh)/h = 6,579683920729(33) × 10 ¹⁵ Гц
	К	эВ	а.е.м.	E _h
1 Дж	(1 Дж)/k = 7,2429716(66) × 10 ²² К	(1 Дж) = 6,24150934(14) × 10 ¹⁸ эВ	(1 Дж)/c ² = 6,70053585(30) × 10 ⁹ а.е.м.	(1 Дж) = 2,29371248(10) × 10 ¹⁷ E _h
1 кг	(1 кг)c ² /k = 6,5096582(59) × 10 ³⁹ К	(1 кг)c ² = 5,60958885(12) × 10 ³⁵ эВ	(1 кг) = 6,02214129(27) × 10 ²⁶ а.е.м.	(1 кг)c ² = 2,061485968(91) × 10 ³⁴ E _h

Окончание табл. 4

	Дж	кГ	м ⁻¹	Гц
1 м ⁻¹	$(1\text{м}^{-1})hc/k =$ 1,4387770(13) $\times 10^{-2}$ К	$(1\text{м}^{-1})hc =$ 1,239841930(27) $\times 10^{-6}$ эВ	$(1\text{м}^{-1})h/c =$ 1,33102505120(94) $\times 10^{-15}$ а.е.м.	$(1\text{м}^{-1})hc =$ 4,556335252755(23) $\times 10^{-8} E_h$
1 Гц	$(1\text{Гц})h/k =$ 4,7992434(44) $\times 10^{-11}$ К	$(1\text{Гц})h =$ 4,135667516(91) $\times 10^{-15}$ эВ	$(1\text{Гц})h/c^2 =$ 4,4398216689(31) $\times 10^{-24}$ а.е.м.	$(1\text{Гц})h =$ 1,5198298460045(76) $\times 10^{-16} E_h$
1 К	$(1\text{К}) =$ 1 К	$(1\text{К})k =$ 8,6173324(78) $\times 10^{-5}$ эВ	$(1\text{К})k/c^2 =$ 9,2510868(84) $\times 10^{-14}$ а.е.м.	$(1\text{К})k =$ 3,1668114(29) $\times 10^{-6} E_h$
1 эВ	$(1\text{эВ})/k =$ 1,1604519(11) $\times 10^4$ К	$(1\text{эВ}) =$ 1 эВ	$(1\text{эВ})/c^2 =$ 1,073544150(24) $\times 10^{-9}$ а.е.м.	$(1\text{эВ}) =$ 3,674932379(81) $\times 10^{-2} E_h$
1 а.е.м.	$(1\text{а.е.м.})c^2/k =$ 1,08095408(98) $\times 10^{13}$ К	$(1\text{а.е.м.})c^2 =$ 931,494061(21) $\times 10^6$ эВ	$(1\text{а.е.м.}) =$ 1 а.е.м.	$(1\text{а.е.м.})c^2 =$ 3,4231776845(24) $\times 10^7 E_h$
$1E_h$	$(1E_h)/k = 10^5 \text{ К} \times$ 3,1577504(29)	$(1E_h) =$ 27,21138505(60) эВ	$(1E_h)/c^2 = 10^{-8} \text{ а.е.м.} \times$ 2,9212623246(21)	$(1E_h) =$ $1E_h$

13.4. Таблица 5. Аддитивные законы сохранения

Характеристика		Взаимодействие		
		сильное	эл.магнитное	слабое
Электрический заряд	Q	+	+	+
Энергия	E	+	+	+
Импульс	$\mathbf{p}$	+	+	+
Угловой момент	J	+	+	+
Барионный заряд	B	+	+	+
Лептонные заряды L_e, L_μ, L_τ		+	+	+
Странность	s	+	+	—
Очарование	c	+	+	—
Красота	b	+	+	—
Истина	t	+	+	—
Изоспин	I	+	—	—
Проекция изоспина	I_3	+	+	—

13.5. Таблица 6. Мультипликативные законы сохранения

Характеристика		Взаимодействие		
		сильное	эл.магнитное	слабое
Пространственная четность	P	+	+	–
Зарядовая четность	C	+	+	–
Временная четность	T	+	+	–
Комбинированная четность	CP	+	+	–
CPT – четность	CPT	+	+	+
G – четность	G	+	–	–

13.6. Таблица 7. Характеристики кварков

Характеристика	Тип кварка (аромат)					
	u	d	s	c	b	t
Электрический заряд Q	+2/3	–1/3	–1/3	2/3	–1/3	+2/3
Барионное число B	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3
Спин J	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
Четность P	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Изоспин I	1/2	1/2	0	0	0	0
Проекция изоспина I_3	+1/2	–1/2	0	0	0	0
Странность s	0	0	–1	0	0	0
Очарование c	0	0	0	+1	0	0
Красота b	0	0	0	0	–1	0
Истина t	0	0	0	0	0	+1
Масса в ГэВ токового кварка	0,0015– 0,003	0,003– 0,007	0,095	1,25	4,2–4,7	174
Масса в ГэВ конституентного кварка	0,33	0,33	0,51	1,8	5	180

*Примечание. Все кварки имеют спин $1/2$, барионный заряд $B = 1/3$ и нулевой лептонный заряд $L_e = L_\mu = L_\tau = 0$. Каждому кварку соответствует антикварк с тождественным значением спина и изоспина и притивоположными по знаку значениями электрического заряда и других квантовых чисел.

15.7. Таблица 8. Лептоны

Характеристика	е	μ	τ	ν_e	ν_μ	ν_τ	
Электрический заряд Q	-1	-1	-1	0	0	0	
Лептонный заряд L_e	1	0	0	1	0	0	
Лептонный заряд L_μ	0	1	0	0	1	0	
Лептонный заряд L_τ	0	0	1	0	0	1	
Масса, МэВ	М	0,511	105,6	1 784,1	$< 13 \cdot 10^{-6}$	$< 0,25$	$< 35,0$

*Примечание. Все лептоны имеют спин $1/2$ и нулевой барионный заряд. Каждому лептону отвечает античастица с противоположным по знаку значением электрического и лептонного зарядов.

15.8. Таблица 9. Мезоны

Частица	$I(J^P)$	М, МэВ	τ , сек	Состав	Основной распад
$\pi^+(\pi^-)$	$1(0^-)$	139,56	$2,60 \cdot 10^{-8}$	$u\bar{d}(\bar{u}d)$	$\pi \rightarrow \mu\nu_\mu$
π^0	$1(0^-)$	134,97	$8,4 \cdot 10^{-17}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$
η	$0(0^-)$	548,8	$5,9 \cdot 10^{-22}$	$c_1(u\bar{u} + \bar{d}d) + c_2\bar{s}s$	$\eta \rightarrow \gamma\gamma, \eta \rightarrow 3\pi$
ρ	$1(1^-)$	768,3	$4,7 \cdot 10^{-24}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$\rho \rightarrow \pi\pi$
$K^+(K^-)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	493,64	$1,24 \cdot 10^{-8}$	$u\bar{s}(\bar{u}s)$	$K \rightarrow \mu\nu_\mu$
$K^0(\bar{K}^0)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	497,67	$K_S^0 : 8,9 \cdot 10^{-11}$ $K_L^0 : 5,17 \cdot 10^{-8}$	$d\bar{s}(\bar{d}s)$	$K^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_e,$ $K^0 \rightarrow 3\pi$
$K^{*\pm}$	$\frac{1}{2}(1^-)$	891,8	$1,4 \cdot 10^{-23}$	$u\bar{s}(s\bar{u})$	$K^* \rightarrow K\pi$
K^{*0}	$\frac{1}{2}(1^-)$	896,1	$1,4 \cdot 10^{-23}$	$d\bar{s}(\bar{d}s)$	
ω	$0(1^-)$	781,9	$8,2 \cdot 10^{-23}$	$c_1(u\bar{u} + \bar{d}d) + c_2\bar{s}s$	$\omega \rightarrow 3\pi$
$D^+(D^-)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1 869	$1,06 \cdot 10^{-12}$	$c\bar{d}(\bar{c}d)$	$D \rightarrow KX$
$D^0(\bar{D}^0)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	1 864	$4,2 \cdot 10^{-13}$	$c\bar{u}(\bar{u}c)$	$D^0 \rightarrow KX$
$D_S^+(D_S^-)$	$0(0^-)$	1 968	$4,45 \cdot 10^{-13}$	$c\bar{s}(\bar{c}s)$	$D \rightarrow KX, \phi X$
η_c	$0(0^-)$	2 979	$6,8 \cdot 10^{-23}$	$c\bar{c}(1S)$	$\eta_c \rightarrow \text{адроны}$
J/ψ	$0(1^-)$	3 096	$1,0 \cdot 10^{-20}$	$c\bar{c}(1S)$	$J/\psi \rightarrow \text{адроны}$
$B^+(B^-)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	5 277	$1,18 \cdot 10^{-12}$	$u\bar{b}(\bar{b}u)$	$B \rightarrow DX$
$B^0(\bar{B}^0)$	$\frac{1}{2}(0^-)$	5 279	$5,1 \cdot 10^{-13}$	$d\bar{b}(\bar{b}d)$	$B^0 \rightarrow DX$
Υ	$0(1^-)$	9 460	$1,3 \cdot 10^{-20}$	$b\bar{b}(1S)$	$\Upsilon \rightarrow \text{адроны}$

15.9. Таблица 10. Барионы

Частица	$I(J^P)$	М, МэВ	τ , сек	Состав	Основной распад
p	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	938,3	$> 1,6 \cdot 10^{25}$	uud	?
n	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	939,6	889, 1	udd	$n \rightarrow p e \bar{\nu}_e$
Λ^o	$0(\frac{1}{2}^+)$	1 115,6	$2,6 \cdot 10^{-10}$	uds	$\Lambda \rightarrow p \pi^-, n \pi^o$
Σ^+	$1(\frac{1}{2}^+)$	1 189,6	$7,99 \cdot 10^{-11}$	uus	$\Sigma^+ \rightarrow p \pi^o, n \pi^+$
Σ^o	$1(\frac{1}{2}^+)$	1 192,5	$7,4 \cdot 10^{-20}$	uds	$\Sigma^o \rightarrow \Lambda \gamma$
Σ^-	$1(\frac{1}{2}^+)$	1 197,4	$1,48 \cdot 10^{-10}$	uus	$\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$
Ξ^o	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	1 314,9	$2,9 \cdot 10^{-10}$	uss	$\Xi^o \rightarrow \Lambda^o \pi^0$
Ξ^-	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	1 321,3	$1,6 \cdot 10^{-10}$	dss	$\Xi^- \rightarrow \Lambda^o \pi^-$
Ω^-	$0(\frac{3}{2}^+)$	1 672,4	$8,2 \cdot 10^{-11}$	sss	$\Omega^- \rightarrow \Lambda^o K^-$
Λ_c^+	$0(\frac{1}{2}^+)$	2 285,2	$1,9 \cdot 10^{-13}$	udc	$\Lambda_c^+ \rightarrow \Sigma^+ \pi^+ \pi^-$
Σ_c^o	$1(\frac{1}{2}^+)$	2 453,0	$3,0 \cdot 10^{-13}$	ddc	$\Sigma_c^o \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-$
Σ_c^+	$1(\frac{1}{2}^+)$	2 453,2	$8,2 \cdot 10^{-14}$	udc	$\Sigma_c^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^o$
Σ_c^{++}	$1(\frac{1}{2}^+)$	2 452,7	$8,0 \cdot 10^{-14}$	uuc	$\Sigma_c^{++} \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^+$

15.10. Таблица 11. Некоторые единицы в СИ и СГС

Величина	СИ	СГС	Отношение $\frac{\text{ед.СИ}}{\text{ед.СГС}}$
Длина	м	см	10^2
Время	с	с	1
Скорость	м/с	см/с	10^2
Ускорение	м/с ²	см/с ²	10^2
Частота колебаний	Гц	Гц	1
Угловая скорость	рад/с	рад/с	1
Масса	кг	г	10^3
Сила	Н	дин	10^5
Давление	Па	дин/см ²	10
Количество электричества	Кл	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Потенциал	В	СГСЭ-ед.	1/300
Напряженность электрического поля	В/м	СГСЭ-ед.	$1/(3 \cdot 10^4)$
Сила тока	А	СГСЭ-ед.	$3 \cdot 10^9$
Магнитная индукция	Тл	Гс	10^4
Напряженность магнитного поля	А/м	Э	$4\pi/10^3$
Магнитный момент	А · м ²	СГСЭ-ед.	10^3
Энергия	Дж	эрг	10^7

15.11. Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные характеристики ядра: масса ядра, энергия связи. Единицы измерения масс ядер и элементарных частиц. Изотопы, изотоны, изобары.
2. Экспериментальные методы определения масс ядер: масс-спектрометрия, энергетический баланс ядерных реакций, баланс альфа-распада, баланс бета-распада, микроволновая радиоспектроскопия, измерение масс ядер с помощью ловушки Пеннинга.
3. Электрический заряд ядра. Закон сохранения электрического заряда в ядерных реакциях. Закон Мозли.
4. Удельная энергия связи, дорожка стабильности. Экспериментальные данные по удельной энергии связи ядер $\epsilon(A, Z)$.
5. Свойства ядерных сил: силы притяжения, короткодействующий характер ядерных сил, зависимость ядерных сил от спина, зарядовая независимость ядерных сил.
6. Радиус ядра. Определение размера ядра в опыте Резерфорда.
7. Определение радиуса альфа-радиоактивных ядер с помощью закона Гейгера – Нетолла и полуэмпирической формулы Бете – Вейцеккера.
8. Определение радиуса ядра из экспериментов по рассеянию нейтронов на ядрах.
9. Плотность распределения заряда в ядре.
10. Определение спина ядра по изучению сверхтонкой структуры спектра атома.
11. Определение спина ядра методом внешнего магнитного поля.
12. Определение магнитного момента ядра методом магнитного резонанса.
13. Мезонная теория ядерного взаимодействия. Потенциал Юкавы.
14. Капельная модель ядра. Аналогия между ядерным веществом и жидкостью.

15. Формула энергии связи нуклонов Бете – Вейцеккера.
16. Область применения капельной модели ядра.
17. Модель ферми-газа. Распределение Ферми – Дирака. Эффективное потенциальное поле нуклонов.
18. Энергия Ферми нуклонов ядерной системы. Получение симметричной энергии в модели ферми-газа.
19. Экспериментальные основания оболочечной модели ядра.
20. Связь эффективного потенциала поля ядерных сил с плотностью распределения нуклонов в ядре.
21. Оболочечная модель ядра. Числа заполнения ядерных оболочек в случае потенциала трехмерного гармонического осциллятора.
22. Спин-орбитальное взаимодействие. Магические числа.
23. Экспериментальные следствия оболочечной модели ядра.
24. Модель деформированного ядра Рейеуотера – Нильссона. Обобщенная модель Бора – Моттельсона.
25. Основные характеристики ядра: четность. Закон сохранения четности.
26. Правило Лапорта. Закон сохранения четности в электромагнитных взаимодействиях.
27. Закон сохранения четности в сильных взаимодействиях.
28. Несохранение четности в слабых взаимодействиях. Эксперимент Ву.
29. Закон радиоактивного распада, период полураспада, постоянная распада.
30. Теория альфа-распада, закон Гейгера – Нетолла.
31. Вероятность перехода квантовой системы из одного состояния в другое, золотое правило Ферми.
32. Бета-распад, непрерывный бета-спектр.
33. Теория бета-распада Ферми. Переходы Ферми, Гамова – Теллера.

34. Гамма-излучение ядер, эффект Мессбауэра.
35. Ядерные реакции, сечение ядерных реакций, формула Брейта – Вигнера.
36. Законы сохранения в ядерных реакциях.
37. Основные свойства деления ядер. Элементарная теория деления.
38. Возможность использования энергии деления, запаздывающие нейтроны.
39. Сечение деления и практическое осуществление цепного ядерного процесса.
40. Термоядерный синтез.
41. Симметрии и законы сохранения. Инвариантность относительно зарядового сопряжения. СР-инвариантность.
42. Проверка инвариантности относительно обращения времени в сильных, слабых и электромагнитных взаимодействиях.
43. Взаимодействие заряженных частиц, нейтронов и гамма-квантов с веществом.
44. Ионизационное торможение заряженных частиц.
45. Радиационное торможение электронов.
46. Фундаментальные частицы Стандартной модели.
47. Характеристика лептонов, кварков, калибровочных бозонов.
48. Кварковая модель мезонов и барионов.
49. Эксперименты в физике высоких энергий, Большой адронный коллайдер.
50. Объединение взаимодействий.
51. Барионная асимметрия во Вселенной, распад протона.
52. Космические лучи.