

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.Г. ШАХОВ

ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.03 Прикладная механика, 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика и по специальностям 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракетных и ракетно-космических комплексов, 24.05.07 Самолето- и вертолетостроение

САМАРА
Издательство Самарского университета
2022

УДК 536.7: 621.016(075)

ББК 22.317я7

Ш 32

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В. В. Б и р ю к,

д-р физ.-мат. наук, д-р техн. наук, проф. В. Т. В о л о в

Шахов, Валентин Гаврилович

Ш 32 **Термодинамика и теплопередача:** учебное пособие / *В.Г. Шахов*. – Самара: Издательство Самарского университета, 2022. – 164 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-1722-9

В данном пособии излагаются основы термодинамики и теплопередачи.

В первой части изложены законы термодинамики и их приложения к анализу циклов двигателей внутреннего сгорания, воздушно-реактивных двигателей и жидкостного ракетного двигателя.

Во второй части изложены физические основы теплообмена. Рассмотрены элементарные способы передачи тепла.

Предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 15.03.03 Прикладная механика, 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика и по специальностям 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракетных и ракетно-космических комплексов, 24.05.07 Самолето- и вертолетостроение.

Подготовлено на кафедре конструкции и проектирования летательных аппаратов.

УДК 536.7: 621.016(075)

ББК 22.317я7

ISBN 978-5-7883-1722-9

© Самарский университет, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА	9
2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАБОЧЕЕ ТЕЛО	14
3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ	15
4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ	16
5. ПАРАМЕТРЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ	17
6. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ	20
7. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ СОВЕРШЕННОГО ГАЗА	24
8. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ЦИКЛЫ	25
9. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ	30
10. ВНУТРЕННЯЯ И ВНЕШНЯЯ ЭНЕРГИИ	33
11. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ	36
12. ТЕПЛОЕМКОСТЬ	40
13. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ	45
14. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПОЛИТРОПНЫХ ПРОЦЕССОВ	48
15. ЦИКЛ КАРНО	52
16. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ	56
17. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ФОРМУЛИРОВКИ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ	59
18. ЭНТРОПИЯ	63
19. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ В $T-s$ КООРДИНАТАХ	65
20. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СРЕД	67
21. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ	71

22. ЦИКЛ ОТТО	76
23. ЦИКЛ ДИЗЕЛЯ	80
24. ЦИКЛ ТРИНКЛЕРА	83
25. ЦИКЛЫ ПРЯМОТОЧНЫХ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ	85
26. ЦИКЛ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ	88
27. ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ	91
28. ЦИКЛ ЖИДКОСТНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ	97
29. ВИДЫ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА	99
30. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ	102
31. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	105
32. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	107
33. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ	112
34. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ОДНОСЛОЙНУЮ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ (ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ I-ГО РОДА)	115
35. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ОДНОСЛОЙНУЮ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ (ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ III-ГО РОДА)	118
36. СЛУЧАЙ ПЛОСКОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ СТЕНКИ	121
37. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ	126
38. КРИТИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР ТЕПЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ ТРУБОПРОВОДА	132
39. ШАРОВАЯ СТЕНКА	136
40. КОНТАКТНЫЙ ТЕПЛООБМЕН	139
41. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН	142
42. ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ	146
43. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ	152
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	159
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	160

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие по термодинамике и теплопередаче подготовлено в соответствии с утвержденной учебной программой на основе лекций, прочитанных автором студентам различных специальностей.

Термодинамика изучает фундаментальные законы природы о превращениях энергии в различных процессах. Знание основных законов и положений термодинамики необходимы для специалистов практически всех направлений машиностроения. Термодинамика составляет теоретическую основу таких специальных дисциплин, как механика жидкости и газа, аэродинамика летательных аппаратов и других.

Термодинамика относится к тем областям науки, общее изложение которых практически было завершено к началу XIX века. Но её развитие продолжается из-за общего развития смежных разделов науки, использующих результаты термодинамики.

Термодинамика является единственной общей физической теорией, которая, по словам А. Эйнштейна, «в рамках применимости своих основных положений никогда не будут опровергнуты».

Автор солидарен со справедливостью двух положений, высказанных Дж. Феном: «1. Каждый широко образованный человек должен иметь некоторое понятие о законах термодинамики. 2. Любой человек, даже не имеющий никакой или почти никакой подготовки в области математики и естественных наук, может, затратив сравнительно немного усилий, понять эти законы».

В первой части пособия рассматриваются основные законы термодинамики, термодинамические процессы, дифференциальные уравнения термодинамики. Рассматриваются идеальный цикл Карно, следствия из его теоремы, как для обратимых, так и необрати-

мых процессов. Рассматриваются циклы двигателей внутреннего сгорания, воздушно-реактивных двигателей и жидкостного ракетного двигателя.

Во второй части излагаются законы теплопроводности при стационарном и нестационарном режимах, стационарные задачи теплопроводности через плоские, цилиндрические и шаровые стенки при различных граничных условиях, основы теории подобия конвективного теплообмена.

ВВЕДЕНИЕ

Термодинамика как наука возникла в начале XIX в. в связи с необходимостью теоретического обоснования тепловых процессов в паровых поршневых машинах. Поэтому первоначально, в середине XIX в., основным содержанием термодинамики было изучение процессов взаимного превращения теплоты и механической работы как двух форм обмена энергией, отражением чего явилось и само название науки, составленное из двух слов греческого языка: θερμη – «тепло», δύναμις – «сила» – тепло как средство совершения работы.

Развитие термодинамики способствовало дальнейшему развитию теплотехники. Так, в начале прошлого столетия появилась холодильная техника, обеспечивающая возможность получения глубокого холода. Стали строиться мощные двигатели внутреннего сгорания, паровые котлы, паровые и газовые турбины. Успехи термодинамики способствовали развитию ракетостроения, машин и установок атомной энергетики.

Со временем термодинамика превратилась в теорию, описывающую преобразования состояния вещества. Тепловые движения являются лишь следствием некоторых таких преобразований. Основу термодинамики составляют два закона или начала. Одно из них относится к сохранению энергии, а другое к рассеиванию (обесцениванию) энергии – к энтропии. Эти законы были сформулированы в XIX в. Они явились развитием основ механической теории теплоты и закона сохранения и превращения энергии. Иногда говорят о третьем законе термодинамики, или о законе неисчерпаемости энергии (абсолютный ноль температур недостижим).

Термодинамика – это наука о закономерностях превращения энергии в различных физических, химических и других процессах, рассматриваемых на макроуровне. В термодинамике изучаются состояния и процессы, для описания которых можно ввести понятие температуры.

Теплопередачей (или теплообменом) называют науку, изучающую закономерности самопроизвольных необратимых процессов переноса теплоты в пространстве, который осуществляется теплопроводностью, конвекцией, тепловым излучением или их совокупностью.

В технической термодинамике рассматривается только идеальные обратимые и равновесные процессы в так называемых идеальных машинах (двигателях или орудиях) на начальном этапе проектирования.

Основная задача термодинамики – указать инженерам способы подсчета и увеличения эффективности или КПД самых разных организмов – от машинных до биологических (генная инженерия).

В начале XX в. главной задачей термодинамики считали исследование проблем преобразования (взаимопревращения) одних видов энергии в другие. Было даже предложено термин термодинамика заменить другим – энергетика. Но современная термодинамика является не только инженерной наукой. Она входит важной составной частью в теоретическую физику.

Современная термодинамика является теоретической основой всех без исключения макроскопических процессов в природе и обществе. Макроскопическими называются процессы, в которых участвуют многие частицы, например молекулы окружающего нас воздуха, муравьи в муравейнике, галактики во Вселенной.

Применительно к построенным людьми машинам и устройствам, например к летательным аппаратам, современная термодинамика занимается, прежде всего, изучением пяти глобальных инженерных проблем земной цивилизации: энергетики, транспорта, безопасности, производства и информатики.

1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Объектом изучения термодинамики является термодинамическая система (ТС). Под термодинамической системой понимается выделенная из окружающего мира условной замкнутой поверхностью часть пространства вместе с находящимися в нем телами и полями. Эти тела и поля могут взаимодействовать как между собой, так и с окружающей средой, в том числе трансформироваться (изменять размеры и свойства) и обмениваться как энергией, так и веществом. Под окружающей средой понимается все, что не включено в ТС. В системе могут присутствовать несколько тел, одно тело или его часть. Ограничивающую систему поверхности называют также границей ТС или ее контрольной поверхностью.

В настоящее время именно вид ТС определяет деление термодинамики как науки на множество ее конкретных приложений:

техническая термодинамика (изучает эффективность технических систем);

химическая термодинамика (изучает поведение ТС с учетом химических реакций);

статистическая термодинамика (изучает законы распределения параметров частиц и квазичастиц в термодинамическом рабочем теле (ТРТ), с помощью которых расчетным путем, без проведения экспериментов, получает все феноменологические параметры);

биологическая термодинамика (изучает биологические процессы и явления);

социальная термодинамика (изучает социальные и экономические ТС).

Термодинамика как раздел теоретической физики подразделяется на:

классическую термодинамику, пренебрегающую пространственными координатами и временем;

термостатику, т.е. термодинамику, изучающую статические ТС без учета времени, но с учетом координат;

термокинетику, т.е. термодинамику, изучающую ТС с учетом времени и координат, но в бессиловом поле (движение по инерции, сверхтекучесть и сверхпроводимость);

линейную неравновесную термодинамику, изучающую ТС с учетом координат и времени, но вблизи равновесия, когда термодинамические потоки зависят линейно от термодинамических сил;

нелинейную неравновесную термодинамику (наиболее общий случай термодинамики).

Нередко и линейную, и нелинейную неравновесную термодинамику именуют общим термином термодинамика необратимых процессов.

В инженерной практике используется техническая термодинамика, которая год от года совершенствуется из-за усложнения ТС – инженерных объектов ее исследования.

Материю, составляющую ТС, удобно разделить на вещество и поле. Под веществом понимается материя, обладающая массой покоя. Поле может быть электростатическим, магнитным, электромагнитным (излучение), гравитационным и внутриядерным.

Изолированная термодинамическая система никак не взаимодействует с окружающей средой, однако в такой системе отдельные части (подсистемы) могут взаимодействовать между собой.

Неизолированная термодинамическая система взаимодействует с окружающей средой, причем число возможных взаимодействий (механическое, тепловое, электростатическое и др.) определяет число степеней свободы ТС.

Термодинамическая система называется закрытой, если она не может обмениваться веществом с другими системами. Термодинамическая система может быть закрытой, но масса отдельных ее ча-

стей может изменяться (например, при фазовом переходе жидкость – пар), поэтому такие системы получили название неоднородных.

Термодинамические системы, которые могут обмениваться веществом с другими системами, называются открытыми.

Неравновесное состояние термодинамической системы характеризуется наличием в ней или в объеме ТРТ потоков экстенсивных величин (теплоты, электричества, массы жидкости и т.д.), вызванных термодинамическими силами – градиентами соответствующих интенсивных параметров (температуры, электрического потенциала, давления, концентрации и т.д.). При этом ТС определяется пространственно-временным полем значений каждого термодинамического параметра.

Изотропной (гомогенной) термодинамической системой называется система, у которой свойства по всем направлениям одинаковы. Такие ТС используются для термодинамического анализа химических реакций и явлений релаксации (возбуждение, внутреннее превращение и т.д.), которые протекают медленно и не нарушают гомогенности ТРТ. Основным параметром анализа служит время, а работа процесса зависит только от объема системы. Массообмен такой термодинамической системы с внешней средой допустим, т.е. ТС может быть неизолированной. В гомогенных системах отсутствует электризация, намагниченность и диссипативные эффекты, так как нет градиентов и потоков, хотя концентрация, температура и давление с течением времени могут изотропно изменяться.

Гетерогенной (неоднородной или прерывной) термодинамической системой называется система, состоящая из нескольких гомогенных ТС.

Стационарное состояние термодинамической системы возникает тогда, когда определяющие ее свойства термодинамические параметры не зависят от времени. Стационарное состояние может быть как равновесным, так и неравновесным.

Термодинамическое равновесие – состояние термодинамической системы или термодинамического рабочего тела, при котором никакие термодинамические процессы в них не возможны, в том числе и процессы переноса, поскольку термодинамические воздействия на ТС или ТРТ уравновешены. Термодинамическое равновесие – это наиболее вероятное состояние термодинамической системы, устойчивое по отношению к возмущениям (принцип Ле Шателье-Брауна). Равновесие ТС может быть частичным, например, в случае механического равновесия, когда ускорения частей ТС равны нулю. Термодинамическое равновесие – фундаментальное понятие классической термодинамики, позволяющее изучать обратимые термодинамические процессы.

Противоположное понятие – термодинамическое неравновесие – основа для изучения необратимых процессов или процессов, идущих с рассеянием энергии, а для изолированных (замкнутых) ТС – с выравниванием физико-химических свойств и параметров состояния. Но если равновесие и обратимость в смысле термодинамической идеализации (квазиравновесие) могут считаться синонимами, то неравновесие и необратимость – понятия более сложные и с точки зрения термодинамической идеализации не эквивалентны. При этом понятие неравновесности, как это ни парадоксально, шире понятия необратимости, поскольку известны потоки, признаки необратимости для которых пренебрежимо малы (потоки фотонов в вакууме, сверхтекучесть гелия, сверхпроводимость и т.д.).

Термодинамическое квазиравновесие – плавное, бесконечно медленное протекание термодинамического процесса, вызванное бесконечно малыми вынуждающими силами и связанное с изменением хотя бы одного из термодинамических параметров состояния равномерно по всему объему ТРТ при отсутствии каких-либо процессов переноса в ТРТ, вызванных неоднородностью его свойств.

Термодинамическая система – совокупность любых материальных тел и полей, находящихся в энергетическом взаимодействии и отделенных от окружающей (внешней) среды реальной или условной замкнутой контрольной поверхностью, называемой границей термодинамической системы.

При этом каждое материальное тело внутри термодинамической системы может иметь собственную контрольную поверхность. В качестве ТС может рассматриваться летательный аппарат, а в качестве его подсистемы – двигатель, баки с топливом и т.д. Если же необходимо рассмотреть лишь внутрибаковые процессы, то в качестве ТС рассматривается только внутрибаковый объем, ограниченный внутренними стенками бака, а в качестве подсистем рассматриваются жидкая и газовая фазы топливного компонента.

2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАБОЧЕЕ ТЕЛО

Непрерывное материальное тело или поле, ограниченное замкнутой контрольной поверхностью термодинамической системы или входящей в ТС подсистемы, называется термодинамическим рабочим телом (ТРТ).

Объем термодинамического рабочего тела может быть равен как объему ТС, так и объему подсистемы, если ТС состоит из нескольких ТРТ. Иногда не упоминают о контрольной поверхности и не включают в понятие ТРТ поле, поскольку еще не все разновидности поля достаточно изучены. В действительности, даже в классической термодинамике широко используются такие понятия, как параметры состояния фотонного газа, или, что то же самое, однородного электромагнитного поля. В неравновесной термодинамике градиенты потенциалов электрического, магнитного или гравитационного полей выступают в роли движущих сил, поэтому материальное поле наравне с материальными телами может выступать в качестве ТРТ. Каждый вид ТРТ может характеризоваться термодинамическими параметрами состояния.

В классической и технической термодинамике ТРТ всегда однородно по составу и изотропно, а выступающие в роли ТРТ вещества могут быть чистыми (если состоят из одинаковых частиц), могут представлять собой смеси, например атмосферный воздух. При этом вещества должны быть однородно перемешаны, а осредненные физико-химические свойства одинаковы по всему объему ТРТ. В неравновесной термодинамике ТРТ может быть и не однородным – содержать градиенты термодинамических параметров, иметь поверхности раздела фаз, переменный химический состав. Иначе говоря, в неравновесной термодинамике физико-химические свойства и параметры состояния ТРТ зависят, как от координат, так и от времени.

3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ

Под термодинамическим состоянием системы понимается распределение материи и ее энергетических характеристик по объему системы.

Состояние системы называется равновесным, если после изоляции от окружающей среды в ней не наблюдается никаких изменений. При наличии изменений – система неравновесная. Под изоляцией понимается прекращение энерго- и массообмена между системой и окружающей средой. Если система находится в механическом взаимодействии с внешней средой, а тепловое взаимодействие исключено, то ее называют адиабатной.

Следует различать равновесное и стационарное состояния. Последнее может быть и не равновесным, если эта неравновесность поддерживается потоками энергии или массы через границы.

Неравновесность бывает пространственной, т.е. в одной точке. В случае пространственной неравновесности в разных точках объема могут оказаться различными, например, температура, давление. При локальной неравновесности в рассматриваемой точке могут отсутствовать, например, химическое равновесие между поступательными и вращательными степенями свободы молекул.

В реальных условиях равновесных в строгом смысле этого слова систем не существует. При бесконечно малом отклонении от равновесия систему называют квазиравновесной. Однако в дальнейшем квазиравновесную систему будем для простоты называть также и равновесной.

4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СИЛЫ

Воздействия, которые могут привести систему в неравновесное состояние, называются термодинамическими силами.

Силы можно разделить на внешние и внутренние. Внешние силы возникают при взаимодействии системы с окружающей средой, внутренние – за счет внутренних причин.

Примеры внешних сил: p, F, T и др., где p - нормальное к границе системы давление, F - механическая сила, T - термодинамическая температура.

Первые две из представленных сил являются механическими, остальные – немеханическими. Для всех сил будем использовать термин «обобщенные силы». Общее свойство сил: каждая, будучи умноженной на соответствующий ей обобщенный путь, дает значение порции энергии.

Пусть N - число действующих на систему внешних сил; если на систему действуют только давление и температура, то $N = 2$ и система называется простой. При наличии других внешних сил $N > 2$ и система называется сложной.

Все внутренние силы стараются изменить систему в направлении, приближающем ее к состоянию равновесия. Эти силы можно объединить в одну внутреннюю обобщенную силу.

Общее число внешних и внутренних сил, действующих на систему, называется числом степеней свободы системы Z_{CT} .

Для неравновесной системы $Z_{CT} = N + 1$, для равновесной системы $Z_{CT} = N$.

5. ПАРАМЕТРЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

Состояние термодинамической системы задано, если заданы значения некоторых параметров $\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n$, которыми полностью определяются все интересующие нас характеристики системы. Определяющие параметры μ^i , которые могут принимать вообще в некоторых диапазонах произвольные значения, называются при этом параметрами состояния.

Все тела состоят из атомов и молекул, и, если в каждый момент времени известно положение и движение всех элементарных частиц, составляющих тело, известно и состояние всего тела. Если задать состояние одного кубического сантиметра, то придётся задать $3 \cdot 2,7 \cdot 10^{19}$ функций от времени координат молекул (считаемых материальными точками), содержащихся в этом объёме, так как молекулы даже покоящегося газа движутся. В то же время известно, что с макроскопической точки зрения во многих случаях покоящегося воздуха (и других газов) состояние определяется заданием всего только двух параметров – давления p и плотности ρ .

Макроскопическая точка зрения – это точка зрения, в которой учитываются процессы, эффекты и свойства существенные только для конечных тел, которые мы наблюдаем или применяем в различного рода явлениях в природе и в технике.

Макроскопические параметры могут строиться как статистические средние большого числа молекул, движущихся и расположенных вообще произвольно. Например, в газах макроскопическую скорость $\mathbf{v}$ можно вводить как скорость центра масс совокупности молекул в физически малом объёме; температуру T – как среднюю энергию хаотического движения атомов и молекул относительно макроскопического движения, приходящуюся на одну степень свободы; напряжение $\mathbf{p}_n$ на некоторой площадке – как среднюю харак-

теристику импульса, переносимого молекулами через эту площадку при их хаотическом движении, и т.п.

Примеры единиц величин таких параметров в системе СИ: p – давление, Па; T – термодинамическая температура, К; V – объем, м³; m – масса, кг; I – энтальпия, Дж; a – местная скорость звука, м/с.

Для характеристики объема, занимаемого единицей массы вещества, вводится понятие удельного объема. Удельный объем ν связан с массой вещества m и его объемом V соотношением $\nu = V/m$, выражаемым обычно в м³/кг.

Плотность и удельный объём могут получаться один из другого:
 $\rho = m/V = 1/\nu$ – плотность, кг/м³.

В дальнейшем по мере необходимости будут вводиться и другие термодинамические параметры состояния. При этом всегда будем придерживаться такого правила: все величины, отнесенные к массе вещества m , обозначать такими же, как и для произвольного количества вещества, но малыми буквами (прописными), и называть удельными. Например, $i = I/m$ – удельная энтальпия, Дж/кг.

Приведённые выше удельные характеристики получены в предположении, что термодинамические параметры состояния во всех точках ТРТ одинаковые или мало отличаются. В общем случае они дают представление о средних по объёму ТРТ удельных характеристиках.

Представляя ТРТ в виде совокупности тел массами Δm и объёмами ΔV , получаем среднее значение плотности в каждом объёме, равное $\rho = \Delta m / \Delta V$. При стягивании объема в точку локальное значение плотности будет $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} (\Delta m / \Delta V)$. По аналогии локальная удельная энтальпия вводится как $i = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} (\Delta I / \Delta V)$. Очень часто

вместо малых количеств, например Δm , используют приращения этих величин (в данном случае dm). Тогда применяется запись

$$\rho = \frac{1}{dV} dm \text{ или } i = \frac{1}{dV} dI.$$

Термодинамическими параметрами состояния являются только абсолютное давление, которое отсчитывается от абсолютного нуля давления (абсолютного вакуума), а также абсолютная температура. Абсолютная температура – величина всегда положительная.

В теоретической механике рассматриваются неголономные системы. В термодинамике также возможно, когда определяющие параметры $\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n$ изменяются в определённых пределах произвольно, а их приращения $d\mu^i$ связаны между собой, например, m неинтегрируемыми соотношениями вида

$$\sum_{i=1}^m R_i d\mu^i = R_i d\mu^i = 0,$$

где $R_i = R_i(\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n)$ – некоторые функции определяющих параметров. В последнем выражении знак суммы $\sum_{i=1}^m$ опущен. Далее обычно будем опускать знак суммы, подразумевая суммирование, когда в аналогичных выражениях будут встречаться два одинаковых индекса, один из которых стоит сверху, а другой внизу.

Тогда число $n - m$ независимых приращений $d\mu^i$ оказывается меньше, чем число независимых переменных определяющих параметров μ^i , и термодинамическая система называется неголономной.

Для неголономных систем число степеней свободы определяется как число независимых приращений $d\mu^i$.

6. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Число параметров, определяющих состояние термодинамической системы, может быть весьма большим. Для однозначного задания термодинамического состояния равновесной термодинамической системы следует указать значение N параметров, называемых независимыми ($N = Z_{\text{СТ}}$ при равновесии). Все остальные параметры являются зависимыми и называются также термодинамическими функциями.

Независимые параметры не должны выражаться друг через друга. Их выбор зависит от постановки задачи. Примеры наборов независимых параметров для простой ТС: (p, T) ; (p, V) ; (p, T) .

Выражение, содержащее $N + 1$ параметр, называется уравнением состояния. Любой параметр в этом уравнении можно выбрать в качестве функции, если задаются остальными.

Наиболее часто уравнения состояния записывается в виде

$$f(p, v, T) = 0 \quad (1)$$

и может быть представлено сложной термодинамической поверхностью в декартовых координатах, характеризующей равновесные состояния однородной термодинамической системы (рис. 1). На этой поверхности каждому равновесному состоянию соответствует определенная точка.

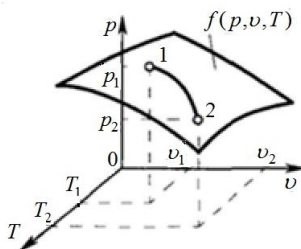


Рис. 1. Поверхность состояния

Очевидно, что в уравнении (1) независимых параметров только два, а третий, например давление, может быть найден через два других:

$$p = p(\nu, T).$$

Конкретный вид термодинамического уравнения зависит от свойств веществ и совершенно различен для веществ в твердом, жидком, газообразном и плазменном состояниях. Основной фактор, влияющий на уравнение состояния – интенсивность взаимодействия частиц ТРТ. Все уравнения состояния, применяемые в практических целях, получены из опытных данных, поэтому термодинамику часто называют феноменологической научной дисциплиной.

При изучении основ термодинамики исследуют, как правило, только лишь уравнения состояния совершенных газов и уравнение Ван-дер-Ваальса, дающее качественное представление о переходе вещества из газообразного состояния в жидкое. Для практических нужд в настоящее время частные, т.е. справедливые только для определенного интервала термодинамических параметров, уравнения состояния для реальных газов, как правило, не используются, так как в результате обобщения огромного экспериментального материала был открыт эмпирический закон соответственных состояний, суть которого состоит в том, что все газы подчиняются одному уравнению состояния (так называемому вириальному уравнению), выраженному в приведенных параметрах.

С математической точки зрения параметры состояния представляют собой аргументы функций, входящих в замкнутую систему уравнений, описывающих поведение среды. Эти функции могут зависеть от разного набора независимых переменных, и в соответствии с этим система определяющих параметров, фиксирующих данную модель сплошной среды, могут составляться из разных величин. Например, в случае газа это могут быть p и ρ , или p и T , или ρ и T и т.п.

С физической точки зрения эти различные системы определяющих параметров для данной модели сплошной среды могут оказаться неравноправными. В заданиях внутренней энергии как функции p и энтропии S или p и ρ содержится разное количество информации.

Отметим лишь три классификационных признака параметров состояния термодинамических систем:

- параметры состояния и параметры процесса;
- параметры независимые и зависимые;
- параметры интенсивные и экстенсивные.

Параметрами состояния (из рассмотренных ранее) являются: $p, V, \nu, T, m, I, i, S, s$. Эти параметры определяются исключительно координатами точек на термодинамической поверхности или на ее проекциях.

Параметры процесса характеризуют процесс. Параметры процесса, связанные с передачей энергии, при обращении процесса в обратном направлении меняют свой знак ($Q, \Delta I$).

У параметров состояния знак может и не меняться (если не осуществляется переход через нуль).

Зависимые параметры или функции термодинамических состояний и процессов определяются через заданные условиями задачи исходные параметры, называемые независимыми.

Экстенсивными параметрами называются такие термодинамические величины, которые обладают свойством делимости или аддитивности (сложения): m, V, I , а также время, длина, площадь, стоимость и т.д.

Интенсивные параметры p, T, ν, ρ, R и т.д. применимы для любых порций ТРТ и свойством аддитивности не обладают.

Экстенсивные параметры характеризуют систему лишь в целом, а интенсивные могут характеризовать ее и в каждой точке, и в це-

лом. Если равновесную систему разделить на несколько подсистем, то интенсивные свойства каждой из подсистем будут такими же, как и у системы в целом, в то время как экстенсивные свойства системы в целом будут равны сумме соответствующих экстенсивных свойств подсистем.

7. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ СОВЕРШЕННОГО ГАЗА

Совершенным называется газ, у которого диаметр частиц (молекул) и потенциал межмолекулярного взаимодействия равны нулю.

В случае невыполнения хотя бы одного из этих условий газ считается реальным.

В строгом смысле все существующие газы являются реальными, однако при достаточно низких давлениях и не очень низких температурах отклонениями от характеристик совершенного газа можно пренебречь.

Клапейроном в 1834 г. путем объединения уравнений законов Бойля-Мариотта и Гей-Люсака было получено, что:

$$\frac{p\nu}{T} = \text{const} . \quad (2)$$

Клапейрон установил, что постоянная величина в уравнении (2) не зависит от состояния газа, а зависит только от его свойств.

Д.И. Менделеев в 1874 г. нашел численное значение постоянной в уравнении (2) для одного моля газа при нормальных физических условиях ($T_0 = 273,15\text{K}$; $p = 101325\text{Па}$). В соответствии с этим уравнением объем одного моля любого газа при нормальных условиях есть величина постоянная: $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{м}^3/\text{моль}$.

Связь между параметрами состояния для совершенного газа описывается уравнением Менделеева-Клапейрона

$$p\nu = RT \quad (3)$$

или

$$p = \rho RT , \quad (4)$$

где R – удельная газовая постоянная, Дж/(кг · К).

8. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ЦИКЛЫ

Термодинамически равновесным состоянием системы называется такое состояние, в котором все характеристики внутреннего состояния системы (в том числе и механические) при сохранении внешних условий могут сколь угодно долго сохранять свои значения. В пространстве состояний состояние термодинамического равновесия изображается точкой.

Термодинамические процессы могут протекать как быстро, так и медленно. Можно рассматривать предельный случай процесса, протекающего столь медленно, что скорость изменения всех параметров в нём бесконечно малы. В пространстве состояний такой процесс изображается кривой, каждая точка которой является точкой равновесия. Бесконечно медленные процессы, в которых каждое промежуточное состояние является состоянием равновесия, называются равновесными; в соотношениях, описывающих равновесные процессы, несущественна величина скорости изменения параметров, однако направление изменения определяющих параметров в равновесном процессе может быть существенным.

Процессы, протекающие с конечными скоростями (если скорости оказывают влияние на физические связи), носят название неравновесных.

Определения равновесных и установившихся (стационарных) процессов при наличии движения среды в общем случае не совпадают. Процесс может быть установившимся, т.е. все параметры состояния системы могут не изменяться со временем в данной точке геометрического пространства ($\partial\mu^k/\partial t$), и в то же время быть неравновесным, т.е. иметь существенно влияющие на процессы в частицах среды конечные скорости изменения параметров ($d\mu^k/dt \neq 0$).

Процесс, протекающий от некоторого состояния A к состоянию B , называется обратимым, если для каждого промежуточного состояния все уравнения для бесконечно малых приращений параметров удовлетворяются также при замене знаков этих приращений на обратные. Таким образом, если некоторая последовательность состояний образует в пространстве состояний обратимый процесс, то эту последовательность система может проходить как в прямом, так и в обратном направлении, причём соответствующие каждому элементу пути внешние притоки энергии в прямом и обратном процессе отличаются только знаками. Если процесс не обладает таким свойством, то он называется необратимым.

Обычно рассматриваются обратимые процессы, которые одновременно являются равновесными. Понятия равновесных и обратимых процессов в общем случае различны. Бесконечно медленные процессы, для которых в конечных соотношениях между определяющими параметрами не только скорости, но и вообще направление изменения определяющих параметров несущественны (не являются существенными аргументами), можно рассматривать как обратимые.

Примером необратимого процесса для системы в целом может служить явление установившейся теплопередачи теплопроводностью в покоящейся среде; в этом случае состояние всех малых частиц среды можно рассматривать как равновесные.

Введем в рассмотрение пространство состояний, т.е. пространство, координатами которого являются параметры состояния μ^i (фазовое пространство). Совокупность состояний среды, соответствующих некоторой последовательности значений параметров состояния, называется процессом. Особое значение имеют физически реальные процессы, т.е. процессы, в которых в рамках применяемой модели последовательность состояний может осуществляться с течением времени. В зависимости от внешних и внутренних взаимодействий можно рассматривать различные реальные процессы.

Процессы могут быть непрерывными, когда совокупность состояний для данной частицы $\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n$ образует в пространстве состояний непрерывную кривую. В теории встречаются также процессы с разрывами значений параметров состояния $\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n$ и, в частности, разрывные процессы, составленные из участков непрерывных кривых в пространстве состояний.

Между двумя данными одними и теми же состояниями можно, вообще говоря, проводить много различных процессов, как непрерывных, так и разрывных.

Число изменяемых параметров и их характер для различного рода процессов могут быть разными. Например, процессы могут быть чисто механическими, когда все параметры немеханической природы сохраняют постоянные значения.

Под термодинамическим процессом понимается непрерывное изменение состояний системы. Причиной термодинамических процессов является наличие в термодинамической системе обобщенных термодинамических сил, определяемых как градиенты параметров состояния: $\text{grad } p$, $\text{grad } T$ и т.д.

В изолированной термодинамической системе процессы идут в направлении, приближающем систему к состоянию равновесия. При достижении равновесия градиенты исчезают и процессы прекращаются.

В открытой термодинамической системе процессы и связанные с ними силы также стремятся к состоянию равновесия. Однако внешние воздействия могут поддерживать градиенты, и поэтому неравновесность сохраняется. В зависимости от характера внешних воздействий система при этом может находиться в стационарном состоянии, приближаться к равновесию или удаляться от него. В стационарном состоянии параметры системы во всех точках остаются

неизменными. Состояние равновесия также является стационарным, но оно возможно лишь как конечное состояние изолированной ТС.

Летательные аппараты, живые организмы, планеты, звезды относятся к неравновесным ТС. Достижение равновесия для живого организма означает его смерть.

В термодинамике используется термин равновесный процесс. В буквальном смысле – это процесс, при протекании которого система в любой момент находится в состоянии равновесия. Но в равновесной системе процессы невозможны. Следовательно, это понятие, строго говоря, некорректно. В дальнейшем под равновесием будем принимать квазиравновесный процесс, при протекании которого система проходит ряд квазиравновесных состояний. Поскольку градиенты при этом бесконечно малы, то этот условно названный равновесным процесс протекает бесконечно медленно.

Идеализированное понятие равновесного процесса позволяет в уравнениях классической термодинамики отказаться от использования времени и пространственных координат. Задать конкретный процесс – значит указать последовательность изменения состояний системы. Равновесные процессы изображаются на термодинамической поверхности или на ее плоских проекциях (в координатах pV , pT или VT) в виде непрерывных линий без указания временных отметок и пространственных координат.

При этом удобнее использовать не пространственные трехмерные изображения линий процессов, а их двумерные проекции на координатные плоскости pV , pT , VT .

Изображение линий термодинамического процесса на плоскости pV называется pV – диаграммой.

Каждый термодинамический процесс, изображенный линией на плоскости, отображает совокупность последовательных равновесных состояний системы, выраженных в виде зависимости одного

параметра от другого при постоянстве значений третьего параметра или при каких-то других определенных условиях.

На рис. 2 и 3 в координатах pV в качестве примера приведены процессы 1 – 2, 2 – 3 и 1 – а – 2; 2 – b – 1.

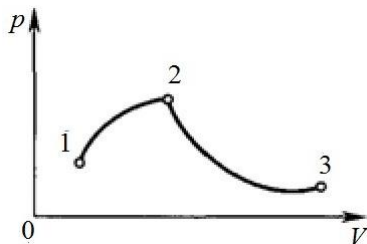


Рис. 2. Разомкнутый цикл

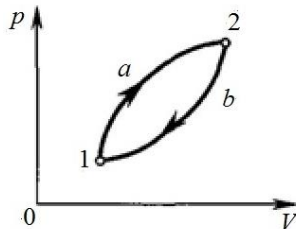


Рис. 3. Замкнутый цикл

Процесс, в результате которого система возвращается к своему первоначальному положению, называется циклом.

В случае непрерывных процессов циклу в пространстве состояний соответствует замкнутая кривая (рис. 3). Для разомкнутых циклов (рис. 2) возвращение ТС в исходное состояние осуществляется с помощью условного замыкающего термодинамического процесса.

9. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВНЕШНЕЙ СРЕДОЙ

Совершая некоторый процесс, термодинамическое рабочее тело в общем случае взаимодействует с внешними телами и полями. Основная задача при построении термодинамики состоит в установлении законов и механизмов взаимодействия выделенного ТРТ с внешними по отношению к нему телами и полями.

В термодинамике большое значение имеет учёт энергообмена между данным ТРТ и внешними телами и внешним полем. Понятие об энергии тесно связано с представлениями о различных видах энергии. Это может быть кинетическая энергия частиц, потенциальная энергия, связанная с относительным расположением частиц, тепловая энергия, электромагнитная энергия, энергия химических связей и некоторые другие виды энергии. В общем случае можно говорить о превращениях энергии из одного вида энергии в другой.

В физике долгое время главное значение имел приток энергии к ТРТ механической природы, т.е. работа внешних макроскопических или массовых и поверхностных внешних сил над ТРТ, и приток тепловой энергии, который ТРТ может получать за счёт теплопроводности, излучения, химических превращений, течения электрического тока и других механизмов. Энергии, соответствующие этим притокам, отдаваемым или получаемым ТРТ, могут превращаться друг в друга внутри ТРТ или вне его.

В настоящее время во многих случаях требуется учитывать электромагнитные взаимодействия; возникает необходимость рассматривать энергообмен частицы с внешней средой за счёт более сложных механизмов взаимодействия, таких, например, как работа расpredелённых поверхностных пар, энергообмен за счёт химических, структурных и фазовых превращений и т.п.

Полный внешний приток энергии для элементарного процесса к малой ТРТ можно представить в виде

$$dA^{(e)} + dQ^{(e)} + dQ^{**}, \quad (5)$$

где $dA^{(e)}$ – работа внешних макроскопических массовых и поверхностных сил, $dQ^{(e)}$ – приток тепла, а dQ^{**} – внешний приток энергии к ТРТ, который возникает за счёт различных механизмов взаимодействия, отличных от работы макроскопических сил и теплообмена, например за счёт взаимодействия с электромагнитным полем при учёте энергии, затрачиваемой на намагничивание и электрическую поляризацию среды, и других причин.

Для идеальной жидкости, в которой давление задано как функция параметров состояния, можно записать

$$\frac{1}{dm} dA^{(e)} = vdv - pd \frac{1}{\rho}, \quad (6)$$

для материальной точки можно использовать выражение

$$dA^{(e)} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

где $\mathbf{F}$ – сила, а $d\mathbf{r}$ – перемещение этой материальной точки под действием рассматриваемой силы.

Аналогично для недеформированного твёрдого тела или идеальной несжимаемой жидкости принимается, что

$$dQ^* = dQ^{(e)} = c(T) dT, \quad (7)$$

где $c(T)$ – коэффициент теплоёмкости, а T – температура.

Формулы (5–7) позволяют для бесконечно малого элементарного процесса, соответствующего изменению параметров $\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n$, записать формулы вида

$$dA^{(e)} = P_i(\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n) d\mu^i$$

и

$$dQ^* = dQ^{(e)} + dQ^{**} = Q_i(\mu^1, \mu^2, \dots, \mu^n) d\mu^i. \quad (8)$$

Притоки энергии dQ^* , $dQ^{(e)}$ и dQ^{**} , как и элементарная работа внешних макроскопических сил $dA^{(e)}$, не являются в общем случае дифференциалами каких-либо функций, а представляют собой бесконечно малые количества. Это означает, что их величины зависят от элементарного термодинамического процесса, переводящего рассматриваемое ТРТ из одного состояния в другое. Иногда такие величины обозначают как δQ^* , $\delta Q^{(e)}$, δQ^{**} и $\delta A^{(e)}$, если они не являются дифференциалами.

10. ВНУТРЕННЯЯ И ВНЕШНЯЯ ЭНЕРГИИ

Представим энергию W термодинамической системы, находящейся во внешней среде, как сумму внутренней U и внешней E энергий:

$$W = U + E . \quad (9)$$

Внутренняя энергия – это сумма энергозатрат на образование системы из исходных элементов. Энергиям, находящимся в начальных состояниях исходных элементов, могут быть присвоены любые (даже нулевые) значения. В качестве таких элементов могут выступать атомы, молекулы или простые вещества, находящиеся в определенном состоянии.

Внешняя энергия – это сумма энергозатрат на то, чтобы разместить систему в конкретных условиях окружающей среды. Если термодинамическая система массой m движется со скоростью $\mathbf{v}$ как единое целое, то ее кинетическая энергия может быть найдена как

$$E_{кин} = \frac{m\mathbf{v}^2}{2} .$$

Потенциальная же энергия системы определяется гравитационным полем (высотой $z_{выс}$ центра масс системы над уровнем моря, принимаемым за нуль отсчета), и ускорением силы тяжести g по формуле

$$E_{пот} = mgz_{выс} .$$

Внутренняя энергия U – это энергия, заключенная в термодинамической системе и зависящая только от ее собственного состояния. Она равна сумме всех видов энергии движения и взаимодействия частиц, составляющих систему: внутренней кинетической энергии теплового движения молекул и нулевой энергии (внутренняя энергия при температуре абсолютного нуля):

$$U = U_{кин} + U_{пот} + U_0 .$$

Полная внутренняя энергия термодинамической системы складывается не только из энергий образующих ее молекул, но включает также и внутримолекулярную и внутриатомную энергии, которые обусловлены взаимодействием атомов и электронов друг с другом и с ядрами атомов. При температуре абсолютного нуля все эти составляющие, в отличие от тепловой энергии, не равны нулю, а, следовательно, и внутренняя энергия никогда не может быть равна нулю.

Внутренняя потенциальная энергия взаимодействия молекул $U_{пот}$ зависит от расстояния между молекулами и от их взаимного расположения. Она определяется суммированием потенциалов взаимодействия всех возможных пар молекул.

Кинетическая энергия теплового движения молекул определяется в виде суммы таких составляющих, как поступательная, вращательная и колебательная энергии:

$$U_{кин} = U_{пос} + U_{вр} + U_{кол}.$$

Интенсивность каждого вида движения молекул зависит от температуры газа. При повышении температуры, т.е. при нагревании системы, и скорость, и кинетическая энергия молекул возрастают.

Внутренняя энергия U зависит и от объема, занимаемого ТРТ, поскольку от него зависят расстояния между молекулами:

$$U = f(V, T).$$

Необходимо иметь в виду следующее:

- внутренняя энергия в термодинамике определяется с точностью до постоянной U_0 , которая выбирается исходя из удобства вычислений и часто просто равна нулю;

- в списке слагаемых внутренней энергии те компоненты, которые в исследуемом процессе не изменяются, могут не учитываться. Например, при отсутствии ядерных превращений или химических реакций соответствующие компоненты просто отбрасываются;

– тепловую энергию ТРТ можно представить как сумму кинетической энергии поступательного движения молекул относительно центра масс ТРТ, кинетической энергии вращательного движения молекул относительно собственных центров масс, энергии колебательного движения атомов в молекуле, энергии возбуждения электронов в атомах и молекулах;

– энергия поверхностного натяжения имеется у всех конденсированных (жидких и твердых) тел. Если тело не слишком мало, то этой энергией можно пренебречь, но для частиц эмульсии или тумана энергия поверхностного натяжения существенна;

– примерами микроскопических движений являются сжатие-растяжение пружины, изгиб и растяжение мембран внутри системы или за счет приложения внешних сил, прикладываемых на границе системы;

– полевая энергия складывается из энергий магнитного, электростатического, электромагнитного и гравитационного полей, генерируемых внутри самой системы либо проникающих туда извне;

– для идеального газа слагаемыми внутренней энергии остаются только лишь энергии поступательного и вращательного движений.

11. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Рассмотрим процесс, протекающий в пространстве состояний от точки A со значениями параметров состояния μ_0^i по кривой L_1 до точки B со значениями параметров μ^i (рис. 4).

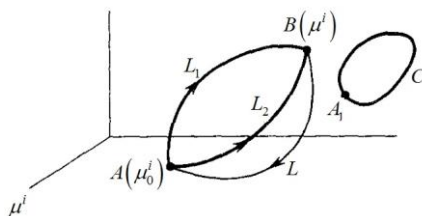


Рис. 4. К закону сохранения энергии

Полный приток энергии, который система получает извне в этом процессе, равен

$$A^{(e)} + Q^{(e)} = \int_{AB(L_1)} P_i d\mu^i + \int_{AB(L_2)} Q_i d\mu^i \quad (10)$$

и, на первый взгляд, должен зависеть от процесса, т.е. от пути интегрирования L_1 в пространстве состояний, так как после формулы (8) отмечалось, что величины, стоящие под знаками интегралов в формуле (10), не являются дифференциалами соответствующих функций.

Первое начало термодинамики, или закон сохранения энергии, можно сформулировать как **невозможность осуществления вечного двигателя первого рода, т.е. циклически работающей машины, которая могла бы служить источником полезной энергии, без использования какого-либо внешнего по отношению к этой машине источника энергии.**

Это утверждение следует рассматривать как закон, подтверждающийся всеми известными опытными данными.

Пусть теперь система совершает цикл, например C . Тогда первое начало термодинамики, или закон сохранения энергии, сводится к утверждению, что полный приток энергии, поступающий извне к системе, совершающей любой осуществимый процесс, равен нулю, т.е.

$$\oint_C (P_i + Q_i) d\mu^i = 0.$$

Введём между состояниями A и B , кроме рассматриваемого произвольного процесса L_1 , еще другой процесс L_2 и процесс L , протекающий от состояния B к состоянию A . Процессы L_1L и L_2L образуют замкнутые циклы, и из закона сохранения энергии сразу следует, что

$$\oint_{L_1L} (P_i + Q_i) d\mu^i = \oint_{L_2L} (P_i + Q_i) d\mu^i = 0$$

или

$$\begin{aligned} \int_{L_1(AB)} (P_i + Q_i) d\mu^i + \int_{L(BA)} (P_i + Q_i) d\mu^i = \\ \int_{L_2(AB)} (P_i + Q_i) d\mu^i + \int_{L(BA)} (P_i + Q_i) d\mu^i = 0 \end{aligned}$$

и с учётом (10) получаем

$$\begin{aligned} A^{(e)} + Q^{(e)} = \int_{AB(L_1)} (P_i + Q_i) d\mu^i = \int_{AB(L_2)} (P_i + Q_i) d\mu^i = \\ = - \int_{AB(L)} (P_i + Q_i) d\mu^i \end{aligned}$$

Отсюда следует, что полный приток энергии (10) к системе извне не зависит от процесса L_1 , а зависит только от начального и конечного состояний системы.

Поэтому, если начальное состояние A системы фиксировано, то для всех осуществимых процессов полный приток энергии к системе извне зависит только от конечного состояния системы, т.е.

$$A^{(e)} + Q^{(e)} = W(\mu^1, \mu^1, \dots, \mu^n) - W(\mu_0^1, \mu_0^2, \dots, \mu_0^n),$$

где W – однозначная функция параметров состояния системы, называемая её полной энергией. Таким образом, из первого закона термодинамики следует, что существует функция состояния $W(\mu^1, \mu^1, \dots, \mu^n)$, полный дифференциал которой для осуществимых процессов равен сумме элементарных работ внешних массовых и поверхностных макроскопических сил $dA^{(e)}$ и элементарных притоков к системе извне других видов энергии dQ^* :

$$dW = dA^{(e)} + dQ^* = (P_i + Q_i) d\mu^i. \quad (11)$$

Полная энергия системы $W(\mu^1, \mu^1, \dots, \mu^n)$ определена с точностью до аддитивной постоянной – значения W в начальном состоянии системы (A).

Для определения полной энергии системы $W(\mu^1, \mu^1, \dots, \mu^n)$ нужно знать функции P_i и Q_i . Из равенства (11) эти функции не могут быть произвольными функциями параметров состояния.

Вспоминая формулу полного дифференциала функции многих переменных, имеем

$$dW = \frac{\partial W}{\partial \mu^i} d\mu^i.$$

Тогда равенство (11) можно представить в виде

$$\left(P_i + Q_i - \frac{\partial W}{\partial \mu^i} \right) d\mu^i = 0. \quad (12)$$

Если система голономна, т.е. все $d\mu^1, d\mu^1, \dots, d\mu^n$ независимы, то из (12) получаем

$$P_i + Q_i = \frac{\partial W}{\partial \mu^i}, \quad (13)$$

и, следовательно, $P_i + Q_i$ должны удовлетворять условиям интегрируемости

$$\frac{\partial(P_i + Q_i)}{\partial\mu^k} = \frac{\partial(P_k + Q_k)}{\partial\mu^i}. \quad (14)$$

Для голономных систем вместо (13) можно написать

$$P_i + Q_i = \frac{\partial W}{\partial\mu^i} + R_i.$$

Функции R_i для всех процессов, для которых выполняется первый закон термодинамики, должны удовлетворять равенству (см. разд. 5)

$$R_i d\mu^i = 0,$$

то есть для всех осуществимых процессов R_i не дают вклад в баланс энергии, но сами R_i могут быть отличны от нуля.

Тогда для неголономных систем вместо условия (14) для осуществимых процессов должны выполняться условия

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(P_i + Q_i - R_i)}{\partial\mu^k} &= \frac{\partial(P_k + Q_k - R_k)}{\partial\mu^i}, \\ R_i d\mu^i &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Равенства (14) и (15) можно рассматривать как одну из возможных формулировок закона сохранения энергии.

12. ТЕПЛОЁМКОСТЬ

Из соотношения (10) дифференциал полной энергии ТС

$$dW = dU + dE.$$

Здесь dU – изменение внутренней энергии рассматриваемой ТС, dE – изменение его кинетической энергии.

Тогда универсальное соотношение (11), выражающее собой закон сохранения энергии, можно представить в виде

$$dU + dE = dA^{(e)} + dQ^*$$

или

$$dU + dE = dA^{(e)} + dQ^{(e)} + dQ^{**}, \quad (16)$$

где $dA^{(e)}$ – элементарная работа внешних макроскопических сил, $dQ^{(e)}$ – элементарный приток тепла к ТРТ извне, dQ^{**} – элементарный приток к ТРТ извне других, отличных от работы макроскопических механических сил, нетепловых видов энергии.

Так как в классической термодинамике рассматриваются бесконечно малые скорости ТС, поэтому для таких процессов можно принять, что изменение кинетической энергии не происходит ($dE = 0$), а работа внешних сил равна работе внутренних сил, взятой с обратным знаком:

$$dA^{(e)} = -dA^{(i)}, \quad (17)$$

где $dA^{(i)}$ – работа внутренних сил.

В этом случае из (16) получим уравнение

$$dU = -dA^{(i)} + dQ^{(e)} + dQ^{**}$$

или

$$dU = -dA^{(i)} + dQ^*,$$

которое называют уравнением притока тепла, и оно может заменять собой закон сохранения энергии.

В случае медленных процессов, когда можно считать выполняющимся условие (17), уравнение притока тепла можно записать в следующем виде:

$$dU = dA^{(e)} + dQ^*.$$

Двухпараметрической средой называется среда, все термодинамические функции которой зависят только от двух термодинамических параметров. Если эти два параметра – давление p и плотность ρ (или удельный объём $v=1/\rho$), то удельная внутренняя энергия такой среды должна выражаться через них $u = u(p, \rho)$ (или $u = u(p, v)$).

Если среда представляет собой идеальную сжимаемую жидкость или газ, то работа внутренних поверхностных сил, отнесённая к единице массы, имеет вид

$$\frac{1}{dm} dA_{нов}^{(i)} = p d \frac{1}{\rho} \text{ или } \frac{1}{dm} dA_{нов}^{(i)} = p dv,$$

и уравнение притока тепла в предположении, что

$$dq^{**} = \frac{1}{dm} dQ^{**} = 0,$$

записывается следующим образом:

$$du + p dv = dq^{(e)}, \quad (18)$$

где

$$dq^{(e)} = \frac{1}{dm} dQ^{(e)}.$$

В совершенном газе давление, плотность и температура связаны уравнением Клапейрона (3) или (4).

Совершенным называют газ, в котором молекулы взаимодействуют только при столкновениях. Поэтому считают, что внутренняя энергия одноатомного совершенного газа представляет собой суммарную кинетическую энергию хаотического движения атомов.

Тогда для внутренней энергии u единицы массы можно написать

$$u = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} + const .$$

Здесь M – суммарная масса атомов, m_i и v_i – массы и скорости отдельных атомов относительно их общего центра масс, а N – число атомов в рассматриваемом малом объёме.

Если считать, что все атомы газа одинаковы, то $M = Nm$ и

$$u = \frac{v_{cp}^2}{2} + const ,$$

где v_{cp}^2 – среднее значение квадрата скорости атомов в хаотическом движении. Так как температуру определяют как характеристику средней энергии, приходящейся на одну степень свободы в хаотическом тепловом движении атомов, удельную внутреннюю энергию u можно представить в виде

$$u = c_v T + const . \quad (19)$$

Здесь через c_v обозначен размерный коэффициент пропорциональности между $v_{cp}^2/2$ и температурой T .

Задание внутренней энергии u в виде (19) вместе с уравнением Клапейрона (4) определяет так называемый совершенный газ.

Подвод тепла к ТРТ или отвод его от ТРТ, как правило, приводит к изменению температуры.

Отношение количества тепла, сообщенного ТРТ в каком-либо термодинамическом процессе, к соответствующему изменению температуры тела в этом процессе называется теплоемкостью.

Теплоемкость численно равна количеству тепла, которое необходимо подвести к ТРТ, чтобы при заданных условиях изменить его температуру на 1К. Единицей величины теплоемкости является Дж/К. Теплоемкость получают как отношение бесконечно малого

количества тепла, сообщенного в процессе, к бесконечно малому изменению температуры

$$c = \frac{dQ}{dT}.$$

(Напомним ещё раз, что в правой части стоит не производная, а отношение двух бесконечно малых величин).

В зависимости от внешних условий, характера термодинамического процесса и физических свойств ТРТ функции $Q = f(T)$ могут быть самые различные. Каждому термодинамическому процессу может соответствовать своя величина теплоемкости, поэтому теплоемкость является функцией термодинамического процесса, вид которого обозначается подстрочным индексом x :

$$c_x = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x.$$

Теплоемкость – это функция нескольких параметров, например p , V и T , но доминирующей является зависимость от T .

На основании уравнения притока тепла (18) для совершенного идеального газа для процесса, протекающего при постоянном удельном объеме ($d\frac{1}{\rho} = dv = 0$), который также называется изохорным, получаем

$$\left(dq^{(e)} \right)_{v=const} = du = c_v dT,$$

откуда следует что

$$\left(\frac{dq^{(e)}}{dT} \right)_{v=const} = c_v.$$

Следовательно, c_v представляет собой количество тепла, которое необходимо подвести к единице массы газа для того, чтобы при по-

стоянном объёме поднять его температуру на 1К . Поэтому c_v называется теплоёмкостью при постоянном объёме.

В случае процесса при постоянном давлении $p = \text{const}$ (его ещё называют изобарным) из уравнения притока тепла для идеального совершенного газа получим

$$\begin{aligned} \left(dq^{(e)} \right)_{p=\text{const}} &= du + pdv = c_v dT + d(pv) = \\ &= c_v dT + d(RT) = (c_v + R) dT \end{aligned} \quad (20)$$

Количество тепла, которое необходимо подвести e единице массы газа, чтобы при постоянном давлении поднять температуру на 1К , называется теплоёмкостью при постоянном давлении и обозначается через c_p :

$$c_p = \left(\frac{dq^{(e)}}{dT} \right)_{p=\text{const}} .$$

Поэтому из (20) следует формула, которая для совершенного газа связывает теплоёмкости при постоянном давлении и объёме и газовую постоянную R :

$$c_p - c_v = R . \quad (21)$$

Формула (21), которую называют формулой Майера, и условия постоянства c_p , c_v и R входят в определение совершенного идеального газа.

13. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Наиболее важными для приложений являются следующие механизмы притока или отдачи тепловой энергии.

Теплопроводность – явление выравнивания средней тепловой энергии между частями ТС, находящимися в непосредственном контакте. Оно происходит за счёт механических взаимодействий и столкновений при тепловом движении молекул, атомов, электронов и других частиц, из которых состоит ТС. Теплоотдача теплопроводностью связана с макроскопическим неравномерным распределением температуры по объёму тела.

Тепловое излучение и поглощение излучения – явление, обусловленное изменениями возможных состояний элементарных частиц (молекул, атомов, электронов и т.п.), из которых составлена среда.

Тепловыделение, обусловленное электрическими диссипативными процессами, и, в частности, **джоулево тепло**, выделяемое внутри тела при наличии электрического тока.

В технической термодинамике широко используются так называемые идеальные процессы. Наиболее распространены следующие идеальные процессы.

Процессы, в которых отсутствует приток внешнего тепла и теплообмен между соседними частицами, т.е. $dQ^{(e)} = 0$, называют **адиабатическими**. Представление об адиабатических процессах связано с рассмотрением теплоизолированных тел или быстро протекающих (но иногда обратимых) процессов, когда теплообмен не успевает проявиться существенным образом.

Другим примером может служить идеальный процесс, в котором теплообмен, обусловленный теплопроводностью или излучением, представляет собой настолько интенсивный процесс, а изменение состояний протекает настолько медленно, что температуру

всех частей системы можно считать постоянной. Такой процесс называется *изотермическим*.

Различают несколько частных случаев такого процесса:

- постоянство температуры со временем в каждой индивидуальной частицы среды, температура разных индивидуальных частиц может быть при этом разной;

- температура постоянна в пространстве и во времени;

- температура частиц может меняться во времени, но одинаково для всех частиц. В этом случае предполагается выполнение условия

$$\text{grad}T = 0 \text{ или } T = f(t).$$

Для двухпараметрической сплошной среды в качестве соотношения, фиксирующего процесс, можно взять вместо уравнения притока тепла прямую некоторую связь между плотностью и давлением. Если связь одинакова для всех частиц, то такой процесс является *баротропным*.

В частности, процесс называется *политропным*, если выполняется равенство

$$p = C\rho^\gamma,$$

где γ – постоянное число – показатель политропы, а C – некоторая постоянная.

С помощью уравнения притока тепла для заданной связи $p = f(\rho)$ легко определить величину внешнего притока тепло, обеспечивающую наличие этой связи.

Если газ совершенный и процесс политропный, то из уравнения притока тепла при $\gamma > 1$ найдём

$$\begin{aligned} dq^{(e)} &= du + pd\frac{1}{\rho} = c_v dT + C\rho^\gamma d\frac{1}{\rho} = \\ &= c_v dT - \frac{1}{\gamma-1} d\left(\frac{C}{\rho^{1-\gamma}}\right) = c_v dT - \frac{1}{\gamma-1} d\left(\frac{p}{\rho}\right). \end{aligned}$$

Отсюда на основании уравнения Клапейрона (4) и равенства Майера (21) при постоянном R получим формулу для притока тепла

$$\begin{aligned} dq^{(e)} &= c_v dT - \frac{1}{\gamma - 1} d\left(\frac{p}{\rho}\right) = c_v dT - \frac{d(RT)}{\gamma - 1} = \\ &= \left(c_v - \frac{c_p - c_v}{\gamma - 1}\right) dT = \frac{\gamma c_v - c_p}{\gamma - 1} dT = c_v \frac{\gamma - c_p/c_v}{\gamma - 1} dT \end{aligned} \quad (22)$$

Если $\gamma > c_p/c_v > 1$, то при повышении температуры $dq^{(e)} > 0$ – получается подвод тепла. Если $1 < \gamma < c_p/c_v$, то $dq^{(e)} < 0$ при $dT > 0$ и, следовательно, повышение температуры сопровождается отводом тепла. Если $\gamma = c_p/c_v$, то $dq^{(e)} = 0$, т.е. такой политропный процесс является адиабатическим. Указанные свойства характеризуют физический смысл показателя политропы.

14. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПОЛИТРОПНЫХ ПРОЦЕССОВ

Для политропного процесса из (22) следует, что его удельная теплоёмкость c_γ зависит от показателя γ по формуле

$$c_\gamma = c_v \frac{\gamma - c_p/c_v}{\gamma - 1}. \quad (23)$$

В разделе 12 установлено, что для процессов с постоянным объёмом (изохорные процессы) удельная теплоёмкость равна

$$c_\gamma = c_v.$$

Из уравнения (23) следует, что это возможно при выполнении условия

$$\frac{\gamma - c_p/c_v}{\gamma - 1} = 1,$$

что возможно, когда

$$\gamma = \pm\infty.$$

В пространстве состояний (p, v) изохоры – прямые, перпендикулярные оси v (рис. 5).

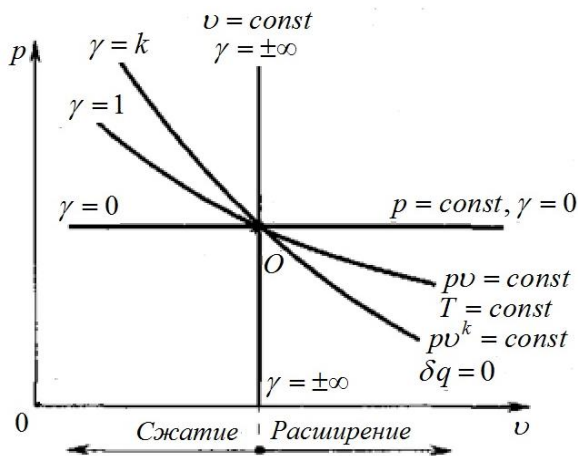


Рис. 5. Частные случаи политропных процессов

По определению теплоёмкость при постоянном давлении (в изобарных процессах) обозначается через c_p , т.е. на изобарах

$$c_\gamma = c_p.$$

Из соотношения (23) следует, что

$$\frac{c_p}{c_v}(\gamma - 1) = \gamma - \frac{c_p}{c_v}.$$

Отсюда следует, что в изобарных процессах показатель политропы принимает нулевое значение ($\gamma = 0$). Изобара (см. рис. 5) представляется горизонтальной линией в пространстве состояний (p, v).

В изотермических процессах выполняются условия $T = \text{const}$. Тогда из уравнения Клапейрона

$$pv = RT$$

в случае совершенного газа изотермы в плоскости (p, v) будут гиперболомами

$$pv = \text{const},$$

а показатель политропы $\gamma = 1$.

Из уравнения притока тепла

$$du + pdv = dq^{(e)}$$

в изотермическом процессе, где $du = c_v dT = 0$, можно определить

$$\left(dq^{(e)}\right)_{\text{изот}} = pdv = RT \frac{dv}{v} = RT \frac{d \frac{1}{p}}{\frac{1}{p}} = -RT \frac{dp}{p}.$$

Для совершенного газа $dq^{(e)} > 0$ при изотермическом расширении ($dv > 0$) и $dq^{(e)} < 0$ при изотермическом сжатии.

В случае адиабатических процессов ($dq^{(e)} = 0$) уравнение притока тепла имеет следующий вид:

$$du + pdv = 0.$$

Для совершенного газа это равенство принимает вид

$$c_v dT + p dv = 0,$$

которое с учётом уравнения Клапейрона преобразуется к

$$\frac{c_v}{R} d(pv) + p dv = 0,$$

или, если использовать соотношение Майера $R = c_p - c_v$ и ввести отношение $k = c_p / c_v$,

$$\frac{1}{k-1} (\nu dp + p dv) + p dv = 0,$$

откуда

$$\nu dp + k p dv = 0$$

или, после деления на $p\nu$,

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0.$$

После интегрирования получим

$$p\nu^k = \text{const}.$$

Эта кривая в плоскости (p, ν) носит название адиабаты Пуассона, а $k = c_p / c_v$ называется показателем адиабаты.

Показатель адиабаты зависит от молекулярного состава газа: для атомного газа $k \approx 1,67$; для двухатомного газа (таковым можно считать воздух) $k \approx 1,4$; для трёхатомного газа $k \approx 1,29$.

Через каждую точку $O(p_0, \nu_0)$ плоскости состояния (p, ν) можно провести изотерму и адиабату.

Для точек вдоль изотермы, проходящей через точку $O(p_0, \nu_0)$, будем иметь

$$p\nu = p_0\nu_0, \text{ т.е. } \frac{p_{изот}}{p_0} = \frac{\nu_0}{\nu},$$

а вдоль адиабаты, проходящей через ту же точку,

$$p\nu^k = p_0\nu_0^k, \text{ т.е. } \frac{p_{ad}}{p_0} = \left(\frac{\nu_0}{\nu} \right)^k.$$

Показатель адиабаты $k = c_p/c_v > 1$, поэтому

$$p_{изот} > p_{ad} \text{ при } \nu/\nu_0 > 1 \text{ и } p_{изот} < p_{ad} \text{ при } \nu/\nu_0 < 1,$$

т.е. изотерма в плоскости (p, ν) правее точки $O(p_0, \nu_0)$ идёт выше адиабаты, а левее точки $O(p_0, \nu_0)$ – ниже адиабаты (см. рис. 5).

15. ЦИКЛ КАРНО

Напомним, что работу внутренних сил $\int p d\nu$ можно всегда вычислить, если задана зависимость $p(\nu)$, т.е. кривая в плоскости (p, ν) . Это значит, что работу внутренних сил $\int p d\nu$ можно вычислить для любого процесса L_1 между точками A и B в плоскости состояния (см. рис. 4). Но работа внутренних сил в случае бесконечно медленного процесса равна взятой с обратным знаком работе внешних сил над ТС или взятой с тем же знаком работе, которую сама система совершает над внешними телами. Таким образом, интеграл

$$\int_{AB(L_1)} p d\nu = \frac{1}{m} A,$$

вычисленный по пути L_1 в плоскости (p, ν) , если $A > 0$, представляет собой суммарную работу, которую ТС совершает над внешними телами за время равновесного процесса L_1 , или, если $A < 0$, суммарную работу, которую надо совершить над системой, для осуществления процесса L_1 .

Аналогично для любого процесса L_1 ($p = p(\nu)$), если задана внутренняя энергия среды ($u = u(p, \nu)$), можно вычислить полный приток тепла

$$Q^{(e)} = \int_{AB(L_1)} dQ^{(e)},$$

который необходимо подвести к ТС из внешней среды (если $Q^{(e)} > 0$) или отвести от системы во внешнюю среду (если $Q^{(e)} < 0$) для осуществления процесса L_1 .

По первому закону термодинамики

$$Q^{(e)} = \int_{AB(L_1)} (du + p d\nu) dm = \int_A^B dU + A = U_B - U_A + A.$$

Рассмотрим равновесный обратимый замкнутый процесс, называемый обратимым циклом Карно. Рабочим телом, т.е. средой, которая совершает этот цикл, может быть совершенный газ или любая другая двухпараметрическая среда, определяемая параметрами p и v . Из произвольной точки $M(p_0, v_0)$ пространства состояний газ (рис. 6) по изотерме $T_1 = \text{const}$ бесконечно медленно расширяется до состояния N , затем газ расширяется адиабатически до состояния K с температурой $T_2 < T_1$ и от K сжимается изотермически до состояния P , из которого можно вновь вернуться по адиабате в первоначальное состояние M .

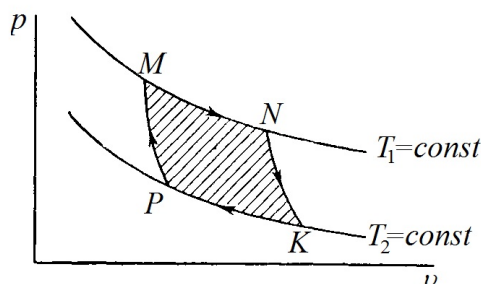


Рис. 6. Цикл Карно

В общем случае рассматривают как обратимые, так и необратимые циклы. В случае обратимого цикла Карно его можно проводить как в одну, так и другую сторону.

Проинтегрируем уравнение притока тепла (20) (при $dq^{**} = 0$) по всему циклу Карно. Так как внутренняя энергия является однозначной функцией состояния, то $\oint du = 0$ и

$$\oint p dv = \oint dq^{(e)}$$

или

$$A = Q^{(e)}, \quad (24)$$

где A – полная работа, «совершаемая» системой в результате цикла Карно, а $Q^{(e)}$ – полный «приток» тепла извне к системе.

Так как плотность механической работы A/m двухпараметрической среды, работающей по любому замкнутому циклу, равна $\oint p d\nu$, то численно она равняется площади, ограниченной кривыми, изображающими процессы цикла в плоскости состояний (p, ν) и, следовательно, отлична от нуля. В случае цикла Карно плотность работы A/m равна площади $MNKPМ$ (см. рис. 6) и $A > 0$, если цикл проходится в направлении $MNKPМ$, и $A < 0$, если цикл проходится в обратном направлении. Если $A > 0$, то система в цикле производит механическую работу и, согласно (24), для получения этой работы к системе надо подвести тепло $Q^{(e)}$. Получаем тепловую машину, которая работает по циклу Карно: берёт тепло извне и производит механическую работу. Если же $A < 0$, то внешние силы совершают работу над системой и, согласно (24), получаем от системы тепло. Вдоль участков адиабат NK и PM $dq^{(e)} = 0$. Система обменивается теплом с внешней средой только тогда, когда процесс идёт по участкам изотерм MN и KP .

Ранее было установлено, что для осуществления изотермического расширения или сжатия газа необходимо соответственно подводить или отбирать тепло от системы. Поэтому на участке изотермы MN , где газ расширяется, необходимо подводить тепло, которое обозначим через $Q_1 > 0$, а на участке сжатия KP необходимо отводить количество тепла $Q_2 > 0$, что равносильно подводу тепла $-Q_2 < 0$. Так как участки NK и PM – адиабаты, то для суммарного подведённого тепла $Q^{(e)}$ за полный цикл Карно, проходимый по часовой стрелке, получим

$$Q^{(e)} = Q_1 - Q_2.$$

Тогда согласно (24) можно написать

$$A = Q^{(e)} = Q_1 - Q_2.$$

Система, совершающая цикл Карно, в этом случае является тепловой машиной, которая берёт тепло Q_1 от горячего тела, отдаёт часть этого тепла Q_2 более холодному телу и за счёт количества тепла $Q_1 - Q_2$ производит механическую работу. Если цикл Карно проводится в противоположном направлении, то на участке PK подводится количество тепла $Q_2 > 0$, а на участке NM подводится отрицательное количество тепла $-Q_1 < 0$. Общее количество подведённого тепла в обратном цикле $Q^{(e)} = A_1 < 0$ (отрицательно) и определено равенством

$$A_1 = Q^{(e)} = Q_2 - Q_1 < 0. \quad (25)$$

В этом случае машина, работающая по циклу Карно, работает как холодильная машина, т.е. эта машина берёт тепло Q_2 от менее нагретого резервуара и за счёт механической работы, полученной извне, передаёт тепло

$$Q_1 = Q_2 - A_1$$

более нагретому резервуару.

16. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Рассмотрим теперь второй закон термодинамики, который, так же как и первый закон, представляет собой универсальное утверждение, подтверждаемое всеми известными опытными данными и всеми теоретическими представлениями о механизмах физических явлений. Второй закон термодинамики утверждает, что *невозможно устройство, которое переводило бы тепло от тела с меньшей температурой к телу с большей температурой без каких-либо изменений в других телах.*

Второй закон термодинамики можно еще сформулировать так: *нельзя построить так называемый вечный двигатель второго рода, т.е. машину, которая, работая в согласии с первым законом термодинамики по некоторому циклу, периодически совершала бы работу только за счёт охлаждения некоторого одного и того же источника тепла с фиксированной температурой (отбор тепла из резервуара с постоянной температурой).*

Введём понятие коэффициента полезного действия (КПД) η тепловой машины, работающей по циклу Карно. По определению КПД η цикла Карно называется отношение полученной в результате реализации цикла механической работы $A > 0$ к подведённому к системе за время цикла теплу $Q_1 > 0$. На основании (25) для КПД цикла Карно верна формула

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1.$$

Полученное свойство $\eta < 1$ для цикла Карно есть следствие второго закона термодинамики.

Замечательным следствием второго закона термодинамики является следующая теорема Карно о свойствах КПД η цикла Карно.

Для всякого обратимого цикла Карно величина η зависит только от температур T_1 и T_2 , заданных на изотермах MN и KP (рис. 6), и не зависит от свойств рабочего тела, участвующего в цикле Карно (за которое в разобранный выше примере мог быть принят совершенный газ), ни от способа организации цикла, определяемого, например, размерами рабочего тела и степенью расширения вдоль изотерм.

Величина КПД η' машины, работающей по необратимому циклу Карно (т.е. любой тепловой машины, работающей по схеме рис. 6 машины, черпающей тепло только из резервуаров с постоянными температурами T_1 и T_2), не может быть больше КПД η машины, работающей по соответствующему обратимому циклу Карно, т.е.

$$\eta' \leq \eta. \quad (30)$$

Таким образом, КПД цикла Карно максимален при обратимом процессе и никакими путями не может быть сделан равным единице, так как для получения механической работы A необходимо не только взять из окружающей среды тепло Q_1 для организации изотермического расширения, но и обязательно отдать в окружающую среду часть Q_2 взятого тепла для организации изотермического сжатия.

Следовательно, если цикл с КПД η' необратим, то вообще имеет место неравенство

$$\eta' \leq \eta.$$

Коэффициент η характеризует степень использования тепловой энергии Q_1 , сообщаемой нагретым телом работающей машине; только часть этой энергии, определяемая величиной η , превращается машиной в механическую работу. Наиболее выгодна обратимая машина, так как для необратимой, вообще говоря, всегда $\eta' \leq \eta$. В этом смысле говорят, что необратимость ведёт к дополнительной потере части затрачиваемой энергии.

По определению КПД цикла Карно и из теоремы Карно, вводя в рассмотрение абсолютную температуру T , будем иметь

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (26)$$

т.е. отношение тепла Q_2 , отданного термодинамической системой при обратимом цикле Карно холодильнику, к теплу Q_1 , полученному системой от нагревателя, равняется отношению абсолютных температур холодильника и нагревателя. Этим самым устанавливается связь между понятием температуры, как характеристики изотерм, и энергиями, полученными и отдаваемыми в соответствующем цикле Карно.

17. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ФОРМУЛИРОВКИ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

Соотношение (26) для обратимого процесса напомним в виде

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Дальше, в соответствии с общими определениями, условимся считать количество тепла $Q_1 = Q_1^{(e)}$, полученное системой, положительным, а количество тепла $-Q_2 = Q_2^{(e)}$, отданное системой, отрицательным; в этом случае предыдущее равенство примет вид

$$\frac{Q_1^{(e)}}{T_1} + \frac{Q_2^{(e)}}{T_2} = 0. \quad (37)$$

Это универсальное утверждение вытекает из второго закона термодинамики и может служить количественной формулировкой второго закона термодинамики для любого обратимого цикла Карно, в котором рабочим телом может быть произвольная двухпараметрическая среда.

Рассмотрим некоторый обратимый цикл L , изображающийся в пространстве состояний (p, v) ломаной кривой, совпадающей с внешней границей суммы обратимых циклов Карно (рис. 7).

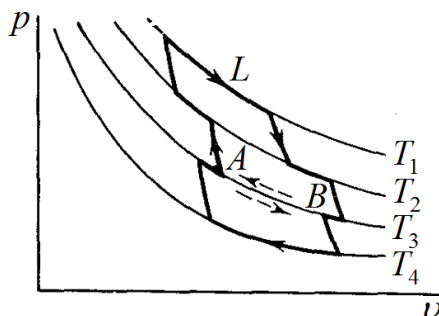


Рис. 7. Процесс L , совпадающий с внешней границей суммы циклов Карно

Так как равенство (37) будет верно для каждого отдельно взятого цикла Карно, то, сложив эти равенства для всех циклов Карно, получим

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = 0.$$

Члены Q_i/T_i , соответствующие внутренним по отношению к L путям, при суммировании выпадут, так как каждый из этих путей, например AB , будет проходиться дважды в разных направлениях, причём один раз тело с температурой T_i будет служить холодильником, а второй раз – нагревателем. Поэтому окончательно получим

$$\sum_i \frac{Q_i^{(e)}}{T_i} = 0, \quad (28)$$

где суммирование проводится только по потокам тепла $Q_i^{(e)}$, поступающим вдоль ломаной кривой, ограничивающей суммарный цикл $\mathcal{U}$.

Пусть теперь L (рис. 8) – произвольный обратимый цикл, совершаемый двухпараметрической системой.

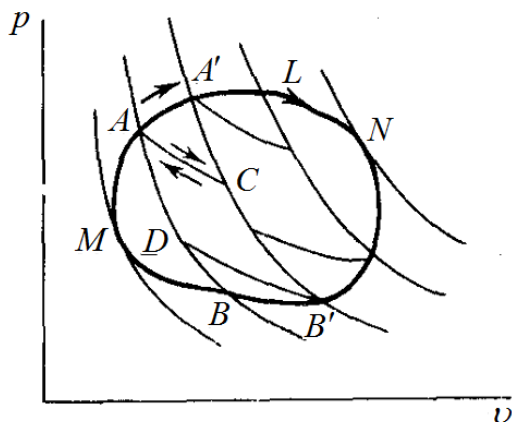


Рис. 8. Произвольный обратимый цикл

Для осуществления такого цикла понадобится большое число тепловых резервуаров с бесконечно мало отличающимися температурами. Система последовательно приводится в соприкосновение с теми резервуарами, температура которых совпадает с температурой системы на данном элементе цикла, и в то же время подвергается бесконечно медленному сжатию или расширению. Пусть на бесконечно малом участке AA' замкнутой кривой L система получает элементарное количество тепла $\Delta Q^{(e)}$. Проведём через точку A изотерму AC , а через точку A' адиабату $A'C$ и обозначим через $\Delta Q_{изот}$ то тепло, которое система получила бы, если бы прошла бесконечно малый изотермический процесс AC . Соотношение между $\int_{AA'} dQ^{(e)} = \Delta Q^{(e)}$ и $\Delta Q_{изот}$ можно получить из рассмотрения малого цикла $AA'SA$. Применим к нему закон сохранения энергии $\Delta Q^{(e)} - \Delta Q_{изот} = \Delta A$ (отрезок изотермы AC в цикле $AA'SA$ проходит в направлении CA , поэтому в законе сохранения энергии для цикла $AA'SA$ стоит $(-\Delta Q_{изот})$). Количество тепла $\Delta Q^{(e)}$ и $\Delta Q_{изот}$ для бесконечно малых элементов цикла – бесконечно малые первого порядка, а работа ΔA , совершаемая в малом цикле, представляется площадью $AA'SA$ и является поэтому бесконечно малой второго порядка, т.е. бесконечно малой по сравнению с $\Delta Q^{(e)}$ и $\Delta Q_{изот}$. Продолжим адиабату $A'C$ до пересечения её с L во второй точке B' и проведём адиабату через точку A . Тогда с той же степенью приближения тепло $\Delta Q^{(e)}$, полученное системой в части BB' процесса L , равно тому теплу, которое отвечает отрезку изотермы $B'D$. Мы видим, что два элемента теплоты $\Delta Q^{(e)}$ на участках процесса AA' и BB' с точностью до малых второго порядка равняются количествам тепла $\Delta Q_{изот}$, которые система получила бы от нагревателя

и холодильника, если бы она была рабочим телом машины Карно, совершающей обратимый цикл Карно $ACB'DA$.

Если разделить всю площадь, лежащую внутри кривой L , на полоски с помощью системы адиабат (см. рис. 8) и провести соответствующие изотермы, то получим процесс L' , который в пространстве состояний будет изображаться ломаной линией, состоящей из отрезков адиабат и изотерм. К этому процессу можно применить равенство (28):

$$\sum_i \frac{\Delta Q_{iизот}}{T_i} = 0, \quad (29)$$

где суммируются потоки тепла $\Delta Q_{iизот}$, поступающие вдоль границы L' .

Если число проведённых адиабат стремится к бесконечности, а отрезки цикла L , через концы которых проводятся адиабаты, — к нулю, то $L' \rightarrow L$, а

$$\Delta Q_{iизот} \rightarrow \Delta Q^{(e)},$$

так как разность $\Delta Q^{(e)} - \Delta Q_{iизот}$ есть малая второго порядка (площадь бесконечно малого криволинейного треугольника), то из (29) в пределе получим соотношение

$$\oint_L \frac{dQ^{(e)}}{T} = 0,$$

которое точно выполняется для любого обратимого цикла, совершаемого двухпараметрической средой.

18. ЭНТРОПИЯ

Из равенства

$$\oint_C \frac{dQ^{(e)}}{T} = 0$$

по любому обратимому циклу C следует, что $\int_{AB(L)} \frac{dQ^{(e)}}{T}$ для любого обратимого процесса L между состояниями A и B не зависит от пути интегрирования L .

Фиксируя точку начального состояния системы A для любого состояния B двухпараметрической среды, в которое может перейти из состояния A обратимыми путями, можно ввести функцию параметров состояния – координат точки B :

$$S(B) = S(p, v) = \int_A^B \frac{dQ^{(e)}}{T} + S(A), \quad (30)$$

называемую энтропией. Согласно (30) энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной $S(A)$. Из (30) получим, что для приращения энтропии при любом изменении координат точки B верна формула

$$dS = \frac{dQ^{(e)}}{T}.$$

Таким образом, хотя элементарный приток тепла, выражающийся через параметры состояния и их дифференциалы, не является, вообще, полным дифференциалом, для него имеется интегрирующий множитель $1/T(p, v)$ – величина, обратная абсолютной температуре.

Воспользовавшись уравнением притока тепла, получим для дифференциала энтропии выражение

$$dS = \frac{dQ^{(e)}}{T} = \frac{dU + dA^{(i)}}{T}$$

и, в расчёте на единицу массы,

$$ds = \frac{dq^{(e)}}{T} = \frac{du + pdv}{T}, \quad (31)$$

которое можно использовать для вычисления энтропии двухпараметрической среды, если внутренняя энергия u среды известна как функция параметров состояния.

Например, для совершенного газа с постоянными теплоёмкостями ($pv = RT$, $u = c_v T$) будем иметь

$$ds = \frac{c_v dT + \frac{RT}{v} dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = d \ln [T^{c_v} v^R],$$

или

$$\begin{aligned} s &= c_v \ln(T v^{k-1}) + const = \ln \left[T^{c_v} \left(\frac{RT}{p} \right)^{c_p - c_v} \right] + const = \\ &= c_p \ln \frac{T}{p^{k-1}} + const_1 = c_v \ln \left(\frac{pv}{R} v^{k-1} \right) + const = \\ &= c_v \ln(pv^k) + const_2 = c_v \ln(pv^k) - c_v \ln(p_0 v_0^k) + s_0, \end{aligned} \quad (32)$$

где p_0, v_0, s_0 – соответствующие постоянные.

19. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ В $T-s$ КООРДИНАТАХ

Для графического изображения термодинамических процессов наряду с $p-v$ координатами применяют $T-s$ координаты.

Изотермический процесс $p = \text{const}$ (показатель политропы $\gamma = 1$) в $T-s$ координатах представляется прямой, параллельной оси s (рис. 9).

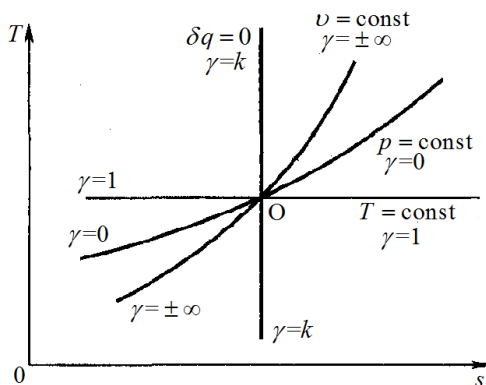


Рис. 9. Частные случаи политропных процессов в $T-s$ координатах

В адиабатических процессах $dq^{(e)} = 0$ (показатель адиабаты $\gamma = k$) и, следовательно, $ds = 0$ ($s = \text{const}$). Поэтому в $T-s$ координатах адиабатический процесс изображается прямой, параллельной оси T .

Из соотношений (32) при выполнении процессов с постоянным давлением (вдоль изобар $p = \text{const}$; показатель изобары $\gamma = 0$) или с постоянным удельным объёмом (вдоль изохор $v = \text{const}$; показатель изохоры $\gamma = \pm\infty$) получаем соответственно

$$s|_{p=\text{const}} = c_p \ln T + \text{const}$$

и

$$s|_{v=\text{const}} = c_v \ln T + \text{const}.$$

Как и в случае изотерм и адиабат, которые в $p-v$ координатах описываются степенными функциями с различными показателями степеней, в $T-s$ координатах удельная энтропия и температура в изобарных и изохорных процессах связаны логарифмическими зависимостями, поэтому необходимо выяснить их взаимное положение в плоскости $T-s$.

Если двухпараметрическая среда при выполнении процесса при постоянном давлении изменяет температуру от T_0 до T_1 , то удельная энтропия получит приращение, равное

$$\Delta s|_{p=\text{const}} = c_p \ln \frac{T_1}{T_0}.$$

Аналогично, для этой среды при том же самом изменении температур при выполнении процесса при постоянном давлении её удельная энтропия изменится на величину

$$\Delta s|_{v=\text{const}} = c_v \ln \frac{T_1}{T_0}.$$

Так как $c_p > c_v$, поэтому

$$\Delta s|_{p=\text{const}} > \Delta s|_{v=\text{const}}.$$

Здесь следует помнить, что при $\frac{T_1}{T_0} > 1$ приращение энтропии положительное, а при $\frac{T_1}{T_0} < 1$ – отрицательное. На рис. 9 можно увидеть

взаимное расположение $T-s$ диаграмм для этих процессов.

20. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СРЕД

Равенство (31) накладывает ограничения на функции $u = u(p, \nu)$ и $T = T(p, \nu)$, т.е. основные термодинамические функции состояния среды. Заменяя

$$du = \frac{\partial u}{\partial p} dp + \frac{\partial u}{\partial \nu} d\nu,$$

равенство (31) можно записать как

$$ds = \frac{1}{T} \frac{\partial u}{\partial p} dp + \left(\frac{1}{T} \frac{\partial u}{\partial \nu} + \frac{p}{T} \right) d\nu.$$

Так как ds должно быть полным дифференциалом, то условие интегрируемости (37) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial u}{\partial p} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial u}{\partial \nu} + \frac{p}{T} \right)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial \nu} \frac{\partial u}{\partial p} = \frac{\partial T}{\partial p} \left(\frac{\partial u}{\partial \nu} + p \right) - T. \quad (33)$$

При заданной функции $u = u(p, \nu)$ функции $T = T(p, \nu)$ должны быть решениями (33), следовательно, такие функции не произвольны, хотя существует много различных решений уравнения в частных производных.

Чтобы устранить эту неопределённость, необходимо взять одно из частных решений уравнения (33), т.е. выбрать конкретный вид уравнения состояния $T = T(p, \nu)$. После этого энтропия (с точностью до аддитивной постоянной) определится из (31).

За определяющие термодинамические параметры двухпараметрической среды можно, а часто и удобно, брать различные пары переменных, например ν и s , p и s , ν и T и т.д.

Оказывается, что если задать внутреннюю энергию u функцией таких переменных, то другие термодинамические функции можно определить полностью и однозначно.

Если u задать как функцию v и s , то по правилам дифференцирования и из уравнения притока тепла с учётом второго закона термодинамики для обратимых процессов (31) будем иметь

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_v ds + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_s dv = Tds - pdv. \quad (34)$$

Отсюда ввиду произвола ds и dv получим

$$T = \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_v, \quad p = - \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_s,$$

т.е. T и p как функции s и v определились однозначно. Внутренняя энергия u в этом случае называется термодинамическим потенциалом.

Равенство (34) можно представить как

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial u} \right)_v du + \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_u dv = \frac{1}{T} du + \frac{p}{T} dv,$$

откуда видно, что если задать энтропию s как функцию от u и v , то

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial s}{\partial u} \right)_v, \quad \frac{p}{T} = \left(\frac{\partial s}{\partial v} \right)_u,$$

т.е. в этом случае для переменных u и v энтропия s является термодинамическим потенциалом.

Если определяющими термодинамическими переменными являются v и T , то равенство (34) удобно переписать в виде

$$d(u - Ts) = -sdT - pdv$$

или

$$dF = -sdT - pdv, \quad (35)$$

где через F обозначена функция состояния

$$F \equiv u - Ts,$$

называемая свободной энергией. Если F как функция v и T известна, то из (35) однозначно определяются p и s :

$$s = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v, \quad p = -\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_T.$$

В случае использования переменных v и T термодинамическим потенциалом является свободная энергия $F(v, T)$.

Аналогично, если определяющими параметрами служат давление p и энтропия s , то соотношение (35) удобно записать в следующем виде:

$$d(u + vp) = Tds + vdp$$

или

$$di = Tds + vdp.$$

При этом функция состояния

$$i(p, s) \equiv u + vp,$$

называемая теплосодержанием или энтальпией, будет термодинамическим потенциалом, так как

$$T = \left(\frac{\partial i}{\partial s}\right)_p, \quad v = \left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_s.$$

Наконец, если определяющими параметрами являются давление p и температура T , то соотношение (35) целесообразно представить в следующем виде:

$$d(u - Ts + vp) = -sdT + vdp$$

или

$$d\Psi = -sdT + vdp.$$

Через функцию состояния

$$\Psi(p, T) \equiv u - Ts + vp,$$

называемую просто термодинамическим потенциалом или термодинамическим потенциалом Гиббса, однозначно определяются ν и s :

$$s = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_p, \nu = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial p}\right)_T.$$

Если внутренняя энергия и энтропия определяются с точностью до аддитивной постоянной, то свободная энергия F и термодинамический потенциал Ψ определяются с точностью до линейной функции от температуры.

В рассмотренных в этом разделе случаях введение указанных переменных позволяет свести задачу об определении всех функций состояния к определению только одного соответствующего потенциала. Для переменных p и ν или T и s нет соответствующих потенциалов.

Термодинамические и механические свойства идеальной двухпараметрической среды полностью определяются заданием одной из функций: $u(\nu, s)$, $i(p, s)$, $F(s, T)$ или $\Psi(p, T)$. Задания u , i , F , Ψ соответственно как функций от других переменных недостаточно для полного определения среды, в этих случаях требуется задавать дополнительные соотношения, например, задавать уравнение состояния как некоторое решение определённого уравнения с частными производными.

21. ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

Пусть два резервуара с температурами T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$) служат нагревателем и холодильником в двух циклах Карно, один из которых обратим (КПД η), а второй необратим (КПД η').

Тогда, так как $\eta' \leq \eta = 1 - T_2/T_1$, то

$$1 - \frac{Q'_2}{Q'_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ или } \frac{Q'_2}{Q'_1} \geq \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\frac{Q'_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} \leq 0.$$

Считая тепло $Q'_1 = Q_1^{(e)}$, притекающее к системе, положительным, а количество тепла $-Q'_2 = Q_2^{(e)}$, отдаваемое системой, отрицательным, получим

$$\sum_{i=1}^2 \frac{Q_i^{(e)}}{T_i} \leq 0.$$

Это и есть количественная формулировка второго закона термодинамики для необратимого цикла Карно.

Для произвольного необратимого цикла C , для которого во всех промежуточных состояниях можно определить температуру T , верно неравенство

$$\oint_C \frac{dQ^{(e)}}{T} \leq 0.$$

В случае обратимого цикла C имеет место соотношение

$$\oint_C \frac{dQ^{(e)}}{T} = 0,$$

из которого следует, что интеграл $\int_A^B \frac{dQ^{(e)}}{T}$ не зависит от пути интегрирования и при фиксированном начальном состоянии (A) является только функцией конечного состояния среды (B), которая называется энтропией.

Если процесс L , переводящий среду из состояния A в состояние B , необратим, то энтропию в состоянии B можно вычислить по произвольному обратимому процессу L_1 между A и B , если такой обратимый процесс существует.

Рассмотрим два состояния A и B некоторой двухпараметрической среды. Пусть между этими двумя состояниями возможно осуществить два процесса, один из которых (L_1) обратимый, а второй (L) необратимый (рис. 10).

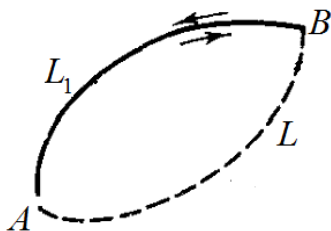


Рис. 10. Введение энтропии с помощью обратимых процессов

С помощью обратимого процесса L_1 можно вычислить энтропию

$$S_B - S_A = \int_{AB(L_1)} \frac{dQ^{(e)}}{T}. \quad (36)$$

Если рассмотрим цикл $C = ALBL_1A$, то он будет необратимым и

$$\oint_C \frac{dQ^{(e)}}{T} \leq 0$$

или

$$\int_{AB(L)} \frac{dQ^{(e)}}{T} + \int_{BA(L_1)} \frac{dQ^{(e)}}{T} \leq 0.$$

Заменяя направление интегрирования во втором интеграле на противоположное, получаем

$$\int_{AB(L)} \frac{dQ^{(e)}}{T} - \int_{AB(L_1)} \frac{dQ^{(e)}}{T} \leq 0.$$

Подстановка в это неравенство соотношение (36) приводит к соотношению

$$S_B - S_A \geq \int_{AB(L)} \frac{dQ^{(e)}}{T}.$$

Следует иметь в виду, что последний интеграл берётся по необратимому пути L .

Для необратимого процесса, связывающего два бесконечно близких состояния A и B , будем иметь

$$dS \geq \frac{dQ^{(e)}}{T}.$$

Таким образом, в случае необратимых процессов

$$TdS \geq dQ^{(e)}$$

или

$$TdS = dQ^{(e)} + dQ',$$

где величина dQ' , называемая некомпенсированным теплом, всегда больше или равна нулю. В случае обратимых процессов

$$dQ' = 0.$$

Следует иметь в виду, что при $dQ' = 0$ процессы могут быть обратимыми.

Из выше изложенного можно сделать ряд выводов.

Одно и то же количество энергии может иметь разную ценность с точки зрения возможности её практического использования. Эта ценность определяется величиной энтропии: чем больше энтропия, тем меньше ценность располагаемой энергии. При переводе газа из состояния *A* в состояние *B* по изотерме на каждом элементе процесса газ отдаёт механическую работу и получает равное количество тепла.

Но тепловая энергия является наименее ценным видом энергии. Согласно второму закону термодинамики она не может быть полностью превращена в другой вид энергии. Наоборот, другие виды энергии (например, механическая работа) могут быть полностью превращены друг в друга, а также и в тепло.

Если система теплоизолирована, но может подвергаться любым силовым воздействиям, то процессы, в которых она участвует, называются адиабатическими.

В этом случае внешний приток тепла к системе равен нулю ($dQ^{(e)} = 0$). В случае обратимых адиабатических процессов

$$TdS = 0,$$

поэтому

$$S = const.$$

Обратимые адиабатические процессы являются изэнтропическими.

Наоборот, если обратимый процесс изэнтропический, т. е. $S = const$, то $dQ^{(e)} = 0$, и процесс является адиабатическим.

Если же процесс адиабатический и необратимый, то $dS \geq 0$, и энтропия, если она изменяется, может только расти, так как $dQ' \geq 0$.

В необратимых неадиабатических процессах энтропия может и убывать и возрастать, так как знак

$$TdS = dQ^{(e)} + dQ'$$

при этом может быть любым. Из второго закона термодинамики следует только, что dQ' неотрицательно.

Можно сказать, что второй закон термодинамики определяет направление реально осуществляющихся процессов. Адиабатические необратимые процессы могут происходить только в направлении роста энтропии, а неадиабатические – только так, чтобы dQ' было неотрицательным.

Так как во всех процессах в изолированной системе энтропия может только возрастать, то состояния, в которых энтропия изолированной системы имеет максимум, являются состояниями равновесия.

22. ЦИКЛ ОТТО

Все современные двигатели внутреннего сгорания подразделяются на три основные группы с использованием:

- цикла с подводом теплоты при постоянном объеме $\nu = const$ (цикл Отто);

- цикла с подводом теплоты при постоянном давлении $p = const$ (цикл Дизеля);

- смешанного цикла с непрерывным подводом теплоты вначале при $\nu = const$, а затем при $p = const$ (цикл Тринклера).

Во всех случаях отвод теплоты производится при постоянном объеме.

В качестве топлива в двигателях с использованием цикла Отто применяется легкое и газообразное топливо (бензин, керосин, генераторный или светильный газ, пропан, бутан и т. д.).

Рабочим телом в подобных двигателях является смесь воздуха и паров жидкого или газообразного топлива (до начала сгорания) и газообразные продукты сгорания на остальных участках цикла.

Исследование работы реального поршневого двигателя проводят по так называемой индикаторной диаграмме (снятой с помощью специального прибора – индикатора), представленной на рис. 11.

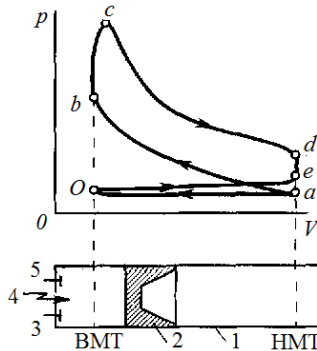


Рис. 11. Пример индикаторной диаграммы

При работе двигателя поршень 2 совершает возвратно-поступательное движение в цилиндре 1 от точки O , получившей название верхней мертвой точки (ВМТ), до нижней мертвой точки (НМТ). В процессе $O-a$ поршень движется слева направо и через всасывающий клапан 5 в цилиндр 1 поступает горючая смесь. В правом крайнем положении (НМТ) процесс заполнения цилиндра горючей смесью прекращается. Процесс $O-a$ является условным термодинамическим процессом, поскольку основные параметры при всасывании не изменяются, а изменяется только масса и объем смеси в цилиндре. В дальнейшем всасывающий клапан 5 закрывается и поршень начинает двигаться справа налево.

В процессе $a-b$ горючая смесь в цилиндре сжимается и давление возрастает от p_a до p_b . В левом крайнем положении (ВМТ) горючая смесь воспламеняется от электрической свечи 4. Горючая смесь сгорает практически мгновенно, и поршень перемещается вправо незначительно, поэтому считается, что весь процесс сгорания (подвода теплоты на участке $b-c$) происходит при постоянном объеме. В процессе $b-c$ изменяются не только давление и температура, но и химический состав рабочего тела. Давление в цилиндре вследствие выделяющейся теплоты резко поднимается от p_b до p_c . Поршень вновь перемещается вправо, совершая при этом полезную работу, причем давление падает от p_c до p_d . Процесс $c-d$ получил название расширения. В крайнем правом положении (НМТ) с помощью специального устройства открывается выпускной клапан 3 и давление в цилиндре снижается до давления p_e , несколько превышающего атмосферное (процесс $d-e$), при этом большая часть продуктов сгорания выходит из цилиндра. Поршень вновь движется влево, выталкивая из цилиндра через открытый выпускной клапан 3 оставшиеся продукты сгорания (процесс $e-O$). В крайнем левом

положении поршня выпускной клапан 3 закрывается и открывается всасывающий клапан 5, дающий доступ в цилиндр новой порции горючей смеси. В дальнейшем все процессы повторяются, осуществляя непрерывную циклическую работу двигателя.

Поршень в цилиндре такого двигателя в течение одного цикла совершает четыре хода (такта): всасывание горючей смеси (впуск), ее сжатие, расширение продуктов сгорания (рабочий ход), выталкивание продуктов сгорания в атмосферу (выпуск). На индикаторной диаграмме видно, что давление в цилиндре в процессе всасывания (процесс $O-a$) несколько ниже, а в процессе выталкивания (процесс $e-O$) несколько выше атмосферного. Последнее вызывается аэро- и гидродинамическим сопротивлением клапанов 5 и 3 и подводящих патрубков.

Из анализа работы реального двигателя видно, что рабочий процесс не является замкнутым и в нем присутствуют все признаки необратимых процессов: трение, теплообмен при конечной разности температур, конечные скорости поршня.

Так как в термодинамике исследуются лишь идеальные обратимые циклы, то при исследовании цикла поршневого ДВС принимаются следующие допущения:

- рабочее тело – идеальный газ с постоянной теплоемкостью;
- количество рабочего тела постоянно;
- между рабочим телом и источником теплоты имеет место бесконечно малая разность температур;
- подвод теплоты к рабочему телу производится не за счет сжигания топлива, а от внешних источников теплоты.

Принятые допущения приводят к изучению идеальных термодинамических циклов двигателей внутреннего сгорания (ДВС), что позволяет производить сравнение различных двигателей и определять факторы, влияющие на их эффективность. Диаграмма, постро-

енная с учетом указанных выше допущений, будет уже не индикаторной диаграммой двигателя, а идеальной $p-v$ диаграммой его цикла.

Рассмотрим идеальный термодинамический цикл ДВС с изохорным подводом теплоты для 1кг рабочего тела в $p-v$ координатах (рис. 12, а) и $T-s$ координатах (рис. 12, б).

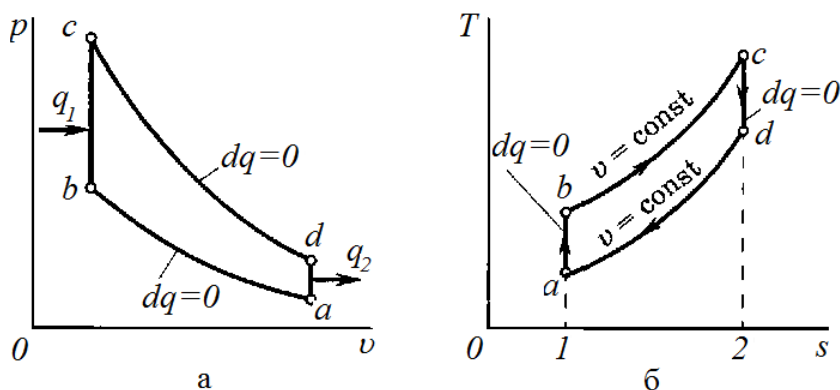


Рис. 12. Цикл Отто:

а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

Идеальный цикл состоит из следующих процессов:

- $a-b$ – адиабатное сжатие рабочего тела в цилиндре;
- $b-c$ – подвод теплоты при постоянном объеме;
- $c-d$ – адиабатное расширение продуктов сгорания;
- $d-a$ – отвод теплоты при постоянном объеме (условный процесс отвода теплоты, эквивалентен выпуску отработанного газа).

В результате совокупности этих процессов совершается прямой замкнутый цикл с положительной результирующей работой, которая в $p-v$ и $T-s$ координатах определяется площадью $abcd$.

23. ЦИКЛ ДИЗЕЛЯ

В двигателях, реализующих цикл Дизеля, производится раздельное сжатие воздуха и жидкого горючего и подвод теплоты осуществляется при выполнении условия $p = const$. Раздельное сжатие воздуха и горючего исключает самовоспламенение и позволяет получать высокие степени сжатия.

Принципиальную схему работы данного двигателя можно представить в виде следующих процессов. Жидкое топливо в цилиндр (рис. 13) подается через форсунку 4 в мелко распыленном виде в конце процесса сжатия воздуха. Распыление топлива производится сжатым во вспомогательном компрессоре воздухом.

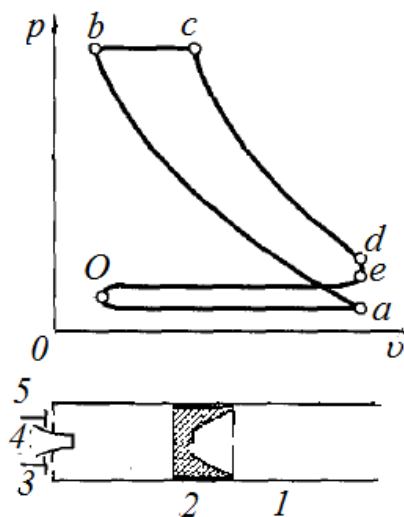


Рис. 13. Индикаторная диаграмма двигателя Дизеля

Сжатый в цилиндре воздух имеет настолько высокую температуру, что подаваемое горючее самовоспламеняется без всяких специальных запальных приспособлений. Постоянное давление при горении топлива обеспечивается соответствующей регулировкой топливной форсунки. Таким образом, в данном двигателе процесс сго-

рания происходит постепенно, а раздельное сжатие воздуха и горючего позволяет использовать любое жидкое дешевое топливо – дизельное топливо, нефть, мазут, смолы.

Индикаторная диаграмма цикла «дизеля» приведена на рис. 13. В процессе $O-a$ в цилиндр двигателя засасывается атмосферный воздух. Затем происходит его адиабатное сжатие ($a-b$) до давления p_b . После этого на участке $b-c$ реализуется процесс сгорания при постоянном давлении $p = \text{const}$. На участке $c-d$ происходит процесс расширения продуктов сгорания, после чего открывается выпускной клапан цилиндра и давление снижается (процесс $d-e$), а в дальнейшем продукты сгорания выталкиваются из цилиндра двигателя в атмосферу (процесс $e-O$). Таким образом, цикл Дизеля – это четырехтактный цикл.

Для термодинамического анализа заменим рассмотренный цикл термодинамически эквивалентным ему идеализированным замкнутым циклом, $p-v$ и $T-s$ диаграммы которого представлены на рис. 14.

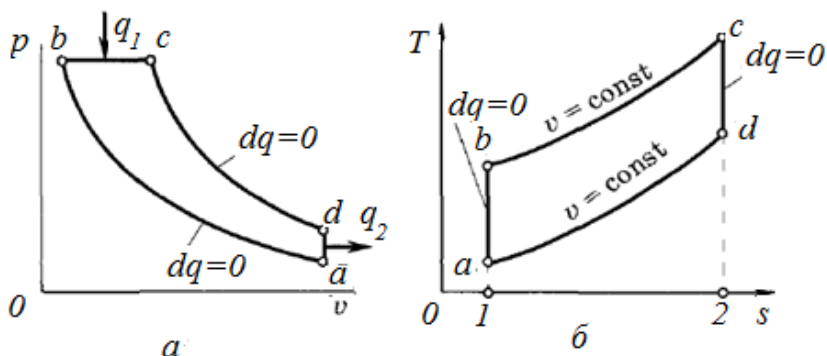


Рис. 14. Цикл Дизеля:

а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

Как видно из этих диаграмм, идеализированный цикл Дизеля состоит из двух адиабат (адиабата сжатия $a-b$ и адиабата расшире-

ния $c-d$), изобары $b-c$, по которой осуществляется подвод теплоты q_1 от горячего источника, и изохоры $d-a$, по которой осуществляется отвод теплоты q_2 к холодному источнику (окружающей среде).

Достоинство двигателя Дизеля заключается в отсутствии устройства для приготовления рабочей смеси (карбюратора) и он может работать на более низкосортном двигателе.

К недостаткам двигателя Дизеля по сравнению с двигателем Отто относятся:

- необходимость затраты работы на привод устройства для распыления топлива;
- относительная тихоходность, обусловленная более медленным сгоранием топлива.

24. ЦИКЛ ТРИНКЛЕРА

Своего рода «гибридом» циклов Отто и Дизеля является цикл со смешанным подводом теплоты частично при $\nu = const$, а частично при $p = const$. Этот цикл назван именем русского инженера Г. В. Тринклера, а иногда его называют также циклом французского инженера Сабатэ.

Двигатели, работающие по данному типу (рис. 15), могут иметь так называемую форкамеру 4, соединенную с рабочим цилиндром узким каналом.

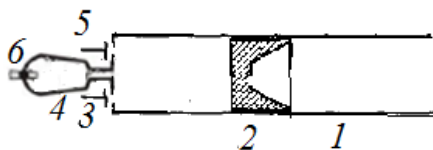


Рис. 15. Схема двигателя Тринклера

На рис. 16 показан цикл такого двигателя в $p-\nu$ и $T-s$ координатах. В рабочем цилиндре воздух адиабатно сжимается, как и в остальных поршневых двигателях, за счет инерции маховика, сидящего на валу двигателя, нагреваясь при этом до температуры, обеспечивающей воспламенение жидкого топлива, подаваемого в форкамеру через форсунку 6 (процесс $a-b$). Форма и расположение форкамеры способствуют наилучшему смешению топлива с воздухом, в результате чего происходит быстрое сгорание части топлива в небольшом объеме форкамеры (процесс $b-c$).

Благодаря возрастанию давления в форкамере образовавшаяся в ней смесь несгоревшего топлива, воздуха и продуктов сгорания проталкивается через узкий канал в рабочий цилиндр, где происходит догорание оставшегося топлива, сопровождающееся перемещением поршня слева направо при приблизительно постоянном давлении

(процесс $c-d$). По окончании сгорания топлива дальнейшее расширение продуктов сгорания (рабочий ход) происходит адиабатно (процесс $d-e$), после чего отработавшие газы удаляются из цилиндра (процесс $e-a$).

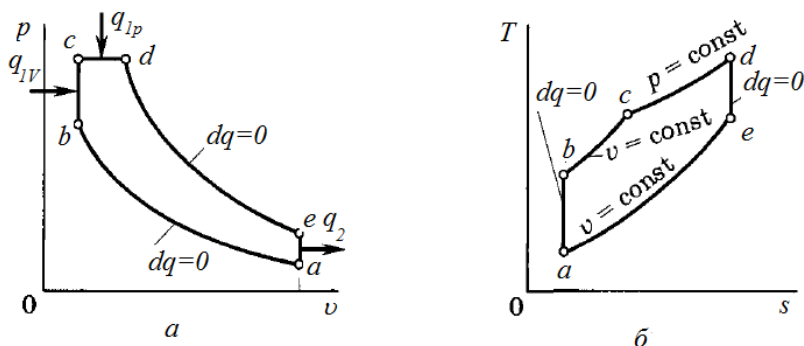


Рис. 16. Цикл Тринклера:
а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

Таким образом, в цикле со смешанным сгоранием подвод теплоты q_1 осуществляется по изохоре q_{1V} , а затем по изобаре q_{1p} .

Особенность двигателя со смешанным подводом теплоты состоит в том, что, в отличие от двигателя Дизеля, он не нуждается в компрессоре высокого давления для распыления жидкого топлива. Жидкое топливо, введенное в форкамеру при сравнительно невысоком давлении, распыляется струей сжатого воздуха, поступающего из основного цилиндра. Это обусловлено тем, что в процессе сжатия давление в цилиндре растет быстрее, чем в форкамере. За счет разницы давлений и возникает поток воздуха из цилиндра в форкамеру.

В рассмотренном цикле со смешанным сгоранием частично сохраняются преимущества цикла Дизеля перед циклом Отто – на начальном участке осуществляется сжатие только воздуха, следовательно, степень сжатия достигает больших значений.

25. ЦИКЛЫ ПРЯМОТОЧНЫХ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Прямоточные воздушно-реактивные двигатели (ПВРД) – это двигатели, в которых сжатие воздуха осуществляется только за счет скоростного напора. Они могут применяться как для дозвуковых, так и для сверхзвуковых полетов. Основными элементами двигателя (рис. 17) являются входное устройство (диффузор) 1, в котором происходит сжатие воздуха, поступающего в двигатель, камера сгорания 2, форсунки для впрыскивания топлива 4, реактивное сопло 3. Встречный поток перед входом в двигатель тормозится во входном устройстве, в результате чего давление воздуха, поступающего в камеру сгорания, повышается.

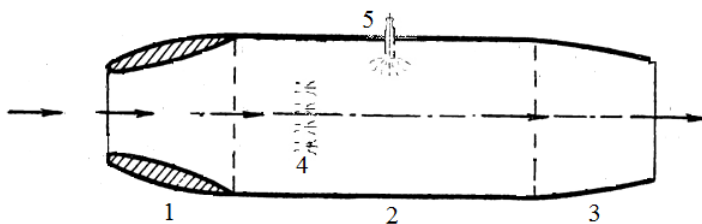


Рис. 17. Схема дозвукового ПВРД:

1 – диффузор; 2 – камера сгорания; 3 – сопло; 4 – форсунки; 5 – свеча

Для лучшего распыла топлива перед форсунками могут располагаться турбулизаторы. Зажигающее устройство (свеча) 5 используется лишь на этапах запуска двигателя. Устойчивое и эффективное сгорание обеспечивается стабилизаторами пламени, устанавливаемые в камере сгорания за форсунками.

Все ПВРД не могут работать при нулевой и при низкой скорости. Для его работы необходимо наличие встречного воздушного потока.

Дозвуковые ПВРД используются для полетов со скоростью, не превышающей звуковую. Они имеют наиболее простую конструкцию, но отличаются довольно низким КПД, что объясняется низкой степенью сжатия воздуха в диффузоре. Диапазон их скоростей находится в пределах 0,5-1 М (М – число Маха), если скорость ниже, двигатель перестает работать. Низкий КПД, ограничение по скорости, необходимость первоначального разгона – все это делает дозвуковые ПВРД малоэффективными, поэтому они практически не используются.

Прямоточные воздушно-реактивные двигатели для дозвуковых и сверхзвуковых скоростей потока отличаются формой входного устройства (диффузора) и сопла. На рис. 18 показан один из вариантов схемы сверхзвукового ПВРД.

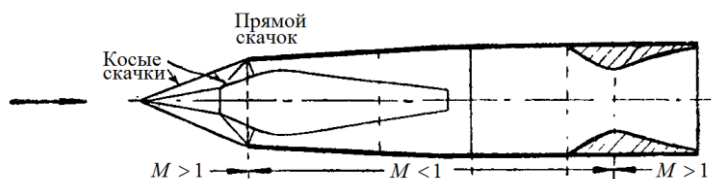


Рис. 18. Схема сверхзвукового ПВРД

При сверхзвуковой скорости на входе в дозвуковой диффузор образуется прямой скачок уплотнения, в котором кинетическая энергия необратимо переходит в тепло и снижается степень сжатия воздуха. Необратимые потери снижаются в косых скачках, когда в сверхзвуковом диффузоре размещают систему конусов или клиньев. Такие конусы называются центральным телом и обеспечивают внешнее сжатие. При движении на сверхзвуковых скоростях поток воздуха попадает на конусную поверхность и тормозится, причем торможение происходит в виде резкого скачка в несколько этапов (обычно не более 4-х скачков). Скорость при этом остается сверх-

звуковой. Далее воздушный поток попадает в диффузор, где продолжает сжиматься и тормозиться до дозвуковой скорости.

Конусы могут заменяться плоскими входными устройствами двухмерного течения без центрального тела. Скачкообразное повышение давления в этом случае обеспечивается сложной формой внутреннего канала.

Такая подготовка воздуха приводит к организации горения топлива при высоком давлении в камере сгорания. Поэтому продукты горения на выходе из сверхзвукового ПВРД в сопле Лавали приобретают сверхзвуковые скорости

На рис. 19, а, б приведен термодинамический цикл проточного воздушно-реактивного двигателя в $p-v$ и $T-s$ координатах: $a-b$ – процесс адиабатного сжатия во входном устройстве; $b-c$ – процесс подвода теплоты при $p = const$; $c-d$ – процесс адиабатного расширения продуктов сгорания в сопле; $d-a$ – отвод теплоты при $p = const$ в окружающую среду.

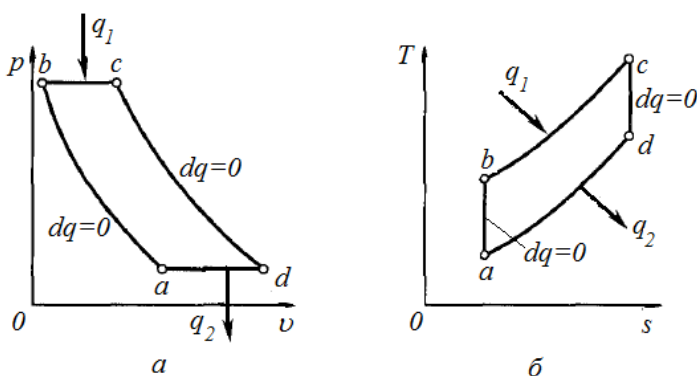


Рис. 19. Цикл ПВРД:
а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

26. ЦИКЛ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

В пульсирующих воздушно-реактивных двигателях (ПуВРД) со сгоранием топлива при $v = \text{const}$ применяются обратные клапаны, которые устанавливаются на клапанной решетке 2 (рис. 20) при входе в камеру сгорания 5. Клапаны клапанной решетки отделяют камеру сгорания от диффузора 1. Воздух из диффузора 1 через обратные клапаны поступает в камеру сгорания 5, вытесняя в выхлопную резонансную трубу продукты сгорания предыдущего цикла. После заполнения воздухом камеры сгорания в нее через форсунки 3 подается легкоиспаряющееся топливо – бензин. Смесь паров бензина и воздуха воспламеняется от электросвечи 4 или от продуктов сгорания, еще заполняющих суживающееся сопло (конфузор) 6 и выхлопную трубу двигателя 7. Давление в камере сгорания повышается, обратные клапаны клапанной решетки закрываются, изолируя объем камеры сгорания от диффузора. Конфузор и выхлопная труба подобраны так, чтобы при сгорании рабочей смеси в камере сгорания объемы их были заполнены газами, образовавшимися при сгорании предыдущей порции топлива. Следовательно, сгорание рабочей смеси осуществляется в изолированном объеме.

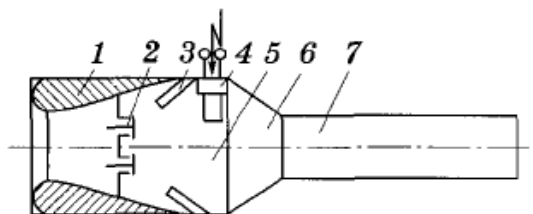


Рис. 20. Схема пульсирующего воздушно-реактивного двигателя:

- 1 – диффузор; 2 – клапанная решетка; 3 – форсунка; 4 – свеча зажигания;
5 – камера сгорания; 6 – сопло; 7 – выхлопная труба

Расширение продуктов сгорания происходит при движении их в конфузоре и выхлопной трубе. Причем продукты сгорания выбрасываются через выхлопную трубу вначале с большой скоростью, а затем с все уменьшающимися скоростями. Продукты сгорания, движущиеся в выхлопной трубе, обладают определенной инерцией (они продолжают двигаться в прежнем направлении даже после того, как давление в камере станет равным атмосферному). Благодаря инерционному движению продуктов сгорания в камере сгорания образуется некоторое разрежение в конце процесса расширения.

Под действием встречного скоростного потока и возникающего в камере сгорания разрежения обратные клапаны клапанной решетки 2 открываются, и воздух через диффузор поступает в камеру сгорания 5. Цикл работы двигателя повторяется.

Пульсирующий воздушно-реактивный двигатель работает циклично, чем и отличается от других типов реактивных двигателей. Частота циклов определяется геометрическими размерами, длиной выхлопной трубы и составляет 300–400 циклов в минуту. Необходимо отметить, что пульсирующий воздушно-реактивный двигатель, в отличие от ПВРД, вследствие наличия длинной выхлопной трубы может работать и создавать тягу на старте.

На рис. 21 приведен термодинамический цикл ПуВРД, так называемого цикла Гемфри: $a-b$ – процесс адиабатного сжатия воздуха в диффузоре; $b-c$ – процесс подвода теплоты при $v = const$ в камере сгорания; $c-d$ – процесс расширения продуктов сгорания в конфузоре и выхлопной трубе; $d-a$ – процесс отвода теплоты при $p = const$ в атмосферу. Разрежение, создаваемое инерционным движением продуктов сгорания в выхлопной трубе, достаточно для открытия клапанов и всасывания воздуха для повторного цикла.

В пульсирующих воздушно-реактивных двигателях давление в конце сгорания выше, чем в прямоточных воздушно-реактивных

двигателях, поэтому КПД у них имеет большее значение, чем в прямоточных воздушно-реактивных двигателях.

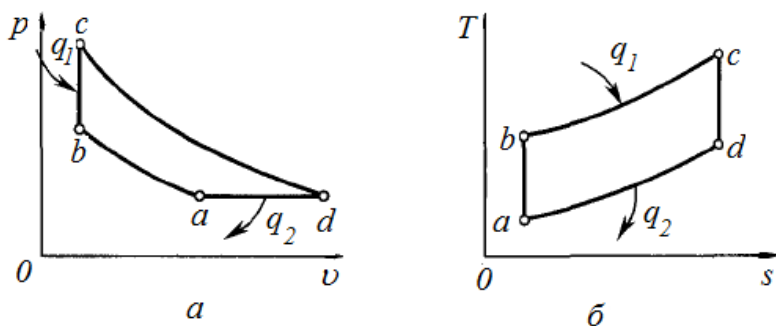


Рис. 21. Цикл ПуВРД6

а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

Основными преимуществами пульсирующего воздушно-реактивного двигателя являются простота конструкции по сравнению с турбовинтовыми двигателями, большая тяга и экономичность на умеренных скоростях полета по сравнению с прямоточным воздушно-реактивным двигателем.

Двигатель работает в режиме автоколебаний, которые синхронизируют по времени работу всех его элементов. На частоту этих автоколебаний оказывают влияние инерционные характеристики всех частей ПуВРД, в том числе инерция газового столба в длинном сопле двигателя, и время распространения по нему акустической волны. Увеличение длины сопла приводит к снижению частоты пульсаций и наоборот. При определённой длине сопла достигается резонансная частота, при которой автоколебания становятся устойчивыми, а амплитуда колебаний каждого элемента — максимальной. При разработке двигателя эта длина подбирается экспериментально в ходе испытаний и доводки.

27. ЦИКЛЫ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Газотурбинные двигатели (ГТД) относятся к двигателям внутреннего сгорания. Они обладают многими преимуществами по сравнению с поршневыми двигателями. Это, в первую очередь, большие мощности при сравнительно малых габаритах и достаточно высокая экономичность. В качестве компонентов топлива в газотурбинных двигателях используются жидкое или газообразное горючее и воздух как окислитель.

Авиационные ГТД можно разделить на:

- турбореактивные двигатели (ТРД);
- двухконтурные турбореактивные двигатели (ТРДД);
- турбовинтовые двигатели (ТВД);
- турбовальные двигатели (ТВалД).

Принципиальная схема авиационного турбореактивного двигателя приведена на рис. 22.

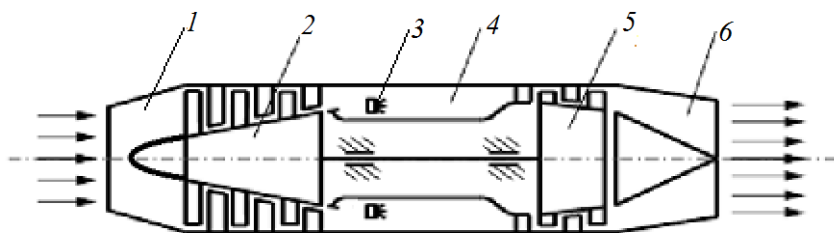


Рис. 22. Схема ТРД:

- 1 – входное устройство (диффузор); 2 – компрессор; 3 – форсунка;
4 – камера сгорания; 5 – турбина; 6 – реактивное сопло

Поток воздуха, попадающего в двигатель, тормозится во входном устройстве (1), в результате чего давление воздуха перед компрессором (2) повышается. Проходя через многоступенчатый компрессор, воздух сжимается, его давление многократно (в 10–40 раз) повышается.

Сжатый воздух из компрессора попадает в камеру сгорания (4), образованную несколькими расположенными по периметру корпуса жаровыми трубами (или одной кольцевой трубой). В жаровых трубах происходит основной процесс сгорания керосина, поступающего в распылённом состоянии через форсунки (3).

Часть потенциальной энергии газовой смеси, полученной при сжатии воздуха в компрессоре и нагреве его в камере сгорания, преобразуется ротором газовой турбины (5) в механическую работу вращения ротора компрессора, соединённого общим валом с ротором турбины.

Основная часть энергии продуктов сгорания идёт на ускорение газового потока в выходном устройстве ТРД – реактивное сопло (6), т. е. на создание реактивной тяги.

Хотя в ТРД имеет место избыток кислорода в камере сгорания, его не удаётся реализовать напрямую – увеличением расхода горючего в камере – из-за ограничения температуры рабочего тела, поступающего на турбину. Этот резерв используется в двигателях, оборудованных форсажной камерой (ТРДФ), расположенной между турбиной и соплом. В режиме форсажа в этой камере сжигается дополнительное количество горючего, внутренняя энергия рабочего тела перед расширением в сопле повышается, в результате чего скорость его истечения возрастает, и тяга двигателя увеличивается, в некоторых случаях, более, чем в 1,5 раза. При форсаже значительно повышается расход топлива.

Двухконтурный турбореактивный двигатель (ТРДД) имеет два контура: внешний и внутренний. Внутренний контур содержит в себе то же самое, что и ТРД. Внешний контур представляет собой канал с соплом в конце. В нем нет камеры сгорания и турбины.

Воздух, попадающий в двигатель, пройдя через первую ступень компрессора низкого давления, разбивается на два потока. Одна часть воздуха идет по внутреннему контуру, где происходят те же

процессы, что и в ТРД. Вторая часть воздуха попадает во внешний контур, получив энергию от первой ступени компрессора низкого давления. В конце этот воздух попадает в сопло внешнего контура, создавая огромную тягу. Тяга, созданная внешним контуром, может составлять 80% тяги всего двигателя.

Одной из важнейших характеристик ТРДД является степень двухконтурности. Степень двухконтурности – это отношение расхода воздуха во внешнем контуре, к расходу воздуха во внутреннем контуре. Это число может быть как больше, так и меньше единицы. На современных двигателях это число может превышать значение в 12 единиц.

Двигатели, степень двухконтурности которых больше двух, принято называть турбовентиляторными, а первую ступень компрессора (ту, что работает на оба контура) вентилятором.

Принцип работы турбовинтового двигателя (ТВД) такой же, как у турбореактивного, с разницей в том, что практически вся энергия газа расходуется на турбине на вращение компрессора и на вращение винта через редуктор (здесь винт и редуктор находятся на одном валу с компрессором). Винт создаёт основную долю тяги. Оставшаяся после турбины часть энергии направляется в сопло, образуя реактивную тягу, но она мала, может составлять десятую часть от общей. Редуктор в этой схеме нужен для того, чтобы понизить обороты, так как турбина может вращаться с очень высокой частотой, например, 10000 об/мин, а винту нужно только 1500.

Турбовальный двигатель (ТВалД) очень схож с турбовинтовым двигателем со свободной турбиной. Такой тип двигателей устанавливается на вертолёты. Он также состоит из компрессора, камеры сгорания, турбины компрессора, далее идёт т. н. свободная турбина. Реактивную тягу такой двигатель не создаёт, реактивного сопла у него нет, только выхлопное устройство. Свободная турбина имеет свой вал, который соединяется к главному редуктору вертолёт (не-

сущего винта). Обороты несущего винта вертолѐта очень низкие. А обороты двигателя у вертолѐта зачастую очень высокие (из-за небольших размеров), и понижать их приходится в сотню и более раз.

При рассмотрении всех газотурбинных двигателей без форсажа (ТРД, ТРДД, ТВД, ТВалД) рабочие процессы в основных элементах двигателя являются общими, что позволяет отобразить идеальный рабочий цикл газотурбинного двигателя в $p-v$ координатах (рис. 23).

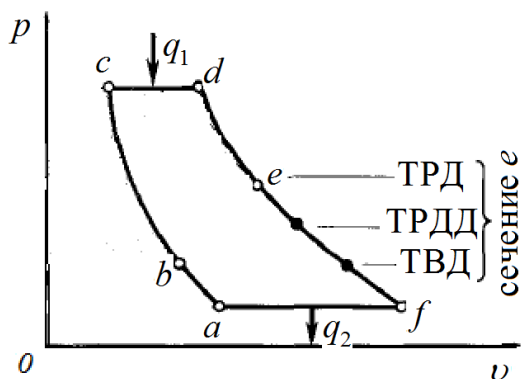


Рис. 23. Цикл ГТД

Адиабатный процесс $a-b$ соответствует сжатию воздуха в воздухозаборнике, $b-c$ – в компрессоре. Процесс подвода теплоты в камере сгорания характеризуется изобарой $c-d$. Адиабатный процесс расширения в турбине обозначен отрезком $d-e$, при этом в зависимости от типа двигателя точка e смещается. Расширение в реактивном сопле изображается отрезком $e-f$. Изобарный отвод теплоты от струи горячих газов, вытекающих из двигателя во внешнюю среду, обозначен отрезком $f-a$.

Термодинамический цикл $a - c - d - f - a$, образованный этими процессами, носит название изобарного цикла полного расширения или цикла Брайтона.

По рассмотренному циклу (см. рис. 23) работают турбореактивный, двухконтурный, турбовинтовой и турбовальный двигатели. Процессы сжатия в воздухозаборнике и компрессоре, подвода теплоты в камере сгорания и отвода теплоты в атмосферу для этих двигателей одинаковы. Процессы расширения газа в ГТД этих схем отличаются различным соотношением между работами расширения в турбине и реактивном сопле. Работа турбины ТРД примерно равна работе компрессора, поэтому давление за турбиной значительно выше атмосферного (см. точку e на рис. 23). В турбовинтовом двигателе большая часть работы турбины передается на винт, поэтому работа турбины больше работы компрессора, давление за турбиной ближе к атмосферному, соответственно точка e лежит близко к точке f . В турбовальном двигателе сопло не используется, выходное устройство выполняется обычно диффузорным, в нем происходит не расширение, а сжатие, и точка e может лежать ниже точки f . Точка e для ТРДД занимает промежуточное положение, оно тем ближе к точке f , характеризующей ТВД, чем выше степень двухконтурности.

На рис. 24 дано изображение действительного цикла ТРДФ в $p - v$ координатах. Линией $a - c$ изображается общий процесс сжатия воздуха, $c - d$ процесс подвода теплоты в основной камере сгорания, $d - e$ – процесс расширения на турбине. Процесс подвода теплоты в форсажной камере протекает при незначительном снижении давления аналогично процессу в основной камере сгорания и изображается линией $e - \phi$.

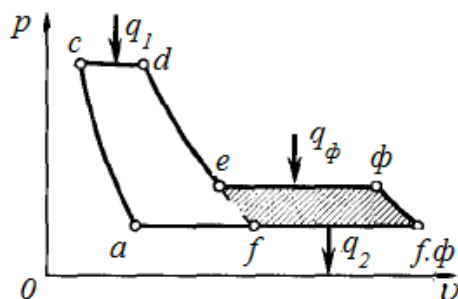


Рис. 24. Цикл ТРДФ

Линией $\phi - f.\phi$ изображается процесс расширения газа в выходном реактивном сопле. При отсутствии форсажной камеры процесс расширения в выходном сопле соответствовал бы пунктирной линии $e - f$. Заштрихованная площадь показывает увеличение площади цикла, а, следовательно, и работы цикла при включении форсажа в рассматриваемых условиях.

28. ЦИКЛ ЖИДКОСТНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Существует довольно большое разнообразие схем устройства жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), при единстве главного принципа их действия. Схематически устройство ЖРД представлено на рис. 25.

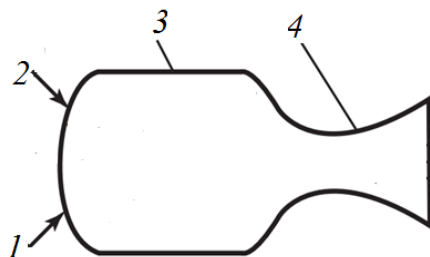


Рис. 25. Схема ЖРД:

1 – подвод горючего; 2 – подвод окислителя; 3 – камера сгорания; 4 – сопло

В ЖРД основной частью является камера сгорания (3) с соплом (4). В камеру сгорания специальными насосами подаются жидкое горючее (1) и жидкий окислитель (2). Горючее и окислитель впрыскиваются под давлением в КС через форсунки, перемешиваются, испаряются и воспламеняются. При горении топлива образуются газообразные продукты, которые истекают из камеры сгорания в окружающее пространство через сопло. Через сопло газ истекает с большой скоростью, сообщая двигателю реактивную тягу.

Объём жидкого топлива пренебрежимо мал по сравнению с объёмом продуктов сгорания. Топливо, являясь жидкостью, практически не сжимается. Поэтому при описании идеального термодинамического цикла ЖРД объёмом подаваемого в камеру сгорания топлива пренебрегают. В связи с этим процесс 1'-2' сжатия и подачи жидкого топлива в камеру сгорания в идеальном цикле условно можно считать изохорным, совпадающим с осью ординат 1-2 (см. рис. 26).

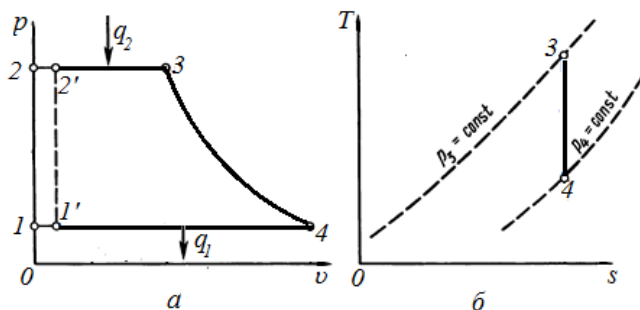


Рис. 26. Цикл ЖРД:
а – $p-v$ координаты; б – $T-s$ координаты

В камере сгорания топливо сгорает при постоянном давлении (2-3) и рабочее тело получает теплоту q_1 (рис. 26). Образовавшиеся газообразные продукты сгорания затем при движении по соплу расширяются по адиабате 3-4.

При работе ракетного двигателя на так называемом расчётном режиме давление газа на срезе сопла оказывается равным (в точке 4) давлению окружающей среды. Поэтому отдача теплоты окружающей среде (холодному источнику тепла) q_2 происходит при постоянном давлении.

В $T-s$ координатах (рис. 26, б) вполне определён адиабатический процесс 3 – 4. Через его начальную (3) и конечную (4) точки проходят изобары. Для нахождения положений точек 2 и 1 на этих изобарах и замыкающего процесса 1 – 2 требуется анализ работы вспомогательных систем ЖРД и, возможно, изучения процессов получения компонент топлива.

29. ВИДЫ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА

Процесс переноса теплоты является естественным и необратимым, т. е. он всегда протекает в одном направлении: от горячего тела к холодному.

Перенос теплоты может осуществляться тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением, или радиацией. Эти формы теплообмена глубоко различны по своей природе и характеризуются различными законами.

Процесс переноса теплоты теплопроводностью происходит между непосредственно соприкасающимися телами или частицами тел с различной температурой. Учение о теплопроводности однородных и изотропных тел опирается на весьма прочный теоретический фундамент. Оно основано на простых количественных законах и располагает хорошо разработанным математическим аппаратом. Теплопроводность представляет собой, согласно взглядам современной физики, молекулярный процесс передачи теплоты. В металлах при такой передаче теплоты большую роль играют свободные электроны.

Известно, что при нагревании тела кинетическая энергия его молекул возрастает. Частицы более нагретой части тела, сталкиваясь при своем беспорядочном движении с соседними частицами тела, сообщают им часть своей кинетической энергии. Этот процесс постепенно распространяется по всему телу. Например, если нагревать один конец металлического стержня, то через некоторое время температура другого его конца также повысится. Перенос теплоты теплопроводностью зависит от физических свойств тела, от его геометрических размеров, а также от разности температур между различными частями тела. При определении переноса теплоты теплопроводностью в реальных телах встречаются известные трудности, которые на практике до сих пор удовлетворительно не решены. Эти

трудности состоят в том, что тепловые процессы развиваются в неоднородной среде, свойства которой зависят от температуры и изменяются по объему; кроме того, трудности возрастают с увеличением сложности конфигурации системы.

Второй вид переноса теплоты называют конвекцией. Конвекция происходит только в газах и жидкостях. Этот вид переноса теплоты осуществляется при перемещении и перемешивании всей массы неравномерно нагретых жидкостей или газов. Конвекционный перенос теплоты происходит тем интенсивнее, чем больше скорость движения жидкости или газа, так как в этом случае за единицу времени перемещается большее количество частиц тела. В жидкостях и газах перенос теплоты конвекцией всегда сопровождается теплопроводностью, так как при этом осуществляется и непосредственный контакт частиц с различной температурой.

Одновременный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называют конвективным теплообменом, он может быть вынужденным и свободным. Если движение рабочего тела вызвано искусственно (вентилятором, компрессором, мешалкой и др.), то такой конвективный теплообмен называют вынужденным. Если же движение рабочего тела возникает под влиянием разности плотностей отдельных частей жидкости от нагревания, то такой теплообмен называют свободным или естественным конвективным теплообменом.

Третий вид теплообмена называют излучением. Процесс передачи теплоты излучением между двумя телами, разделенными полностью или частично пропускающей излучение средой, происходит в три стадии: превращение части внутренней энергии одного из тел в энергию электромагнитных волн, распространение электромагнитных волн в пространстве, поглощение энергии излучения другим телом. При сравнительно невысоких температурах перенос энергии осуществляется в основном инфракрасными лучами.

Совокупность всех трех видов переноса теплоты называют сложным теплообменом. Однако изучение закономерностей сложного теплообмена представляет собой довольно трудную задачу. Поэтому изучают порознь каждый из трех видов теплообмена, после чего становится возможным вести расчеты, относящиеся к сложному теплообмену.

Существуют также различные виды переноса тепла, которые являются сочетанием элементарных видов. Основные из них:

- теплоотдача (конвективный теплообмен между потоками жидкости или газа и поверхностью твёрдого тела),
- теплопередача (теплообмен от горячей среды [жидкость, газ или твердое тело] к холодной через разделяющую их стенку),
- конвективно-лучистый перенос тепла (совместный перенос тепла излучением и конвекцией).

30. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Теплопроводность представляет собой процесс распространения энергии между частицами тела, находящимися друг с другом в соприкосновении и имеющими различные температуры.

Рассмотрим нагрев какого-либо однородного и изотропного тела (в дальнейшем будем рассматривать только такие тела). Изотропным называют тело, обладающее одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям. При нагреве такого тела температура его в различных точках изменяется во времени и теплота распространяется от мест с более высокой температурой к местам с более низкой температурой. Из этого следует, что в общем случае процесс передачи теплоты теплопроводностью в твердом теле сопровождается изменением температуры T как в пространстве, так и во времени:

$$T = f(x, y, z, t),$$

где x, y, z — координаты точки; t — время.

Эта функция определяет температурное поле в рассматриваемом теле. В математической физике температурным полем называют совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек изучаемого пространства, в котором протекает процесс.

Если температура тела есть функция координат и времени, то температурное поле будет нестационарным, т. е. зависящим от времени:

$$T = f(x, y, z, t); \quad \frac{\partial T}{\partial t} \neq 0.$$

Такое поле отвечает неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности.

Если температура тела есть функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле тела будет стационарным:

$$T = f(x, y, z); \frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

Уравнение двумерного температурного поля для режима: стационарного

$$T = f(x, y); \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial t} = 0;$$

нестационарного

$$T = f(x, y, t); \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \frac{\partial T}{\partial t} \neq 0.$$

На практике встречаются задачи, когда температура тела является функцией одной координаты, тогда уравнение одномерного температурного поля для режима:

стационарного

$$T = f(x); \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \text{ и } \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0;$$

нестационарного

$$T = f(x, t); \frac{\partial T}{\partial t} \neq 0 \text{ и } \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Одномерной, например, является задача о переносе теплоты в стенке, у которой длину и ширину можно считать бесконечно большими по сравнению с толщиной.

Если соединить точки тела с одинаковой температурой, то получим поверхность равных температур, называемую изотермной. Изотермные поверхности между собой никогда не пересекаются. Они либо замыкаются на себя, либо кончаются на границах тела.

Рассмотрим две близкие изотермные поверхности с температурами T и $T + \Delta T$ (рис. 27).

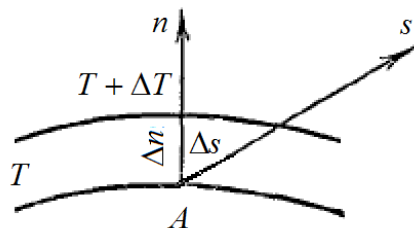


Рис. 27. Две близкие изотермные поверхности

Перемещаясь из какой-либо точки A , можно обнаружить, что интенсивность изменения температуры по различным направлениям неодинакова. Если перемещаться по изотермной поверхности, то изменения температуры не обнаружим. Если же перемещаться вдоль какого-либо направления s , то будет наблюдаться изменение температуры. Наибольшую разность температур на единицу длины будем наблюдать в направлении нормали к изотермной поверхности. Предел отношения изменения температуры ΔT к расстоянию между изотермами по нормали Δn , когда Δn стремится к нулю, называют градиентом температуры, имеющим размерность K/m :

$$\text{grad} T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}.$$

Градиент температуры есть вектор, направленный по нормали к изотермной поверхности $\vec{n}$ в сторону возрастания температуры и численно равный частной производной от температуры по этому направлению. За положительное направление градиента принимается направление возрастания температур.

31. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для распространения теплоты в любом теле или пространстве необходимо наличие разности температур в различных точках тела. Это условие относится и к передаче теплоты теплопроводностью, при которой градиент температуры в различных точках тела не должен быть равен нулю.

Связь между количеством теплоты dQ_n в Дж, проходящим через элементарную площадку dF , расположенную на изотермной поверхности, за промежуток времени dt и градиентом температуры устанавливается гипотезой Фурье, согласно которой

$$dQ_n = -\lambda dF \operatorname{grad} T dt = -\lambda dF dt \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (37)$$

Минус в правой части показывает, что в направлении теплового потока температура убывает и величина $\operatorname{grad} T$ является величиной отрицательной. Множитель пропорциональности λ называют коэффициентом теплопроводности. Уравнение (37) носит название основного уравнения теплопроводности, или закона Фурье. Справедливость гипотезы Фурье подтверждается опытами.

Количество теплоты, проходящей через единицу изотермной поверхности в единицу времени, называют плотностью теплового потока, или вектором плотности теплового потока, имеющим размерность $\text{Вт}/\text{м}^2$:

$$q = \frac{-dQ_n}{dF dt} \text{ или } q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (38)$$

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермной поверхности в сторону убывания температуры. Векторы q и $\operatorname{grad} T$ лежат на одной прямой, но направлены в противоположные стороны.

Количество теплоты, прошедшей в единицу времени через произвольную поверхность F , называют тепловым потоком, имеющим размерность Bm :

$$Q_F = \int_F q dF = - \int_F \lambda (\partial T / \partial n) dF . \quad (39)$$

Количество теплоты в $Дж$, прошедшее за время t через произвольную поверхность F конечных размеров, определяют из уравнения

$$Q = - \int_0^t \int_F \lambda (\partial T / \partial n) dF dt .$$

Таким образом, для определения количества теплоты, проходящей через какую-либо произвольную поверхность твердого тела, необходимо знать температурное поле внутри рассматриваемого тела. Нахождение температурного поля и составляет основную задачу аналитической теории теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности λ есть физический параметр вещества, характеризующий его способность проводить теплоту. Размерность коэффициента теплопроводности λ определяется из уравнения (39):

$$\lambda = -Q_F / [F (\partial T / \partial n)] .$$

Следовательно, размерность λ будет $\frac{Bm}{m^2 \cdot (K/m)} = \frac{Bm}{m \cdot K} .$

Числовое значение коэффициента теплопроводности определяет количество теплоты, проходящей через единицу изотермной поверхности, в единицу времени, при условии, что градиент температуры равен единице ($grad T = 1 K/m$). Коэффициент теплопроводности твёрдых и жидких тел зависит от температуры, а газов еще и от давления.

32. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Связь между величинами, участвующими в передаче теплоты теплопроводностью, устанавливается дифференциальным уравнением теплопроводности. В пределах выбранного элементарного объема и бесконечно малого отрезка времени становится возможным пренебречь изменением некоторых величин, характеризующих процесс.

При выводе дифференциального уравнения теплопроводности принимаются следующие допущения: внутренние источники теплоты отсутствуют; тело однородно и изотропно; используется закон сохранения энергии, который для данного случая формулируется как «разность между количеством теплоты, вошедшей вследствие теплопроводности в элементарный параллелепипед за время dt и вышедшей из него за то же время, расходуется на изменение внутренней энергии рассматриваемого элементарного объема».

Выделим в теле элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz (рис. 28). Температуры граней различны, поэтому через параллелепипед проходит теплота в направлении осей x , y и z .

Через площадку 1 величиной $dydz$ за время dt согласно уравнению Фурье, приходит следующее количество теплоты:

$$dQ_x = q_x dydz \cdot dt ,$$

где

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} .$$

Через противоположную грань 2 на расстоянии dx отводится количество теплоты, определяемое из выражения

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} dydz \cdot dt ,$$

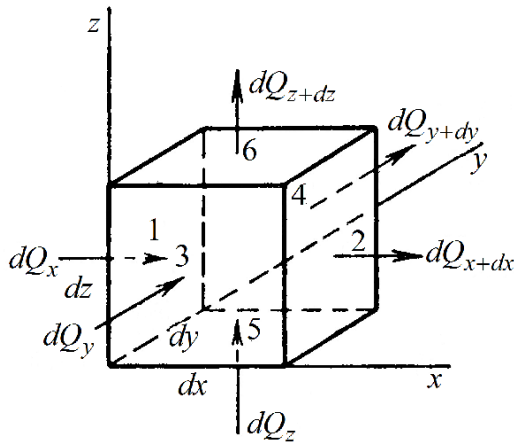


Рис. 28. Элементарный параллелепипед

в котором

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx .$$

Аналогично через площадки 3 и 5, равные соответственно $dx dz$ и $dx dy$, приходят количества теплоты

$$dQ_y = q_y dx dz \cdot dt \text{ и } dQ_z = q_z dx dy \cdot dt ,$$

где

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \text{ и } q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} .$$

Через грани 4 и 6 отводятся количества теплоты

$$dQ_{y+dy} = q_{y+dy} dx dz \cdot dt \text{ и } dQ_{z+dz} = q_{z+dz} dx dy \cdot dt ,$$

в которых

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \text{ и } q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz .$$

Приращение количества теплоты внутри элементарного объёма в направлении оси x находится как

$$\begin{aligned}
dQ_{dx} &= dQ_x - dQ_{x+dx} = (dq_x - dq_{x+dx}) dydzdt = \\
&= -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz dt = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt .
\end{aligned}$$

Приращения количества теплоты внутри элементарного объёма в направлений осей y и z равны соответственно

$$\begin{aligned}
dQ_{dy} &= dQ_y - dQ_{y+dy} = (dq_y - dq_{y+dy}) dx dz dt = \\
&= -\frac{\partial q_y}{\partial y} dx dy dz dt = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz dt
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
dQ_{dz} &= dQ_z - dQ_{z+dz} = (dq_z - dq_{z+dz}) dx dy dt = \\
&= -\frac{\partial q_z}{\partial z} dx dy dz dt = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz dt .
\end{aligned}$$

Полное приращение внутренней энергии в параллелепипеде равно

$$\begin{aligned}
dQ &= dQ_{dx} + dQ_{dy} + dQ_{dz} = \\
&= dx dy dz dt \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] . \quad (40)
\end{aligned}$$

С другой стороны, согласно закону сохранения энергии,

$$dQ = \rho dx dy dz c \frac{\partial T}{\partial t} dt , \quad (41)$$

где c – массовая теплоемкость, Дж/кг·К.

Левые части уравнений (40) и (41) равны, поэтому после сокращения сомножителей $dx dy dz dt$ имеем

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) . \quad (42)$$

Уравнение (42) называется дифференциальным уравнением теплопроводности, или уравнением Фурье, для трехмерного нестационарного температурного поля при отсутствии внутренних источни-

ков теплоты. Оно является основным при изучении вопросов нагревания и охлаждения тел в процессе передачи теплоты теплопроводностью и устанавливает связь между временным и пространственным изменениями температуры в любой точке поля.

Если коэффициент теплопроводности λ постоянен, то уравнение (51) преобразуется в

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

или

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (43)$$

Величину $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ называют оператором Лапласа и обычно обозначают сокращенно Δ или ∇^2 (∇ – оператор Гамильтона); величину $\frac{\lambda}{\rho c}$ – называют коэффициентом температуропроводности и обозначают буквой a .

При указанных обозначениях дифференциальное уравнение теплопроводности (43) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T. \quad (44)$$

Коэффициент температуропроводности $a = \lambda / (\rho c)$ является физическим параметром вещества и имеет единицу измерения $\text{м}^2/\text{с}$. В нестационарных тепловых процессах a характеризует скорость изменения температуры.

Из уравнения (44) следует, что изменение температуры во времени $\frac{\partial T}{\partial t}$ для любой точки тела пропорционально величине a . По-

этому при одинаковых условиях быстрее увеличится температура у того тела, которое имеет больший коэффициент температуропроводности. Газы имеют малый, а металлы большой коэффициент температуропроводности.

Дифференциальное уравнение теплопроводности с источниками теплоты внутри тела имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c},$$

где q_v – количество выделяемой теплоты в единице объема вещества в единицу времени, $Вт/м^3$.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах с внутренним источником теплоты записывается как

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho c}, \quad (45)$$

где r – радиус-вектор в цилиндрической системе координат; φ – полярный угол.

В случае использования сферической системы координат без внутренних источников теплоты получим

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{a}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{\sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \varepsilon^2} \right], \quad (46)$$

где r – радиус-вектор точки, а φ и ε – полярный и азимутальный углы соответственно.

33. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Полученное дифференциальное уравнение Фурье описывает явления передачи теплоты теплопроводностью в самом общем виде. Для того чтобы применить его к конкретному случаю, необходимо знать распределение температур в теле в начальный момент времени или начальные условия. Кроме того, должны быть известны: геометрическая форма и размеры тела, физические параметры среды и тела и граничные условия, характеризующие распределение температур на поверхности тела, или взаимодействие изучаемого тела с окружающей средой. Все эти частные особенности совместно с дифференциальным уравнением дают полное описание конкретного процесса теплопроводности и называются условиями однозначности или краевыми условиями.

Обычно начальные условия распределения температуры задаются для момента времени $t = 0$.

Граничные условия могут быть заданы различными способами.

Граничное условие первого рода задается распределением температуры на поверхности тела для любого момента времени.

Граничное условие второго рода задается плотностью теплового потока в каждой точке поверхности тела для любого момента времени.

Граничное условие третьего рода задается температурой среды, окружающей тело, и законом теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой.

Законы конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой отличаются большой сложностью и рассматриваются в специальных курсах. В основу изучения конвективного теплообмена положен закон Ньютона–Рихмана

$$q = \alpha(T_f - T_w), \quad (47)$$

где q – плотность теплового потока, Bm/m^2 ; T_f – температура окружающей среды (жидкости), K ; T_w – температура поверхности тела (стенки), K ; α – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, $Bm/(m^2 \cdot K)$.

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Он численно равен количеству теплоты, отдаваемой (или воспринимаемой) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой в $1K$. Коэффициент теплоотдачи зависит от многих факторов, но при решении задач теплопроводности твердого тела его принимают в большинстве случаев величиной постоянной.

Согласно закону сохранения энергии, количество теплоты, отдаваемое единицей поверхности тела окружающей среде в единицу времени вследствие теплоотдачи, должно быть равно теплоте, которая путем теплопроводности подводится к единице поверхности в единицу времени со стороны внутренних частей тела, т. е.

$$\alpha(T_f - T_w) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w, \quad (48)$$

где $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w$ – проекция градиента температуры на направление нормали к площадке dF ; индекс w показывает, что температурный градиент относится к поверхности тела (при $n = 0$).

Равенство (48) является математической формулировкой граничного условия третьего рода; оно является действительным для каждого момента времени.

Все тела постоянно испускают и поглощают лучистую энергию. Однако при низких температурах количество излучаемой энергии невелико и может не учитываться. При повышении температуры тел

излучение их резко возрастает, вследствие чего при высоких температурах перенос тепла излучением становится преобладающим по сравнению с теплопроводностью и конвекцией. Роль лучистого теплообмена также возрастает при понижении плотности среды, заполняющей пространство между телами, а в условиях глубокого вакуума он становится единственно возможным видом теплообмена. Поэтому значение лучистого теплообмена особенно велико в ракетно-космической, авиационной и ряда других областях техники.

Плотностью потока излучения E называется полное количество лучистой энергии, излучаемой в полусферу за единицу времени единицей площади поверхности. Сравнивая это определение E с определением (46) плотности теплового потока q , заключаем, что в определённых условиях они идентичны.

Не вдаваясь в подробности, которые можно найти в учебниках по лучистому теплообмену, ограничимся лишь краткими сведениями. Особое значение придаётся понятию абсолютно чёрного тела, т.е. такого, которое целиком поглощает всю падающую на него лучистую энергию. При практическом исследовании лучистого теплообмена излучение и поглощение многих реальных тел приближённо можно рассматривать как излучение и поглощение серых тел. Для таких тел закон Стефана – Больцмана имеет вид

$$E = \varepsilon \sigma_0 T^4 = \sigma T^4, \quad (49)$$

где $\sigma_0 = 5,668 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – коэффициент излучения абсолютно чёрного тела; ε – степень черноты серого тела.

Решение дифференциального уравнения теплопроводности при заданных условиях однозначности позволяет определить температурное поле во всем объеме тела для любого момента времени или найти функцию $T = f(x, y, z, t)$.

34. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ОДНОСЛОЙНУЮ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ (ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ I-ГО РОДА)

Рассмотрим наиболее распространенный случай – теплопроводность через однослойную плоскую стенку, длина и ширина которой бесконечно велики по сравнению с толщиной δ (рис. 29).

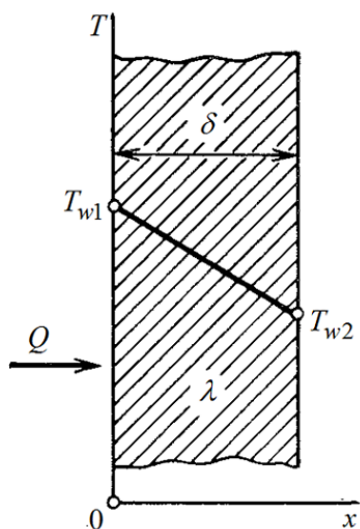


Рис. 29. Схема распределения температуры в плоской стенке

Стенка имеет во всех своих частях одинаковую толщину, причем температуры поверхностей T_{w1} и T_{w2} поддерживаются постоянными, т. е. являются изотермными поверхностями. Температура меняется только в направлении, перпендикулярном к плоскости стенки, которое принимаем за ось x . Коэффициент теплопроводности λ постоянен для всей стенки. При стационарном тепловом режиме температура в любой точке тела неизменна и не зависит от времени, т. е. $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности

после сокращения коэффициента температуропроводности принимает вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

Но при принятых условиях первые и вторые производные от T по y и z также равны нулю:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

поэтому уравнение теплопроводности можно написать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0. \quad (50)$$

Интегрируя уравнение (50), находим

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \text{const} = A.$$

После вторичного интегрирования получаем

$$T = Ax + B.$$

При постоянном коэффициенте теплопроводности это уравнение прямой линии. Следовательно, закон изменения температуры при прохождении теплоты через плоскую стенку будет линейным.

Найдем постоянные интегрирования A и B .

При $x=0$ температура $T = T_{w1} = B$; при $x = \delta$ температура $T = T_{w2} = A\delta + T_{w1}$, откуда

$$A = \frac{T_{w2} - T_{w1}}{\delta} = \frac{dT}{dx}.$$

Плотность теплового потока найдем из уравнения (38):

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \frac{T_{w2} - T_{w1}}{\delta}$$

или

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}). \quad (51)$$

Зная удельный тепловой поток, можно вычислить общее количество теплоты, которое передается через поверхность стенки F за время t

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F (T_{w1} - T_{w2}) t.$$

Количество теплоты, передаваемое теплопроводностью через плоскую стенку, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности стенки λ ее площади F , промежутку времени t , разности температур на наружных поверхностях стенки $(T_{w1} - T_{w2})$ и обратно пропорционально толщине стенки δ . Тепловой поток зависит не от абсолютного значения температур, а от их разности $T_{w1} - T_{w2} = \Delta T$, называемой температурным напором.

Отношение λ/δ обычно называется тепловой проводимостью стенки, а обратная ей величина δ/λ – сопротивлением теплопроводности плоской стенки.

35. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ОДНОСЛОЙНУЮ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ (ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ III-ГО РОДА)

В случае граничных условий III-го рода в рассматриваемой задаче должны быть заданы температуры сред, омывающие стенку $T_{\infty 1}$ и $T_{\infty 2}$ ($T_{\infty 1} > T_{\infty 2}$) и коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 . Этот процесс носит название теплопередачи через стенку и в стационарном случае распределение температур в средах и плоской стенке показано на рис. 30. Температуры среды и стенки в точке из соприкосновения совпадают. В качестве $T_{\infty 1}$ и $T_{\infty 2}$ принимается температура сред на достаточном удалении от стенки.

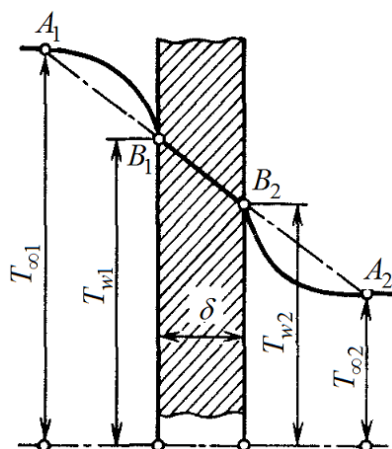


Рис. 30. Схема распределения температуры при теплопередаче через плоскую стенку

Удельный тепловой поток, который получает стенка, определяется законом Ньютона (47)

$$q = \alpha_1 (T_{\infty 1} - T_{w1}),$$

но из условия непрерывности теплового потока он должен равняться тепловому потоку, отводимому в силу теплопроводности внутри

стенки. В стационарной задаче для плоской стенки этот поток, как было показано, может быть записан в виде (51):

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}),$$

но здесь, в отличие от задачи с граничными условиями I-го рода, температуры T_{w1} и T_{w2} неизвестны.

Тепловой поток, отводимый тепловоспринимающей средой, по закону Ньютона может быть представлен в виде

$$q = \alpha_2 (T_{w2} - T_{\infty 2}).$$

Он также равен потоку, идущему через стенку посредством теплопроводности.

Полученная система

$$q = \alpha_1 (T_{\infty 1} - T_{w1}); \quad q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}); \quad q = \alpha_2 (T_{w2} - T_{\infty 2}), \quad (52)$$

где известны T_{w1} , T_{w2} и q , решается путём деления обеих частей уравнений (52) на α_1 , λ/δ и α_2 соответственно. Преобразованная таким образом система примет вид

$$q \frac{1}{\alpha_1} = T_{\infty 1} - T_{w1}, \quad q \frac{\delta}{\lambda} = T_{w1} - T_{w2}, \quad q \frac{1}{\alpha_2} = T_{w2} - T_{\infty 2}. \quad (53)$$

Складывая почленно отдельно левые и правые части уравнений, получим

$$q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = T_{\infty 1} - T_{\infty 2},$$

откуда

$$q = K (T_{\infty 1} - T_{\infty 2}), \quad (54)$$

где

$$K = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2}.$$

Величина K называется коэффициентом теплопередачи, а обратная её величина

$$R = 1/K = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2$$

– полным термическим сопротивлением. Это полное сопротивление является суммой уже известного сопротивления теплопроводности δ/λ и двух сопротивлений теплоотдачи $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$.

Выражение для теплового потока при теплопередаче через стенку (54), пользуясь понятием полного термического сопротивления, можно переписать в виде

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R}. \quad (55)$$

Все величины, входящие в правые части выражений (54) и (55), заданы условиями однозначности.

Неизвестные значения температур поверхностей стенки T_{w1} и T_{w2} могут теперь быть определены с помощью первого и третьего уравнения системы (53), поскольку величина q вычисляется по формулам (54) и (55).

Например,

$$T_{w1} = T_{\infty 1} - q/\alpha_1. \quad (56)$$

36. СЛУЧАЙ ПЛОСКОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ СТЕНКИ

Полученные ранее решения задачи о теплопроводности плоской однородной стенки с граничными условиями I-го и III-го рода легко распространяются на случай, когда стенка состоит из ряда слоёв различных материалов.

Пусть многослойная стенка состоит из n плотно прилегающих друг к другу слоёв (рис. 31), коэффициенты теплопроводности которых равны $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, а толщины – $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ соответственно.

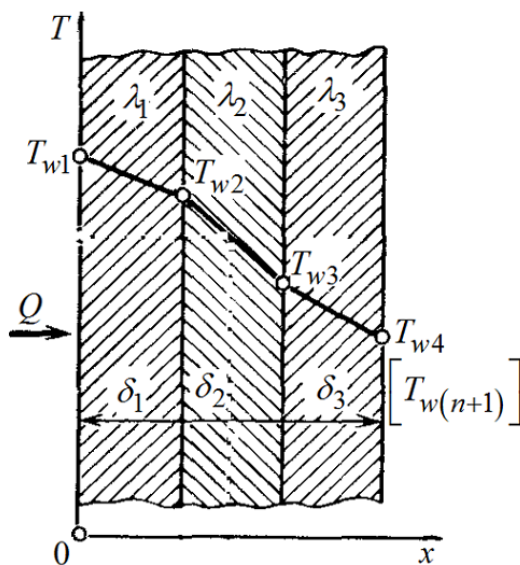


Рис. 31. Схема распределения температуры в многослойной плоской стенке

Вследствие стационарности задачи удельный тепловой поток, проходящий через каждый слой, для всех слоёв будет одинаков. Если бы было иначе, то тепловое состояние какого-то слоя или нескольких слоёв изменялось бы во времени, поскольку входящее в него в единицу времени количество тепла было бы отлично от вы-

ходящего. Это привело бы к изменению во времени его температуры, что противоречит принятому в этой задаче условию стационарности температурного поля $\partial T / \partial t = 0$.

В случае граничных условий I-го рода, т.е. когда заданы температуры на внешних поверхностях многослойной стенки T_{w1} и $T_{w(n+1)}$, можно записать для удельных тепловых потоков в каждом из слоёв следующее:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_{w1} - T_{w2}), \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_{w2} - T_{w3}), \\ &\dots\dots\dots \\ q &= \frac{\lambda_n}{\delta_n} (T_{wn} - T_{w(n+1)}). \end{aligned} \quad (57)$$

В этой системе уравнений известны лишь температуры T_{w1} и $T_{w(n+1)}$.

Переписав уравнения (57) в следующем виде

$$\begin{aligned} q \frac{\delta_1}{\lambda_1} &= T_{w1} - T_{w2}, \\ q \frac{\delta_2}{\lambda_2} &= T_{w2} - T_{w3}, \\ &\dots\dots\dots \\ q \frac{\delta_n}{\lambda_n} &= T_{wn} - T_{w(n+1)}, \end{aligned}$$

и произведя почленное сложение, найдём

$$q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right) = T_{w1} - T_{w(n+1)}, \quad (58)$$

откуда

$$q = \frac{T_{w1} - T_{w(n+1)}}{\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \dots + \delta_n/\lambda_n},$$

или

$$q = \frac{T_{w1} - T_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \delta_i/\lambda_i},$$

где i – номер слоя. Сумма, стоящая в знаменателе, есть суммарное термическое сопротивление многослойной стенки.

Иногда при расчёте многослойной стенки вводят в рассмотрение эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эке}$, который равен коэффициенту теплопроводности фиктивной однослойной стенки, толщина которой равна суммарной толщине многослойной стенки $\sum_{i=1}^n \delta_i$ при условии, что разности температур на границах однослойной и многослойной стенок одинаковы, а количество тепла, проходящего через них в единицу времени, совпадают.

Тогда для фиктивной однослойной стенки

$$q = \frac{\lambda_{эке}}{\sum_{i=1}^n \delta_i} [T_{w1} - T_{w(n+1)}], \quad (59)$$

где $\lambda_{эке}$ – эквивалентный коэффициент теплопроводности, определяемый из равенства уравнений (59) и (58):

$$\lambda_{эке} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \delta_i/\lambda_i}.$$

Эквивалентный коэффициент теплопроводности даёт возможность сравнить теплопроводящие свойства многослойной стенки,

составленной из разнородных материалов, с однослойной стенкой, выполненной из однородного материала.

Графически распределение температур по сечению многослойной стенки (см. рис. 31) представляется ломаной линией. Внутри каждого слоя это распределение описывается уравнением

$$T_{xi} = T_{wi} - qx_i / \lambda_i, \quad (60)$$

где x_i – расстояние от начала i -го слоя, т.е. от плоскости его соприкосновения с $(i-1)$ -м слоем, где температура равна T_{wi} .

Пользуясь выражением (60), по аналогии с выражением (56) можно последовательно найти неизвестные температуры на границах всех слоёв $T_{w2}, T_{w3}, \dots, T_{wn}$.

Абсолютная величина тангенса угла наклона зависимости $T(x)$ в каждом из слоёв тем больше, чем меньше коэффициент теплопроводности данного слоя λ . Это вытекает из закона Фурье

$$q_i = -\lambda_i \text{grad } T,$$

так как при постоянстве q во всех слоях величины λ и $\text{grad } T$ связаны обратно пропорциональной зависимостью.

Если в задаче о теплопроводности плоской многослойной стенки заданы граничные условия III-го рода, то расчётное уравнение теплового потока через такую стенку получается добавлением к системе (57) выражений для конвективных тепловых потоков между внешними поверхностями стенки и омывающими её средами, аналогичных выражениям (52):

$$q = \alpha_1 (T_{\infty 1} - T_{w1}); \quad q = \alpha_2 [T_{w(n+1)} - T_{\infty 2}].$$

В этом случае удельный тепловой поток также выразится соотношением

$$q = K(T_{\infty 1} - T_{\infty 2}),$$

только в знаменатель выражения для коэффициента теплопередачи

$$K = \frac{1}{(1/\alpha_1) + \sum_{i=1}^n (\delta_i/\lambda_i) + (1/\alpha_2)}$$

войдёт сумма сопротивлений теплопроводности всех слоёв.

Полное термическое сопротивление в этом случае будет

$$R = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

37. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ

Если предположить, что круговая цилиндрическая оболочка (труба круглого поперечного сечения) имеет длину достаточно большую, чтобы теплоотводом с торцов можно было пренебречь, и что граничные условия не зависят от полярного угла φ и продольной координаты z , то задача, как и в предыдущих разделах, становится пространственно-одномерной. Поле температур в стационарном случае изменяется только по радиусу r , поэтому

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0.$$

Следовательно, основное дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат (45) запишется как

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (61)$$

Простым дифференцированием можно убедиться, что уравнению (61) можно придать эквивалентный вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

Умножая левую и правую части этого уравнения на r , получаем

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

После интегрирования последнего уравнения будем иметь

$$r \frac{dT}{dr} = C_1 \quad \text{или} \quad \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}, \quad (62)$$

где C_1 – произвольная постоянная.

После повторного интегрирования выражения (62) общее решение уравнения (61) получим в виде

$$T = C_1 \ln r + C_2, \quad (63)$$

в котором C_2 – вторая произвольная постоянная.

Из двух последних выражений (62) и (63) можно заключить следующее.

1. Удельный тепловой поток в цилиндрической стенке

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

непостоянен по толщине и убывает к внешней поверхности трубы

$$\frac{dT}{dr} \sim \frac{1}{r}.$$

Это связано с тем, что в стационарных условиях должен быть постоянным полный тепловой поток, проходящий через участок цилиндрической трубы длиной l и равный qF , где $F = 2\pi r l$. Поскольку F увеличивается с радиусом, то удельный тепловой поток должен убывать.

2. Температура по толщине цилиндрической стенки изменяется нелинейно – по логарифмическому закону (63) (рис. 32).

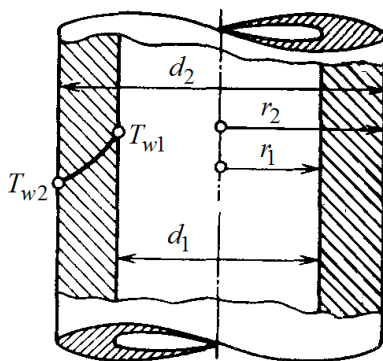


Рис. 32. Схема распределения температуры в цилиндрической стенке

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из граничных условий. Граничные условия I-го рода для рассматриваемой задачи можно записать в виде

$$\begin{aligned}T_{w1} &= T(r_1) = C_1 \ln r_1 + C_2; \\T_{w2} &= T(r_2) = C_1 \ln r_2 + C_2.\end{aligned}\tag{64}$$

Вычитая из первого равенства (64) второе, получим

$$C_1 = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln(r_1/r_2)}.\tag{65}$$

Из первого равенства (64), умноженного на $\ln r_2$, вычитая второе равенство, умноженное на $\ln r_1$, имеем

$$C_2 = \frac{T_{w1} \ln r_2 - T_{w2} \ln r_1}{\ln(r_1/r_2)}.$$

Подставляя эти формулы в решение (63), получим следующее выражение для распределения температуры в цилиндрической стенке:

$$T = \frac{T_{w1} \ln(r_2/r) + T_{w2} \ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}.$$

Количество тепла, проходящее через участок цилиндрической стенки длиной l в единицу времени, согласно закону Фурье будет

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} l 2\pi r.$$

Подставляя в это выражение значение dT/dr из выражения (62) и учитывая равенство (65), найдём

$$Q = \frac{\lambda(T_{w1} - T_{w2})}{\ln(r_2/r_1)} 2\pi l.\tag{66}$$

Из формулы (66) видно, что Q действительно не зависит от текущего радиуса и определяется отношением наружного радиуса к внутреннему.

В практике технических расчётов обычно относят тепловой поток Q к единице длины цилиндрической трубы:

$$\frac{Q}{l} = q_u = \frac{2\pi\lambda}{\ln(r_2/r_1)}(T_{w1} - T_{w2}).\tag{67}$$

Эта величина, в отличие от плотности потока, не зависит от текущего радиуса и называется линейной плотностью теплового потока.

В задаче с граничными условиями III-го рода (рис. 33) заданы температуры сред, омывающих трубу с внутренней ($T_{\infty 1}$) и наружной ($T_{\infty 2}$) сторон, а также соответствующие значения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 .

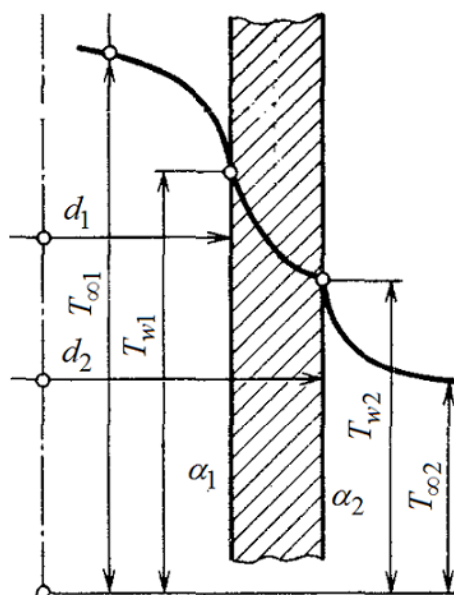


Рис. 33. Схема к задаче с граничными условиями 3-го рода

Конвективный тепловой поток на единицу длины трубы с наружной и внутренней сторон может быть выражен согласно закону Ньютона и должен равняться линейному тепловому потоку, переносимому теплопроводностью через цилиндрическую стенку (67). Выписав все эти выражения, получим систему:

$$q_y = \alpha_1 (T_{\infty 1} - T_{w1}) 2\pi r_1;$$

$$q_y = \frac{\lambda}{\ln(r_2/r_1)} (T_{w1} - T_{w2}) 2\pi;$$

$$q_y = \alpha_2 (T_{w2} - T_{\infty 2}) 2\pi r_1,$$

решая которую уже использованным методом [см. выражения (52) и (53)], найдём

$$q_y = \pi K_y (T_{\infty 1} - T_{\infty 2}),$$

где

$$\pi K_y = \frac{\pi}{\frac{1}{2\alpha_1 r_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\alpha_2 r_2}}.$$

Коэффициент K_y называется коэффициентом теплопередачи цилиндрической стенки. Коэффициент K_y численно равен количеству тепла, проходящему через стенку трубы длиной в 1 м в единицу времени от одной среды к другой, если температурный напор между ними равен 1 К.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи,

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{2\alpha_1 r_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{2\alpha_2 r_2}$$

называется полным термическим сопротивлением трубы R_y , а слагаемые $(1/2\alpha_1 r_1)$ и $(1/2\alpha_2 r_2)$ называются термическими сопротивлениями теплопередачи, а слагаемое $1/(2\lambda) \ln(r_2/r_1)$ – термическим сопротивлением теплопроводности стенки трубы.

Таким образом, в случае цилиндрической стенки сопротивление теплоотдачи зависит не только от величин α_1 и α_2 , но также и от диаметров $d_1 = 2r_1$ и $d_2 = 2r_2$.

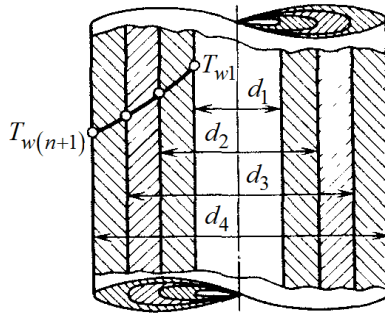


Рис. 34. Схема распределения температуры в многослойной цилиндрической стенке

Для случая многослойной цилиндрической стенки (рис. 34) и граничных условий 1-го рода, методами аналогичными использованными ранее при рассмотрении многослойной плоской стенки, получаем следующее выражение для линейной плотности теплового потока:

$$q_y = \frac{[T_{w1} - T_{w(n+1)}] \pi}{\sum_{i=1}^n (1/2\lambda_i) \ln(d_{i+1}/d_i)}.$$

В случае многослойной цилиндрической стенки, состоящей из плотно прилегающих друг к другу слоёв с соответствующими коэффициентами теплопроводности $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ и граничными условиями III-го рода на её внешних поверхностях со значениями коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 , по аналогии с плоской многослойной стенкой можно написать выражение для коэффициента теплопередачи

$$K_y = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}$$

и для теплового сопротивления

$$R_y = \frac{1}{K_y} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}. \quad (68)$$

38. КРИТИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР ТЕПЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ ТРУБОПРОВОДА

Часто возникает необходимость уменьшить теплопередачу между средой, движущейся по трубопроводу, и окружающим трубопровод пространством.

Диаметр трубопровода, как правило, задаётся исходя из потребного расхода среды, движущейся по трубопроводу, а толщина стенок $(d_2 - d_1)/2$ и материал (λ_1) трубопровода определяются из расчёта на прочность. Температуры внутренней и внешней сред $T_{\infty 1}$ и $T_{\infty 2}$, а также соответствующие коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 также считаются заданными.

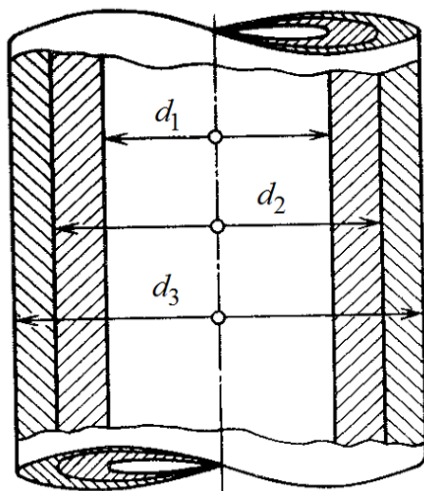


Рис. 35. Схема цилиндра с тепловой изоляцией

Рассмотрим, как будет изменяться полное термическое сопротивление трубы при нанесении на её внешнюю поверхность слоя тепловой изоляции (рис. 35), коэффициент теплопроводности кото-

рого $\lambda_{из} = \lambda_2$ задан выбранным теплоизоляционным материалом. Согласно выражению (87) для двухслойной трубы можно записать

$$R_u = \frac{1}{K_u} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}, \quad (69)$$

где d_3 – внешний диаметр трубы со слоем изоляции.

В выражении (69) от толщины слоя изоляции (диаметра d_3) зависят два последних слагаемых. Термическое сопротивление теплопроводности изоляции $\ln(d_3/d_2)/(2\lambda_2)$ растёт с увеличением толщины теплоизоляционного покрытия, а термическое сопротивление теплоотдачи $1/(\alpha_2 d_3)$ уменьшается, что связано с увеличением поверхности теплоотдачи при увеличении внешнего диаметра трубы d_3 . Очевидно, что при таком характере изменения двух слагаемых выражение (88) может иметь экстремум.

Исследуем на экстремум функцию $R_u(d_3)$. Приравняем нулю первую производную от равенства (69) по d_3 :

$$R_u' = \left(\frac{1}{K_u} \right)' = \frac{1}{2\lambda_2 d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3^2} = 0.$$

Из полученного уравнения найдём значение внешнего диаметра d_3 , при котором R_u принимает экстремальное значение:

$$d_{кр} = 2\lambda_2 / \alpha_2. \quad (70)$$

Из выражения (70) следует, что критическое значение d_3 не зависит от внешнего диаметра изолируемого трубопровода d_2 , а определяется лишь коэффициентом теплопроводности выбранного теплоизолятора λ_2 и коэффициентом теплопередачи с внешней поверхности трубы α_2 .

Для того чтобы определить, является ли термическое сопротивление R_u при $d_3 = d_{кр}$ максимальным или минимальным, найдём знак второй производной от R_u по d_3 в данной точке ($d_3 = d_{кр}$). Для этого подставим в выражение

$$R_u'' = \left(\frac{1}{K_u} \right)'' = -\frac{1}{2\lambda_2 d_3^2} + \frac{2}{\alpha_2 d_3^3} = \frac{1}{d_3^2} \left(\frac{2}{\alpha_2 d_3} - \frac{1}{2\lambda_2} \right)$$

критическое значение диаметра (70). Тогда

$$\left(R_u'' \right)_{d_3=d_{кр}} = \left(\frac{1}{K_u} \right)''_{d_3=d_{кр}} = \frac{\alpha_2^2}{4\lambda_2^3} \left(1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{\alpha_2^2}{8\lambda_2^3} > 0.$$

Это означает, что при $d_3 = d_{кр}$ полное термическое сопротивление системы R_u минимально (рис. 36).

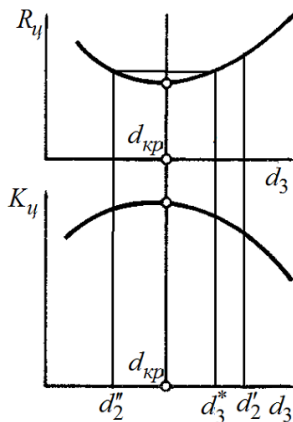


Рис. 36. Влияние внешнего диаметра изоляции на коэффициенты R_u и K_u

Следовательно, если диаметр изолируемой трубы $d_2 = d_2'$ больше $d_{кр}$, найденного для выбранного изоляционного материала (λ_2) и условий теплообмена с окружающей средой (70), то покрытие

трубы слоем такой изоляции уменьшает теплопередачу через цилиндрическую стенку. В случае, когда $d_2 < d_{кр}$, нанесение на поверхность трубы выбранного изолятора первоначально приведёт к возрастанию теплопередачи, и лишь после того, как наружный диаметр достигнет и превысит критическое значение ($d_3 = d_{кр}$), тепловой поток через стенку начнёт убывать, затем станет равным исходной величине (при $d_3 = d_3^*$), которая была бы при отсутствии слоя изоляции, и лишь затем станет меньше её. Следует попытаться подобрать другой теплоизоляционный материал и (или) сделать многослойную изоляцию так, чтобы $\lambda_{экс} > \lambda_2$, и, если это не удастся, пойти на снижение теплопередачи путём значительного увеличения толщины изоляционного слоя ($d_3 \gg d_{кр}$).

39. ШАРОВАЯ СТЕНКА

Рассмотрим пространственно одномерную стационарную задачу теплопроводности в шаровой стенке с радиусами внутренней и внешней поверхности r_1 и r_2 (рис. 37) и коэффициентом теплопроводности материала стенки λ . Одномерность задачи означает, что распределение температуры в стенке зависит только от радиуса и не зависит от полярного φ и азимутального ε углов, поэтому

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\partial T}{\partial \psi} = 0 \text{ и } \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial \varepsilon^2} = 0.$$

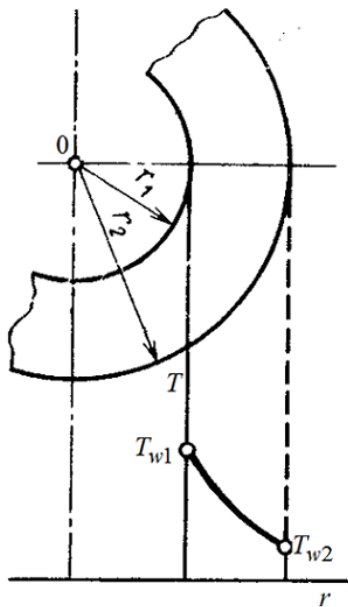


Рис. 37. Схема распределения температуры в шаровой стенке

Следовательно, основное дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат (46) запишется как

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (71)$$

Умножая левую и правую части этого уравнения на r^2 , получаем

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0.$$

После интегрирования последнего уравнения будем иметь

$$r^2 \frac{dT}{dr} = C_1 \text{ или } \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}, \quad (72)$$

где C_1 – произвольная постоянная.

После повторного интегрирования выражения (72) общее решение уравнения (90) получим в виде

$$T = -C_1/r + C_2, \quad (73)$$

в котором C_2 – вторая произвольная постоянная.

В силу тех же причин, что и в случае цилиндрической трубы, распределение температуры нелинейно. Только в отличие от трубы это распределение представляет собой гиперболу.

В случае граничных условий 1-го рода, когда заданы температуры внутренней T_{w1} и наружной T_{w2} поверхностей шаровой оболочки, постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяются из системы уравнений

$$T_{w1} = -\frac{C_1}{r_1} + C_2 \text{ и } T_{w2} = -\frac{C_1}{r_2} + C_2. \quad (74)$$

Аналогично случаю круглой трубы, вычитая второе выражение в (74) из первого, получаем

$$C_1 = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{1/r_2 - 1/r_1} = -\frac{T_{w1} - T_{w2}}{1/r_1 - 1/r_2}. \quad (75)$$

Из второго равенства (74), умноженного на r_2 , вычитая первое равенство, умноженное на r_1 , имеем

$$C_2 = \frac{r_2 T_{w2} - r_1 T_{w1}}{r_2 - r_1}.$$

После подстановки этих выражений для постоянных C_1 и C_2 в формулу (73), профиль температуры по радиусу шаровой оболочки представляется как

$$T(r) = \frac{T_{w1}(1/r - 1/r_2) + T_{w2}(1/r_1 - 1/r)}{1/r_1 - 1/r_2}$$

В этой задаче удельный тепловой поток с учётом (72) и (75) изменяется вдоль радиуса по закону

$$q = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\lambda \frac{C_1}{r^2} = \lambda \frac{T_{w1} - T_{w2}}{1/r_1 - 1/r_2} \frac{1}{r^2}. \quad (76)$$

В стационарной задаче полный тепловой поток через сферическую поверхность произвольного радиуса r

$$Q = qF = -\lambda \frac{dT}{dr} 4\pi r^2$$

не зависит от радиуса, так как общее количество тепла, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность, какой здесь является любая сфера с радиусом $r_1 \leq r \leq r_2$, должно быть одинаковым при любом r . Используя выражение (76), получим

$$Q = \frac{4\pi\lambda}{1/r_1 - 1/r_2} (T_{w1} - T_{w2}).$$

40. КОНТАКТНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Контактным теплообменом называется передача тепла между соприкасающимися твердыми поверхностями. Если через две соприкасающиеся поверхности проходит тепловой поток, то температура их будет одинаковой лишь в том случае, когда контакт этих поверхностей идеальный и термическое сопротивление в зоне контакта равно нулю. Однако поверхности деталей машин никогда не бывают абсолютно гладкими, на них всегда имеются неровности (рис. 38), зависящие как от технологии обработки, так и от механических свойств самого материала. Поэтому контакт соприкасающихся поверхностей всегда имеет дискретный характер.

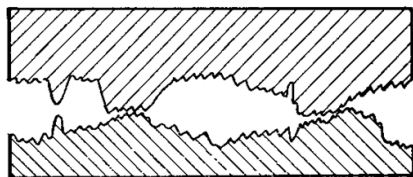


Рис. 38. Контакт шероховатых поверхностей

Возникающее вследствие дискретного характера соприкосновения поверхностей термическое контактное сопротивление приводит к соответствующему перепаду температур в зоне контакта, величина которого при большой плотности тепловых потоков в современных энергетических и силовых установках может составлять десятки и сотни градусов.

В задачи исследования контактного теплообмена наряду с определением величины контактного термического сопротивления входят также изучение зависимостей этого сопротивления от различных факторов и нахождение способов его уменьшения.

Зона контакта представляет собой область, состоящую из выступов микронеровностей, часть из которых при соприкосновении де-

формируется и образует контактные пятна, и межконтактных зазоров, находящихся между выступами. При этом суммарная площадь контактных пятен (площадь фактического контакта) всегда составляет незначительную часть номинальной площади контактирования, определяемой геометрическими размерами поверхностей. В межконтактных зазорах может быть вакуум, газ или жидкость.

Обычно коэффициент теплопроводности контактирующих материалов во много раз больше коэффициента теплопроводности среды, заполняющей межконтактные зазоры. Поэтому наличие в контактной зоне газовой прослойки и особенно вакуума значительно затрудняет переход тепла от одной поверхности к другой через зону контакта.

Перепаду температур в зоне контакта ΔT_k соответствует контактное термическое сопротивление

$$R_k = \Delta T_k / q_k, \quad (77)$$

где q_k – средний удельный тепловой поток, проходящий через зону контакта.

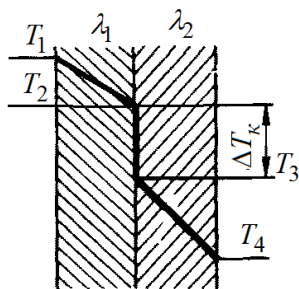


Рис. 39. Распределения температуры с контактным термическим сопротивлением

На рис. 39 представлена схема распределения температуры в составном теле при реальном контакте двух тел с шероховатой поверхностью. В зоне контакта возникает дополнительный температурный перепад ΔT_k , величина которого зависит от целого ряда

факторов: теплофизических свойств среды, заполняющей межконтактные зазоры; состояния контактирующих поверхностей; теплофизических и механических свойств материалов контактной пары; средней температуры в зоне контакта; нагрузки на контактные поверхности; величины теплового потока и др.

Пусть плоская стенка состоит из двух слоёв, коэффициенты теплопроводности которых равны λ_1 и λ_2 , а толщины – δ_1 и δ_2 соответственно. Будем считать, что известна величина контактного термического сопротивления.

В случае граничных условий 1-го рода на внешних сторонах стенки величина удельного теплового потока, проходящего через её слои равна (см. разд. 34)

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) \text{ и } q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_3 - T_4),$$

а в зоне контакта из (77) имеем

$$q = \frac{T_3 - T_4}{R_\kappa}.$$

Как уже неоднократно проделывалось, перепишем эти соотношения как

$$q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = T_1 - T_2, \quad q R_\kappa = T_2 - T_3 \text{ и } q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = T_3 - T_4.$$

После почленного сложения получаем формулу для расчёта величина удельного теплового потока, проходящего через двухслойную стенку с контактным термическим сопротивлением

$$q = \frac{T_1 - T_4}{R},$$

где полное термическое сопротивление R равняется

$$R = \delta_1 / \lambda_1 + R_\kappa + \delta_2 / \lambda_2.$$

41. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Поддержание тепловых режимов космических летательных аппаратов обеспечивается специальными системами терморегулирования.

Внутри космических аппаратов тепло может выделяться работающими приборами и аппаратурой, энергоустановками, а также в процессе жизнедеятельности экипажа в пилотируемых аппаратах. Любая энергетическая установка, работающая по замкнутому циклу, включает источник и холодильник, который воспринимает часть тепла. В космосе это тепло может быть отдано только посредством излучения.

К внешней поверхности аппарата подводится солнечная энергия как непосредственно от Солнца, так и отражённая от поверхности планет, энергия солнечного излучения планет и энергия, выделяемая при столкновении поверхности аппарата с молекулами и атомами, которые могут присутствовать даже на больших высотах. Количество поступающей к аппарату энергии может изменяться во много раз в зависимости от расстояния от Солнца и планет и положения аппарата. Излучением космического пространства, имеющего среднюю температуру $T \approx 4\text{ K}$, можно пренебречь. Поверхность космического аппарата непрерывно излучает энергию, причём количество её зависит от температуры поверхности, формы и радиационных свойств покрытия.

Внутреннее выделение тепла в общем случае также может изменяться в несколько раз. В этих условиях для обеспечения требований к стабилизации температуры необходима специальная система терморегулирования.

Большими возможностями обладают схемы, в которых элементы конструкции, приборы, газ, заполняющий отсеки аппарата, могут обмениваться теплом со специальными радиационными поверхно-

стями, расположенными на внешней поверхности аппарата. В зависимости от назначения аппарата радиационные поверхности могут быть сделаны так, чтобы их температура была более высокой или более низкой. В первом случае они действуют как нагреватели, если температура внутри аппарата почему-либо понижается, во втором случае – как холодильники для сброса тепла.

При размещении аппаратуры в вакууме передача тепла к радиационным поверхностям осуществляется теплопроводностью.

Рассмотрим простейшую задачу о передаче тепла излучением. Температуры внутренней и внешней поверхностей стенки отсека с аппаратурой постоянны и равны соответственно T_{w1} и T_{w2} . На внешней поверхности стенки происходит излучение в космическое пространство, температуру которого будем считать равной нулю. Тогда удельный тепловой поток q_{w2} определяется по закону Стефана – Больцмана (49)

$$q_{w2} = \varepsilon \sigma_0 T_{w2}^4. \quad (78)$$

Для плоской стенки толщиной δ с удельной теплопроводностью λ из (51) следует, что

$$q_{w2пл} = \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}). \quad (79)$$

В случае цилиндрической стенки радиусами r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) с удельной теплоёмкостью λ из (66) получаем

$$q_{w2ц} = \frac{\lambda}{r_2 \ln(r_2/r_1)} (T_{w1} - T_{w2}). \quad (80)$$

Для шаровой стенки радиусами r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) с удельной теплоёмкостью λ из (76) можем записать

$$q_{w2ш} = \frac{\lambda}{r_2 (r_2/r_1 - 1)} (T_{w1} - T_{w2}). \quad (81)$$

Для трёх типов стенки соотношения (79) – (81) можно записать как

$$q_{w2} = \frac{T_{w1} - T_{w2}}{R_T}, \quad (82)$$

где R_T – сопротивления теплопроводности рассчитывается по формулам

$$R_{T_{nl}} = \frac{\delta}{\lambda}, \quad R_{T_{ц}} = \frac{r_2 \ln(r_2/r_1)}{\lambda} \quad \text{и} \quad R_{T_{ш}} = \frac{r_2(r_2/r_1 - 1)}{\lambda}.$$

Приравнявая (78) и (82), получим

$$\omega \theta_{w2}^4 + \theta_{w2} = 1, \quad (83)$$

где

$$\theta_{w2} = \frac{T_{w2}}{T_{w1}}, \quad \omega = \varepsilon \sigma_0 T_{w2}^3 R_T.$$

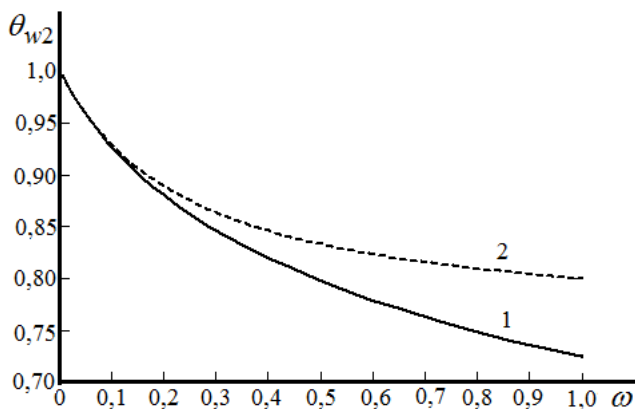


Рис. 40. Безразмерная температура внешней поверхности стенки

На рис. 40 приведена зависимость безразмерной температуры внешней поверхности стенки θ_{w2} от параметра радиационно-кондуктивного теплообмена ω (кривая 1).

В случае, когда разность температур $T_{w1} - T_{w2}$ мала (θ_{w2} близко к единице), уравнение (83) можно упростить. Разлагая θ_{w2}^4 в ряд Тейлора по θ_{w2} около точки $\theta_{w2} = 1$ и пренебрегая членами высшего порядка, будем иметь

$$\theta_{w2}^4 \approx 4\theta_{w2} - 3.$$

Использование этого выражения позволяет уравнению (83) придать вид

$$(4\omega + 1)\theta_{w2} = 1 + 3\omega$$

или, разрешая его относительно θ_{w2} , записать

$$\theta_{w2} = \frac{1 + 3\omega}{1 + 4\omega}.$$

График этой зависимости приводится на рис. 40 (кривая 2).

Толщину цилиндрической и сферической стенок можно вычислить по соотношению

$$\delta = r_2 - r_1.$$

Тогда формулам для термического сопротивления можно придать вид

$$R_{t_{nl}} = \frac{\delta}{\lambda}, \quad R_{t_{cy}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{1 - r_1/r_2} \frac{\delta}{\lambda} \quad \text{и} \quad R_{t_{ш}} = \frac{r_2}{r_1} \frac{\delta}{\lambda}$$

или

$$R_t = \frac{\delta}{\lambda} K_\Phi,$$

где коэффициент формы определяется как

$$K_{\Phi_{nl}} = 1, \quad K_{\Phi_{cy}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{1 - r_1/r_2} \quad \text{и} \quad K_{\Phi_{ш}} = \frac{r_2}{r_1}.$$

42. ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Величины, численное значение которых зависит от принятых масштабов, т. е. от системы единиц измерения, называются размерными. Величины, численное значение которых не зависит от применяемой системы единиц измерения, называются безразмерными. Подразделение величин на размерные и безразмерные до некоторой степени условное.

Различные физические величины связаны между собой определенными соотношениями. Поэтому если некоторые из этих величин принять за основные и установить для них единицы измерения, то единицы измерения всех остальных величин будут определенным образом выражаться через единицы измерения основных величин. Принятые для основных величин единицы измерения называют основными, а все остальные – производными.

В единой Международной системе единиц СИ (SI – System International) за основные механические единицы измерения приняты метр, килограмм-масса и секунда; за единицу силы тока принят Ампер, за единицу температуры – Кельвин, за единицу силы света – кандела (свеча) (единицы измерения, берущие происхождения от фамилий исследователей, пишутся с заглавной буквы).

Выражение производной единицы измерения через основные единицы измерения называется размерностью. Размерность записывается символически в виде формулы, в которой символ единицы длины обозначается буквой L , символ единицы массы – буквой M , символ единицы времени – буквой T , символ единицы температуры K .

Для обозначения размерности какой-нибудь величины a используют символ $[a]$, введенный Максвеллом. Например, для размерности силы F в системе СИ будем в соответствии со вторым

законом Ньютона иметь выражение, составленное из произведения размерностей массы и ускорения,

$$[F] = M \cdot \frac{L}{T^2} = \frac{ML}{T^2},$$

единица измерения которого Ньютон.

Физические закономерности, устанавливаемые теоретически или из опыта, представляют собой функциональные зависимости между величинами, характеризующими исследуемое явление. Численные значения этих размерных физических величин зависят от выбора системы единиц измерения, который не связан с существом явления. Поэтому функциональные зависимости, выражающие собой физические факты, которые не зависят от системы единиц измерения, должны обладать некоторой специальной структурой.

В теории размерностей показывается, что всякое физическое соотношение между размерными величинами можно сформулировать как соотношение между безразмерными величинами.

Пусть размерная величина a является функцией независимых между собой размерных величин $a_1, a_2, \dots, a_n$:

$$a = f(a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (84)$$

и пусть среди размерных величин $a, a_1, a_2, \dots, a_n$ первые k величин ($k \leq n$) имеют независимые размерности (число основных единиц измерения должно быть больше k).

Соотношение (84) можно представить в виде

$$\Pi = f(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}), \quad (85)$$

где Π и Π_i ($i = 1, 2, \dots, n-k$) – безразмерные степенные комплексы

$$\Pi = \frac{a}{a_1^{m_1} a_2^{m_2} \dots a_k^{m_k}}, \Pi_1 = \frac{a_{k+1}}{a_1^{p_1} a_2^{p_2} \dots a_k^{p_k}}, \dots, \Pi_{n-k} = \frac{a_n}{a_1^{q_1} a_2^{q_2} \dots a_k^{q_k}}.$$

Здесь $m_i, p_i, \dots, q_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) – постоянные коэффициенты.

Из (85) следует, что связь между $n+1$ размерными величинами $a, a_1, a_2, \dots, a_n$ независима от выбора системы единиц измерения, принимает вид соотношения между $n+1-k$ величинами $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-k}$, представляющими собой безразмерные комбинации из $n+1$ размерных величин. Этот общий вывод теории размерностей называют П-теоремой.

Вид функции f не определяется из анализа размерностей и должен находиться из эксперимента или теории данного явления.

Чем меньше число параметров, определяющих изучаемую величину, тем больше ограничена функциональная зависимость и тем проще вести исследование. В частности, если число основных единиц измерения равно числу определяющих параметров, которые имеют независимые размерности, то с помощью теории размерности эта зависимость полностью определяется с точностью до постоянного множителя.

В качестве первого примера рассмотрим пример о движении математического маятника.

Математический маятник (рис. 41) представляет собой тяжелую материальную точку, подвешенную на невесомой и нерастяжимой нити, которая закреплена другим своим концом неподвижно. Будем предполагать, что движения маятника плоские.

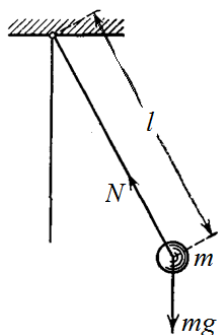


Рис. 41. Математический маятник

Введем обозначения: l – длина маятника, m – масса груза и N – натяжение нити.

Если отклонить маятник от вертикального положения на некоторый малый угол и освободить его от связей, то возникающая перпендикулярно нити проекция силы веса mg , где g – ускорение свободного падения, приведёт маятник к гармоническим колебаниям около положения равновесия с периодом T .

Предположим, что период колебаний математического маятника T может зависеть от параметров l , m и g , т.е. число независимых между собой размерных величин, от которых может зависеть T , будет $n=3$.

Размерности рассматриваемых величин таковы:

$$[T] = T, [l] = L, [m] = M, [g] = LT^{-2},$$

которые зависят от $k=3$ независимых размерностей: T , L и M . Поэтому по П-теореме теории размерностей можно составить $r = n + 1 - k = 3 + 1 - 3 = 1$ безразмерных комплексов. Однако независимая размерность M входит лишь в одну независимую размерную величину, и, следовательно, с её участием нельзя составить безразмерный П-комплекс. Это служит свидетельством, что из числа независимых между собой размерных величин, от которых может зависеть T , необходимо исключить массу m . Отсюда следует вывод, что период колебания математического маятника T не зависит от его массы.

Тогда T может зависеть от параметров l и g , т.е. число независимых между собой размерных величин, от которых может зависеть T , будет $n=2$. Их размерности зависят от $k=2$ независимых размерностей: T и L . Так как снова $r = n + 1 - k = 2 + 1 - 2 = 1$, то из независимых между собой размерных величин можно составить один безразмерный степенной комплекс

$$\Pi = \frac{Tg^{1/2}}{l^{1/2}}.$$

Так как параметров Π_i нет, то функция f , входящая в соотношение (85), представляет собой постоянную. Поэтому

$$T = \text{const} \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Постоянную, входящую в это соотношение, можно определить из простого опыта, измеряя период колебаний груза, подвешенного на нити. Из решения соответствующей задачи в курсе теоретической механики было установлено, что $\text{const} = 2\pi$.

В качестве второго примера рассмотрим задачу о нахождении времени тепловой релаксации шара.

Если тело сферической формы (шар), равномерно прогретый до температуры T_n , поместить в среду с постоянной температурой T_k (граничное условие 1-го рода для уравнения теплопроводности), то в течение некоторого времени шар будет равномерно нагрет (или охлажден) до температуры T_k .

В этой задаче определяемым параметром является время t_* выравнивания температуры в объеме шара. Время выравнивания температуры может зависеть от радиуса шара R , плотности ρ , удельной теплоемкости c и коэффициента теплопроводности λ материала шара.

Размерности величин задачи следующие:

$$[t_*] = T, [R] = L, [\rho] = ML^{-3}, [c] = L^2 T^{-2} K^{-1}, [\lambda] = LMT^{-3} K^{-1}.$$

Так как число независимых размерных величин, от которых зависит время релаксации, $n=4$ (R, ρ, c, λ), а число независимых размерностей $k=4$ (L, M, T, K), то $r=n+1-k=4+1-4=1$, т.е. снова из независимых между собой размерных величин можно составить один безразмерный степенной комплекс

$$\Pi = \frac{t_* \lambda}{R^2 \rho c} = \frac{t_*}{R^2} \frac{\lambda}{\rho c} = \frac{t_* a}{R^2},$$

где $a = \lambda/(\rho c)$ – уже использованный ранее (см. разд. 32) коэффициент температуропроводности.

По аналогии с первым примером функция f , входящая в соотношение (85), представляет собой постоянную. Поэтому

$$t_* = \text{const} \frac{R^2}{a}.$$

Из рассмотренных примеров можно сделать два вывода:

- правильный выбор системы параметров является важным фактором, так как необходимо учесть все существенные факторы и исключить лишние;
- наибольший эффект от применения теории размерностей имеет место в задачах, когда $n = k$.

Многочисленные примеры, иллюстрирующие эти выводы, можно найти в десятичном курсе теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица.

Принципиальное отличие теории размерностей от теории подобия заключается в том, что она не требует задания математической модели явления, достаточно установить перечень основных физических величин, определяющих явление, и рассмотреть их размерности.

Теория размерностей незаменима в тех случаях, когда математическое моделирование, т. е. составление основных уравнений, еще отсутствует.

43. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Метод подобия весьма плодотворен при изучении многих физических и технических вопросов. Прямое назначение этого метода – научное обоснование приемов моделирования действительных, «натурных» процессов в лабораторных условиях. Метод подобия позволяет устанавливать требования, которые следует предъявлять к лабораторной модели и проведению на ней исследуемого процесса для того, чтобы результаты моделирования могли быть использованы для проектирования реальных объектов. Обработка экспериментальных измерений и обобщение результатов этих измерений в виде эмпирических формул также ведется с учётом требований метода подобия.

Метод подобия используется и при теоретическом изучении явлений как способ предсказания внутренней структуры переменных и параметров, входящих в выводимые из теории аналитические соотношения, а иногда даже и самой формы этих соотношений.

Различают два вида моделирования: физическое и математическое. Если физика явления в исследуемом объекте и его модели одинаковы и если процессы, протекающие в модели и объекте, описываются одинаковыми математическими и логическими зависимостями, то такое моделирование называется физическим.

Основное достоинство физического моделирования состоит в том, что оно позволяет непосредственно наблюдать характер протекания физического процесса на модели.

Если объект и его модель имеют различную физическую природу, а описывающие их математические и логические зависимости идентичны, то такое моделирование называется математическим.

Два явления называются физически подобными, если для них можно установить соответственные точки пространства и соответственные моменты времени так, чтобы в этих точках пространства в

эти моменты времени все физические параметры, характерные для данного явления, были пропорциональны. Отсюда следует, что два физических явления называют подобными, если величины, характеризующие одно явление, могут быть получены из соответствующих величин другого, взятых в сходственных пространственно-временных точках, простым умножением на одинаковые во всех точках множители, называемые коэффициентами подобия.

Физическое моделирование основывается на понятии физического подобия, под которым понимается комплекс условий, обеспечивающих одновременно геометрическое, кинематическое, динамическое подобие.

Геометрическое подобие – подобие формы, расстояний или координат. Тела или системы называются геометрически подобными, если отношения их сходственных линейных размеров одинаковы. В геометрически подобных телах или системах соответствующие углы равны.

Кинематическое подобие – подобие движения. Движения двух систем кинематической подобны, если при соблюдении геометрического подобия во всех сходственных точках этих систем в сходственные моменты времени векторы скоростей имеют одинаковые направления, а отношения модулей скоростей постоянны. Другими словами кинематическое подобие выражается в подобии многоугольников скоростей, в которых соответствующие сходственные углы равны.

Динамическое подобие – подобие сил, т.е. подобие многоугольников сил и равенство сходственных углов.

Подобие называется полным, если подобие картин движения соблюдается полностью, т. е. если при соблюдении геометрического подобия подобны многоугольники скоростей, ускорений, действующих сил, и все однородные физические величины, определяющие движение, находятся в определённом постоянном отношении в

сходственных точках пространства в сходственные моменты времени. Если это условие не соблюдается, т. е. если не все физические величины, характеризующие движение модели и натурального объекта, находятся в определённом постоянном отношении, то подобие называется неполным или частичным.

Необходимые и достаточные условия для подобных явлений можно получить следующим образом.

Пусть задаётся уравнение (или система уравнений) с соответствующими условиями однозначности. Решением задачи является выражение, которым искомая переменная определяется как однозначная функция независимых переменных и параметров. Этому решению отвечает некоторое конкретное явление. Любое другое решение, подобное найденному, можно представить как результат умножения независимых переменных, параметров и искомой переменной, входящие в состав полученного решения, на некоторый постоянный для этой величины множитель. Разным множителям отвечают разные (но подобные друг другу) явления. Эту операцию называют подобным преобразованием.

Другими словами, в общем случае явления подобны, если любое из них может быть получено из любого другого путём изменения каждой из характеризующих явление величин в одинаковое число раз. Это можно достигнуть только в том случае, если все величины, определяющие физическое явление, выразить в безразмерной форме.

Рассмотрение условий, при которых имеет место тождественность безразмерных форм уравнений вместе с условиями однозначности (граничными и начальными условиями), приводят к критериям подобия.

Приведём к безразмерной форме уравнение Фурье, ограничившись его частным случаем (43), в котором произведена замена $\lambda/(\rho c) = a$,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (86)$$

Так как температура входит в это уравнение только под знаками дифференциальных операторов, то оно определяет не абсолютное значение T , а его отклонение от температуры в некоторой масштабной точке. Поэтому уравнение (86) можно переписать так:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right), \quad (87)$$

в котором $\Theta = T - T_0$, где $T_0 = \text{const}$.

Введём масштабы длины L и разности температур Θ_0 , которые по определению являются постоянными величинами.

Безразмерные температура θ и координаты $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ связаны с соответствующими размерными величинами соотношениями

$$\Theta = \Theta_0 \theta, x = L\bar{x}, y = L\bar{y}, z = L\bar{z}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial t} &= \frac{\partial (\Theta_0 \theta)}{\partial t} = \Theta_0 \frac{\partial \theta}{\partial t}, \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial (L\bar{x})} \left[\frac{\partial (\Theta_0 \theta)}{\partial (L\bar{x})} \right] = \\ &= \frac{\Theta_0}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2}, \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = \frac{\Theta_0}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2}, \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} = \frac{\Theta_0}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{z}^2}. \end{aligned}$$

Подстановка этих соотношений в (87) и сокращение на Θ_0 приводят к уравнению

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{a}{L^2} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{z}^2} \right).$$

Так как $a/L^2 = \text{const}$, последнее уравнение сводится к

$$\frac{\partial \theta}{\partial (at/L^2)} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{z}^2}. \quad (88)$$

Это уравнение под знаком дифференцирования содержит безразмерный комплекс at/L^2 , который является критерием подобия.

Заменяя в этом комплексе коэффициент теплопроводности a на равное ему выражение $\lambda/(\rho c)$, получаем

$$\frac{at}{L^2} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{t}{L^2} = \frac{(\lambda/L)L^2 t}{\rho c L^3}.$$

Он представляет собой отношение масштаба количества тепла, притекшего за счет теплопроводности $(\lambda/L)L^2 t$, к масштабу изменения теплосодержания тепла $\rho c L^3$, то есть является мерой скорости изменения температуры тела при неустановившемся тепловом состоянии.

Этот критерий подобия называют критерием или числом Фурье

$$Fo = \frac{at}{L^2},$$

а дифференциальное уравнение (88) перейдет в

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{z}^2}.$$

Граничное условие III рода (48)

$$\alpha(T_f - T_w) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w$$

в безразмерных переменных принимает вид

$$\alpha \theta_w = -\frac{\lambda}{L} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{n}} \right)_w.$$

Из этого выражения следует безразмерное граничное условие III рода

$$\frac{\alpha L}{\lambda} \theta_w = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{n}} \right)_w,$$

где безразмерный комплекс $\alpha L/\lambda$ называют критерием или числом Био

$$Bi = \frac{\alpha L}{\lambda}.$$

Критерий Био характеризует связь между полем температур в твёрдом теле и условиями теплоотдачи на его поверхности. Он является мерой отношения внутреннего и внешнего термических сопротивлений. По этой причине критерий Био называют ещё критерием краевого подобия.

Входящий в критерий Био коэффициент теплоотдачи α находится теоретически или экспериментально в курсах по конвективному теплообмену в результате подстановки в соотношение, аналогичное (48), удельного теплового потока, который вычисляется по формуле Фурье для движущейся жидкой или газообразной среды около твёрдого тела:

$$q_w = -\lambda_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial n} \right)_w.$$

Повторяя тот же переход к безразмерным переменным, получаем

$$\frac{\alpha L}{\lambda_f} \theta_w = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial \bar{n}} \right)_w$$

и находим ещё один критерий подобия – число Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda_f},$$

который является функцией критериев подобия, устанавливаемых в курсе конвективного теплообмена.

Добавим лишь, что критерий Нуссельта, по виду совпадающий с критерием Био, называют ещё безразмерным коэффициентом теплоотдачи, он характеризует связь между интенсивностью теплоотдачи и температурным полем в жидкости или газе, движущегося около твёрдого тела.

При изучении различных задач можно методами, аналогичными описанным, получить критерии, которые должны сохранять свои

значения в подобных процессах. Так постоянный безразмерный коэффициент ω , входящий как параметр в безразмерное уравнение (83) задачи о лучистом теплообмене (см. разд. 41), является критерием теплопередачи этого процесса.

Если два физических явления различной физической природы описываются тождественными уравнениями и условиями однозначности, представленными в безразмерной форме, то эти явления называют аналогичными. При этих же условиях явления одной физической природы называются подобными.

Сущность метода аналогий состоит в том, что исследованию подвергается не изучаемое явление, для которого трудно или невозможно произвести измерение искомых величин, тогда как это достижимо в подобранном аналогичном явлении.

В случае электротепловой аналогии изучение стационарного температурного поля выполняется с помощью стационарного поля электрического потенциала. Вместо измерения поля температуры внутри твёрдого тела исследования выполняются с помощью электрических цепей, составленных из омических сопротивлений.

Используется и гидродинамическая аналогия при моделировании двумерной стационарной теплопроводности потенциальным (безвихревым) потоком идеальной жидкости. Для идеальной жидкости функция тока, как и стационарное поле температур, удовлетворяет уравнению Лапласа. Поэтому линии теплового потока и изотермы (линии постоянных значений температуры) аналогичны соответственно линиям тока и эквипотенциалам скоростей идеального потока жидкости.

Существуют и другие, более сложные в физическом смысле, аналогии между полем скорости и полем температур в вязкой жидкости (аналогия Рейнольдса и др.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в данном пособии методы и задачи термодинамики и теплообмена составляют ничтожную часть, созданного к настоящему времени исследователями в различных областях науки, которые в качестве своего базиса используют термодинамику.

Для тех читателей и пользователей данным пособием, которые заинтересуются более глубоким изучением разнообразных приложений термодинамики, предлагается небольшой список литературы. Он не претендует на охват даже наиболее важных разделов термодинамики, ибо их великое множество. Тем не менее, число издаваемых книг постоянно растет. Скорее этот список отражает достаточно скромные личные интересы автора пособия в данной области.

Строгость и глубина изложения предмета приводимых в списке книг различается от популярных, но написанных ведущими учёными, такими, как лауреат Нобелевской премии Илья Пригожин, до фундаментальных работ того же И. Пригожина.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базаров, И.П. Неравновесная термодинамика и химическая кинетика / И.П. Базаров, Э.В. Геворкян, П.Н. Николаев. – М.: Изд-во МГУ, 1989. – 240 с.
2. Базаров, И.П. Термодинамика / И.П. Базаров. – М.: Высшая школа, 1991. – 376 с.
3. Базаров, И.П. Заблуждения и ошибки в термодинамике / И.П. Базаров. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 120 с.
4. Болгарский, А.В. Термодинамика и теплопередача / А.В. Болгарский, Г.А. Мухачев, В.К. Щукин. – М.: Высш. школа, 1975. – 495 с.
5. Бродянский, В.М. Эксергетический метод и его приложения / В.М. Бродянский, В. Фратшер, К. Михалек. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 288 с.
6. Бродянский, В.М. Вечный двигатель – прежде и теперь. От утопии – к науке, от науки – к утопии / М.: Физматлит, 2001. – 264 с.
7. Горлач, Б.А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. – СПб.: Лань, 2016. – 292 с.
8. Гленсдорф, П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. – М.: Мир, 1972. – 280 с.
9. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена / В.Н. Афанасьев, СИ. Исаев, И.А. Кожин [и др.]. – М.: Высш. шк., 1986. – 383 с.
10. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.
11. Карминский, В.Д. Техническая термодинамика и теплопередача / В.Д. Карминский. – М.: Маршрут, 2005. – 224 с.

12. Кудинов, В.А. Техническая термодинамика / В.А. Кудинов, Э.М. Карташов. – М.: Высш. шк., 2000. – 261 с.
13. Лоренц, Г.А. Лекции по термодинамике / Г.А. Лоренц. – Ижевск: НИЦ «Регулярная динамика», 2001. – 176 с.
14. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
15. Малоземов, В.В. Тепловой режим космических аппаратов / В.В. Малоземов. – М.: Машиностроение, 1980. – 232 с.
16. Михеев, М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1973. – 319 с.
17. Мухачев, Г.А. Термодинамика и теплопередача / Г.А. Мухачев. – М.: Высш. шк., 1991. – 480 с.
18. Нащокин, В.В. Техническая термодинамика и теплопередача / В.В. Нащокин. – М.: Высш. шк., 1975. – 496 с.
19. Николис, Г. Самоорганизация в неравновесных системах от диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1979. – 512 с.
20. Николис, Г. Познание сложного. Введение. / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1990. – 344 с.
21. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В.С. Авдуевский, Б.М. Галицейский, Г.А. Глебов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1992. – 528 с.
22. Попов, В.М. Теплообмен в зоне контакта разъемных соединений / В.М. Попов. – М.: Энергия, 1971. – 216 с.
23. Пригожин, И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках / И. Пригожин. – М.: Наука, 1985. – 327 с.
24. Пригожин, И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Прогресс, 1986. – 432 с.

25. Пригожин, И. Конец определенности. Время, хаос и новые законы природы / И. Пригожин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, – 208 с.

26. Пригожин, И. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур / И. Пригожин, Д. Кондепуди. – М.: Мир, 2002. – 461 с.

27. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. / Л.И. Седов. СПб.: Лань, 2004. – 528 с.

28. Теория тепломассообмена / С.И. Исаев, И.А. Кожин, В.И. Кофанов [и др.]. – М.: Высш. шк., 1979. – 495 с.

29. Техническая термодинамика / В.И. Крутов, С.И. Исаев, И.А. Кожин [и др.]. – М.: Высш. шк., 1991. – 384 с.

30. Фен, Дж. Машины, энергия, энтропия / Дж. Фен. – М.: Мир, 1986. – 336 с.

31. Ферми, Э. Термодинамика / Э. Ферми. – Харьков: Изд-во Харьков. ун-та, 1969. – 139 с.

32. Фокин, В.М. Основы технической теплофизики / В.М. Фокин, Г.П. Бойков, Ю.В. Видин. – М.: "Издательство Машиностроение-1", 2004. – 172 с.

33. Шлыков, Ю.П. Контактный теплообмен / Ю.П. Шлыков, Е.М. Ганин. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 144 с.

34. Шлыков, Ю.П. Контактное термическое сопротивление / Ю.П. Шлыков, Е.А. Ганин, С.Н. Царевский. – М.: Энергия, 1977 – 328 с.

35. Янговский, Е.И. Потоки энергии и эксергии / Е.И. Янговский. – М.: Наука, 1988. – 144 с.

Учебное издание

Шахов Валентин Гаврилович

ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Учебное пособие

Редактор А.В. Ярославцева

Компьютерная вёрстка А.В. Ярославцевой

Подписано в печать 19.04.2022. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 10,25.

Тираж 25 экз. Заказ № . Арт. - 2(P1У)/2022.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

