Н.Л. КАЗАНСКИЙ, В.А. СОЙФЕР

ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

2006

СГАУ

САМАРА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Н.Л. КАЗАНСКИЙ, В.А. СОЙФЕР

ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

САМАРА
Издательство СГАУ
2006

УДК 535.4, 535.8
ББК 22.343
К14

Инновационная образовательная программа «Развитие центра компетенции и подготовка специалистов мирового уровня в области аэрокосмических и геоинформационных технологий»

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. В. В. Ивахник,
д-р физ.-мат. наук, проф. И. П. Завершинский

Казанский Н.Л.

К14 **Формирование волновых фронтов методами компьютерной оптики :** учеб. пособие / *Н.Л. Казанский, В.А. Сойфер*, – Самара : Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 56 с. : ил.

ISBN 5-7883-0444-X

В данном пособии рассмотрены различные свойства самовоспроизведения многомодовых лазерных пучков и методы расчета фазовых дифракционных оптических элементов, предназначенных для формирования таких пучков. Особенно подробно рассмотрены свойства инвариантности, периодического повторения и поступательного вращения многомодовых пучков Гаусса-Эрмита, Гаусса-Лагерра и Бесселя. Для конкретных типов модовых пучков выводятся условия самовоспроизведения, разрабатываются методы и алгоритмы расчета фазовых оптических элементов, выполняется численное моделирование действия рассчитанных элементов, которое затем сравнивается с экспериментальными результатами.

Предназначено для студентов, проходящих подготовку по магистерской программе «Оптические информационные технологии», а также по специальности (направлению) «Прикладные математика и информатика».

УДК 535.4, 535.8
ББК 22.343

ISBN 5-7883-0444-X

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПРОБЛЕМА СОЗДАНИЯ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

Для решения широкого класса задач астрономии, оптического приборостроения и оптической обработки информации необходимы высококачественные асферические поверхности, например, параболическая оптика для больших телескопов. Получение асферических поверхностей высокого качества зависит от разработки эффективных методов их аттестации [1—4]. Методы аттестации асферических поверхностей основаны на создании эталонных волновых фронтов, форма которых соответствует контролируемой поверхности. Сферические и плоские волновые фронты естественным образом формируются в классических оптических системах, состоящих из линз, призм, сферических зеркал, а также пробными стеклами. Создание эталонов волновых фронтов более сложной формы наталкивается на значительные трудности.

В классической оптике проблема создания волновых фронтов требуемой формы решается с помощью компенсационных объективов [1, 2], позволяющих получать волновые фронты в виде поверхностей вращения второго порядка. Однако создание компенсационного объектива является уникальной задачей для каждого типа волнового фронта. Асферические волновые фронты высших порядков, а также фронты без круговой симметрии, по-видимому, вообще не могут быть практически сформированы компенсационными объективами приемлемой сложности. Поэтому для решения проблем формирования сложных волновых фронтов в 70-е годы активно использовались методы цифровой голографии [3—15]. В [3—7] для создания осесимметричных асферических волновых фронтов использовались специальные кольцевые дифракционные решетки с дифракционной эффективностью не выше 40%. В [8—15] показана возможность создания асферических фронтов с помощью бинарных синтезированных на ЭВМ голограмм. Однако при этом в требуемый волновой фронт дифрагируется лишь незначительная часть энергии освещающего пучка, соответствующая первому порядку дифракции, большая доля элементов разрешения голограммы идет на передачу несущей пространственной частоты, а относительное отверстие волнового фронта ограничено наложением высших дифракционных порядков. Настоящее учебное пособие посвящено анализу методов компьютерной оптики, используемых для создания волновых фронтов сложной формы [16—24]. Созданию этого направления послужила публикация в «Докладах Академии наук СССР» в 1980 году статьи М.А. Голуба, Е.С. Живописцева, С.В. Карпеева, А.М. Прохорова, И.Н. Сисакяна и В.А. Сойфера [16]. При этом в настоящей работе мы не касаемся специфических проблем коррекции аберраций оптических систем на основе применения ДОЭ и граданов, подробно рассмотренных в монографиях [25—26].

2. ОПТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ С ДОЭ ДЛЯ АНАЛИЗА АСФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рассмотрим некоторые оптические схемы контроля оптических поверхностей с дифракционными оптическими элементами, синтезированными на компьютере [3—30]. Функциональное назначение ДОЭ состоит либо в создании эталонного асферического волнового фронта из плоского, либо в преобразовании (компенсации) одного волнового фронта в другой. В последнем случае ДОЭ называется оптическим компенсатором. В оптических контрольных схемах происходит анализ волнового фронта от исследуемого асферического зеркала или линзы. В интерференционных методах такой анализ осуществляется путем сравнения исследуемого фронта с эталонным. В теневом методе анализируется теневая картина волнового фронта, отраженного (или прошедшего) от контролируемого элемента и преобразованного оптическим компенсатором. Теневой метод с использованием ножа Фуко более прост при реализации, но обладает низким отношением сигнал/шум, так как нулевая пространственная частота, наиболее энергетическая, не используется для анализа.

Рассмотрим оптическую схему интерферометра со сферическими пучками, показанную на рис. 1. В этой схеме луч света от лазера Л преобразуется микрообъективом МО в расходящийся сферический пучок света.

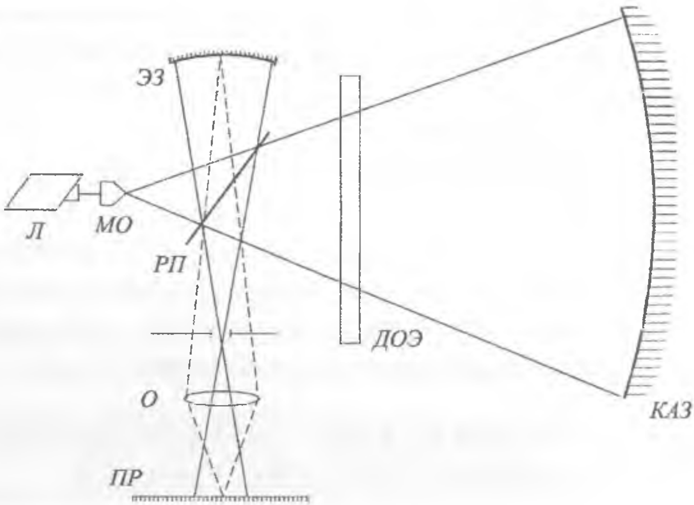

Рис. 1. Оптическая схема интерферометра с ДОЭ со сферическими пучками

Этот пучок с помощью полупрозрачного зеркала РП (расщепитель пучка) расщепляется на два пучка. Отраженный пучок направляется на эталонное сферическое зеркало ЭЗ, а прошедший пучок, проходя через ДОЭ, попадает на контролируемое асферическое зеркало КАЗ. Компенсатор ДОЭ в этом случае должен быть рассчитан так, чтобы он преобразовывал сходящийся асферический волновой фронт, отраженный от идеального асферического зеркала, в сходящийся сферический фронт. Такой ДОЭ будет работать следующим образом. Расходящийся сферический фронт от МО преобразуется ДОЭ в расходящийся асферический фронт, лучи которого будут падать на контролируемое асферическое зеркало КАЗ по нормали и отражаться от него тоже по нормали (если оно идеальное). На обратном пути отраженный от КАЗ сходящийся асферический волновой фронт преобразуется ДОЭ в сходящийся сферический. В опорной ветви интерферометра для формирования эталонного сходящегося сферического волнового фронта используется эталонное сферическое зеркало ЭЗ. Два когерентных между собой сходящихся сферических фронта пересекаются в плоскости регистрации ПР и создают интерференционную картину, которая далее анализируется. Таким образом, проблема изготовления асферического зеркала сводится к более простой проблеме изготовления сферического эталонного зеркала. Однако высокие требования к устойчивости оптических элементов между собой и по отношению к КАЗ при микровибрациях не позволяют использовать этот интерферометр в процессе технологического контроля зеркал.

Если расположить компенсатор ДОЭ в опорной ветви интерферометра [28], то он будет выполнять функцию, в некотором смысле, обратную схеме рисунка 1. Он будет преобразовывать расходящийся асферический фронт в расходящийся сферический фронт, а также сходящийся сферический фронт в сходящийся асферический.

Для контроля асферики применяются также интерферометры Тваймана—Грина и модифицированный интерферометр Маха—Цендера [5, 8, 10—12, 27—28]. Компенсатор работает в них также, как и в рассмотренной выше схеме на рис. 1. Однако интерференционная картина формируется не сферическими, а плоскими волнами, что существенно упрощает юстировку схемы и позволяет заменить эталонное сферическое зеркало на плоское. Но преобразование сферического пучка в плоский требует дополнительного объектива, вносящего и дополнительные погрешности.

На рис. 2 показана оптическая схема интерферометра Тваймана—Грина с компенсатором в объектной ветви. Интерферометр работает следующим образом. Луч света от лазера Л расширяется микрообъективом М и коллимируется объективом О1. Далее плоский пучок света расщепляется полупрозрачным зеркалом на два пучка. Опорный пучок отражается от эталонного зеркала ЭЗ. Объектный пучок объективом О3 преобразуется в сходящийся сферический пучок, который после прохождения диафрагмы, расположенной в фокальной плоскости, преобразуется в расходящийся сферический пучок. Этот пучок преобразуется ДОЭ в расходящийся асферический пучок, лучи которого падают и отражаются по нормали от контролируемого асферического зеркала КАЗ. На обратном пути два плоских пучка (объектный и опорный) пересекаются в плоскости регистрации ПР и формируют интерференционную картину в виде набора эквидистантных полос.

Объектив О2 строит изображение поверхности зеркал. Если КАЗ имеет дефекты геометрии, то это проявится в искривлении интерференционных полос.

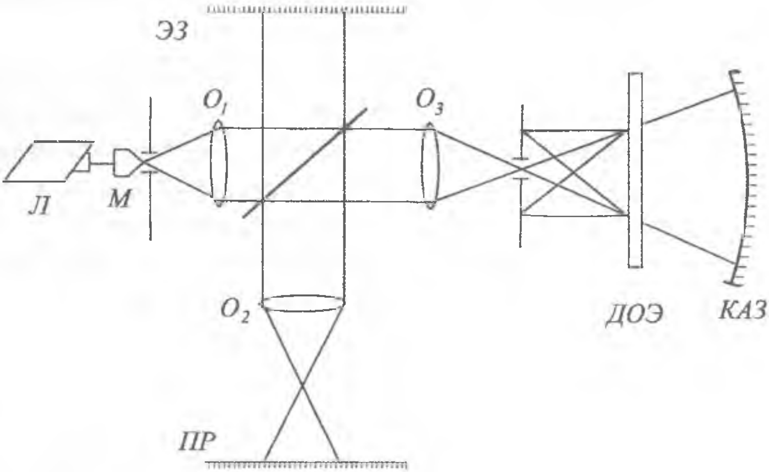

Рис. 2. *Оптическая схема интерферометра Таймана—Грин с компенсатором в объектной ветви*

Компенсатор ДОЭ в интерферометре на рис. 2 может быть расположен в опорной ветви. При этом он должен преобразовывать плоский волновой фронт в некоторый "квазиплоский", который соответствует асферическому фронту таким же образом, как плоский пучок соответствует сферическому.

Известны оптические схемы интерферометров, в которых ДОЭ располагается на выходе [29]. На рис. 3 показана схема интерферометра типа Маха—Цендера с компенсатором на выходе. Опорная ветвь этого интерферометра включает два полупрозрачных зеркала для расщепления пучка и два плоских эталонных "глухих" зеркала для поворота излучения. В этом случае ДОЭ выполняет следующую функцию. Падающий на него плоский опорный пучок ДОЭ преобразует в "квазиплоский" пучок, а падающий на него "квазиплоский" объектный пучок, пришедший от КАЗ, ДОЭ преобразует в плоский пучок. Так как через компенсатор проходят оба пучка, то это приводит к взаимной компенсации технологических погрешностей изготовления ДОЭ и повышению точности контроля.

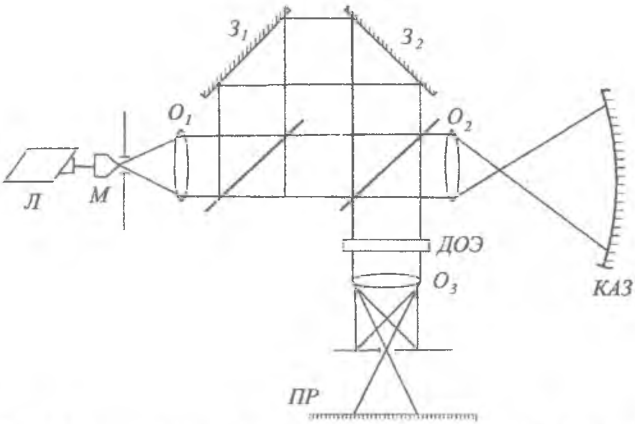

Рис. 3. Оптическая схема интерферометра Маха—Цендер с компенсатором на выходе

Оригинальное использование синтезированного компенсатора предложено в работе [30]. На рис. 4 показана оптическая схема интерферометра с компенсатором на входе.

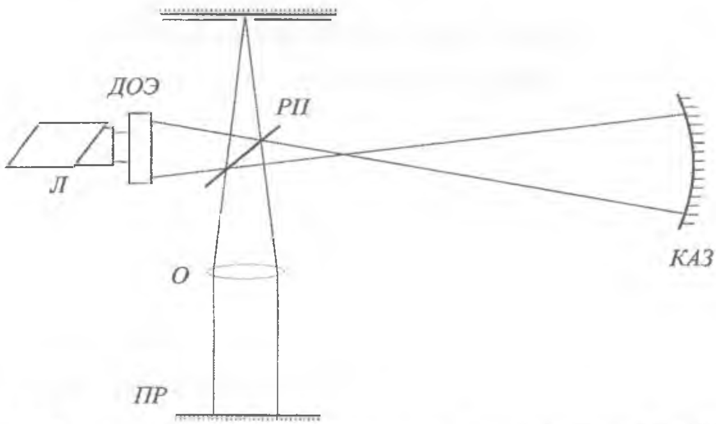

Рис. 4. Оптическая схема интерферометра с компенсатором на входе

Луч света от лазера Л, совмещенного с коллиматором, падает на ДОЭ и преобразуется в сходящийся асферический пучок, лучи которого падают и отражаются от КАЗ по нормали. Оптическая схема на рис. 4 объединяет достоинства схем на рис. 2 и рис. 3, так как погрешности, допущенные при изготовлении ДОЭ, взаимно компенсируются из-за того, что ДОЭ порождает оба пучка и опорный и объектный. Кроме того, число элементов в оптической схеме минимально, по сравнению с рассмотренными выше. Не требуется плоского эталонного зеркала, поскольку отражение от опорного зеркала происходит в малой области. Диафрагма вблизи опорного зеркала пропускает только нулевую пространственную частоту. В отличие от всех вышерассмотренных типов преобразований (сферический в асферический, плоский в квазиплоский), в этой схеме компенсатор должен не только вносить заданные аберрации в волновой фронт, но и иметь некоторую положительную оптическую силу. Таким образом, ДОЭ на рис. 4 является аналогом асферической линзы, в то время как в схемах на рис. 1—3 — аналогом пластинки с заданными аберрациями. Из-за значительной разности хода лучей между плоским и асферическим фронтами, соответствующий компенсатор должен иметь несколько тысяч структурных зон (колец), изготовление которых является трудной технологической задачей.

Рассмотренные выше оптические схемы интерферометров применимы для бесконтактного контроля широкого класса оптических поверхностей зеркал и линз. При этом вся специфика контролируемой поверхности учитывается при расчете компенсатора и не требуется изменения самой схемы. Контролироваться могут как вращательно-симметричные, так и несимметричные поверхности. Дополнительные варианты использования ДОЭ в контрольных оптических схемах приведены в [16].

3. РАСЧЕТ ПЛОСКОГО КОМПЕНСАТОРА

Формирование эталонного волнового фронта σ будем производить из светового пучка E согласно оптической схеме (рис. 5), основным элементом которой является компенсатор K с зонированным прозрачным микрорельефом, выполненным по технологии компьютерной оптики на плоской подложке.

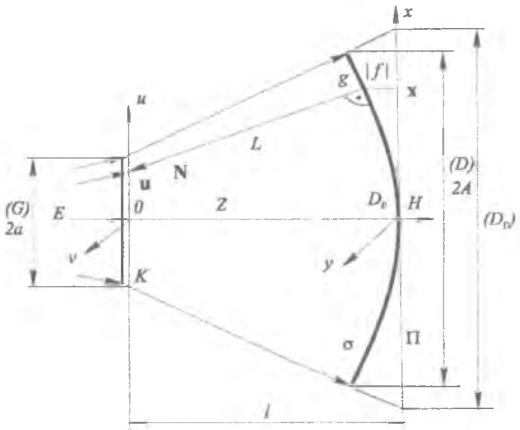

Рис. 5. Геометрия преобразования волнового фронта компенсатором

Задачей плоского компенсатора K является создание постоянной фазы на поверхности волнового фронта σ, вершина которого отстоит на расстояние l от K (см. рис. 5). Гладкий эталонный волновой фронт σ зададим уравнением

$$H = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \tag{1}$$

с гладкой (непрерывно дифференцируемой) функцией f, $f\,(0) = 0$. Здесь $\mathbf{x} = (x,\ y)$ декартовы координаты проекции точки $Q \in \sigma$ на плоскость Π, проходящую через вершину D_0 параллельно компенсатору; D — область значений $\mathbf{x}$, соответствующая формируемому сегменту фронта σ. H — алгебраическое расстояние от $Q \in \sigma$ до Π, выбираемое отрицательным, если Π лежит за Q по ходу лучей. Ось $z \perp$ K выходит из центра O по ходу лучей. Освещающий пучок E зададим длиной волны λ, распределением интенсивности $I_0(\mathbf{u})$ и эйконалом $\psi_0(\mathbf{u})$ в рабочей области G плоскости компенсатора K, $\mathbf{u} = (u,\ v)$ — декартовы координаты в плоскости компенсатора. Чисто фазовый плоский оптический элемент-компенсатор K будем характеризовать фазовой функцией $\varphi(\mathbf{u})$ [16, 17]. При создании компенсатора фазовая функция приводится к интервалу $[0, 2\pi(m)]$ и реализуется в виде фазового микрорельефа (m =const — натуральное число; для киноформов m =1).

Геометрооптическое уравнение компенсатора имеет вид

$$k\psi_0(\mathbf{u}) + \varphi(\mathbf{u}) + kL(\mathbf{x}) = \varphi_0 \equiv const; \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \tag{2}$$

где $L(\mathbf{x})$ — расстояние от компенсатора до фронта σ вдоль луча с направлением

$$\mathbf{N} = \frac{(-\nabla_x f, l)}{\sqrt{l + (\nabla_x f)^2}}, \tag{3}$$

ортогональным к поверхности (1), $L > 0$, если луч проходит σ после K. В силу (3)

$$L = [L + f]\sqrt{l + (\nabla_x f)^2}, \tag{4}$$

а координаты точки $\mathbf{u}$ на K и точки $\mathbf{x}$ на σ связаны уравнениями соответствия:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} + [l + f(\mathbf{x})]\nabla_x f(\mathbf{x}). \tag{5}$$

Области G и D должны быть также связаны соответствием, как $\mathbf{u}$ и $\mathbf{x}$; фазовая функция компенсатора согласно (2) и (4) определяется по формуле

$$\varphi(\mathbf{u}) = \varphi_0 - k\left\{ [\, l + f(\mathbf{x})]\sqrt{l + [\nabla_x f(\mathbf{x})\,]^2} + \psi_0(\mathbf{u})\right\}, \tag{6}$$

где координату $\mathbf{x}$ следует находить путем решения (5) при заданной координате $\mathbf{u}$.

4. СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА КОМПЕНСАТОРОВ

Синтезированный по технологии компьютерной оптики компенсатор представляет собой криволинейную фазовую дифракционную решетку со сложными топологией и профилем штрихов.

Зафиксируем геометрию волнового фронта σ и изменим рабочую длину волны с расчетного значения λ_0 до значения $\lambda \neq \lambda_0$. Поскольку изменение эйконала компенсатором не зависит от λ, то фазовая функция $\varphi(\lambda)$ компенсатора, необходимая для формирования σ на длине волны λ, связана с фазовой функцией φ на λ_0 соотношением $\varphi(\lambda) = \left(\lambda_0 / \lambda\right) \varphi$, (пространственный аргумент $\mathbf{u}$ в этом параграфе опускаем).

При освещении синтезированного ДОЭ — компенсатора излучением с $\lambda \neq \lambda_0$ сформированный волновой фронт отличается от заданного. Погрешности обусловлены двумя основными факторами:

- изменением оптической разности хода через компенсатор вследствие дисперсии коэффициента преломления;
- нарушением условия соответствия фазы и синфазности зон ДОЭ.

Погрешности первого типа родственны хроматическим аберрациям обычных пропускающих оптических элементов. Если ДОЭ имеет одну зону, то и для него дисперсия показателя преломления является единственной причиной аберраций.

Второй фактор является специфичным именно для ДОЭ, в которых максимальное значение оптической разности хода должно соответствовать фазе $2\pi m$ для расчетной длины волны λ_0 (m =1, 2, ...). При изменении длины волны даже при пренебрежимо малой дисперсии показателя преломления условие соответствия фазы нарушается. Очевидно, что синфазность зон будет снова появляться, если максимальное значение разности фаз для используемой длины волны λ близко либо к $2\pi m$, либо к $4\pi m$, $6\pi m$, ... и т.д.

Количественное рассмотрение влияния несоответствия фазы на функционирование киноформа проведено в [31] для m =1. Однако качество работы оценивалось там по точности формирования заданной интенсивности в плоскости объекта. При исследовании же компенсатора существенна точность формирования фазового распределения, определяющего форму волнового фронта.

Поскольку изменение эйконала φ/k, обеспечиваемое компенсатором согласно (6) и (5), не зависит от длины волны, а фазовая функция приведена к интервалу $[0, 2\pi m)$ для λ_0, то фазовый сдвиг при $\lambda \neq \lambda_0$ равен в каждой точке u

$$\Phi(\lambda) = c \bmod_{2\pi m} \varphi\,, \tag{7}$$

где

$$c = \frac{\lambda_0}{\lambda} \cdot \frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(\lambda_0)}; \qquad \Delta n(\lambda) = n(\lambda) - 1\,; \tag{8}$$

$n(\lambda)$ — показатель преломления материала микрорельефа зон компенсатора; $\bmod_{2\pi m}\varphi$ — фаза φ по модулю $2\pi m$. Функция комплексного пропускания компенсатора

$$T(\lambda) = \exp(i\Phi(\lambda))\,, \tag{9}$$

периодична по φ с периодом $2\pi m$ и, следовательно, может быть разложена в ряд Фурье:

$$T(\lambda) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l \exp(i\frac{l}{m}\varphi)\,, \tag{10}$$

$$a_l = sinc\,(l - mc)(-1)^l \exp(i\pi mc)\,, \tag{11}$$

соответствующий различным дифракционным порядкам [25, 32]. Причем согласно равенству Парсеваля можно записать

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} |a_l|^2 = 1\,. \tag{12}$$

Дифракционный порядок с номером l (10) обеспечивает фазовую функцию

$$\Phi^{(l)} = \frac{l}{m}\varphi = \frac{l\lambda}{m\lambda_0}\varphi(\lambda)\,. \tag{13}$$

Наиболее интенсивным согласно (11) является порядок с номером $l = v$, ближайшим к mc:

$$mc \equiv \frac{m\lambda_0}{\lambda} \cdot \frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(\lambda_0)} = v \in \Delta\,, \tag{14}$$

где $\Delta \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$, причем v зависит от λ. В порядке v действует фазовая функция

$$\Phi(v) = \frac{v}{m}\varphi = \mu\varphi(\lambda)\,, \tag{15}$$

где

$$\mu = \frac{v\lambda}{m\lambda_0} = \frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(\lambda_0)} \cdot \frac{1}{1 + \Delta/v}\,. \tag{16}$$

Заметим, что при любых λ, (любых Δ, v)

$$\mu \in \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(\lambda_0)}; \quad 2\frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(\lambda_0)}\right]. \tag{17}$$

Таким образом, в самом интенсивном v—м порядке при измененной по сравнению с расчетной длине волны λ, вместо $\varphi(\lambda)$ действует линейно искаженное в μ раз фазовое пропускание, дающее деформированную форму волнового фронта.

5. ХАРАКТЕРИСТИКА ТОЧНОСТИ ЭТАЛОННОГО ВОЛНОВОГО ФРОНТА

В силу несовершенства технологии формирования микрорельефа, наличия дифракции и рассеяния света в среде компенсатора, ограничения числа уровней градаций фазы и разрешения по поверхности компенсатора вместо требуемой фазовой функции φ (6) реализуется фазовая функция $\hat{\varphi}$. Соответственно вместо эталонного волнового фронта σ формируется волновая поверхность $\hat{\sigma}$ с некоторыми искажениями формы по сравнению с σ, определяющими качество $\hat{\sigma}$. Ниже формируются удобные при работе с ДОЭ количественные характеристики отличия $\hat{\sigma}$ от σ как в каждой точке, так и в целом.

Хотя компенсатор для фронта σ рассчитывался методами геометрической оптики, волновая поверхность формируется дифракционно и может не быть геометрооптическим фронтом. Механизм формирования $\hat{\sigma}$ описывается в общем случае суперпозицией многих дифракционных порядков [25, 32].

В данной работе предлагается оценивать качество компенсатора прямым сравнением световых полей, соответствующих $\hat{\sigma}$ и σ, в виртуальном двухлучевом интерферометре, выставленном на полосы бесконечной ширины с разностью фаз π в плечах.

Введем обозначения w, I, ψ для комплексной амплитуды, интенсивности и эйконала эталонного светового поля, соответствующего волновому фронту σ, а также аналогичные обозначения $\hat{w}, \hat{I}, \hat{\psi}$, соответствующие $\hat{\sigma}$:

$$I = |w|^2, \quad \psi = \frac{1}{k}\arg w;$$

$$\hat{I} = |\hat{w}|^2, \quad \hat{\psi} = \frac{1}{k}\arg \hat{w}.$$

При заведении w и $\hat{w}$ в плечи виртуального интерферометра, сформируется разностное световое поле с комплексной амплитудой $\hat{w} - w$ и интенсивностью

$$i = |\hat{w} - w|^2 \quad . \tag{18}$$

В качестве аргументов для $w, I, \hat{w}, \hat{I}, \hat{w} - w, i$ будем использовать координаты точки в декартовой системе с центром 0 (см. рис. 5). При этом точки плоскости компенсатора K имеют координаты $(u, v, 0) =$

$(\mathbf{u}, 0)$, точки волнового фронта σ — координаты $(x, y, l+f) = (\mathbf{x}, l+f(\mathbf{x}))$, а точки плоскости Π — координаты $(x_\Pi, y_\Pi, l) = (\mathbf{x}_\Pi, l)$.

Причем по условию

$$I(\mathbf{u},0) = I_0(\mathbf{u}), \quad \psi(\mathbf{u},0) = \psi_0(\mathbf{u}) + \frac{1}{k}\varphi(\mathbf{u})\,, \tag{19}$$

$$\hat{I}(\mathbf{u},0) = I_0(\mathbf{u}), \quad \hat{\psi}(\mathbf{u},0) = \psi_0(\mathbf{u}) + \frac{1}{k}\hat{\varphi}(\mathbf{u})\,, \tag{20}$$

$$i(\mathbf{u},0) = I(\mathbf{u}) \cdot 4\sin^2\left[\frac{\hat{\varphi}(\mathbf{u}) - \varphi(\mathbf{u})}{2}\right]. \tag{21}$$

Поскольку $i(\mathbf{x}_\Pi, l)$ обращаются в ноль при $\hat{w} = w$, то нормированная величина

$$\aleph(\mathbf{x}_\Pi) = \frac{i(\mathbf{x}_\Pi, l)}{I(\mathbf{x}_\Pi, l)} \in [0, 1] \tag{22}$$

может служить характеристикой отличия $\hat{\sigma}$ от σ в каждой точке сегмента D волнового фронта. Для построения усредненных характеристик отличия $\hat{\sigma}$ от σ в целом могут использоваться интегральные световые потоки разностного поля $\hat{w} - w$ и поля $\hat{w}$, проходящие через сегмент D фронта σ:

$$\Phi_{D\Pi} = \int_{D_\Pi} i(\mathbf{x}_\Pi, l)\, d^2\mathbf{x} \quad , \tag{23}$$

$$E_{D\Pi} = \int_{D_\Pi} I(\mathbf{x} \quad , l)\, \mathrm{d}^2\, \mathbf{x}_\Pi\,, \tag{24}$$

а также соответствующие полные световые потоки

$$\Phi = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{i}\,(\mathbf{x}_\Pi, l)\, \mathrm{d}^2\, \mathbf{x}_\Pi\,, \tag{25}$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{I}(\mathbf{x}_\Pi, l)\, \mathrm{d}^2\, \mathbf{x}_\Pi = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{x}_\Pi, l)\, \mathrm{d}^2\, \mathbf{x}_\Pi\,, \tag{26}$$

(D_Π — проекция D на плоскость Π, осуществляемая лучами).

Заметим, что комплексная амплитуда w близка к нулю вне области $D_П$ сегмента σ. Поэтому $\mathrm{i}(\mathbf{x}_П, l) = \hat{I}(\mathbf{x}_П, l)$ при $\mathbf{x}_П \,\overline{\in}\, D_П$ и

$$\Phi = \Phi_D + E_{\bar{D}}, \tag{27}$$

где

$$E = E_D + E_{\bar{D}}, \tag{28}$$

а величина $E_{\bar{D}}$ дает долю светового потока E, проходящую вне $D_П$ и соответствующую высшим дифракционным порядкам. Усредненными характеристиками качества формирования эталонного волнового фронта σ могут служить относительные погрешности

$$\eta = \frac{\Phi}{E}; \quad \eta_D = \frac{\Phi_D}{E_D}, \tag{29}$$

подсчитываемые по формулам (23), (25), (26), (29) и изменяющиеся в интервале [0, 1].

Погрешность η_D характеризует ошибку формирования сегмента D фронта σ. Погрешность η дополнительно включает долю энергии освещающего пучка, следующую в высшие дифракционные порядки вокруг σ.

Введем также понятия уклонений волнового фронта. Для этого заметим, что в частном случае гладкой геометрооптической поверхности $\hat{\sigma}$, мало отличающейся от σ, имеют место соотношения

$$\left|\hat{I}(\mathbf{x}_П, l) - I(\mathbf{x}_П, l)\right| << I(\mathbf{x}_П, l), \tag{30}$$

$$\mathrm{i}(\mathbf{x}_П, l) = \hat{I}(\mathbf{x}_П, l) \cdot 4\sin^2\left[\frac{\pi}{\lambda}\varepsilon(\mathbf{x}_П)\right], \tag{31}$$

где величина

$$\varepsilon(\mathbf{x}_П) = \hat{\psi}(\mathbf{x}_П, l) - \psi(\mathbf{x}_П, l) \tag{32}$$

представляет собой уклонение $\hat{\sigma}$ от σ, отсчитанное по нормали к σ, проходящей через точку $(\mathbf{x}_П, l)$ (см. рис. 6). В общем случае для волновой поверхности $\hat{\sigma}$ формально введем понятия уклонения $\varepsilon(\mathbf{x}_\Pi)$ $\hat{\sigma}$ от σ формулами (31), (18) в каждой точке $\mathbf{x}_\Pi$. Понятие среднего уклонения $\overline{\varepsilon}_D$ $\hat{\sigma}$ от σ в пределах сегмента D введем по аналогии, заменяя в (31) интенсивности на соответствующие световые потоки:

$$\Phi_D = E_D \cdot 4\sin^2\left(\frac{\pi\overline{\varepsilon}_D}{\lambda}\right). \qquad (33)$$

При геометрооптической поверхности $\hat{\sigma}$, мало отличающейся от σ, величина $\overline{\varepsilon}_D$ представляет среднеквадратичное нормальное уклонение $\hat{\sigma}$ от σ в пределах сегмента D.

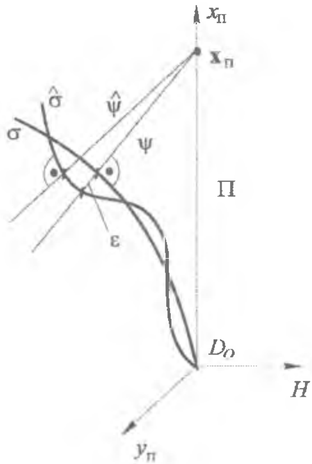

Рис. 6. *К расчету нормального уклонения волновых фронтов*

В силу (27), (28) и (33) имеет место оценка

$$\overline{\varepsilon}_D \le \overline{\varepsilon}, \qquad (34)$$

где $\overline{\varepsilon}$ представляет собой характеристику, усредненную по всему волновому фронту:

$$\Phi = E \cdot 4\sin^2\left(\frac{\pi\overline{\varepsilon}}{\lambda}\right). \qquad (35)$$

Для световых потоков Φ и E можно записать закон сохранения, следующий непосредственно из уравнения Гельмгольца:

$$\Phi \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty} \mathrm{i}\,(\mathbf{x}_\Pi, l)\, d^2\mathbf{x}_\Pi = \int_G \mathrm{i}\,(\mathbf{u}, 0)\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{u}\,, \tag{36}$$

$$E \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty} \hat{I}(\mathbf{x}_\Pi, l)\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{x}_\Pi = \int_G \hat{I}(\mathbf{u}, 0)\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{u}\,. \tag{37}$$

Применение (36) и (37) к оценке (35) позволяет выразить уклонение $\overline{\varepsilon}$ непосредственно через фазовую функцию компенсатора:

$$\overline{\varepsilon}_D \le \overline{\varepsilon} = \frac{\lambda}{\pi}\arcsin\left[\int_G \sin^2\left(\frac{\hat{\varphi}-\varphi}{2}\right)\beta(\mathbf{u})\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{u}\right]^{1/2}, \tag{38}$$

где

$$\beta(\mathbf{u}) = \frac{I_0(\mathbf{u})}{\int_G I_0(\mathbf{u})\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{u}}\,. \tag{39}$$

Формула (38) дает оценку сверху точности уклонения $\overline{\varepsilon}_D$ волнового фронта $\hat{\sigma}$ от эталона σ непосредственно через невязку фазовой функции компенсатора и верна для любой технологии его изготовления как тонкого оптического элемента. В следующем разделе производится конкретизация оценки (38) для ступенчатого микрорельефа с ограниченным пространственным разрешением [16, 17].

6. ВЛИЯНИЕ ДИСКРЕТИЗАЦИИ И КВАНТОВАНИЯ ФАЗОВОЙ ФУНКЦИИ КОМПЕНСАТОРА НА ТОЧНОСТЬ ЭТАЛОННОГО ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Наличие конечного числа M градаций высоты микрорельефа и ограниченное пространственное разрешение $\delta u \times \delta v$ технологии компьютерной оптики [17] порождают квантование по уровням и дискретизацию по аргументам для фазовой функции компенсатора, приведенной к интервалу значений $[0,2\pi m)$, m=1, 2, ...

Влияние квантования фазовой функции обычно исследуется по интенсивности различных дифракционных порядков [25, 32]. Совместный учет дискретизации и квантования фазы в известных работах [27, 33] выполнялся лишь для внеосевых бинарных голограмм.

Оценим совместное воздействие дискретизации и квантования компенсатора с дифракционным фазовым микрорельефом на качество волнового фронта, пользуясь вышеопределенным, дополнительно усредненным по ансамблю шумов квантования критерием уклонения $\bar{\varepsilon}$. Компенсатор, синтезированный методами компьютерной оптики, имеет дискретную структуру, содержащую не более $N_1 \times N_2$ ячеек разрешения G_{jk}, $(j,k) \in J$ размера $\delta u \times \delta v$ каждая. Здесь J — множество номеров (j,k) ячеек разрешения, попадающих в область G. В каждой ячейке G_{jk} фазовая функция $\hat{\varphi}$ принимает постоянное значение $\hat{\varphi}_{jk}$, получаемое путем квантования по M уровням отсчета $\varphi(\vec{\xi}_{jk})$ функции φ в центре $\xi_{jk} = (\xi_i, \eta_k)$ ячейки G_{jk}. Причем значения $\hat{\varphi}_{jk}$ выбираются из конечного множества

$$\left\{\hat{\varphi} : \hat{\varphi} = j \cdot q; \quad j_0 = \overline{0, M-1}\right\}; \quad q = \frac{2\pi m}{M}. \tag{40}$$

Оценку уклонения $\bar{\varepsilon}$ (38) будем производить в предположении, что:

- размеры ячейки малы по сравнению с характерным интервалом изменения фазы;
- шаг квантования q мал по сравнению с $2\pi m$, так что можно применить статистическую модель квантования [33].

При этом для фиксированной ячейки G_{jk} можно разложить φ по степеням $(\mathbf{u} - \xi_{jk})$

$$\varphi(\mathbf{u}) \cong \varphi(\xi_{jk}) + (\mathbf{u} - \xi_{jk}) \nabla_u \varphi(\xi_{jk}), \tag{41}$$

$$\mathbf{u} \in G_{jk}, \quad \nabla_u = \left(\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v} \right), \quad \beta(\mathbf{u}) \cong \beta(\xi_{jk}), \quad (\mathbf{u} \in G_{jk}), \tag{42}$$

а величины шумов квантования

$$\Theta_{jk} = \hat{\varphi}_{jk} - \varphi(\xi_{jk}), \tag{43}$$

некоррелированы, имеют нулевое среднее и дисперсию

$$\left\langle \left| \Theta_{jk} \right|^2 \right\rangle = \frac{q^2}{12}, \tag{44}$$

где <…> — символ усреднения по ансамблю шумов квантования.

Производя вычисление интегралов по $\mathbf{u}$ и усреднение <…> в каждой ячейке G_{jk}, затем, переходя от полученных интегральных сумм к интегралам и подставляя результат в (38), получаем

$$< \overline{\varepsilon} > = \frac{\lambda}{\pi} \arcsin \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(\varepsilon_q^2 + \varepsilon_d^2 \right)^{1/2} \right], \tag{45}$$

где

$$\varepsilon_q^2 = \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \left(1 - sinc \frac{m}{M} \right); \tag{46}$$

$$\varepsilon_d^2 = \frac{\lambda^2}{2\pi^2} sinc \left(\frac{m}{M} \right) \times$$
$$\times \int_G \left[1 - \mathrm{sinc} \left(\delta u \cdot \frac{\varphi u(\mathbf{u})}{2\pi} \right) \cdot \mathrm{sinc} \left(\delta v \cdot \frac{\varphi v(\mathbf{u})}{2\pi} \right) \right] \beta(\mathbf{u}) \mathrm{d}^2 \mathbf{u}; \tag{47}$$

$$\left(\varphi_u = \frac{\partial \varphi}{\partial u}; \quad \varphi_v = \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right).$$

Величина ε_q обращается в ноль при $M \to \infty$ и представляет собой компоненту среднего уклонения $< \overline{\varepsilon} >$ из-за квантования фазы по уровням. Величина ε_d обращается в ноль при δu, $\delta v \to 0$ и представляет собой компоненту уклонения из-за дискретизации фазы в плоскости компенсатора.

В силу сделанных предположений о малости δu, δv и q, можно записать формулы (46) и (47) в более простом виде при $\delta u = \delta v = \delta$:

$$\left. \begin{aligned} &< \overline{\varepsilon} > = \left(\varepsilon_q^2 + \varepsilon_d^2\right)^{1/2} \\ &\varepsilon_q^2 = \frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2 \end{aligned} \right\}, \tag{48}$$

$$\varepsilon_d^2 = \frac{\delta^2}{12}\iint_G\left[\frac{1}{k}\nabla_u\varphi(\mathbf{u})\right]^2 \beta(\mathbf{u})\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{u} = \frac{\delta^2}{12}\iint|\chi(\mathbf{x})|^2\beta_0(\mathbf{x})\,\mathrm{d}^2\,\mathbf{x}, \tag{49}$$

где согласно (6), (3) и (5)

$$\chi(\mathbf{x}) = \frac{1}{k}\nabla_u\varphi(\mathbf{u}) = -\left\{\frac{\nabla_x f(\mathbf{x})}{\sqrt{1+\left(\nabla_x f(\mathbf{x})\right)^2}}\right\} + \nabla_u\psi_0(\mathbf{u}). \tag{50}$$

$$\beta_0(\mathbf{x}) = \beta(\mathbf{u})\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}}; \quad \nabla_u = \left(\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}\right), \tag{51}$$

$\dfrac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}}$ — якобиан преобразования (5), а вектор $\mathbf{u}$ находится по вектору $\mathbf{x}$ из уравнений (5).

Полезно учитывать, что при малой асферичности поверхности σ, когда ее главные центры кривизны лежат вблизи центра ближайшей сферы, и при постоянной интенсивности I_0 освещающего пучка, весовые функции β и β_0 аппроксимируются константами

$$\beta(\mathbf{u}) \cong \frac{1}{|G|}, \quad \beta(\mathbf{x}) \cong \frac{1}{|D|}, \tag{52}$$

где $|G|$ — площадь области G.

Если связать параметры волнового фронта с характеристиками компенсатора, полученные оценки позволяют вычислить точность $\overline{\varepsilon}$ формирования волнового фронта имеющимся компенсатором, а также выяснить заранее, до осуществления попытки реального физического изготовления компенсатора, можно ли его получить с заданной точностью $\overline{e} \le \varepsilon_{доп}$. Кроме того, оценки (45) — (49) позволяют осуществить выбор проектных параметров технологии компьютерной оптики (δ, M и др.) в пределах допустимой погрешности $\varepsilon_{доп}$ создания эталонного волнового фронта.

7. ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ С МАЛЫМ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

Для гладких волновых фронтов σ (1), удовлетворяющих условию параксиального приближения,

$$\frac{A}{R_1} \ll 1, \quad \frac{B}{R_2} \ll 1, \tag{53}$$

можно упростить уравнения для фазовой функции φ и точности ε путем разложения их в ряд Тейлора. Здесь $2A \times 2B$ — размеры прямоугольного сегмента D фронта σ по осям x, v соответственно; R_1, R_2 — главные радиусы кривизны в вершине D_0; введем также размеры $2a \times 2b$ светового отверстия G компенсатора K, связанные с A, B уравнениями вида (5). В данном пункте будет использована скалярная форма записи $(u, v) = \mathbf{u}$; $(x, v) = \mathbf{x}$ и обозначения f_x, f_y, f_{xy} и т.п. для производных от f.

Для упрощения записей направим оси x, v из вершины 0 по пересечению главных нормальных сечений σ с касательной плоскостью к σ в вершине D_0:

$$\begin{aligned} &f(0,0) = 0, \quad f_x(0,0) = 0, \\ &f_y(0,0) = 0, \quad f_{xy}(0,0) = 0. \end{aligned} \tag{54}$$

Если функция f имеет непрерывные производные по крайней мере до порядка n_0, то в силу (53) функции f и φ целесообразно разложить в ряды по степеням x, y и u, v соответственно.

$$f(x,y) = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{1}{n!} \sum_{v=0}^{n} c_n^v f_{v,n-v} x^v y^{n-v} + O\left((x+y)^{n_0+1} \right), \tag{55}$$

$$\varphi(u,v)=\sum_{n=0}^{n_0}\frac{1}{n!}\sum_{v=0}^{n}c_n^v f_{v,n-v}u^v v^{n-v}+O\left(\left(u+v\right)^{n_0+1}\right),\qquad(56)$$

где c^v_n — биномиальные коэффициенты; n_0 — порядок приближения; $O(\xi)$ — символ величины того же порядка малости, что и ξ. В силу условий (54) получаем

$$f_{00}=0;\quad f_{01}=f_{10}=0;\quad f_{11}=0.\qquad(57)$$

С учетом (57) главные радиусы кривизны в точке (x,y) = (0,0) равны

$$R_1=-\frac{1}{f_{20}};\quad R_2=-\frac{1}{f_{02}}.\qquad(58)$$

Если, кроме того, имеет место разложение функции ψ_0

$$\psi_0(u,v)=\sum_{n=0}^{n_0}\frac{1}{n!}\sum_{v=0}^{n}\psi_n^v f_{v,n-v}u^v v^{n-v}+O\left(\left(u+v\right)^{n_0+1}\right),\qquad(59)$$

то формулы (5), (6), (57) и (58) позволяют установить связь между коэффициентами:

$$\left.\begin{aligned}&\varphi_{00}=\varphi_0-k\left(\psi_{00}+l\right)\\&\varphi_{01}=-k\psi_{01};\quad\varphi_{10}=-k\psi_{10}\end{aligned}\right\},\qquad(60)$$

$$\left.\begin{aligned}&\varphi_{20}=k\left(\frac{1}{R_1-l}-\psi_{20}\right);\\&\varphi_{02}=k\left(\frac{1}{R_2-l}-\psi_{02}\right);\end{aligned}\right\}\qquad(61)$$

$$\begin{aligned}&\varphi_{11}=-k\psi_{11};\\&\varphi_{21}=k\left[\frac{f_{21}}{\left(1-l/R_1\right)^2\left(1-l/R_2\right)}-\psi_{21}\right];\qquad(62)\\&\varphi_{12}=k\left[\frac{f_{12}}{\left(1-l/R_1\right)\left(1-l/R_2\right)^2}-\psi_{12}\right];\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{30}&=k\left[\frac{f_{30}}{\left(1-l/R_1\right)^3}-\psi_{30}\right];\\ \varphi_{03}&=k\left[\frac{f_{03}}{\left(1-l/R_2\right)^3}-\psi_{03}\right]\end{aligned}\right\}. \tag{63}$$

Заметим, что решение уравнения (5) можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned}x&=\frac{u}{1-\dfrac{l}{R_1}}+O((u+v)^3),\\ y&=\frac{v}{1-\dfrac{l}{R_2}}+O((u+v)^3).\end{aligned}\right\} \tag{64}$$

Уклонение $\bar{\varepsilon}$ волнового фронта также может быть выражено через коэффициенты параксиальной фазовой функции (56). Например, формулы (46), (49) в приближении (52) принимают вид

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\frac{\delta^2}{48abk^2}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\left(\varphi_u^2+\varphi_v^2\right)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v\right\}^{1/2}, \tag{65}$$

а в параксиальном приближении (53) получаем (при $n_0=3$) оценку

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{\delta^2}{12k^2}\left[\varphi_{10}^2+\varphi_{01}^2+\frac{a^2}{3}\left(\varphi_{20}^2+\varphi_{11}^2\right)+\frac{b^2}{3}\left(\varphi_{02}^2+\varphi_{11}^2\right)\right]\right\}^{1/2}, \tag{66}$$

где коэффициенты φ_{01}, φ_0, φ_{10}, φ_{20}, φ_{02}, φ_{11} определяется по формулам (60) — (61).

Заметим, что при используемом порядке аппроксимации ($n_0=3$) можно в формулах (65) и (66) заменить (см. рис. 5 и уравнения (5) и (64))

$$a\cong A\left(1-\frac{l}{R_1}\right);\quad b\cong B\left(1-\frac{l}{R_2}\right). \tag{67}$$

8. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОМПЕНСАТОРЫ

Осесимметричные компенсаторы, формирующие волновые фронты вращения, являются непосредственными аналогами компенсационных объективов и рассмотрены в [16, 18]. В данном разделе соответствующие формулы выводятся как частный случай изложенной выше общей теории. При этом для радиально-симметричных функций от $r=|\mathbf{u}|=\sqrt{u^2+v^2}$ и $\rho=|\mathbf{x}|=\sqrt{x^2+y^2}$ будем применять те же символы, что и для соответствующих функций от $\mathbf{u}, \mathbf{x}$.

Пусть волновой фронт σ является поверхностью вращения диаметра D с уравнением

$$z=f(\rho), \quad 0\le\rho\le D/2, \tag{68}$$

а освещающий пучок имеет радиально-симметричную интенсивность $I_0(r)$ и эйконал $\psi_0(r)$. Переходя в уравнениях (5) и (6) к полярным координатам

$$x=\rho\cos\alpha, \quad y=\rho\sin\alpha, \tag{69}$$

$$u=r\cos\beta, \quad v=r\sin\beta, \tag{70}$$

нетрудно получить [16, 18] соотношения

$$\alpha=\beta, \tag{71}$$

$$r=\rho+\left[\,l+f(\rho)\cdot f'(\rho)\,\right], \tag{72}$$

$$\varphi(r)=\varphi_0-k\left[\left[l+f(\rho)\right]\times\sqrt{1+\left[\,f'(\rho)\right]^2}+\psi_0(r)\right], \tag{73}$$

где

$$f'(\rho)=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\rho}.$$

Таким образом, для нахождения фазовой функции в точке r достаточно решить относительно ρ одно нелинейное уравнение (72) и подставить результат в (73). Заметим, что диаметр компенсатора d и диаметр волнового фронта D согласно уравнению (72) связаны с l:

$$l = -f\left(\frac{D}{2}\right) - \frac{D-d}{2f'\left(\frac{d}{2}\right)} \quad . \tag{74}$$

В параксиальном приближении, когда

$$\frac{D}{R} << 1 \tag{75}$$

и соответственно

$$\frac{d}{R-l} << 1 , \tag{76}$$

можно представить f и ψ_0 коэффициентами разложений в ряд Тейлора:

$$f(\rho) = -\frac{1}{2R}\rho^2 + \frac{1}{4!}f_4\rho^4 + \frac{1}{6!}f_6\rho^6 + O(\rho^8) , \tag{77}$$

$$\psi_0(r) = \psi_0 + \frac{1}{2R}\psi_2 r^2 + \frac{1}{4!}\psi_4 r^4 + \frac{1}{6!}\psi_6 r^6 + O(r^8) , \tag{78}$$

где R — радиус кривизны в вершине волнового фронта σ. При этом решение уравнения (72) представляется в виде

$$\rho = \rho(r) = \frac{1}{1-\frac{l}{R}}r + \frac{1}{3!}\rho_3 r^3 + \frac{1}{5!}\rho_5 r^5 + O(r^7) , \tag{79}$$

где

$$\rho_3 = -\frac{3}{R^2\left(1-\frac{l}{R}\right)^4}\left(1 + \frac{1}{3}R^2 l f_4\right) , \tag{80}$$

$$\rho_5 = \frac{90}{R^4\left(1-\frac{l}{R}\right)^7}\left(1 + \frac{1}{3}R^2 l f_4\right) + \frac{90}{\left(1-\frac{l}{R}\right)^6}\left(\frac{15 f_4}{R} - l f_6\right) . \tag{81}$$

Согласно (73) — (81) разложение фазовой функции

$$\varphi(r) = \varphi_0 + \frac{1}{2}\varphi_2 r^2 + \frac{1}{4!}\varphi_4 r^4 + \frac{1}{6!}\varphi_6 r^6 + O(r^8) , \tag{82}$$

имеет коэффициенты

$$
\left.
\begin{aligned}
\varphi_2 &= k\left[-\psi_2 + \frac{1}{R-l}\right];\\
\varphi_4 &= k\left[-\psi_4 - \frac{3\left(2-\frac{l}{R}\right)}{R^3\left(1-\frac{l}{R}\right)^4} - \frac{f_4}{\left(1-\frac{l}{R}\right)^4}\right];\\
\varphi_6 &= k\left[-\psi_6 + \frac{45}{R\left(1-\frac{l}{R}\right)^3} - \frac{90\left(2-\frac{l}{R}\right)}{R^5\left(1-\frac{l}{R}\right)^7} + \right.\\
&\left. + \frac{15\left(5-\frac{l}{R}\right)}{R^2\left(1-\frac{l}{R}\right)^7} f_4 + \frac{10R\left(2-\frac{l}{R}\right)}{\left(1-\frac{l}{R}\right)^7} f_4^2 - \frac{f_6}{\left(1-\frac{l}{R}\right)^6}\right].
\end{aligned}
\right\} \quad (83)
$$

Точность $\bar{\varepsilon}$ создания волнового фронта вращения оценивается по формулам (49) и (82) и выражается через коэффициенты (83). Например, в приближении (52) получаем удобную расчетную формулу

$$
\bar{\varepsilon} = \left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2 + \frac{\delta^2 d^2}{96k^2}\left(\varphi_2^2 + \frac{d^2}{18}\varphi_2\varphi_4 + \frac{d^4}{9\cdot 2^7}\varphi_4^2 + \frac{d^4}{15\cdot 2^7}\varphi_2\varphi_6\right)\right\}^{1/2}. \quad (84)
$$

Пример 1. Рассмотрим компенсатор, формирующий асферический волновой фронт вращения второго порядка, задаваемый уравнением

$$
\rho^2 = -2Rf - (1-e^2)f^2, \quad (85)
$$

где e — эксцентриситет. Освещающий пучок E создается точечным источником, расположенным в точке с координатой ($-S_0$) на оптической оси. Здесь

$$
f_4 = -\frac{3(1-e^2)}{R^3}, \quad f_6 = -\frac{45(1-e^2)^2}{R^5}, \quad (86)
$$

$$
\psi_0 = 0; \quad \psi_2 = \frac{1}{S_0}; \quad \psi_4 = \frac{3}{S_0^3}; \quad \psi_6 = \frac{45}{S_0^5}. \quad (87)
$$

и по формулам (82) — (84) можно подсчитать фазовую функцию φ и уклонение $\bar{\varepsilon}$ волнового фронта. Представляют интерес два случая: компенсатор "сфера — поверхность второго порядка" с источником с $S_0 = R - l$ и компенсатор "плоскость — поверхность второго порядка" с $S_0 = \infty$. Таблицы 1, 2 и 3 показывают зависимость $\bar{\varepsilon}$ от M и $N = d/\delta$ для случаев компенсаторов — "сфера — параболоид" (гиперболоид, эллипсоид), соответственно, для λ = 0,63 мкм; D = 0,2 м; R = 1 м.

Графики и изолинии уклонения $\bar{\varepsilon}$ показаны на рисунках 7 и 8 для $S_0 = R - l$ и на рисунках 9 и 10 для плоского освещающего пучка с $S_0 = \infty$. На рисунках 8 и 10 штриховкой отмечены области, где требуемая точность не достигается.

***Таблица 1** Значения $\bar{\varepsilon}$ для случая компенсатора "сфера — параболоид" (е = 1)*

M \ N	256	512	1024	2048	4096
4	$\frac{\lambda}{8,5}$	$\frac{\lambda}{11,6}$	$\frac{\lambda}{8,5}$	$\frac{\lambda}{13,7}$	$\frac{\lambda}{14}$
8	$\frac{\lambda}{10}$	$\frac{\lambda}{17}$	$\frac{\lambda}{23}$	$\frac{\lambda}{26}$	$\frac{\lambda}{28}$
256	$\frac{\lambda}{11}$	$\frac{\lambda}{21}$	$\frac{\lambda}{43}$	$\frac{\lambda}{86}$	$\frac{\lambda}{173}$

***Таблица 2** Значения $\bar{\varepsilon}$ для случая компенсатора "сфера — гиперболоид" (е = 1,3)*

M \ N	256	512	1024	2048	4096
4	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{9,5}$	$\frac{\lambda}{12}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{14}$
8	$\frac{\lambda}{6,2}$	$\frac{\lambda}{12}$	$\frac{\lambda}{19}$	$\frac{\lambda}{25}$	$\frac{\lambda}{30}$
256	$\frac{\lambda}{6,4}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{26}$	$\frac{\lambda}{51}$	$\frac{\lambda}{102}$

Таблица 3

Значения $\overline{\varepsilon}$ для случая компенсатора "сфера — эллипсоид" (е = 0,7)

M \ N	256	512	1024	2048	4096
4	$\frac{\lambda}{11}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{13{,}7}$	$\frac{\lambda}{14}$	$\frac{\lambda}{14}$
8	$\frac{\lambda}{17}$	$\frac{\lambda}{23}$	$\frac{\lambda}{26}$	$\frac{\lambda}{27}$	$\frac{\lambda}{28}$
256	$\frac{\lambda}{22}$	$\frac{\lambda}{44}$	$\frac{\lambda}{91}$	$\frac{\lambda}{182}$	$\frac{\lambda}{364}$

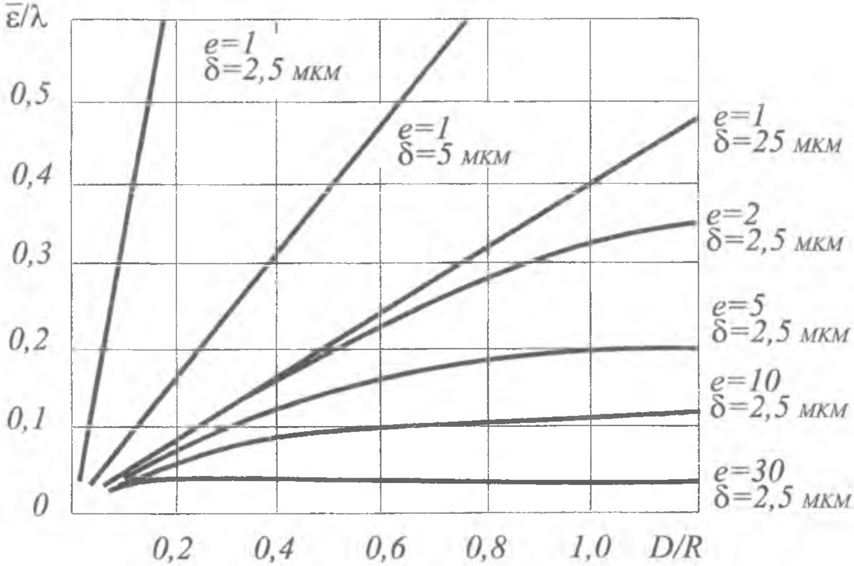

***Рис. 7.** Погрешность дискретизации компенсатора "сфера — поверхность вращения второго порядка"*

(D = 0,2 м; λ = 0,6328 мкм; δ = 25 мкм; M = 256)

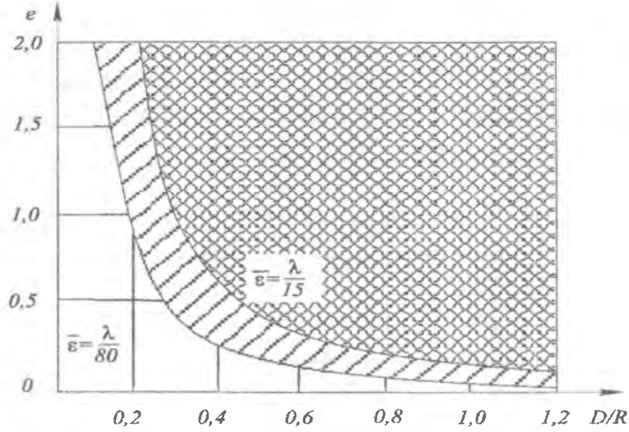

Рис. 8. *Область значений параметров e и D/R волновых фронтов второго порядка, формируемых из сферического фронта*

(D = 0,2 м; λ = 0,6238 мкм; M = 256)

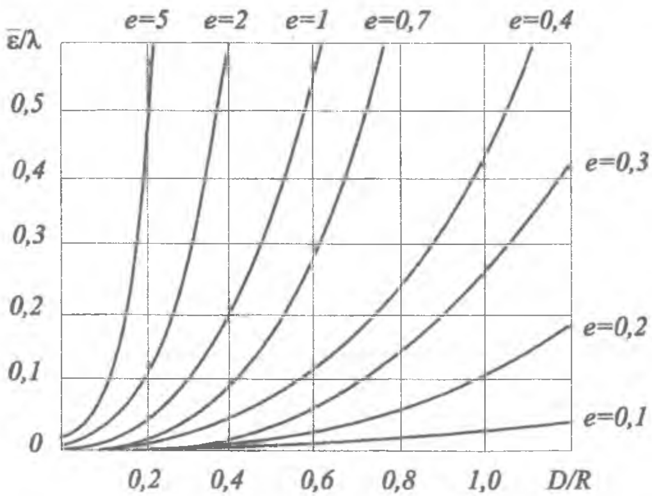

Рис. 9. *Погрешность дискретизации компенсатора "плоскость — поверхность вращения второго порядка"*

(D = 0,2 м; λ = 0,6328 мкм, M = 256)

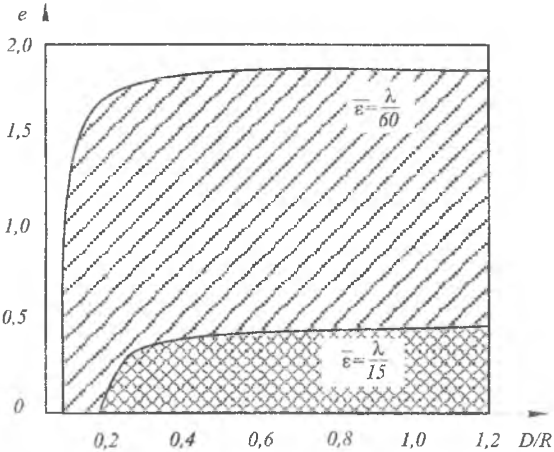

Рис. 10. Изолинии уклонения для волновых фронтов второго порядка, формируемых из плоского фронта

(D = 0,2 м; λ = 0,6328 мкм; δ = 25 мкм; M = 256)

9. ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Уравнение поверхностей вращения *n*-го порядка, используемых в оптике, имеет вид

$$\rho^2 = -\sum_{p=1}^{n} a_p f^p . \qquad (88)$$

Поскольку дифференцированием (88) нетрудно выразить производные $f\,'$ и $f\,''$ как функции от f, то (72) превращается в уравнение связи $r = r(f)$, (73) дает фазовую функцию φ в зависимости от f. Таким образом, решая уравнение $r = r(f)$ относительно f, по заданному r можно определить $\varphi = \varphi(r(f))$.

Пример 2. В качестве примера неалгебраической поверхности вращения высших порядков рассмотрим поверхность зеркала, периферийные кольцевые зоны которого являются частями параболоидов вращения с различным фокусом. В [18] показано, что форма $z = f(\rho)$ такого зеркала, фокусирующего плоский осевой пучок света в тонкий осевой цилиндр длины $\aleph$, определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{\rho}{\aleph\left(\frac{\rho}{D/2}\right)^2 + f(\rho) + F_0} = \frac{-2f'(\rho)}{1-[f'(\rho)]^2}, \tag{89}$$

где $\mathcal{F}_0$ — параксиальный фокус, D — диаметр зеркала. Очевидно, что при выполнении условия $D/\mathcal{F}_0 << 1$ решение уравнения (89) хорошо аппроксимировать несколькими членами разложения (77), в котором

$$f_4 = \frac{1}{2\mathbf{F}_0 D^2}\cdot\frac{\aleph}{\mathbf{F}_0};\quad f_6 = -\frac{1}{24\mathbf{F}_0^3 D^2}\cdot\frac{\aleph}{\mathbf{F}_0} - \frac{4}{3\mathbf{F}_0 D^4}\cdot\left(\frac{\aleph}{\mathbf{F}_0}\right)^2. \tag{90}$$

Таблица 4

Значения $\bar{\varepsilon}$ для различных δ и M

M \ N	512	1024	2048	4096	88192
4	$\frac{\lambda}{3}$	$\frac{\lambda}{5,7}$	$\frac{\lambda}{9}$	$\frac{\lambda}{12}$	$\frac{\lambda}{13}$
8	$\frac{\lambda}{3,1}$	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{11}$	$\frac{\lambda}{18}$	$\frac{\lambda}{22}$
256	$\frac{\lambda}{3,1}$	$\frac{\lambda}{6,1}$	$\frac{\lambda}{12}$	$\frac{\lambda}{25}$	$\frac{\lambda}{33}$

Фазовая функция φ и уклонение $\bar{\varepsilon}$ могут оцениваться по формулам (82) — (84). В табл. 4 приведены значения $\bar{\varepsilon}$ для различных δ и M (при d = 25,6 мм, $\aleph$ = 5 мм, D = 130 мм, $\mathcal{F}_0$ = 500 мм, λ = 0,6328 мкм и сферическом освещающем пучке с $S_0 = R - l$).

10. ФОРМИРОВАНИЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

Приведенные в разделах 3 —4 общие соотношения позволяют рассчитать фазовую функцию φ компенсатора и уклонение $\bar{\varepsilon}$ для волновых фронтов, не являющихся поверхностями вращения.

Пример 3. В качестве простого примера поверхности волнового фронта, не имеющей вращательной симметрии, приведем эллиптический параболоид:

$$f(x,y) = -\left(\frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2}\right). \tag{91}$$

Для него связь координат **x** и **u** дается уравнениями

$$\left.\begin{aligned} u &= x\frac{R_1 - l}{R_1} + \frac{x}{R_1}\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right),\\ v &= y\frac{R_2 - l}{R_2} + \frac{y}{R_2}\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{92}$$

При сферическом освещающем пучке c

$$\psi_0(u,v) = \sqrt{S_0^2 + u^2 + v^2 - S_0}\ , \tag{93}$$

фазовая функция определяется по формуле

$$\begin{aligned} &\varphi(u,v,0) = \varphi_0 - \\ &-k\left[\left(l - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_1}\right)\sqrt{1 + \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2}} + \sqrt{S_0^2 + u^2 + v^2}\right], \end{aligned} \tag{94}$$

где x, y — решение системы алгебраических уравнений (92), S_0 — координата точечного источника на оси z. Для плоского освещающего пучка следует положить $\psi_0 = 0$.

Рассмотрим оценку точности $\bar{\varepsilon}$ формирования из плоской волны асферического волнового фронта, представляющего сегмент эллиптического параболоида (91) с областью

$$D = \left\{(x,y) : \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} \le 1\right\}. \tag{95}$$

Размеры A, B согласованы с (91), т.е.

$$\frac{A}{R_1}=\frac{B}{R_2}, \tag{96}$$

и соответственно $\bar{\varepsilon}$ зависит лишь от A/R_1. Согласно (50), (91) и (96) при $\varphi_0 = 0$ получаем

$$\chi(x,y)=\left(\frac{x}{R_1},\frac{y}{R_2}\right)\Big/\sqrt{1+\frac{x^2}{R_1^2}+\frac{y^2}{R_2^2}}, \tag{97}$$

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\frac{\delta^2}{12}\left[1-\frac{R_1^2}{A^2}\ln\left(1+\frac{A^2}{R_1^2}\right)\right]\right\}^{1/2}. \tag{98}$$

Значения $\bar{\varepsilon}$ в соответствии с (98) приведены в табл. 5.

Таблица 5. *Значения* $\bar{\varepsilon}$ *($2A = 0{,}2$; $R_1 = 2R_2 = 1$ м; $M = 256$; $m = 1$)*

$\lambda \setminus \delta$	50 мкм	25 мкм	12 мкм	5 мкм	2,5 мкм	1 мкм
0,6328 мкм	–	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{\lambda}{3}$	$\frac{\lambda}{6}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{31}$
10,6 мкм	$\frac{\lambda}{10}$	$\frac{\lambda}{21}$	$\frac{\lambda}{42}$	$\frac{\lambda}{100}$	$\frac{\lambda}{200}$	–

Сравнивая строки таблицы 5, видим, что для изготовления хорошего компенсатора данного типа в видимом участке спектра, требуются устройства с разрешением 2,5 мкм и выше, в то время как в инфракрасной области уже при разрешении 25 мкм достигается приемлемое качество волнового фронта.

11. ФОРМИРОВАНИЕ ВНЕОСЕВЫХ СЕГМЕНТОВ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ ВРАЩЕНИЯ

Контроль качества внеосевых сегментов параболических и других зеркал требует создания соответствующих эталонных волновых фронтов. Методы компьютерной оптики являются, по-видимому, единственным способом изготовления компенсаторов, формирующих необходимый сегмент без ненужной остальной части поверхности вращения [21 — 23].

Пусть асферическая поверхность вращения σ_1, задается уравнением

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{F}(\rho_1), \quad \rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}\,, \tag{99}$$

в декартовой системе координат $x_1 y_1 \mathcal{H}_1$ (или $\rho_1 \mathcal{H}_1$) с центром $D_1 \in \sigma_1$, лежащим на оси вращения $D_1 \mathcal{H}_1$ (см. рис. 11), где $\mathcal{F}(\rho_1)$ — гладкая (непрерывно дифференцируемая) функция с $\mathcal{F}(0) = 0$ и постоянным знаком второй производной.

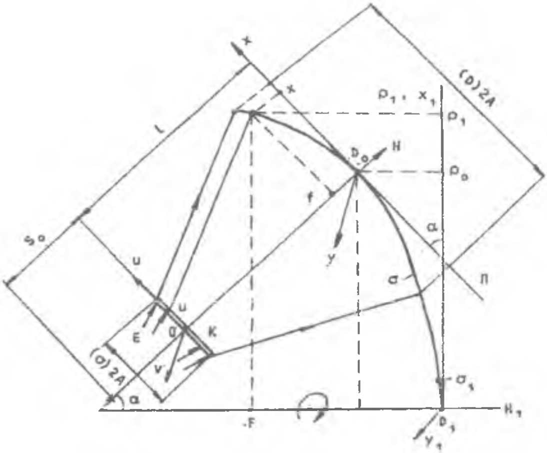

***Рис. 11.** Геометрия формирования эталона внеосевого сегмента асферической поверхности.*

Внеосевой сегмент σ поверхности σ_1 характеризуется своими размерами $2A \times 2B$ и центром D_0 с координатами ρ_0, $\mathcal{F}(\rho_0)$ в системе $\rho_1 \mathcal{H}_1$. Направим новую индивидуальную оптическую ось $D_0 \mathcal{H}$ сегмента σ по нормали к σ_1 в точке D_0. Тогда σ характеризуется углом наклона $\alpha \in [0, \pi/2]$, представляющим угол нормали в точке D_0 с осью вращения $D_1 \mathcal{H}_1$, и связанным с ρ_0 соотношением (см. рис. 11).

$$\operatorname{tg}\alpha = -\mathbf{F}'(\rho_0), \quad \text{где}\ \mathbf{F}' = \frac{d\mathbf{F}}{d\rho_1}. \tag{100}$$

Рассматривая сегмент σ как самостоятельный волновой фронт независимый от σ_1, введем новую систему декартовых координат x, y, $\mathbf{H}$ с центром D_0, ось $\mathbf{H}$ которой направлена по оптической оси $D_0\mathbf{H}$ сегмента σ; оси x, y расположены в плоскости Π, касательной к σ в точке D_0, причем ось y параллельна оси y_1. Функция

$$\mathbf{H} = f(x, y), \quad (x, y) \in D, \tag{101}$$

в силу (99) и согласно построению осей координат, является гладкой и удовлетворяет условиям

$$f(0,0) = 0; \quad f_x(0,0) = f_y(0,0) = f_{xy}(0,0) = 0 \tag{102}$$

и определяется неявно уравнением

$$\begin{gathered} f\cos\alpha - x\sin\alpha - \mathbf{F}(\rho_0) = \\ = \mathbf{F}\sqrt{(f\sin\alpha + x\cos\alpha + \rho_0)^2 + y^2}, \quad (x, y) \in D \end{gathered} \tag{103}$$

где

$$D = \{(x, y):\ |x| \le A,\ \ |y| \le B\}, \tag{104}$$

f_x, f_y, f_{xy} — производные от f. Дифференцируя (103), получаем

$$f_x(x, y) = \frac{\rho_1 \sin\alpha + \mathbf{F}'(\rho_1) x_1 \cos\alpha}{\rho_1 \cos\alpha - \mathbf{F}'(\rho_1) x_1 \sin\alpha}, \tag{105}$$

$$f_y(x, y) = \frac{y\mathbf{F}'(\rho_1)}{\rho_1 \cos\alpha - \mathbf{F}'(\rho_1) x_1 \sin\alpha}, \tag{106}$$

где

$$x_1 = f\sin\alpha + x\cos\alpha + \rho_0; \quad \rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}; \quad y_1 = y. \tag{107}$$

Поместим плоский фазовый компенсатор K перпендикулярно оптической оси D_0H на расстоянии l от плоскости Π (см. рис. 11; $l > 0$, если точка D_0 лежит за K по ходу лучей). Введем на плоскости K декартову систему координат u, v, оси которой параллельны x, y. Световое отверстие компенсатора выполним в виде прямоугольника:

$$G = \{(u,v): \quad |u| \le a; \quad |v| \le b\}. \tag{108}$$

Теперь общие формулы (5) и (6) расчета компенсатора применяются с учетом того, что в случае внеосевого сегмента поверхности (99), f определяется путем решения (103), f_x, f_y — (105) и (106). При условии (53) параксиального приближения и гладкой функции

$$\mathbf{F}(\rho_1) = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{1}{n!} \mathbf{F}_n (\rho_1 - \rho_0)^n + O\left((\rho_1 - \rho_0)^{n_0+1}\right), \tag{109}$$

коэффициенты разложения (55) определяются по формулам (57) и

$$f_{20} = \mathbf{F}_2 \cos^3\alpha, \quad f_{02} = -\frac{1}{\rho_0} \operatorname{tg}\alpha, \tag{110}$$

$$\left.\begin{aligned} & f_{30} = (\mathbf{F}_3 + 3\mathbf{F}_2^2 \cos\alpha \cdot \sin\alpha)\cos^4\alpha, \\ & f_{21} = 0; \quad f_{12} = \left(\frac{1}{\rho_0}\mathbf{F}_2 \cos^3\alpha + \frac{1}{\rho_0^2}\sin\alpha\right)\cos\alpha, \\ & f_{03} = 0; \end{aligned}\right\} \tag{111}$$

$$\left.\begin{aligned} & f_{40} = \left(\mathbf{F}_4 - 10\mathbf{F}_3\mathbf{F}_2 \cos\alpha\sin\alpha + 15\mathbf{F}_2^3 \cos^2\alpha \sin^2\alpha\right)\cos^5\alpha, \\ & f_{13} = 0; \quad f_{31} = 0; \\ & f_{22} = -\Bigg[\mathbf{F}_3 \cos^3\alpha + \frac{1}{\rho_0}\mathbf{F}_2 \cos\alpha\left(3\sin^2\alpha - 2\right) + \\ & \qquad + 3\mathbf{F}_2^2 \cos^4\alpha\sin\alpha - \frac{2}{\rho_0^2}\sin\alpha\Bigg] \cdot \frac{1}{\rho_0}\cos^2\alpha, \\ & f_{04} = 3\left[\mathbf{F}_2 \cos^5\alpha + \frac{1}{\rho_0}\sin\alpha\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)\right] \cdot \frac{1}{\rho_0^2}. \end{aligned}\right\} \tag{112}$$

В соответствии с (100) и (58) имеем

Для задач фокусировки параллельных пучков света, а также в Фурье-каскадах оптической обработки информации [34] особый интерес представляют внеосевые сегменты параболоида вращения

$$\mathbf{F}(\rho_1) = -\frac{\rho_1^2}{2R}. \tag{114}$$

Для него

$$\begin{cases} \mathbf{F}_0 = -\dfrac{\rho_0^2}{2R}; \quad \mathbf{F}_1 = -\dfrac{\rho_0}{R}, \\ \mathbf{F}_2 = -\dfrac{1}{R}; \quad \mathbf{F}_m = 0; \quad m \geq 3, \end{cases}, \tag{115}$$

где R — радиус кривизны поверхности σ_1 в вершине D_1 на оси вращения. Согласно (113)

$$R_1 = \frac{R}{\cos^3\alpha}; \quad R_2 = \frac{R}{\cos\alpha}. \tag{116}$$

Уравнение (103) разрешается аналитически относительно f и

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{R^2 + 2Rx\sin\alpha\cos^2\alpha - y^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}}{\sin^2\alpha\cos\alpha} - \\ -\frac{x\sin\alpha\cos^2\alpha + R}{\sin^2\alpha\cos\alpha}, \tag{117}$$

а центр сегмента имеет координаты

$$\rho_0 = R\,\mathrm{tg}\,\alpha, \quad \mathbf{F}(\rho_0) = -\frac{R}{2}\mathrm{tg}^2\,\alpha. \tag{118}$$

Фазовая функция может определяться согласно (5) и (6). Далее по формулам (110) — (112) и (115) получаем

$$f_{20} = -\frac{\cos^3\alpha}{R}; \quad f_{02} = -\frac{\cos\alpha}{R}; \tag{119}$$

$$f_{30} = \frac{3\sin\alpha\cos^5\alpha}{R^2}; \quad f_{21} = 0; \quad f_{12} = \frac{\sin\alpha\cos^3\alpha}{R^2}; \quad f_{03} = 0; \tag{120}$$

$$f_{40} = -\frac{15\sin^2\alpha\cos^7\alpha}{R^3}; \quad f_{31} = f_{13} = 0; \quad f_{22} = \frac{3\sin^2\alpha\cos^5\alpha}{R^3}; \\ f_{04} = \frac{3\sin^2\alpha\cos^3\alpha}{R^3}. \tag{121}$$

Выберем сферический освещающий пучок Е с центром ($-S_0$) на оптической оси сегмента, для которого в параксиальном приближении

$$\psi_{00}=0; \quad \psi_{10}=\psi_{01}=0; \quad \psi_{20}=\psi_{02}=\frac{1}{S_0}; \qquad (122)$$
$$\psi_{30}=\psi_{03}=\psi_{12}=\psi_{21}=0.$$

Подставляя (119) — (122) и (116) в формулы (60) — (63), получаем для коэффициентов фазовой функции

$$\varphi_{01}=\varphi_{10}=0; \quad \varphi_{11}=0;$$
$$\varphi_{20}=k\left(-\frac{1}{S_0}+\frac{1}{R_1-l}\right); \quad \varphi_{02}=k\left(-\frac{1}{S_0}+\frac{1}{R_2-l}\right); \qquad (123)$$

$$\varphi_{21}=0; \quad \varphi_{30}=k\frac{3R_1\sin\alpha}{(R_1-l)^3\cos\alpha};$$
$$\varphi_{12}=k\frac{R_2\sin\alpha}{(R_1-l)(R_2-l)^2\cos\alpha}; \quad \varphi_{03}=0. \qquad (124)$$

Согласно (66) и (123) среднее уклонение в параксиальном приближении с $n_0 = 3$ оценивается по формуле

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\frac{\delta^2}{36}\left[\left(\frac{1}{R_1-l}-\frac{1}{S_0}\right)^2a^2+\left(\frac{1}{R_2-l}-\frac{1}{S_0}\right)^2b^2\right]\right\}^{1/2}, \qquad (125)$$

где a, b определяются из (67).

Пример 4. Рассмотрим компенсатор, преобразующий плоскую волну $\left((1/S_0)=0\right)$ во внеосевой сегмент квадратного сечения ($B = A$). Зафиксируем размер a компенсатора. Согласно (67) имеем

$$b=\frac{A}{\cos^2\alpha}\left(\frac{a}{A}-\sin^2\alpha\right); \quad l=R_1\left(1-\frac{a}{A}\right). \qquad (126)$$

Из (125) и (126) получаем расчетную формулу

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\delta^2}{12}\right)\cdot\left(\frac{4A}{R_1}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cos^4\alpha}\right)\right\}^{1/2}. \qquad (127)$$

$$\bar{\varepsilon}=\left\{\frac{1}{12}\left(\frac{m\lambda}{M}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\delta^2}{12}\right)\cdot\left(\frac{4A}{R_1}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2\cos^4\alpha}\right)\right\}^{1/2}. \quad (127)$$

Выражение (127) позволяет проанализировать зависимость $\bar{\varepsilon}$ от длины волны λ, угла наклона сегмента α и относительного отверстия сегмента $4A/R_1$ при фокусировке. Кроме того, (127) дает зависимость $\bar{\varepsilon}$ от числа ступенек микрорельефа M и разрешения в плоскости компенсатора δ (см. таблицы 6 и 7, рис. 12).

Таблица 6. *Значения* $\bar{\varepsilon}$ *(α = 30°; $4A/R_1$ = 0,2; λ = 0,63 мкм)*

M \ δ, мкм	0,2	0,5	1	2,5	5	10	25	50	100
4	$\frac{\lambda}{14}$	$\frac{\lambda}{14}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{11}$	$\frac{\lambda}{8}$	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$1,1\lambda$	$2,2\lambda$
8	$\frac{\lambda}{28}$	$\frac{\lambda}{27}$	$\frac{\lambda}{24}$	$\frac{\lambda}{15}$	$\frac{\lambda}{9}$	$\frac{\lambda}{4,4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$1,1\lambda$	$2,2\lambda$
16	$\frac{\lambda}{54}$	$\frac{\lambda}{47}$	$\frac{\lambda}{35}$	$\frac{\lambda}{17}$	$\frac{\lambda}{9}$	$\frac{\lambda}{4,5}$	$\frac{\lambda}{2}$	$1,1\lambda$	$2,2\lambda$
∞	$\frac{\lambda}{227}$	$\frac{\lambda}{91}$	$\frac{\lambda}{45}$	$\frac{\lambda}{18}$	$\frac{\lambda}{9}$	$\frac{\lambda}{4,5}$	$\frac{\lambda}{2}$	$1,1\lambda$	$2,2\lambda$

Таблица 7. *Значения* $\bar{\varepsilon}$ *($4A/R_1$ = 0,2; λ = 0,63 мкм; δ = 2,5 мкм; M = 8)*

α, град	0	10	20	30	40	50	60	70
$\bar{\varepsilon}$	$\frac{\lambda}{17}$	$\frac{\lambda}{16,7}$	$\frac{\lambda}{16}$	$\frac{\lambda}{15}$	$\frac{\lambda}{13}$	$\frac{\lambda}{11}$	$\frac{\lambda}{7}$	$\frac{\lambda}{3}$

Из табл. 6 видно, что для формирования сегмента с α = 30°, $4A/R_1$ = 0,2 при λ = 0,63 мкм с точностью $\sim\lambda/15$ нужно обеспечить разрешение фотошаблона δ ~2,5 мкм при M = 8. При больших δ величина $\bar{\varepsilon}$ практически не зависит от M, в то время как для получения высококачественных сегментов с $\bar{\varepsilon} \sim \lambda/20 - \lambda/40$, выбор M уже существенен (см. табл. 6). Из табл. 7 и рис. 12 видно, что добиться высокой точности формирования сегмента все сложнее с увеличением α.

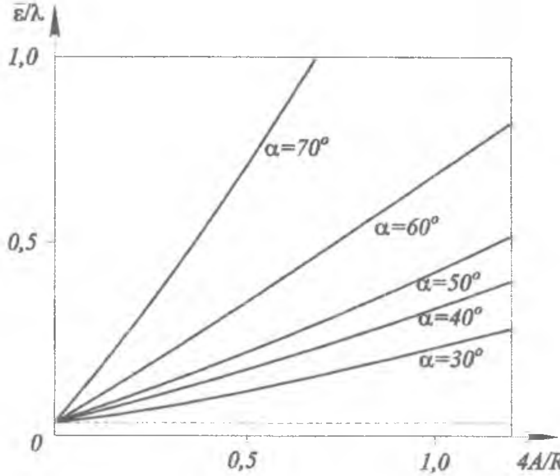

Рис. 12. Графики среднего уклонения внеосевого сегмента параболического волнового фронта (λ = 0,63 мкм; δ = 2,5мкм; M = 8)

12. ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ С ЗАДАННЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ИНТЕНСИВНОСТИ

Широкий круг проблем оптического неразрушающего контроля, нелинейной оптики, оптической обработки информации подводит к постановке задачи формирования волнового фронта сложной формы с переменным по его поверхности распределением интенсивности. Достаточно упомянуть проблему создания световых реперных знаков или координатной сетки на криволинейных зеркальных или прозрачных поверхностях типа изогнутых лобовых стекол, роговицы исследуемого офтальмологами глаза и др. Другая важная проблема — формирование волны накачки при обращении волнового фронта, основанное на нелинейных эффектах вынужденного рассеяния либо на 3-4-волновом взаимодействии волн. Интересна также задача создания фазового оптического пространственного фильтра, согласованного с неплоским объектом в распознавании образов.

Рассмотренные выше компенсаторы позволяют создавать заданные волновые фронты. При расчете компенсаторов распределение интенсивности на волновом фронте не играет роль свободного параметра и не контролируется. Расчет ДОЭ для формирования заданных и амплитуды и фазы поля может быть проведен на основе методов кодирования, традиционно используемых в цифровой голографии [35]. Такие недостатки методов кодирования как высокая частота микрорельефа и низкая энергетическая эффективность могут быть частично компенсированы использованием более гибких итерационных методов. Платой за использование только одного ДОЭ для формирования как амплитуды, так и фазы поля является низкая энергетическая эффективность.

Целью данного раздела является расчет оптических систем с двумя «формирователями», являющимися ДОЭ с гладкими фазовыми функциями. Формирователи, во-первых, создают волновой фронт σ, заданный длиной волны λ, вершиной D_0, оптической осью OD_0 и функцией уклонения

$$H = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \tag{128}$$

от ближайшей плоскости П, проходящей через вершину D_0 перпендикулярно оптической оси, и, во-вторых, обеспечивают требуемое распределение интенсивности I_σ ($\mathbf{x}$), $\mathbf{x} \in D$ по поверхности σ (рис. 13). Здесь $\mathbf{x} = (x, y)$ — декартовы координаты проекции точки волнового фронта σ на плоскость П; $H < 0$, если точка волнового фронта лежит перед П при распространении пучка; область D точек x соответствует световому отверстию волнового фронта σ; функция f непрерывная и гладкая, f (0,0) = 0. Исходными данными задачи являются также распределение интенсивности I_E ($\mathbf{u}_1$) и эйконал ψ_E ($\mathbf{u}_1$) освещающего пучка во входной плоскости, расположенной на расстоянии (f_0+l) от вершины D_0 (рис. 13).

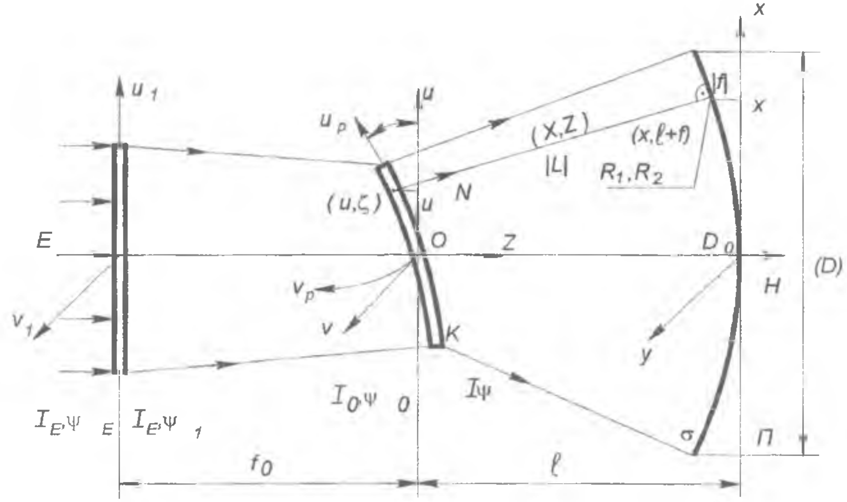

***Рис. 13.** Двухкаскадная оптическая система формирования волнового фронта с пространственно-модулированной интенсивностью*

Постановка задачи расчета формирователя по f, I_σ, I_F, ψ_E является полной, так как вполне определяет световое поле в объеме однородной среды, включающей волновой фронт σ. Так, для геометрооптического светового поля можно выписать эйконал и интенсивность в любой точке объема. Выберем трехмерную декартову систему координат с центром O на оптической оси на расстоянии Z от вершины D_0. Поскольку единичный вектор N луча, проходящего через точку $(\mathbf{x}, l+f(\mathbf{x})) \in \sigma$, определяется соотношением

$$N = \frac{(-\nabla_\perp f, 1)}{\left(1+|\nabla_\perp f|^2\right)^{1/2}}, \quad \nabla_\perp = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right),$$

то эйконал в произвольной точке $(\mathbf{X}, z) = [X, Y, z)$ равен

$$\Psi(\mathbf{X}, z) = -n_0 L(\mathbf{x}, z), \tag{129}$$

где

$$L(\mathbf{x},z)=\left[l+f(\mathbf{x})-z\right]\cdot\sqrt{l+\left|\nabla_{\perp}f(\mathbf{x})\right|^{2}}\,, \tag{130}$$

а двумерные векторы $\mathbf{x}$, $\mathbf{X}$ связаны уравнением

$$\mathbf{X}=\left[l+f(\mathbf{x})-z\right]\cdot\nabla_{\perp}f(\mathbf{x}). \tag{131}$$

Интенсивность в произвольной точке ($\mathbf{X}$, z) в геометрооптическом приближении легко определяется из уравнения сохранения светового потока вдоль соответствующей лучевой трубки:

$$I(\mathbf{X},z)=I_{\sigma}(\mathbf{x})\left|l-\frac{L(\mathbf{x},z)}{R_{l}(\mathbf{x})}\right|\cdot\left|l-\frac{L(\mathbf{x},z)}{R_{2}(\mathbf{x})}\right|,$$

где $R_1(\mathbf{x})$, $R_2(\mathbf{x})$ — главные радиусы кривизны поверхности σ (128) в ее точке ($\mathbf{x}$, l+f($\mathbf{x}$)), выбираемые положительными, если соответствующий центр кривизны лежит перед волновым фронтом σ по ходу световых лучей.

Фокусатор Ф двухкаскадной оптической системы для упрощения расчетов предполагаем выполненным на плоской поверхности, перпендикулярной оптической оси (рис. 13). Компенсатор K выполнен на криволинейной рабочей поверхности, задаваемой, например, параметрическими уравнениями

$$\mathbf{u}=u(\mathbf{u}_{p}),\quad \varsigma=\varsigma(\mathbf{u}_{p}),$$

где (u, ζ) — трехмерные декартовы координаты точки на рабочей поверхности компенсатора K, $\mathbf{u}_p$ = (u_p, v_p) — системы криволинейных координат на поверхности компенсатора. Расчет системы формирования проведем в 2 прохода. Начальный проход в направлении, обратном ходу лучей, позволяет заключить, что компенсатор K должен сформировать непосредственно за собой эйконал

$$\Psi\big|_{K}=\Psi\left(\mathbf{u}\left(\mathbf{u}_{p}\right),\varsigma\left(\mathbf{u}_{p}\right)\right),$$

где ψ определяется из (129) — (131). Кроме того, фокусатор Ф должен создать на компенсаторе K распределение интенсивности, определяемое уравнением

$$I\big|_{K}=I_{0}(\mathbf{u}_{p})=I(\mathbf{u}(\mathbf{u}_{p}),\varsigma(\mathbf{u}_{p})).$$

Знание I_0 ($\mathbf{u}_p$), I_E ($\mathbf{u}_1$) и ψ_E ($\mathbf{u}_1$) позволяет рассчитать эйконал $\psi_1(\mathbf{u}_1)$ непосредственно за плоскостью фокусатора по его градиенту

$$\nabla_\perp \psi_l(\mathbf{u}_l) = \frac{u(\mathbf{u}_p(\mathbf{u}_l)) - \mathbf{u}_l}{\left[f_0^2 + \left|\mathbf{u}\left(\mathbf{u}_p(\mathbf{u}_l)\right) - \mathbf{u}_l\right|^2\right]^{1/2}} n_0 \tag{132}$$

и гладкому лучевому отображению $\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p(\mathbf{u}_1)$ точек плоскости фокусатора Ф на точки поверхности компенсатора *К*. Фазовая функция фокусатора находится из уравнения

$$\varphi_l(\mathbf{u}_l) = k\left[\psi_l(\mathbf{u}_l) - \psi_E(\mathbf{u}_l)\right].$$

Последующий проход по оптической системе рис. 13 в прямом направлении дает возможность определить эйконал ψ_0 непосредственно перед поверхностью компенсатора *К* в виде

$$\psi_0(\mathbf{u}_p) = \psi_l(\mathbf{u}_l) + \left[f_0^2 + \left|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}\right|^2\right]^{1/2} n_0,$$

и выписать фазовую функцию компенсатора

$$\varphi(\mathbf{u}_p) = k\left[\Psi(\mathbf{u}(\mathbf{u}_p), \varsigma(\mathbf{u}_p)) - \psi_0(\mathbf{u}_p)\right],$$

где $\mathbf{u}_1$ — точка на фокусаторе Ф, соответствующая точке на компенсаторе при определенном отображении $\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p(\mathbf{u}_1)$. Выписанные функции φ_1, φ определяют оба ДОЭ системы рис. 13 при известных параметрах f_0, l.

При радиально-симметричных функциях f (ρ), I_σ(ρ), (ρ = |$\mathbf{x}$|), $\psi_E(r_1)$, $I_E(r_1)$, ($r_1 = |\mathbf{u}_1|$) для плоской поверхности компенсатора удается существенно продвинуться в геометрооптических расчетах формирователя (рис. 14). Используя кольцеобразные лучевые трубки, нетрудно получить следующую процедуру расчета, непосредственно следующую из приведенных общих соотношений.

По заданной форме волнового фронта $\mathbf{H} = f(\rho)$ находятся эйконал

$$\psi(r) = -n_0\left[l + f(\rho)\right] \cdot \sqrt{1 + \left|f'(\rho)\right|^2}$$

и уравнение соответствия

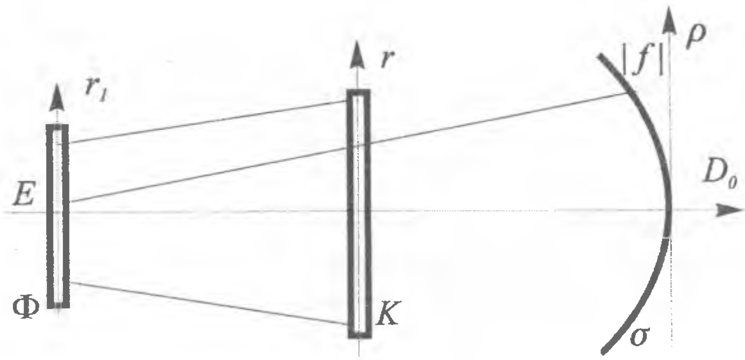

Рис. 14. Радиально-симметричная система формирования

$$r = \rho + \left[l + f(\rho)\right] \cdot f'(\rho), \tag{133}$$

где f' — производная f по ρ, r –| u |. По требуемой интенсивности $I_\sigma(\rho)$ и интенсивности I_E освещающего пучка из уравнения

$$\int_0^{r_1} I_E(r_1) \cdot 2\pi r_1 \, dr_1 = \int_{\rho(0)}^{\rho(r_1)} I_\sigma(\rho) \cdot 2\pi\rho \, d\rho$$

находится соответствие $\rho = \rho(r_1)$, подстановка которого в (133) дает соответствие $r = r(r_1)$. Затем восстанавливается фазовая функция фокусатора

$$\varphi_1(r_1) = k\left[\psi_1(r_1) - \psi_E(r_1)\right],$$

где

$$\psi_1(r_1) = \psi_1(0) + n_0 \int_0^{r_1} \frac{\left[r(r_1) - r_1\right] dr_1}{\left[(r(r_1) - r_1)^2 + f_0^2\right]^{1/2}},$$

и эйконал перед плоскостью компенсатора

$$\psi_0(r) = \psi_0(0) + n_0 \int_{r_0}^{r} \frac{\left[r - r_1(r)\right] dr}{\left[(r - r_1(r))^2 + f_0^2\right]^{1/2}},$$

где соответствие $r_1 = r_1(r)$ обратно соответствию $r = r(r_1)$.

И, наконец, можно рассчитать фазовую функцию компенсатора из соотношения

$$\varphi(r) = k\left[\psi(r) - \psi_0(r)\right].$$

Пример 5. Продемонстрируем решение задачи формирования кольца радиусов a_1, a_2 с равномерным распределением интенсивности на параболическом волновом фронте:

$$f(\rho) = -\frac{\rho^2}{2R},$$

при плоской волне освещающего пучка диаметром $2a_0$. Для упрощения выкладок будем использовать параксиальное приближение, в котором предполагается

$$\frac{r}{f_0} << 1, \quad \frac{r_1}{f_0} << 1, \quad \frac{\rho}{R} << 1, \quad \frac{|f(\rho)|}{l} << 1.$$

В данном примере требуемая интенсивность

$$I_\sigma(\rho) = \begin{cases} I_\sigma, & a_1 \le \rho \le a_2, \\ 0, & \text{иначе}: I_\sigma = const, n_0 = 1, \end{cases}$$

а уравнения соответствия r_1, r и ρ имеют вид

$$r = \rho - \left(1 - \frac{\rho 2}{2R}\right) \cdot \frac{\rho}{R} \cong \left(1 - \frac{l}{R}\right)\rho, \quad \frac{r_1^2}{a_0^2} = \frac{\rho^2 - a_1^2}{a_2^2 - a_1^2}.$$

Фазовые функции фокусатора и компенсатора здесь выписываются в явном виде

$$\varphi_1(r_1) = k\left[\frac{a_3 a_4}{f_0} q_1\left(\frac{r_1}{a_3}\right) - \frac{r_1^2}{2f_0}\right], \quad 0 \le r_1 \le a_0,$$

$$\varphi(r) = k\left[-\frac{r^2}{2f_0} + \frac{r^2}{2(R-l)} + \frac{a_3 a_4}{f_0} q_2\left(\frac{r}{a_4}\right)\right],$$

при $a_4 \le r \le a_5$, где

$$a_3 = \frac{a_1 a_0}{\sqrt{a_2^2 - a_1 2}}, \quad a_4 = \left(1 - \frac{l}{R}\right) a_1, \quad a_5 = \left(1 - \frac{l}{R}\right) a_2,$$

$$q_1(t) = \frac{1}{2}\left[t\sqrt{t^2+1} + \ln\left(t + \sqrt{t^2+1}\right)\right],$$

$$q_2(t) = \frac{1}{2}\left[t\sqrt{t^2+1} - \ln\left(t + \sqrt{t^2+1}\right)\right].$$

13. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Описанные в данном учебном пособии методы и алгоритмы реализованы в рамках программных продуктов “QUICK-DOE” и “ITER-DOE” для персонального компьютера на языке программирования С++ [36 — 37]. Аналитические методы геометрооптического расчета реализованы в рамках “QUICK-DOE”, а итерационные — в рамках “ITER-DOE”.

В частности, при расчете внеосевых компенсаторов система (5) решается численно методом Ньютона — Рафсона на сетке (u_j, v_k), $j=\overline{1,N_1}$, $k=\overline{1,N_2}$ с шагом

$$\Delta u = u_{j+1} - u_j; \quad \Delta v = v_{k+1} - v_k . \tag{134}$$

Для нахождения следующей точки (x, y) по точке (x_j, y_k):

$$x = x_j + \Delta x; \quad y = y_k + \Delta y . \tag{135}$$

вначале согласно (5), (103), (105) и (106) подсчитываются производные

$$v_x = u_y = (l+f) f_{xy} + f_x f_y , \tag{136}$$

$$u_x = 1 + (l+f) f_{xx} + f_x^2; \quad v_y = 1 + (l+f) f_{yy} + f_y^2 , \tag{137}$$

где функция f и ее производные берутся в точке (x_u, y_k).

Затем решается система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} u_x \Delta x + u_y \Delta y = \Delta u \\ v_x \Delta x + v_y \Delta y = \Delta v \end{cases}, \tag{138}$$

и операции (135) — (138) повторяются итерационно.

При найденных точках (u, v) и (x, y) фазовая функция φ компенсатора подсчитывается по формуле (6), преобразованной к форме, не содержащей вычитания близких больших чисел.

На рисунке 15 представлен фотошаблон компенсатора, предназначенного для формирования из сферического пучка внеосевого сегмента параболоида вращения с параметрами R = 303 мм, α = 15°, $2A$ = $2B$ = 40 мм, λ = 0,63 мкм.

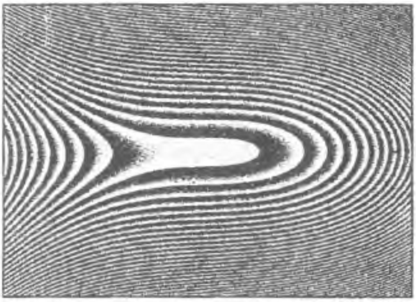

Рис. 15. Фотошаблон компенсатора «сфера — внеосевой сегмент параболоида»

Развитие в последние годы техники записи фотошаблонов и технологии изготовления элементов компьютерной оптики позволило осуществить создание оптики для больших телескопов на основе контроля с помощью сверхточных ДОЭ [38].

14. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии систематически изложены теоретические основы формирования волновых фронтов с помощью ДОЭ, описаны перспективные оптические схемы контроля асферических поверхностей с помощью дифракционных компенсаторов. Приведенный набор средств оценки погрешностей формирования волновых фронтов с помощью ДОЭ позволяет оптимизировать выбор параметров оптической схемы, физических параметров и параметров дискретизации плоского компенсатора. В заключение стоит отметить практическую значимость ДОЭ—формирователей волновых фронтов и их достаточно широкое практическое использование при контроле асферических поверхностей. Особого внимания заслуживает предложенный метод совместного формирования волнового фронта и заданного амплитудного распределения, близкий к идеям цифровой голографии, однако позволяющий реализовать амплитудно-фазовое распределение с помощью чисто фазовых ДОЭ.

СПИСОК СПЕЦИАЛЬНЫХ ТЕРМИНОВ

СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Нарисуйте схему интерферометра с ДОЭ со сферическими пучками
2. В чем преимущество интерферометра Тваймана-Грина над интерферометром со сферическими пучками?
3. Каким образом определяется фаза плоского компенсатора?
4. Чем обусловлены погрешности формирования волнового фронта при $\lambda \neq \lambda_0$?
5. Как можно выразить уклонение через волновую функцию компенсатора?
6. Как выводится оценка уклонения волнового фронта для случая фронтов с малым относительным отверстием?
7. Напишите формулу, по которой вычисляется уклонение волнового фронта для осесимметричного компенсатора в приближении малой асферичности поверхности σ.
8. Напишите формулу уравнения поверхности вращения n-го порядка
9. Нарисуйте и объясните схему двухкаскадной оптической системы формирования волнового фронта с пространственно-модулированной интенсивностью
10. Опишите алгоритм расчета фазовой функции компенсатора для плоской поверхности компенсатора, используя кольцевые трубки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуряев Д Т Методы контроля оптических асферических поверхностей (М.:Машиностроение, 1976)
2. Offner A Applied Optics **2**(2) 153-155 (1963)
3. Ларионов Н П, Лукин А В, Мустафин К С Оптика и спектроскопия **32**(2) 396-399 (1972)
4. Лукин А В, Мустафин К С Оптико-механическая промышленность 4 53-59 (1979)
5. Ichioka Y, Lohmann A W Applied Optics **11**(11) 2597-2602 (1972)
6. Schwider J, Burov R Optica Applicata **6**(6) 83-88 (1976)
7. Коронкевич В П, Ленкова Г А, Пальчикова И Г, Полещук А Г, Седухин А Г, Чурин Е Г, Юрлов Ю И Автометрия **1** 4-25 (1985)
8. McGovern A J, Wyant J C Applied Optics **10**(3) 619-624 (1971)
9. Сойфер В А., Голуб М А, Храмов А Г Материалы десятой Всесоюзной школы по голографии (Л.:ЛИЯФ, 1978)
10. Birch K G, Green F J Appl. Phys. **5**(11) 1982-1992 (1972)
11. Takahashi T, Konno K, Kawai M, Isshiki M Applied Optics **15**(2) 546-549 (1976)
12. Yatagai T, Saito H Optica Acta **26**(8) 985-993 (1979)
13. Prowe B. Optik **63**(3) 203-212 (1982)
14. Tiziani H J Laser and Optoelektron **15**(4) 315-324 (1983)
15. 0no A, Wayant J C Applied Optics **24**(4) 560-563 (1925)
16. Голуб М А, Живописцев Т С, Карпеев С В, Прохоров А М, Сисакян И Н, Сойфер В А Доклады Академии наук СССР **253**(5) 1104-1108 (1980)
17. Сисакян И И, Сойфер В А. Тонкая оптика, синтезируемая на ЭВМ . Физические основы и прикладные вопросы голографии. (Л.:ЛИЯФ, 1984)
18. Голуб М А, Прохоров А М, Сисакян И Н, Сойфер В А. Машинный синтез оптических компенсаторов для получения асферических волновых фронтов . Препринт ФИАН СССР № 29 (М., 1981)
19. Golub M A, Kazanskiy N L, Sisakyan I N, Soifer V A Proceedings SPIE **1183** 727-750 (1990)
20. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А Компьютерная оптика (М.:МЦНТИ, 1990)

21. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А Оптика и спектроскопия **68**(2) 461-466 (1990)
22. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А Устройство для контроля оптических асферических поверхностей . А.с. 1516767 СССР. - Бюлл. изобретений. - 1989. - № 39.
23. Голуб М А, Казанский Н Л, Сисакян И Н, Сойфер В А. Способ изготовления асферических зеркал . А.с. 1675812 СССР. - Бюлл. изобретений. - 1991. - № 33.
24. Голуб М А, Сисакян И Н, Сойфер В А Оптика и спектроскопия **69**(5) 1151-1156 (1990)
25. Бобров С Т, Грейсух Г И, Туркевич Ю Г Оптика дифракционных элементов и систем (Л.:Машиностроение, 1986)
26. Greisukh G I, Bobrov S T, Stepanov S A Optics of Diffractive and Gradient-Index Elements and Systems (Bellingham, Washington:SPIE PRESS, 1997)
27. Wyant J C, Bonnet V P Applied Optics **11**(12) 2833-2839 (1972)
28. Wyant J C, O'Nelii P K Applied Optics **13**(12) 2762-2765 (1974)
29. Handoro A, de Fong J Applied Optics **16**(3) 546-547 (1977)
30. Biedermann K, Holngren O Applied Optics **17**(8) 413-417 (1978)
31. Троицкий И Н, Сафронов А Н, Демин А А Зарубежная радиоэлектроника **9** 3-28 (1978)
32. Ган М А Оптика и спектроскопия **41**(4) 652-659 (1976)
33. Gabel R A, Lin B Applied Optics **9**(5) 1180-1191 (1970)
34. Soifer V A, Golub M A. Laser beam mode selection by computer generated holograms (Boca Raton:CRC Press, 1994).
35. Применение методов Фурье-оптики Под ред. Г.Старка. Пер. с англ. под ред. И.Н.Компанца (М.:Радио и связь, 1988)
36. Волотовский С Г, Голуб М А, Досколович Л Л, Казанский Н Л., Павельев В С, Серафимович П Г, Сойфер В А, Харитонов С И, Царегородцев А Е Компьютерная оптика **14-15** 94-98 (1995)
37. Волотовский С Г, Казанский Н Л, Павельев В С Компьютерная оптика **17** 48-53 (1997)
38. Cherkashin V V, Churin E G, Burge J H, Koronkevich V P, Poleschuk A G Proceedings SPIE **3010** 168-179 (1997)

Учебное издание

Казанский Николай Львович,
Сойфер Виктор Александрович

ФОРМИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОПТИКИ

Учебное пособие

Технический редактор *В. С. Павельев*
Редакторская обработка *А. А. Нечитайло*
Корректорская обработка *В. С. Телепова*
Верстка *С. В. Смагин*
Доверстка *Е. А. Ларионова*

Подписано в печать 29.11.06. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 3,26. Усл. кр.-отт. 3,38. Печ. л. 3,5.
Тираж 50 экз. Заказ 146. ИП-58/2006

Самарский государственный аэрокосмический университет.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственногоаэрокосмического университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.