# МЕТРОЛОГИЯ
# И
# РАДИОИЗМЕРЕНИЯ

2007

СГАУ

САМАРА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Гречишников В.И.

# МЕТРОЛОГИЯ И РАДИОИЗМЕРЕНИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2007

УДК 621.37
ББК 32.842
Г813




**Инновационная образовательная программа "Развитие центра компетенции и подготовка специалистов мирового уровня в области аэрокосмических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Л. М. Логвинов,
д-р техн. наук, проф. А. Е. Дубинин

*Гречишников В.М.*
Г813 **Метрология и радиоизмерения:** учеб. пособие / *В.М. Гречишников.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 160 с. : ил.

**ISBN 978-5-7883-0649-0**

Представлено краткое изложение базовых вопросов метрологии, принципов построения и технических возможностей радиоэлектронных средств измерения параметров радиотехнических сигналов и цепей.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям «Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов», «Радиотехника», «Бытовая радиоэлектронная аппаратура».

УДК 621.37
ББК 32.842

**ISBN 978-5-7883-0649-0**

© Гречишников В.М., 2007
© Самарский государственный аэрокосмический университет, 2007

## ОГЛАВЛЕНИЕ


| | | |
|---|---|---|
| | Введение | 6 |
| 1. | ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ | 8 |
| 1.1 | Основные метрологические понятия, термины и определения | 8 |
| 1.2 | Виды измерений | 11 |
| 1.3 | Методы измерений | 13 |
| 1.4 | Общая классификация средств измерений | 16 |
| 1.5 | Погрешности измерений | 19 |
| 1.6 | Метрологические характеристики измерительных устройств | 27 |
| 1.7 | Методы оценки случайных погрешностей измерений | 34 |
| 1.8 | Суммирование погрешностей измерений | 38 |
| | 1.8.1 Общие правила суммирования погрешностей измерений | 38 |
| | 1.8.2 Суммирование погрешностей с произвольными законами распределения | 39 |
| | 1.8.3 Суммирование доверительных интервалов погрешностей измерений | 40 |
| | 1.8.4 Погрешности косвенных измерений | 41 |
| 1.9 | Нормирование и формы представления результатов измерений | 43 |
| 1.10 | Методы обработки результатов измерений | 44 |
| | 1.10.1 Обработка результатов прямых многократных измерений | 44 |
| | 1.10. 2 Выявление и исключение грубых погрешностей (промахов) | 45 |
| | 1.10.3 Обработка результатов прямых однократных измерений | 47 |
| 1.11 | Внесение поправок и оценка НСП | 47 |
| 1.12 | Поверка измерительных устройств | 50 |
| 1.13 | Расчет погрешности измерительных устройств по уравнению преобразования | 53 |
| 1.14 | Расчет допусков на технологические погрешности измерительных устройств | 54 |
| 1.15 | Метрологические свойства приборов с различными схемами включения измерительных преобразователей | 57 |
| | 1.15.1 Последовательное включение измерительных преобразователей | 57 |
| | 1.15.2 Дифференциальная схема включения измерительных преобразователей | 59 |
| | 1.15.3 Логометрическая схема включения измерительных преобразователей | 62 |

1.15.4 Компенсационная схема включения измерительных преобразователей..... 63
1.16 Методы повышения точности измерений..... 65
2. ЭЛЕКТРОРАДИОИЗМЕРЕНИЯ..... 76
2.1 Осциллографические измерения ..... 76
2.1.1 Назначение и виды осциллографов..... 76
2.1.2 Техника осциллографических измерений ..... 77
2.2 Аналоговые электромеханические (стрелочные) приборы..... 85
2.2.1. Общая теория аналоговых электромеханических приборов..... 85
2.2.2 Магнитоэлектрические измерительные приборы..... 88
2.2.3 Выпрямительные приборы..... 89
2.2.4 Расширение пределов измерения амперметров и вольтметров..... 91
2.3 Аналоговые электронные вольтметры..... 93
2.4 Измерение частоты и временных интервалов..... 94
2.4.1 Резонансный метод измерения частоты..... 94
2.4.2 Гетеродинный метод измерения частоты..... 96
2.4.3 Аналоговый конденсаторный частотомер..... 96
2.4.4 Измерение частоты методом дискретного счета..... 97
2.4.5 Измерение временных интервалов методом дискретного счета..... 99
2.4.6 Измерение временных интервалов методом совпадения..... 100
2.5 Приборы для измерения фазового сдвига..... 102
2.5.1 Аналоговый фазометр с промежуточным преобразованием фазового сдвига в импульсы тока..... 103
2.5.2 Цифровой интегрирующий фазометр..... 104
2.5.3 Микропроцессорные фазометры..... 107
2.6 Цифровые вольтметры..... 108
2.6.1 Цифровой вольтметр времяимпульсного преобразования..... 113
2.6.2 Цифровой вольтметр с промежуточным преобразованием измеряемого напряжения в частоту..... 117
2.6.3 Цифровой вольтметр следящего уравновешивания..... 120
2.6.4 Цифровой вольтметр поразрядного кодирования..... 121
2.6.5 Цифровой вольтметр параллельного преобразования..... 124
2.7 Мостовой метод измерения параметров электрических цепей..... 126
2.7.1 Общие сведения из теории мостовых схем..... 126
2.7.2 Мосты для измерения активного сопротивления..... 128
2.7.3 Цифровой автоматический мост для измерения активного сопротивления..... 130
2.7.4 Мосты для измерения индуктивности..... 132
2.7.5 Мосты для измерения емкости..... 133
2.7.6 Цифровой измеритель комплексного сопротивления на основе фазочувствительных выпрямителей..... 135
2.7.7 Мостовой измеритель параметров электрических цепей со встроенной микропроцессорной системой..... 136
2.7.8 Цифровой измеритель добротности (Q – метр)..... 137
2.7.9 Цифровой измеритель активного сопротивления и емкости..... 140
2.8 Измерители АЧХ четырехполюсников..... 142

2.8.1 Измерители АЧХ четырехполюсников с осциллографической индикацией..... 143
2.8.2 Цифровой микропроцессорный измеритель АЧХ ..... 144
2.9 Измерение числовых характеристик случайных процессов..... 146
2.9.1 Аналоговые методы и приборы для измерения математического ожидания и дисперсии..... 146
2.9.2 Цифровые методы измерения математического ожидания и дисперсии..... 147
2.9.3 Цифровой метод измерения дисперсии..... 150
2.9.4 Измерение функции распределения случайного процесса..... 152
2.9.5 Измерение плотности распределения вероятности..... 153
2.9.6 Измерение корреляционных функций..... 156
Библиографический список..... 158

# ВВЕДЕНИЕ

Метрология – наука о методах и средствах измерения, способах обеспечения их единства и требуемой точности. Измерения являются единственным источником объективной информации о состоянии окружающего нас мира. История метрологии своими корнями восходит ко временам ранних общественно-экономических формаций. В эпоху зарождения товарного обмена были созданы примитивные меры длины, времени, массы и объема веществ. Мощный толчок к развитию метрологии дала промышленная революция 19 века, в период которой были созданы многочисленные средства механических измерений для станкостроения и металлообработки штангенциркули, нутромеры, глубомеры, устройства для контроля шероховатости деталей и др. Некоторые конструктивные решения того времени используются и в современных мерительных инструментах, оснащенных цифровой электроникой и микропроцессорами.

С открытием явлений электричества и магнетизма, радиации, квантовых эффектов и др. возникла необходимость в создании соответствующих приборов для обслуживания новых отраслей науки и производства. Поэтому метрология и измерительная техника, аккумулирующие все самые передовые достижения науки и технологии, всегда являлись активной движущей силой научно-технического прогресса. Не случайно, что радиоизмерительные приборы прошли в своем развитии, в основном, те же этапы, что и электроника - от простейших электромеханических амперметров и вольтметров до многофункциональных микропроцессорных и виртуальных измерительных комплексов.

В настоящее время метрология сформировалась в самостоятельное научное направление, у истоков которого стояли великие российские ученые М.В.Ломоносов, Д.И.Менделеев и др. Метрология объединяет в себе обширный объем знаний, необходимых для нормального функционирования сложных технических объектов, к которым, без сомнения, относятся многочисленные радиоэлектронные устройства, приборы и системы.

Большой вклад в развитие метрологии и электрических измерений внесли представители самарской научной школы, возглавляемой профессором Л.Ф. Куликовским. Из стен этой школы вышли десятки докторов и сотни кандидатов технических наук – специалистов в области

информационно-измерительной техники, многие из которых в настоящее время успешно работают в ведущих образовательных и научных центрах страны, в том числе и в нашем университете (профессора Конюхов Н.Е., Прохоров С.А.).

Методы метрологии лежат в основе государственных систем стандартизации и сертификации производства продукции, товаров и услуг. Поэтому метрология пронизывает все этапы жизненного цикла изделий от научных исследований и разработок до производства, эксплуатации и утилизации. Повседневная практическая деятельность современного радиоинженера немыслима без применения разнообразных средств измерения для настройки, технической диагностики и испытания и радиотехнических устройств. Сегодня трудно представить высококвалифицированного инженера - схемотехника, не владеющего хотя бы минимальной суммой знаний в области практической метрологии, средств и методов измерений различных параметров радиосигналов и электрических цепей. Поэтому изучение общих вопросов метрологии, принципов построения и технических возможностей современного парка радиоизмерительных приборов является важной составляющей профессиональной подготовки специалистов в области радиотехники, электроники и приборостроения. Кроме того, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств по точностным критериям составляют обязательную часть курсовых и дипломных проектов. Важность такой подготовки тем более очевидна для тех читателей, кто хочет посвятить себя науке. («Наука начинается с тех пор, как начинают измерять» - Д.И.Менделеев).

Учебное пособие не претендует на полноту изложения дисциплины. В списке литературы приведены ссылки на учебники и учебные пособия, в которых более детально и широко изложены современные тенденции развития теории измерений и измерительной техники. Из пособия исключен ряд разделов, которые достаточно подробно рассмотрены в методических указаниях к лабораторным и практическим занятиям по курсу. В то же время часть разделов пособия написаны с использованием оригинальных разработок автора в области математического моделирования и анализа метрологических характеристик цифровых средств измерений, синтеза измерительных устройств по точностным критериям. Издание следует рассматривать как часть учебно - методического комплекса по метрологии и радиоизмерениям, в состав которого входит комплект учебно - методических указаний к практическим и лабораторным занятиям.

# 1. ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ

## 1.1 ОСНОВНЫЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Смысловое содержание терминов и определений в области метрологии на территории РФ и стран СНГ определяется руководящим документом РМГ 29-99 «Рекомендации по межгосударственной стандартизации ГСИ. Метрология. Основные термины и определения», введенным в действие 1 января 2001г. Необходимость принятия такого документа обусловлена необходимостью обеспечения единообразия в понимании сущности терминов и определений, а также корректного их использования на всех этапах создания продукции – от научной идеи, разработки технической документации до производства и эксплуатации. Рассмотрим наиболее важные из них.

Метрология – наука о методах и средствах измерения, способах обеспечения их единства и требуемой точности. Метрология состоит из двух основных разделов: фундаментальной метрологии и прикладной.

Главными задачами фундаментальной метрологии являются разработка систем единиц, эталонов и образцовых мер.

Исследования в области прикладной метрологии направлены на разработку метрологического обеспечения проектных разработок, научных исследований и производственных процессов.

Метрологическое обеспечение - совокупность правил, норм и технических средств, необходимых для обеспечения единства, надежности и требуемой точности измерений. Метрологическое обеспечение включает в себя, в частности, утвержденные головными метрологическими органами правила и методики выбора измерительной аппаратуры, проведения измерений, обработки и формы представления результатов измерений и др.

Под единством измерений понимается такое их состояние, при котором их результаты выражены в узаконенных единицах и они обеспечиваются с помощью единообразных средств измерений, а погрешности измерений известны с заданной вероятностью.

Измерение – информационный процесс нахождения значения

физической величины с помощью специальных технических средств. В результате измерения получают количественную оценку (значение) некоторой физической величины $Q$ (параметра). Уравнение вида: $Q = q[Q]$ называют основным уравнением измерений, где $[Q]$ – размерность величины $Q$. Данное соотношение выражает результат измерения физической величины $Q$ в виде q единиц, принятых для ее измерения. Например, результат измерения силы тока в электрической цепи можно записать в виде: $I$ = 5А, где $[I] = A$. Поэтому измерения определяют еще и как процесс сравнения измеряемой величины с известной величиной, принятой за единицу измерения.

Измерительный контроль отличается от измерения по конечной цели измерительной процедуры. Если при измерении нас интересует каждое измеренное значение параметра, то при контроле – соответствует ли результат измерения некоторой норме (уставке) или нет.

Испытания объекта измерения – воспроизведение в заданной последовательности определенных воздействий на объект, измерение реакций объекта на эти воздействия, их регистрация и обработка.

Диагностирование объекта измерения – это процесс распознавания технического состояния элементов объекта измерения в данный момент времени.

Таким образом, измерения могут проводиться с целью контроля, испытаний и диагностики сложных технических объектов.

Физическая величина (ФВ) – свойство объекта измерения, которое в качественном отношении присуще многим физическим объектам, а в количественном отношении – индивидуально для каждого из них. Например, величина электрического напряжения в качественном отношении присуща всем без исключения источникам э.д.с. В то же время количественные характеристики напряжения (амплитуда, частота, фазовый сдвиг и др.) индивидуальны для каждого из них.

Значение физической величины – это оценка размера ФВ в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

Единица физической величины – это значение ФВ, которому по определению присвоено значение, равное единице.

Система единиц физических величин – совокупность основных и производных единиц ФВ, образованная в соответствии с установленными на национальном или международном уровнях принципами. В нашей стране используется международная система единиц СИ, введенная ГОСТ 8.417-81. В качестве основных единиц в ней приняты метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль и канделла. Производные единицы, например, скорость, сила, давление, мощность, освещенность и др., выражаются с использованием известных уравнений связи межу ними.

Различают кратные и дольные, которые в целое число раз больше или меньше соответствующей системной или внесистемной единицы. Приставки

Таблица 1.1

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

| Множитель | Приставка | Обозначение приставки | | Множитель | Приставка | Обозначение приставки | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | международное | русское | | | международное | русское |
| $10^{18}$ | экса | E | Э | $10^{-1}$ | деци | d | д |
| $10^{15}$ | пета | P | П | $10^{-2}$ | санти | c | с |
| $10^{12}$ | терра | T | Т | $10^{-3}$ | милли | m | м |
| $10^{9}$ | гига | G | Г | $10^{-6}$ | микро | $\mu$ | мк |
| $10^{6}$ | мега | M | М | $10^{-9}$ | нано | n | н |
| $10^{3}$ | кило | k | К | $10^{-12}$ | пико | p | п |
| $10^{2}$ | гекто | h | Г | $10^{-15}$ | фемто | f | ф |
| $10^{1}$ | дека | da | да | $10^{-18}$ | атто | a | а |

для образования кратных и дольных единиц приведены в таблице 1.1.

*Истинное значение измеряемой величины* – это такое значение, которое идеальным образом, т.е. без погрешности, отображает соответствующее свойство объекта измерения. Поскольку измерение без погрешностей невозможно, то истинное значение нам остается неизвестным. Поэтому на практике вместо истинного значения пользуются понятием *действительного значения измеряемой величины*, под которым понимается значение, найденное либо расчетным, либо экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному значению, что для определенных целей его можно использовать вместо истинного значения.

Например, при поверке вольтметра $V_1$, имеющего класс точности 1%, его подключают к регулируемому источнику напряжения ИРН (рис.1.1).

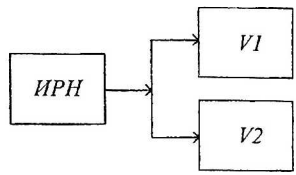



Рис.1.1. Схема поверки вольтметра по методу образцового прибора

Одновременно к этому же источнику подключают образцовый вольтметр $V_2$, имеющий класс точности, например, 0,1%. Поскольку погрешность образцового прибора в 10 раз меньше погрешности поверяемого, то показания вольтметра $V_2$ можно принять за действительное значение при определении погрешности вольтметра $V_1$:

$$\Delta U = U_1 - U_2 .$$

*Сигнал измерительной информации* – процесс изменения во времени и пространстве некоторой физической величины, функционально связанной с измеряемой и несущей информацию о ее значении.

*Средство измерений* – это техническое средство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические характеристики.

*Погрешность измерений* – это разность между результатом измерения и истинным или действительным значением измеряемой величины.

*Погрешность измерительного прибора* – разность между показаниями прибора и истинным (действительным) значением измеряемой величины.

Погрешность измерения всегда несколько больше погрешности измерительного прибора на величину методической погрешности, вызванной особенностями метода измерений и влиянием прибора на объект измерения.

## 1.2 ВИДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Все многообразие используемых на практике видов измерений можно классифицировать по ряду признаков.

**По физическому принципу,** положенному в основу измерения, они подразделяются на механические, электрические, оптические, тепловые, магнитные и др. На практике наибольшее распространение получили электрические измерения вследствие их универсальности. Универсальность электрических измерений обусловлена тем, что большинство физических величин, подлежащих измерению, с помощью различных физических эффектов могут быть преобразованы в изменение параметров электрического сигнала (амплитуду, частоту, фазовый сдвиг) или параметра электрической цепи (сопротивление, емкость, индуктивность и др.) Например, с помощью преобразователей Холла, термосопротивлений, тензорезисторов и фотоэлектрических преобразователей измерения неэлектрических величин, таких как магнитная индукция, температура, механические напряжения, световой поток, можно свести к измерению параметров электрических сигналов и цепей. Универсальность электрических измерений предопределило создание многочисленного парка электрических и электронных средств измерений, номенклатура которых насчитывает десятки тысяч наименований.

**По способу нахождения искомого значения измеренной величины** измерения подразделяются:

– на *прямые измерения* – при которых искомое значение измеряемой величины находится непосредственно из опытных данных (измерение напряжения – вольтметром, силы тока - амперметром и т.п.).

– *косвенные измерения* – при которых искомое значение измеряемой

величины находится с использованием известной математической зависимости между величинами – аргументами, значения которых находят в результате прямых измерений. Например, измерение сопротивления методом амперметра и вольтметра $R = \frac{U}{I}$, измерение электрической мощности по показаниям амперметра, вольтметра и фазометра $P = I \cdot U \cdot \cos(\varphi)$, измерение фазового сдвига по фигурам Лиссажу $\varphi = \arcsin(\frac{y_0}{y_m})$, где $y_0$, $y_m$ - параметры эллипса.

Погрешность косвенных измерений является функцией от погрешностей измерений отдельных аргументов. Вид этой функциональной зависимости определяет степень влияния погрешностей измерения аргументов на результирующую погрешность;

– *совместные и совокупные измерения* – которые близки по способу нахождения измеряемых величин. В обоих случаях они находятся путем решения системы уравнений, в которых коэффициенты и отдельные члены находят в результате прямых или косвенных измерений. Различие между ними состоит в том, что при совместных измерениях измеряют различные по природе (неодноименные) величины, а при совокупных - однородные.

Примером совместных измерений может служить измерение параметров $R_X$ и $L_X$ катушки индуктивности (рис.1.2).

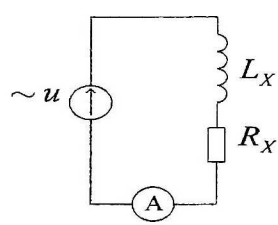



Рис.1.2. Измерение параметров катушки индуктивности

Выполняя измерение тока в цепи на разных частотах $\omega_1$, $\omega_2$, результаты измерения можно представить в виде двух уравнений:

$$I_1 = \frac{u}{\sqrt{R_X^2 + \omega_1^2 \cdot L_X^2}},$$

$$I_2 = \frac{u}{\sqrt{R_X^2 + \omega_2^2 \cdot L_X^2}},$$

решая которые совместно, можно определить искомые значения $R_X$ и $L_X$.

Отметим, что при $\omega_1 = 0$ задача сводится к косвенным измерениям искомых параметров.

Примером совокупных измерений может служить измерение взаимной индуктивности $M$ между двумя катушками с собственными индуктивностями $L_1$ и $L_2$. Измерения проводятся в два этапа. Вначале катушки включаются последовательно и согласно, а затем последовательно и встречно. Результаты измерений можно представить в виде системы уравнений:

$$L^1 = L_1 + L_2 + 2 \cdot M$$

$$L^2 = L_1 + L_2 - 2 \cdot M ,$$

из которой искомое значение взаимной индуктивности определится как

$$M = (L^1 - L^2)/4 .$$

**По характеру поведения измеряемой величины во времени** измерения делятся на *статические,* при которых измеряемая величина постоянна во времени (например измерение действующего значения синусоидального сигнала при постоянной амплитуде) и *динамические, при которых* измеряемая величина изменяется во времени и в процессе измерений (измерение мгновенного значения синусоидального сигнала).

**По условиям наблюдения** измерения подразделяются на *обыкновенные (с однократным наблюдением)* и *статистические* – с многократным наблюдением и последующей статистической обработкой результатов.

**По точности наблюдения результатов** различают измерения максимально возможной точности, контрольно - поверочные измерения и технические измерения, при которых погрешность определяется погрешностью прибора.

## 1.3 МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

*Под методом измерений* понимается совокупность приемов использования физических принципов и средств измерений. Все рассмотренные виды измерений могут быть реализованы с помощью одного из методов измерения – *метода непосредственной оценки и метода сравнения с мерой.*

При *методе непосредственной оценки* искомое значение измеряемой величины определяется непосредственно по шкале измерительного прибора, которая заранее отградуирована в единицах измеряемой величины. Типичными примерами приборов, реализующими данный метод, являются стрелочные приборы.

Особенность метода заключается в том, что эталонная величина, однородная с измеряемой, непосредственного участия в *каждом*

измерении не принимает. Она используется лишь на этапах разработки и градуировки шкалы прибора. Ее размер заложен в цене деления шкалы прибора, а поэтому в *каждом* измерении эталонная величина присутствует лишь *косвенно.*

Достоинство метода заключается в простоте его технической реализации. Однако точность приборов непосредственной оценки невысока (класс точности не лучше 0,5%).

При *методе сравнения с мерой* эталонная величина используется в процессе каждого измерения, что позволяет существенно повысить точность измерений. Метод сравнения имеет несколько разновидностей:

– *дифференциальный метод;*

– *нулевой метод;*

– *метод совпадений;*

– *метод замещения.*

***При дифференциальном методе*** на измерительный прибор (ИП) подают не саму измеряемую величину $x$, а разность $\Delta x$ между измеряемой и эталонной величиной $x_э = const$ (рис.1.3). Разность $\Delta x = x - x_э$ формируется с помощью вычитающего устройства ВУ.

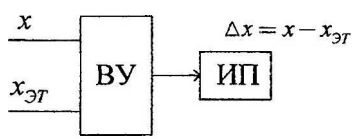



Рис. 1.3. Схема дифференциального метода измерения

**Пример1.1** [5]. Пусть необходимо измерить напряжение $U_x = 10\,\text{В}$. В нашем распоряжении имеются два вольтметра с одинаковой приведенной погрешностью $\gamma_{пр} = 1\%$. (Под *приведенной* погрешностью понимается отношение абсолютной погрешности $\Delta U$ к верхнему пределу измерения $U_m$). Пусть первый вольтметр имеет верхний предел измерения $U_{m1} = 10\,\text{В}$, а второй – $U_{m2} = 1\,\text{В}$. В качестве вычитающего устройства используем идеальный дифференциальный усилитель с коэффициентом усиления, равным единице. Для сравнения выполним вначале измерения по методу непосредственной оценки с помощью первого вольтметра. Абсолютная погрешность такого измерения будет равна:

$$\Delta U_1 = \gamma_{пр1} U_{m1} = 0,01 \cdot 10B = 0,1B\,.$$

При измерении по дифференциальному методу используем источник образцового напряжения $U_э = 9B$ В этом случае на выходе усилителя

формируется разность измеряемого и эталонного напряжений $\Delta U = U - U_э = 1$ В. Разностное напряжение измеряется вторым вольтметром с верхним пределом измерения 1В. Нетрудно видеть – абсолютная погрешность второго измерения равна:

$$\Delta U_2 = \gamma_{пр2} U_{m2} = 0,01 \cdot 1B = 0,01B .$$

Поскольку значения измеряемого напряжения в обоих случаях одинаковы, то приведенная погрешность второго измерения в 10 раз меньше, чем в первом случае:

$$\gamma_{пр2} = \frac{\Delta U}{U_{m2}} = 0,1\% .$$

***Нулевой метод измерения*** – при котором разность $\Delta x$ между измеряемой $x$ и эталонной $x_э$ величинами доводят до нуля за счет регулировки $x_э$ (рис.1.4). Момент равенства нулю разности $\Delta x$ фиксируют с помощью нуль-индикатора. Нуль-индикатор – устройство, предназначенное для регистрации факта наличия или отсутствия сигнала на его входе.

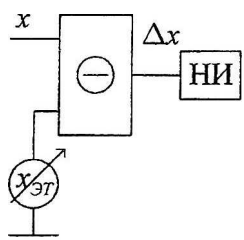



Рис.1.4. Схема нулевого метода измерения

В момент, когда $\Delta x = 0$, $x = x_{эт}$ и результат измерения считывают со шкалы источника эталонного сигнала. Погрешность метода обусловлена погрешностью градуировки шкалы источника образцового сигнала, а также параметрами неидеальности вычитающего устройства и нуль - индикатора.

***Метод совпадения (интерполяционный или нониусный метод)*** основан на выделении моментов совпадения двух периодических пространственных или временных шкал, период которых отличается на заданную величину. Исторически впервые метод стал использоваться в области механических измерений. Примером измерительного устройства, построенного на основе метода совпадений, является хорошо всем известный штангенциркуль, в котором дробная часть отсчета определяется по совпадению делений основной и нониусной шкал. В 60-70-х годах прошлого века отечественными учеными на основе метода совпадений была разработана гамма электроизмерительных приборов для измерения частотно-временных параметров электрических сигналов.

***Метод замещения*** основан на замещении измеряемой величины равной ей по значению эталонной величиной. Метод обладает высокой точностью. Сущность метода проиллюстрируем на следующем примере. Пусть необходимо измерить активное сопротивление $R_X$. Соберем цепь следующего вида (рис.1.5).

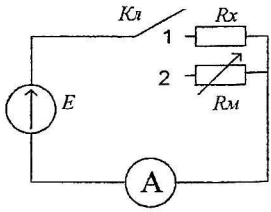



Рис.1.5. Схема измерения активного сопротивления по методу замещения

Вначале ключ переводится в положение 1 и измеряется ток $I_1$ через резистор $R_x$. Измеренное значение тока $I_1$ запоминается. Затем ключ переводится в положение 2 и измеряется ток $I_2$ через магазин сопротивлений. Регулируя магазин сопротивлений $R_M$, добиваются равенства $I_1 = I_2$. Это равенство возможно лишь в том случае, когда $R_X = R_M$. Результат измерения считывается со шкалы магазина $R_M$.

Рассмотренные разновидности метода сравнения могут быть достаточно легко автоматизированы при создании электронных измерительных приборов со встроенными микропроцессорными устройствами.

## 1.4 ОБЩАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Все многообразие средств измерений можно представить в виде классификационной схемы, показанной на рис. 1.6.




Рис. 1.6. Общая классификация средств измерений

Все средства могут быть как образцовыми, так и рабочими. *Образцовые средства измерений (СИ)* предназначены для поверки других рабочих СИ, т.е. для определения их погрешности и пригодности к эксплуатации.

*Рабочие средства измерений* применяют для целей, не связанных с поверкой, т.е. для технических измерений.

***Стандартный образец*** – вещество или материал, свойства которого установлены в ходе его аттестации. Существуют стандартные образцы диэлектрической проницаемости, октанового числа бензина, концентрации загрязняющих частиц в газообразных и жидких средах и др. Стандартные образцы используются для поверки и калибровки соответствующих средств измерений.

***Меры*** – это средства измерений, предназначенные для воспроизведения и хранения физической величины заданного значения. Меры подразделяются на:

- *однозначные,* воспроизводящие одно значение физической величины;
- *многозначные,* воспроизводящие несколько значений физической величины;
- *магазины образцовых мер,* воспроизводящие множество значений физической величины.

Среди образцовых мер особое значение имеет **эталон** единицы физической величины, который воспроизводит значение единицы, соответствующее ее определению, с наивысшей для данной страны точностью (Государственный эталон). Эталонная база России имеет в своем составе 114 государственных эталонов (ГЭ) и более 250 вторичных эталонов физических величин, которые находятся в ведущих метрологических центрах страны: Всероссийском НИИ метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИИМ г. Санкт - Петербург), Всероссийском НИИ физико технических и радиотехнических измерений (ВНИИФТРТИ г. Москва), Всероссийском НИИ оптико-физических измерений, в Уральском и Сибирском НИИ метрологии.

Эталоны стремятся строить с использованием фундаментальных физических констант и устойчивых физических явлений. Для каждой единицы существует схема передачи размера единицы от эталона до рабочего средства измерения.

***Измерительные преобразователи*** – средства измерений, предназначенные для получения измерительной информации в форме, удобной для последующей обработки, хранения или передачи по каналам связи, но не поддающейся непосредственному восприятию оператора.

В электрических и электронных измерительных преобразователях выходным сигналом является изменение либо параметра сигнала (амплитуды, частоты, фазы), либо параметра электрической цепи (R,L,C,M,Q и др). Сигнал может быть представлен как в аналоговом, так и цифровом виде. Измерительные преобразователи, непосредственно взаимодействующие с объектом измерения, называются датчиками

(первичные преобразователи). Кроме них существуют так называемые вторичные преобразователи, предназначенные для усиления сигналов по мощности, аналого-цифрового преобразования, согласования уровней сигналов, а также линеаризации функции преобразования измерительного тракта.

Принцип линеаризации функции преобразования заключается в следующем. Пусть функция преобразования датчика некоторой физической величины $x$ описывается нелинейной зависимостью $y_1 = \varphi_Д(x)$. В этом случае последовательно с основным преобразователем включают линеаризующий преобразователь. Требуется подобрать функцию преобразования линеаризующего преобразователя $y_2 = \varphi_K(y)$ так, чтобы его выходной сигнал линейно зависел от входного сигнала основного преобразователя $y_2 = k \cdot x$.

Нетрудно показать, что вид функции преобразования корректирующего преобразователя должен определяться обратной функцией преобразования первого преобразователя $\varphi_K(y) = \varphi_Д^{-1}(y) = \varphi_Д^{-1}\left[\varphi_Д(x)\right] = x$.

Пусть, например, $y_1 = \varphi_Д(x) = k \cdot x^2$. Тогда для получения суммарной линейной функции $y_2 = k \cdot x$, вид функции $y_2 = \varphi_к(y) = \varphi_Д^{-1} = \sqrt{\dfrac{y}{к}}$, что легко проверить. Подставляя в обратную функцию $y = kx^2$, получим линейную функцию $y_2 = x$ при $k = 1$. По аналогии, если $y = \sin x$, то $\varphi_k(y) = \arcsin y$. Тогда $y_2(x) = x$.

Очень часто линеаризация функции преобразования осуществляется в микропроцессорных устройствах, входящих в состав средств измерений.

В этом случае должны быть известны значения нелинейной функции в дискретных точках диапазона преобразования $y_i = F(x_i)$. Умножим значения функции $F(x_i)$ на значения поправочного коэффициента $R(x_i)$ и потребуем, чтобы

$$F(x_i)R(x_i) = kx,$$

отсюда

$$R(x_i) = \frac{kx_i}{F(x_i)}.$$

В качестве $F(x_i)$ используются цифровые отсчеты измеряемого сигнала на входе микропроцессора.

Измерительные преобразователи могут быть также *передающими и приемными,* если они оказывают влияние на точность передаваемых или принимаемых ими сигналов.

***Измерительный прибор*** – средство измерения, предназначенное для

получения измерительной информации в форме, удобной для восприятия оператором.

Различают аналоговые, цифровые, самопишущие, регистрирующие и другие приборы.

В простейшем случае аналоговый измерительный прибор содержит электромеханический измерительный преобразователь и отсчетное устройство с указателем в виде стрелки или светового луча (электромеханические приборы). Основу цифровых приборов составляют устройство масштабирования входного сигнала, аналого-цифровой преобразователь, дешифраторы и блок цифровой индикации .

***Измерительные установки*** – комплекс функционально объединенных средств измерений (мер, измерительных преобразователей и приборов), предназначенных для получения измерительной информации в форме, удобной для оператора, и расположенных в одном месте.

***Информационно - измерительные системы (ИИС)*** – высший тип средств измерений, предназначенный для получения информации в форме, удобной для использования в системах управления сложными техническими объектами, и представляющий собой совокупность функционально объединенных измерительных преобразователей, каналов передачи и средств обработки информации.

***Виртуальные (компьютерно - измерительные) приборы*** строятся на базе персонального компьютера (ПК), оснащенного устройством сбора данных (УСД) и специальным программным обеспечением. УСД дискретизирует во времени входной сигнал, оцифровывает дискретные значения и полученный числовой массив передает в память ПК.

После обработки полученной информации ПК на экране монитора воспроизводит программный образ передней панели реального осциллографа, цифрового вольтметра, анализатора спектра, самописца и других приборов. Управление работой виртуальных приборов осуществляется «мышкой».

## 1.5 ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

На рис.1.7 приведена общая классификация погрешностей измерений. Как видно из рисунка, классификационная таблица содержит четыре уровня, каждый из которых сформирован с использованием своего классификационного признака, в качестве которых обычно применяются:

- способ числового выражения погрешности;
- причина возникновения погрешности;
- характер появления;
- связь погрешности с текущим значением измеряемой величины.

По способу числового выражения различают абсолютные, относительные и приведенные погрешности.

*Абсолютная погрешность* разность между результатом измерения и истинным (действительным) значением измеряемой величины $\Delta x = x - x_{ист}$.

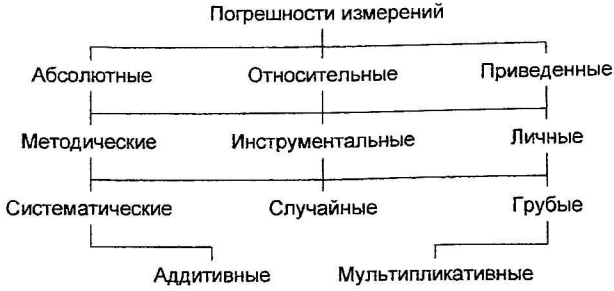



Рис.1.7. Общая классификация погрешностей измерений

Например, при поверочных испытаниях вольтметра абсолютная погрешность равна разности между показаниями прибора и значением сигнала, подаваемого на его вход от образцового генератора.

В качестве оценки истинного значения $x_{ист}$ при многократных измерениях используют статистическое среднее серии измерений.

При расчете погрешности проектируемого прибора абсолютную погрешность рассчитывают как разность между расчетными значениями выходных сигналов реального $y_p$ и идеализированного $y_u$ приборов $\Delta y = y_p(x, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{\Delta a}) - y_u(x, \boldsymbol{a})$, где $\boldsymbol{a}$ - множество номинальных (расчетных) значений конструктивных и схемотехнических параметров средства измерений, рассчитанных при нормальных условиях эксплуатации, $\boldsymbol{\Delta a}$ - множество абсолютных отклонений от номинальных значений конструктивных и схемотехнических параметров, определяемых несовершенством изготовления, сборки и настройки прибора, а также влиянием внешних эксплуатационных факторов (температуры окружающей среды, атмосферного давления, влажности воздуха, виброударных нагрузок, электромагнитных излучений и др.)

Абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком, называется поправкой:

$$П = -\Delta x .$$

Недостатком оценки погрешности в виде абсолютного значения является то обстоятельство, что в общем случае она не характеризует качество измерений. Например, абсолютная погрешность измерения расстояния, равная ±10км, характеризует очень высокое качество астрономических измерений расстояния, а при измерении протяженности

городского автобусного маршрута такое значение погрешности является просто неприемлемым.

*Относительная погрешность* – отношение абсолютной погрешности к текущему истинному значению измеряемой величины:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_{ист}}.$$

При $\Delta x = const$ график относительной погрешности представляет собой гиперболу. Это означает, что относительная погрешность переменна по диапазону измерения. Для ее уменьшения предел измерения следует выбирать так, чтобы показания прибора располагались в последней трети шкалы. И абсолютная, и относительная погрешности могут быть использованы для характеристики точности измерения различных приборов только при фиксированном значении измеряемой величины. Однако переменный характер относительной погрешности не позволяет использовать ее для сравнения по точности однотипных приборов во *всем диапазоне* изменения измеряемой величины.

*Приведенная погрешность* – отношение абсолютной погрешности к некоторому номинальному значению $x_N$ измеряемой величины:

$$\gamma_{пр} = \frac{\Delta x}{x_N}.$$

В качестве величины $x_N$ обычно используется значение верхнего предела измерения $x_m$. В многопредельных приборах вместо $\Delta x$ используется максимальное значение абсолютной погрешности на данном пределе измерения, а вместо $x_N$ - максимальное значение входного сигнала на этом же пределе. Чаще всего приборы проектируют так, чтобы приведенная погрешность была постоянна во всем диапазоне измерения, что позволяет сравнивать между собой по точности различные приборы одинакового назначения.

Все вышеприведенные числовые оценки погрешностей связаны между собой очевидными соотношениями

$$\Delta x = \gamma_{пр} \cdot x_N; \quad \Delta x = \gamma \cdot x; \quad x_N = \frac{\Delta x}{\gamma_{пр}};$$

$$x_N = \frac{\gamma \cdot x}{\gamma_{пр}}\gamma; \quad = \frac{\gamma_{пр} \cdot x_N}{x}; \quad \gamma_{пр} = \frac{\gamma \cdot x}{x_N}.$$

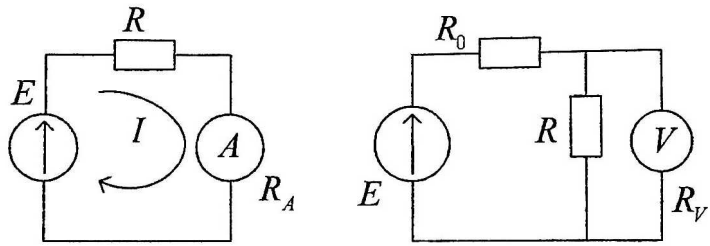
В зависимости от причины возникновения различают методические, инструментальные и субъективные (личные) погрешности.

*Методические погрешности* вызваны несовершенством метода измерений, неточности математических формул, полученных с некоторыми допущениями и положенными в основу конструирования прибора, а также

влиянием прибора на объект измерения.

Характерными причинами методической погрешности является влияние входного сопротивления амперметров и вольтметров на энергетический режим в измеряемой цепи.

**Пример 1.2.** Вычислить относительную методическую погрешность измерения тока в цепи, показанной на рис. 1.8,а.




а) б)

Рис 1.8. К расчету методических погрешностей измерения тока (а) и напряжения (б)

**Решение.** Действительное значение тока в цепи до включения амперметра $I = E/R$. Измеренное значение тока $I_x = E/(R+R_A)$. Тогда относительная методическая погрешность измерения тока, связанная с искажением энергетического режима в цепи за счет включения амперметра с конечным внутренним сопротивлением, будет равна:

$$\gamma_{отн} = (I_x - I)/I = \frac{E/(R+R_A) - E/R}{E/R} = -\frac{R_A}{R_A+R}. \qquad (1.5.1)$$

Отсюда видно, что даже при использовании амперметра с нулевой собственной инструментальной погрешностью ($\gamma_A = 0$) относительная погрешность измерения может достигать существенных значений. Например, если $R_A = R$, то $\gamma_{отн} = -50\%$. Поэтому для уменьшения погрешности, вызванной влиянием амперметра на энергетический режим цепи, в которой производится измерение, необходимо, чтобы $R_A \to 0$. При заданной допустимой относительной погрешности $\gamma_{доп}$ сопротивление $R_A$ должно выбираться из соотношения:

$$R_A \le \frac{\gamma_{доп} R}{1-\gamma_{доп}}. \qquad (1.5.2)$$

Учитывая, что $\gamma_{доп} \ll 1$ можно, получить приближенное выражение, удобное для использования в инженерной практике:

$$R_A \le \gamma_{доп} R. \qquad (1.5.3)$$

**Пример 1.3** Вычислить относительную методическую погрешность

измерения напряжения в цепи, показанной на рис. 1.8,б.

**Решение.** Действительное падение напряжения $U$ на нагрузке $R$ до включения вольтметра равно:

$$U = ER/(R+R_0). \tag{1.5.4}$$

В результате измерения получаем:

$$U_x = \frac{ER_V R/(R_V+R)}{R_0 + RR_V/(R+R_V)} = \frac{ER_V R}{R_0(R+R_V)+RR_V}. \tag{1.5.5}$$

Относительная погрешность измерения составит:

$$\gamma_{отн} = \frac{U_x - U}{U} = \frac{ERR_V/[R_0(R+R_V)+RR_V] - ER/(R+R_V)}{ER/(R+R_V)} = \\ = \frac{-RR_0}{R_0R_V + RR_0 + RR_V}. \tag{1.5.6}$$

Из выражения (1.5.6) следует, что для обеспечения минимального значения относительной методической погрешности необходимо, чтобы $R_V \to \infty$. Если задано предельно допустимое значение относительной методической погрешности измерения $\gamma_{доп}$, то входное сопротивление вольтметра должно выбираться из соотношения:

$$R_V = \frac{(1-\gamma_{доп})RR_0}{\gamma_{доп}(R+R_0)}. \tag{1.5.7}$$

Учитывая, что $\gamma_{доп} \ll 1$, из (1.5.7) можно получить приближенное выражение, удобное для использования в инженерной практике:

$$R_V \geq \frac{RR_0}{\gamma_{доп}(R+R_0)}. \tag{1.5.8}$$

Из последнего выражения видно, что входное сопротивление вольтметра должно быть в $1/\gamma_{доп}$ раз больше, чем суммарное сопротивление параллельно включенных резисторов $R$ и $R_0$. В том случае, если задана общая погрешность измерения как геометрическая сумма методической и инструментальной погрешностей:

$$\gamma_\Sigma = \sqrt{\gamma_{доп}^2 + \gamma_{ин}^2}, \tag{1.5.9}$$

то допустимые значения входных сопротивлений для амперметра и вольтметра соответственно составят:

$$R_A \leq R\sqrt{(\gamma_\Sigma^2 - \gamma_{ин}^2)}, \tag{1.5.10}$$

$$R_V \geq \frac{RR_0}{(R+R_0)\sqrt{(\gamma_\Sigma^2 - \gamma_{ин}^2)}}. \qquad (1.5.11)$$

Другими примерами методических погрешностей являются погрешность квантования в цифровых вольтметрах и погрешность дискретизации в цифровых измерителях частоты и временных интервалов.

*Инструментальная погрешность (собственная погрешность прибора)* связана с неточностью изготовления, сборки и настройки прибора, а также влиянием на прибор внешних эксплуатационных факторов (температуры, давления, влажности, электрических полей и др.).

В общем случае полная погрешность измерения складывается из методической и инструментальной составляющих.

*Личные погрешности* вызваны психофизиологическими особенностями оператора, выполняющего измерения (реакция, острота зрения, глазомер, функциональное состояние).

В зависимости от характера проявления погрешности делятся на систематические, случайные и грубые (промахи).

*Систематические погрешности* остаются постоянными или закономерно изменяются при многократных измерениях одного и того же значения измеряемой величины. Оценкой систематической составляющей может служить статистическое среднее погрешности результатов серии измерений:

$$\Delta X_{ср} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{1}^{n} \Delta X_i .$$

Эта погрешность может быть уменьшена за счет введения поправки, однако точное значение поправки реализуется лишь при $n = \infty$. Поэтому при конечном числе измерений после введения поправки всегда остается *нескомпенсированная часть систематической погрешности* (НСП).

*Случайные погрешности* – это погрешности, значения и знак которых заранее определить невозможно, они ведут себя как "случайные числа". Причинами возникновения случайных погрешностей являются неуточненные условия проведения измерительного эксперимента и непознанные причинно-следственные связи в окружающем нас материальном мире, которым мы приписываем случайный характер.

Случайные погрешности оцениваются с помощью методов теории вероятностей, математической статистики и теории информации.

*Грубые погрешности (промахи)* вызваны ошибочными действиями оператора, поломкой измерительного прибора, а также резким изменением условий измерений. Грубые погрешности выявляются с помощью специальных критериев в ходе обработки результатов измерений.

В зависимости от характера связи значения погрешности с текущим

значением измеряемой величины различают аддитивную и мультипликативную погрешности.

*Под аддитивной погрешностью, полученной в результате суммирования*, понимают значение выходного сигнала прибора при нулевом входном. Часто эту погрешность называют еще «погрешностью нуля». Пусть выходная $y$ и измеряемая $x$ величины прибора связаны между собой линейным уравнением: $y = kx \pm b$. Тогда аддитивная погрешность $y_0$ будет равна:

$$y_0 = y\big|_{x=0} = \pm b .$$

Таким образом, аддитивную погрешность можно интерпретировать в виде полосы неопределенности (рис.1.9,а), ширина которой равна $\Delta y = y_в - y_н = 2y_0 = 2b$, а результат измерения представить в виде $y = y_{ист} \pm y_0$. Если погрешность носит случайный характер, то в зависимости от требуемой надежности оценки, границы интервала $\pm y_0$ выбирают равными $\pm 2\sigma$ ($P_{дов}$=0,95) или $\pm 3\sigma$ ($P_{дов}$=0,997). В любом случае считают, что аддитивная погрешность *не зависит* от текущего значения измеряемой величины и *постоянна* во всем диапазоне измерения.

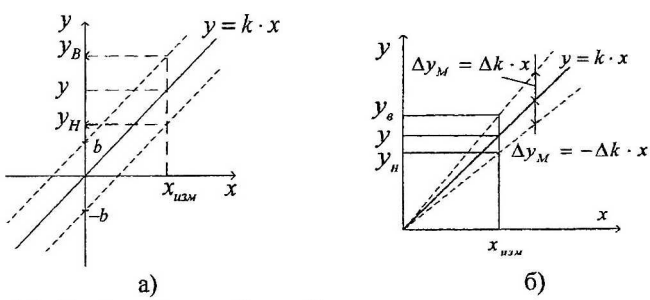



Рис.1.9. График функций преобразования при наличии аддитивной а) и мультипликативной б) погрешностей

Разделив значение $y_0$ на коэффициент преобразования $\kappa$, получим аддитивную погрешность, приведенную ко входу прибора $\Delta x_0 = \pm\dfrac{b}{k}$ (рис.1.10,а).

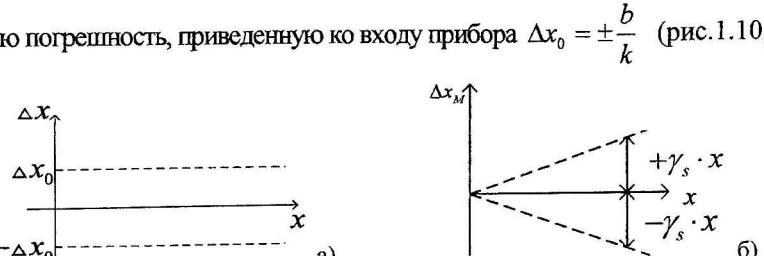



Рис.1.10. График аддитивной а) и мультипликативной б) погрешностей, приведенных ко входу прибора

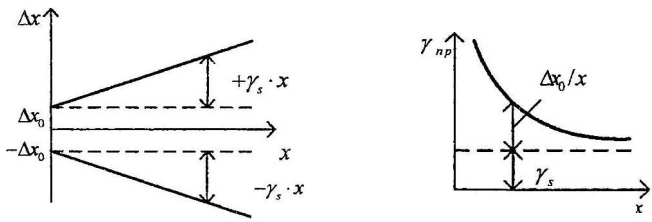
Аддитивная погрешность может быть уменьшена за счет балансировки прибора (установки нуля) перед началом измерений. При длительных измерениях балансировка должна проводиться периодически через 15-20 минут.

*Мультипликативная погрешность (полученная в результате умножения)* возникает вследствие нестабильности коэффициента преобразования $k$ измерительного устройства.

Пусть выходной сигнал является линейной функцией вида $y = k \cdot x$. Предположим, что в результате изменения условий эксплуатации (температуры окружающей среды, атмосферного давления, влажности, электромагнитных полей и пр.) коэффициент $k$ получил приращение $k + \Delta k$. Тогда выходной сигнал также получит приращение $y^* = y \pm \Delta y = k \cdot x \pm \Delta k \cdot x$ (рис. 1.9,б). Абсолютная мультипликативная погрешность на выходе прибора равна (1.10,б):

$$\Delta y_M = y^* - y = \pm \Delta k x . \qquad (1.5.12)$$

Из (1.5.12) видно, что абсолютная мультипликативная погрешность *линейно зависит от* текущего значения измеряемой величины $x$.




а) б)

Рис.1.11. График общей погрешности при наличии аддитивной и мультипликативной составляющих

Разделив обе части последнего уравнения на $k$, можно привести мультипликативную погрешность ко входу:

$$\Delta x_M = \pm \frac{\Delta y}{k} = \pm \frac{\Delta k}{k} x , \qquad (1.5.13)$$

которая также линейно зависит от измеренной величины. Обозначим относительное изменение коэффициента преобразования $\frac{\Delta k}{k} = \gamma_k$, тогда $\Delta x_M = \pm \gamma_k x$, т.е мультипликативная погрешность равна *произведению* относительного изменения коэффициента преобразования на саму измеряемую величину (рис.1.10,б). Так же, как и в предыдущем случае, если мультипликативная погрешность носит случайный характер, то в

зависимости от требуемой надежности оценки, границы интервала $\pm\Delta к$ выбирают равными $\pm 2\sigma$ ($P_{дов}$=0,95) или $\pm 3\sigma$ ($P_{дов}$=0,997).

Мультипликативная погрешность может быть исключена или уменьшена за счет калибровки прибора перед началом измерений, а при длительных измерениях – за счет периодической калибровки через установленный заводом-изготовителем интервал времени.

При наличии и аддитивной и мультипликативной составляющих общая погрешность равна:

$$\Delta x = \pm\Delta x_0 \pm \gamma_к x . \qquad (1.5.14)$$

Графики общей абсолютной и относительной погрешностей приведены на рис. 1.11а,б. Если функция преобразования нелинейна, то, в общем случае, полосу неопределенности мультипликативной погрешности аппроксимируют полиномом $n$-й степени, при этом сложность анализа резко возрастает.

Приведенная классификация погрешностей носит весьма условный характер. Например, среднее значение погрешности для одной серии из $k$ измерений носит систематический характер, а средние значения, вычисленные для каждой из $n$ серий, носят случайный характер.

## 1.6 МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Метрологические характеристики (МХ) измерительных приборов – это комплекс их технических параметров, определяющих точность измерений. МХ вводят с целью достижения взаимозаменяемости, сравнения приборов по точности, определения погрешностей измерительных установок и систем на основе МХ входящих в них измерительных устройств, а также оценки технического состояния средств измерений при поверке. К основным МХ измерительных приборов относятся следующие.

***Уравнение преобразования*** – математическая зависимость, связывающая выходную величину $y$ с входной величиной $x$ через конструктивные параметры прибора $a_1, a_2 ... a_j ... a_n$:

$$y = f\left(x, a_1 ... a_i ... a_n\right).$$

Если известна зависимость каждого параметра $a_i$ от комплекса внешних эксплуатационных факторов $\psi_j$ (температура, давление, влажность, электромагнитные поля, вибрации и т.д.):

$$a_i = F_i\left(\psi_1, \psi_2 \ldots \psi_m\right),$$

то уравнение преобразования позволяет получить весьма детальную информацию о свойствах проектируемого устройства в реальных условиях применения, не прибегая к весьма дорогостоящему физическому эксперименту.

Уравнение преобразования, как правило, получают, исходя из анализа функциональной или принципиальной схемы устройства.

Рассмотрим методику получения функции преобразования на примере термоанемометра – прибора для измерения скорости воздушного потока.

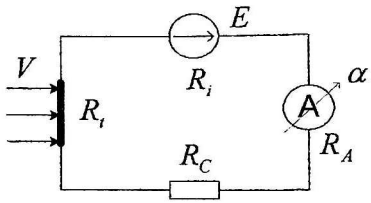



Рис.1.12. Принципиальная схема термоанемометра:
$R_t$ - платиновая проволока, $R_i$ - внутреннее сопротивление источника питания, $R_c$ - сопротивление соединительных проводов

Термоанемометр (рис. 1.12) представляет собой отрезок платиновой проволоки $R_t$, нагреваемый за счет протекающего тока. Если скорость воздушного потока равна $V = 0$, терморезистор находится в состоянии термодинамического равновесия и в его цепи протекает некоторый ток $I_0$. Для уменьшения влияния температуры окружающей среды на точность работы прибора терморезистор предварительно нагревают до высокой температуры ($t$ = + 900... + 1000 $^0$C). Под действием набегающего воздушного потока происходит охлаждение терморезистора, а следовательно, и увеличение тока через амперметр. Уравнение преобразования в данном случае представляет собой зависимость угла отклонения стрелки амперметра от измеряемой скорости потока:

$$\alpha = \psi(V).$$

Последовательность измерительных преобразований скорости потока в угол отклонения стрелки прибора можно представить в виде:

$$V \rightarrow t^0 \rightarrow R_t \rightarrow I \rightarrow \alpha,$$

где $t^0 = f(V)$ – известная зависимость температуры платинового терморезистора от температуры;

$R_t = R_0(1+\alpha t^0)$ – зависимость сопротивления терморезистора от температуры; $\alpha$ – температурный коэффициент сопротивления; $R_0$ – сопротивление терморезистора при 0$^0$C.

$I = \dfrac{E}{R_t + R_c + R_a + R_i}$ – ток, протекающий через амперметр;

$\alpha = S_i I$ зависимость показаний амперметра от измеряемого тока;

$S_i = \dfrac{B \cdot n \cdot S}{W} = const$ - чувствительность магнитоэлектрического амперметра,

где – $B$ – индукция в зазоре магнитной системы, $n$ – число витков измерительной обмотки, $S$ – площадь катушки.

Выполняя очевидные подстановки, получим уравнение преобразования прибора:

$$\alpha = \frac{B \cdot n \cdot S \cdot E}{W\left\{R_c + R_a + R_i + R_0\left[1 + \alpha f(V)\right]\right\}}. \qquad (1.6.1)$$

Полученное выражение связывает показания прибора с измеряемой скоростью и параметрами 10 элементов принципиальной схемы, что позволяет, в соответствии с рассмотренными методиками, оценивать вклад погрешности изготовления каждого из них в суммарную погрешность измерения, а также рассчитать нормы точности их изготовления по заданной суммарной погрешности измерения.

***Чувствительность преобразования*** – характеризует способность прибора реагировать на изменение входного сигнала. В общем случае чувствительность $S = \dfrac{dy}{dx}$ В частном случае при $y = k \cdot x$, $k = S = const$.

У приборов с нелинейной функцией преобразования чувствительность зависит от текущего значения измеряемой величины (рис. 1.13).

Из графика видно, что приборы с линейной функцией преобразования обладают постоянной чувствительностью во всем диапазоне преобразования, что позволяет измерять сверхмалые значения входных сигналов. В то же время приборы с нелинейной функцией преобразования, например квадратичной, в области малых значений измеряемых сигналов имеют чувствительность, близкую к нулю.

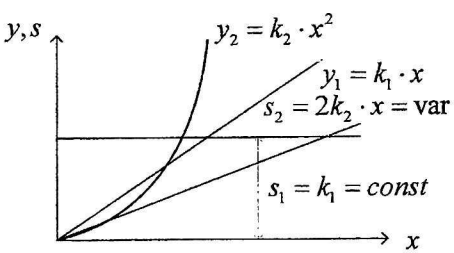



Рис.1.13. Характеристики приборов с линейной и нелинейной функциями преобразования

Если прибор содержит $n$ последовательно включенных блоков с

чувствительностями $S_1, S_2 \ldots S_n$, то $S_{общ} = \prod_{i=1}^{n} S_i$, где $S_i$ – чувствительность отдельных блоков. Чувствительность приборов, содержащих цепь отрицательной обратной связи (рис.1.14), равна:

$$S_{общ} = \frac{\prod_{j=1}^{n} S_j}{1 + \prod_{j=1}^{n} S_j \cdot \prod_{j=1}^{m} S_{0j}},$$

где $\prod_{j=1}^{m} S_{0j}$ – чувствительность цепи отрицательной обратной связи.

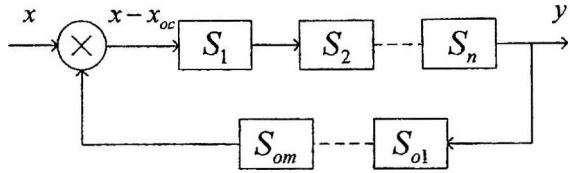



Рис.1.14. Структурная схема прибора уравновешивающего преобразования

***Порог чувствительности*** – минимальное значение входного сигнала, которое может быть зарегистрировано измерительным прибором, без каких-либо дополнительных устройств. Для стрелочного прибора под порогом чувствительности следует понимать цену деления шкалы прибора на самом малом диапазоне измерения; для осциллографа – это 1/10 цены деления в режиме максимальной чувствительности (минимального значения коэффициента вертикального отклонения); для цифрового вольтметра - значение входного сигнала, соответствующее появлению единицы в самом младшем разряде выходного десятичного кода измеряемого напряжения.

***Основная погрешность измерений*** – погрешность прибора в нормальных условиях эксплуатации.

Под нормальными условиями понимается комплекс внешних эксплуатационных факторов – температуры, атмосферного давления, влажности, электромагнитных полей, механических воздействий и др., значения которых для данного типа приборов оговорены в соответствующем стандарте.

Например, для авиационных измерительных преобразователей нормальными условиями являются:

температура окружающей среды $+25 \pm 10^0$C;

- атмосферное давление 750±30 мм.рт.ст.;

относительная влажность 65±15%;

номинальные значения амплитуды и частоты напряжения питания;

- отсутствие виброударных нагрузок;

- нормальное (рабочее) положение в пространстве;
- отсутствие внешних электрических и магнитных полей (кроме земного).

***Дополнительная погрешность*** – вызвана отклонением внешних эксплуатационных факторов от нормальных значений. В этом случае говорят о дополнительной температурной, барометрической, вибрационной погрешностях и др.

***Диапазон измерения*** – область значений измеряемой величины, для которой нормированы допускаемые пределы погрешности измерения.

***Верхний предел измерения*** – наибольшее значение диапазона измерения.

***Цена деления шкалы*** – разность значений величин, соответствующих двум соседним делениям шкалы. В многопредельных приборах цена деления на самом младшем диапазоне измерения совпадает с порогом чувствительности прибора.

***Класс точности*** - это обобщенная характеристика точности прибора, которая определяется пределами его основной и дополнительной погрешностей, а также другими факторами, влияющими на его точность. К таким факторам обычно относят износ и старение элементов конструкции и принципиальной схемы прибора. Класс точности не определяет погрешность каждого конкретного измерения, он характеризует метрологические свойства прибора в целом. По классу точности можно сравнивать между собой приборы, предназначенные для измерения одних и тех же физических величин, но выполненных на разных физических принципах.

Существует несколько способов расчета класса точности приборов. Пусть суммарная погрешность носит *аддитивный* характер. В этом случае класс точности рассчитывается по приведенной погрешности:

$$P_1 = \frac{\Delta x}{x_N} 100\%,$$

где $x_N$ - номинальное значение входного сигнала.

Для средств измерений с равномерной или степенной шкалой $x_N$ принимают равным:

- большему из пределов измерения, если нулевая отметка находится на краю диапазона измерений;
- сумме модулей пределов измерения, если нулевая отметка находится внутри диапазона измерения.

Число, определяющее класс точности, выбирается путем округления расчетного значения приведенной погрешности до ближайшего большего числа из стандартного ряда чисел:

$$q_1 = \left\{1\cdot 10^n, 1.5\cdot 10^n, 2\cdot 10^n, 2.5\cdot 10^n, 4\cdot 10^n, 5\cdot 10^n, 6\cdot 10^n\right\}.$$

Пусть, например, $P_1 = 1{,}47\%$. Ближайшим числом из стандартного ряда чисел является $1{,}5 \cdot 10^0\%$. Условное обозначение класса точности: 1.5.

Если в структуре общей погрешности преобладает мультипликативная составляющая, то нормирование осуществляется по относительной погрешности

$$P_2 = \frac{\Delta_M}{x} 100\% = \frac{\gamma_s \cdot x}{x} 100\% = \gamma_s\%,$$

где $\gamma_s$ – относительное изменение чувствительности. Найденное значение $\gamma_s$ также округляется до ближайшего большего числа из стандартного ряда чисел.

Пример обозначения  .

Если аддитивная и мультипликативная погрешности прибора соизмеримы, т.е. $\Delta x_0 \approx \gamma_s \cdot x$, то класс точности рассчитывается по относительной погрешности и выражается формулой:

$$q_3 = \pm\left[c + d\left(\left|\frac{x_m}{x}\right| - 1\right)\right],$$

где $c = \gamma_s + d$, $d = \frac{\Delta x_0}{x_{max}} 100\%$, $d$ – приведенная аддитивная погрешность прибора, $x_m$ – верхний предел измерения, $x$ – текущее значение измеряемой величины.

В этом случае класс точности обозначается дробью: $c/d$, где $c,d$ – числа, выбираемые из стандартного ряда чисел. Если, например, $c = 0.1\%$ и $d = 0{,}05\%$, то обозначение класса точности выглядит следующим образом: $0.1/0.05$.

***Частотный диапазон прибора*** – это диапазон частот, внутри которого погрешность, вызванная изменением частоты входного сигнала, не превышает допустимого значения.

***Вариация показаний прибора*** – это максимально возможная разница между двумя отдельными измерениями одного и того же значения измеряемой величины при подходе к нему со стороны сначала меньших, затем больших значений. Причиной вариации показаний являются всевозможные гистерезисные явления в кинематических, магнитных, электрических и электронных цепях приборов.

***Статическая погрешность прибора*** – это погрешность прибора в установившемся режиме, когда все переходные процессы закончены.

***Время измерения*** интервал времени, затрачиваемый на одно измерение. Для аналоговых приборов с апериодической формой

переходного процесса этот интервал равен 3-5 $\tau$ , где $\tau$ -постоянная времени прибора; для цифровых приборов он равен длительности одного цикла измерения.

***Динамическая погрешность*** – разность между текущим значением выходного сигнала прибора в переходном режиме и его установившимся значением $\Delta y_д = y(t) - y_{уст}$ (рис. 1.15).

Среднюю оценку динамической погрешности за время установления показателей можно вычислить двумя способами:

$$\Delta y_{д1} = \frac{1}{T_{уст}} \int_0^{T_{уст}} \Delta y_{д1}(t)dt \quad \text{– для апериодического переходного процесса;}$$

$$\Delta y_{д2} = \sqrt{\frac{1}{T_{уст}} \int_0^{T_{уст}} \Delta y_{д2}^2(t)dt} \quad \text{– для колебательного переходного процесса.}$$

К категории динамических погрешностей относится также *погрешность датирования отсчета* $\Delta U_\tau(t)$ в цифровых измерительных приборах. Она обусловлена, с одной стороны, конечностью времени измерения $t_{изм}$, а с другой изменением самой измеряемой величины в течение времени (цикла) измерения (рис.1.16).

***Входное сопротивление прибора***, в общем случае, определяется как отношение входного напряжения прибора к входному току: $R_{вх} = U_{вх} / I_{вх}$. Входное сопротивление характеризует степень влияния прибора на энергетический режим работы цепи, в которой производится измерение. Для уменьшения этого влияния необходимо, чтобы $R_{вх}$ вольтметров стремилось к бесконечности, а $R_{вх}$ амперметров – к нулю.

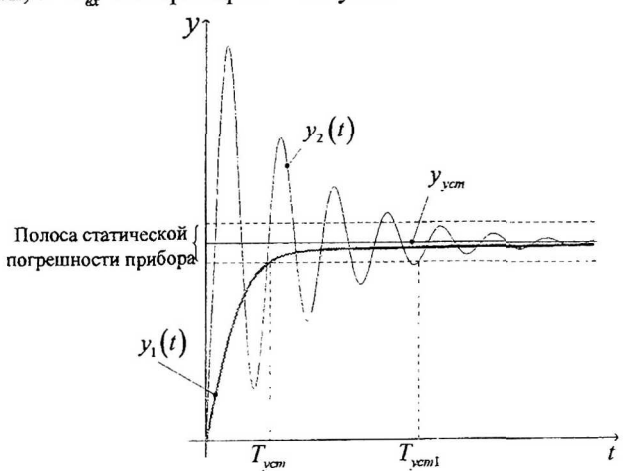



Рис.1.15. К определению динамической погрешности измерения

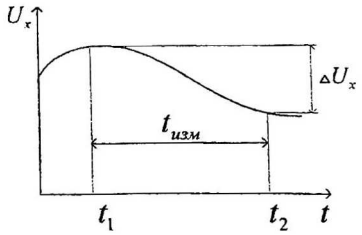



Рис.1.16. Определение погрешности датирования отсчета

***Выходное сопротивление прибора*** – представляет собой отношение выходного напряжения прибора к выходному току: $R_{вых} = U_{вых} / I_{вых}$. Оно определяет условия неискаженной передачи выходного сигнала измерительного устройства, например датчика, на вторичный измерительный преобразователь. При передаче напряжения, тока и мощности должны выполняться следующие условия:

$$R_{вых,V} \to 0, R_{вых,A} \to \infty, R_{вых,p} = R_н .$$

## 1.7 МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Существует несколько подходов к оценке случайных погрешностей, основанных на методах теории вероятностей, математической статистики и теории информации. Эти подходы применяются как при обработке результатов измерительного эксперимента, так и на этапе метрологического анализа проектируемых измерительных устройств.

При использовании *точечной оценки* случайная погрешность задается двумя числами: $m'_{\Delta x}$ – математическим ожиданием и $\sigma'_{\Delta cp}$ – среднеквадратическим отклонением (с.к.о.). Для получения точечных оценок необходимо располагать результатами $n$ измерений одного и того же значения измеряемой величины $x_1, x_2, ....., x_n$. Абсолютную погрешность результата каждого измерения определяют как разность $\Delta x_i = x_i - x^*_{ист}$, где $x^*_{ист} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ – оценка истинного значения измеряемой величины. Чем больше $n$, тем ближе оценка истинного значения $x^*_{ист}$ к самому истинному значению $x_{ист}$.

По полученным значениям $\Delta x_i$ можно вычислить точечные оценки погрешности измерения как случайной величины:

$m'_{\Delta x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i$ – оценку математического ожидания, характеризующую *центр* рассеивания случайных погрешностей,

$\sigma'_{\Delta x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\Delta x_i - m'_{\Delta x})^2}{(n-1)}}$ – оценку с.к.о., характеризующую *степень* рассеяния случайных погрешностей относительно математического ожидания.

В ходе проектирования средств измерений на основании ранее полученных экспериментальных данных или теоретических исследований задаются аналитической зависимостью $f(\Delta x)$ плотности распределения случайной погрешности, используя которую, вычисляют ее математическое ожидание:

$$m_{\Delta x} = \int_{-\infty}^{\infty}\Delta x f(\Delta x)d\Delta x$$

и среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}(\Delta x)^2 f(\Delta x)d\Delta x}\,.$$

Чаще всего на практике имеют дело с нормальным законом распределения.

*Интервальная оценка случайной погрешности* задается двумя числовыми характеристиками. Первая из них - *доверительный интервал* характеризует границы симметричного $\pm\Delta x_{дов}$ или несимметричного $\left[\Delta x_{\min}, \Delta x_{\max}\right]_{дов}$ интервала, в который попадают все значения случайной погрешности. Вторая оценка – *доверительная вероятность* $P_{дов}$ – определяется значением вероятности попадания всех значений случайной погрешности в установленный доверительный интервал.

Если погрешность подчинена симметричному равномерному закону с плотностью распределения вида:

$$f(\Delta x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Delta x_m} \; при \left|\Delta x\right| \le \Delta x_m \\ 0 \quad при \left|\Delta x\right| > \Delta x_m \end{cases}.$$

В этом случае все значения погрешностей укладываются в интервал $\Delta_{дов} = \pm\Delta x_m$ с доверительной вероятностью $P_{дов}\left(\left|\Delta x\right| \le \left|\Delta x_m\right|\right) = 1$.

Однако на практике часто встречаются законы распределения, у которых ветви распределения уходят в $\pm\infty$. При таких законах нельзя указать конечную ширину доверительного интервала, в которой с

вероятностью, равной единице попадали бы все значения случайных погрешностей. В этом случае при любом конечном доверительном интервале всегда существует хотя и ничтожно малая, но конечная вероятность выхода погрешности за границы этого интервала.

В общем случае для произвольного закона распределения:

$$P\left(\Delta x_{min} \le \Delta x \le \Delta x_{max}\right) = \int_{\Delta x_{min}}^{\Delta x_{max}} f\left(\Delta x\right) d\Delta x .$$

С помощь данного уравнения для нормального закона получены следующие интервальные оценки:

$$\Delta_{дов} = \pm\sigma_{\Delta x}, P_{дов} = 0,68,$$
$$\Delta_{дов} = \pm 2\sigma_{\Delta x}, P_{дов} = 0,9,$$
$$\Delta_{дов} = \pm 3\sigma_{\Delta x}, P_{дов} = 0,997.$$

Значение погрешности $\pm 3\sigma_{\Delta x}$ называют еще практически предельным значением или **допуском**.

В основе *информационного подхода* к оценке случайных погрешностей измерения лежит понятие энтропии сигнала (или сообщения) как меры его неопределенности [4]. Энтропия непрерывной случайной величины:

$$H\left(x\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(x\right) \cdot \ln f\left(x\right) dx , \qquad (1.7.1)$$

где $f(x)$ – плотность распределения измеряемого сигнала.

Для дискретной случайной величины:

$$\widetilde{H}\left(x\right) = -\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot \ln P_i ,$$

где $P_i$ – вероятность появления $i$-го события (значения измеряемой величины).

Если измерения проводятся без погрешностей, то количество информации $I$, получаемое в результате такого опыта, численно равно энтропии измеряемого сигнала:

$$I = H\left(x\right).$$

Если измерения проводятся с погрешностью, то количество информации равно убыли неопределенности до и после измерения:

$$I = H\left(x\right) - H\left(\Delta\right),$$

где $H\left(\Delta\right)$ – остаточная неопределенность результата, вызванная погрешностью измерения. Пусть погрешность подчинена равномерному закону распределения (рис.1.17), тогда в соответствии с формулой (1.7.1) получим:

$$H_p = -\int_{-\Delta x_m}^{+\Delta x_m} \frac{1}{2\Delta x_m} \cdot \ln\left(\frac{1}{2\Delta x_m}\right) d\Delta x_m = \ln 2\Delta x_m . \qquad (1.7.2)$$

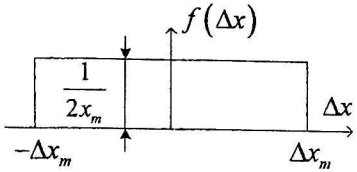



Рис.1.17. График плотности равномерного распределения случайной погрешности

Пусть теперь погрешность подчинена произвольному закону распределения. Приравняем формально энтропию погрешности с произвольным законом распределения к энтропии погрешности с равномерным законом распределения:

$$\ln 2\Delta x_m = H(\Delta x).$$

Решая полученное уравнение относительно $\Delta x_m$, получим:

$$\Delta x_m = \frac{1}{2} e^{H(x)} = \Delta x_э . \qquad (1.7.3)$$

Найденное таким образом значение называется *энтропийным значением погрешности.*

**Определение.** Под энтропийным значением погрешности с произвольным законом распределения понимается такое значение погрешности с равномерным законом распределения, которое вносит в результат измерения точно такое же количество дезинформации, как и погрешность с заданным произвольным распределением.

Использование энтропийного значения позволяет заменить погрешность с произвольным законом погрешностью с эквивалентным по дезинформационному воздействию равномерным законом распределения с четко очерченными границами $\pm\Delta x_э$.

Отношение $K_э = \dfrac{\Delta x}{\sigma_{\Delta x}}$, где $\sigma_{\Delta x}$ - среднеквадратическое отклонение, получило название *энтропийного коэффициента*, значение которого зависит от вида распределения. Энтропийный коэффициент максимален при нормальном законе распределения $K_э \approx 2,07$ Для симметричного экспоненциального распределения он равен $K_э \approx 1.95$, треугольного – $K_э \approx 1.92$, равномерного – $K_э \approx 1.92$, арксинусоидального – $K_э \approx 0.8 \div 1.1$.

Распределения, у которых $K_э > 1.7$, относятся к классу высокоэнтропийных распределений. Их особенность состоит в том, что при их суммировании результирующее распределение также относится к классу высокоэнтропийных.

## 1.8 СУММИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

### 1.8.1 Общие правила суммирования погрешностей измерений

Если на результат измерения оказывает влияние $n$ случайных, независимых центрированных погрешностей, то суммарная случайная погрешность определяется по правилам геометрического суммирования:

$$\Delta \overset{\circ}{x}_{сл} = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \overset{\circ}{\Delta} x_{сл_i}^2} \ . \qquad (1.8.1)$$

Если отдельные составляющие случайной погрешности оказывают неодинаковое влияние на результирующую погрешность, то суммирование ведется с учетом коэффициентов влияния $a_i$:

$$\Delta \overset{\circ}{x}_{сл} = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left( a_i \cdot \overset{\circ}{\Delta} x_{сл_i} \right)^2} \ , \qquad (1.8.2)$$

где $a_i$ определяется по уравнению преобразования прибора $y = f\left(x, x_1 \ldots x_n\right)$.

Если погрешности заданы в абсолютной размерности, то $a_i = \dfrac{df}{dx_i}$.

Для относительных и приведенных погрешностей:

$$a_i = \frac{df}{dx_i} \frac{x_{iн}}{f_н},$$

где $x_i$ – конструктивный параметр прибора, а $x$ – измеряемая величина, $x_н$ – номинальное значение конструктивного параметра прибора, $f_н$ – нормирующее значение функции преобразования.

Если на результат измерения оказывают влияние $n$ систематических составляющих, то общая систематическая погрешность равна алгебраической сумме:

$$\Delta x_{сист} = \sum_{i=1}^{m} \Delta x_{сист_i} \ .$$

Если на результат измерения одновременно оказывают влияние и систематическая, и случайная составляющие, то общая погрешность вычисляется по правилам геометрического суммирования

$$\Delta_{общ} = \sqrt{\overset{\circ}{\Delta} x_{сл}^2 + \Delta_{сист}^2} \ .$$

Приведенные правила суммирования погрешностей основываются на

известном из теории вероятностей правиле нахождения дисперсии суммы двух случайных величин:

$$\sigma^2(x_1+x_2)=\sigma_{x_1}^2+\sigma_{x_2}^2+2\rho\cdot\sigma_{x_1}\sigma_{x_2},$$

где $\rho$ - коэффициент корреляции, $\rho=[-1;1]$.

Для независимых случайных погрешностей коэффициент корреляции $\rho=0$, следовательно:

$$\sigma(x_1+x_2)=\sqrt{\sigma_{x_1}^2+\sigma_{x_2}^2}.$$

Если составляющие жёстко коррелированы ($\rho=\pm1$), то:

$$\sigma(x_1+x_2)=\sigma_{x_1}\pm\sigma_{x_2}.$$

Описанные правила распространяются на погрешности, распределенные по нормальному закону распределения, для которого оценки случайной погрешности в виде дисперсии и математического ожидания являются оптимальными.

### 1.8.2 Суммирование погрешностей с произвольными законами распределения

*Метод попарного применения интеграла свертки.* Если на результат измерения оказывают влияние погрешности с произвольными законами распределения и известны их аналитические описания, то результирующее распределение находится путем последовательного попарного применения интеграла свертки.

Пусть имеем плотности вероятностей составляющих погрешности, заданные аналитически:

$$f(\Delta_1),f(\Delta_2),f(\Delta_3)\dots f(\Delta_n).$$

Выберем из всего массива погрешностей составляющие с нормальным законом распределения и определим параметры результирующего нормального закона распределения:

$$f_{\Sigma_н}(\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_{\Delta\Sigma}}\,e^{\frac{(\Delta-m_{\Delta\Sigma})^2}{2\sigma_\Sigma^2}},$$

где $\sigma_{\Delta\Sigma}=\sqrt{\sum_{i=1}^{k}\sigma_{i_н}^2}$ и $m_{\Delta\Sigma}=\sum_{i=1}^{k}m_{i_н}$.

После этого вычисляют первый промежуточный интеграл свертки $f_1(\Delta)=f_{\Sigma_н}(\Delta)*f(\Delta_{к+1})$. Полученную плотность $f_1(\Delta)$ сворачивают с

$f(\Delta_{k+2})$ и получают второй промежуточный результат:

$$f_2(\Delta) = f_1(\Delta) * f(\Delta_{k+2}).$$

Результирующая композиция, дающая распределение имеет вид:

$$f_{n-k}(\Delta) = f(\Delta_n) * f_{n-k-1}(\Delta).$$

Зная вид результирующего распределения, можно легко получить любые числовые характеристики погрешности как случайной величины.

Недостатком такого метода является то, что чаще всего интегралы свертки не выражаются через элементарные функции, поэтому необходимо прибегать к методам численного интегрирования на ЭВМ, хотя и на ЭВМ эти задачи решаются не так просто.

*Метод статистического моделирования.* Если необходимо оценить результирующую погрешность при известных *аналитических* законах распределения отдельных составляющих, то поступают следующим образом.

С помощью программных средств на ЭВМ создают генераторы случайных чисел, подчиненных исходным законам распределения:

$$f(\Delta_1), f(\Delta_2), f(\Delta_3) \ldots f(\Delta_n).$$

Область определения каждой погрешности делится на $k$ подынтервалов. Из каждого подынтервала равновероятным способом выбирается по одному значению погрешности. Результаты такой выборки объединяют в общий числовой массив, который будет содержать $n \times k$ элементов. По полученному числовому массиву строят гистограмму и аппроксимируют ее гладкой аналитической кривой с проверкой гипотезы по критерию Пирсена или Колмогорова. Полученная таким образом результирующая композиция является исчерпывающей характеристикой суммарной погрешности как случайной величины, с помощью которой можно получить ее точечные, интервальные и энтропийные оценки.

### 1.8.3 Суммирование доверительных интервалов погрешностей измерений

Недостатком доверительной оценки случайной погрешности является то, что доверительные интервалы в общем случае суммировать нельзя. Это связано с тем, что значения доверительных интервалов нелинейно связаны с доверительными вероятностями. Поэтому, просуммировав доверительные интервалы, нельзя корректно определить результирующую доверительную вероятность.

Однако из этого правила есть одно исключение. Если погрешности подчинены высокоэнтропийным законам распределения ( $\kappa_э \geq 1,7$ ), то кривые

интегральных законов распределения практически сливаются между собой в узком диапазоне изменения аргумента $\pm 1.6\frac{\Delta x}{\sigma}$. Как видно из рисунка 1.18, диапазону $\pm 1.6\frac{\Delta x}{\sigma}$ соответствует вероятность: $p_{дов}$ =0,95–0,05=0,9.

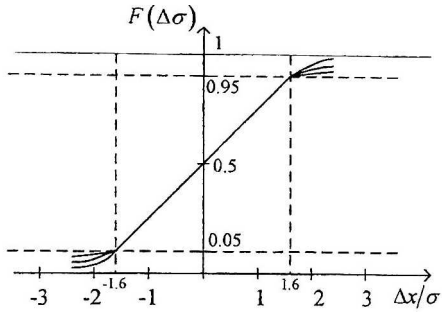



Рис.1.18. Графики высокоэнтропийных распределений

Это позволяет с вероятностью 0,9 задать любую из высокоэнтропийных погрешностей: $\Delta_{0.9_i} = \pm 1.6\sigma_i$.

Поскольку при суммировании высокоэнтропийных погрешностей результирующая погрешность также относится к классу высокоэнтропийных, то их можно суммировать по правилам для нормально распределенных погрешностей:

$$\Delta_{\Sigma_{0.9}} = \pm 1.6\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\Delta_{xi}^2}\ . \qquad (1.8.3)$$

### 1.8.4 Погрешности косвенных измерений

При косвенных измерениях искомая величина $A$ находится по известной математической зависимости между величинами – аргументами $A = f(x, y \ldots t)$. Естественно предположить, что погрешность измерения величины $A$ является некоторой функцией от погрешностей измерения аргументов:

$$\Delta_A = F(\Delta x, \Delta y \ldots \Delta t).$$

Рассмотрим наиболее простой случай, когда измеряемая величина является функцией одной переменной $A = f(x)$, а затем распространим полученный результат на случай функции многих переменных. Результат измерения величины $A$ представим в виде:

$$A+\Delta_A = f\left(x+\Delta x\right),$$

где $\Delta_A$ – абсолютная погрешность измерения параметра $A$, $\Delta_x$ – погрешность измерения аргумента $x$. Разложив правую часть выражения в ряд Тейлора, и ограничившись членами, содержащими $\Delta x$ в первой степени, получим:

$$f\left(x+\Delta x\right) \approx f\left(x\right) \pm \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x = A+\Delta_A,$$

откуда $\Delta A = \pm\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x$. В общем случае, когда $A$ является функцией многих переменных, суммарная абсолютная *систематическая* погрешность $\Delta A$ может быть найдена:

$$\Delta A_{сист} = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \ldots + \frac{\partial f}{\partial t}\Delta t, \qquad (1.8.4)$$

где $\Delta x$, $\Delta y$, $\Delta t$ – систематические погрешности измерения параметров $x, y, \ldots, t$.

Если погрешности измерения аргументов $x, y, \ldots, t$ имеют *случайный* характер, то суммирование производится геометрически:

$$\Delta A_{сл} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x_{сл i}\right)^2}. \qquad (1.8.5)$$

Относительная погрешность:

$$\gamma_A = \frac{\Delta A}{f\left(x^*, y^* \ldots t^*\right)}, \qquad (1.8.6)$$

где $x^*$, $y^*$, $t^*$ – результаты однократных измерений аргументов.При этом вместо результатов однократных измерений $x^*, y^*, \ldots, t^*$ в знаменатель выражения (1.8.6) следует подставить оценки математических ожиданий (истинных значений) аргументов с учетом границ НСП.

Если систематическая и случайная составляющие одного порядка, то общая погрешность находится также путем их геометрического суммирования:

$$\Delta A_{общ} = \sqrt{(\Delta A_{сл})^2 + (\Delta A_{сист})^2}.$$

**Пример 1.4.** Рассчитать погрешность косвенного измерения активного сопротивления $R$, если с помощью амперметра измерен ток $I$, протекающий через него, а с помощью вольтметра измерено падение напряжения $U$ на нем. Заданы приведенные погрешности приборов $\gamma_A$ и

$\gamma_V$, а также их верхние пределы измерения $I_m$ и $U_m$. Погрешности приборов носят систематический характер. Для вычисления искомого значения измеряемого сопротивления воспользуемся формулой закона Ома: $R = U/I$.

**Решение**. Согласно (1.8.4) для определения суммарной погрешности необходимо из условий задачи определить частные производные $\frac{dR}{dU}$, $\frac{dR}{I}$, а также абсолютные погрешности измерения тока $\Delta I$ и напряжения $\Delta U$. Вычислим частные производные: $\frac{dR}{dU} = \frac{1}{I}$, $\frac{dR}{I} = -\frac{U}{I^2}$. Абсолютные погрешности найдем по заданным приведенным погрешностям приборов:

$$\Delta U = \gamma_U U_m, \Delta I = \gamma_A I_m.$$

Подставляя найденные значения производных и погрешностей в выражение (1.8.4) получим:

$$\Delta R = \frac{\Delta U}{I^*} - \frac{U \Delta I}{I^{*2}}.$$

Относительная погрешность косвенного измерения:

$$\gamma_R = \frac{\Delta R}{R^*} 100\% = \frac{I^* \Delta U - U^* \Delta I}{I^* U^*},$$

где $I^*, U^*$ – результаты измерения тока и напряжения.

## 1.9 НОРМИРОВАНИЕ И ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные задачи нормирования погрешностей заключаются в выборе показателей, характеризующих погрешность, и установлении допускаемых значений этих показателей. Решение этих задач определяется целью измерений и использованием результатов. Например, если результат измерения используется наряду с другими при расчете какой-то экспериментальной характеристики, то необходимо учитывать погрешности отдельных составляющих путем суммирования их СКО. Если речь идет о контроле в пределах допуска и нет информации о законах распределения параметра и погрешности, то достаточно ограничиться доверительным интервалом с доверительной вероятностью. Эти показатели должны сопровождать результаты измерений тогда, когда дальнейшая обработка результатов *не предусмотрена.*

В соответствии с МИ 1317—86 точность измерения должна выражаться одним из способов:

1) интервалом, в котором с установленной вероятностью находится суммарная погрешность измерения;

2) интервалом, в котором с установленной вероятностью находится систематическая составляющая погрешности измерений;

3) стандартной аппроксимацией функции распределения случайной составляющей погрешности измерения и средним квадратичным отклонением случайной составляющей погрешности измерения;

4) стандартными аппроксимациями функций распределения систематической и случайной составляющих погрешности измерения и их средними квадратичными отклонениями и функциями распределения систематической и случайной составляющих погрешности измерения.

В инженерной практике применяется, в основном, первый способ $x = a \pm \Delta$, или $\Delta = [\Delta_{мин}, \Delta_{мах}]$, $P_{дов} = 0,9$.

Числовое значение результата измерения должно заканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности $\Delta$.

## 1.10 МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

### 1.10.1 Обработка результатов прямых многократных измерений

Последовательность обработки результатов измерений включает следующие этапы:

– если возможно, исключают систематическую погрешность путем введения поправки;

– вычисляют среднее значение $x_{ср}$ результатов серии измерений по формуле:

$$x_{ср} \approx \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ;$$

– величина $x_{ср}$, полученная для одной серии измерений, является случайным приближением к истинному значению.

Поэтому для оценки ее возможных отклонений вычисляют выборочное СКО среднего значения $\bar{\sigma}_x$ по результатам $k$ серий измерения:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{k}(x_{cpi} - x^{*}_{ср})^2}{k(k-1)}},$$

где $x_{cpi}$ – среднее значение $i$-й серии, $i=1...n$, $x^{*}_{cp}=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}x_{cpj}$ – оценка математического ожидания среднего значения по $k$ сериям измерений;

– исключают промахи;

– определяют закон распределения случайной составляющей;

– при заданном значении доверительной вероятности $P_{дов}$ и числе измерений $n$ по таблицам определяют коэффициент Стьюдента $t_p$;

– находят границы доверительного интервала $\overset{\circ}{\Delta}=\pm t_p\sigma_{xcp}$;

– если величина $\overset{\circ}{\Delta}$ сравнима с абсолютным значением погрешности прибора, то величину $\Delta_{си}$ считают неисключенной систематической составляющей и в качестве доверительного интервала выбирают величину:

$$\Delta_{\Sigma}=\sqrt{\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)^2+\left(\frac{t_p(\infty)}{3}\Delta_{си}\right)^2}=\sqrt{\left(\overset{\circ}{\Delta}\right)^2+\left(0{,}65\Delta_{си}\right)^2}\,.$$

Если в результате измерительного эксперимента можно уверенно выделить составляющие $\theta$ НСП, то по ГОСТ 8.207-76 суммарная погрешность многократных измерений определяется с погрешностью 5-10% по приближенной формуле [3]:

$$\Delta_{\Sigma}=\sqrt{\theta^2+t_p^2\sigma^2_{xcp}}\,.$$

Окончательный результат записывают в виде:

$$x=x_{cp}\pm\Delta_{\Sigma}\,.$$

### 1.10.2 Выявление и исключение грубых погрешностей (промахов)

Грубые погрешности (промахи) могут существенно исказить оценку среднего значения $x_{cp}$, с.к.о. и доверительный интервал погрешности измерения при статистических измерениях. Существует ряд критериев для оценки промахов.

*Критерий* $3\sigma$. В этом случае считается, что результат, возникающий вероятностью $P\le 0{,}003$, малореален и его можно рассматривать как промах. Сомнительный результат $i-$го измерения $x_i$ отбрасывается, если выполняется условие:

$$\left|x_{cp}-x_i\right|>3\sigma\,.$$

Величины $x_{cp}$ и $\sigma$ вычисляются по результатам статистических измерений без учета $x_i$. Данный критерий надежен при числе измерений $n\ge 20...50$. Если $n$ < 20, для обнаружения промахов целесообразно

применять *критерий Романовского.* При это вычисляют соотношение:

$$\left|(x_{cp} - x_i)\right| / \sigma = \beta .$$

Полученное значение $\beta$ сравнивают с теоретическим $\beta_T$, значение которого выбирают по табл. 1.2 с учетом уровня значности Р.

Таблица 1.2

Зависимость $\beta_T = f(n)$

| Вероятность Р | Число измерений | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *n=4* | *n=6* | *n=8* | *n=10* | *n=12* | *n=15* | *n=20* |
| 0,01 | 1,73 | 2,16 | 2,43 | 2,62 | 2,75 | 2,90 | 3,08 |
| 0,02 | 1,72 | 2,13 | 2,37 | 2,54 | 2,66 | 2,80 | 2,96 |
| 0,05 | 1,71 | 2,10 | 2,27 | 2,41 | 2,52 | 2,64 | 2,78 |
| 0,10 | 1,69 | 2,00 | 2,17 | 2,29 | 2,39 | 2,49 | 2,62 |

Обычно выбирают Р=0,01...0,05 и, если $\beta \geq \beta_T$, то результат измерения отбрасывают.

**Пример 1. 5.1.** При измерении радиодальномером дальности до цели получены следующие результаты: 22, 24, 26, 28 и 100 км. Последний результат ставим под сомнение. В этом случае:

$$x_{cp} = \frac{22+24+26+28}{4} = 25 \text{ км.} \quad \sigma = \sqrt{\frac{3^2+1^2+(-1)^2+(-3)^2}{4-1}} = 2,6 \text{ км}$$

Поскольку n<20, то по критерию Романовского при Р=0,01, n=4 и $\beta_T = 1,73$ получим $\beta = |25-100| / 2,6 > 1,73$. Следовательно, результат 100км необходимо отбросить.

Если число измерений невелико (n<10), то можно использовать *критерий Шовине.* В этом случае промахом считается результат $x_i$, если разность $\left|x_{cp} - x_i\right|$ превышает нижеприведенные значения для различного числа измерений:

$$\left|x_{cp} - x_i\right| = \begin{cases} 2,0\sigma (n=10) \\ 1,9\sigma (n=8) \\ 1,7\sigma (n=6) \\ 1,6\sigma (n=4) \end{cases}$$

**Пример 1.5.2.** Измерение силы тока дало следующие результаты: 10,07; 10,08; 10,10; 10,12; 10,13; 10,15; 10,16; 10,17; 10,2; 10,4А. Необходимо проверить, не является ли промахом значение 10,4.

*Решение.* Обработав данные, получим значения $x_{cp} = 10,16A$, $\sigma = 0,094A$. По критерию Шовине $|10,16-10,4| = 0,24 > 2 \cdot 0,094$. Поэтому результат 10,4 следует отбросить.

Рассмотренные критерии могут быть встроены в программное

обеспечение для автоматизированной обработки результатов статистических измерений в микропроцессорных и компьютерных измерительных устройствах.

### 1.10.3 Обработка результатов прямых однократных измерений

В исследовательской и инженерной практике чаще всего применяются однократные равноточные измерения искомого параметра, при которых общая погрешность измерения не должна превосходить некоторого значения, установленного техническими условиями [3]. Однократные измерения эффективны в том случае, когда неисключенные систематические погрешности, например класс точности, заведомо больше случайной. Практически это условие выполняется, если доверительный интервал случайной погрешности в 2...4 раза меньше систематической, что можно подтвердить (или опровергнуть!), выполнив пробные многократные измерения. Поскольку измерение выполняется квалифицированным оператором, как правило в лабораторных (нормальных) условиях, при однократных измерениях пренебрегают дополнительными и субъективными погрешностями. С учетом указанных допущений результат однократного измерения можно записать в виде $x = x_{си} \pm \Delta_{\Sigma}$, где $\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{си}^2 + \Delta_{мет}^2}$ – суммарная погрешность, определяемая классом точности $\Delta x_{си}$ и методической погрешностью $\Delta_{мет}$, $x_{си}$ – результат, зафиксированный СИ.

Для избежания промахов при однократных измерениях, делают 2-3 измерения и за результат принимают среднее значение. Предельная погрешность однократных измерений определяется в основном классом точности прибора $\Delta_{си}$. При этом считают, что систематическая составляющая $\Delta_{сист} \le 0.3\Delta_{си}$, а случайная $\dot{\Delta}_{сл} \le 0.4\Delta_{си}$. Учитывая, что $\Delta_{изм} = \pm(\Delta_{сист} + \dot{\Delta}_{сл})$, суммарная погрешность однократного измерения не превосходит значения $0{,}7\,\Delta_{си}$.

## 1.11 ВНЕСЕНИЕ ПОПРАВОК И ОЦЕНКА НСП

Внесение поправок в результат является наиболее распространенным способом исключения систематической погрешности $\Delta_c$. Поправка численно равна значению систематической погрешности, противоположна ей по знаку и алгебраически суммируется с результатом измерения:

$$П = -\Delta_{сист}. \qquad (1.11.1)$$

Однако $\Delta_{сист}$, а следовательно и $П$, в зависимости от условий измерения может рассматриваться либо как детерминированная, либо как случайная величина. Например, если погрешность определяется только погрешностью СИ, то $\Delta_{сист}$ – величина детерминированная. Если известен лишь диапазон изменения $\Delta_{сист}$, то она учитывается как случайная величина.

Для характеристики случайности $\Delta_{сист}$ используются оценки ее математического ожидания $M[\Delta_{сист}]$ и дисперсии $D[\Delta_{сист}]$, по которым подбирают вид закона плотности распределения (рис. 1.19) [3]. Тогда поправка $П = -M[\Delta_{сист}]$ и ее дисперсия $D[\Delta_{сист}]$ характеризуют неопределенность систематической составляющей $\Delta_{сист}$ при использовании конкретного СИ [3].

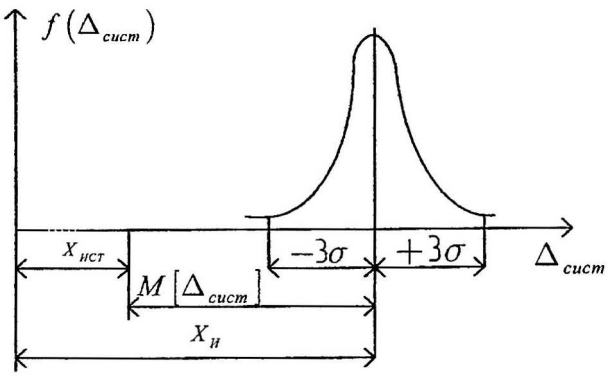



Рис. 1.19. Закон распределения систематической погрешности

Соответственно дисперсия поправки $D[П] = D[\Delta_{сист}]$. При $D[П] = 0$ поправка становится детерминированной величиной. Поэтому *целесообразность введения поправки зависит от соотношения величин П, дисперсии случайной составляющей* $D[\Delta_{сист}]$ *и числа измерений n.* Для обоснованного принятия решения может быть использован вероятностный критерий относительной эффективности В. Г. Литвинова, согласно которому при любом числе измерений поправку необходимо учитывать, если с.к.о поправки намного меньше самого ее значения, выполняется неравенство: $П \gg \sigma[П]$.

В отличие от случайной погрешности, характеристики и границы которой устанавливают методами математической статистики, границы и устранение систематических погрешностей осуществляют только с помощью соответствующих экспериментальных методов.

Если систематические погрешности невозможно исключить, то дают

оценку доверительных границ неисключенной составляющей погрешности (НСП). НСП результата измерения образуется из составляющих НСП метода измерения, СИ или других источников. В частности, приведенная погрешность СИ и неточность изготовления меры есть неисключенные систематические погрешности.

В качестве границ составляющих НСП принимают, например, пределы допускаемых основных и дополнительных погрешностей СИ, если случайные составляющие погрешности пренебрежимо малы.

При оценке границ НСП в соответствии с ГОСТ 8.207—76 их рассматривают как случайные величины, распределенные по равномерному закону. Тогда границы НСП $\theta$ результата измерения можно вычислить по формуле:

$$\theta = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\theta_i^2},$$

где $\theta_i$ – граница $i$-й составляющей НСП; $k$ – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью $P$. Если число суммируемых НСП более четырех ($m > 4$), то коэффициент $k$ выбирается из ряда:

| $P$ | 0,9 | 0,95 | 0,98 | 0,99 |
|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0,95 | 1.1 | 1.3 | 1.4 |

Если число суммируемых погрешностей $m \le 4$, то коэффициент $k$ определяют по графику на рис. 1.20, где $l = \theta_1 / \theta_2$ [3].

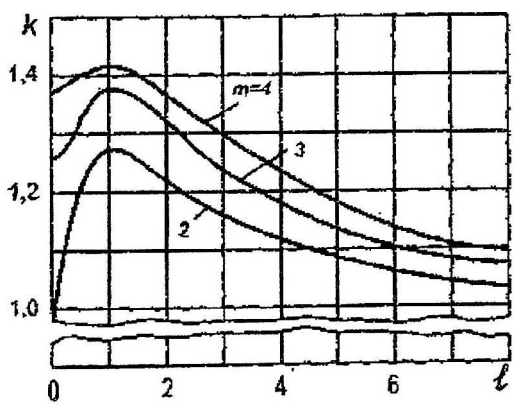



Рис. 1.20. График зависимости $k = f(m,l)$

При трех или четырех слагаемых в качестве $\theta_1$ принимают наибольшее значение НСП, а в качестве $\theta_2$ – ближайшую к ней составляющую.

Доверительную вероятность для вычисления границ НСП принимают той же, что и при вычислении доверительных границ случайной погрешности результата измерения.

При наличии нескольких источников неисключенной составляющей погрешности СКО суммарной НСП определяется как:

$$\sigma_{нсп} = \sqrt{\frac{\theta^2}{3}}.$$

При многократных измерениях характеристика НСП задается симметричными границами $\pm\theta$, а при однократных – интервальной оценкой в виде доверительной границы $\theta(P)$ и точечной оценкой в виде выборочной дисперсии $\sigma^2_{нсп}$. Поскольку постоянные НСП, возникающие из-за погрешности СИ, не могут быть определены, то в качестве интервальной оценки может выступать предел допустимой погрешности прибора.

## 1.12 ПОВЕРКА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Поверка – это операция, заключающаяся в установлении пригодности СИ к применению на основании экспериментального определения метрологических характеристик и установления их соответствия предъявляемым требованиям. Различают поверки: первичную, периодическую, внеочередную, инспекционную, комплексную, поэлементную и выборочную. Поверка выполняется метрологическими службами, которым дано на это право. На СИ, признанное годным к применению, выписывается свидетельство о поверке и наносится поверительное клеймо.

Большинство СИ предназначено для измерения в сравнительно узком диапазоне изменений измеряемых параметров, поэтому на практике их поверку достаточно производить в двух-трех точках диапазона. Число точек диапазона, в которых следует поверять СИ, устанавливается в документации на методы и средства их поверки. Если в этих документах число точек поверки не оговорено, то его можно определить следующим образом [15]:

1. Число точек в диапазоне измерений, в которых СИ должно поверяться, ограничено сверху числом $n$, которое определяется его точностью:

$$n \le \frac{A_{max} - A_{min}}{2\delta A_{max}} 100, \qquad (1.12.1)$$

где $A_{max}$, $A_{min}$ – границы диапазона измерений; $\delta$ – предел допускаемой суммарной относительной погрешности СИ,%. Например, при поверке вольтметра с диапазоном измерения 0-10В и приведенной погрешностью

0,5% число точек поверки равно 100.

2. Числовые значения $A_k$ в поверяемых точках определяются из условия обеспечения их равномерного распределения по диапазону измерений:

$$A_k = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{n} k \ , \qquad (1.12.2)$$

где $k = 1...n$ – порядковый номер точки диапазона измерений, в которой поверяется СИ.

Поверка СИ осуществляется двумя традиционными для всех средств измерений методами: образцового сигнала и образцового измерительного прибора. В основе первого лежит использование устройства, генерирующего образцовый сигнал (рис.1.21) – меры или калибратора. Образцовый генератор должен иметь отсчетное устройство, позволяющее с высокой точностью устанавливать значение генерируемого сигнала $U_{обр}$. Измеряя значения образцового сигнала с помощью поверяемого СИ и сравнивая результат измерения $U_{пов}$ со значением сигнала образцового генератора $U$, определяют погрешность поверяемого СИ по формуле:

$$\Delta U = U_{пов} - U_{обр} .$$

Если разность $\Delta U$ больше предела допускаемой погрешности СИ, то оно признается негодным к дальнейшему использованию, т. е. бракуется при поверке.

В основе метода образцового прибора лежит сравнение показаний значений сигнала $U_{пов}$ на выходе СИ с показаниями $U_0$ образцового прибора, измеряющего одну и ту же величину (рис.1.22). Разность показаний определяет погрешность первичного измерительного преобразователя. Измерения при каждом значении рабочего сигнала проводят после окончания переходных процессов в объекте, т. е. при работе его в установившемся режиме.

Поверять СИ следует, как правило, в нормальных условиях, исключающих возможность появления дополнительных погрешностей измерений. Если нормальные условия обеспечить невозможно и поверка производится в рабочих условиях, то необходимо учитывать дополнительные погрешности поверяемого СИ и образцового средства измерений. Так, практика поверки СИ свидетельствует, что при температуре окружающей среды в пределах +10 ... +30°С соотношение пределов допускаемой основной абсолютной погрешности образцового прибора и СИ должно быть не менее 1:5 (а при поверке в нормальных условиях это соотношение равно 1:3). Увеличение соотношения между погрешностями

рабочего и образцового средств измерений при переходе от поверки в нормальных условиях к поверке в рабочих условиях объясняется стремлением не допустить ухудшения достоверности поверки. Дело в том, что при этом увеличивается суммарная погрешность образцовых средств измерений (из-за возрастания дополнительных, в частности температурных, составляющих).

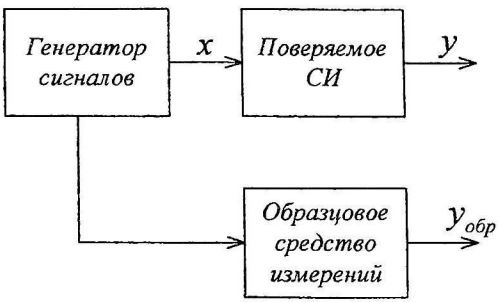



Рис.1.21. Схема поверки по методу образцового прибора

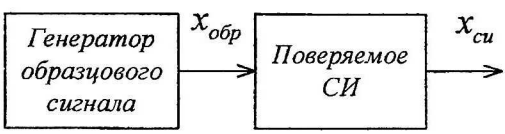



Рис.1.22. Схема поверки по методу образцового сигнала

Чтобы реальное соотношение погрешностей не стало ниже 1:3, выбирают более точное образцовое средство измерений с меньшей относительно поверяемого прибора основной погрешностью. Если же температура окружающей среды находится в пределах +5 ... +35°С, то необходимо первоначально удостовериться, что этот диапазон температур является рабочим для образцового измерительного прибора. Затем следует либо определить точность образцового прибора в этом диапазоне температур путем учета дополнительной (температурной) погрешности, либо ужесточить правила признания СИ годными. Для этого за предел допускаемой основной погрешности СИ принимают значение:

$$\Delta' = \pm 0.01\left(K_{П} x_{NП} - K_0 x_{N_0}\right), \qquad (1.12.3)$$

где $K_{П}$, $K_0$ – классы точности СИ и образцового измерительного прибора соответственно; $x_{NП}$, $x_{N_0}$ – нормирующие значения СИ и образцового измерительного прибора соответственно.

Например, если датчик напряжения, имеющий класс точности 2,5 и диапазон измерения 0...30В, поверяется образцовым измерительным прибором Э515 класса точности 0.5, то $\Delta' = \pm 0.01\left(2.5 \cdot 30 - 0.5 \cdot 30\right) = \pm 0.6 B$. В то же

время при поверке СИ в нормальных условиях предел допускаемой абсолютной погрешности этого же СИ составляет: $\Delta = \pm 0{,}75B$.

## 1.13 РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ПО УРАВНЕНИЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Очень часто на практике, особенно в ходе дипломного проектирования, возникает задача расчетного обоснования погрешности проектируемого устройства с учетом технологических отклонений значений параметров элементной базы (резисторов, конденсаторов, индуктивности, усилителей, делителей напряжения и пр.) от номинальных (расчетных) значений.

Если задано уравнение преобразования, связывающее выходную величину с входной $y = f\left(x, a_1, a_2 \ldots a_n\right)$, где $x$ – измеряемая величина, $a_i$ – конструктивные параметры прибора, а также отклонения $\Delta a_i$ параметров от номинальных или расчетных значений, то суммарная погрешность $\Delta y$ рассчитывается по формулам, аналогичным тем, которые использовались для расчета погрешностей косвенных измерений. Если отклонения $\Delta a_i$ носят систематический характер, то погрешность рассчитывается по формуле:

$$\Delta y_c = \pm \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta a_i \right), \qquad (1.13.1)$$

а при случайном характере:

$$\Delta y_{сл} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \Delta a_i \right)^2} . \qquad (1.13.2)$$

Общая погрешность равна геометрической сумме:

$$\Delta y_{общ} = \sqrt{\Delta y_c^2 + \Delta y_{сл}^2} . \qquad (1.13.3)$$

**Пример 1.6** Вычислить суммарную приведенную погрешность сигнала на выходе дифференциального измерительного усилителя, для которого

$$U_{вых} = U_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - U_1 \frac{R_2}{R_1} . \qquad (1.13.4)$$

Заданы номинальные значения величин $U_1, U_2, R_1, R_2, R_3$, а также их процентные отклонения от номинальных значений равны: $\gamma_{U_1}, \gamma_{U_2}, \gamma_{R_1}, \gamma_{R_2}, \gamma_{R_3}, \gamma_{R_4}$.

**Решение**. Для нахождения суммарной погрешности на выходе усилителя воспользуемся выражением (1.13.1):

$$\Delta u_c = \pm \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta a_i \right),$$

где $a_i = \{U_1, U_2, R_1, R_2, R_3, R_4\}$ – совокупность конструктивных параметров усилителя.

Определим частные производные:

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial R_1} = U_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( -\frac{R_2}{R_1^2} \right) + U_1 \frac{R_2}{R_1^2};$$

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial U_1} = -\frac{R_2}{R_1};$$

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial U_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right);$$

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial R_2} = U_2 \frac{R_4}{(R_3 + R_4) R_1} - \frac{U_1}{R_1};$$

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial R_3} = -U_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{(R_3 + R_4)^2};$$

$$\frac{\partial U_{вых}}{\partial R_4} = U_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{(R_3 + R_4)^2}.$$

Абсолютные систематические погрешности изготовления элементов вычислим по заданным значениям $\gamma_{x_i}$:

$$\Delta x_i = x_{ном_i} \cdot \gamma_{x_i}.$$

Подставляя полученные выражения в (1.12.1), получим искомое значение абсолютной систематической погрешности на выходе усилителя $\Delta U_{вых}$. Значение относительной погрешности найдем по выражению $\gamma = \frac{\Delta U_{вых}}{U_{вых}} 100\%$, где $U_{вых}$ вычисляется по выражению (1.13.4), в которое следует подставить номинальные значения параметров усилителя.

## 1.14 РАСЧЕТ ДОПУСКОВ НА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Основной задачей допускового расчета измерительного устройства является определение предельных отклонений – допусков на его конструктивные параметры $\gamma_i$, исходя из обеспечения заданной суммарной погрешности преобразования $\gamma_{доп}$. Такая задача также составляет основу метрологической части дипломного проекта.

В [12] приведена методика оптимального расчета допусков на погрешности изготовления электромеханических измерительных преобразователей по критерию минимальной стоимости их изготовления. Предположим, что измерительное устройство содержит $k$ механических и $n$ электронных элементов, известно уравнение преобразования $y = f(x, x_1 \ldots x_{k+n})$, заданы виды законов распределения погрешностей отдельных элементов. Тогда допуски на погрешности изготовления механических и электронных компонентов могут быть рассчитаны по выражениям:

$$\gamma_{Mi} = \frac{0,634\gamma_{доп}}{\sqrt{a_i \sum_{j=1}^{k-1} a_j}}, \qquad (1.14.1)$$

$$\gamma_{Эi} = \frac{0,366\gamma_{доп}}{a_i\sqrt{n}}, \qquad (1.14.2)$$

где $a_i$ – коэффициент влияния $i$-й погрешности, определяемый как $a_i = \alpha_{pi}\frac{\delta f}{\delta x_i}\cdot\frac{x_{iн}}{f_н}$, $\alpha_{pi}$ – коэффициент относительного рассеивания, зависящий от вида закона распределения (ЗР) $i$-той составляющей погрешности, $x_{iн}$ – номинальное значение $i$-го параметра, $f_н$ – номинальное значение функции преобразования.

В том случае, когда измерительное устройство состоит только из электронных компонентов, допуски рассчитываются по выражению:

$$\gamma_{Эi} = \frac{\gamma_{доп}}{a_i\sqrt{n}}. \qquad (1.14.3)$$

Если измерительный тракт состоит только из механических элементов,

$$\gamma_{Mi} = \frac{\gamma_{доп}}{\sqrt{a_i \sum_{j=1}^{k-1} a_j}}. \qquad (1.14.4)$$

Согласно [12], коэффициенты влияния систематических составляющих погрешности следует принять равными единице.

Отметим, что применение изложенной методики расчета возможно лишь в том случае, если известно аналитическое выражение для функции преобразования измерительного тракта, а также виды ЗР отдельных составляющих погрешности.

**Пример 1.7.** Пусть требуется вычислить допуски на параметры времязадающих элементов релаксационного генератора, для которого период формируемого сигнала связан с параметрами принципиальной

схемы соотношением:

$$T = 2RC \cdot \ln\left(1 + R_1 / \left(R_1 + R_2\right)\right). \qquad (1.14.5)$$

Известны номинальные значения $R, C, R_1, R_2$ и задано допустимое значение приведенной погрешности формирования периода генератора $\gamma_{доп}$.

Поскольку все элементы схемы генератора (резисторы, конденсаторы) относятся к классу электрических компонентов, то для расчета допусков следует применить формулу:

$$\gamma_{x_i} = \frac{\gamma_{доп}}{a_i \sqrt{n}}.$$

Число переменных функции преобразования $n$=4. Полагая, что технологические погрешности изготовления электрорадиокомпонентов подчинены нормальному закону распределения, значения коэффициентов относительного рассеяния можно принять равными единице. Тогда относительные коэффициенты влияния вычислим по формуле:

$$a_i = \frac{\partial T}{\partial x_i} \cdot \frac{x_{i_{ном}}}{T_{ном}},$$

где $x_{i_{ном}} = \left\{R_{ном}, C_{ном}, R_{1ном}, R_{2ном}\right\}$, $x_i = \left\{R, C, R_1, R_2\right\}$.

Номинальное значение периода $T_{ном}$ получим путем подстановки в выражение для $T$ номинальных значений времязадающих элементов

$$T_{ном} = T\left(R_{ном}, C_{ном}, R_{1ном}, R_{2ном}\right).$$

Определим в общем виде выражения для расчета коэффициентов влияния $a_i$:

$$a_R = \frac{\partial T}{\partial R} \cdot \frac{R_{ном}}{T_н} = \frac{2C_{ном} \cdot \ln\left(1 + \dfrac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)}{2R_{ном}C_{ном} \cdot \ln\left(1 + \dfrac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)} R_{ном} = 1;$$

$$a_C = \frac{\partial T}{\partial C} \cdot \frac{C_{ном}}{T_н} = \frac{2R_{ном}C_{ном} \cdot \ln\left(1 + \dfrac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)}{2R_{ном}C_{ном} \cdot \ln\left(1 + \dfrac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)} = 1;$$

$$a_{R_1} = \frac{\partial T}{\partial R_1} \cdot \frac{R_{1ном}}{T_н} =$$

$$= \frac{R_{1ном}R_{2ном}}{\ln\left(1 + \dfrac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)\left(2R_{1ном} + R_{2ном}\right)\left(R_{1ном} + R_{2ном}\right)};$$

$$a_{R_2} = \frac{\partial T}{\partial R_2} \cdot \frac{R_{2ном}}{T_н} \Rightarrow a_{R_2} =$$

$$= \frac{-R_{1ном} R_{2ном}}{\ln\left(1 + \frac{R_{1ном}}{R_{1ном} + R_{2ном}}\right)\left(2R_{1ном} + R_{2ном}\right)\left(R_{1ном} + R_{2ном}\right)}.$$

Подставив параметры $a_i$, $\gamma_{доп}$ и $n$ в формулу (1.14.3), найдем допуски $\gamma_{x_i}$ на все параметры, входящие в уравнение (1.14.5). После этого выполняется проверка:

$$\gamma_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}\left(a_i \cdot \gamma_{x_i}\right)^2} \le \gamma_{доп}. \qquad (1.14.6)$$

Пользуясь описанной методикой, можно рассчитать допуски на параметры любого измерительного устройства, для которого известны уравнение преобразования, номинальные значения параметров и виды законов распределения погрешностей.

## 1.15 МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРИБОРОВ С РАЗЛИЧНЫМИ СХЕМАМИ ВКЛЮЧЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

### 1.15.1 Последовательное включение измерительных преобразователей

Рассмотрим схему прибора, состоящего их трех последовательно соединенных линейных измерительных преобразователей с чувствительностями $S_1, S_2, S_3$ (рис. 1.23) [15].

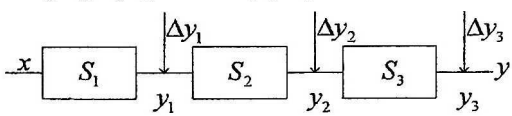



Рис.1.23. Структурная схема прибора с последовательным соединением измерительных преобразователей

В общем случае выходная величина:

$$y = y_H + \Delta y = y_{3н} + \Delta y, \qquad (1.15.1)$$

где $y_H$ – часть выходного сигнала, определяемая номинальной функцией преобразования; $\Delta y$ – суммарная абсолютная погрешность, приведенная к выходу цепи; $\Delta y_{1,2,3,}$ – абсолютные систематические погрешности отдельных измерительных преобразователей.

Выходные сигналы измерительных преобразователей можно представить в виде:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_{1H} + \Delta y_1, \\ y_2 &= y_{2H} + S_2 \cdot \Delta y_1 + \Delta y_2, \\ y_3 &= y_{3H} + \left(S_2 \cdot \Delta y_1 + \Delta y_2\right) \cdot S_3 + \Delta y_3 = \\ &= y_{3H} + S_2 S_3 \Delta y_1 + S_3 \Delta y_2 + \Delta y_3. \end{aligned} \tag{1.15.2}$$

Сравнивая формулы (1.15.1) и (1.15.2) для $y$ и $y_3$, получим выражение для суммарной погрешности:

$$\Delta y = S_2 S_3 \Delta y_1 + S_3 \Delta y_2 + \Delta y_3. \tag{1.15.3}$$

Отсюда видно, что суммарная систематическая погрешность на выходе цепи с последовательным соединением измерительных преобразователей равна сумме пересчитанных к выходу погрешностей отдельных измерительных преобразователей. Как видно из приведенных выражений, при $S_2 \gg 1, S_3 \gg 1$ наибольший вклад в результирующую погрешность вносит погрешность первого измерительного преобразователя. Поэтому к нему предъявляются наивысшие требования по точности и стабильности преобразования.

Общая погрешность измерения может быть пересчитана ко входу прибора:

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{S_1 S_2 S_3} = \Delta x_1 + \frac{1}{S_1}\Delta x_2 + \frac{1}{S_1 S_2}\Delta x_3. \tag{1.15.4}$$

Получим выражение для расчета суммарной приведенной систематической погрешности. Пусть входной сигнал изменяется в диапазоне $0 \ldots x_m$. Это позволяет представить максимальное значение сигнала на выходе в виде ряда тождественных выражений:

$$y_{max} = S_2 S_3 y_{1\max} = S_3 y_{2\max} = y_{3\max}. \tag{1.15.5}$$

Согласно определению приведенной погрешности $\gamma_{np_i} = \dfrac{\Delta y_i}{y_{\max_i}}$.

Поделив левую и правую части формулы (1.15.3) на полученные тождественные выражения, получим:

$$\frac{\Delta y}{y_{\max}} = \frac{S_2 S_3 \Delta y_1}{S_2 S_3 y_{1\max}} + \frac{S_3 \Delta y_2}{S_3 y_{2\max}} + \frac{\Delta y_3}{y_{3\max}}. \tag{1.15.6}$$

Следовательно

$$\gamma_{np} = \gamma_{np_1} + \gamma_{np_2} + \gamma_{np_3} + \ldots = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{np_i}. \tag{1.15.7}$$

Вывод: суммарная систематическая погрешность измерительного прибора составленного из последовательно включенных преобразователей, равна сумме приведенных погрешностей отдельных блоков.

Если погрешности отдельных блоков случайны и независимы и заданы своими среднеквадратическими отклонениями, то:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{S_2^2 S_3^2 \sigma_1^2 + S_2^2 \sigma_2^2 + S_3^2} \qquad (1.15.8)$$

Приведенная среднеквадратическая погрешность равна:

$$\sigma_{\Sigma np} = \sqrt{\sigma_{1np}^2 + \sigma_{2np}^2 + \sigma_{3np}^2}\ , \qquad (1.15.9)$$

где $\sigma_{i_{np}} = \dfrac{\sigma_i}{y_{max_i}}$.

Таким образом, среднеквадратические отклонения абсолютных и приведенных случайных погрешностей складываются геометрически.

### 1.15.2 Дифференциальная схема включения измерительных преобразователей

Дифференциальная схема (рис.1.24) содержит два идентичных измерительных канала, выходы которых подключены к вычитающему устройству (ВУ), в котором реализуется нечетная функция разности входных сигналов. В частном случае $y = y_1 - y_2$. Оба канала дифференциальной схемы выполняются идентичными по конструкции и располагаются в одинаковых условиях эксплуатации. Различают дифференциальные схемы 1-го и 2-го типа. В дифференциальной схеме 1-го типа: $x_1 = var$ , $x_2 = const$ . В дифференциальной схеме 2-го типа: $x_1 = var$ и $x_2 = var$ .

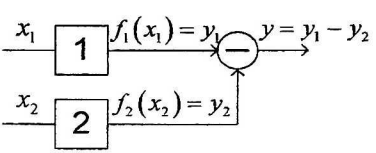



Рис.1.24. Дифференциальная схема включения измерительных преобразователей

Рассмотрим свойства *дифференциальной схемы 1-го типа.* Пусть преобразователи 1 и 2 имеют линейные функции преобразования вида:

$$\begin{aligned} y_1 &= S_1 \cdot x_1 + y_{01}\ , \\ y_2 &= S_2 \cdot x_2 + y_{02}\ , \end{aligned} \qquad (1.15.10)$$

где $x_1$ и $x_2$ - однородные измеряемые физические величины.

С учетом принятых допущений, можно написать: $y_{01} \approx y_{02}, S_1 = S_2 = S$. Находя разность сигналов, получим:

$$y = y_1 - y_2 = S \cdot (x_1 - x_2)\ . \qquad (1.15.11)$$

В частном случае, когда $x_2 = 0$, что для случая измерения напряжений соответствует заземлению входа преобразователя 2, получим:

$$y = Sx_1 . \qquad (1.15.12)$$

Таким образом, дифференциальная схема 1-го типа позволяет практически полностью устранить аддитивную погрешность измерения. Пример дифференциальной схемы 1-го типа для измерения параметров оптических сигналов приведен на рис.1.25.

Фотодиод VD1 воспринимает измеряемый оптический сигнал $P_x$. Под действием этого сигнала VD1 генерирует фототок, равный сумме полезной $I_c$ (световой) и паразитной $I_T$ (темновой) составляющих $I_\Phi = I_C + I_T$.

Темновая составляющая в сильной степени зависит от времени и температуры и поэтому является основным источником появления аддитивной погрешности. Фотодиод VD2 постоянно находится в темновом состоянии, что позволяет использовать его в качестве датчика темнового тока.

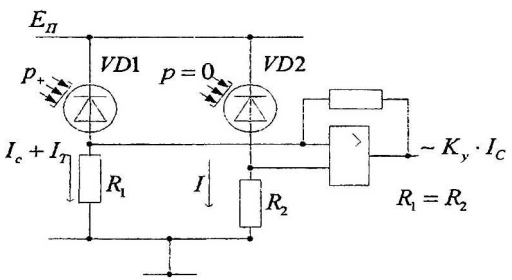



Рис.1.25 Дифференциальная схема 2-го типа

Учитывая, что фотодиоды являются генераторами тока с высоким внутренним сопротивлением, падения напряжений на резисторах $R_1, R_2$ будут равны:

$$U_1 = R_1(I_c + I_{T_1}),$$
$$U_2 = R_2 I_{T_2}.$$

Полагая в этих формулах $R_1 = R_2 = R$ и $I_{T_1} = I_{T_2}$, получим сигнал на выходе дифференциального усилителя $U_{вых} = K_{ус} R I_c$, не содержащий темновой составляющей фототока, а следовательно, и аддитивной погрешности.

Как отмечалось выше, в *дифференциальной схеме второго типа* входные величины $x_1$ и $x_2$ переменны. Предположим, что

$$x_1 = x_0 + x, \qquad S_1 = S_2 = S,$$
$$x_2 = x_0 - x, \qquad y_{01} = y_{02}. \qquad (1.15.13)$$

Тогда сигнал $y_1 = S(x_0 + x)$, а $y_2 = S(x_0 - x)$.

На выходе вычитающего устройства получим:

$$y = y_1 - y_2 = 2S \cdot x. \qquad (1.15.14)$$

Из полученного выражения видно, что в дифференциальной схеме второго типа происходит не только подавление аддитивной погрешности, но и увеличение в два раза чувствительности преобразования.

С помощью дифференциальных схем можно уменьшить также и нелинейность функции преобразования. Пусть

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= f(x_0 + x) \\ y_2 &= f(x_0 - x) \end{aligned}\right\} \text{ – нелинейные функции.}$$

Раскладывая эти функции в ряд, в окрестности точки $x_0$ получим:

$$y_1 = f(x_0 + x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot x + \left(\frac{f''(x_0)}{2!}\right) \cdot x^2 + \ldots$$

$$y_2 = f(x_0 - x) \approx f(x_0) - f'(x_0) \cdot x + \left(\frac{f''(x_0)}{2!}\right) \cdot x^2 + \ldots$$

Тогда разностный сигнал на выходе схемы будет равен:

$$y = y_1 - y_2 \approx 2 \cdot f'(x_0) \cdot x, \qquad (1.15.15)$$

что указывает на возможность линеаризации функции преобразования в небольшой окрестности точки $\pm x_0$.

В качестве примера рассмотрим конструкцию дифференциального индуктивного преобразователя перемещения, представленного на рис.1.26,а.Перемещение якоря 1 преобразуется в изменение индуктивности катушек.

Индуктивности катушек можно представить в виде:

$$L_1(x) = \frac{j\omega W_1 \mu_0 Q}{2(x_0 + x) + l_{CT} / \mu_r},$$

$$L_2(x) = \frac{j\omega W_2 \mu_0 Q}{2(x_0 - x) + l_{CT} / \mu_r},$$

где $W_{1,2}$ – числа витков катушек, $\mu_0$ – магнитная постоянная, $\mu_r$ – магнитная проницаемость магнитопровода, $Q$ – площадь сечения магнитопровода, $l_{CT}$ – средняя длина магнитной силовой линии по стальным участкам, $x_0$ – зазор между якорем и сердечниками в среднем положении якоря, $x$ – величина смещения якоря из среднего положения под действием измеряемой величины.

Полагая $W_1 = W_2 = W$, $l_{CT} / \mu_r \ll (x_0 \pm x)$ при $\mu_r \gg 1$, найдем разность индуктивностей:

$$\Delta L = L_1 - L_2 = \frac{j\omega\mu_0 Q}{2}\left(\frac{1}{2(x_0 + x)} - \frac{1}{2(x_0 - x)}\right) = j\omega\mu_0 Q \frac{-x}{2(x^2{}_0 - x^2)}.$$

Для малых перемещений якоря справедливо соотношение $x_0^2 \gg x^2$. Тогда разностный сигнал может быть представлен линейной функцией измеряемого перемещения:

$$\Delta L \approx 0{,}5\, j\omega\mu_0 WQx.$$

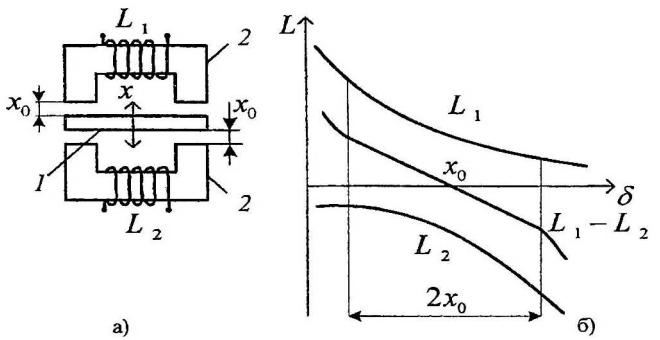



Рис.1.26. Конструкция и статическая характеристика дифференциального индуктивного преобразователя перемещений

Чем меньше рабочий диапазон измерения $\pm x$, тем выше линейность функции преобразования (рис.1.26,б).

### 1.15.3 Логометрическая схема включения измерительных преобразователей

Логометрическая схема включения предназначена для измерения отношения двух сигналов (от греческого слова «логос» – отношение).

Эта схема также содержит 2 измерительных канала, каждый из которых выполнен из последовательного или дифференциального соединения звеньев (рис.1.27).

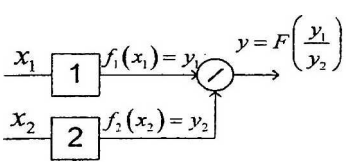



Рис.1.27. Логометрическая схема включения

Выходные величины каждого канала подаются на логометрический преобразователь, сигнал на выходе которого пропорционален отношению сигналов $y_1$ и $y_2$.

Пусть блоки 1 и 2 имеют линейные функции преобразования:

$$y_1 = S_1 \cdot x_1 + y_{01},$$
$$y_2 = S_2 \cdot x_2 + y_{02},$$

тогда

$$y = F\left(\frac{S_1 \cdot x_1 + y_{01}}{S_2 \cdot x_2 + y_{02}}\right).$$

Предположим, что каналы 1 и 2 выполнены по дифференциальной схеме 1-го типа, расположены в одинаковых условиях эксплуатации. Тогда можно положить:

$$y_{01} = y_{02} \approx 0,$$
$$S_1 = S_2 = S.$$

В этом случае выходной сигнал логометрической схемы будет равен $y = \frac{x_1}{x_2}$. Полагая $x_2 = const$, получим на выходе $y = x_{1н}$ – линейную функцию преобразования относительно нормированного входного сигнала $x_{1н} = \frac{x_1}{x_2}$.

При принятых ограничениях выходной сигнал не зависит от чувствительностей каналов. Это означает, что логометрический преобразователь подавляет мультипликативную составляющую погрешности, вызванную нестабильностью чувствительностей каналов. Аддитивная погрешность устраняется в данной схеме лишь в частном случае, когда оба канала выполнены по одной из дифференциальных схем.

### 1.15.4 Компенсационная схема включения измерительных преобразователей

Свойства этой схемы (рис.1.28) подобны свойствам усилителя, охваченного отрицательной обратной связью.

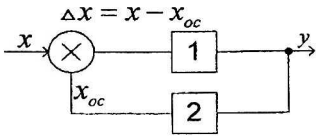



Рис.1.28. Компенсационная схема включения

Общая чувствительность схемы равна: $S = \frac{S_1}{1 + S_1 S_2}$.

Сигнал на выходе прибора равен:

$$y = S \cdot x = \left( \frac{S_1}{1 + S_1 S_2} \right) \cdot x . \qquad (1.15.16)$$

Как видно из приведенных выражений, чувствительность схемы является функцией двух переменных:

$$y = F(S_1 S_2) .$$

Определим общую относительную мультипликативную погрешность такого устройства, вызванную мультипликативными погрешностями преобразователей 1 и 2: $\gamma_s = \frac{\Delta S}{S}$. Изменение общей чувствительности прибора может быть найдено по правилам нахождения полного дифференциала функции нескольких переменных:

$$\Delta S = \frac{\partial F}{\partial S_1} \Delta S_1 + \frac{\partial F}{\partial S_2} \Delta S_2 . \qquad (1.15.17)$$

Находя значения частных производных:

$$\frac{\partial F}{\partial S_1} = \frac{1}{(1 + S_1 S_2)^2}, \qquad \frac{\partial F}{\partial S_2} = -\frac{S_1^2}{(1 + S_1 S_2)^2}$$

и подставляя их в (1.15.17), получим общее изменение чувствительности в виде:

$$\Delta S = \frac{\Delta S_1}{(1 + S_1 S_2)^2} - \frac{S_1^2 \cdot \Delta S_2}{(1 + S_1 S_2)^2} . \qquad (1.15.18)$$

Зная выражение для $\Delta S$ и $S$, определим относительное изменение $\gamma_s$, получим:

$$\gamma_s = \frac{\Delta S}{S} = \frac{\gamma_{M_1}}{1 + S_1 S_2} - \frac{\gamma_{M_2}}{1 + (S_1 S_2)^{-1}} , \qquad (1.15.19)$$

где $\gamma_{M_1} = \frac{\Delta S_1}{S_1}$ и $\gamma_{M_2} = \frac{\Delta S_2}{S_2}$ ($\gamma_{M_1}$ и $\gamma_{M_2}$ – собственные мультипликативные погрешности блоков 1 и 2, вызванные нестабильностью их чувствительности).

В том случае, если $S_1 > 1$, $S_2 > 1$ и $S_1 S_2 \gg 1$, общая мультипликативная погрешность равна:

$$\gamma_S \approx \frac{\gamma_{M_1}}{S_1 S_2} - \gamma_{M_2} . \qquad (1.15.20)$$

Таким образом, компенсационная схема уменьшает погрешность цепи прямого преобразования (блок 1) в $S_1 S_2$ раза, но оставляет неизменной

погрешность цепи обратной связи. Для уменьшения общей погрешности необходимо в качестве цепи обратной связи выбирать точный, простой и стабильный преобразователь.

Рассуждая аналогично, можно показать, что абсолютное значение аддитивной погрешности также уменьшается в $1+S_1S_2$ раза, а относительное значение аддитивной погрешности не изменяется, т.к. во столько же раз уменьшается и сам сигнал.

## 1.16 МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Повышение точности измерений относится к числу важнейших проблем прикладной метрологии. Создание высокоточных средств и методов измерений связано с необходимостью получения более детальной и достоверной информации о закономерностях функционирования объектов окружающего нас материального мира. В научных исследованиях более точные измерения позволяют открыть новые (более тонкие) физико-технические эффекты и материализовать их в создании инновационных товаров и услуг, обладающих качественно новыми потребительскими свойствами. В производственных системах более высокая точность измерения параметров технологических процессов обеспечивает повышение качества выпускаемой продукции и ее конкурентоспособности.

Кроме того, в последние годы появились технологии, основанные на применении весьма тонких физических явлений (нанотехнологии), для развития которых по определению необходимо создавать специальный парк высокоточных средств измерений различного назначения.

Рассмотрим основные методы повышения точности, успешно зарекомендовавшие себя на практике [5].

***Конструктивно - технологический метод*** – метод, при котором на основании теоретического анализа и экспериментальных исследований выясняются причины доминирующих (наиболее существенных погрешностей измерительного устройства) и принимаются меры по всемерному их снижению. К таким мерам относятся: экранировка и заземление входных цепей прибора, применение фильтров в цепях питания, выбор малошумящих компонентов, применение материалов со стабильными свойствами, а также новейших технологий изготовления.

Метод довольно прост, но требует больших материальных затрат. Например, применение малошумяших электронных компонентов связано с отбором нескольких десятков компонентов из партии, например, в тысячу штук. Использование магнитопроводов с высокой и стабильной во времени намагничивающей силой требует применения для их изготовления редкоземельных элементов (самарий, кобальт), что значительно удорожает

изделие. Поэтому применение конструктивно-технологического метода оправдано при создании эталонов, образцовых мер и средств измерений, а также изделий специального назначения.

***Структурно-алгоритмические методы повышения точности*** основаны на введении временной и аппаратурной избыточности (увеличение измерительных каналов и времени измерения). Структурно-алгоритмические методы позволяют строить «хорошие» приборы из «плохих» элементов. К структурно-алгоритмическим методам относятся: статистический метод, метод вспомогательных измерений, итерационный метод, метод образцовых мер и тестовый метод. Рассмотрим кратко каждый их этих методов.

*Статистический метод измерения* применяется в тех случаях, когда погрешность измерения носит преимущественно случайный характер, а значение измеряемой величины неизменно во времени. Метод основан на многократном измерении одного и того же значения измеряемой величины, причем за результат измерения принимается статистическое среднее $x_{ср}$ по всей серии измерений.

Пусть проведен ряд измерений одного и того же значения физической величины $x_1, x_2 \ldots x_n$, тогда $x_{ср} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Механизм повышения точности основан на известном из теории вероятностей соотношении: $\sigma_{x_{ср}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, где $n$ - общее число измерений; $\sigma, \sigma_{x_{ср}}$ - с.к.о. однократного измерения $x_i$ и среднего значения $x_{ср}$ соответственно. Как уже отмечалось, метод позволяет уменьшить только случайную погрешность измерений, оставляя неизменной систематическую. Однако повышение точности измерений в этом случае происходит за счет увеличения времени измерения (ухудшения быстродействия). Как видно из рис. 1.29, с увеличением числа измерений $n$ уменьшается с.к.о. случайной погрешности, но одновременно увеличивается время измерения.

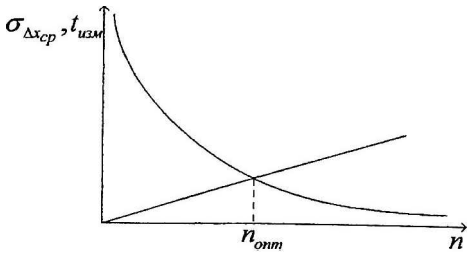



Рис.1.29. К определению оптимального числа измерений

Точка пересечения зависимостей $\sigma_{\Delta x_{ср}}(n)$ и $t_{изм}(n)$ позволяет определить оптимальное значение $n_{опт}$, обеспечивающее компромисс между точностью и быстродействием измерительного устройства.

В современных цифровых приборах вычисление $x_{ср}$ осуществляется с помощью встроенных микропроцессорных устройств.

*Метод вспомогательных измерений* применяется в тех случаях, когда преобладает дополнительная погрешность, вызванная отклонением внешних факторов от нормальных значений. Структурная схема, реализующая данный метод, приведена на рис.1.30.

Датчики $Д_1, Д_2 \ldots Д_n$ измеряют значения параметров $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4 \ldots \psi_n$, а МПУ вычисляет значение поправки $\Delta y_n = f(\psi_1, \psi_2 \ldots \psi_n)$, которая суммируется с показаниями СИ. Вид функции поправки $\Delta y_n$ определяется либо на основании теоретического анализа погрешности СИ по уравнению преобразования, либо путем постановки многофакторного измерительного эксперимента с последующей обработкой результатов методами регрессионного анализа (метод наименьших квадратов).

К недостаткам метода следует отнести необходимость использования дополнительного оборудования (датчики, МПУ, сумматор), а также увеличение времени измерения за счет математической обработки сигналов.

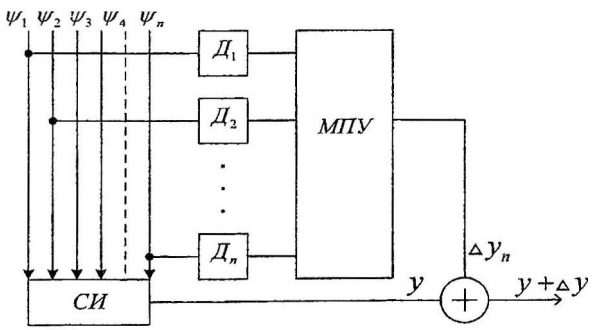



Рис.1.30. Структурная схема, реализующая метод вспомогательных измерений: $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4 \ldots \psi_n$ – внешние эксплуатационные факторы, влияющие на измерения (температура, влажность, давление и т.д.), $Д_1, Д_2 \ldots Д_n$ – датчики внешних эксплуатационных факторов, СИ - основное средство измерения, показания которого корректируются, МПУ – микропроцессорное устройство

*Итерационный метод повышения точности измерения (метод последовательных приближений).* Особенностью итерационных методов является то, что результат измерения уточняется в процессе цикла

измерения несколько раз, причем каждый последующий результат получается с использованием предыдущего. В зависимости от вида математических операций, используемых в процессе коррекции, различают аддитивные (сложение, вычитание) и мультипликативные (умножение, деление) алгоритмы итерационной коррекции.

В первом случае в процессе каждой итерации определяется значение поправки, которая суммируется с показаниями основного СИ, а во втором случае – значения поправочных коэффициентов, на которые умножаются показания СИ. Структурная схема, реализующая аддитивный алгоритм итерационной коррекции, представлена на рис.1.31.

В начале цикла измерения переключатель находится в положении 1 и на вход подается измеряемая величина $x$. На выходе СИ формируется сигнал $y_0$, который фиксируются в памяти ВУ. После этого переключатель переводится в положение 2 и на вход СИ подается величина $k \cdot y_0$. Результат второго измерения $y_0'$ также записывается в память ВУ. По результатам первых двух измерений ВУ определяет первое значение поправки $\Delta y_1 = y_0 - y'$ и первый скорректированный результат $y_1 = y_0 + \Delta y_1$. На этом заканчивается первый цикл итераций.

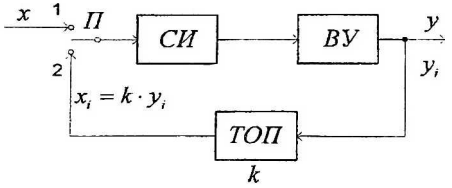



Рис.1.31. Структурная схема, реализующая аддитивный алгоритм итерационной коррекции: П – переключатель, ВУ - вычислительное устройство, ТОП - точный обратный преобразователь

Во всех последующих циклах переключатель остается в положении 2, а на вход СИ подаются величины $k \cdot y_i$. При подаче на вход СИ величины $k \cdot y_1$ на выходе получим $y_1'$. После этого вычисляется значение второй поправки $\Delta y_2 = y_1 - y_1'$ и второй скорректированный результат $y_2 = y_0 + \Delta y_2$ и т.д.

Выполнение измерительной процедуры продолжается до тех пор, пока погрешность не станет меньше некоторого наперед заданного значения.

Пусть, например, функция преобразования линейного СИ имеет вид:

$$y = S(1+\delta)x + \Delta,$$

где $S$ – чувствительность преобразования, $\delta$ – относительная

мультипликативная погрешность, $x$ – измеряемая величина, $\Delta$ – абсолютная аддитивная погрешность.

Пользуясь описанной методикой, можно показать, что результат $n$-й итерации можно представить:

$$y_n = S\left[1+(-1)^n \delta^{n+1}\right]x+(-1)^n \delta^n \Delta .$$

Поскольку величина $\delta$, как правило, мала, то применение аддитивного алгоритма наиболее эффективно для СИ, у которых преобладает аддитивная погрешность. Множитель $(-1)$ указывает на то, что после каждой итерации погрешность измерения меняет знак.

**Пример 1.8** Пусть истинное значение измеряемого напряжения $u_{ист} = 1\,\text{В}$, погрешность цифрового вольтметра $\gamma_u = +10\ \%$. Погрешность носит аддитивный систематический характер. В результате 1-го измерения получим:

$$u_0 = u_{ист} + 0.1 \cdot u_{ист} = 1 + 0.1 = 1.1\,\text{В}.$$

Абсолютная погрешность результата первого измерения $\Delta = 0.1\,\text{В}$. В качестве ТОП применим высокоточный и стабильный цифроаналоговый преобразователь (ЦАП). Пренебрегая погрешностью ЦАП, можно написать:

$$u'_0 = 1.1\ \text{В} + 0.1 \cdot 1.1\ \text{В} = 1.21\ \text{В},$$

Значение первой поправки равно:

$$\Delta u_1 = u_0 - u_1 = 1.1 - 1.21 = -0.11\ \text{В}.$$

Первый скорректированный результат:

$$u_1 = u_0 + \Delta u_1 = 1.1 - 0.11 = 0.99\ \text{В},$$

Абсолютная погрешность результата первого цикла итерации $\Delta_1 = -0.01\text{В}$.

Для второго цикла итерации по аналогии получим:

$$u'_1 = 0.99 \cdot 1.1 = 1.089\ \text{В};$$

$$\Delta u_2 = 0.99 - 1.089 = -0.099\ \text{В};$$

$$u_2 = u_0 + \Delta u_2 = 1.1 - 0.099 = 1.001\ \text{В}.$$

Абсолютная погрешность результата второго цикла итерации

$$\Delta_2 = 0.001\text{В}.$$

В третьем цикле получаем:

$$u'_2 = 1.011\ \text{В}, \quad \Delta u_3 = -0.1001\ \text{В}, \quad u_3 = 0.9999\ \text{В}.$$

Погрешность результата третьего цикла $\Delta_3 = -0.0001\text{В}$.

Из приведенного примера видно, что абсолютная погрешность измерения уменьшается на порядок с каждым циклом итерации, изменяя при этом знак: 0,1; -0,01; 0,001; -0,0001.

Погрешность метода ограничена погрешностью ТОП и погрешностями вычислений.

*Метод образцовых мер* основан на определении в процессе цикла измерения реальных *на момент измерения* значений параметров функции преобразования путем отключения от входа СИ измеряемого сигнала и поочередного подключения образцовых мер $M_1 ... M_n$. Структурную реализацию данного метода можно изобразить следующим образом (рис.1.32):

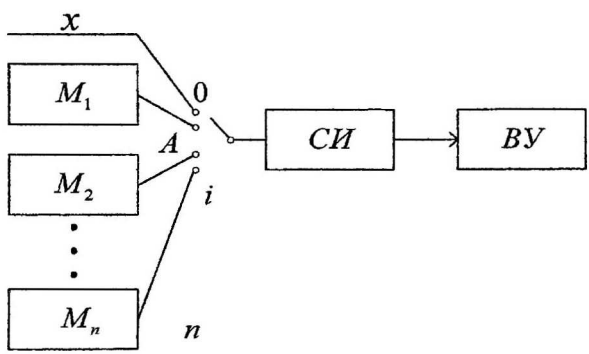



Рис.1.32. Структурная реализация метода образцовых мер

Функция преобразования в этом случае представляется в виде полинома $(n-1)$ - й степени:

$$y_0 = \sum_{i=1}^{n} d_i x^{i-1} . \qquad (1.16.1)$$

Из (1.16.1) видно, что источниками погрешности измерения являются только отклонения параметров $d_i$ от номинальных значений, возникающие в процессе воздействия внешних факторов. Поэтому, если найти значения $d_i$ в момент измерения и подставить их в уравнение для $y_0$, то решая полученное уравнение относительно $x$, можно найти искомое значение измеряемой величины.

Процесс измерения состоит из $n+1$ такта. В первом такте на вход подается измеряемая величина $x$ и результат записывается в виде (1.16.1). В последующих $n$ тактах на вход СИ поочередно подключаются образцовые меры $M_1, M_2 ... M_n$. Результаты тактовых измерений записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \sum_{i=1}^{n} d_i M_1^{i-1} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_n &= \sum_{i=1}^{n} d_i M_n^{i-1} \end{aligned}\right\} \qquad (1.16.2)$$

Решая систему (1.16.2) относительно параметров $d_i$ и подставляя полученные значения (1.16.1), получим уравнение, из которого найдем значение измеряемой величины $x$.

В случае линейной функции преобразования получаем систему из трех уравнений с неизвестными $d_1$, $d_2$ и $x$:

$$\begin{cases} y_0 = d_1 + d_2 \cdot x, \\ y_1 = d_1 + d_2 \cdot M_1, \\ y_2 = d_1 + d_2 \cdot M_2. \end{cases} \qquad (1.16.3)$$

Из полученной системы (1.16.3) найдем:

$$y_2 - y_1 = d_2 (M_2 - M_1),$$

откуда

$$d_2 = \frac{y_2 - y_1}{M_2 - M_1}$$

Находя разность

$$y_0 - y_1 = d_2 (x - M_1) = \frac{y_2 - y_1}{M_2 - M_1}(x - M_1)$$

и выполняя очевидные подстановки, получим уравнение

$$(M_2 - M_1)\frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} = x - M_1,$$

решая которое, получим расчетную формулу для вычисления результата измерения

$$x = M_1 + \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1}(M_2 - M_1). \qquad (1.16.4)$$

Если функция преобразования проходит через ноль, то в (1.16.4) можно положить $M_1 = 0$. Тогда расчетная формула упростится:

$$x = \frac{y_0 - y_1}{y_2 - y_1} M_2. \qquad (1.16.5)$$

Вышеприведенный алгоритм предусматривает вычисление $x$ через отношение разностей сигналов. Это означает, что рассмотренный метод обеспечивает эффективное снижение как аддитивной, так и

мультипликативной составляющих погрешности измерения, т.е. сочетает в себе достоинства дифференциальной и логометрической схем. Недостатком метода является необходимость отключения измеряемой величины от входа и подключения на ее место образцовых мер. Практическая реализация таких коммутаторов не всегда возможна с приемлемой технической простотой, особенно при измерении неэлектрических величин. Число используемых образцовых мер зависит от степени аппроксимирующего полинома, что, в свою очередь, увеличивает аппаратурные затраты. Кроме того, уменьшение интервала аппроксимации уменьшает разности сигналов в формулах для вычисления $x$, что в процессе вычисления может привести к возникновению неопределенности вида $0/0$.

*Тестовый метод повышения точности* очень похож на метод образцовых мер. Главное отличие между ними состоит в том, что вместо образцовых мер используются тестовые сигналы $A_j(x)$, сформированные с использованием самой измеряемой величины $x$. Это позволяет не отключать измеряемую величину $x$ во время цикла измерения и использовать минимальное число образцовых мер даже при существенной нелинейности функции преобразования.

Так же, как и при методе образцовых мер, функция преобразования аппроксимируется полиномом $(n-1)$ й степени: $y=\sum_{i=1}^{n} d_i x^{i-1}$, а процесс измерения состоит из $n+1$ такта. В первом такте на вход подается измеряемая величина $x$. Результат записывается в виде уравнения:

$$y_0=\sum_{i=1}^{n} d_i x^{i-1}. \qquad (1.16.6)$$

В последующих тактах подаются тестовые сигналы $A_1(x)\ldots A_j(x)\ldots A_n(x)$. Результаты измерения интерпретируются в виде системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} y_1&=\sum_{i=1}^{n} d_i\left[A_i(x)\right]^{i-1}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ y_n&=\sum_{i=1}^{n} d_i\left[A_n(x)\right]^{i-1}\end{aligned}\right\} \qquad (1.16.7)$$

Из последних $n$ уравнений можно определить совокупность параметров $\{d_i\}$. Полученные значения коэффициентов полинома подставляются в уравнение (1.16.6), из которого находится измеряемая величина $x$.

На практике получили распространение два вида тестов:

– аддитивный тест: $A_j(x) = x + \Theta$, где $x$ – измеряемая величина, а $\Theta$ – образцовая величина, однородная с измеряемой;

– мультипликативный тест: $A_j(x) = K_j \cdot x$, где $K_j$ – образцовый коэффициент передачи.

Аддитивные и мультипликативные тесты являются частным случаем функциональных тестов, представляющих собой произвольную известную функцию.

Из теории тестовых методов известно, что применение только аддитивных или мультипликативных тестов не позволяет определить всю совокупность параметров $\{d_i\}$, т.к. система уравнений в этом случае имеет бесчисленное множество решений. Наиболее просто приведенная система решается при использовании одного аддитивного теста и $n-1$ мультипликативного теста, и наоборот.

Наибольшее практическое применение получили методы, основанные на кусочно-линейной аппроксимации функции преобразования (рис.1.33).

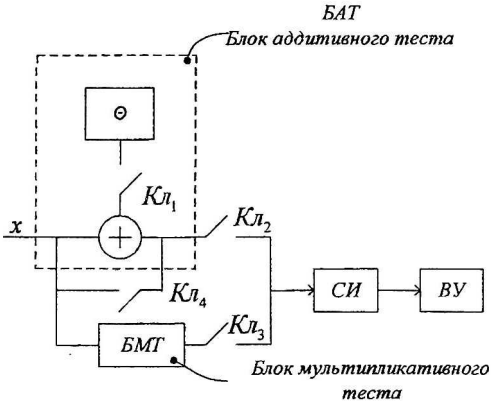



Рис.1.33. Структурная схема, реализующая тестовый алгоритм кусочно-линейной аппроксимации функции преобразования

Пусть функция преобразования СИ нелинейна и имеет вид, показанный на рис.1.34.

Возьмем $j$-ю точку $x_j$ в диапазоне преобразования и выполним три измерения:

1. $Кл_2$ – замкнут, остальные – разомкнуты. На вход подается только измеряемая величина $x$;

2. $Кл_1$ и $Кл_2$ замкнуты, остальные – разомкнуты. На вход поступает аддитивный тест $x_i + \Theta$;

3. $Кл_3$ – замкнут, остальные – разомкнуты. На вход идет

мультипликативный тест $K \cdot x_j$.

Предположим, что результаты всех трех измерений лежат на одной и той же прямой $y_{0j} = d_{1_j} + d_{2_j} \cdot x$. Вводя такое допущение, мы неизбежно вносим погрешность аппроксимации. Указанная погрешность тем меньше, чем меньше интервал аппроксимации $\max[kx,(x+\Theta)], k < 1$. Результаты тактовых измерений представим в виде системы уравнений:

$$y_{0j} = d_{1_j} + d_{2_j} \cdot x,$$

$$y_{1j} = d_{1_j} + d_{2_j}\left(x_j + \Theta\right),$$

$$y_{2j} = d_{1_j} + d_{2_j} K \cdot x_j.$$

Решая систему относительно $x$, можно получить следующее расчетное выражение:

$$x_j = \frac{\Theta\left(y_2 - y_1\right)}{\left(k-1\right)\left(y_1 - y_0\right)} \quad . \tag{1.16.8}$$

При смещении в новую точку диапазона преобразования все три точки смещаются на новый диапазон интерполяции. Из (1.16.8) видно, что при $k \to 1$ знаменатель стремится к нулю, что приводит к необходимости деления весьма малых чисел.

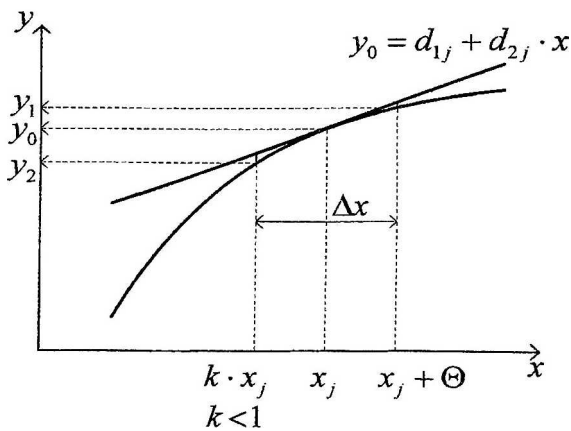



Рис.1.34. Принцип кусочно-линейной аппроксимации функции преобразования

Возможность появления неопределенности типа "$\frac{0}{0}$" ограничивает возможности уменьшения интервала интерполяции, а следовательно, и снижения погрешности аппроксимации. Получение точного и стабильного

значения $\Theta$, как правило, не вызывает затруднения, в то время как получение точного и стабильного коэффициента передачи – $k$, не всегда реализуется с приемлемой технической простотой. Для исключения влияния коэффициента передачи на результат измерения используют четырехтактный алгоритм измерения, в котором первые три такта полностью совпадают с приведенными выше. В четвертом такте при замкнутых $Кл_1$, $Кл_3$, $Кл_4$ и разомкнутом ключе $Кл_2$ на вход СИ подается аддитивно-мультипликативный тест $k\left(x_j+\Theta\right)$, результат измерения которого записывают в виде:

$$y_{3i} = d_{1_j} + d_{2_j} k\left(x_j+\Theta\right).$$

В результате решения полученной системы из 4-х уравнений получим формулу для вычисления $x$, в которой отсутствует параметр $k$:

$$x_j = \frac{\Theta\left(y_{1j}-y_{0j}\right)}{\left(y_{3j}-y_{1j}\right)-\left(y_{2j}-y_{0j}\right)} \quad . \tag{1.16.9}$$

Следовательно, нестабильность коэффициента передачи $k$ в этом случае не влияет на точность измерения.

Достоинством тестового метода является минимальное число образцовых мер, необходимых для его реализации. Кроме того, нет необходимости отключения измеряемой величины $x$ от входа измерительного устройства в процессе цикла измерения, что позволяет использовать тестовые методы для повышения точности измерения как электрических, так и неэлектрических величин.

# 2. ЭЛЕКТРОРАДИОИЗМЕРЕНИЯ

## 2.1 ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### 2.1.1 Назначение и виды осциллографов

Электронно-лучевой осциллограф (ЭЛО) представляет собой многофункциональный прибор (мультиметр) для визуального исследования и измерения параметров электрических сигналов и электрических цепей. С помощью ЭЛО можно измерять амплитуду, частоту, фазовый сдвиг, период, мощность сигналов произвольной формы, модуль, активную и реактивную составляющие комплексного сопротивления.

Все многообразие современных осциллографов можно подразделить на следующие основные типы:

– *универсальные* осциллографы, предназначенные для измерения токов и напряжений в широком диапазоне частот (от 0 до десятков гигагерц) и амплитуд (от 100 микровольт до нескольких сотен вольт). В двухлучевых ЭЛО применяются трубки с двумя электронными пушками и двумя независимыми каналами управления лучом по осям $X$ и $Y$. В двухканальных осциллографах применяется обычная однолучевая трубка и один быстродействующий электронный коммутатор, поочередно подключающий измеряемые сигналы к одним и тем же отклоняющим пластинам $Y$ Узел горизонтального отклонения является общим для обоих каналов измерения;

– *запоминающие* осциллографы, позволяющие запомнить изображение сигнала на время, необходимое для его регистрации;

– *стробоскопические* осциллографы - предназначены для измерения наносекундных импульсов и СВЧ – процессов. Принцип их действия основан на редукции масштаба времени за счет умножения измеряемого сигнала на последовательность коротких стробирующих импульсов, период которых отличается от периода исследуемого сигнала на величину $\Delta\tau$. В результате формируются выборки значений измеряемого сигнала,

сдвинутые по временной оси на величину $T = mT_c + \Delta\tau$, где $m = 1,2,3...$, $T_c$ период сигнала. Огибающая этих выборок, повторяющая форму исследуемого сигнала, оказывается многократно растянутой по оси времени, что улучшает условия осциллографирования быстропеременных сигналов;

– *микропроцессорные осциллографы* - содержат встроенное микропроцессорное устройство, позволяющее расширить функциональные возможности приборов за счет реализации алгоритмов статистической обработки, сложения, умножения, цифровой фильтрации измеряемых сигналов сигнала, автоматизации операций калибровки, балансировки и др.;

– *виртуальные осциллографы* - приборы, содержащие современный быстродействующий персональный компьютер (ПК), устройство сбора данных (например, АЦП), подключенное к параллельному порту ПК, и соответствующее программное обеспечение. В результате оцифровки исследуемого процесса в ОЗУ ПК формируется числовой массив, который после обработки выводится в виде осциллограммы на виртуальную переднюю панель осциллографа, которая эмулируется программной частью прибора.

### 2.1.2 Техника осциллографических измерений

Общее устройство, принцип действия , а также правила выбора ЭЛО для решения конкретных измерительных задач приведены в методических указаниях к лабораторному практикуму по метрологии и радиоизмерениям [16, 17] и поэтому здесь опущены.

Перед измерениями необходимо убедиться, что прибор подходит для выполнения данной измерительной задачи по полосе частот и амплитудному диапазону. Если в приборе не предусмотрено автоматическое выполнение калибровки и балансировки, то перед измерением его следует откалибровать и сбалансировать вручную в соответствии с методиками, приведенными в инструкции по эксплуатации. Это позволит уменьшить аддитивную и мультипликативную погрешности измерения до значений, приведенных в паспортных данных прибора. Неоткалиброванный и несбалансированный ЭЛО, строго говоря, не является средством измерений, т.к. его погрешность в этом случае неизвестна и может значительно отличаться от паспортных характеристик точности измерений.

Рассмотрим, как с помощью осциллографа можно выполнять измерения основных радиотехнических величин.

***Измерение постоянной составляющей сигнала.*** Для этого сигнал подают сначала на открытый вход ЭЛО, а затем на закрытый. После этого с помощью масштабной сетки, нанесенной на экран прибора, подсчитывают число делений шкалы $h$, на которое сместился сигнал вверх или вниз.

Постоянная составляющая сигнала вычисляется по формуле:

$$u_{=} = C_y \cdot h \cdot K_д, \qquad (2.1.1)$$

где $C_y$ - коэффициент вертикального отклонения $\left[C_y\right] = \left[\frac{B}{дел.}\right]$, $K_д$ - коэффициент выносного делителя, если таковой используется.

***Измерение амплитудных значений тока и напряжения***. Для измерения напряжения используются следующие методы:

– *Метод калиброванной шкалы*, основанный на использовании предварительно откалиброванного аттенюатора канала вертикального отклонения (ВО).

Значение измеряемой амплитуды напряжения вычисляется по той же формуле, что и постоянная составляющая (2.1.1), в которой $h$ число делений, соответствующее амплитуде измеряемого напряжения. Погрешность этого метода составляет $5 \div 10$ %.

– *Метод сравнения*, основанный на поочередной подаче на вход $Y$ измеряемого $u_x$ и калиброванного $u_k$ сигналов и измерении соответствующих отклонений луча в делениях шкалы осциллографа $m$ и $n$. Учитывая, что функция преобразования канала ВО линейна, результаты измерений можно представить в виде пропорции:

$$\left.\begin{array}{l} u_x - m \\ u_k - n \end{array}\right\},$$

откуда $$u_x = u_k \cdot \frac{m}{n}.$$

За счет использования калиброванного напряжения погрешность метода может быть уменьшена до $3 \div 5$ %.

*Нулевой метод* реализуется на базе осциллографов, которые снабжены дифференциальным усилителем канала ВО, входы которого выведены на переднюю панель прибора. На входы усилителя подаются измеряемое напряжение $U_x$ и образцовое напряжение $u_{обр}$ от регулируемого источника (рис.2.1).

На выходе усилителя действует усиленная разность измеряемого и образцового сигналов, которая подается на нуль-индикатор. В качестве нуль- индикатора (НИ) используется сам осциллограф, переведенный в режим максимальной чувствительности. Регулируем $U_{обр}$ до тех пор, пока выходной сигнал усилителя не станет равным нулю $U_{вых} = 0$. При этом $U_x = U_{обр}$ и результат измерения считывается со шкалы источника образцового напряжения.

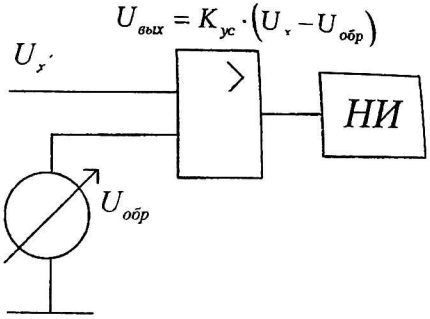



Рис.2.1. Измерение напряжения нулевым методом

Погрешность метода составляет 1% и менее. Доминирующими факторами, определяющими погрешность измерения, являются: погрешность градуировки шкалы $U_{обр}$, дрейф напряжения смещения дифференциального усилителя, «ненулевой» порог чувствительности осциллографа.

***Измерение тока*** производится косвенно, по падению напряжения на образцовом сопротивлении известного значения.

***Измерение фазового сдвига с помощью ЭЛО.*** Для измерения фазового сдвига применяются различные методы, среди которых наибольшее распространение получили метод двухлучевого осциллографа, метод фигур Лиссажу и компенсационный метод.

*Метод двухлучевого осциллографа.* В этом случае на входы $Y_1$ и $Y_2$ осциллографа подаются исследуемые сигналы $U_1$ и $U_2$. Измеряя интервалы времени $\Delta T$ и $T$, можно определить косвенным методом искомый фазовый сдвиг по формуле:

$$\varphi = \frac{\Delta T}{T} 360 . \qquad (2.1.2)$$

*Метод синусоидальной развертки.* Пусть на входы X и Y осциллографа подаются исследуемые синусоидальные напряжения

$$U_x = U_{x_{Max}} h_x \sin(\omega t) = a \cdot \sin(\omega t), \qquad (2.1.3)$$

$$U_y = U_{y_{Max}} h_x \sin(\omega t + \varphi) = b \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

Развертка луча в этом случае осуществляется синусоидальным сигналом $U_y$

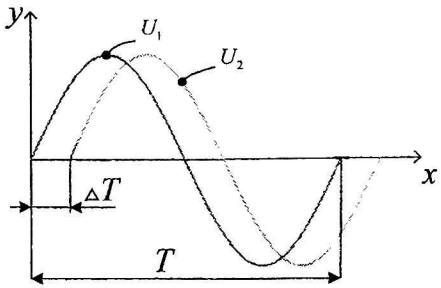



Рис. 2.2. Измерение фазового сдвига

Решая уравнения (2.1.3) совместно и исключая из них время $t$, получим уравнение траектории движения луча в плоскости $XOY$ экрана ЭЛО:

$$y = \frac{b}{a}\left(x \cdot \cos(\varphi) + \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sin(\varphi)\right), \qquad (2.1.4)$$

которое представляет собой обобщенное уравнение эллипса. Из полученного выражения видно, что при $\varphi = 0°, k\pi$, уравнение эллипса вырождается в прямую линию $y = \pm\frac{b}{a}x$. При $\varphi = 90°$ получаем каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

которое при $a^2 = b^2 = r^2$, т.е. при равных чувствительностях каналов $X$ и $Y$, вырождается в уравнение окружности с центром в начале координат. Для определения фазового сдвига найдем параметры эллипса $y_0$ и $y_m$ (рис 2.3).

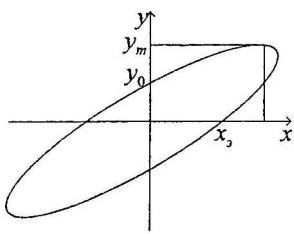



Рис.2.3. Определение параметров фигуры Лиссажу

Подставляя в (2.1.4) значение $x = 0$, получим $y_0 = y\big|_{x=0} = b \cdot \sin(\varphi)$. Для определения $y_m$ необходимо найти производную $\frac{\partial y}{\partial x}$, приравнять ее к нулю

и из полученного уравнения найти значение $x_э$, соответствующее экстремуму функции (2.1.4). Подставляя в уравнение (2.1.4) найденное значение $x_э$, получим $y_m = b$, что приводит к уравнению $y_0 = y_m \cdot \sin(\varphi)$, откуда искомый фазовый сдвиг равен:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{y_0}{y_m}\right).$$

Очевидно, что погрешность измерения тем меньше, чем больше разность между $y_m$ и $y_0$. Поэтому метод применим для измерения малых значений фазового сдвига в диапазоне $0 \div 45^0$.

*Нулевой метод измерения фазового сдвига.* Схема установки, реализующая нулевой метод измерения фазового сдвига, представлена на рис.2.4. Установка содержит электронно-лучевой осциллограф, образцовый и вспомогательный фазовращатели $\varphi_0$ и $\varphi_в$, а также ключи $k_1$ и $k_2$.

*Фазовращатель* это устройство, позволяющее вносить в электрическую цепь известный и регулируемый фазовый сдвиг, значение которого отсчитывается по шкале фазовращателя.

Перед измерением в установке устраняют собственный фазовый сдвиг, который вызван неидентичностью фазочастотных характеристик каналов вертикального и горизонтального отклонения. Для исключения собственного фазового сдвига указатели обоих фазовращателей устанавливают на ноль.

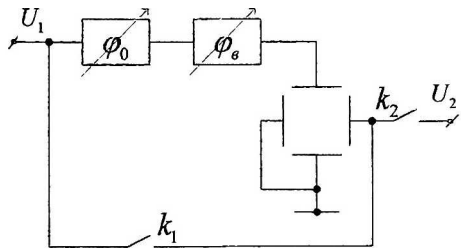



Рис. 2.4. Компенсационная схема измерения фазового сдвига

Ключ $k_1$ замыкают, а ключ $k_2$ размыкают. На входы $X$ и $Y$ ЭЛО подается один и тот же сигнал $U_1$. Усилитель вертикального отклонения находится в режиме максимальной чувствительности. Если на частоте измеряемого сигнала собственный фазовый сдвиг осциллографа равен нулю, то на экране наблюдается фигура Лиссажу в виде прямой линии. Если собственный фазовый сдвиг не равен нулю, то на экране наблюдаем эллипс или его центральную часть в виде двух параллельных прямых (рис.2.5).

Регулировкой вспомогательного фазовращателя $\varphi_в$ добиваются слияния

двух линий в одну, что говорит о том, что вспомогательным фазовращателем скомпенсирован собственный фазовый сдвиг установки.

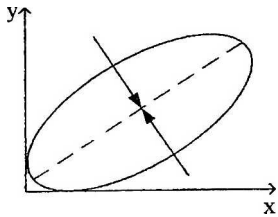



Рис. 2.5. Компенсация собственного фазового сдвига

После этого ключ $k_1$ размыкают, а ключ $k_2$ замыкают. На вход $y$ подается сигнал $u_1$, а на вход $x$ - сигнал $u_2$. На экране вновь образуется эллипс, соответствующий измеряемому фазовому сдвигу между сигналами $u_1$ и $u_2$. Регулируя теперь образцовый фазовращатель, добиваются того, чтобы эллипс выродился в прямую. Это говорит о том, что с помощью образцового фазовращателя мы скомпенсировали фазовый сдвиг между сигналами $u_1$ и $u_2$. Результат измерения считывается со шкалы образцового фазовращателя, погрешность градуировки которой определяет точность измерений.

***Измерение временных интервалов с помощью осциллографа.*** Для измерения временных интервалов и периода сигналов произвольной формы используются следующие методы:

– *метод калиброванной шкалы* - основан на использовании предварительно откалиброванной развертки канала горизонтального отклонения (ГО). Значение измеряемого временного интервала вычисляется по формуле:

$$T_x = h_x D_p M ,$$

где $h_x$ - число делений по горизонтальной оси, соответствующее измеряемому временному интервалу, $D_p$ - коэффициент развертки, $M$ - множитель развертки. Погрешность этого метода составляет $5 \div 10\%$;

– *метод сравнения* - основан на подсчете числа периодов маркерных меток, соответствующего измеряемому временному интервалу. Для получения маркерных (яркостных) меток на изображении исследуемого сигнала на вход « $Z$ » подается переменное напряжение, например, меандр образцовой частоты $f_0$. Зная период сигнала образцовой частоты $T_0 = f_0^{-1}$ и число периодов $n$ маркерных меток, укладывающихся на измеряемом интервале, можно определить $T_x = nT_0$. Для уменьшения субъективной погрешности измерения образцовую частоту регулируют так, чтобы на

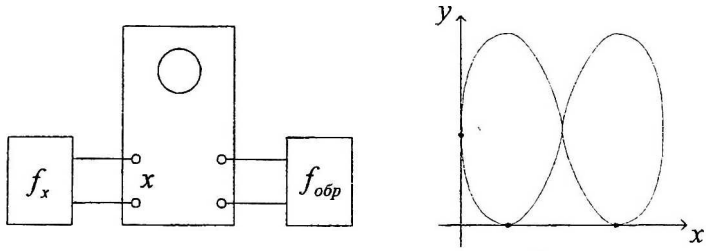
измеряемом временном интервале укладывалось целое число меток.

За счет использования сигнала образцовой частоты погрешность метода может быть уменьшена до 3÷5%.

***Частота электрических колебаний*** может быть измерена следующими методами:

– *косвенно* по результату измерения периода сигнала $T_x$ одним из рассмотренных выше способов: $f_x = \frac{1}{T_x}$ ;

– *по фигурам Лиссажу* с использованием схемы на рис.2.6,а. При неравных частотах сигналов, подаваемых по каналам *X* и *Y*, осциллограмма приобретает сложный вид (рис.2.6,б).




а) б)

Рис.2.6. Измерение частоты по фигурам Лиссажу

Известно, что отношение количества точек $n_x$ и $n_y$ касания фигуры с координатными осями обратно пропорционально частотам, подаваемым на входы *X* и *Y*. Пусть на вход *X* подается измеряемая частота $f_{изм}$, а на вход *Y* – образцовая частота $f_{обр}$. Тогда можно написать:

$$\frac{n_x}{n_y} = \frac{f_{обр}}{f_{изм}},$$

откуда получим выражение для вычисления значение измеряемой частоты:

$$f_{изм} = f_{обр} \frac{h_в}{h_{изм}}$$

Перед измерением с помощью схемы синхронизации необходимо добиться неподвижности фигуры. В процессе измерения частоту $f_{обр}$ следует отрегулировать так, чтобы максимально упростить фигуру Лиссажу (желательно получить эллипс). В этом случае результат измерения $f_x$ считывается со шкалы образцового генератора. При большой кратности частот $\frac{f_{обр}}{f}$ фигуры становятся сложными и их трудно расшифровывать.

*Измерение частоты в режиме круговой развертки.* В этом случае напряжение, частоту которого $f_x$ необходимо измерить, подается на фазорасщепляющую RC- цепь (рис.2.7).

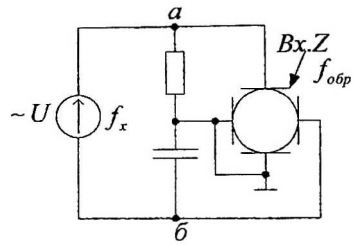



Рис. 2.7. Измерение частоты в режиме круговой развертки

Поскольку фазы напряжений на емкости и активном сопротивлении сдвинуты на $90^0$, то на экране устанавливается окружность ($\varphi_{аб} = 90^0$). Сигнал более высокой образцовой частоты подается на вход "Z", т.е. электрод, модулирующий яркость изображения. По числу маркерных меток $m$ можно установить соотношение между измеряемой и образцовой частотой $f_x = m \cdot f_{обр}$. Для повышения точности измерений образцовую частоту необходимо подстроить так, чтобы на окружности укладывалось целое число периодов маркерных меток.

*Измерение комплексного сопротивления.* Для измерения параметров комплексного сопротивления воспользуемся схемой, представленной на рис.2.8.

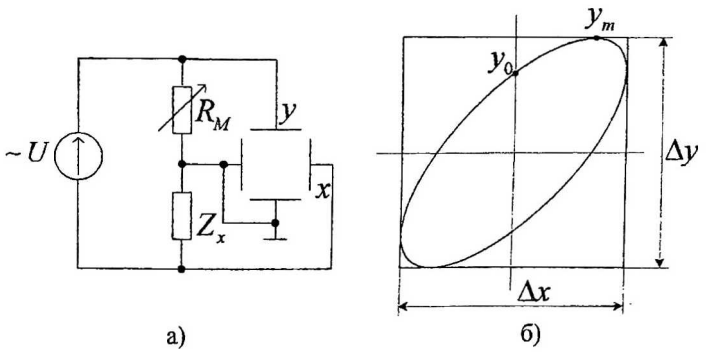



Рис.2.8. Структурная схема а) и осциллограмма б) для измерения комплексного сопротивления

Она содержит делитель напряжения, состоящий из регулируемого магазина сопротивления $R_M$ и измеряемого комплексного сопротивления $Z_x$. Падения напряжения, снимаемые с этих сопротивлений относительно

земли, подаются на пластины $X$ и $Y$ осциллографа. Поскольку сопротивление магазина носит чисто активный характер, а измеряемое сопротивление – реактивный, то и падения напряжения также сдвинуты по фазе на некоторый угол $\varphi$. В результате на экране ЭЛО формируется осциллограмма в виде эллипса (рис.2.8,*б*). Перед измерением в осциллографе устанавливают одинаковые чувствительности по каналам $X$ и $Y$. Путем регулировки магазина $R_M$ вписывают эллипс в квадрат так, чтобы $\Delta x = \Delta y$. В этот момент модуль комплексного сопротивления численно равен сопротивлению магазина $|Z_x| = R_M\big|_{\Delta x=\Delta y}$. Пользуясь изложенной выше методикой, можно по параметрам эллипса $y_0$ и $y_m$ вычислить фазовый сдвиг между падениями напряжения на $R_M$ и $Z_x$:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{y_0}{y_m}\right).$$

Тогда активная и реактивная составляющие измеряемого комплексного сопротивления могут быть рассчитаны по выражениям:

$$X = |Z_x| \cdot \sin(\varphi), \quad R = \sqrt{Z_x^2 - X^2}\ .$$

## 2.2 АНАЛОГОВЫЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ (СТРЕЛОЧНЫЕ) ПРИБОРЫ

### 2.2.1.Общая теория аналоговых электромеханических приборов

Принцип действия стрелочных приборов основан на преобразовании электрической энергии, потребляемой от объекта измерения, в кинетическую энергию перемещения подвижной части измерительного механизма относительно неподвижной. Обобщенная структурная схема любого стрелочного прибора имеет вид, показанный на рис. 2.9.




Рис.2.9. Обобщенная структурная схема электромеханических приборов

*Измерительная цепь* представляет собой набор различных преобразовательных элементов, таких как: шунты, добавочные резисторы, выпрямители, фильтры, переключатели диапазона и т.д. В измерительной

цепи происходит преобразование входной электрической величины $x_{эл}$ в некоторую промежуточную также электрическую величину $y_{эл}$, функционально связанную со входной: $y_{эл} = F(x_{эл})$. Отметим, что различные измерительные цепи позволяют использовать один и тот же измерительный механизм для измерения различных по природе физических величин. Например, в тестерах один и тот же измерительный механизм используется для измерения постоянных и переменных токов и напряжений, активного сопротивления, емкости, индуктивности, параметров полупроводниковых приборов и т.д.

Основным элементом конструкции приборов является *измерительный механизм*, в котором происходит преобразование электрической энергии в механическую энергию взаимного перемещения подвижной части относительно неподвижной. Обобщенное дифференциальное уравнение, описывающее движение подвижной части в переходном режиме, имеет вид:

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \sum M_i\,, \qquad (2.2.1)$$

где $I$ - момент инерции подвижной части, $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ - угловое ускорение, $\sum M_i$ - сумма моментов внешних сил, воздействующих на подвижную часть измерительного механизма.

В общем случае на подвижную часть воздействуют три момента. *Вращающий момент*, который для всех типов измерительных механизмов определяется скоростью изменения запасенной в них электромагнитной энергии по углу поворота:

$$M_{вр} = \frac{\partial \omega_{эм}}{\partial \alpha}. \qquad (2.2.2)$$

Под действием вращающего момента подвижная часть всегда поворачивается до упора, а если упора нет, то она переходит в режим непрерывного вращения (режим электродвигателя). Поэтому для нормальной работы приборов в их состав вводят устройство, создающее *противодействующий момент,* пропорциональный углу отклонения $\alpha$ подвижной части:

$$M_{\alpha} = -w\alpha\,, \qquad (2.2.3)$$

где $W$ -удельный противодействующий момент на единицу угла поворота. Знак минус указывает на то, что момент направлен навстречу движению. Чаще всего противодействующий момент создается с помощью спиральной пружины, один конец которой закреплен на корпусе прибора, а второй – на оси вращения (рис.2.10). Для уменьшения времени переходного процесса в приборах используются узлы, создающие *момент успокоения*,

пропорциональный скорости перемещения подвижной части:

$$M_y = -p\frac{d\alpha}{dt}, \qquad (2.2.4)$$

где $-p$ - коэффициент успокоения (демпфирования).

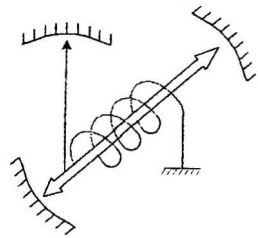
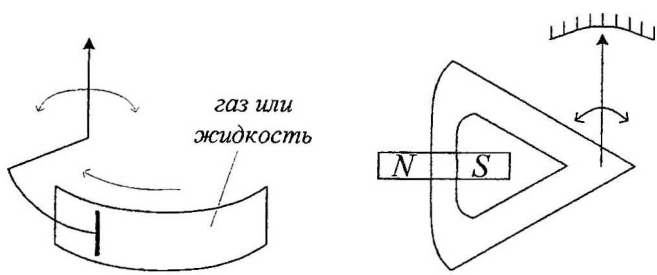


Рис. 2.10. Схема создания противодействующего момента

Успокоители (демпферы), используемые в приборах, могут быть воздушными, гидравлическими (рис.2.11,а) и электромагнитными (рис.2.11,б).




а) б)

Рис.2.11. Конструкции успокоителей: а - воздушные и гидравлические, б - электромагнитные

Подставляя выражения для моментов в исходное уравнение, получим:

$$I\cdot\frac{d^2\alpha}{dt^2} + p\frac{d\alpha}{dt} + w\alpha = M_{вр}. \qquad (2.2.5)$$

Выражение (2.2.5) представляет собой обобщенное дифференциальное уравнение движения подвижной части прибора в переходном режиме.

В установившемся режиме, когда все производные равны нулю, получим: $w\alpha = M_{вр}$. С учетом этого обобщенное уравнение шкалы электромеханических измерительных приборов запишем в виде:

$$\alpha = \frac{1}{w}M_{вр}. \qquad (2.2.6)$$

Из ... ля отыскания уравнения шкалы

электромеханического прибора любого типа достаточно получить уравнение для вращающего момента и подставить его в (2.2.6).

Класс точности электромеханических приборов лежит в диапазоне от 0.05 до 4. В качестве *отсчетного устройства* используется оцифрованная шкала и указатель в виде стрелки или светового луча.

Существует несколько разновидностей аналоговых электромеханических измерительных приборов, а именно: магнитоэлектрические, электромагнитные, термоэлектрические, ферродинамические, электростатические и т.д. В технике электрорадиоизмерений наибольшее распространение из них получили магнитоэлектрические измерительные приборы.

### 2.2.2 Магнитоэлектрические измерительные приборы

Принцип действия магнитоэлектрических приборов (МЭП) основан на взаимодействии поля постоянного магнита и поля катушки, по которой протекает измеряемый ток. В результате этого взаимодействия создается пара сил $F_1$ и $F_2$, создается вращающий момент. Конструкция магнитоэлектрического измерительного механизма показана на рис.2.12.

Для получения уравнения преобразования прибора запишем уравнение электромагнитной энергии $w_{пм}$, сосредоточенной в измерительном механизме:

$$w_{эм} = w_{пм} + \frac{LI^2}{2} + B \cdot n \cdot S \cdot \alpha \cdot I ,$$

где $B$ - индукция магнитного поля в зазоре магнитопровода, $n$ - число витков измерительной катушки, $S$ - площадь катушки, $I$ - измеряемый ток, $LI^2/2$ - энергия катушки с током, $B \cdot n \cdot S \cdot \alpha \cdot I$ - энергия электромагнитного взаимодействия полей катушки и постоянного магнита.

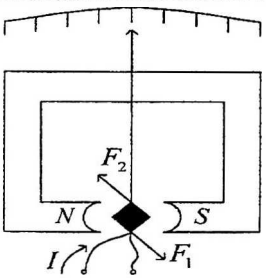



Рис. 2.12. Конструкция магнитоэлектрического измерительного механизма

Тогда вращающий момент будет равен:

$$M_{вр} = \frac{\partial w_{эм}}{\partial \alpha} = B \cdot n \cdot S \cdot I .$$

Подставляя выражение для вращающего момента в обобщенное уравнение шкалы прибора (2.2.6), получим:

$$\alpha = \frac{1}{w} M_{вр} = \frac{1}{w} B \cdot n \cdot S \cdot I = S_I \cdot I ,$$

где $\frac{1}{w} \cdot B \cdot n \cdot S = S_I$ чувствительность прибора по току. В результате получаем уравнение шкалы магнитоэлектрического *амперметра*:

$$\alpha = S_I \cdot I \ . \qquad (2.2.7)$$

Заменяя ток в катушке в соответствии с законом Ома $I = U / R_к$, получим уравнение преобразования магнитоэлектрического *вольтметра:*

$$\alpha = \frac{S_I \cdot U}{R_k} = S_U \cdot U \ . \qquad (2.2.8)$$

Из уравнений (2.2.7) и (2.2.8) следует, что шкала магнитоэлектрических приборов линейна. Следовательно, чувствительность постоянна по диапазону измерения, что позволяет измерять весьма малые значения токов и напряжений (до $10^{-11}$ А). Прибор следует подключать к измеряемой цепи с учетом полярности. В силу инерционности подвижной части на частотах больше 15 Гц прибор реагирует на среднее значение сигнала за период (математическое ожидание), а на частотах <15 Гц - отслеживает мгновенное значение входного сигнала.

К недостаткам магнитоэлектрических приборов следует отнести недостаточно высокое сопротивление при измерении напряжения ($R_{вх} \le 3....4кОм$).

Этот недостаток преодолевается в схемах электронных вольтметров, у которых на входе магнитоэлектрических приборов устанавливают электронные усилители с высоким входным сопротивлением.

### 2.2.3 Выпрямительные приборы

В основе выпрямительных приборов (рис.2.13) лежит магнитоэлектрический прибор (МЭП), включенный в схему одно- или двухполупериодного выпрямителя.

В схеме на рис.2.14,а ток через диод $VD_1$ протекает только при положительной полуволне измеряемого напряжения. При отрицательной полуволне (диод $VD_1$ заперт) ток протекает через открытый диод $VD_2$, защищающий диод $VD_1$ от пробоя. Для выравнивания входного сопротивления прибора для обеих полуволн входного сигнала резистор $R$ выбирается из условия $R = R_{вх}$

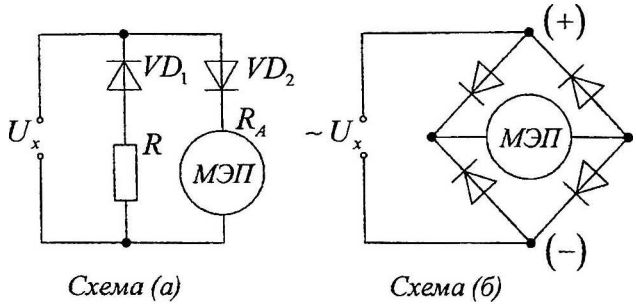



Рис.2.13. Схемы построения выпрямительных приборов

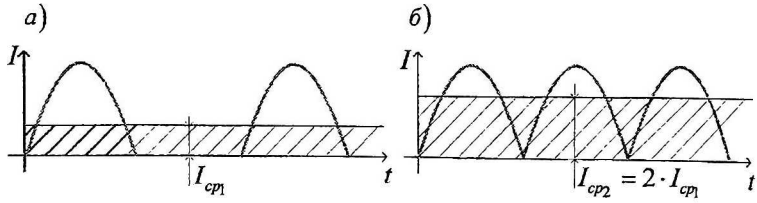



Рис. 2.14. Временные диаграммы работы одно – и двухполупериодного выпрямителей

В силу инерционности подвижной части прибор реагирует на среднее значение за период $T$ вращающего момента:

$$M_{вр.ср} = \frac{1}{T}\cdot\int_0^T m(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T \psi\cdot i(t)\,dt = \frac{\psi}{T}\cdot I_{ср},$$

где $m(t)$ - мгновенное значение вращающего момента, $\psi$ - потокосцепление катушки, $I_{ср} = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt$ - средневыпрямленное значение тока. Тогда с учетом (2.2.6) получим уравнение шкалы выпрямительного прибора:

$$\alpha = \frac{\psi}{WT} I_{ср}. \qquad (2.2.9)$$

Для синусоидального сигнала $I_{ср} = 0,45 I_{max}$, где $I_{max}$ - амплитуда входного тока. Тогда уравнение преобразования прибора примет вид: $\alpha = 0,45 S_I I_{max}$, где $S_I = \frac{\psi}{WT}$ - чувствительность прибора по току.

В схеме на 2.14, б средневыпрямленное значение тока, а следовательно и чувствительность, в два раза больше, чем в предыдущей схеме.

Недостатком выпрямительных приборов является зависимость входного сопротивления от входного напряжения, что связано с нелинейностью ВАХ

диодов. Поэтому входное сопротивление прибора указывают при некотором номинальном значении измеряемого напряжения. Несмотря на то, что уравнение преобразования линейно (2.2.9), шкала реальных выпрямительных приборов сжата на участке от 0 до 0.4 В, что также связано с нелинейным характером зависимости $R_{вх} = f(U_x)$ на начальном участке ВАХ. Погрешность таких приборов существенно зависит от температуры, емкости диодов и отклонения формы входного сигнала от синусоидальной.

Шкалу выпрямительных приборов всегда градуируют в действующих значениях синусоидального тока согласно выражению $\alpha = S_I K_\phi I_{ср}$, где $K_\phi = 1{,}11$ - коэффициент формы синусоидального сигнала. Поэтому для получения средневыпрямленного значения сигнала произвольной формы результат измерения следует разделить на $K_\phi = 1{,}11$.

К достоинствам следует отнести высокую чувствительность и широкий частотный диапазон. Нижняя граничная частота (15…20 Гц) определяется инерционными свойствами МЭП, а верхняя - частотными свойствами диодов.

### 2.2.4 Расширение пределов измерения амперметров и вольтметров

Для регулировки пределов измерения по току и напряжению в многопредельных приборах используются наборы шунтов и добавочных резисторов.

Пусть требуется расширить предел измерения амперметра в $m$ раз. В этом случае параллельно прибору подключают шунт – низкоомный резистор, сопротивление которого $R_ш \ll R_A$ (рис.2.15).

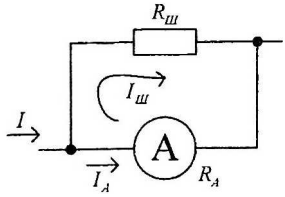



Рис. 2.15. Расширение пределов измерения по току

В этом случае большая часть тока протекает через шунт, а меньшая – через амперметр. Пусть необходимо измерить значение тока $I$, в $m$ раз превышающее ток полного отклонения стрелки прибора $I$. Рассчитаем значение $R_ш$, обеспечивающее выполнение соотношения $m = \dfrac{I}{I_A}$.

Поскольку падения напряжения на амперметре и шунте равны между собой можно написать:

$$I_ш \cdot R_ш = I_A \cdot R_A . \qquad (2.2.10)$$

Исходя из схемы на рис 2.15:

$$I_ш = I - I_A = mI_A - I_A = (m-1)I_A . \qquad (2.2.11)$$

Подставляя выражение (2.2.11) в (2.2 10), получим:

$$I_A (m-1) \cdot R_ш = I_A \cdot R_A ,$$

откуда

$$R_ш = \frac{R_A}{m-1} . \qquad (2.2.12)$$

В этом случае только $(1/m)$-*я* часть входного тока протекает через амперметр, а $[(m-1)/m]$-*я* часть – через шунт.

Для расширения пределов измерения вольтметров последовательно с прибором включают добавочный резистор $R_{доб} \gg R_V$ (рис.2.16).

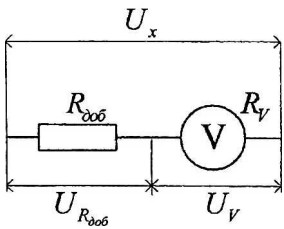



Рис. 2.16. Расширение пределов измерения по напряжению

В этом случае большая часть измеряемого напряжения падает на добавочном резисторе, а меньшая – на входном сопротивлении вольтметра. Пусть требуется расширить предел измерения вольтметра в $m$ раз ($m = U/U_V$, где $U_V$ - верхний предел измерения прибора).

Поскольку через вольтметр и резистор $R_д$ протекает один и тот же ток, то можно написать:

$$\frac{u_{R_д}}{R_д} = \frac{u_v}{R_v} . \qquad (2.2.13)$$

Исходя из схемы на рис.2.16, падение напряжения на добавочном сопротивлении равно:

$$u_{R_д} = u - u_V = mu_V - u_V = (m-1)u_V . \qquad (2.2.14)$$

*Подставляя выражение (2.2.14) в (2.2.13), получим:*

$$\frac{u_V (m-1)}{R_д} = \frac{U_V}{R_V} ,$$

откуда

$$R_д = (m-1)R_V . \qquad (2.2.15)$$

В этом случае только $(1/m)$-*я* часть входного напряжения падает на вольтметре, а $[(m-1)/m]$-*я* часть – на добавочном резисторе. В многопредельных приборах каждый диапазон измерения обслуживается своим добавочным элементом или их комбинацией.

## 2.3 АНАЛОГОВЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ВОЛЬТМЕТРЫ

Аналоговые электронные вольтметры представляют собой сочетание магнитоэлектрического прибора и установленного на его входе электронного усилителя, выполненного на лампах, полупроводниковых приборах или интегральных схемах. Электронный усилитель используется для согласования входного сопротивления прибора с высокоомным источником измеряемого сигнала, а также усиления измеряемого напряжение по мощности. Шкала МЭП градуируется в единицах напряжения (вольты, милливольты, микровольты).

Различают электронные вольтметры постоянного тока, переменного тока и универсальные вольтметры, предназначенные для измерений как в цепях постоянного, так и переменного тока.

Обобщенная структурная схема вольтметра постоянного тока приведена на рис.2.17.

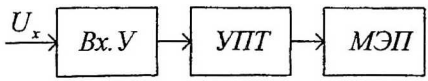



Рис.2.17. Структурная схема электронного вольтметра постоянного тока: Вх.У – входное устройство, УПТ - усилитель постоянного тока, МЭП – магнитоэлектрический прибор

Входное устройство предназначено для переключения диапазонов измерения, предварительной фильтрации помех и т.д. Важнейшим элементом прибора, придающим ему новые свойства по сравнению с классическим МЭП, является УПТ. Основные требования, предъявляемые к УПТ: высокое входное сопротивление ($R_{вх} = 5 \div 10$ *МОм*); высокая линейность амплитудной характеристики (нелинейность должна быть не хуже 1%); малый дрейф нуля; высокая временная и температурная стабильность коэффициента усиления.

Вольтметры переменного тока выполняют по одной из двух схем, приведенных на рис.2.18.

Приведенные схемы отличаются между собой порядком выполнения операций усиления и выпрямления входного сигнала. В схеме на рис.2.18,а входной сигнал сначала выпрямляется, затем усиливается, а в схеме на рис.2.18,б - наоборот. За счет этого схема на рис.2.18,а имеет более широкий частотный диапазон, но недостаточно высокую чувствительность. Схема на рис.2.18,б обладает меньшим частотным диапазоном, но более высокой чувствительностью. В зависимости от типа используемого выпрямителя шкалы вольтметров градуируют в амплитудных (пиковых), действующих или средневыпрямленных значениях. Для синусоидальных сигналов указанные значения связаны между собой с помощью коэффициента формы $K_f$ и коэффициента амплитуды $K_A$.

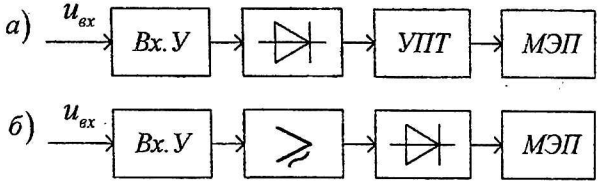



Рис.2.18. Структурные схемы электронных вольтметров переменного тока

Универсальные вольтметры являются комбинацией вольтметра постоянного тока и вольтметра переменного тока, выполненного по схеме на рис.2.18,а. Общими узлами для обоих режимов измерения являются УПТ и МЭП. Функциональную схему универсального вольтметра читателю предлагается составить самостоятельно.

Очевидно, что погрешность электронных вольтметров не может быть меньше, чем погрешность МЭП.

## 2.4 ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТЫ И ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

Задачи измерения частоты и временных интервалов являются одними из самых распространенных в радиотехнике и электронике. Как было показано выше, приближенные измерения указанных параметров могут быть выполнены с помощью обычного универсального осциллографа. Более точные измерения выполняются с помощью различных методов, реализуемых на основе аналоговой и цифровой схемотехники. Рассмотрим некоторые из них.

### 2.4.1 Резонансный метод измерения частоты

Метод основан на сравнении измеряемой частоты с собственной частотой резонансного контура. Применяется в диапазоне высоких и

сверхвысоких частот. В этом случае напряжение неизвестной частоты подают на последовательный колебательный резонансный контур (рис.2.19).

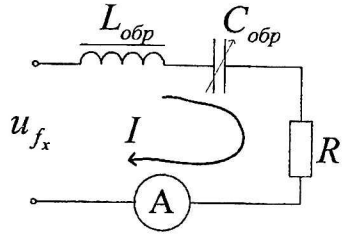



Рис.2.19. Резонансный контур последовательного типа

Ток, протекающий через амперметр, равен:

$$I = \frac{u}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_x L - \frac{1}{\omega_x C_{обр}}\right)^2}}.$$

Изменяя емкость или индуктивность, вводят контур в резонанс, при котором ток через амперметр максимален $I = I_{Max}$. В этом случае:

$$\omega_x L_{обр} = \omega_x C_{обр},$$

откуда

$$\omega_x = \frac{1}{\sqrt{L_{обр} C_{обр}}},$$

где $\omega_x = 2\pi f_x$.

Точность метода определяется прежде всего добротностью контура (рис.2.20). Чем больше добротность, тем выше точность измерения, т.к. при низкой добротности (пологой резонансной кривой) фиксация момента резонанса связана с появлением заметных субъективных погрешностей. Резонансные цепи в зависимости от диапазона измеряемых частот выполняются с сосредоточенными или распределенными параметрами.

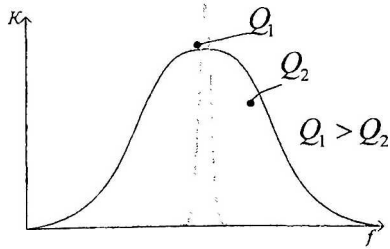



Рис.2.20. Резонансные кривые для различной добротности контура

Резонансные частотомеры с сосредоточенными параметрами в настоящее время все более уступают место цифровым частотомерам, а с распределенными параметрами – широко применяются в технике СВЧ.

### 2.4.2 Гетеродинный метод измерения частоты

Метод применяют для измерения частоты синусоидальных колебаний в области радиочастот (рис.2.21).

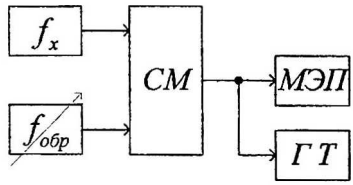



Рис.2.21. Структурная схема гетеродинного частотомера: СМ – смеситель, МЭП – магнитоэлектрический прибор, ГТ – головной телефон

Два сигнала с частотами $f_x$ и $f_{обр}$ подаются на смеситель. В спектре выходного сигнала смесителя присутствует набор комбинационных частот, в том числе и частота биений $F_б = f_x - f_{обр}$. Регулируя $f_{обр}$, добиваются того, чтобы частота $F_б$ вошла в звуковой диапазон, т.е. стала меньше, чем 20 кГц, что фиксируется с помощью головных телефонов. Осуществляя дальнейшую подстройку $f_{обр}$, добиваются понижения тональности звука в головных телефонах. При достижении порога слышимости (15÷16 Гц) звуковой сигнал в ГТ исчезает. В этот момент начинает колебаться стрелка МЭП, отслеживая мгновенные значения сигнала разностной частоты $F_б$. Плавной подстройкой $f_{обр}$ добиваются понижения частоты колебаний стрелки. В момент прекращения колебаний $F_б = 0$, а следовательно, $f_x = f_{обр}$. Результат измерения считывают со шкалы образцового генератора. Погрешность измерения определяется, в основном, погрешностью установки частоты образцового генератора.

### 2.4.3 Аналоговый конденсаторный частотомер

Принцип действия конденсаторного частотомера основан на измерении среднего значения разрядного тока конденсатора, периодически подключаемого к источнику постоянного напряжения с частотой исследуемого сигнала. Функциональная схема прибора представлена на рис. 2.22.

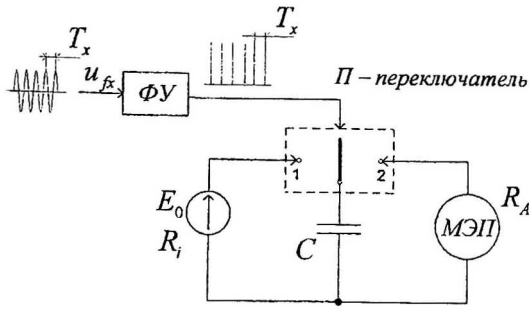



Рис.2.22. Функциональная схема конденсаторного частотомера: ФУ – формирующее устройство, $E_0$ – источник постоянного напряжения, МЭП– магнитоэлектрический прибор

Конденсатор $C$ с помощью переключателя $П$ подключается то на зарядку от $E_0$, то на разрядку через МЭП. За время одного периода измеряемого сигнала через прибор протекает заряд $Q = C \cdot E_0$. Если частота переключения равна $f_x$, то среднее значение тока через амперметр:

$$I_{ср} = f_x \cdot Q = f_x \cdot C \cdot E_0 .$$

Для уменьшения погрешности измерения величины необходимо использовать образцовые величины $C$ и $E_0$. Однако общая погрешность определяется погрешностью градуировки шкалы МЭП и лежит в пределах 2÷3%.

Для нормальной работы такого частотомера необходимо, чтобы постоянная времени заряда и разряда конденсатора была меньше, чем половина периода самого высокочастотного входного сигнала. Это необходимо для того, чтобы конденсатор в самом неблагоприятном случае успевал за первую половину периода полностью зарядиться до напряжения $E_0$, а за вторую – полностью разрядиться до нуля. Очевидно, что на более низких частотах это условие и подавно будет выполняться.

Диапазон измеряемых частот такого частотомера: 10 *Гц* ÷ 10 *МГц*. На таком принципе работает, например, промышленный частотомер Ч3-7.

### 2.4.4 Измерение частоты методом дискретного счета

Метод основан на подсчете числа периодов сигнала неизвестной частоты $f_x$, проходящих на счетчик импульсов в течение эталонного временного интервала $T_0$ (рис.2.23).

Измеряемое напряжение, частоту $f_x$ которого надо измерить, подается на ФУ, с выхода которого снимается последовательность прямоугольных импульсов той же частоты. Устройство управления УУ из импульсов высокостабильного ГТИ формирует эталонный временной интервал $T_0$, в течение которого вентиль (элемент &) открыт для прохождения импульсов с ФУ на СчИ. Число импульсов, которое проходит на СчИ за время $T_0$, равно:

$$N = \frac{T_0}{T_x} = T_0 \cdot f_x .$$

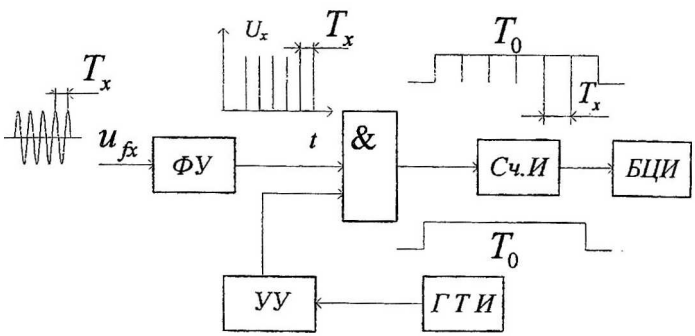



Рис. 2.23. Функциональная схема цифрового частотомера: УУ - устройство управления, ГТИ - генератор тактовых импульсов, СчИ - счетчик импульсов, БЦИ - блок цифровой индикации, ФУ - формирующее устройство

В частности, при $T = 1\ c$, $N \equiv f_x$. Метод характеризуется методической погрешностью дискретизации, связанной с возможностью потери одного счетного импульса на интервале $T_0$. Относительная погрешность дискретизации равна: $\gamma_M = \frac{\Delta N}{N} 100\%$, где $\Delta N = 1$. С учетом выражения для $N$ получим:

$$\gamma_N = \frac{1}{N} = \frac{1}{T_0 f_x} .$$

Как видно из последнего выражения, для уменьшения погрешности дискретизации необходимо увеличивать произведение времени измерения $T_0$ на частоту $f_x$. Для обеспечения заданной погрешности в области низких частот $f_x$ это приводит к увеличению времени измерения (ухудшению быстродействия) прибора. Поэтому низкие частоты лучше измерять через период. Если задано допустимое значение погрешности дискретизации

$\gamma_{N_{доп}}$, то соответствующее ему минимальное значение $f_{x\min}$ будет равно:

$$f_{x\min} \le \frac{1}{\gamma_{N_{доп}} \cdot T_0}.$$

Максимальные границы относительной погрешности прибора определяются суммой: $\gamma_{общ} = \pm\gamma_N \pm\gamma_{T_0}$, где $\gamma_{T_0}$ – погрешность нестабильности интервала $T_0$.

### 2.4.5 Измерение временных интервалов методом дискретного счета

Идея метода основана на подсчете числа импульсов от высокостабильного генератора, поступающих на счетчик импульсов в течение измеряемого временного интервала. Цифровой измеритель временных интервалов, реализующий данный метод, показан на рис.2.24.

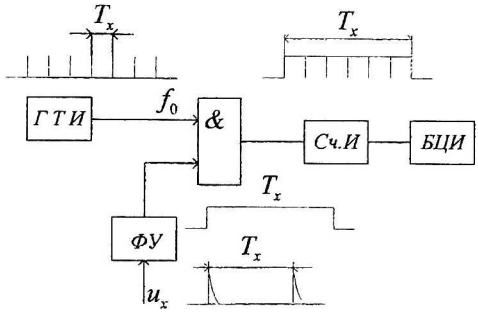



Рис. 2.24. Цифровой измеритель временных интервалов

Измеряемое напряжение в виде двух коротких экспоненциальных импульсов, интервал между которыми $T_x$ необходимо измерить, подается на вход формирующего устройства ФУ, которое вырабатывает прямоугольный импульс длительностью $T_x$. В течение этого импульса вентиль & открыт для прохождения импульсов от образцового генератора с частотой следования $f_0$. Число импульсов $N$, прошедших на СчИ за время $T_x$, равно:

$$N = \frac{T_x}{T_0} = T_x \cdot f_0.$$

В частном случае, когда частота $f_0 = 1\ Гц$, то $N \equiv T_x$. Погрешность дискретизации, связанная с возможностью потери одного импульса на интервале $T_x$, равна:

$$\gamma_N = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{T_x \cdot f_0}.$$

Отсюда видно, что для повышения точности измерения частоту $f_0$ необходимо выбирать как можно выше и стабильнее.

Если задана допустимая погрешность $\gamma_N$, то минимальное значение измеряемого временного интервала равно:

$$T_{x\min} = \frac{1}{\gamma_{N_{доп}} \cdot f_0}$$

Максимальное значение общей относительной погрешности прибора равно:

$$\gamma_{общ} = \pm\gamma_N \pm\gamma_{f_0},$$

где $\gamma_{f_0}$ – нестабильность частоты образцового генератора.

### 2.4.6 Измерение временных интервалов методом совпадения

Метод совпадения (нониусный метод) позволяет, по сравнению с рассмотренным выше классическим методом дискретного счета, существенно уменьшить погрешность дискретизации $\gamma_N$ за счет некоторого увеличения времени измерения и введения дополнительного измерительного канала. Функциональная схема цифрового нониусного измерителя временных интервалов приведена на рис. 2.25.

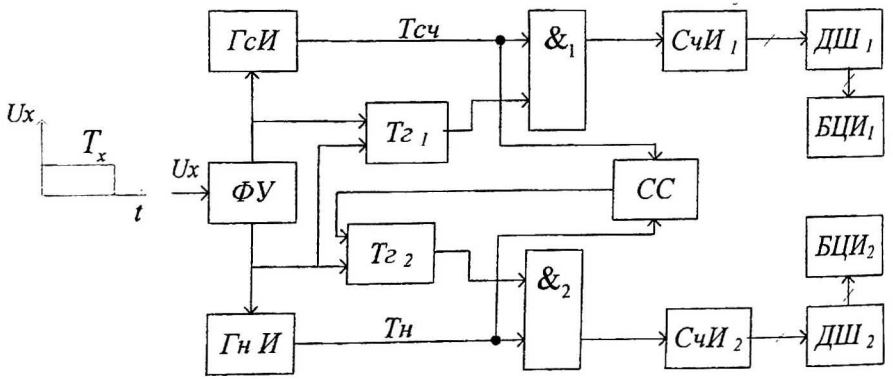



Рис.2.25. Функциональная схема цифрового нониусного измерителя временных интервалов

Формирующее устройство (ФУ) вырабатывает из входного сигнала два коротких импульса «старт» и «стоп», соответствующие началу и концу измеряемого временного интервала $T_x$ (рис.2.26).

Стартовый импульс запускает генератор счетных импульсов, следующих с периодом $T_{сч}$ и одновременно, через триггер $Тг_1$, открывает вентиль $\&_1$ для прохождения счетных импульсов на первый счетчик $СчИ_1$.

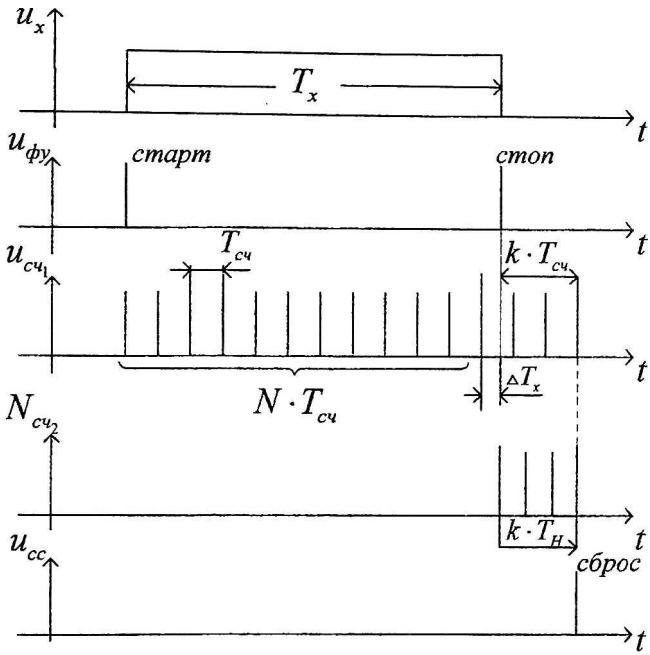



Рис. 2.26. Временные диаграммы работы нониусного измерителя временных интервалов

В момент прихода стопового импульса $Тг_1$ закрывается, а число импульсов, зафиксированное в первом счетчике, равно:

$$N = \frac{T_x}{T_{Сч}} T_x,$$

откуда

$$T_x = N \cdot T_{Сч}.$$

Очевидно, что максимальная абсолютная погрешность дискретизации составит один период $T_{сч}$. Для уменьшения этой погрешности в состав устройства введен нониусный канал измерения, состоящий из генератора нониусных импульсов $ГнИ$, $Тг_2$, $\&_2$, $СчИ_2$ и $ДШ_2$

Стоповый импульс запускает $ГнИ$ и через $Тг_2$ отпирает вентиль $\&_2$ для прохождения нониусных импульсов на $СчИ_2$. Длительность нониусных

импульсов выбирается, исходя из соотношения $T_H = \frac{n-1}{n} T_{Сч}$, где $n = 10$ или100. Разность $T_{Сч} - T_H = \frac{T_{Сч}}{n}$ называется шагом нониуса. Временной сдвиг между счетными и нониусными импульсами с каждым периодом уменьшается, и в момент их временного совпадения срабатывает схема синхронизации *СС*, которая через $Тг_2$ запирает вентиль $\&_2$ и счет нониусных импульсов прекращается.

Как видно из временных диаграмм, приведенных на рис.2.26:

$$T_x = NT_{сч} + \Delta T_x;$$

$$\Delta T_x = k \cdot T_{Сч} - k \cdot T_H = \frac{k \cdot T_{Сч}}{n}.$$

Отсюда значение измеряемого временного интервала равно:

$$T_x = \left( N + \frac{k}{n} \right) T_{Сч}.$$

С помощью дешифраторов $ДШ_1$ и $ДШ_2$ число $N$ фиксируется в старших разрядах, а число $k$ - в младших разрядах цифровых индикаторов $БЦИ_1$ и $БЦИ_2$. Пусть, например, $N = 99, T_{Сч} = 10^{-6}$ с, $n = 10$ и $k = 6$, тогда $T_x = 99.6 \cdot 10^{-6} c$. Отсюда видно, что за счет использования нониусного канала формирования дробной части измеряемого временного интервала абсолютная погрешность дискретизации снижена в 10 раз.

Погрешность схемы определяется нестабильностью положения стартового и стопового импульсов на временной оси, нестабильностью частоты *ГсИ* и *ГнИ*, а также неполным временным совпадением нониусного и счетного импульсов в момент срабатывания схемы синхронизации.

## 2.5 ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА

Напомним, что под фазовым сдвигом понимают разность аргументов двух сигналов $\varphi = \arg U_1 - \arg U_2$. Таким образом, фазовый сдвиг произвольного сигнала может быть измерен только по отношению к другому (опорному) сигналу точно такой же частоты. Наряду с рассмотренными выше осциллографическими методами на практике получили распространение также электронные аналоговые, цифровые и микропроцессорные фазометры.

### 2.5.1 Аналоговый фазометр с промежуточным преобразованием фазового сдвига в импульсы тока

Принцип действия фазометра основан на преобразовании входных сигналов в последовательность прямоугольных импульсов, длительность которых определяется значением измеряемого фазового сдвига. Структурная схема аналогового фазометра представлена на рис. 2.27.

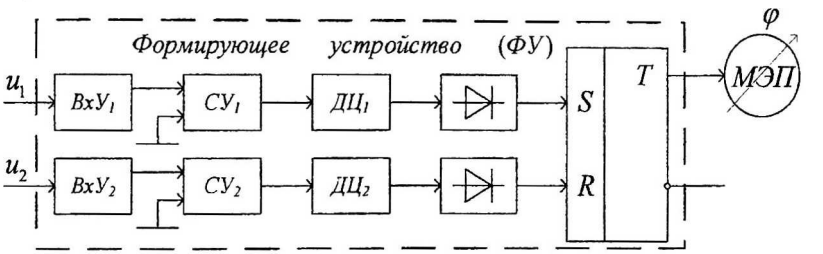



Рис. 2.27. Структурная схема аналогового фазометра

Входные синусоидальные сигналы $u_1$ и $u_2$ поступают на сравнивающие устройства $СУ_1$ и $СУ_2$, с выхода которых снимаются меандры $U_1$ и $U_2$, фазовый сдвиг между которыми равен измеряемому фазовому сдвигу между исходными сигналами. После прохождения дифференцирующих цепочек $ДЦ_1, ДЦ_2$ и выпрямления сигналов формируется пара коротких импульсов 1 и 2, поочередно воздействующих на входы $S$ и $R$, входы $RS$ – триггера.

В результате в выходной цепи триггера образуются прямоугольные импульсы тока амплитудой $I_{TГ\max}$ и длительностью $\Delta T$.

Угол отклонения стрелки прибора равен:

$$\alpha = S_i \cdot I_{ср},$$

где $S_i$ - токовая чувствительность МЭП, $I_{ср}$ - среднее значение тока через МЭП за период.

Учитывая, что $\frac{\Delta T}{T} = \frac{\varphi}{360}$, среднее значение тока через прибор $I_{ср}$ будет равно:

$$I_{ср} = \frac{1}{T}\int_0^{\Delta T} I_{TГ\max}\,dt = \frac{\Delta T}{T} I_{TГ\max} = \frac{I_{TГ\max}}{360}\varphi.$$

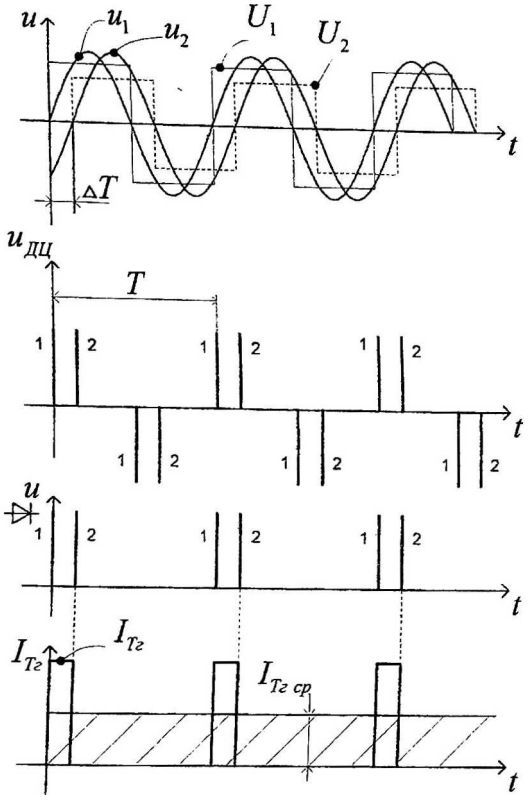



Рис.2.28. Временные диаграммы работы аналогового фазометра

Следовательно, угол отклонения стрелки прибора линейно связан с измеряемым фазовым сдвигом:

$$\alpha = \frac{S_i I_{TГ\max}}{360}\varphi = S_\varphi \varphi ,$$

где $S_\varphi$ - чувствительность прибора к измеряемому фазовому сдвигу. Это позволяет отградуировать шкалу МЭП непосредственно в градусах или радианах. Описанный принцип построения реализован в серийных фазометрах Ф2-1 и последующих модификациях.

### 2.5.2 Цифровой интегрирующий фазометр

Особенность данного фазометра заключается в том, что фазовый сдвиг измеряется за большое число периодов входных сигналов, а за результат измерения принимается среднее значение (математическое ожидание)

фазового сдвига за интервал усреднения. Это позволяет существенно повысить помехозащищенность прибора при наличии случайных шумов во входных сигналах.

Структурная схема интегрирующего фазометра имеет вид (рис.2.29 а):

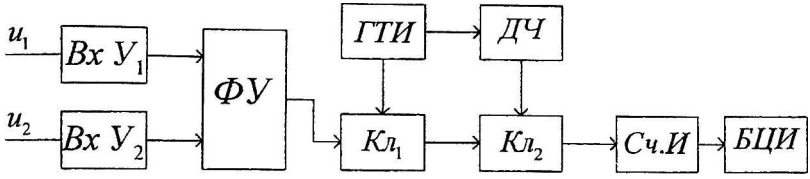



Рис.2.29а. Структурная схема цифрового интегрирующего фазометра: ДЧ делитель частоты, ФУ- формирующее устройство, ГТИ генератор с тактовых импульсов, $Кл_1$ , $Кл_2$ – электронные ключи, ДЧ- делитель частоты, СчИ- счетчик импульсов, БЦИ – блок цифровой индикации

Принцип действия фазометра заключается в следующем (рис.2.29б).

Исследуемые сигналы одинаковой частоты $u_1$ и $u_2$, разность фаз $\varphi$ между которыми необходимо измерить, через входные устройства $Bx\ У_1$ и $Bx\ У_2$ подаются на формирующее устройства ФУ, выполненное, например, по типу предыдущей схемы (без МЭП). На выходе RS триггера ФУ формируется последовательность импульсов длительностью $\Delta T_i$ таких, что:

$$\frac{\Delta T_i}{T_{Сч}} = \frac{\varphi_i}{360^\circ},$$

где $\Delta T_i$ - длительность импульса на $i$-м измерении.

Ключ $Кл_1$ открывается на время $\Delta T_i$ для прохождения счетных импульсов от ГТИ на ключ $Кл_2$. Таким образом, первый ключ находится в открытом состоянии в течение интервалов $\Delta T_i$. Числа импульсов, соответствующие этим интервалам, равны:

$$n_i = \frac{\Delta T_i}{T_{Сч}},$$

где $T_{Сч}$ - период импульсов ГТИ.

Для усреднения результата, а следовательно повышения точности измерения, импульсы подсчитываются в течение интервала усреднения $T_{ус}$, который формируется с помощью $ДЧ$. Величина $T_{Ус}$ выбирается из условия: $T_{ус} \gg T_{нч}$, где $T_{нч}$ - период самого низкочастотного сигнала из рабочего диапазона частот. Очевидно, что при выполнении приведенного выше условия на самой низкой частоте, автоматически выполняется

соотношение $T_{ус} = m \cdot T$, где $m \gg 1$, на произвольной частоте $f = T^{-1}$, где $T$ - период входного сигнала. Импульс $T_{ус}$ формируется путем деления частоты, поэтому можно записать: $T_{ус} = k \cdot T_{Сч}$, где $k$ - коэффициент умножения периода. Импульс $T_{ус}$ воздействует на $Кл_2$ и открывает его на время $T_{ус}$.

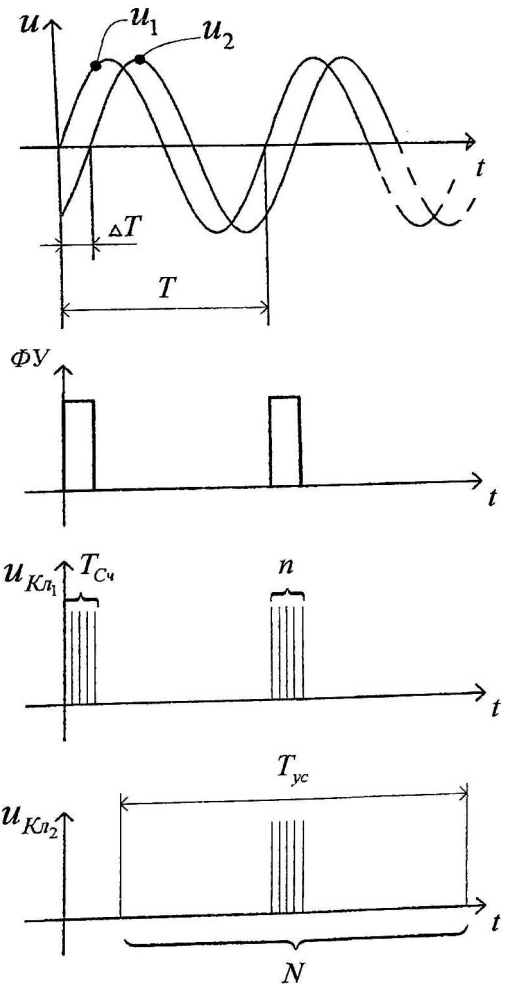



Рис. 2.29 б. Временные диаграммы работы интегрирующего фазометра

Общее число импульсов проходящих на счетчик равно сумме:

$$N = \sum_{i=1}^{m} n_i .$$

Представим это выражение в виде:

$$N = \sum_{i=1}^{m} (n_{cp} + \Delta n_i) ,$$

где $n_{cp}$ - среднее значение чисел импульсов в каждой пачке на интервале усреднения, $\Delta n_i$ -случайные отклонения чисел $n_i$ от среднего значения (математического ожидания), вызванные влиянием помех. Тогда справедливо соотношение:

$$\sum_{i=1}^{m} n_i = m n_{cp} + \sum_{i=1}^{m} \Delta n_i .$$

Пусть величина $\Delta n_i$ подчинена произвольному закону распределения с нулевым математическим ожиданием. Тогда

$$\lim_{m \to \infty} \sum_{i=1}^{m} \Delta n_i = 0 ,$$

откуда

$$N = m n_{cp} = \frac{k T_{сч}}{T} \frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta T_i}{m T_{сч}} = \frac{k T_{сч}}{T} \frac{\Delta T_{cp}}{T_{сч}} = \frac{k \varphi_{cp}}{360} = S_\varphi \varphi_{cp} ,$$

где $S_\varphi = \frac{K}{360} = const$ чувствительность прибора к измеряемому фазовому сдвигу.

Таким образом, число импульсов, зафиксированное в счетчике и отображаемое на цифровом табло прибора, прямо пропорционально среднему значению фазового сдвига между входными сигналами за время усреднения.

### 2.5.3 Микропроцессорные фазометры

Измерительная процедура, реализуемая в микропроцессорных фазометрах, основана на цифровом измерении интервалов времени $\Delta T$ , $T$ и вычислении в микропроцессоре искомого фазового сдвига по формуле:

$$\varphi = \frac{\Delta T}{T} 360^0 .$$

Значения временных интервалов измеряются по числу $m$ и $n$ заполняющих их счетных импульсов $\Delta T = m T_{сч}$ , $T = n T_{сч}$ . По полученным

значениям $m$ и $n$ микропроцессор вычисляет искомое значение фазового сдвига по формуле:

$$\varphi = \frac{m}{n} 360^0.$$

Так же, как и в интегрирующем фазометре, для повышения помехозащищенности прибора в микропроцессоре может быть реализован алгоритм статистической обработки, при котором за результат измерения принимается среднее значение фазового сдвига за большое число периодов изменения входных сигналов. Читателю предлагается составить самостоятельно общую структурную схему такого прибора и алгоритм обработки информации.

## 2.6 ЦИФРОВЫЕ ВОЛЬТМЕТРЫ

Принцип действия цифровых вольтметров основан на преобразовании постоянного или медленно меняющегося (пульсирующего) напряжения в цифровой электрический код, который индицируется на цифровом табло в десятичной форме. Обобщенная структурная схема цифровых вольтметров приведена на рис.2.30.

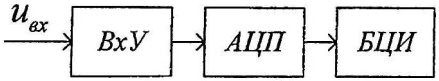



Рис. 2.30. Обобщенная структурная схема цифровых вольтметров

Входное устройство предназначено для изменения масштаба измеряемого перемещения (переключения диапазонов),защиты прибора от перегрузок, фильтрации помех, а при измерениях на переменном токе - для прецизионного (особо точного) выпрямления измеряемого сигнала. Результат измерения индицируется на табло блока цифровой индикации (БЦИ). Для преобразования выходного кода аналого-цифрового преобразователя (АЦП) в код управления электродами цифровых индикаторов в составе БЦИ могут использоваться многовходовые цифровые логические преобразователи - дешифраторы (ДШ).

Основным элементом любого цифрового вольтметра, определяющим точность и быстродействие, является аналого-цифровой преобразователь. АЦП предназначены для преобразования непрерывного входного сигнала в пропорциональный ему числовой эквивалент $N$, представленный в двоичном или двоично – десятичном коде.

К основными метрологическими характеристиками АЦП относятся:

– *Уравнение преобразования* – зависимость значения выходного кода

$N$ от измеряемой величины (рис.2.31):

$$N(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i(x, в_1 ..... в_к) 2^i , \qquad (2.6.1)$$

где $a_i(x)$ - значения разрядных цифр выходного кода, $i$ - основание системы счисления; для двоичного кода $i = 2$, $в_1 ... в_к$ - номинальные значения параметров элементов преобразователя (резисторов, конденсаторов, усилителей, компараторов, источников питания и др.)

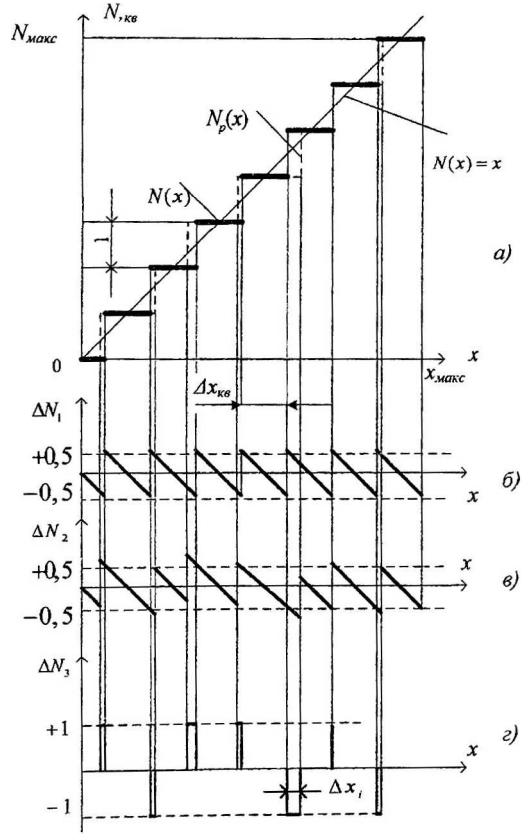



Рис.2.31. Характеристики квантования входного сигнала

Особенность данной модели заключается в том, что разрядные цифры выходного кода представлены в виде логических функций действительного аргумента – измеряемой величины $x$:

$$a_i(x) = \overline{\{0(x, в_1 ... в_к), 1(x, в_1 ... в_к)\}} . \qquad (2.6.2)$$

Уравнение (2.6.1) определяет весь комплекс метрологических

характеристик идеального АЦП, выполненного без инструментальной погрешности (идеального квантователя).

– *Диапазон преобразования* определяется границами интервала $[x_{мин}, x_{макс}]$, в котором лежат все допустимые значения входного сигнала; в частном случае $x_{мин} = 0$.

– *Число уровней квантования* $m$ в диапазоне изменения входного сигнала.

– *Число разрядов выходного кода* $n$; для АЦП, работающих в двоичном коде, параметры $n$ и $m$ связаны между собой соотношениями $n = \log_2 m$, $m = 2^n$.

– *Шаг квантования входного сигнала* $\Delta x = \dfrac{x_{макс}}{m}$ - определяется значениями верхнего предела измерения и числом уровней квантования.

– *Порог чувствительности* - минимальное значение входного сигнала, соответствующее появлению единицы в младшем разряде выходного кода. Для способа квантования, показанного на рис 2.31, порог чувствительности равен $\Delta x = \dfrac{x_{макс}}{2^{n+1}}$.

– *Погрешность квантования* – разность между характеристикой преобразования $N(x)$ и нормирующей прямой $N_n = \lim\limits_{\Delta x \to \infty} N(x) = x$:

$$\Delta N = N(x) - x. \qquad (2.6.3)$$

График погрешности квантования идеального АЦП показан на рисунке 2.31,б. Максимальное значение погрешности квантования на выходе идеального АЦП равно $\Delta N = \pm 0{,}5$ кванта. Поскольку $N_n = x$, погрешность квантования по входу $\Delta x_{кв} = \pm \dfrac{x_{макс}}{2^n}$. При $\Delta_{кв} \ll x_{макс}$ погрешность квантования на интервале $\pm \dfrac{\Delta_{кв}}{2}$ подчинена равномерному закону распределения $f(\Delta x_{кв}) = \dfrac{\Delta_{кв}}{2}$ с дисперсией $D(\Delta x_{кв}) = \dfrac{\Delta_{кв}^2}{12}$, а инструментальная погрешность – по нормальному закону. Отметим, что при $\Delta x_{кв} \to 0$ функция плотности распределения методической погрешности вырождается в $\delta$ – функцию с аргументом, равным нулю.

*Инструментальную погрешность* $\Delta_и$ часто называют погрешностью воспроизведения уровней квантования. Причинами этой погрешности являются, например, неточность установки и нестабильность порогов срабатывания компараторов, входящих в состав АЦП, отклонения

параметров элементов от номинальных значений из-за влияния технологических погрешностей и внешних факторов, а также скорости изменения входного сигнала. Инструментальная погрешность проявляется в смещении положения уровней квантования измеряемой величины относительно расчетных значений. Если шаг квантования $\Delta x = const$, то для характеристики $N(x)$, показанной на рис. 2.31,а расчетные значения уровней квантования (границ смены кода) для идеального АЦП равны $x_i = (i + 0,5) \cdot \Delta x_{кв}, i = 0,1,2,....N_{макс}$. У реального АЦП они равны $x_i = (i + 0,5) \cdot \Delta x_{кв} \pm \Delta_и$. Уравнение преобразования реального АЦП запишем в виде:

$$N_p(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \left[ \; x, (в_1 \pm \Delta в_1).....(в_к \pm \Delta в_к) \; \right] 2^i , \qquad (2.6.4)$$

где $\Delta в_i$ - отклонения параметров элементов АЦП от номинальных значений, учитывающие влияние перечисленных выше факторов.

В нормальных условиях для каждого отдельного кванта инструментальная погрешность рассматривается как систематическая, а по всему множеству квантов (во всем диапазоне измерения) – как случайная величина. Числовой массив значений инструментальной погрешности может быть найден по разности:

$$\Delta N = N_p(x) - N(x), \qquad (2.6.5)$$

которая представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой, равной единице, полярность которых определяет знак инструментальной погрешности, а «длительность» абсолютную величину (рис.2.31,г). График функции преобразования, искаженный инструментальной погрешностью, показан пунктиром на рис.2.30, а график суммарной погрешности преобразования, найденный как

$$\Delta N = N_p(X) - N \qquad (2.6.6)$$

приведен на рисунке 2.31,в. Из графика видно, что она может значительно превышать (для некоторых типов АЦП в несколько раз) значение методической погрешности идеального $n$ разрядного квантователя. Если максимальное значение суммарной погрешности превышает значение шага квантования, то это приводит к недостоверности младшего разряда и потере одного бита информации на выходе АЦП. Поскольку суммарная погрешность является случайной величиной, то не все ее значения выходят за границы интервала $\pm \frac{\Delta_{кв}}{2}$. Вероятность нахождения суммарной погрешности в этом интервале оценивается специальным параметром –

*относительной достоверностью преобразования*

$$P_o(\Delta_\Sigma) = \int_{-0.5\Delta_{кв}}^{0.5\Delta_{кв}} f(\Delta_\Sigma)\, d\Delta_\Sigma, \qquad (2.6.7)$$

где $f(\Delta_\Sigma) = f(\Delta x_{кв}) * f(\Delta x_и)$ интеграл свертки плотностей распределения погрешности квантования и инструментальной погрешности. Относительная достоверность преобразования показывает, с какой вероятностью суммарная погрешность реального $n$ – разрядного преобразователя соответствует погрешности идеального $n$ – разрядного квантователя, для которого $P(\Delta_\Sigma) = 1$. Очевидно, что для любого реального АЦП $P_o(\Delta_\Sigma) < 1$.

Оценку относительной достоверности можно получить, используя вспомогательную характеристику (2.6.6):

$$P_a(\Delta x) = 1 - \frac{\int_0^{x_{max}} |\Delta N(x)|\, dx}{x_{max}}. \qquad (2.6.7\text{-а})$$

Выражая интеграл через конечные приращения, получим:

$$P_a(\Delta x) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta x_i}{x_{max}}. \qquad (2.6.7\text{-б})$$

В отличие от относительной, *абсолютная достоверность* характеризует вероятность получения в результате измерения истинного (действительного) значения измеряемой величины:

$$P_a(\Delta_\Sigma) = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(\Delta_\Sigma)\, d\Delta_\Sigma, \qquad (2.6.8)$$

где $\varepsilon$ сколь угодно малое отклонение суммарной погрешности от нулевого значения. Отсюда видно, что при $\varepsilon \to 0$ для любой подынтегральной функции:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(\Delta x_\Sigma) d\Delta x_\Sigma = 0. \qquad (2.6.9)$$

Поэтому абсолютная достоверность $P_a(\Delta_\Sigma) \ll 1$ не только для любого, в том числе и идеального АЦП, но и вообще для любого средства измерений, что создает определенные неудобства при практическом использовании данной характеристики.

В общем случае границы суммарной погрешности аналого-цифрового преобразования определяются предельными значениями погрешности квантования, основной и дополнительной инструментальных погрешностей:

$$\Delta_\Sigma = \pm\sqrt{\Delta x_{кв}^2 + \Delta_{и.осн}^2 + \Delta_{и.доп}^2}. \qquad (2.6.10)$$

В зависимости от принципа действия АЦП различают следующие основные типы цифровых вольтметров:

– время импульсного преобразования;
– с промежуточным преобразованием измеряемого напряжения в частоту (с двойным интегрированием);
– следящего уравновешивания;
– поразрядного кодирования;
– параллельного преобразования.

Рассмотрим принципы построения и технические возможности наиболее распространенных на практике цифровых вольтметров.

### 2.6.1 Цифровой вольтметр времяимпульсного преобразования

Принцип действия основан на преобразовании измеряемого напряжения $u_x$ в пропорциональный временной интервал $\Delta T$, длительность которого измеряется по числу $N$ заполняющих его счетных импульсов. Схема вольтметра приведена на рисунке 2.32, а временные диаграммы его работы – на рисунке 2.33.

Вольтметр работает циклами, длительность которых $T_u$ устанавливается устройством управления УУ. Перед измерением устройство управления сбрасывает со счетчика результат предыдущего измерения и одновременно запускает *ГЛИН* (момент времени $t_1$). В момент времени $t_2$, когда $u_{ГЛИН} = u_x(t_2)$, срабатывает $СУ_1$, выходной сигнал которого открывает ключ для прохождения счетных импульсов на счетчик импульсов *СчИ*. В момент времени $t_3$, когда $u_{ГЛИН}$ становится равным нулю, срабатывает $СУ_2$, выходной сигнал которого закрывает *Кл*. Число импульсов, зафиксированное в счетчике, равно:

$$N = \frac{\Delta T}{T_{Сч}} = \Delta T \cdot f_{Сч}, \qquad (2.6.11)$$

где

$$\Delta T = u_x \cdot ctg(\beta) \ . \qquad (2.6.12)$$

Подставляя (2.6.12) в (2.6.11), получим:

$$N = u_x \ f_{Сч} \cdot ctg(\beta),$$

Обозначая $f_{Сч} \cdot ctg(\beta) = const = k$, получим:

$$N = k \cdot u_x \ . \qquad (2.6.13)$$

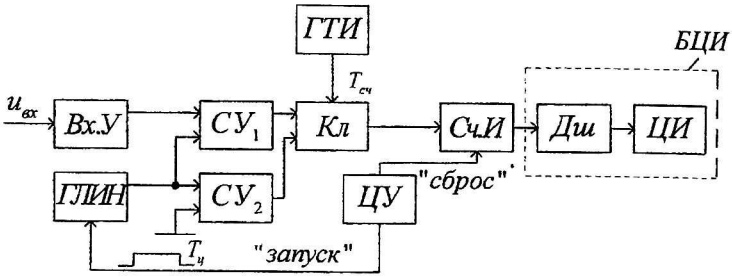



Рис.2.32. Цифровой вольтметр времяимпульсного преобразования

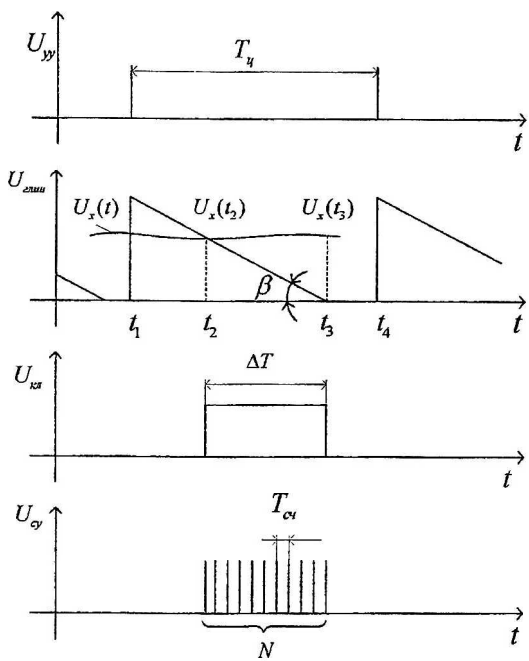



Рис.2.33. Временные диаграммы работы времяимпульсного вольтметра

Таким образом, выходной код АЦП, а следовательно и показания вольтметра, линейно связаны с измеряемым напряжением. Интервал времени $t_4 - t_3$ используется для индикации результата измерения. Если $u_x$ изменяется во времени, то $u_x(t_2) \neq u_x(t_3)$. Разность $\Delta u_x = u_x(t_2) - u_x(t_3)$ называется динамической *погрешностью датирования отсчетов.* Ее появление связано, с одной стороны, конечностью времени одного измерения ($T_ц$), а с другой стороны – изменением измеряемой величины в процессе цикла измерения.

Погрешность такого вольтметра определяется нелинейностью *ГЛИН* , неточностью порогов срабатывания компаратора, а также нестабильностью частоты импульсов *ГТИ* .

Для уменьшения погрешности квантования частоту *ГТИ* надо выбирать как можно выше и стабильнее. Погрешность современных время - импульсных вольтметров не хуже 0,1%.

При построении обобщенной математической модели время импульсного АЦП $N(u)$ необходимо учесть наиболее существенные процессы, которые влияют на точность преобразования. К ним относятся процессы: генерации пилообразного напряжения и счетных импульсов, нормирования входного напряжения, компарирования сигналов, логической обработки и счета импульсов.

Для получения математической модели преобразователя зададим выходной сигнал ГТИ в виде:

$$U_z = \begin{cases} 1 \;\; при \;\; iT \le t \le \dfrac{2i+1}{2}T, \\ 0 \;\; при \;\; \dfrac{2i+1}{2}T \le t \le (i+1)T, \;\; где \;\; i = 0,\ 1,\ 2\ \ldots\ N, \end{cases} \qquad (2.6.14)$$

где $i$ — номер периода колебаний. Период колебаний генератора согласно [10] равен:

$$T = RC\left(1 + \ln\frac{R_1}{R_2 + R_3}\right). \qquad (2.6.15)$$

Процесс формирования пилообразного напряжения с использованием простейшего интегратора на операционном усилителе [10] может быть описан выражением:

$$u_{вых}(t) = -u_{вх}(t)\frac{1}{\tau_1}\left(1 - \frac{t}{k\tau_1}\right) + u_{вых}(t)\frac{1}{\tau_1}\left(1 - \frac{t}{k\tau_1} + \frac{t^2}{2k^2\tau_1^2}\right). \qquad (2.6.16)$$

Если $t << k_1$, то

$$u_{вых}(t) \approx -u_{вх}(t)\frac{t}{\tau_1} + u_{вых0}, \qquad (2.6.17)$$

где $k$ – коэффициент усиления операционного усилителя, $R_1C_1$ – постоянная времени интегратора.

Выражения (2.6.16) и (2.6.17) описывают процесс однократного формирования пилы. Для описания сигнала на последующих периодах текущее время можно представить в виде рекуррентного соотношения:

$$t = t\,(n\text{-}iM), \qquad (2.6.18)$$

где $t$ – шаг приращения аргумента (времени), $n$ – номер точки координаты

по оси времени $(n=\overline{0,N})$, $i=ent\left[\frac{n}{M}\right]$ – номер периода пилообразного напряжения, $M=\frac{T}{\Delta t}$ – число единичных приращений аргумента в одном периоде $T$ пилообразного напряжения.

С учетом (2.6.18) выражение для пилообразного напряжения в линейном приближении запишется в виде:

$$u_{вых}(t)=u_0+u_{вых0}-u_{ax}\frac{\Delta t(n-iM)}{\tau_1}, \qquad (2.6.19)$$

где $u_0$ – напряжение смещения сигнала, вводимое для того, чтобы обеспечить необходимую амплитуду пилы в области положительных значений в соответствии с эпюрами на рис. 2.33.

Тогда математические модели работы компараторов могут быть заданы в виде:

$$U_{СУ1}=\begin{cases}0 \ \ при \ \ U_{лин}>U_x,\\ 1 \ \ при \ \ U_{лин}\le U_x,\end{cases} \qquad (2.6.20)$$

$$U_{СУ2}=\begin{cases}0 \ \ при \ \ U_{лин}>0,\\ 1 \ \ при \ \ U_{лин}\le 0.\end{cases} \qquad (2.6.21)$$

Временной интервал, соответствующий значению измеряемого напряжения, может быть определен как

$$U_{Tx}=U_{СУ1}\wedge U_{СУ2},$$

а сигнал на входе счетчика импульсов:

$$Uсч=U_Г U_{Tx}=U_Г\wedge U_{СУ1}\wedge U_{СУ2}.$$

Для получения обобщенной математической модели можно воспользоваться выражением нахождения значения $i$-й разрядной цифры двоичного счетчика:

$$a_i^{n+1}=\overline{T_i^n}\,a_i^n+T_i^n\,\overline{a_i^n},$$

введя в него сигнал сброса $R$ счетчика в моменты запуска ГЛИН:

$$R=\begin{cases}0 \ \ при \ \ (iT+\Delta t)\ge t>iT,\\ 1 \ \ при \ \ (i+1)\ge t>(iT+\Delta t).\end{cases}$$

С учетом этого, а также принимая во внимание, что в момент равенства нулю текущего времени $t$, определяемого по (2.6.18), все триггеры счетчика устанавливаются в состояние «0», т.е. $\{a_i(0)\}=0$, значения разрядных цифр ПНК времяимпульсного преобразования можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1 = Q_1^{n+1} = U_{сч}^n \overline{Q_1^n} + R_1 \overline{U_{сч}^n} Q_1^n \\ a_2 = Q_2^{n+2} = Q_1^{n+1} \overline{Q_2^{n+1}} + \overline{R_2} \overline{Q_1^{n+1}} Q_2^{n+1} \\ a_3 = Q_3^{n+3} = Q_2^{n+2} \overline{Q_3^{n+2}} + \overline{R_3} \overline{Q_2^{n+2}} Q_3^{n+2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_m = Q_m^{n+m} = Q_{m-1}^{n+m-1} \overline{Q_m^{n+m-1}} + \overline{R_m} \overline{Q_{m-1}^{n+m-1}} Q_m^{n+m-1} \end{cases}$$

При $R_1=R_2=R_3=\ldots=R$ получим уравнения преобразования в виде:

$$N(u) = (U_{сч}^n \overline{Q_1^n} + RU^n \overline{Q_1^n}) + \sum_{i=1}^{m} (Q_i^{n+1} \overline{Q}_{i+1} + RQ_i^1 Q_{i+1}) 2^i . \qquad (2.6.22)$$

Вводя в уравнения (2.6.14) – (2.6.21) параметры неидеальности используемых в схеме АЦП элементов, можно получить реальную функцию преобразования $N_p(u)$ (см. формулу 2.6.4). Создавая программные модели функций $N(u)$ и $N_p(u)$, можно получить функции влияния отклонений отдельных параметров на результирующую погрешность преобразования, с учетом которых провести синтез преобразователя согласно методике, изложенной в разделе 1.10.

## 2.6.2 Цифровой вольтметр с промежуточным преобразованием измеряемого напряжения в частоту

Принцип действия вольтметра основан на преобразовании измеряемого напряжения в частоту следования прямоугольных импульсов, которая измеряется схемой цифрового частотомера (рис.2.34).

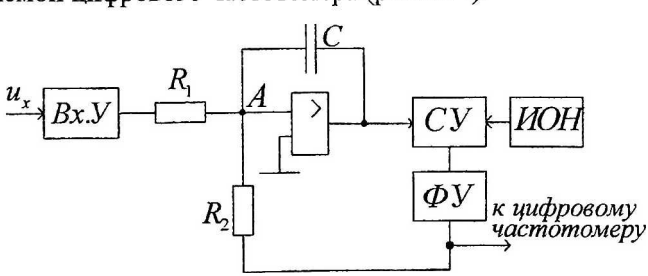



Рис.2.34. Структурная схема цифрового вольтметра с двойным интегрированием

Такие вольтметры называют еще вольтметрами с двойным интегрированием. Измеряемое напряжение поступает на схему интегратора, выполненного из ОУ, $R_1$ и $C$

Выходной сигнал интегратора можно представить как

$$u_c = \frac{1}{R_1 C} \cdot \int_0^t u_x \, dt \,. \qquad (2.6.23)$$

Если $U_x = const$, то решением интеграла (2.6.23) будет линейная функция времени:

$$U_c = \frac{U_x \cdot t}{R_1 C} \,. \qquad (2.6.24)$$

Коэффициент $k = \frac{u_x}{R_1 \cdot C}$ определяет крутизну сигнала на выходе интегратора. В момент времени $t_1$, когда $u_c = u_{обр}$, напряжение на конденсаторе: $u_c = \frac{u_x \cdot T_1}{R_1 \cdot C} = u_{обр}$ (рис. 2.35). В этот момент срабатывает сравнивающее устройство $СУ$, которое формирует отрицательный импульс $U_{ос}$ обратной связи (ОС) длительностью $T_2$. Этот импульс через резистор $R_2$ поступает на вход интегратора и разряжает емкость до нуля.

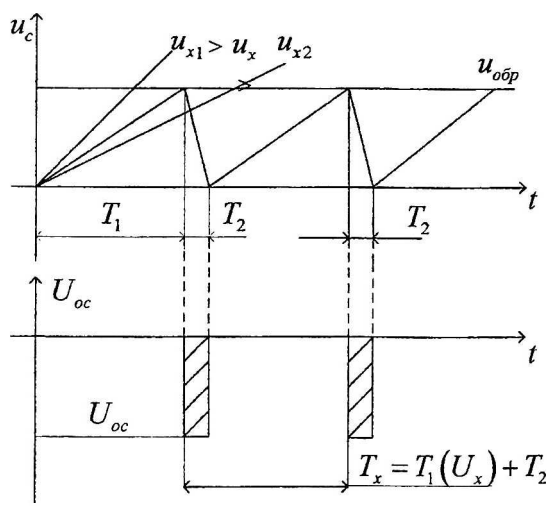



Рис.2.35. Временные диаграммы работы вольтметра с двойным интегрированием

Далее процесс повторяется с частотой:

$$f_x = \frac{1}{T_1(u_x) + T_2} \,.$$

Процесс разряда конденсатора для точки $A$ можно описать выражением:

$$\int_0^{T_2}\left(\frac{U_{oc}}{R_2C}-\frac{U_x}{R_1C}\right)dt=\frac{u_x\cdot T_1}{R_1\cdot C}\ . \qquad (2.6.25)$$

Выражение (2.6.25) показывает, что в течение интервала времени $T_2$ на входе интегратора одновременно действуют два разнополярных напряжения, одно из которых подзаряжает конденсатор, второе – разряжает. Амплитуда $U_{oc}$ и постоянная времени $R_2C$ выбираются исходя из того, чтобы время разряда конденсатора при любом $u_x$ оставалось постоянным и равным $T_2$.

Правая часть выражения (2.6.25) показывает, что за время $T_2$ напряжение на конденсаторе уменьшится до нуля, а абсолютное изменение этого напряжения составит величину, до которой он был заряжен во время первого интегрирования, т.е. $u_{обр}$. Интегрируя уравнение (2.6.25), получаем:

$$\frac{u_{oc}\cdot T_2}{R_2\cdot C}-\frac{u_x\cdot T_2}{R_1\cdot C}=\frac{u_x\cdot T_1}{R_1\cdot C}. \qquad (2.6.26)$$

Решая уравнение (2.6.26) относительно $u_x$, получаем:

$$u_x=\frac{R_1}{R_2}\frac{T_2\cdot u_{oc}}{(T_1+T_2)}=k\cdot f_x, \qquad (2.6.27)$$

где $k=\dfrac{R_1}{R_2}T_2\cdot u_{oc}=const$ - коэффициент пропорциональности.

Таким образом, измеряемое напряжение прямо пропорционально частоте формируемых прямоугольных импульсов, измеряемой цифровым частотомером. Показания частотомера:

$$N=\frac{T_0}{T_x}=T_0f_x. \qquad (2.6.28)$$

Выражая $f_x$ из (2.6.27) и подставляя в (2.6.28), получим:

$$N=\frac{T_0}{k}U_x. \qquad (2.6.29)$$

Таким образом, показания частотомера прямо пропорциональны измеряемому напряжению. Использование операции двойного интегрирования входного напряжения за время $T_1$ и $T_2$ существенно увеличивает помехоустойчивость прибора, поскольку среднее значение помехи за время интегрирования близко к нулю. Точность работы вольтметра не хуже, чем 0.1%. Погрешность определяется точностью и

стабильностью резисторов $R_1$ и $R_2$, стабильностью временного интервала $T_2$, $u_{oc}$, дрейфом нуля ОУ и нестабильностью параметров $СУ$.

### 2.6.3 Цифровой вольтметр следящего уравновешивания

Принцип следящего уравновешивания, реализованный в данном вольтметре (рис.2.36), позволяет существенно повысить быстродействие прибора за счет отслеживания приращений измеряемого напряжения.

В исходном состоянии счетчик *СчИ* устанавливается на 0 по цепи сброса. В этом случае выполняется равенство: $u_x^* > u_k$, где $u_k$ - компенсирующее напряжение, снимаемое с ЦАП.

Если $u_x^* > u_k$, то $u_{СУ} = "1"$, это приводит к тому, что $Кл_1$ открывается для прохождения импульсов на суммирующий вход счетчика *Сч.И*, показания которого начинают увеличиваться. Одновременно начинает увеличиваться компенсирующее напряжение $u_k$ с ЦАП (линейно возрастающий ступенчатый сигнал):

$$u_k = U_0 \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot 2^{i-1}.$$

При $u_k = u_x$ срабатывает компаратор и $u_{СУ} = "0"$, это приводит к отпиранию $Кл_2$ и запиранию $Кл_1$, поэтому очередной счетный импульс поступает на вычитающий вход. При восстановлении ситуации, когда $u_x^* > u_k$, вновь переключается компаратор и очередной импульс поступает на суммирующий вход счетчика и т.д. Процесс уравновешивания измеряемого напряжения входит в состояние динамического равновесия, при котором младший разряд выходного кода находится в режиме непрерывного переключения из «0» в «1».Поэтому в рассмотренной схеме младший разряд обычно отбрасывается.

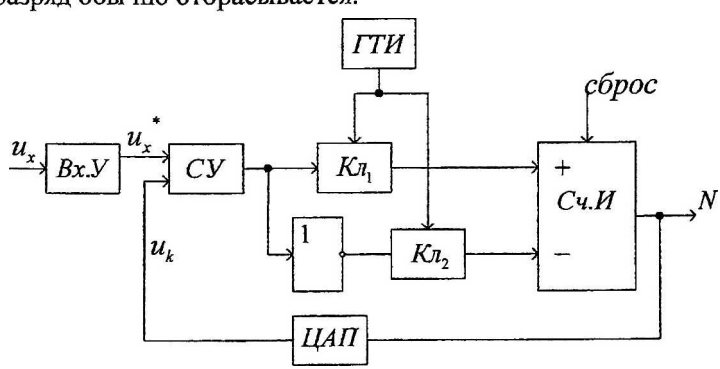



Рис. 2.36. Структурная схема вольтметра следящего уравновешивания

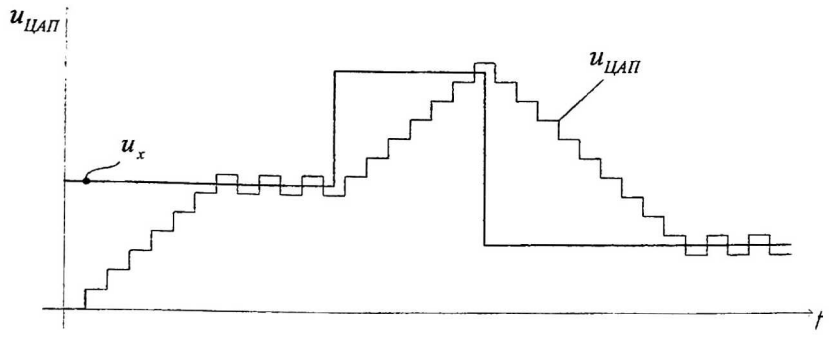



Рис.2.37. Временные диаграммы работы следящего вольтметра

Если $u_x$ получило приращение, то вновь возникает ситуация, когда $u_x^* > u_k$ и ступенчатый выходной сигнал с ЦАП стремится к динамическому равновесию на новом уровне.

Время измерения прибора зависит от величины приращения входного сигнала, поэтому он обладает более высоким быстродействием по сравнению с времяимпульсным вольтметром, у которого время цикла измерения не зависит от значения входного сигнала. В специальной литературе можно найти схемы следящих вольтметров, позволяющие подавить генерацию в младшем разряде.

### 2.6.4 Цифровой вольтметр поразрядного кодирования

По быстродействию и аппаратурным затратам вольтметры поразрядного кодирования занимают среднее положение между вольтметрами параллельного преобразования и всеми рассмотренными выше. Структурная схема прибора изображена на рис 2.38.

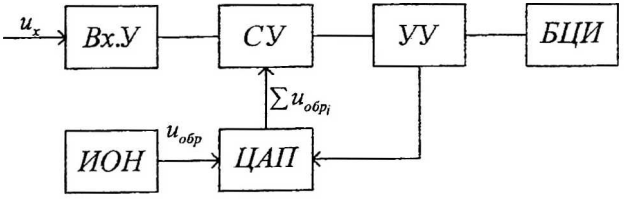



Рис.2.38. Структурная схема вольтметра поразрядного кодирования

Принцип действия основан на сравнении измеряемого напряжения $u_x$ с суммой образцовых напряжений, которая вырабатывается ЦАП с весами 8-4-2-1. Процесс измерения длится до получения максимума или равенства $u_x$

и суммы $u_{обр}$.Устройство управления УУ вырабатывает логические сигналы, которые воздействуют на ключевые элементы ЦАП, замыкая или размыкая их. ЦАП состоит из нескольких декад, причем номиналы одноименных элементов соседних декад отличаются между собой в 10 раз. Под действием первого импульса УУ ключ $Кл_1$ переходит в состояние «1», подключая резистор $R$ к шине опорного напряжения.

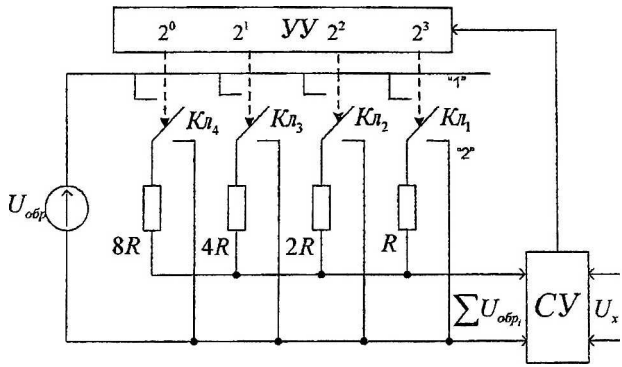



Рис.2.39. Функциональная схема одной декады вольтметра поразрядного кодирования

Эквивалентную схему ЦАП в этом случае можно представить в виде:

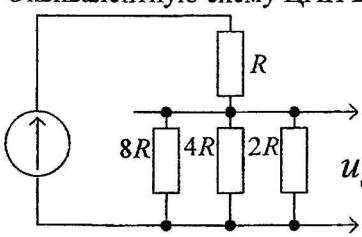



Рис. 2.40. Эквивалентная схема при замкнутом ключе $Кл_1$

В результате формируется $u_{обр_1}$, равное:

$$u_{обр_1} = \frac{u_{обр} \cdot 2R \| 4R \| 8R}{R + 2R \| 4R \| 8R}.$$

Если $u_{обр_1} > u_x$, то в первый разряд дешифратора *ДШ* записывается "0", а $Кл_1$ размыкается. Во 2-ом такте замыкается $Кл_2$. В результате формируется второе значение образцового напряжения:

$$u_{обр_2} = \frac{u_{обр} \cdot R \| 4R \| 8R}{2R + R \| 4R \| 8R}.$$

Если снова $u_x > u_k$, то во второй разряд *ДШ* записывается "0" и $Кл_2$ размыкается. При $u_{обр} < u_x$ в соответствующий разряд дешифратора записывается "1" и $Кл_2$ остается замкнутым до конца цикла.

В качестве примера рассмотрим процесс измерения напряжения $U_x = 5,2B$ (рис.2.41).

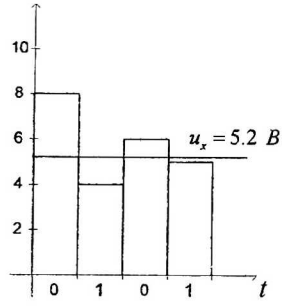



Рис.2.41. Пример определения значений разрядных цифр выходного кода

Пусть ЦАП вырабатывает значения образцовых напряжений с весами 8-4-2-1В. Цикл измерения состоит из четырех тактов. В первом такте при замыкании ключа $Кл_1$ ЦАП вырабатывает первое значение образцового напряжения, равное 8 В. Поскольку 8В > 5.2В, сравнивающее устройство формирует команду «много» и в первый разряд ДШ записывается «0», а первый ключ возвращается в положение «0». Во втором такте замыкается $Кл_2$, в результате чего формируется второе значение образцового напряжения, равное 4В. Поскольку 4В<5,2 В компаратор вырабатывает команду «мало», в результате чего во второй разряд ДШ записывается «1», а $Кл_2$ остается в положении «1» до конца цикла преобразования. В третьем такте при замкнутом ключе $Кл_2$ замыкается $Кл_3$. В результате формируется образцовое напряжение, равное: 4В+2В=6В. Так как 6В>5,2В, сравнивающее устройство вырабатывает команду «много» и в третий разряд ДШ записывается «0», а $Кл_3$ размыкается. В четвертом такте при замкнутом ключе $Кл_2$ замыкается $Кл_4$, в результате чего формируется четвертое значение образцового напряжения, равное 4В+1В=5В. Так как 5В<5,2В, сравнивающее устройство вырабатывает команду «мало» и в третий разряд ДШ записывается «1», а $Кл_4$ остается в замкнутом состоянии. Нетрудно заметить, что сформированная таким образом кодовая комбинация 0101 соответствует числу 5 в двоичном коде. Оставшееся значение 0,2В может быть измерено в соседней младшей декаде. Для этого необходимо из измеряемого напряжения 5,2В вычесть сумму образцовых напряжений (5В),

сформированную в четвертом такте, и полученную разность 0,2 В подать в качестве измеряемого напряжения на компаратор соседней младшей декады, в которой формируются опорные напряжения с весами 0,8-0,4-0,2-0,1В.

Погрешность прибора зависит от точности и стабильности $u_{обр}$, элементов резистивной матрицы и порога срабатывания СУ.

### 2.6.5 Цифровой вольтметр параллельного преобразования

ПНК параллельного преобразования [10] представляет собой набор компараторов $СУ_1$-$СУ_n$, один из входов которых подключен к источнику измеряемого сигнала, а другие – к соответствующим точкам резистивной матрицы (*РМ*), состоящей из $2^n = m$ одинаковых резисторов *R*. Это позволяет создать шкалу опорных напряжений на вторых входах компараторов $u_i = \frac{u_0}{m} i$, где $i$ — порядковый номер компаратора, $m$ — общее число компараторов, $u_0$ -напряжение источника опорного сигнала.

Структурная схема прибора показана на рис. 2.42.

Выходной сигнал *i*-го компаратора может быть задан уравнением:

$$e_i = \begin{cases} 1 & u_x \geq u_{порi} \\ 0 & u_x < u_{порi} \end{cases}.$$

Если $u_x \leq i\frac{U_{обр}}{m}$, то выходные сигналы $i$- тых компараторов равны нулю.

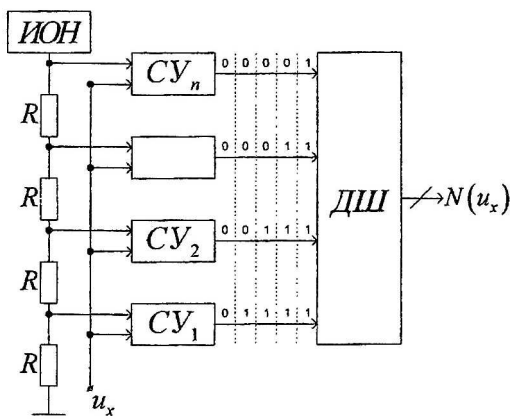



Рис.2.42. Цифровой вольтметр параллельного преобразования

При последовательном срабатывании компараторов совокупность их

выходных сигналов можно интерпретировать как единичный код (ЕК) входного напряжения $e = \{e_1, e_2, \ldots e_m\}$, где $e_i = \overline{0,1}$. Особенность единичного кода заключается в том, что две любые соседние кодовые комбинации отличаются между собой только числом единиц в записи кодовой комбинации. Например, кодовые комбинации 0000,0001, 0011,0111, 1111 соответствуют десятичным числам 0,1,2,3,4.

Для получения выходного двоичного кода (ДК) удобно сначала преобразовать единичный код в единичный позиционный код (ЕПК) в соответствии с алгоритмом:

$$\begin{cases} b_i = e_i \overline{e_{i+1}}, & i = 1...(m-1) \\ b_m = e_m \overline{e_0} \end{cases}$$

Отличие ЕПК от ЕК заключается в том, что каждая кодовая комбинация содержит $m-1$ ноль и одну единицу, вес которой определяется ее местом в записи кодовой комбинации. Например, десятичным числам 0,1,2,3,4 соответствуют кодовые комбинации в ЕПК: 0000, 0001,0010,0100,1000.

Таблица истинности, отражающая связь между разрядными цифрами ЕК, ЕПК и ДК, приведена ниже.

С использованием таблицы истинности можно получить логические уравнения, устанавливающие связь между значениями разрядных цифр ДК и ЕПК в дизъюнктивно-нормальной форме:

$$a_0 = b_1 + b_3 + b_5 + b_7$$
$$a_1 = b_2 + b_3 + b_6 + b_7$$
$$a_2 = b_4 + b_5 + b_6 + b_7 .$$

Таблица 2.1

Соответствие между цифрами ЕК и ЕПК

| $N_{10}$ | Единичный код | | | | | | | Единичный позиционный код | | | | | | | Двоичный код | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ | $e_5$ | $e_6$ | $e_7$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | $b_4$ | $b_5$ | $b_6$ | $b_7$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Пользуясь известными правилами булевой алгебры, полученные

выражения можно представить в конъюнктивно - нормальной форме:

$$a_0 = \overline{\overline{b_1 \bar{b}_3 \bar{b}_5 \bar{b}_7}}$$
$$a_1 = \overline{\overline{\bar{b}_2 b_3 b_6 b_7}} \qquad (2.6.30)$$
$$a_2 = \overline{\overline{b_4 b_5 b_6 b_7}} \cdot$$

Полученные логические уравнения реализуются в дешифраторе ДШ вольтметра. Порог чувствительности прибора равен порогу срабатывания младшего компаратора $u_{пор.} = \frac{u_0}{m}$, а верхний предел измерения определяется значением опорного напряжения $u_0$.

Таким образом, полученные значения разрядных цифр выходного кода выражены в виде логических функций действительных переменных, влияющих на точность работы вольтметра: номиналов элементов резистивной матрицы, опорного напряжения, параметров неидеальности сравнивающего устройства. Это позволяет применить машинные методы анализа метрологических характеристик вольтметра.

Достоинством таких вольтметров является уникально высокое быстродействие время преобразования лежит в пределах 10.....100 нс. Основным недостатком является сильная зависимость количества используемых компараторов и резисторов $n$ от числа двоичных разрядов выходного кода $m$: $n = 2^m$. Например, при $m = 10$ $n = 1024$, что делает необходимым применение радиаторов для исключения сверхдопустимого саморазогрева устройства.

Погрешность прибора определяется точностью и стабильностью опорного напряжения, элементов резистивной матрицы, а также порога срабатывания сравнивающих устройств.

## 2.7 МОСТОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 2.7.1 Общие сведения из теории мостовых схем

Для измерения параметров электрических цепей постоянного и переменного тока на практике применяется большое разнообразие мостовых схем: одинарные, двойные, Т-образные с числом плеч до 6-7. Однако путем эквивалентных преобразований все они могут быть преобразованы к схеме классического 4-плечего моста, приведенного на рис.2.43.

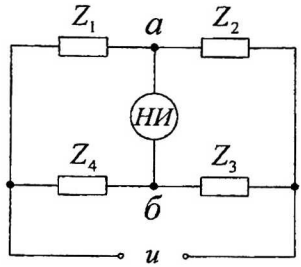



Рис. 2.43. Схема четырехплечего моста: НИ-нуль индикатор, $Z_1 ... Z_4$ - комплексные сопротивления

Измерение основано на балансировке моста. Мост считается сбалансированным, если напряжение между точками $a$ и $б$ ( измерительная диагональ моста) равно нулю. Запишем напряжения в этих точках:

$$u_a = \frac{u}{Z_1 + Z_2} \cdot Z_2 \,,\; u_б = \frac{u}{Z_3 + Z_4} \cdot Z_3 \,.$$

Тогда

$$u_{аб} = u_a - u_б = u\left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4}\right) =$$

$$= u\left(\frac{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3 - Z_2 Z_3}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}\right) \,.$$

Очевидно, что условие $u_{аб} = 0$ выполняется, когда произведения сопротивлений накрест лежащих плеч равны между собой:

$$Z_2 \cdot Z_4 = Z_1 \cdot Z_3 \,. \qquad (2.7.1)$$

Если $Z_1 ... Z_4$ комплексные, то $Z_i$ можно представить в показательной форме:

$$Z_i = z_i \cdot e^{i\varphi} \,.$$

Тогда (2.7.1) представим в виде:

$$z_2 e^{i\varphi_2} \cdot z_4 e^{i\varphi_4} = z_1 e^{i\varphi_1} \cdot z_3 e^{i\varphi_3} \,. \qquad (2.7.2)$$

Последнее уравнение можно разбить на два:

$$\left.\begin{aligned} z_2 \cdot z_4 &= z_1 \cdot z_3 \\ \varphi_2 + \varphi_4 &= \varphi_1 + \varphi_3 \end{aligned}\right\} . \qquad (2.7.3)$$

Первое уравнение (2.7.3) соответствует условию баланса амплитуд, а второе уравнение - баланса фаз мостовой схемы.

Второе уравнение показывает, какими по характеру должны быть сопротивления плеч моста для того, чтобы его в принципе можно было уравновесить на переменном токе. Например, если $Z_1, Z_2$ - чисто активные сопротивления, то для выполнения баланса фаз одно из сопротивлений, входящих в правую часть, должно быть емкостным, а другое – индуктивным, так чтобы фазовый сдвиг

$$\varphi_1 + \varphi_3 = 0 .$$

### 2.7.2 Мосты для измерения активных сопротивлений

Мост для измерения активного сопротивления (рис. 2.44) является частным случаем моста переменного тока, рассмотренного выше при $Z_1 = R_1, Z_2 = R_2, Z_3 = R_3, Z_4 = R_4$. Условие баланса такого моста запишется в виде:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 .$$

Пусть $R_2 = R_x$ и $R_1 = R_M$, где $R_x$ - измеряемое сопротивление, $R_M$ – сопротивление регулируемого магазина сопротивлений. Тогда:

$$R_M R_3 = R_x R_1 ,$$

откуда

$$R_x = R_M \frac{R_3}{R_4} .$$

В момент баланса $U_{аб} = 0$. Тогда при $R_4 = R_3$ получим: $R_x = R_M$, что позволяет считывать результат измерения со шкалы магазина сопротивлений.

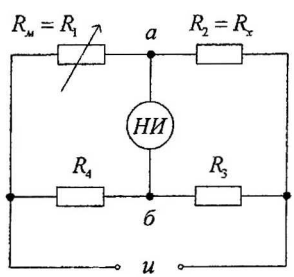



Рис.2.44. Мост для измерения активного сопротивления

Сопротивления $R_3$ и $R_4$ используют для регулировки диапазона измерения. Так, если $R_x > R_{M\,max}$, то $R_3 / R_4 > 1$, а при $R_x < R_{M\,min}$ отношение $R_3 / R_4$ выбирают меньше единицы.

Достоинства мостового метода измерений:

1. Высокая точность измерений, обусловленная возможностью использования образцовых резисторов $R_M, R_3, R_4$.

2. Условие баланса не зависит от напряжения питания, а следовательно, от его нестабильности.

3. Очень широкий динамический диапазон измерения: $10^{-6}...10^{7}$ Ом.

Для увеличения точности измерения необходимо выбирать НИ с минимальным порогом чувствительности и максимальной чувствительностью, а также как можно выше поднимать напряжение питания. Отметим, что проведение измерений при повышенном напряжении питании моста эквивалентно снижению порога чувствительности нуль - индикатора.

Достоинством мостов является то, что процесс измерения может быть достаточно просто автоматизирован (рис. 2.45).

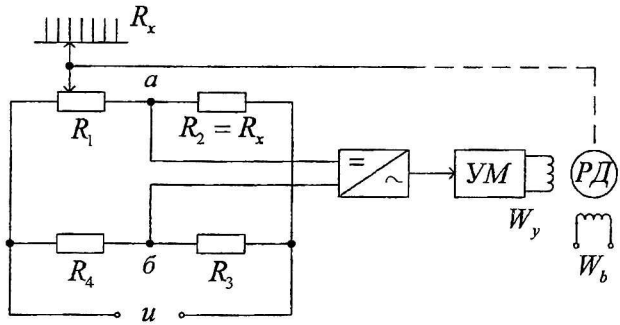



Рис.2.45. Автоматизация мостового метода измерения активного сопротивления

Напряжение разбаланса моста $U_{аб}$ подается на вход фазочувствительного преобразователя постоянного напряжения в переменное, которое усиливается усилителем мощности УМ и подается на обмотку управления реверсивного двигателя (РД). Направление вращения РД зависит от соотношения фаз напряжений управления и возбуждения. Например, если сдвиг фаз между ними равен нулю, ротор РД вращается по часовой стрелке, а если сдвиг фаз равен $180^0$ - против часовой стрелки. Нулевой фазовый сдвиг соответствует $U_{аб} > 0$, а 180-градусный сдвиг соответствует $U_{аб} < 0$. При вращении двигателя через кинематическую схему (на рисунке показана пунктирной линией) перемещается движок реостата $R_1$ и указатель относительно шкалы, оцифрованной в единицах измеряемого сопротивления. Направление вращения РД выбирается так,

чтобы при перемещении движка реохорда $R_1$ мост стремился к равновесию.

Если в этой схеме в качестве $R_2$ установить, например, терморезистор, то данную схему можно использовать в качестве измерителя температуры.

### 2.7.3 Цифровой автоматический мост для измерения активного сопротивления

Особенность данного моста (рис.2.46) заключается в использовании вместо резистора $R_1$ цифроаналогового преобразователя кода в сопротивление ( $N / R_1$ ).

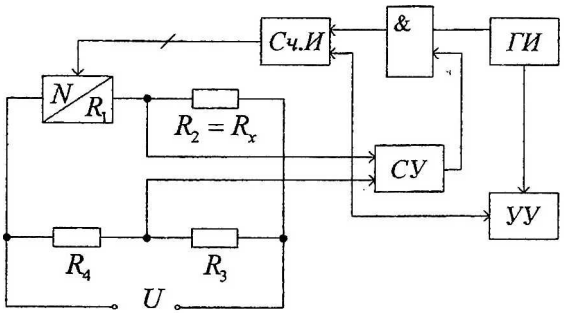



Рис. 2.46. Функциональная схема цифрового автоматического моста для измерения активного сопротивления

Преобразователь «код-сопротивление» может быть выполнен, например, по схеме, представленной на рисунке 2.47.

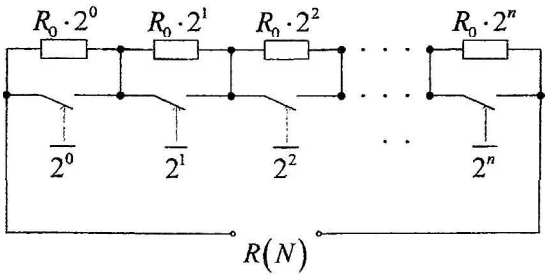



Рис.2.47. Пример исполнения ЦАП «код-сопротивление»

ЦАП представляет собой набор последовательно соединенных резисторов, номиналы которых выбраны в соответствии со значениями весовых коэффициентов двоичного кода $2^0 \ldots 2^n$. Если все ключи замкнуты

$\{a_i\}=0$, то общее сопротивление ЦАП равно нулю. Наоборот, если все ключи разомкнуты $\{a_i\}=1$, то сопротивление преобразователя максимально и равно:

$$R_1 = R_0 \sum_{i=0}^{n} 2^i$$

При произвольном изменении управляющего кода на входах ЦАП суммарное сопротивление изменяется по закону:

$$R_1 = R_0 \sum_{i=1}^{n} a_i 2^{i-1}.$$

Управляющий код в данной схеме формируется на выходе счетчика импульсов *СчИ*. В исходный момент времени устройство управления *УУ* подает сигнал "сброс" на *СчИ*, его выходной код, а следовательно и сопротивление $R_1$, становятся также равными нулю. Предположим, что $R_3 = R_4$, тогда при $R_1 = 0$ потенциалы в точках *а* и б соответственно равны $U_a = U_0, U_б = 0,5U_0$. Напряжение на входах компаратора равно $u_{аб} > 0$, что соответствует формированию на выходе СУ выходного сигнала $u_{СУ} = 1$. Это приводит к открыванию вентиля & (элемент 2И) для прохождения счетных импульсов с генератора *ГИ* на счетчик и началу счета. С ростом показаний счетчика увеличивается $R_1$ (рис.2.48).

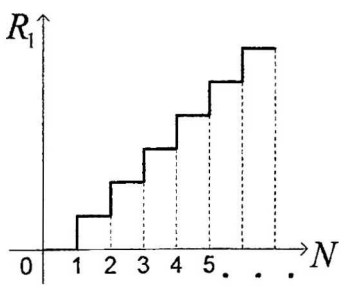



Рис.2.48. Зависимость $R_1(N)$

В момент, когда мост приходит в состояние баланса, т.е. $u_{аб}$ становится меньше или равным нулю ($u_{аб} \le 0$), выходной сигнал $u_{СУ} = 0$. Это приводит к запиранию элемента 2-И и прекращению счета. Если $R_3 = R_4$, то измеряемое сопротивление $R_x$ тождественно равно коду на управляющих входах ЦАП, т.е. $R_x \equiv N\big|_{u_{СУ}=0}$ Устройство управления может обеспечивать работу прибора как в циклическом, так и в ждущем режимах.

Погрешность данного моста зависит от чувствительности *СУ* и величины порога чувствительности $R_0$, числа разрядов, временной и температурной стабильности ЦАП.

### 2.7.4 Мосты для измерения индуктивности

В качестве плеча сравнения может использоваться образцовая катушка индуктивности или образцовый конденсатор.

Условие баланса моста, представленного на рис.2.49,а (равенство произведений накрест лежащих сопротивлений) имеет вид:

$$R_1(R_{обр} + j\omega L_{обр}) = R_2(R_k + j\omega L_k).$$

Последнее уравнение можно разбить на два, которые отражают баланс действительных и мнимых частей. Из уравнения баланса действительных частей

$$R_1 R_{обр} = R_2 R_{k//}$$

находим омическое сопротивление катушки:

$$R_x = R_{обр}\frac{R_1}{R_2}.$$

Из уравнения баланса мнимых частей

$$R_1 \cdot L_{обр} = R_2 \cdot L_x$$

находим значение измеряемой индуктивности

$$L_x = L_{обр}\frac{R_1}{R_2}.$$

В связи с трудностями изготовления катушек с большим числом дискретных значений индуктивности, на практике удобнее всего использовать схему на рис.2.49,б, в которой в плече уравновешивания используется образцовая емкость.

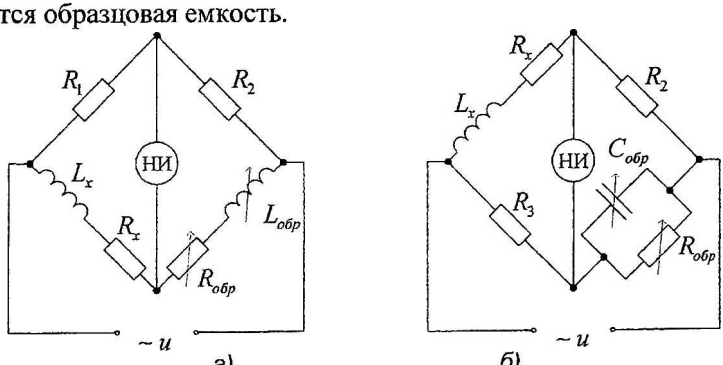



Рис.2.49. Примеры выполнения мостов для измерения индуктивности

Уравнение баланса для этого случая имеет вид:

$$\left(R_x + j\omega L_x\right)\left(\frac{1}{R_{обр}} + j\omega C_{обр}\right)^{-1} = R_2 \cdot R_3 .$$

Из уравнений баланса мнимой и действительной частей получим:

$$\begin{cases} L_x = C_{обр} \cdot R_2 \cdot R_3 \\ R_x = \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_{обр}} \end{cases} .$$

Добротность катушки: $Q = \dfrac{\omega L_x}{R_x} = \omega \cdot R_{обр} \cdot C_{обр}$.

### 2.7.5 Мосты для измерения емкости

В зависимости от значения диэлектрических потерь эквивалентная схема конденсатора может быть представлена в виде последовательной или параллельной $RC$ - цепи (рис. 2.50).

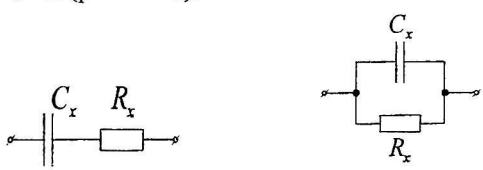



Рис.2.50. Эквивалентные схемы конденсатора: а – с малыми, б – с большими диэлектрическими потерями

Мостовые схемы, соответствующие указанным эквивалентным схемам, приведены на рис.2.51.

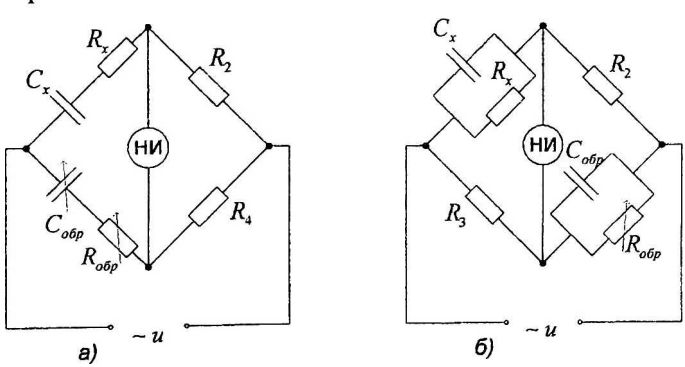



Рис.2.51. Схемы мостов для измерения емкости

Условие баланса схемы на рис.2.51,а имеет вид:

$$\left(R_x+\frac{1}{j\omega C_x}\right)R_4=R_2\left(R_{обр}+\frac{1}{j\omega C_{обр}}\right).$$

Баланс действительных частей:

$$R_x\cdot R_4=R_2\cdot R_{обр},$$

откуда

$$R_x=R_{обр}\frac{R_2}{R_4}.$$

Баланс мнимых частей:

$$\frac{R_4}{C_x}=\frac{R_2}{C_{обр}},$$

откуда

$$C_x=C_{обр}\frac{R_4}{R_2}.$$

По результатам измерения $R_x$ и $C_x$ можно определить тангенс угла диэлектрических потерь $tg(\delta_x)=\omega\cdot C_x\cdot R_x$.

Рассуждая аналогично, для схемы рис.2.51,б получим:

$$\begin{cases}R_x=R_{обр}\dfrac{R_4}{R_2}\\ C_x=C_{обр}\dfrac{R_2}{R_4}\end{cases}.$$

Уравновешивание мостов на переменном токе осуществляется поочередной регулировкой $R_{обр}$, $C_{обр}$, $L_{обр}$. Активные сопротивления, включенные в плечи мостов, служат для изменения пределов измерения.

Рассмотренные схемы мостов переменного тока конструктивно объединяются в универсальных аналоговых мостах для измерения $R,L,C,Q,tg\delta$, в которых путем переключения рода работ можно получить нужную схему моста, в том числе и моста постоянного тока. Универсальные мосты работают обычно на частотах 100 или 1000 Гц. При более высоких частотах резко возрастает погрешность из-за влияния паразитных емкостей и индуктивностей (между плечами моста, плечами и землей, мостом и оператором). Экранирование элементов моста позволяет увеличить верхнюю границу рабочих частот до десятков килогерц.

### 2.7.6 Цифровой измеритель комплексного сопротивления на основе фазочувствительных выпрямителей

В основе прибора лежит мостовой метод измерения с фазочувствительными детекторами уравновешивания (рис.2.52).

Мостовая схема запитывается от генератора синусоидального сигнала [11]. В начальный момент мост, к которому подключается измеряемое комплексное сопротивление, в общем случае оказывается разбалансированным и с измерительной диагонали моста снимается напряжение разбаланса $U_p$, которое усиливается и подается на фазочувствительные детекторы активной и реактивной составляющей.

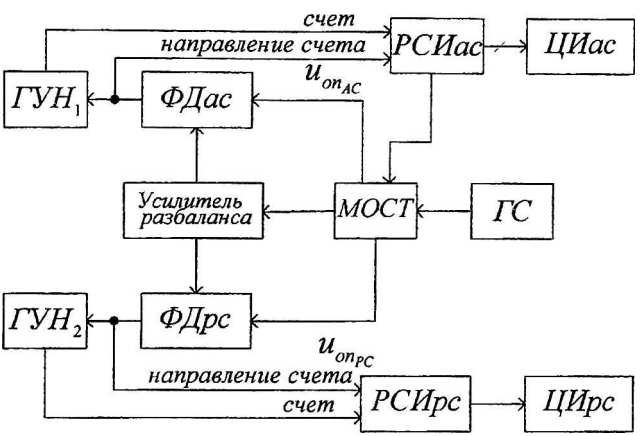



Рис.2.52. Структурная схема цифрового измерителя комплексного сопротивления на основе фазочувствительных выпрямителей: *ФДас* и *ФДрс* фазочувствительный детектор активной и реактивной составляющих соответственно; $РСИ_{ас}$ и $РСИ_{рс}$ - реверсивный счетчик импульсов активной и реактивной составляющих соответственно; *ГУН* генератор, управляемый напряжением

В общем случае сигнал разбаланса на выходе усилителя является комплексной величиной:

$$U_p = U_{ac} + jU_{pc}\,.$$

Для выделения активной и реактивной составляющих этого сигнала по отдельности сигнал $U_{вых}$ подается на два фазочувствительных детектора - активной и реактивной составляющих. На управляющие входы детекторов подаются соответствующие опорные сигналы, снимаемые с активных и реактивных элементов моста. На выходах детекторов формируются

сигналы:

$$u_{вых.ac} = a \cdot |u_{ac}| \cdot \cos\varphi_1$$
$$u_{вых.pc} = a \cdot |u_{pc}| \cos\varphi_2,$$

где $U_{ac}$ и $U_{pc}$ - опорные напряжения, $\varphi_{1,2}$ - фазовые сдвиги между входными и опорными напряжениями детекторов, $a$ - коэффициент пропорциональности.

Поскольку функции $\cos\varphi_{1,2}$ знакопеременны, то выходные сигналы детекторов могут быть как положительными, так и отрицательными. Выходы фазочувствительных детекторов подключены к генераторам импульсов, управляемых напряжениями (преобразователи постоянного напряжения в частоту следования прямоугольных импульсов). Знак (полярность) напряжения на выходе фазочувствительных детекторов определяет направление счета реверсивных счетчиков - на возрастание кода или на убывание. Если выходные сигналы фазовых детекторов $u_{вых.ac} \neq 0$ и $u_{вых.pc} \neq 0$, то на выходе генераторов формируются импульсные сигналы, частота которых пропорциональна модулям ортогональных составляющих вектора сигнала разбаланса. Эти импульсы воздействуют на счетчики импульсов, выходные коды которых используются для регулирования образцовых элементов мостовой схемы, например, преобразователей код - сопротивление или код - емкость. В схеме прибора Е 7-8 используется трансформаторный мост [7,11]. По мере приближения к балансу моста модули векторов $u_{вых.ac}$ и $u_{вых.pc}$ уменьшаются, следовательно, уменьшается частота на выходе $ГУН_1$ и $ГУН_2$, поэтому к состоянию баланса мост подходит плавно. После достижения баланса информация со счетчиков передается на блок цифровой индикации.

### 2.7.7 Мостовой измеритель параметров электрических цепей со встроенной микропроцессорной системой

Прибор предназначен для измерения сопротивления, индуктивности, емкости и добротности с автоматическим изменением пределов измерений и автоподстройкой [8]. Погрешность не превышает 0.1%. Структурная схема прибора приведена на рис. 2.53.

К входным зажимам прибора в качестве одного из плеч моста подключают измеряемый элемент, например активное сопротивление $Z_x = R_x$. Выбирают частоту напряжения, которым запитывается мост. Обычно выбирается одно из 3-х значений: 100 Гц, 1 кГц, 10 кГц. По умолчанию устанавливается частота, равная 1 кГц. При измерении больших

емкостей и индуктивностей устанавливается 100 Гц, малых - 10 кГц.

После нажатия клавиши включения прибора микропроцессор производит опрос передней панели (какие клавиши нажаты), включает измерительный генератор и устанавливает начальное значение частоты, подводя напряжение генератора к мостовой схеме. Далее микропроцессор считывает из ПЗУ программу, определяющую процедуру измерения подключаемого к мосту параметра.

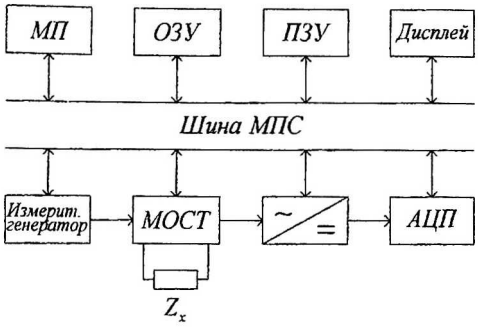



Рис.2.53. Структурная схема измерителя параметров электрических цепей со встроенной микропроцессорной системой

Как правило, мостовая схема оказывается разбалансированной. Переменное напряжение разбаланса преобразуется в постоянное, оцифровывается в АЦП, а код сигнала разбаланса передается в ОЗУ.

После этого микропроцессор начинает регулировать цифровые образцовые элементы мостовой схемы и одновременно анализировать выходной сигнал АЦП. Как только код АЦП становится равным нулю, мост считается сбалансированным.

После достижения баланса микропроцессор выполняет необходимые вычисления, преобразует информацию в дисплейный формат и выводит на дисплей.

Достоинством микропроцессорных измерений является возможность автоматического измерения погрешности, образуемой остаточной индуктивностью выводов, паразитной емкостью выводов, а также возможность программно управляемой подстройки с целью исключения указанной погрешности.

### 2.7.8 Цифровой измеритель добротности (Q - метр)

Принцип действия основан на измерении числа периодов затухающих колебаний в контуре ударного возбуждения. Известно, что огибающая свободных колебаний описывается выражением:

$$u = u_1 \cdot e^{-\alpha t} = u_1 \cdot e^{-\frac{\omega t}{2Q}},$$

где $Q$ - добротность, $t$ - длительность наблюдения, $\omega = 2\pi f$, $f = \frac{1}{T}$, $T$ - период свободных колебаний.

Если задать $t = N \cdot T$, то можно написать:

$$u = u_1 \cdot e^{-\frac{2\pi f \cdot N \cdot T}{2Q}} = u_1 \cdot e^{-\frac{N \cdot \pi}{Q}}$$

Если положить $N = Q$, то

$$u = u_1 \cdot e^{-\pi}.$$

Отсюда следует, что если измерить число свободных колебаний от 1-го, с амплитудой $u_1$, до $N$-го, с амплитудой $u_1 \cdot e^{-\pi}$, то число таких колебаний будет численно равно добротности. Проиллюстрируем это графически на рис . 2.54.

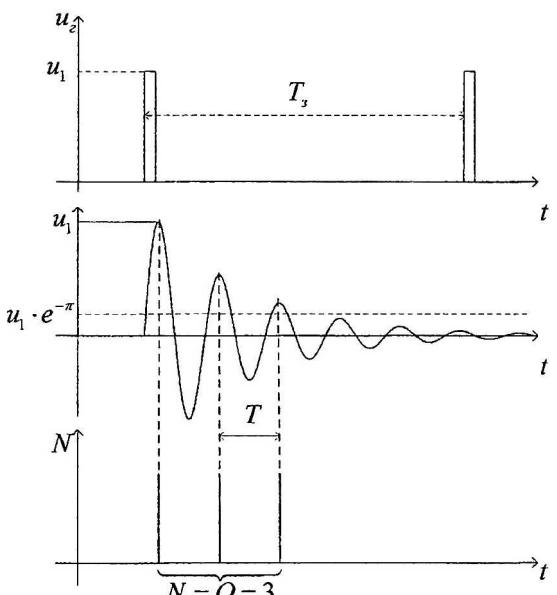



Рис.2.54. Временные диаграммы цифрового метода измерения добротности

В начальный момент времени импульс *ГУВ* заряжает емкость $C_{обр}$ до напряжения $u_1$, после чего в контуре возникают свободные затухающие колебания. Амплитуда 1-го колебания равна $u_1$. До тех пор, пока амплитуда

свободных колебаний будет больше, чем $u_1 \cdot e^{-\pi}$, эти колебания проходят через *Кл* и *ФУ* на *СЧИ* (*ФУ* необходимо для преобразования затухающих колебаний в последовательность прямоугольных импульсов).

Как только амплитуда колебаний станет меньше или равна $u_1 \cdot e^{-\pi}$, срабатывает *СУ* и закрывается *Кл* для прохождения свободных колебаний.

Число импульсов $N$, зафиксированных в *Сч.И*, численно равно добротности. Через время $T_з > N_{max} \cdot T$, определяемое линией задержки, показания счетчика сбрасываются на ноль и прибор вновь готов к работе.

Погрешность зависит от чувствительности *СУ*, точности настройки порога срабатывания и параметров образцового конденсатора $C_{обр}$.

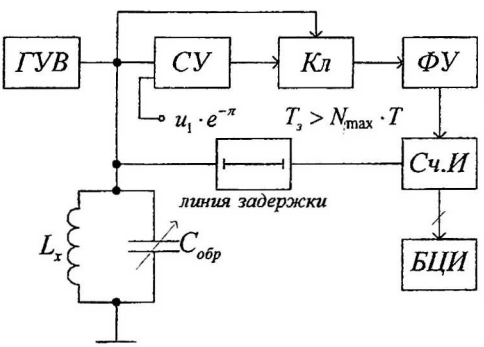



Рис.2.55. Функциональная схема цифрового измерителя добротности: *ГУВ* - генератор ударного возбуждения, *Кл* - ключ, ФУ- формирующее устройство, СчИ - счетчик импульсов, БЦИ- блок цифровой индикации

Получим уравнение преобразования прибора $N(Q)$ с учетом параметров, влияющих на точность измерения. Предположим, что опорное напряжение $U_{оп}$ СУ формируется с помощью резистивного делителя напряжения дополнительного источника $U_0$. Тогда справедливы соотношения:

$$u_{оп} = \frac{u_0 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = u_1 \cdot e^{-\pi} = u_1 \cdot e^{-\frac{\pi \cdot N}{Q_x}}\Big|_{N=Q}$$

или

$$\frac{u_0 \cdot R_2}{u_1 \cdot (R_1 + R_2)} = e^{-\frac{\pi \cdot N}{Q_x}}.$$

Прологарифмировав последнее выражение, получим:

$$\ln\left(\frac{u_0 \cdot R_2}{u_1 \cdot (R_1 + R_2)}\right) = -\frac{\pi \cdot N}{Q_x}.$$

Откуда окончательно получаем:

$$N = \frac{Q_x \cdot \ln\left[\frac{u_1}{u_0}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\right]}{\pi}. \qquad (2.7.4)$$

Полученное уравнение связывает показания прибора $N$ через параметры делителя напряжения $R1 - R_2$, амплитуду импульса ГУВ и дополнительного источника $U_0$, питающего делитель напряжения, что позволяет использовать его для анализа суммарной погрешности прибора согласно методике, изложенной в разделе «метрология».

### 2.7.9 Цифровой измеритель активного сопротивления и емкости

Принцип действия прибора основан на разряде конденсатора, предварительно заряженного до некоторого напряжения $u_1$. Процесс разряда конденсатора (рис. 2.56) через активное сопротивление описывается известным из электротехники выражением:

$$U_c = U_1 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Если измерить время $t$, в течение которого напряжение на емкости изменится от $u_1$ до $\frac{u_1}{e}$, т.е. постоянную времени $\tau = RC$, то по известному активному сопротивлению $R_{обр}$ можно определить емкость $C_x$ и наоборот.

Схема, реализующая данный метод, показана на рис. 2.57.

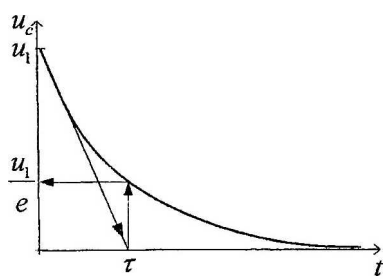



Рис.2.56. График переходного процесса в $RC$ -цепи

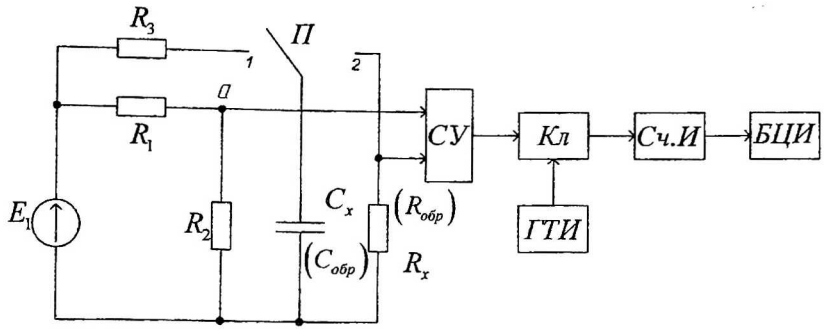



Рис.2.57. Функциональная схема цифрового измерителя $R$ и $C$

В начальный момент времени переключатель $П$ находится в положении 1 и конденсатор $C_x$ заряжается через $R_3$ до напряжения $u_1$.

После этого переключатель переводится в положение 2 и емкость $C_x$ разряжается через $R_{обр}$. Потенциал в точке $a$ (опорное напряжение компаратора) выбираем равным:

$$u_a = \frac{E_1}{e} = \frac{E_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

До тех пор, пока напряжение на $C_x$ больше, чем $u_a$, выходной сигнал сравнивающего устройства поддерживает $Кл$ в открытом состоянии для прохождения импульсов ГТИ на счетчик. Как только $u_C$ становится меньше или равным $\left(u_C \le \frac{E_1}{e}\right)$, выходной сигнал $СУ$ запирает ключ. Число импульсов $N$, которое прошло на ключ за время $\tau$:

$$N = \frac{\tau}{T_{сч}} = \frac{R_x \cdot C_{обр}}{T_{сч}} = \frac{C_x \cdot R_{обр}}{T_{сч}},$$

где $T_{сч}$ - период счетных импульсов, формируемых ГТИ.

Представим уравнение преобразования в форме, удобной для анализа его технических характеристик. Поскольку пороговое напряжение СУ задается с помощью делителя напряжения $R_1 - R_2$, то справедливо соотношение:

$$\frac{E_1}{e} = \frac{E_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Для момента времени $t = \tau$ левую часть последнего выражения можно

умножить на $e^{\frac{-t}{\tau}} = 1$. В результате получим:

$$U_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = U_1 \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right).$$

Прологарифмируем это выражение:

$$\ln e^{-\frac{t}{\tau}} = \ln \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right),$$

откуда

$$-\frac{t}{\tau} = \ln \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Решая последнее уравнение относительно $t$, получим:

$$t = \tau \ln \left( \frac{R_2}{R_1} + 1 \right).$$

Заменяя временной интервал $t = NT_{сч}$, можно определить зависимость показаний счетчика $N$ от схемотехнических параметров прибора:

$$N = \frac{t}{T_{сч}} = \frac{R_x \cdot C_{обр}}{T_{сч}} \ln \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right). \qquad (2.7.5)$$

Пользуясь полученным уравнением преобразования, можно определить значение порога чувствительности прибора при измерении $R_x$ и $C_x$. Для этого положим в последнем уравнении $N = 1$ и решим его относительно измеряемой величины. Например, при измерении активного сопротивления порог чувствительности составит:

$$R_п = \frac{T_{сч}}{C_{обр} \cdot \ln \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right)}.$$

Полученное уравнение преобразования (2.7.5) позволяет проанализировать также степень влияния на результирующую погрешность измерения всех величин, входящих в его правую часть.

## 2.8 ИЗМЕРИТЕЛИ АЧХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Амплитудно - частотная характеристика (АЧХ) четырехполюсника представляет собой зависимость коэффициента передачи от частоты входного сигнала:

$$K(\omega) = \frac{U_{вых}(\omega)}{U_{вх}(\omega)}.$$

Если на вход четырехполюсника подать сигнал от генератора синусоидального сигнала постоянной амплитуды $U_{вх}(\omega) = const$, то вид АЧХ будет полностью определяться зависимостью амплитуды выходного сигнала от частоты $U_{вых}(\omega)$.

### 2.8.1 Измерители АЧХ четырехполюсников с осциллографической индикацией

Если на вход исследуемого четырехполюсника подать с постоянной амплитудой $U_0$, частота которого является линейной функцией времени, то огибающая сигнала на выходе будет полностью определять вид АЧХ. Численные значения АЧХ на заданной можно получить в результате нормировавания амплитуды огибающей относительно амплитуды входного сигнала $U_0$. На таком принципе построен измеритель АЧХ с осциллографической индикацией (рис.2.58).

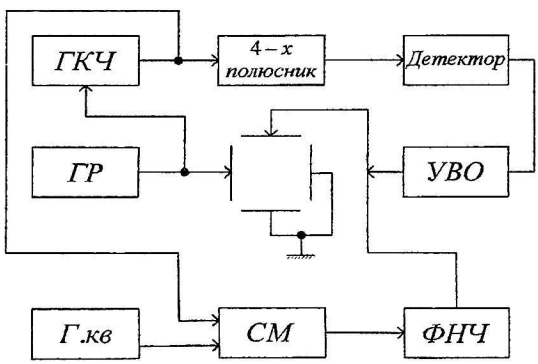



Рис.2.58. Измеритель АЧХ с осциллографической индикацией: ГКЧ - генератор качающейся частоты, ГР - генератор развертки, КвГ - кварцевый генератор, УВО - усилитель вертикального отклонения

К входу исследуемого четырехполюсника подводится сигнал от ГКЧ, представляющий собой частотно-модулированный сигнал. Модуляция частоты ГКЧ осуществляется линейно изменяющимся напряжением развертки, поэтому частота на выходе ГКЧ является линейной функцией времени (ЛЧМ сигнал).

Поскольку для модуляции частоты и развертки луча используется одно и то же напряжение, то отклонение луча по горизонтали пропорционально частоте, что позволяет создать масштаб частот по оси $X$.

Средняя частота ГКЧ на основании априорных данных устанавливается

равной средней частоте полосы пропускания исследуемого четырехполюсника. Амплитуда напряжения на выходе ГКЧ поддерживается автоматически постоянной на всех частотах.

Получаемый на выходе четырехполюсника сигнал подается через детектор, который выделяет низкочастотную огибающую ЛЧМ сигнала, на усилитель вертикального отклонения. В результате на экране мы видим огибающую ЛЧМ сигнала, которая по форме полностью соответствует измеряемой АЧХ.

Для определения частотного масштаба по оси $X$ в схеме предусмотрено маркерное устройство, состоящее из кварцевого генератора КвГ, смесителя СМ и фильтра нижних частот ФНЧ.

Ко второму входу смесителя подсоединен выход ГКЧ. Кварцевый генератор работает в таком режиме, когда его выходное напряжение содержит широкий спектр гармонических составляющих. Причем частоты соседних гармоник отличаются на $\Delta F = const$. Частоту $i$-й гармоники можно записать как $F_i = i \cdot \Delta F$ ($i$=1,2,3...).

Каждый раз, когда частота ГКЧ становится равной частоте какой-либо гармоники кварцевого генератора, на выходе смесителя появляется сигнал нулевых биений. Напряжение нулевых биений выделяется ФНЧ и подается на вертикально отклоняющиеся пластины.

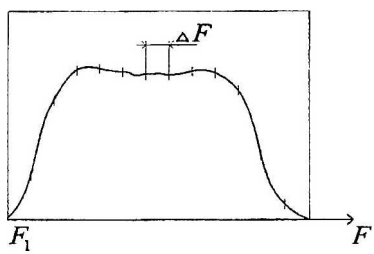



Рис.2.59. Вид осциллограммы исследуемой АЧХ

В результате на осциллограмме появляются маркерные метки (рис.2.59), которые отстоят друг от друга на известную величину $\Delta F$. Таким образом, зная начальную частоту $F_1$, можно определить значение коэффициента передачи на других частотах. Погрешность таких приборов составляет 5÷7%.

### 2.8.2 Цифровой микропроцессорный измеритель АЧХ

Структурная схема прибора приведена на рис.2.60 [8]. Пусть исследуемый четырехполюсник представляет собой усилитель. Измерение АЧХ сводится в данном случае к определению зависимости коэффициента

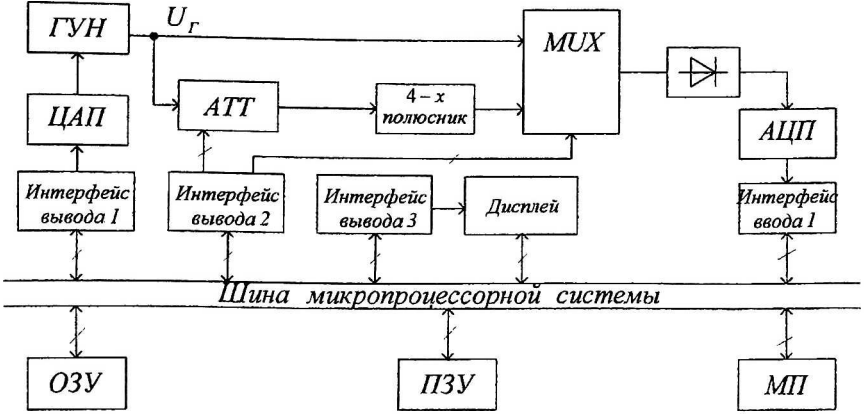



Рис.2.60. Цифровой микропроцессорный измеритель АЧХ: АТТ – аттенюатор, MUX – аналоговый мультиплексор, ГУН – генератор, управляемый напряжением

усиления от частоты.

В соответствии с программой, хранящейся ПЗУ микропроцессор посылает управляющий код (слово данных) через интерфейс вывода 1 на входы ЦАП. На выходе ЦАП получаем первое дискретное значение управляемого напряжения, на выходе ГУН - первое значение частоты $\omega_1$. ГУН представляет собой преобразователь постоянного напряжения в частоту синусоидального сигнала. Амплитуда напряжения на выходе ГУН автоматически поддерживается постоянной на всех частотах.

Вначале мультиплексор по команде микропроцессора, поступающей через интерфейс вывода 2, подключает через выпрямитель к входу АЦП напряжение непосредственно с выхода ГУН. Код напряжения генератора через интерфейс ввода 1 подается в шину МПС и записывается в ОЗУ. После этого мультиплексор подключает ко входу АЦП выход усилителя. Код выходного напряжения усилителя также поступает в ОЗУ. Микропроцессор сравнивает результаты двух измерений. В результате этого сравнения МПС вырабатывает слово данных, которое через интерфейс вывода 2 посылается на управляющий вход аттенюатора. Регулировка затухания, вносимого аттенюатором, производится до тех пор, пока выходной сигнал усилителя не станет равным напряжению генератора. Такое равенство возможно лишь в том случае, когда коэффициент усилителя на данной частоте численно равен коэффициенту ослабления сигнала аттенюатором. В свою очередь, мерой коэффициента ослабления является значение управляющего кода аттенюатора, при котором

наблюдается равенство сигналов с генератора и усилителя. Измеренное таким образом значение коэффициента усиления на частоте $\omega_1$ фиксируется в памяти МПС. На этом процедура измерения на частоте $\omega_1$ закончена. После этого микропроцессор через интерфейс вывода 1 посылает второе значение управляющего кода на ЦАП. На выходе ЦАП устанавливается второе значение управляющего напряжения ГУН, а на выходе ГУН – второе значение частоты. После этого измерительная процедура повторяется в соответствии с описанным алгоритмом.

В результате многократного выполнения указанных измерений на разных частотах в памяти микропроцессора формируется числовой массив значений АЧХ, который может быть отображен на дисплее в графической или табличной форме.

## 2.9 ИЗМЕРЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

### 2.9.1 Аналоговые методы и приборы для измерения математического ожидания и дисперсии

Свойства и параметры случайных процессов описываются рядом числовых характеристик или моментов случайной величины [1,2].

Для случая стационарного эргодического случайного процесса к числовым характеристикам относятся математическое ожидание и дисперсия:

$$m_x = \overline{x}(t) = \lim_{T_x \to \infty} \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} x(t)dt, \qquad (2.9.1)$$

$$D_x = \sigma_x^2 = \lim_{T_x \to \infty} \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} \left[ x(t) - m_x \right]^2 dt = \overline{(\overset{0}{x})^2}, \qquad (2.9.2)$$

где $T_x$ – время анализа.

В измерительной технике $m_x$ часто отождествляют с истинным значением измеряемой величины. Значение дисперсии $D_x$ характеризует мощность случайных флуктуаций.

Измерение $m_x$ в соответствии с (2.9.1) требует применения идеального интегратора [1,2].

Если $x = \{I, U\}$, то в качестве интегратора можно использовать интегрирующие RC–цепи, магнитоэлектрические приборы, а также

электронные интеграторы на основе ОУ. Выходной сигнал интегратора (рис. 2.61):

$$u_{вых} = \frac{1}{RC}\int_0^t u(t)\,dt,$$

где $RC = \tau$ - постоянная времени интегратора.

Если положить $t = \tau = T_{изм}$, то $u_{вых}(T_{изм}) = m_x^*$. Для реализации условий интегрирования необходимо размыкать ключ *Кл* на время $T_{изм}$, а перед следующим измерением замыкать для полного и быстрого разряда $C$ через малое внутреннее сопротивление замкнутого ключа. Регулировкой $R$ и $C$ можно добиться нужного времени измерения $T_{изм}$, которое должно быть намного больше, чем период самой низкочастотной составляющей спектра входного сигнала.

Для измерения $D_x$ можно воспользоваться аналоговым вольтметром с квадратичным уравнением преобразования: $\alpha = k \cdot \overset{0}{(u)}_{ex}^2$, где $\alpha$ - угол отклонения стрелки прибора.

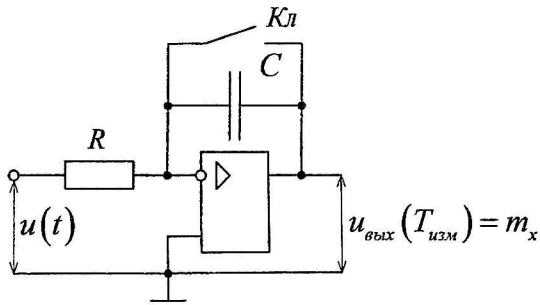



Рис.2.61. Схема аналогового интегратора

Вольтметр должен иметь закрытый вход (через разделительный конденсатор) для центрирования входного сигнала и достаточную протяженность квадратичного участка для обеспечения требуемого соотношения между пиковым и действующим значениями входного сигнала.

### 2.9.2 Цифровые методы измерения математического ожидания и дисперсии

В этом случае интегральные выражения для $m_x$ и $D_x$ заменяют суммами:

$$m_x = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x(iT), \tag{2.9.3}$$

$$D_x = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k} \overset{0}{(x)}^2(iT), \tag{2.9.4}$$

где $T$ – длительность одного цикла измерения параметра $x$; $i$ – номер цикла $i = 0,1,2\ldots k$; $k = \frac{T_{изм}}{T}$ – общее число выборок (измерений),

$$\overset{0}{x}(iT) = x(iT_u) - m_x .$$

Схема измерения $m_x$ (рис.2.62) может быть получена на базе цифрового вольтметра время–импульсного преобразования по типу цифрового интегрирующего фазометра, рассмотренного ранее [1,2].

Как правило, обеспечивается выполнение следующих соотношений: $T = k \cdot T_{сч}$, где $k = 10^{\beta}$, $\beta$ – целые числа. Тогда $T = 10^{\beta} \cdot T_{сч}$.

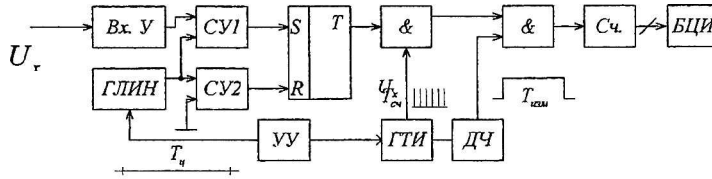



Рис.2.62. Функциональная схема цифрового измерителя математического ожидания

Временные диаграммы работы измерителя математического ожидания приведены на рис.2.63.

Устройство управления УУ запускает ГЛИН, который вырабатывает пилообразные импульсы с периодом $T$. В результате сравнения сигнала ГЛИН с $U_x$ и потенциалом земли на выходах СУ вырабатываются сигналы, формирующие на выходе RS- триггера импульсы длительностью $\Delta T_i$, в течение которых элемент $\&_1$ открыт для прохождения импульсов ГТИ. Элемент $\&_2$ открыт в течение интервала $T_{изм}$, который формируется делителем частоты из импульсов ГТИ $T_{изм} = \kappa \cdot T_{сч} \gg T$, где $\kappa$ – коэффициент деления частоты. Общее число импульсов, прошедших на счетчик за время усреднения, равно:

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i \,. \tag{2.9.5}$$

С другой стороны,

$$n_i = \frac{\Delta T_i}{T_{сч}}, \tag{2.9.6}$$

где $\Delta T_i = \dfrac{u(iT)}{tg\beta}$.

Тогда $n_i = \dfrac{u(iT)}{T_{сч} \cdot tg\beta}$, откуда:

$$N = \frac{f_{сч}}{tg\beta} \sum_{i=1}^{k} u(iT) = M \sum_{i=1}^{k} u(iT), \tag{2.9.7}$$

где $M = \dfrac{f_{сч}}{tg\beta}$.

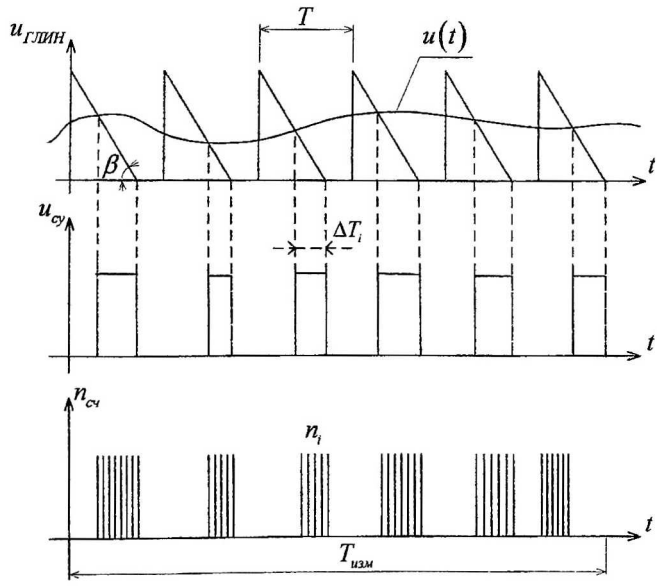



Рис.2.63. Временные диаграммы работы измерителя математического ожидания

Нетрудно видеть, что, поделив правую часть выражения (2.9.7) на произведение $M \cdot k$, получим оценку математического ожидания исследуемого сигнала:

$$\frac{M}{M \cdot k}\sum_{i=1}^{k} u(iT) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} u(iT) = m_x^*. \qquad (2.9.8)$$

Полученные значения $m_x^*$ отображаются на цифровом табло прибора.

### 2.9.3 Цифровой метод измерения дисперсии

Для измерения дисперсии $D = \sigma^{*2}$ необходимо вначале произвести центрирование входного сигнала: $\overset{\circ}{u}(t) = u(t) - m^*$, а затем возвести в квадрат получившуюся величину. Структурная схема цифрового прибора, реализующего данный алгоритм, представлена на рис.2.64.

Входной сигнал вначале центрируется в центрирующем устройстве (ЦУ), затем выпрямляется и подается на один из входов СУ. На второй вход подается сигнал от автоколебательного ГЛИН. Период пилообразного сигнала равен $T_ц$ (рис.2.62). В результате сравнения $\overset{0}{u}(t)$ и выходного сигнала ГЛИН формируется последовательность импульсов длительностью $\Delta T_i = u(t_i) \cdot ctg\beta$.

Измеряя длительности этих интервалов по числу $n_i$ заполняющих их счетных импульсов, получим $n_i = \dfrac{\Delta T_i}{T_{сч}}$, где $T_{сч}$ - период счетных импульсов, вырабатываемых преобразователем напряжения в частоту (ПНЧ).

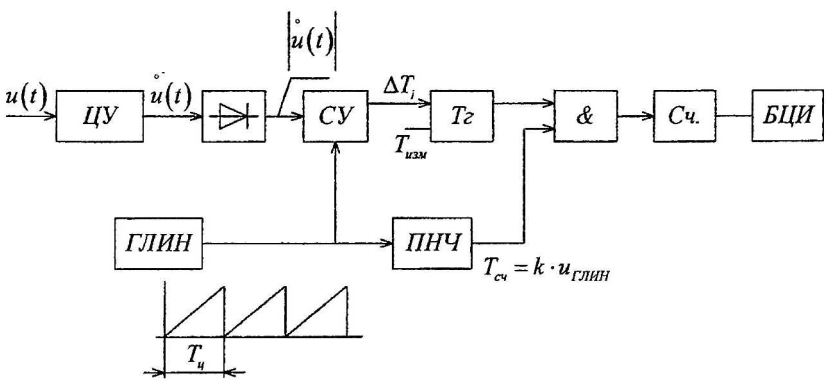



Рис.2.64. Структурная схема цифрового измерителя дисперсии

Частота счетных импульсов прямо пропорциональна входному напряжению (более подробно см. раздел «Цифровой вольтметр с

промежуточным преобразованием напряжения в частоту»).

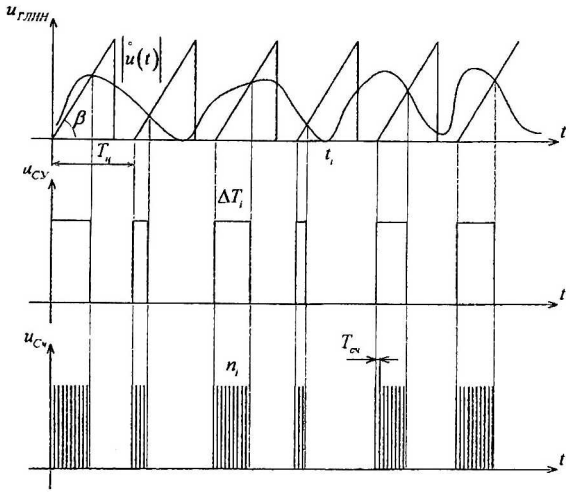



Рис.2.65. Временные диаграммы работы измерителя дисперсии

Поскольку управляющее напряжение ПНЧ подается с ГЛИН, то $f_{сч} = k_1 \cdot u_{ГЛИН}(t)$. Учитывая, что $u_{ГЛИН} = \kappa_2 \cdot t$, получим, что частота счетных импульсов является линейной функцией времени $f_{сч} = k_1 k_2 t$ Тогда число импульсов, соответствующее $i$–тому временному интервалу составит $n_i = k_1 u(t_i) u_{ГЛИН}(t) ctg\beta$. В момент $t_i$: $\overset{\circ}{u}_x(t_i) = u_{ГЛИН}(t_i)$, поэтому число импульсов $n_i$ оказывается пропорциональным квадрату центрального значения напряжения $\overset{0}{u}(t_i)$:

$$n_i = \overset{0}{u}{}^2(t_i) \cdot ctg\beta \cdot k_1 .$$

Общее число импульсов, прошедших на счетчик:

$$N = \sum_1^k k_i = k_1 ctg\beta \sum_{i=1}^k \overset{0}{u}{}^2(t_i) .$$

Поделив в вычислительном устройстве полученное число $N$ на постоянную величину $k_1\ ctg\beta(k\text{-}1)$, получим оценку дисперсии исследуемого процесса (см. формулу 2.9.4):

$$\frac{N}{k_1 \cdot ctg\beta \cdot (k-1)} = \frac{1}{(k-1)} \sum_{i=1}^k \overset{0}{u}{}^2(t_i) = D^*(u).$$ Погрешности измерения

величин $m_x$ и $D_x$ определяются в основном конечностью времени усреднения $(T_{изм})$.

### 2.9.4 Измерение функции распределения случайного процесса

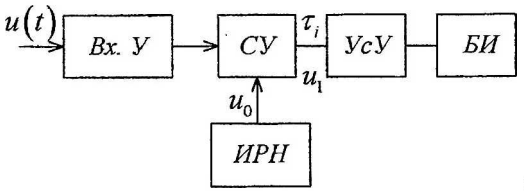
Напомним, что под функцией распределения случайного процесса $u(t)$ понимается вероятность того, что значение случайного сигнала не превышает некоторого фиксированного значения $u_0 : P = P(u(t) \le u_0)$. Функциональная схема прибора для измерения функции распределения представлена на рис.2.66.

Выходной сигнал через входное устройство подается на сравнивающее устройство СУ, на второй вход которого подается сигнал $u_0$ от регулируемого источника постоянного напряжения ИРН.

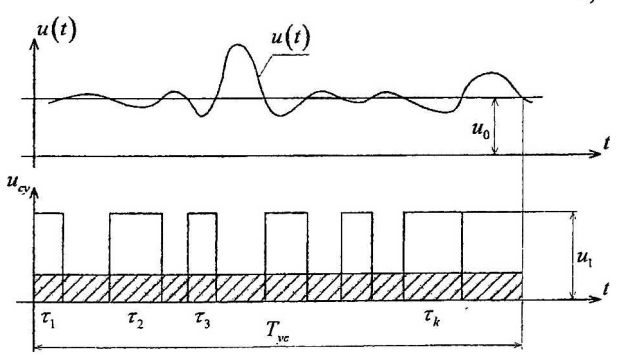
В результате срабатывания СУ формируется последовательность импульсных сигналов амплитудой $u_1$:

$$u_1 = \begin{cases} 1, & u(t) < u_0 \\ 0, & u(t) \ge u_0 \end{cases}.$$

Длительность формируемых импульсов определяется временами $\tau_i$ нахождения исследуемого сигнала ниже уровня $u_0$.




а)




б)

Рис.2.66. Функциональная схема а) и временные диаграммы работы б) измерителя интегральной функции распределения

Очевидно, что оценкой измеряемой величины в данном случае будет значение, найденное по формуле $P^* = \frac{\sum_{i=1}^{\kappa} \tau_i}{T_{ус}}$. Находя среднее значение $u_{ср}$ напряжения на выходе СУ в устройстве усреднения УсУ (например, интеграторе), получим:

$$u_{ср} = \frac{u_1}{T_{ус}} \sum_{i=1}^{k} \tau_i = u_1 P^* .$$

Отношение значения $u_{ср}$ к напряжению $u_1$ соответствует вероятности нахождения исследуемого процесса ниже уровня $u_0$, т.е. значению интегральной функции распределения $P\left[u(t) < u_0\right]$. Проводя измерения при различных значениях $u_0$ в диапазоне $\left[-u_0, +u_0\right]$, можно получить график искомой функции распределения.

В цифровых измерителях функции распределения временные интервалы $\tau_i$ измеряются по числу заполняющих их счетных импульсов. Суммарное число импульсов, фиксируемое счетчиком импульсов $N = \frac{1}{T_{сч}} \sum \tau_i$. Число импульсов, соответствующих интервалу $T_{ус}$: $M = \frac{T_{ус}}{T_{сч}}$. Вычисляя в микропроцессоре (МП) отношение $N/M$, получим оценку функции распределения для заданного значения $u_0$:

$$\frac{N}{M} = \frac{1}{T_{ус}} \sum_{i=1}^{k} \tau_i = P\left[u(t) < u_0\right] .$$

Изменяя программным путем $u_0$ в требуемом диапазоне значений и выполняя аналогичные измерения, можно получить на экране дисплея функцию распределения случайного процесса в табличной или графической форме.

### 2.9.5 Измерение плотности распределения вероятности

Плотность распределения вероятностей случайной величины определяется как производная от интегральной функции распределения $f(u) = P'(u)$. Выразив производную через конечные разности, получим:

$$f(u)=\frac{P(u)-P(u+\Delta u)}{\Delta u}$$

Как следует из этой формулы, для измерения плотности распределения необходимо аппаратурным путем определить вероятность нахождения исследуемого сигнала между двумя заданными уровнями $u_0$ и $u_0+\Delta u$, причем $u=$ var, $\Delta u$=const. Структурная схема прибора для измерения плотности распределения приведена на рис.2.67.

Исследуемый сигнал $u(t)$ подается параллельно на два сравнивающих устройства СУ1 и СУ2. Опорные напряжения СУ1,2, равные $u_0$ и $u_0+\Delta u$, вырабатываются регулируемым источником постоянного тока. Выходные сигналы СУ могут быть заданы выражениями:

$$u_1=\begin{cases}1, & при\ u(t)\ge u_0\\ 0, & при\ u(t)<u_0\end{cases};$$

$$u_2=\begin{cases}1, & при\ u(t)\ge u_0+\Delta u\\ 0, & при\ u(t)<u_0+\Delta u\end{cases}.$$

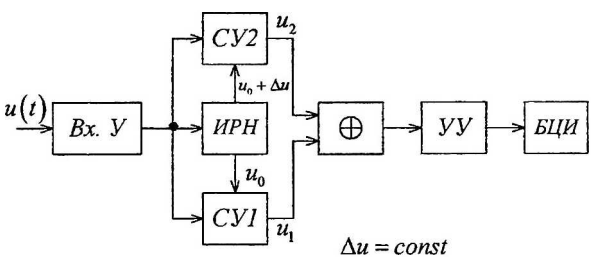



Рис.2.67. Структурная схема прибора для измерения плотности вероятности

В результате суммирования по модулю 2-х сигналов $u_1$ и $u_2$ получаем сигнал $u_3$, длительность импульсов $\tau_i$ которого соответствует временам нахождения сигнала в интервале $\left[u_0,(u_0+\Delta u)\right]$. Выходной сигнал усредняющего устройства $U_{ср}=\frac{U_{3m}}{T_{ус}}\int_0^{T_{ус}}U_3(t)dt$ пропорционален искомому значению плотности распределения $U=U_{3m}\cdot P\left[u_0\le u(t)\le u_0+\Delta u\right]$, где $U_{3m}$ – амплитуда импульсов.

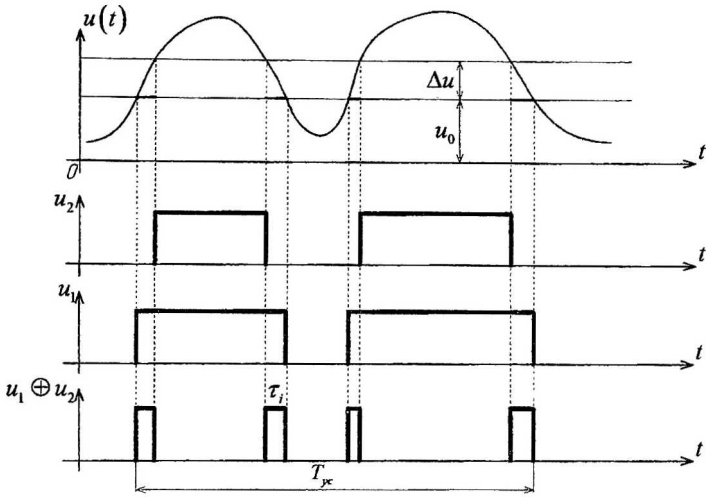



Рис.2.68. Временные диаграммы работы прибора для измерения плотности вероятности (рис.2.67)

Проводя измерения при изменении $u_0$ в диапазоне $\pm u_{0\max}$, можно построить график плотности распределения.

В цифровых микропроцессорных измерителях выходные сигналы сумматора по модулю 2 можно использовать для подсчета числа импульсов $N$, соответствующего сумме времен $\sum_i^k \tau_i$, в течение которых исследуемый сигнал находится внутри интервала $[u_0,(u_0+\Delta u)]$:

$$N = \frac{\sum_{i=1}^{k} \tau_i}{T_{сч}}.$$

Вычисляя в микропроцессоре отношение числа $N$ к числовому эквиваленту $M$ интервала усреднения $T_{ус}$: $M = T_{ус}/T_{сч}$, где $T_{сч}$ период счетных импульсов, получим оценку искомой плотности распределения:

$$N/M = (\sum_{i=1}^{k} \tau_i)/T_{ус} = P(u_0 \le u(t) u_0 + \Delta u) = f^*(u).$$

Читателю предлагается самостоятельно составить функциональную схему микропроцессорного прибора для измерения плотности распределения вероятностей. Как в аналоговых, так и в цифровых приборах погрешность измерения определяется конечным значением $T_{ус}$, которое, к тому же, часто бывает трудно задать обоснованно [1].

### 2.9.6 Измерение корреляционных функций

Приборы, измеряющие функции корреляции, называются коррелометрами, а те из них, которые позволяют получить коррелограмму (график функции корреляции) – коррелографами.

Наиболее часто измерение корреляционных функций реализуются в приборах с перемножением сигналов. Пусть необходимо измерить взаимную корреляционную функцию $R_{xy}$ сигналов $u_x(t)$ и $u_y(t)$:

$$R_{xy} = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{0}{u}_x(t)\overset{0}{u}_y(t-\tau)dt .$$

Структурная схема, реализующая данный алгоритм, имеет вид, показанный на рис.2.69.

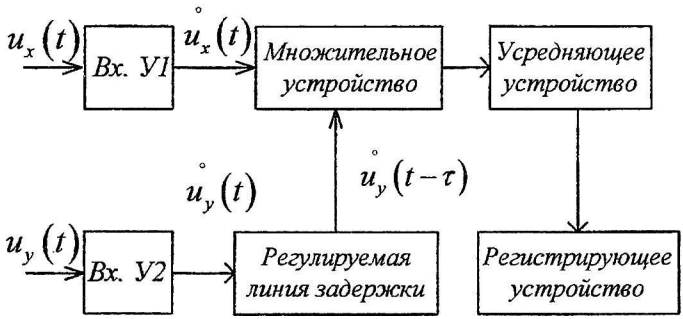



Рис.2.69. Структурная схема прибора для измерения корреляционной функции

Входные сигналы центрируются во входных устройствах. Далее сигнал $\overset{\circ}{u}_y$ задерживается в линии задержки по времени на $\tau$. После этого сигналы $\overset{\circ}{u}_x(t)$ и $\overset{\circ}{u}_y(t-\tau)$ перемножаются в множительном устройстве, а затем усредняются одним из вышерассмотренных способов.

Операция умножения может быть заменена операцией суммирования:

$$(u_x+u_y)^2-(u_x-u_y)^2=2u_xu_y .$$

При измерении автокорреляционной функции $R(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\overset{0}{u}(t)\overset{0}{u}(t-\tau)dt$ на оба входа вышеприведенной схемы подается один и тот же сигнал $\overset{0}{u}(t)$.

По аналогии может быть построен прибор для измерения нормированной автокорреляционной функции:

$$K(\tau)=\frac{R(\tau)}{R(0)}=\frac{R(\tau)}{\sigma^2}.$$

В этом случае прибор должен содержать канал измерения дисперсии и устройство для нахождения частного $\frac{R(\tau)}{\sigma^2}$.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Метрология и радиоизмерения: учебник для вузов /В.И. Нефедов, В.И. Ханин, В.К. Битюков [и др.]; под ред. проф. В.И. Нефедова. - М.: Высш. шк., 2003.-526с.
2. Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах: учебник для вузов /В. И. Нефедов, В. И. Хахин, Е. В. Федорова [и др.]; под ред. проф. В. И. Нефедова. М.: Высш. шк., 2001.-383 с.
3. Сергеев, А. Г. Метрология: учебник. /А. Г. Сергеев. – М.: Логос, 2005.-273 с.
4. Левшина, Е.С. Электрические измерения физических величин / Е.С. Левшина , П.В. Новицкий – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1983.
5. Куликовский, К. Л. Методы и средства измерений:учеб. пособие для вузов./ К. Л. Куликовский, В. Я. Купер - М.: Энергоатомиздат, 1986.-485с.
6. Крылова, Г. Д. Основы стандартизации, сертификации и метрологии: учебник для вузов /Г. Д. Крылова - 2-е изд., перераб. и доп.- М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2001.–711 с.
7. Кушнир, Ф.В Электрорадиоизмерения: учеб. пособие для вузов /Ф.В. Кушнир – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд - ние, 1983.- 320с.
8. Мирский, Г.Я. Электронные измерения /Г.Я. Мирский – 4-е изд., перераб. и доп.-М.: Радио и связь, 1986.-440 с.
9. Микропроцессорные системы и микроЭВМ в измерительной технике: учеб. пособие для вузов /А.Г.Филиппов, А.М. Аужбикович, В.М.Немчинов [и др.] -М.: Энергоатомиздат,1995.-368 с.
10. Гутников, В. С. Интегральная электроника в измерительных устройствах / В. С. Гутников - Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1988.-304с.
11. Измерения в электронике: справочник/ В.А.Кузнецов, В.А.Долгов, В.М.Коневских [и др.]; под ред.В.А. Кузнецова.- М.: Энегоатомиздат, 1987.
12. Гречишников, В.М. Оптоэлектронные цифровые датчики перемещений со встроенными волоконно-оптическими линиями связи /В.М. Гречишников, Н.Е. Конюхов-М.: Энергоатомиздат,1992.-

160 с. (Б-ка по автоматике. Вып 677).
13. Гречишников, В.М. Обобщенная математическая модель цифровых преобразователей перемещения и методы ее анализа /В.М. Гречишников, С.В. Гречишников//Вест. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. Вып.6 , 1998. - с. 111-119.
14. Измерение электрических и неэлектрических величин: учеб. пособие для вузов. Н.Н. Евтихиев, Я.А. Купершмидт, В.Ф. Папуловский [и др.]; под общ. ред. Н.Н.Евтихиева.- М.:Энергоатомиздат,1990.-352 с.
15. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники /Г.П. Богданов, В.А. Кузнецов, М.А. Лотонов [и др.]; под ред. В.А. Кузнецова. - М.: Радио и связь, 1990. - 240 с.

Учебное издание

*Гречишников Владимир Михайлович*

**МЕТРОЛОГИЯ И РАДИОИЗМЕРЕНИЯ**

*Учебное пособие*

Технический редактор Ю. Ф. Широков
Редакторская обработка А. В. Ярославцева
Корректорская обработка Е. А. Ларионова
Доверстка А. А. Нечитайло

Подписано в печать 26.12.07. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ. л. 10,0
Тираж 120 экз. Заказ 236. . ИП-13/2007

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.