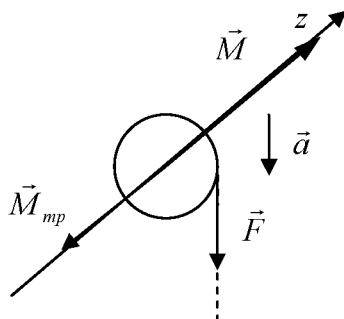
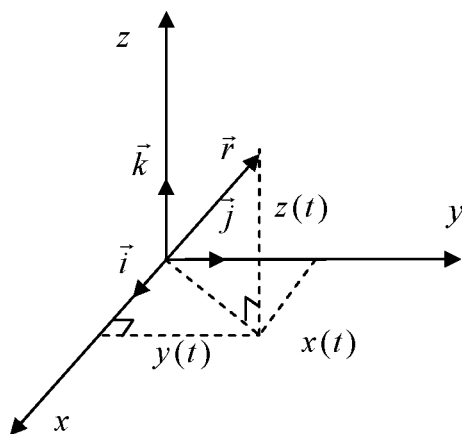




$$A = \int_r \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

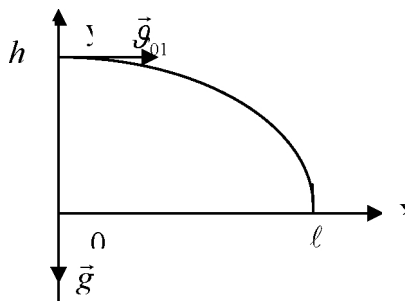
И.В. Овчинникова

Задачи по общей физике. Алгоритмы и примеры решений

Часть 1 «Механика»

$$\vec{M} = I\vec{\beta}$$

$$[a] = \frac{M}{c^2}$$



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

И.В. Овчинникова

ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ. АЛГОРИТМЫ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ

Часть I. Механика

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

САМАРА
Издательство СГАУ
2011

УДК СГАУ : 53(076)

ББК 23.3

О355

Рецензенты:

декан инженерно-технологического факультета №4 СГАУ, к.т.н., доцент

М.В. Х а р д и н,

канд.педаг.наук, зав. кафедры физики СГОУН И. А. З а в е р ш и н с к а я

Овчинникова И.В.

О355 Задачи по общей физике. Алгоритмы и примеры решения. Ч. I.

Механика: учеб. пособие / *И.В. Овчинникова* – Самара: Изд-во Самар.

гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 80 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-0812-8

Представлены задачи по общему курсу физики (раздел «Механика») и методические рекомендации по их решению. Рассматриваются алгоритмы решения задач по физике (раздел «Механика»), аналогии между понятиями и формулами, описывающими поступательное и вращательное движение, а также примеры решения задач по предложенным алгоритмам. Перед каждой темой даны краткие теоретические сведения. Все это должно способствовать лучшему пониманию студентами тем по разделу физики «Механика» и овладению общими методами решения типичных задач.

Предназначено для студентов вузов. Может частично использоваться учащимися старших классов, техникумов и колледжей. Также учебное пособие будет полезно преподавателям указанных учебных заведений при подготовке и проведении уроков решения задач.

УДК СГАУ : 53(076)

ББК 23.3

ISBN 978-5-7883-0812-8

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2011

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Основные понятия. Скорость.

Механика (от греч. – искусство построения машин) – наука о механических движениях материальных тел и взаимодействия между ними.

Механическим движением тел называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Классическая механика изучает движение макроскопических тел со скоростями много меньшими скорости света $v \ll c$ ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с).

Основная задача механики: определять положение тела в пространстве в любой момент времени.

Кинематика (от греч. – движение) – раздел механики, описывающий движение без установления причин его возникновения.

Материальная точка – это тело, размерами и формой которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Тело отсчета – некоторое тело, условно принимаемое за неподвижное, относительно которого рассматривается движение других тел.

Система отсчета (СО) – совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с ним и прибора для измерения времени.

Движение материальной точки характеризуют траекторией, длиной пути, перемещением, скоростью и ускорением.

Траектория – реальная или воображаемая линия, вдоль которой движется материальная точка.

Длиной пути называют длину дуги, отсчитываемую вдоль траектории от некоторой точки, принятой за начало отсчета.

Перемещение – это вектор, соединяющий начальное положение движущейся точки и ее положение в рассматриваемый момент времени.

В декартовой системе координат (ДСК) (OXYZ) положение материальной точки М задается радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из начала координат в точку М(х,у, z). При движении точки ее радиус-вектор и координаты изменяются и являются функциями времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

Средней скоростью материальной точки на промежутке t называется отношение всего пройденного пути S за это время к этому промежутку времени.

$$\bar{v} = \frac{S}{t}. \quad (1.1)$$

Мгновенной скоростью называется вектор $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, являющийся производной радиус-вектора по времени. $[\bar{v}] = 1$ м/с.

Направление вектора мгновенной скорости в каждой точке траектории совпадает с направлением касательной, проведенной к траектории в данной точке.

Ускорением называется вектор $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, являющейся производной мгновенной скорости по времени. $[a]=1 \text{ м/с}^2$.

Алгоритм 1.1. Средняя скорость¹

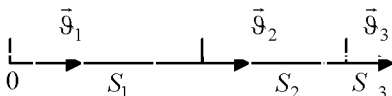
1. Прочитать условие задачи. Установить, что в задаче рассматривается прямолинейное движение одного тела.
2. Записать краткое условие задачи и сделать схематический чертеж: изобразить траекторию движения (прямую), выбрать начало отсчета (т.О), выделить участки движения, указать скорости, промежутки времени для каждого участка пути.
3. Записать основную формулу (1.1). Обратить внимание: S – весь пройденный путь за время t .
4. Записать уравнение движения для каждого участка пути (в случае равномерного прямолинейного движения $S = vt$).
5. Записать дополнительные условия задачи (например, $S_1 = S_2$ или $t_2 = t_3$ и т.п.).
6. Выделить в уравнения известные и неизвестные величины. Выразить неизвестные величины через известные.
7. Подставить выражения из п.6 в основную формулу. Совершить математические преобразования. (В конечном выражении должны остаться только известные величины).
8. Проверить размерность (при необходимости).
9. Произвести числовой расчет.
10. Оценить результат: $v_{\min} < \bar{v} < v_{\max}$.

Примеры решения задач с использованием А1.1.

1) Велосипедист ехал из одного города в другой. Половину пути он проехал со скоростью 12 км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью 6 км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью 4 км/ч. Определить среднюю скорость велосипедиста на всем пути.

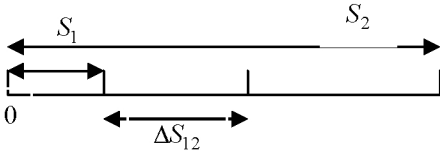
¹ Далее обозначение алгоритма – А.1.1.

1. Рассматривается прямолинейное движение велосипедиста на трех участках пути.

Дано: $\vartheta_1 = 12 \text{ км/ч}$ $S_1 = \frac{S}{2}$ $\vartheta_2 = 6 \text{ км/ч}$ $\vartheta_3 = 4 \text{ км/ч}$ $t_2 = t_3$	Решение: Схематический чертеж. 
$\bar{g} - ?$	1. Основная формула $\bar{g} = \frac{S}{t}, \quad S = S_1 + S_2 + S_3, \quad t = t_1 + t_2 + t_3$ 2. Уравнения движения (для прямолинейного равномерного движения) $S_1 = \vartheta_1 t_1, \quad S_2 = \vartheta_2 t_2, \quad S_3 = \vartheta_3 t_3$ 3. Дополнительные условия. $S_2 + S_3 = \frac{S}{2}, \quad t_2 = t_3 = \frac{t_{23}}{2}$ 4. Известные величины: $S, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ Неизвестные величины: t_1, t_2, t_3. Выразим неизвестные величины через известные. $t_1 = \frac{S}{2\vartheta_1},$ $t_2 = t_3 = ?; \quad S = \frac{S}{2} + t_2(\vartheta_2 + \vartheta_3) \Rightarrow t_2 = \frac{S}{2(\vartheta_2 + \vartheta_3)}$ 5. Преобразования. $\bar{g} = \frac{S}{t_1 + 2t_2}, \quad \bar{g} = \frac{S}{\frac{S}{2\vartheta_1} + \frac{2S}{2(\vartheta_2 + \vartheta_3)}} = \frac{2\vartheta_1(\vartheta_2 + \vartheta_3)}{2\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3}$ 6. Проверка размерности. В данном случае не требуется. 7. Расчет. $\bar{g} = \frac{2 \cdot 12 \cdot (6 + 4)}{24 + 6 + 4} = 7 \text{ (км/ч)}$ 8. Оценка достоверности. $4 \text{ км/ч} < 7 \text{ км/ч} < 12 \text{ км/ч}$

2) Движение тела вдоль оси x описывается уравнением $x = 3 + 2t + t^2$ (м). Определить среднюю скорость движения тела за вторую секунду.

1. Рассматривается прямолинейное движение материальной точки.

Дано: $x = 3 + 2t + t^2$ (м) $\Delta t_{12} = 1$ с	Решение: Схематический чертеж.  2. Основная формула. $\bar{v} = \frac{S}{t}, \quad S = \Delta S_{12}, \quad t = \Delta t_{12}$ 3. Уравнения движения (для прямолинейного равноускоренного движения). $x_2 = 3 + 2t_2 + t_2^2,$ $x_1 = 3 + 2t_1 + t_1^2,$ где $t_2 = 2$ с, $t_1 = 1$ с. 4. Дополнительное условие $\Delta S_{12} = x_2 - x_1$ 5. Известные величины $t_1, t_2, \Delta t_{12}.$ 6. Преобразования. $\bar{v} = \frac{(3 + 2t_2 + t_2^2) - (3 + 2t_1 + t_1^2)}{\Delta t_{12}} = \frac{2(t_2 - t_1) + t_2^2 - t_1^2}{\Delta t_{12}}$ Проверка размерности. $\bar{v} = \text{м/с}.$ 7. Расчет. $\bar{v} = \frac{2(2 - 1) + 2^2 - 1^2}{1} = 5 \text{ м/с}.$ 10. Оценка достоверности. В данной задаче не производится.
---	---

ГЛАВА 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Решить основную задачу механики – значит определить положение точки относительно других в пространства в любой момент времени, то есть решить уравнение $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Для этого необходимо знать начальные условия (н.у.), то есть $\vec{r}_0, \vec{v}_0$ в момент времени $t = 0$.

Тогда при равноускоренном движении $\vec{a} = const$ имеем

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

Это уравнение необходимо переписать в скалярном виде, так как только в этом случае можно подставлять числовые данные.

Для этого выбирают систему координат (СК) (обычно декартовую).

В проекции на ось Ox уравнения имеют вид

$$x = x_0 \pm v_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}.$$
$$v_x = \pm v_{0x} \pm a_x t$$

Знак «+» ставится, если соответствующий вектор совпадает по направлению с осью Ox , знак «-» – в противоположном случае.

Аналогично выглядят уравнения в проекциях на оси Oy, Oz .

Путь

$$S = \Delta x = x - x_0$$
$$S = \pm v_{0x} t \pm \frac{a_x t^2}{2}.$$

Если время не задано, то для нахождения пути удобно пользоваться другой формулой

$$S = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{\pm 2a_x}.$$

В случае равномерного движения $\vec{a} = 0$, тогда уравнения движения приобретают вид

$$x = x_0 \pm v_{0x} \cdot t$$
$$v_x = v_{0x} = const$$

Алгоритм 1.2. Координатный метод нахождения пути и скорости материальной точки

1. Прочитать условие задачи, выделить тела, находящиеся в движении, и определить характер движения.

2. Кратко записать условие задачи и сделать схематический чертёж: выбрать СО, изобразить вектор скоростей и ускорений.
3. Выяснить начальные условия (н.у.) движения при $t = 0$, записать проекции векторов $\vec{r}, \vec{v}_0, \vec{a}$ на оси СК.
4. Записать уравнения движения в векторной форме.
5. Записать эти уравнения в проекциях на оси СК.
6. Записать дополнительные условия задачи.*
7. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.
8. Проверить размерность.
9. Произвести расчет, оценить достоверность результата.

***Примечание:** дополнительные условия появляются в задачах на тему «Движение тела в поле силы тяжести». Здесь можно выделить ряд интересных точек:

1) высота полета – высшая точка траектории $y_{\max}$. Характеризуется тем, что в ней проекция вектора скорости на ось Oy становится равной 0 $v_y = 0$.

2) дальность полета – точка падения тела на поверхность Земли $x_{\max}$. Так как с поверхностью Земли обычно связывают ось Ox , то в этой точке $y = 0$.

Также к дополнительным условиям можно отнести вспомогательные уравнения, появляющиеся при анализе других характерных точек траектории: точки встречи, точки, в которых меняется характер движения и т.п.

Примеры решения задач с использованием алгоритма А.1.2

1) Велосипедист начал свое движение из состояния покоя и в течение первых четырех секунд двигался с ускорением 1 м/с^2 , затем в течении 0,1 мин он двигался равномерно и последние 20 м – равнозамедленно до остановки. Определить путь велосипедиста.

1. Рассматриваемое тело – велосипедист. Можно выделить 3 участка пути. На первом участке движение равноускоренное, на втором – равномерное и на третьем – равноускоренное.

Дано: $g_{01} = 0 \text{ м/с}$ $t_1 = 4 \text{ с}$ $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$ $t_2 = 0,1 \text{ мин} = 6 \text{ с}$ $S_3 = 20 \text{ м}$ $g_{к3} = 0 \text{ м/с}$ $S - ?$	Решение: Схематический чертёж.
---	--

3. Начальные условия на каждом участке.

н.у. 1 $\vartheta_{01} = 0, + a_1, x_{01} = 0$

н.у. 2 $\vartheta_{02} = \vartheta_{\kappa 1}, a_2 = 0, x_{02} = x_1$

н.у. 3 $\vartheta_{03} = \vartheta_{02}, - a_3, x_{03} = x_2$

4. Уравнения движения в векторной форме

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a}t$$

5. Уравнения в проекции на ось Oх.

Уравнение 1. $x_1 = x_{01} + \vartheta_{01}t_1 + \frac{a_1t_1^2}{2},$

$$\vartheta_1 = \vartheta_{01} + a_1t_1$$

с учетом н.у. 1 $x_1 = \frac{a_1t_1^2}{2}$

$$\vartheta_1 = a_1t_1$$

Уравнение 2. $x_2 = x_{02} + \vartheta_{02}t_2 + \frac{a_2t_2^2}{2},$

$$\vartheta_2 = \vartheta_{02} + a_2t_2$$

с учетом н.у. 2 $x_2 = x_1 + \vartheta_1t_2$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1$$

Уравнение 3. $x_3 = x_{03} + \vartheta_{03}t_3 - \frac{a_3t_3^2}{2},$

$$\vartheta_3 = \vartheta_{03} - a_3t_3$$

с учетом н.у. 3 $x_3 = x_2 + \vartheta_{02}t_3 - \frac{a_3t_3^2}{2}$

$$\vartheta_3 = \vartheta_{02} - a_3t_3 = 0$$

6. Дополнительных условий нет.

7. Решение систем уравнений.

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_1 = x_1 - x_{01} = \frac{a_1t_1^2}{2} \text{ (из уравнения 1) } \vartheta_1 = a_1t_1.$$

$$S_2 = x_2 - x_{02} = \vartheta_1t_2 = a_1t_1t_2.$$

	Получаем $S = \frac{a_1 t_1^2}{2} + a_1 t_1 t_2 + S_3 .$ 8. Проверка размерности $[S] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2 + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} \cdot \text{с} + \text{м} = \text{м} .$ 9. Расчет $S = \frac{1 \cdot 4^2}{2} + 1 \cdot 4 \cdot 6 + 20 = 52(\text{м}) .$
--	--

2) Навстречу друг другу едут два велосипедиста. Один, имея начальную скорость 4 м/с, равнозамедленно поднимается в гору с ускорением 0,1 м/с². Другой, имея начальную скорость 1 м/с, равноускоренно спускается с горы с ускорением 0,4 м/с². Через какое время они встретятся, если расстояние между ними в начальный момент равно 150 м.

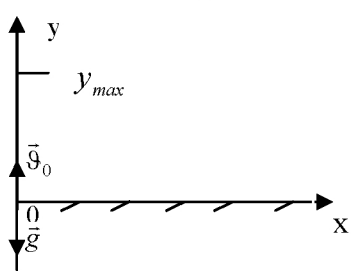
1. Первый велосипедист движется равнозамедленно, второй – равноускоренно.

2. Дано: $\vartheta_{01} = 4 \text{ м/с}$ $a_1 = 0,1 \text{ м/с}^2$ $\vartheta_{02} = 1 \text{ м/с}$ $a_2 = 0,4 \text{ м/с}^2$ $S_0 = 150 \text{ м}$	Решение: Схематический чертеж. Выбираем СО. Начало отчета для удобства свяжем со 2-м велосипедистом. 3. Начальные условия. н.у.1: $\begin{cases} -\vartheta_{01} \\ a_1 \\ x_{01} = S_1 \end{cases}$, н.у.2: $\begin{cases} \vartheta_{02} \\ a_2 \\ x_{02} = 0 \end{cases}$ 4. Уравнения кинематики в векторной форме. $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a} t$
---	--

	5. Уравнения в проекции на ось Ox. Уравнение 1. $x_1 = x_{01} - g_{01}t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2}$, $x_1 = S_1 - g_{01}t_1 + \frac{a_1 t_1^2}{2}$ $g_1 = g_{01} + a_1 t_1$ $g_1 = -g_{01} + a_1 t_1$ Уравнение 2. $x_2 = g_{02}t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2}$. $g_2 = g_{02} + a_2 t_2$ 6. Дополнительное условие: в момент времени $x_1 = x_2$, $t_1 = t_2 = t$. 7. $S_1 - g_{01}t + \frac{a_1 t^2}{2} = g_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2}$ $\left(\frac{a_2}{2} - \frac{a_1}{2}\right)t^2 + (g_{02} + g_{01})t - S_1 = 0$ 8. Проверка размерности $\frac{M}{c^2}c^2 + \frac{M}{c}c - M = 0$. 9. Расчет $\left(\frac{0,4}{2} - \frac{0,1}{2}\right)t^2 + (4+1)t - 150 = 0$. $0,15t^2 + 5t - 150 = 0$ $D = 25 + 4 \cdot 0,15 \cdot 150 = 115$; $\sqrt{D} \approx 10,7$ $t = \frac{-5 + 10,7}{2 \cdot 0,15} \approx 19 \text{ (с)}$
--	---

3) Стрела, выпущенная из лука вертикально вверх, упала на землю через 6 с. Какова начальная скорость стрелы и максимальная высота полета.

1. Движение стрелы – с ускорением $\vec{g}$.

2. Дано: $t = 6 \text{ с}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$	Решение: Схематический чертеж.  Выбираем СО. Ось Ox совпадает с поверхностью земли.
$g_0 - ?$ $y_{\max} - ?$	

3. Начальные условия.

$$\text{н.у.} \quad \begin{cases} g_0 \\ -g \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

4. Уравнения кинематики в векторной форме

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{g}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$
$$\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{a} t$$

5. Уравнения в проекции на ось ОУ.

$$y = g_0 t - \frac{g t^2}{2}$$
$$g = g_0 - g t$$

6. Дополнительное условие:

а) через время t стрела упадет на землю, т.е. $y = 0$

б) $y_{\max}$ будет достигнута через t подъема, при этом $g = 0$

7.

$$y = 0$$
$$0 = g_0 t - \frac{g t^2}{2}$$
$$g_0 = \frac{g t}{2}$$

8. Проверка размерности.

$$[g_0] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$9. \text{Расчет } g_0 = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Найдем $y_{\max}$. Для этого определим время подъема.

$$g = 0$$

$$0 = g_0 - g t_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{g_0}{g}$$

$$y_{\max} = g_0 t_{\text{под}} - \frac{g t_{\text{под}}^2}{2}$$

$$y_{\max} = \frac{g_0^2}{g} - \frac{g g_0^2}{2 g^2} = \frac{g_0^2}{2 g}$$

$$[y_{\max}] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}/\text{с}^2} = \text{м}; \quad y_{\max} = \frac{30^2}{2 \cdot 10} = 45 \text{ (м)}$$

4) Мальчик бросил горизонтально мяч из окна, находящегося на высоте 20 м. Сколько времени летел мяч до земли и с какой скоростью он был брошен, если упал на расстоянии 6 м от основания дома?

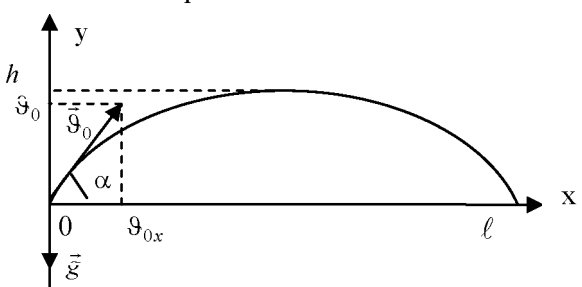
1. Движение на плоскости с ускорением $\vec{g}$.

2. Дано: $h = 20$ м $\ell = 6$ м	Решение: Схематический чертеж.
$t_1 - ?$ $\vartheta_0 - ?$	3. Начальные условия. н.у. вдоль оси ОХ $\begin{cases} \vartheta_{0x} = \vartheta_0 \\ a_x = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$, н.у. вдоль оси ОУ $\begin{cases} \vartheta_{0y} = 0 \\ a_y = -g \\ y_0 = h \end{cases}$. 4. Уравнения кинематики в векторной форме. $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\vartheta}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$ $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{a} t$ 5. Уравнения. уравнение 1 $\begin{cases} x = 0 + \vartheta_0 t + \frac{0 \cdot t^2}{2} \\ \vartheta_x = \vartheta_{0x} + 0 \cdot t \end{cases}$, или $\begin{cases} x = \vartheta_0 t \\ \vartheta_x = \vartheta_{0x} \end{cases}$ (движение равномерное), уравнение 2 $\begin{cases} y = h - \frac{g \cdot t^2}{2} \\ -\vartheta_y = -g \cdot t \end{cases}$, или $\begin{cases} y = h - \frac{g \cdot t^2}{2} \\ \vartheta_y = g \cdot t \end{cases}$ 6. Дополнительное условие: Через время t тело упадет на землю $y=0$ и $x = l$ (дальность полета)

	7. Найдем t $y = 0 \Rightarrow 0 = h - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 8. Проверка размерности. $[t] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{м/с}^2}} = \text{с}$. 9. Расчет $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = 2 \text{ (с)}$. Найдем g_0. $\begin{aligned} x &= l \\ x &= g_0 t \Rightarrow g_0 = \frac{l}{t} \end{aligned}$ $g_0 = \frac{6}{2} = 3 \text{ (м/с)}, \text{ размерность очевидна.}$
--	--

5) Тело брошено с начальной скоростью 20 м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени 1,5 с после начала движения: а) скорость тела; б) дальность полета; в) максимальную высоту подъема.

1. Тело движется в поле силы тяжести $\vec{g}$. Брошено под углом к горизонту.

2. Дано: $g_0 = 20 \text{ м/с}$ $\alpha = 30^\circ$ $t_1 = 1,5 \text{ с}$ $g_1 - ?$ $l_x - ?$ $h - ?$	Решение: Схематический чертеж.  3. Начальные условия. н.у. вдоль оси ОХ $\begin{cases} g_{0x} = g_0 \cdot \cos \alpha \\ a_x = 0 \\ x_0 = 0 \end{cases}$ н.у. вдоль оси ОУ $\begin{cases} g_{0y} = g_0 \cdot \sin \alpha \\ a_y = -g \\ y_0 = 0 \end{cases}$
--	---

4. Уравнения кинематики в векторной форме

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{g}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$$\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{a} t$$

5. Уравнения.

уравнение 1 $\begin{cases} x = g_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ g_x = g_0 \cdot \cos \alpha \end{cases}$

уравнение 2 $\begin{cases} y = g_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \\ g_y = g_0 \sin \alpha - g \cdot t \end{cases}$

6. Дополнительное условие:

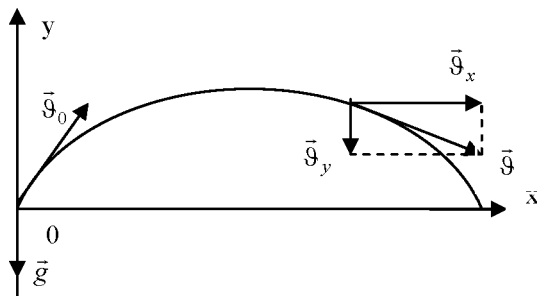
а) Скорость – векторная величина, и в любой момент времени этот вектор можно разложить на две составляющих $\vec{g}_x$ и $\vec{g}_y$ ($\vec{g}_x \perp \vec{g}_y$). Тогда $|\vec{g}|$ можно найти по т. Пифагора.

б) Дальность полета, точка $x = l$, через время всего полета. При этом тело падает на землю, т.е. $y=0$.

в) в момент достижения точки максимального подъема $g_y = 0$.

7,8,9.

а) Сделаем дополнительные пояснения к рисунку



$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

Из уравнения 1. $g_x = g_0 \cdot \cos \alpha$

Из уравнения 2. $g_y = g_0 \sin \alpha - g \cdot t$

$$g = \sqrt{(g_0 \cos \alpha)^2 + (g_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

$$g = \sqrt{(20 \cdot \cos 30^\circ)^2 + (20 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot 1,5)^2} = 18 \text{ (м/с)}$$

$$\text{б) } x = l$$

Из уравнения 1. $l = g_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$, где t – время полета.

Найдем t из условия $y = 0$.

$$\text{Из уравнения 2. } y = g_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$0 = g_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot g_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$\text{Тогда } l = g_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 \cdot g_0 \sin \alpha}{g}$$

$$l = \frac{g_0^2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \cos 2\alpha$$

$$l = \frac{g_0^2 \cdot \cos 2\alpha}{g}$$

$$\text{Проверка размерности } [l] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}.$$

$$\text{Расчет } l = \frac{20^2 \cdot \cos 60^\circ}{10} = 20 \text{ (м)}.$$

$$\text{в) } h = y_{\max}$$

$$\text{Из уравнения 2. } y = g_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}, \text{ где } t - \text{ время подъема.}$$

Найдем $t_{\text{под}}$ из условия $y_y = 0$.

$$\text{Из уравнения 2. } g_y = g_0 \sin \alpha - g \cdot t_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = \frac{g_0 \sin \alpha}{g}$$

$$h = g_0 \sin \alpha \cdot \frac{g_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g \cdot g_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \cdot g^2}$$

$$h = \frac{g_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

$$\text{Проверка размерности } [h] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}.$$

$$\text{Расчет } h = \frac{20^2 \cdot \sin^2 30^\circ}{2 \cdot 10} = 5 \text{ (м)}$$

1.1 Велосипедист проехал первую половину времени своего движения со скоростью 16 км/ч, вторую – со скоростью 12 км/ч. Определить среднюю скорость движения велосипедиста. (14 км/ч). А.1.1

1.2 Студент проехал половину пути на велосипеде со скоростью 16 км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью 12 км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью 5 км/ч. Определить среднюю скорость движения студента на всем пути. (11,1 км/ч). А.1.1

1.3 Поезд первую половину пути шел со скоростью в 1,5 раза большей, чем вторую половину пути. Средняя скорость поезда на всем пути 43,2 км/ч. Какова скорость поезда на каждом из участков пути? (54 км/ч, 36 км/ч) А.1.1

1.4 Всадник за первые 40 мин преодолел 5 км. Следующий час он передвигался со скоростью 10 км/ч, а оставшиеся 6 км пути – со скоростью 12 км/ч. Определить среднюю скорость всадника за все время движения, за первый час движения и на первой половине пути. (9,7 км/ч, 8,3 км/ч, 8,6 км/ч). А.1.1

1.5 Кабина лифта поднимается в течение первых 4 с равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина движется в течение 8 с, а последние 3 с она движется равнозамедленно. Определить перемещение кабины лифта и среднюю скорость движения. (46 м, 3,1 м/с). А.1.1 и А.1.2

1.6 Пушка и цель находятся на одном уровне на расстоянии 5,1 км друг от друга. Через сколько времени снаряд с начальной скоростью 240 м/с достигнет цели. (Через 0,41 или 0,71 мин в зависимости от начального угла). А.1.2

1.7 Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один, имея скорость 18 км/ч, поднимается в гору равнозамедленно с ускорением 20 см/с^2 . Другой, имея скорость 5,4 км/ч, спускается равноускоренно с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Через какое время велосипедисты встретятся и какое перемещение совершит каждый из них до встречи, если расстояние между ними в начальный момент времени 130 м? (20 с, 60 м, 70 м). А.1.2

1.8 При равноускоренном движении из состояния покоя тело проходит за пятую секунду 90 см. Определить перемещение тела за седьмую секунду. (1,3 м). А.1.2

1.9 С воздушного шара, опускающегося вниз с постоянной скоростью 2 м/с, бросили вертикально вверх груз со скоростью 18 м/с относительно земли. Определить расстояние между шаром и грузом в момент, когда груз дос-

тигнет высшей точки своего подъема? Через какое время груз пролетит мимо шара, падая вниз? Трением о воздух пренебречь. (20 м, 4 с). А.1.2

1.10 Камень брошен вертикально вверх. На высоте h камень побывал дважды с интервалом времени Δt . Определить начальную скорость бросания камня. ($v_0 = \frac{\sqrt{8gh + g^2 \Delta t^2}}{2}$). А.1.2

1.11 Тело падает с высоты 490 м. Определить перемещение тела, совершенное в последнюю секунду падения. (93 м). А.1.2

1.12 Мяч, брошенный вертикально вверх, упал на землю через 3 с. С какой скоростью был брошен мяч и на какую высоту он поднимался? (14,7 м/с, 11 м). А.1.2

1.13 Расстояние между двумя соседними станциями (3 км) поезд метро проходит со средней скоростью 54 км/ч. При этом на разгон он затрачивает время 20 с, затем идет равномерно некоторое время (t_2) и на замедление до полной остановки тратит время 10 с. Определить наибольшую скорость поезда. (16,2 м/с). А.1.2 и А.1.1

1.14 Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, ударяется в земляной вал и проникает в него на глубину 36 см. Сколько времени она двигалась внутри вала? С каким ускорением? На какой глубине скорость пули уменьшится в 3 раза? Чему равна скорость пули к моменту, когда пуля пройдет 99% своего пути? ($1,8 \cdot 10^{-3}$ с, $2,21 \cdot 10^5$ м/с², 282 м/с, 32 см, 40 м/с). А.1.2

1.15 Свободно падающее тело за последнюю секунду падения прошло 1/3 своего пути. Найти время падения и высоту, с которой упало тело. (5,45 с, 145 м). А.1.2

1.16 Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Когда оно достигло высшей точки пути, из того же начального пункта с той же скоростью брошено второе тело. На какой высоте от начального пункта они встретятся? ($\frac{3v_0^2}{8g}$). А.1.2

1.17 Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением 2 м/с². Через 5 с от начала движения из него выпал предмет. Через какое время этот предмет упадет на землю? (3,4 с). А.1.2

1.18 Аэростат начал опускаться с высоты 66 м с ускорением 3 м/с^2 . Через 2 с от начала его движения из него выпал предмет. Через какое время этот предмет упадет на землю? (2,9 с). А.1.2

1.19 Камень бросают горизонтально с вершины горы, имеющей угол наклона α . С какой скоростью должен быть брошен камень, чтобы он упал на гору на расстоянии ℓ от вершины. ($\sqrt{\frac{\ell g \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha}}$). А.1.2

1.20 На некоторой высоте одновременно из точки брошены два тела под углом 45° к вертикали со скоростью 20 м/с: одно вниз, другое вверх. Определить разность высот, на которых будут тела через 2 с. Как движутся эти тела друг относительно друга? (56,4 м, тела расходятся с постоянной скоростью).

1.21 Из т. А свободно падает тело. Одновременно из т. В под углом α к горизонту бросают другое тело так, что оба тела столкнулись в воздухе. Показать, что угол бросания не зависит от начальной скорости тела, брошенного из т. В, и определить этот угол, если $H / \ell = \sqrt{3}$. Сопротивлением воздуха пренебречь. ($\text{tg} \alpha = \sqrt{3}$, $\alpha = 60^\circ$).

1.22 Тело брошено под углом α к горизонту со скоростью g_0 . Определить скорость этого тела на высоте h над горизонтом. Зависит ли эта скорость от угла бросания? Сопротивление воздуха не учитывать. ($\sqrt{g_0^2 - 2gh}$, нет).

1.23 Из трех труб, расположенных на земле, с одинаковой скоростью бьют струи воды: под углом 60° , 45° , 30° к горизонту. Найти отношение наибольших высот подъема струй воды, вытекающих из каждой трубы, и дальность падения воды на землю. Сопротивление воздуха движению водяных струй не учитывать. ($h_1 : h_2 : h_3 = 3 : 2 : 1$, $\ell_1 : \ell_2 : \ell_3 = \sqrt{3} : 2 : \sqrt{3}$).

1.24 Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема $h = \frac{1}{4} \ell$, ℓ – дальность полета. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол бросания к горизонту. (45°).

1.25 С башни высотой 40 м брошено тело с начальной скоростью 20 м/с под углом 45° к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить:

1) время движения тела; 2) на каком расстоянии от основания башни тело упадет на землю; 3) скорость падения тела на землю. (4,64 с, 65,7 м, 34,4 м/с).

1.26 Тело брошено равноускоренно с начальной скоростью ϑ_0 . Определить ускорение тела, если за время 2 с оно прошло путь 16 м и его скорость возросла в 3 раза. (4 м/с^2).

1.27 Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения 5 м/с^2 . Определить в конце десятой секунды скорость точки и пройденный точкой путь. (25 м/с , $83,3 \text{ м}$).

1.28 Тело падает с высоты 19,6 м без начальной скорости. Какой путь пройдет тело за n -ю секунду своего падения, за последнюю секунду? За какое время тело пройдет n -й метр своего пути, последний метр? ($S_n = \frac{gt_0^2}{2}(2n-1)$,

где $t_0 = 1 \text{ с}$, $S_{\text{посл}} = 15 \text{ м}$, $\Delta t_n = \sqrt{\frac{2S_0}{g}(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})}$, где $S_0 = 1 \text{ м}$,

$$\Delta t_{\text{посл}} = \sqrt{\frac{2}{g}(\sqrt{2} - 1)} \text{ с}.$$

1.29 Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 м от места бросания. Высота места удара о стенку на 4,9 м меньше высоты, с которой брошен мяч. С какой скоростью брошен мяч? Под каким

углом мяч подлетает к поверхности стенки? ($\vartheta_0 = \ell \sqrt{\frac{g}{2\Delta h}} = 5 \text{ м/с}$, $\text{tg} \alpha = 0,5$).

ГЛАВА 3. УСКОРЕНИЕ

Ускорение – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости в данный момент времени.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t} = \frac{d\vec{g}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}; \quad [a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Скорость как векторная величина может меняться и по модулю и по направлению.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{g}}{dt} = \frac{d(g\vec{\tau})}{dt} = \frac{dg}{dt} \vec{\tau} + g \frac{d\vec{\tau}}{dt},$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор.

Таким образом, вектор ускорения раскладывается на две составляющие: тангенциальное и нормальное ускорение $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено по касательной к траектории в данной точке (вдоль той же прямой, что и вектор скорости) и характеризует быстроту изменения модуля скорости.

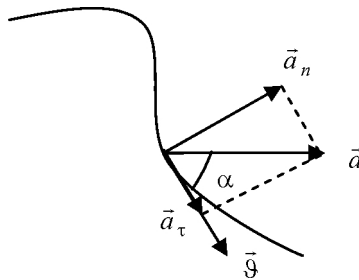
$$\vec{a}_\tau = \frac{dg}{dt} \vec{\tau},$$

$\vec{a}_\tau \uparrow \uparrow \vec{g}$ при равноускоренном движении,

$\vec{a}_\tau \uparrow \downarrow \vec{g}$ при равнозамедленном движении.

Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ направлено в каждой точке к центру окружности, частью которой является участок траектории, и характеризует быстроту изменения направления скорости.

$$\begin{aligned} \vec{a}_n &\perp \vec{g}, \\ \vec{a}_n &\perp \vec{a}_\tau. \end{aligned}$$



По модулю $a_n = \frac{g^2}{R}$, где R – радиус кривизны соответствующей окружности.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

по теореме Пифагора: $|\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\vartheta^2}{R}\right)^2}.$

Пусть α – угол между векторами скорости и ускорения, тогда

$$a_\tau = a \cdot \cos \alpha,$$

$$a_n = a \cdot \sin \alpha.$$

В частных случаях прямолинейного движения есть только тангенциальное ускорение. В случае равномерного движения по окружности – только нормальное.

Алгоритм 1.3. Тангенциальное и нормальное ускорение. Радиус кривизны траектории

1. Записать краткое условие задачи. Сделать схематический чертеж (выбрать СО, изобразить векторы ускорений $\vec{a}, \vec{a}_\tau, \vec{a}_n$ и векторы скоростей $\vec{\vartheta}, \vec{\vartheta}_x, \vec{\vartheta}_y$).
2. Из треугольника скоростей найти углы между векторами $\vec{\vartheta}$ и $\vec{\vartheta}_x$, $\vec{\vartheta}$ и $\vec{\vartheta}_y$. Скорости $|\vec{\vartheta}_x|, |\vec{\vartheta}_y|$ в любой момент времени можно определить по А.1.2.
3. Используя подобие треугольников скоростей и ускорений найти неизвестные величины.*
4. Для нахождения радиуса кривизны траектории необходимо воспользоваться формулой $R = \frac{\vartheta^2}{a_n}$, где $\vartheta^2 = \vartheta_x^2 + \vartheta_y^2$.

***Примечание:** при движении в поле силы тяжести полное ускорение – это ускорение свободного падения $\vec{g}$.

Примеры решения задач с использованием А.1.3.

- 1) Тело брошено со скоростью $\vartheta_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени 1,5 с после начала движения:
- а) полное ускорение;
 - б) нормальное ускорение;
 - в) тангенциальное ускорение.

1. Дано:

$$g_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$t = 1,5 \text{ с}$$

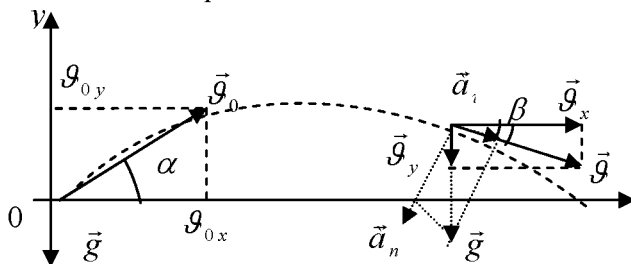
$$\dot{\alpha} - ?$$

$$\dot{\alpha}_n - ?$$

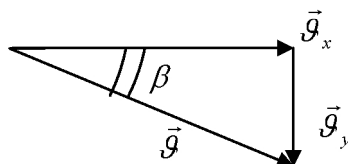
$$\dot{\alpha}_\tau - ?$$

Решение:

Схематический чертеж.



2. Рассмотрим треугольник скоростей.



Найдем $\angle \beta$.

Достаточно найти одну тригонометрическую функцию.

$$\cos \beta = \frac{g_x}{g}, \quad \sin \beta = \frac{g_y}{g}$$

Выразим g_x , g и g_y через известные величины.

$$g_x = g_{0x} = g_0 \cos \alpha$$

$$g_y = -g_{0y} + gt = -g_0 \sin \alpha + gt \quad (\bar{g}_y \uparrow \uparrow \bar{g} \uparrow \downarrow \bar{g}_{0y})$$

$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

Тогда

$$\cos \beta = \frac{g_0 \cos \alpha}{\sqrt{g_0^2 \cos^2 \alpha + (-g_0 \sin \alpha + gt)^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{20 \cdot 0,87}{\sqrt{400 \cdot 0,75 + (-20 \cdot 0,5 + 10 \cdot 1,5)^2}} = 0,96$$

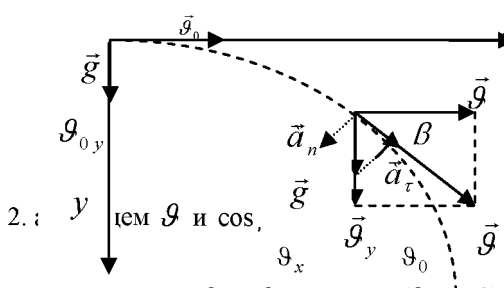
$$\sin \beta = \frac{(-g_0 \sin \alpha + gt)}{\sqrt{g_0^2 \cos^2 \alpha + (-g_0 \sin \alpha + gt)^2}}, \quad \sin \beta = 0,28$$

	3. Найдем $\angle \beta$ в треугольнике скоростей а) полное ускорение в поле силы тяжести всегда $\vec{g}$ $a = g$ б) $a_n = g \cos \beta$ $a_n = 10 \cdot 0,95 = 9,5 \text{ (м/с}^2\text{)}$ в) $a_\tau = g \sin \beta$ $a_\tau = 10 \cdot 0,28 = 2,8 \text{ (м/с}^2\text{)}$ Или $a_\tau = \sqrt{g^2 - a_n^2}$ $a_\tau = \sqrt{10^2 - 9,5^2} = 2,8 \text{ (м/с}^2\text{)}$ В этом случае не нужно было находить $\sin \beta$.
--	---

2) С башни в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью $g_0 = 10 \text{ м/с}$.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени $t = 2 \text{ с}$ после начала движения:

- скорость тела;
- радиус кривизны его траектории.

1. Дано: $g_0 = 10 \text{ м/с}$ $t = 2 \text{ с}$ $g - ?$ $R - ?$	Решение: Схематический чертеж.  2. : y ием g и $\cos$, $g_y = g_{0y} + gt = gt (g_{0y} = 0)$ $g = \sqrt{g_y^2 + (gt)^2}$ $g = \sqrt{10^2 + (10 \cdot 2)^2} = 22,4 \text{ (м/с)}$
--	--

	$\cos \beta = \frac{9_x}{9}, \quad \cos \beta = \frac{9_0}{9}$ $\cos \beta = \frac{10}{22} = 0,45$ б) Найдем радиус кривизны траектории $R = \frac{9^2}{a_n}$ $a_n = g \cdot \cos \beta$ Тогда $R = \frac{9^2}{g \cdot \cos \beta},$ $R = \frac{22,4^2}{10 \cdot 0,45} = 111,5 \text{ м}$
--	---

1.30 Камень брошен горизонтально со скоростью 15 м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорения камня через время 1с после начала движения. ($a_n = 0,8g$, $a_\tau = 0,6g$). А.1.3

1.31 Мяч брошен со скоростью 10 м/с под углом 45^0 к горизонту. Найти радиус кривизны траектории мяча через 1с после начала движения. (6,3 м). А.1.3

1.32 Камень, брошенный горизонтально на высоте 6 м, упал на землю на расстоянии 10 м от точки бросания. Найдите а) начальную скорость камня; б) нормальное и тангенциальное ускорения камня через время 0,2 с после начала движения; в) радиус кривизны траектории в этот момент. (а) 7,1 м/с, б) $a_n = 9,4 \text{ м/с}^2$, $a_\tau = 2,7 \text{ м/с}^2$, в) 5,3 м). А.1.2 и А1.3

1.33 Дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, равна 10 м, время полета 5 с. Найдите высоту наибольшего подъема тела и радиус кривизны траектории в точках бросания и наибольшего подъема; наибольшее и наименьшее значения нормального и тангенциального ускорений. (30,6 м, 12,5 м, 0,41 м; $a_{n\max} = g$, $a_{n\min} = 0,8g$, $a_{\tau\max} = g$, $a_{\tau\min} = 0$). А.1.2. и А.1.3

ГЛАВА 4. КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

В ДСК радиус-вектор материальной точки $\vec{r}(t)$ можно рассчитать через составляющие:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}, \quad (4.1)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные направляющие векторы осей OX, OY, OZ;

$x(t), y(t), z(t)$ – проекции вектора $\vec{r}(t)$ на оси OX, OY, OZ.

Величина $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ по теореме Пифагора. (4.2)

Скорость материальной точки по определению

$$\vec{\vartheta}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}. \quad (4.3)$$

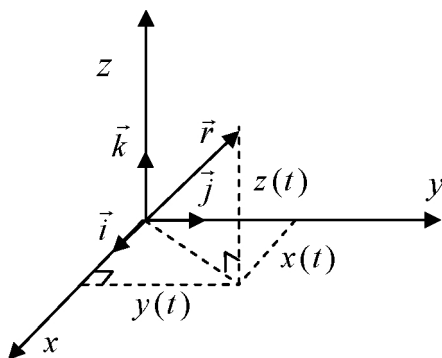
$$\text{Тогда } \vec{\vartheta}(t) = \frac{d}{dt}(x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}) = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} \quad (4.4)$$

$$\left(\frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{d\vec{k}}{dt} = 0, \text{ т.к. } \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \text{const} \right).$$

Т.к. $\frac{dx}{dt} = \vartheta_x, \frac{dy}{dt} = \vartheta_y, \frac{dz}{dt} = \vartheta_z$, получаем $\vec{\vartheta} = \vartheta_x\vec{i} + \vartheta_y\vec{j} + \vartheta_z\vec{k}$, где

$\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ – проекции вектора скорости на соответствующие оси.

$$\text{По теореме Пифагора } |\vec{\vartheta}| = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2}. \quad (4.5)$$



Аналогично для вектора ускорения:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}, \quad (4.6)$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad (4.7)$$

где $a_x = \frac{d\vartheta_x}{dt}, a_y = \frac{d\vartheta_y}{dt}, a_z = \frac{d\vartheta_z}{dt}.$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (4.8)$$

Алгоритм 1.4. Законы движения

1. Прочитать условие задачи. Выписать имеющиеся уравнения, выделить проекции заданных векторов.

2. Неизвестные величины найти по формулам (4.1) – (4.8).

3. Уравнение траектории материальной точки $y(x)$ находится путем исключения из системы уравнений $y(t)$ и $x(t)$ времени. Это уравнение не показывает временной развертки, т.е. не задает само движение, а указывает вид кривой, по которой движется точка в пространстве.

Примеры решения задач с использованием А.1.4.

1) Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 3t \vec{j} + 2 \vec{k}$. Определить: а) скорость $\vec{\vartheta}$; б) ускорение $\vec{a}$; в) модуль скорости в момент времени $t = 2$ с.

Дано: $\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 3t \vec{j} + 2 \vec{k}$ $t = 2$ с	Решение: 1. $\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 3t \vec{j} + 2 \vec{k}$, где $x(t) = 4t^2$, $y(t) = 3t$, $z(t) = 2$.
$a - ?$ $a_n - ?$ $a_\tau - ?$	2. а) по формуле (4.3) $\vec{\vartheta} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vartheta_x \vec{i} + \vartheta_y \vec{j} + \vartheta_z \vec{k}$ $\vartheta_x = \frac{dx}{dt}; \vartheta_x = (4t^2)' = 8t$ $\vartheta_y = \frac{dy}{dt}; \vartheta_y = 3$ $\vartheta_z = \frac{dz}{dt}; \vartheta_z = 0$

	Тогда $\vec{g} = 8t\vec{i} + 3\vec{j}$ б) по формуле (4.6) $\vec{a} = \frac{d\vec{g}}{dt}$ $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ $a_x = \frac{d g_x}{dt}; a_x = 8$ $a_y = \frac{d g_y}{dt}; a_y = 0$ $a_z = \frac{d g_z}{dt}; a_z = 0$ Тогда $\vec{a} = 8\vec{i}$ в) по формуле (4.5) $ \vec{g} = \sqrt{(8t)^2 + 3^2 + 0^2}$ Для $t=2$ с $ \vec{g} = \sqrt{(8 \cdot 2)^2} = 16 \text{ (ед.изм.)}$
--	--

2) Движение материальной точки в плоскости XY описывается законом $x = At$, $y = At(1 + Bt)$, где A и B – положительные постоянные. Определить: а) уравнение траектории материальной точки $y(x)$; б) радиус-вектор $\vec{r}(t)$; в) скорость $\vec{g}(t)$; г) ускорение точки $\vec{a}(t)$.

1. Дано: $x = At$ $y = At(1 + Bt)$ $A, B = const$ $y(x) - ?$ $\vec{r}(t) - ?$ $\vec{g} - ?$ $\vec{a}(t) - ?$	Решение: 1. а) $\begin{cases} x = At \\ y = At(1 + Bt) \end{cases}$ Выразим t, $t = \frac{x}{A}$ и подставим в $y(t)$ $y = A \frac{x}{A} (1 + B \frac{x}{A})$ $y = x + \frac{Bx^2}{A} - \text{это уравнение траектории.}$
---	--

	б) по формуле (4.1) $\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j}$ $\vec{r}(t) = At\vec{i} + At(1+Bt)\vec{j}$ в) по формуле (4.5) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $v_x = \frac{dx}{dt}; v_x = A$ $v_y = \frac{dy}{dt}; v_y = A + 2ABt$ Тогда $v = \sqrt{A^2 + A^2(1+2Bt)^2}$ $v = A\sqrt{1+(1+2Bt)^2}$ г) по формуле (4.8) $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2},$ где $a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_x = \frac{dA}{dt} = 0$ $a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_y = \frac{d}{dt}(A + 2ABt) = 2AB$ Тогда $a = \sqrt{0 + (2AB)^2} = 2AB$
--	--

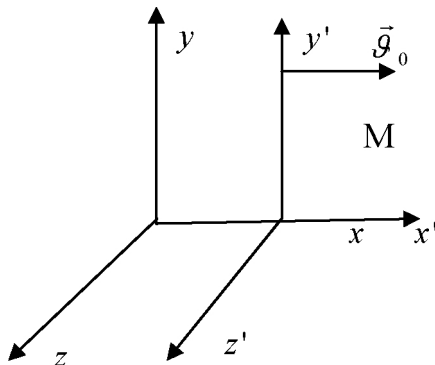
1.34 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{i} + 3t^2\vec{j}$, где $\vec{i}, \vec{j}$ – орты осей OX, OY. Определить для момента времени 1 с модуль скорости; модуль ускорения; написать уравнения $\vec{v}(t), \vec{a}(t)$. (6,7 м/с, 8,48 м/с²). А.1.4

1.35 Точка движется со скоростью $\vec{v} = t(2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k})$. Найти модуль скорости в момент времени 1 с; ускорение точки в этот момент времени и путь, пройденный точкой с момента времени 2 с до момента времени 3 с. (5,4 м/с, 5,4 м/с², 13,5 м). А.1.2, А.1.4

1.36 Зависимость координат частицы от времени имеет вид $x = A\cos\omega t$, $y = A\sin\omega t$, $z = 0$. Определить радиус-вектор частицы $\vec{r}$, скорость $\vec{v}$, ускорение $\vec{a}$ и их модули. ($r = A$, $v = A\omega$, $a = A\omega^2$). А.1.4

ГЛАВА 5. ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ В МЕХАНИКЕ. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

Рассмотрим движение материальной точки в инерционных системах отсчета k и k' , причем k' движется относительно k со скоростью $\vec{g}_0$.



Движение частицы (т. M) относительно неподвижной СК (k) называется абсолютным. Скорость т. M в системе k также называется абсолютной ($\vec{g}_{абс}$). Движение частицы относительно подвижной СК (k') называется относительным ($\vec{g}_{отн}$). Движение подвижной системы координат k' относительно неподвижной k называется переносным ($\vec{g}_{пер}$).

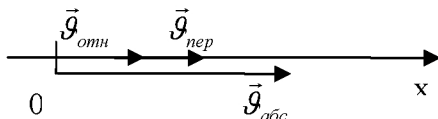
Классическая теорема сложения скоростей:

$$\vec{g}_{абс} = \vec{g}_{отн} + \vec{g}_{пер} \quad (5.1)$$

Задачи сводятся к правильному выбору двух ИСО. Наглядно продемонстрировать выполнение этой формулы можно на примере движения человека в движущемся поезде. Пусть земля – неподвижная СК (k), поезд – подвижная СК (k'), которая движется со скоростью поезда $\vec{g}_{пер}$ относительно земли.

Рассмотрим движение человека в этом поезде:

а) Человек идет в направлении движения поезда со скоростью $\vec{g}_{отн}$ относительно поезда.



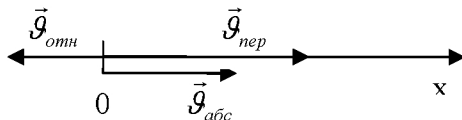
В этом случае его скорость относительно земли увеличивается (дома, деревья и т.п. за окном будут проноситься быстрее).

$$\vec{g}_{abc} = \vec{g}_{отн} + \vec{g}_{пер}.$$

В проекции на ось ОХ (только в такое уравнение можно подставлять численные значения)

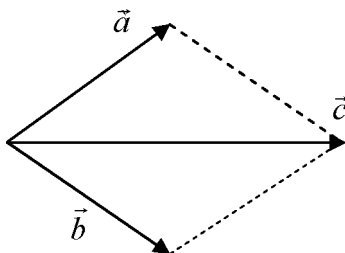
$$g_{abc} = g_{отн} + g_{пер}.$$

б) Если же человек идет против движения поезда, то, наоборот, его скорость относительно земли (домов, деревьев) уменьшается.

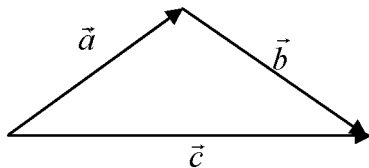


$$g_{abc} = -g_{отн} + g_{пер}.$$

В общем случае векторы скоростей направлены под углами друг другу. Тогда применяются векторные правила сложения (треугольника или параллелограмма).



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (вектора откладываются из одной точки).

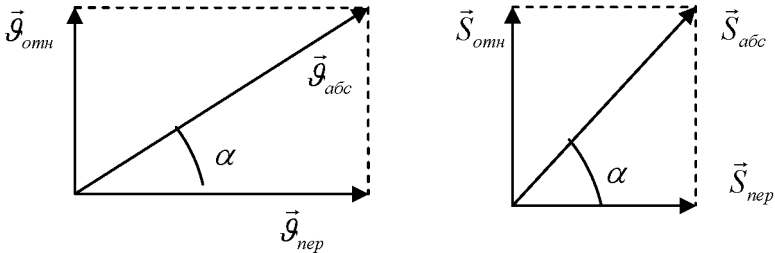


$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (вектора откладываются последовательно).

Время движения материальной точки одинаково в любой ИСО (k и k') (инвариантно). Меняется лишь путь, пройденный точкой. Каждой скорости соответствует свой путь.

$$\begin{aligned}
 S_{abc} &= t \cdot g_{abc} \\
 S_{отн} &= t \cdot g_{отн} \\
 S_{пер} &= t \cdot g_{пер}
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Например,



$$\vec{S}_{abc} = \vec{S}_{отн} + \vec{S}_{пер} .
 \tag{5.3}$$

Чем больше скорость, тем больше путь. Треугольник скоростей подобен треугольнику векторов путей с коэффициентом подобия t , т.е.

$$\frac{S_{abc}}{g_{abc}} = \frac{S_{отн}}{g_{отн}} = \frac{S_{пер}}{g_{пер}} = t .
 \tag{5.4}$$

В случае прямоугольных треугольников удобно пользоваться теоремой Пифагора для нахождения величин, а также тригонометрическими функциями угла ($\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$), (если $\alpha \neq 90^\circ$ используется теорема косинусов).

Алгоритм 1.5. Классическая теория сложения скоростей

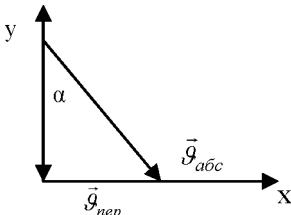
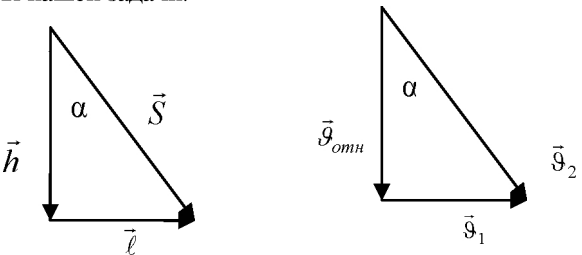
1. Прочитать условие задачи, определить движущееся тело и две ИСО (неподвижную и движущуюся). Обозначить скорости (g_{abc} , $g_{отн}$, $g_{пер}$).
2. Сделать схематический чертеж: выбрать ДСК, изобразить векторы скоростей и векторы путей (в случае необходимости).
3. Выделить известные и неизвестные величины (можно пометить на рисунке кружочком).
4. Решить задачу, используя формулы (5.1 – 5.4).
5. Оценить результат.

Примечание: желательно ситуации, рассматриваемые в физике (классической механике), уметь представлять в своем воображении (как это выглядит на самом деле). Здесь же это делать необходимо. Как правило (но не везде), за неподвижную СО выбирают Землю. Представьте, что вы стоите на земле (значит, вы тоже неподвижная СО). То движение которое вы видите реально, и есть абсолютное ($\vec{S}_{abc}$, $\vec{g}_{abc}$). Движущиеся

системы отчета – это то, что движется относительно вас (вода, ветер, поезд...). Их скорость (с заданным направлением – переносная ($\vec{S}_{пер}$, $\vec{g}_{пер}$)). Но если бы этих движущихся объектов (вода, ветер...) не было, то движение материальной точки происходило бы по другой траектории, и с другой скоростью (это и есть $\vec{S}_{отн}$ и $\vec{g}_{отн}$). Проверить себя при составлении чертежа можно векторным равенством $\vec{g}_{абс} = \vec{g}_{отн} + \vec{g}_{пер}$.

Примеры решения задач с использованием А.1.5

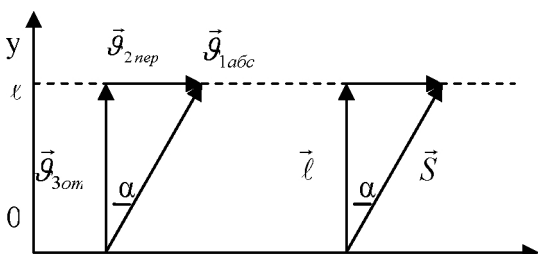
1) Капля дождя при скорости ветра $g_1 = 10$ м/с падает под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. Определить скорость капли относительно земли и время падения капли, если она пролетает 100 м до поверхности земли.

Дано: $\vec{g}_1 = 10$ м/с $\alpha = 30^\circ$ $S = 100$ м $g_2 - ?$ $t - ?$	Решение: 1. Тело – капля Неподвижная СО – земля. Подвижная СО – ветер. Скорость капли относительно земли $g_{абс} = g_2$. Скорость капли относительно ветра $g_{отн}$. Скорость ветра относительно земли $g_{пер} = g_1$. 2.  Примечание: человек видит «косой» дождь, без ветра капля падала бы вниз. Для нашей задачи.  где S – реальный путь капли; h – высота облака над землей.
---	--

	3. Известные величины: ϑ_1, α – в треугольнике скоростей, S, α – в треугольнике путей. 4. Из прямоугольного треугольника скоростей $\vartheta_2 = \frac{\vartheta_1}{\sin \alpha}, \quad \vartheta_2 = \frac{10}{\sin 30} = 20 \text{ (м/с)}$ Время $t = \frac{S}{\vartheta_2} = \frac{h}{\vartheta_{отн}} = \frac{\ell}{\vartheta_1}$ Так как известны S и ϑ_2, то $t = \frac{S}{\vartheta_2}, \quad t = \frac{100}{20} = 5 \text{ (с)}$
--	--

2) Лодка, движущаяся со скоростью 10 м/с относительно берега, должна переправиться через реку по кратчайшему пути.

- Какой курс должна держать лодка, если скорость течения 3,6 км/ч?
- Какова скорость лодки относительно воды?
- Сколько времени займет переправа если ширина реки 100 м?

Дано: $\vartheta_1 = 10 \text{ м/с}$ $\vartheta_2 = 3,6 \text{ км/ч} = 1 \text{ м/с}$ $\ell = 100 \text{ м}$ $\alpha, \vartheta_3, t - ?$	Решение: 1. Тело – лодка Неподвижная СО – земля. Подвижная СО – вода. Скорость лодки относительно земли $\vec{\vartheta}_{абс} = \vec{\vartheta}_1$, скорость лодки относительно воды $\vec{\vartheta}_{отн} = \vec{\vartheta}_3$, скорость воды относительно земли $\vec{\vartheta}_{пер} = \vec{\vartheta}_2$. 2.  Примечание: с берега видно, что лодка плывет под углом к перпендикуляру к берегам (абсолютное движение). При отсутствии течения кратчайший путь – перпендикулярно берегам (относительное движение).
--	--

	3. Известные величины: g_1, g_2, ℓ. 4. а) Из прямоугольного треугольника скоростей $\sin \alpha = \frac{g_2}{g_1}$ $\sin \alpha = \frac{1}{10}, \alpha = 5,7^\circ$ б) $g_3 = \sqrt{g_1^2 - g_2^2}$ $g_3 = \sqrt{10^2 - 1^2} = 9,95 \text{ (м/с)}$ в) $t = \frac{\ell}{g_3}, t = \frac{100}{9,95} = 10,05 \text{ с}$
--	--

1.37 Капля дождя при скорости ветра 11 м/с падает под углом 30° к вертикали. Определить, при какой скорости ветра капля будет падать под углом 45° . (19 м/с). А.1.5

1.38 Найти скорость относительно берега лодки, идущей по течению, против течения и под углом 90° к направлению течения. Скорость течения реки 1 м/с, скорость лодки относительно берега 2 м/с. (3 м/с, 1 м/с, 2,24 м/с). А.1.5

1.39 Лодка движется перпендикулярно к берегу со скоростью 7,2 км/ч. Течение относит ее вниз на расстояние 150 м. Найти скорость течения реки и время, затраченное на переправу. Ширина реки 0,5 км. (0,6 м/с, 250 с). А.1.5

1.40 Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами А и В по течению реки за 3 ч, а плот за 12 ч. Сколько времени затратит моторная лодка на обратный путь? (6 ч). А.1.5

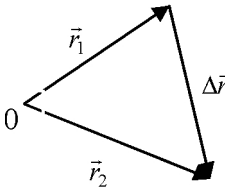
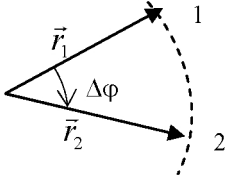
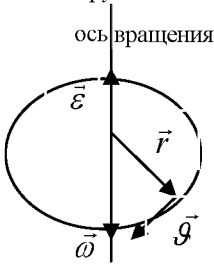
1.41 Эскалатор метро спускает идущего по нему человека за 1 мин. Если человек будет идти вдвое быстрее, то он спустится за 45 с. Сколько времени спускается человек, стоящий на эскалаторе? (1,5 мин). А.1.5

1.42 Между двумя пунктами, расположенными на реке на расстоянии 100 км один от другого, курсирует катер, который, идя по течению, проходит это расстояние за 4 ч, а против течения – за 10 ч. Определить скорость реки и скорость катера относительно воды. (7,5 км/ч, 17,5 км/ч). А.1.5

1.43 Какова скорость капель отвесно падающего дождя, если шофер легкового автомобиля заметил, что капли дождя не оставляют следа на заднем стекле, наклоненном вперед под углом 60° к горизонту, когда скорость автомобиля больше 30 км/ч? (14,4 м/с). А.1.5

ГЛАВА 6. ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Проведем аналогию между понятиями и формулами, используемыми в темах «Кинематика поступательного движения материальной точки» и «Движение материальной точки по окружности».

Понятие и формула	Поступательное движение	Движение по окружности
перемещение	$\Delta \vec{r}$ (м) 	$\Delta \varphi$ – угловое перемещение (рад)  $\varphi = 2\pi N$, N – число оборотов
скорость	линейная $\vec{g}$ (м/с) $\vec{g} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ $\vec{g} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ $g = \omega \cdot r$	угловая $\vec{\omega}$ (рад/с) или $\left(\frac{1}{c}\right)$ $\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$; показывает быстроту изменения угла поворота со временем
ускорение	Линейное $\vec{a}$ (м/с ²) $\vec{a} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}]$ $a_\tau = \varepsilon \cdot r$ $a_n = \omega^2 \cdot r$, a_τ – тангенциальное ускорение a_n – нормальное ускорение $a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$	Угловое $\vec{\varepsilon} \left(\frac{1}{c^2}\right)$ $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ $\vec{\varepsilon} \uparrow \vec{\omega}$ – при равноускоренном движении по окружности $\vec{\varepsilon} \downarrow \vec{\omega}$ – при равнозамедленном движении по окружности 

уравнения движения	$x = x_0 \pm \vartheta_{0x} \pm \frac{a_x t^2}{2}$ $\vartheta_x = \pm \vartheta_{0x} \pm a_x t$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t$
период вращения линейная частота вращения		T (с) – время одного полного оборота, $\nu \left(\frac{1}{\text{с}} \right)$ или (Гц) – число оборотов в единицу времени, $\nu = \frac{N}{t}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\nu = \frac{1}{T}$ $\omega = 2\pi\nu$

Задачи по данной теме не предполагают построения чертежа. Решаются с привлечением формул из вышеприведенной таблицы.

Алгоритм 1.6. Кинематика вращательного движения

1. Прочитать условие задачи, выписать краткие данные.
2. Исходя из условия, решить задачу, используя формулы из таблицы.
3. В случае необходимости проверить размерность. Произвести расчет.

Примеры решения задач с использованием А.1.6

1) Колесо радиусом $r = 10$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени можно выразить уравнением $\varphi = a + bt^2 + ct^3$, где a, b, c – константы, $b = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$, $c = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2$ с после начала движения:

- а) линейную и угловую скорости;
- б) нормальное, тангенциальное и полное ускорения;
- в) угловое ускорение.

Дано: $r = 0,1 \text{ м}$ $\varphi = a + bt^2 + ct^3$ $b = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$ $c = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^3}$ $t = 2 \text{ с}$	Решение: а) Найдем ϑ и ω По определению $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\omega = 2bt + 3ct^2$ $\omega = 2 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot 2^2 = 20 \left(\frac{1}{\text{с}} \right)$ $\vartheta = \omega \cdot r$ $\vartheta = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ (м/с)}$
а) ϑ, ω – ? б) a_n, a_τ, a – ? в) ε – ?	б) Найдем a_n, a_τ, a_x $a_n = \omega^2 \cdot r = \frac{\vartheta^2}{r}$ $a_n = \frac{2^2}{0,1} = 40 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$ $a_\tau = \varepsilon \cdot r, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ в) Найдем ε $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ $\varepsilon = 2 \cdot b + 6 \cdot c \cdot t$ $\varepsilon = 2 \cdot 2 + 6 \cdot 1 \cdot 2 = 16 \left(\frac{1}{\text{с}^2} \right)$ Тогда $a_\tau = 16 \cdot 0,1 = 1,6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$ $a = \sqrt{40^2 + 1,6^2} = 40,03 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right)$

2) Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою скорость за 1 мин с 300 об/мин до 180 об/мин.

Найти:

а) угловое ускорение колеса;

б) число оборотов, сделанных им за это время.

Дано: $t = 60 \text{ с}$ $\nu_0 = 300 \text{ об/мин} =$ $= 5 \text{ об/с}$ $\nu = 3 \text{ об/с}$	Решение: В данной задаче движение по окружности идет с изменяющейся угловой скоростью. $\omega = \omega_0 - \varepsilon \cdot t$ (движение равнозамедленное) $\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ $\omega = 2\pi\nu$
а) $\varepsilon - ?$ б) $N - ?$	а) Найдем угловое ускорение: $2\pi\nu = 2\pi\nu_0 - \varepsilon \cdot t$ $\varepsilon = \frac{2\pi \cdot (\nu_0 - \nu)}{t}$ $\varepsilon = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (5 - 3)}{60} = 0,21 \left(\frac{1}{\text{с}^2} \right)$ б) Найдем число оборотов, сделанных за это время. Известно, что за 1 оборот происходит поворот на угол 2π, тогда за N оборотов – на угол $2\pi N$. $\varphi = 2\pi N$ $2\pi N = \omega_0 t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ $2\pi N = 2\pi\nu_0 t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ $N = \frac{2\pi\nu_0 t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}}{2\pi}$ $N = \nu_0 t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{4\pi}$ $N = 5 \cdot 60 - \frac{0,21 \cdot 60^2}{4 \cdot 3,14} = 240 \text{ (об)}$

Примечание: часто в задачах задано либо равноускоренное движение из состояния покоя ($\nu_0 = 0 \text{ Гц}$), либо равнозамедленное до остановки ($\nu = 0 \text{ Гц}$), т.е. дано одно

ненулевое значение частоты (ν или ω). В этом случае: $\varepsilon = \frac{2\pi\nu}{t}$ и $2\pi N = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$.

Если задано время, то $2\pi N = \frac{2\pi\nu \cdot t^2}{2t} \Rightarrow N = \frac{2\pi\nu^2}{2\varepsilon} = \frac{\omega^2}{4\pi\varepsilon}$.

3) Диск радиусом $r = 5$ см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$ ($A = 2$ рад/с², $B = 1$ рад/с⁵). Определить число оборотов, сделанных диском за 1 секунду.

Дано: $r = 0,05$ м $\omega = 2At + 5Bt^4$ $A = 2$ рад/с ² $B = 1$ рад/с ⁵ $t = 1$ с	Решение: С одной стороны $\varphi = 2\pi N$, с другой $\varphi = \int_0^t \omega dt,$ $\varphi = \int_0^t (2At + 5Bt^4) dt = \frac{2At^2}{2} + \frac{5Bt^5}{5},$ $\varphi = At^2 + Bt^5.$ Получаем $2\pi N = At^2 + Bt^5$ $N = \frac{At^2 + Bt^5}{2\pi}$ $N = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{2 \cdot 3,14} = 0,48$
$N = ?$	

1.44 Определить центростремительное ускорение тела на экваторе, вызванное суточным вращением Земли. $R_z = 6,36 \cdot 10^6$ м, $T = 24$ ч. ($3,4 \cdot 10^{-2}$ м/с²). А.1.6

1.45 Шкив диаметром 20 см делает 300 оборотов за 3 мин. Определить период вращения, угловую и линейную скорости точки на ободе шкива. (0,6 с, 10,5 Гц, 1,05 м/с). А.1.6

1.46 Найти радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости, лежащей на 5 см ближе к оси колеса. (8,3 см). А.1.6

1.47 Вал начинает вращаться и в первые 10 с совершает 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определить угловое ускорение и конечную угловую скорость. ($6,28$ (1/с²), $62,8$ (1/с)). А.1.6

1.48 Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости 20 рад/с через 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса. ($3,2$ рад/с²). А.1.6

1.49 Колесо автомашины вращается равнозамедленно. За время 2 мин оно изменило частоту вращения от 240 до 60 мин^{-1} . Определить угловое ускорение колеса, число оборотов, сделанных колесом за это время. (0,157 ($1/\text{с}^2$), 300). A.1.6

1.50 Точка движется по окружности радиуса 20 см с постоянным тангенциальным ускорением $5 \text{ см}/\text{с}^2$. Через какое время после начала движения нормальное ускорение точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального? (2с, 2,8 с). A.1.6

1.51 Колесо вращается с постоянным ускорением $3 \text{ рад}/\text{с}^2$. Определить радиус колеса, если через время 1 с после начала движения полное ускорение колеса равно $7,5 \text{ м}/\text{с}^2$. (79 см). A.1.6

1.52 Точка движется по окружности радиусом 15 см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу четвертого оборота после начала движения линейная скорость точки стала $15 \text{ см}/\text{с}$. Определить нормальное ускорение точки через 16 с после начала движения. ($1,5 \text{ см}/\text{с}^2$) A.1.6

1.53 Колесо радиусом 10 см вращается с угловым ускорением $3,14 \text{ рад}/\text{с}^2$. Найти для точек обода колеса к концу первой секунды: а) угловую скорость; б) линейную скорость; в) тангенциальное, нормальное и полное ускорения; г) угол, составляемый векторами полного ускорения с радиусом колеса, проведенным через соответствующую точку обода. ($3,14 \text{ рад}/\text{с}$; $0,314 \text{ м}/\text{с}$; $0,314 \text{ м}/\text{с}^2$, $0,986 \text{ м}/\text{с}^2$, $1,03 \text{ м}/\text{с}^2$; $\sin \alpha = 0,305$). A.1.6

1.54 Точка движется по окружности радиусом 2 см. Зависимость пути от времени дается уравнением $S = ct^3$, где $c = 0,1 \text{ см}/\text{с}^3$. Найти нормальное и тангенциальное ускорение точки в момент, когда линейная скорость точки $0,3 \text{ м}/\text{с}$. ($4,5 \text{ м}/\text{с}^2$, $0,06 \text{ м}/\text{с}^2$). A.1.6

1.55 Диск радиусом 10см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1 \text{ рад}/\text{с}$, $C = 1 \text{ рад}/\text{с}^2$, $D = 1 \text{ рад}/\text{с}^3$. Определить для точек на обode диска к концу второй секунды после начала движения: а) тангенциальное ускорение; б) нормальное ускорение; в) полное ускорение. ($1,4 \text{ м}/\text{с}^2$; $28,9 \text{ м}/\text{с}^2$; $28,9 \text{ м}/\text{с}^2$). A.1.6.

1.56 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$, $A = 0,5 \text{ рад}/\text{с}^2$. Определить к концу второй секунды после начала движения: а) угловую скорость диска; б) угловое ускорение диска; в) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное, нормальное и полное ускорения. ($2 \text{ рад}/\text{с}$; $1 \text{ рад}/\text{с}^2$; $0,8 \text{ м}/\text{с}^2$, $3,2 \text{ м}/\text{с}^2$, $3,3 \text{ м}/\text{с}^2$). A.1.6

1.57 Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = At^2$, $A = 0,1 \text{ рад/с}^2$. Определить полное ускорение точки на ободу диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость точки в этот момент времени равна $0,4 \text{ м/с}$. ($0,26 \text{ м/с}^2$). А.1.6

1.58 Диск радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt^3$, $A = 2 \text{ рад}$, $B = 4 \text{ рад/с}^3$. Определить для точек на ободу колеса: а) нормальное и тангенциальное ускорения в момент времени 2 с ; б) угол поворота, при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол 45° . (230 м/с^2 , $4,8 \text{ м/с}^2$; $2,67 \text{ рад}$). А.1.6

1.59 Средняя высота спутника над поверхностью Земли 1700 км . Определить его скорость и период обращения. (7100 м/с , 7100 с).

1.60 С увеличением высоты полета спутника его скорость уменьшилась с $7,79$ до $7,36 \text{ км/с}$. Определить, на сколько изменились период обращения спутника и его удаленность от земной поверхности. (900 с , 800 км).

ГЛАВА 7. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Динамика – раздел механики, изучающий законы движения тел с учетом причин, обуславливающих характер данного движения.

Причиной движения тела является его взаимодействие с другими телами. Мерой взаимодействия является сила $\vec{F}$. Это векторная величина, поэтому выполняется принцип суперпозиции.

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \sum_i \vec{F}_i,$$

где $\vec{F}_i$ – i -я сила, действующая на материальное тело.

$\vec{F}_{\text{рез}}$ (или просто $\vec{F}$) – результирующая всех сил, действующих на материальную точку.

Основой динамики служат три закона Ньютона.

При $\vec{F} = 0$; $\vec{g} = \text{const}$; ($\vec{a} = 0$) – I закон Ньютона;

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad - \text{II закон Ньютона,}$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс материальной точки;

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} - \text{III закон Ньютона,}$$

$\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ – силы взаимодействия двух материальных точек.

Силы в природе:

$$F_{c.m.} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $F_{c.m.}$ – сила всемирного тяготения,

G – гравитационная постоянная

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2},$$

где m_1, m_2 – массы взаимодействующих тел,

r – расстояние между центрами масс этих тел (материальными точками).

$$F_m = mg,$$

здесь $g = 9,8 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

$$F_{тр} = \mu \cdot N,$$

где $F_{тр}$ – сила трения скольжения,

μ – коэффициент трения,

N – сила реакции опоры.

При движении по окружности $a = \frac{v^2}{R}$.

Алгоритм 1.7. Движение в ИСО под действием нескольких сил

1. Расставить все силы, действующие на каждое тело системы. Указать направление ускорений тел.
2. Написать II закон Ньютона в применении к каждому телу системы в векторном виде.
3. Записать кинематическое уравнение.
4. Определить ИСО: выбрать тело отсчета, СК. Обычно одну из осей выбирают вдоль линии движения, другую – перпендикулярно ей.
5. Записать II закон Ньютона для каждого тела в скалярном виде (в проекции на оси).
6. Произвести математические преобразования относительно неизвестной величины.
7. Записать и проанализировать результат.

Примечание:

- а) нерастяжимая нить означает, что сила натяжения в любой точке нити имеет одно и тоже значение;
- б) невесомая нить, невесомый блок, означает, что их массами пренебрегают;
- в) тела связаны между собой => они движутся с одинаковыми по значению ускорениями (п.3).

Примеры решения задач с использованием А.1.7

1) В установке (рис.) угол наклонной плоскости с горизонтом равен 20° , массы тел $m_1 = 300$ г, $m_2 = 200$ г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определить ускорение, с которым будут двигаться тела, если тело 2 опускается. Определить силу натяжения нити.

Дано:

$$\alpha = 20^\circ$$

$$m_1 = 0,3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$c = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

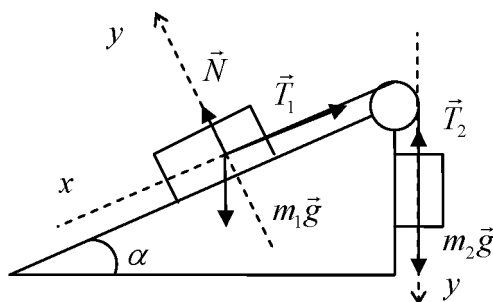
$$t = 2 \text{ с}$$

а) a – ?

б) T – ?

Решение:

1.



$$1. \quad m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N} = m_1 \vec{a}_1$$

$$2. \quad m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_1$$

$$3. \quad a_1 - a_2 = a, \quad T_1 - T_2 = T$$

$$4,5. \quad 1: \begin{cases} x: T - m_1 g \sin \alpha = m_1 a \\ y: N - m_1 g \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$2: m_2 g + T = m_2 a \quad (2)$$

6. Ускорение и сила натяжения нити входят в уравнения (1) и (2). Составим систему из двух уравнений с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} T - m_1 g \sin \alpha = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$$
$$m_2 g - m_1 g \sin \alpha = a(m_1 + m_2)$$

Таким образом,

$$a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{0,2 \cdot 10 - 0,3 \cdot 10 \cdot 0,34}{0,3 + 0,2} = 1,96 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \approx 2 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right)$$

Подставляя это выражение в уравнение (2), получаем

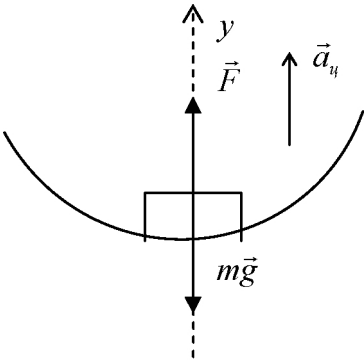
$$T = m_2 g - m_2 a$$

$$T = m_2 (g - a)$$

$$T = 0,2(10 - 2) = 1,6 \text{ (Н)}$$

$$\text{Ответ: } a = 2 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right), T = 1,6 \text{ Н}$$

2) Летчик давит на сиденье кресла самолета в нижней точке петли Нестерова с силой 7100 Н. Масса летчика 80 кг, радиус петли 250 м. Определить скорость самолета.

Дано: $F = 7100 \text{ Н}$ $m = 80 \text{ кг}$ $R = 250 \text{ м}$	Решение: 1.  2. $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$ 3,4,5. $-mg + F = ma$ $a = \frac{g^2}{R}$ $-mg + F = \frac{mg^2}{R}$ $g = \sqrt{\frac{(F - mg)R}{m}}$ $g = \sqrt{\frac{(7100 - 80 \cdot 9.8) \cdot 250}{80}} = 140 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$
а) g – ?	

1.61 Вагон массой 20 т движется равнозамедленно с ускорением $0,3 \text{ м/с}^2$ и начальной скоростью 54 км/ч. Найти силу торможения, действующую на вагон, время движения до остановки и перемещение, совершенное вагоном. (6 кН, 50 с, 375 м). А.1.7

1.62 Тело массой 3 кг падает в воздухе с ускорением 8 м/с^2 . Найти силу сопротивления воздуха. (5,4 Н). А.1.7

1.63 Груз массой 50 кг равномерно поднимают при помощи каната вертикально вверх в течение 2 с на высоту 10 м. Определить силу натяжения каната. (740 Н). А.1.7

1.64 Человек массой 70 кг поднимается на лифте, движущемся равномерно вертикально вверх с ускорением 1 м/с^2 . Определить силу давления человека на пол кабины лифта. (616 Н). А.1.7

1.65 Груз массой 45 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы 294 Н, направленной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения груза о плоскость 0,1. Определить ускорение движения груза. (6 м/с^2). А.1.7

1.66 Тело равномерно скользит по наклонной плоскости с углом наклона 40° . Определить коэффициент трения тела о плоскость. (0,84). А.1.7

1.67 Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30° под действием силы тяги 7 кН. Коэффициент трения между шинами автомобиля и поверхностью шоссе 0,1. Найти ускорение автомобиля. ($1,2 \text{ м/с}^2$). А.1.7

1.68 Брусок массой 2 кг скользит по горизонтальной поверхности под действием груза массой 0,5 кг, прикрепленного к концу нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Коэффициент трения бруска о поверхность 0,1. Найти ускорение движения тел и силу натяжения нити. Массами блока и нити, а также трением в блоке пренебречь. ($1,2 \text{ м/с}^2$, 4,3 Н). А.1.7

1.69 Невесомый блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы 30° и 45° . Гири А и В массой 1 кг каждая соединены нитью, перекинутой через блок. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нити. Считать нить невесомой и нерастяжимой, трением пренебречь ($0,98 \text{ м/с}^2$, 5,9 Н). А.1.7

1.70 С какой силой давит на дно шахтной клетки груз массой 100 кг, если клеть поднимается вертикально вверх с ускорением $24,5 \text{ см/с}^2$. (1 кН). А.1.7

1.71 На каком расстоянии от перекрестка начинает тормозить шофер при красном свете светофора, если автомобиль движется вверх по шоссе с углом наклона 30° со скоростью 60 км/ч? Коэффициент трения между шинами и дорогой равен 0,1. (24 м) А.1.7 и А.1.2

1.72 Автомобиль с грузом массой 5 т проходит по выпуклому мосту со скоростью 21,6 км/ч. С какой силой он давит на середину моста, если радиус кривизны моста 50 м? (45 кН). А.1.7

1.73 Ведерко с водой вращают в вертикальной плоскости на веревке длиной 0,5 м. С какой наименьшей скоростью нужно его вращать, чтобы при прохождении через верхнюю точку на окружности удерживать воду в ведерке? (2,2 м/с) А.1.7

1.74 Шарик массой 500 г, подвешенный на нерастяжимой нити длиной 1 м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Найти натяжение нити в момент, когда она образует с вертикалью угол 60° . Скорость шарика в этот момент равна 1,5 м/с. (3,6 Н). А.1.7

1.75 Космический корабль массой 10^8 кг начинает подниматься вертикально вверх. Сила тяги его двигателей $2,94 \cdot 10^7$ Н. Определить ускорение корабля и вес тела, находящегося в нем, если на Земле на тело действует сила тяжести $5,88 \cdot 10^2$ Н. (2 г, 1,76 кН). А.1.7

1.76 Найти силу тяготения, действующую со стороны Земли на тело массой 1 кг, находящееся на поверхности Луны. Расстояние от Земли до Луны принять равным 384000 км. (2,73 мН).

1.77 Подлетев к неизвестной планете, космонавты придали своему кораблю горизонтальную скорость 11 км/с. Эта скорость обеспечила полет корабля по круговой орбите радиусом 9100 км. Каково ускорение свободного падения у поверхности планеты, если ее радиус 8900 км. (14 м/с^2). А.1.7

1.78 На экваторе некоторой планеты тело весит вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность вещества этой планеты 3 г/см^3 . Определить период обращения планеты вокруг своей оси. ($9,7 \cdot 10^3$ с). А.1.7

1.79 Средняя высота спутника над поверхностью Земли 1700км. Определить его скорость и период обращения. ($7 \cdot 10^3$ м/с , $7,1 \cdot 10^3$ с).

1.80 Аэростат массой 250 кг начал опускаться с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Определить массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. (10 кг).

1.81 По наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту, равным 30° , скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения 0,15. (7,26 м/с). А.1.7 и А.1.2

ГЛАВА 8. РАБОТА, МОЩНОСТЬ В МЕХАНИКЕ

Работа – скалярная величина.

Работа постоянной силы $A = \vec{F} \cdot \vec{S} = F \cdot S \cos \alpha$,

где $\vec{F}$ – сила совершающая работу,

$\vec{S}$ – перемещение материальной точки векторами $\vec{F}$ и $\vec{S}$.

Работа переменной силы

$$A = \int_r \vec{F} \cdot d\vec{r},$$
$$[A] = 1 \text{ Дж}.$$

Также $A = \Delta E_{\max}$.

Средней мощностью называют величину

$$P = \frac{A}{t},$$

где A – работа, совершенная за время t .

Мгновенная мощность

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v},$$
$$[P] = 1 \text{ Вт}.$$

Алгоритм 1.8. Работа в механике

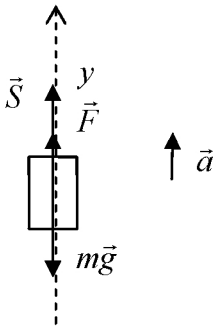
1. Определить, какая сила совершает работу. Записать формулу работы.
2. Сделать рисунок, на котором указать силы, действующие на тело, и силу F , совершающую работу, и $\vec{S}$.
3. Отметить и определить угол α .
4. Найти $\vec{F}$ по II закону Ньютона (А.1.7).
5. Определить $\vec{S}$ (из уравнений кинематики) (А.1.2).
6. Найти работу, совершив математические преобразования.

Примечание:

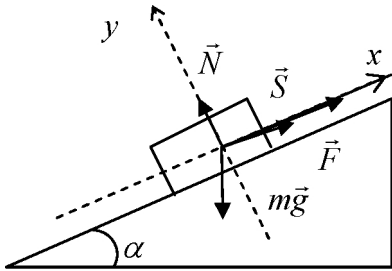
Для нахождения работы переменной силы, необходимо знать уравнение зависимости силы от перемещения $F(r)$.

Примеры решения задач с использованием А.1.8.

- 1) Какую работу совершает человек при поднятии груза массой 5 кг на высоту 30 см с ускорением 2 м/с².

Дано: $m = 5 \text{ кг}$ $h = 0,3 \text{ м}$ $a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	Решение: 1. Работу совершает сила тяги человека $\vec{F}$. $A = FS \cos \alpha$ 2.  3. $\alpha = 0^\circ$ 4. $\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$ $y: F - mg = ma$ $F = m(a + g)$ 5. Перемещение известно $S = h$ 6. $A = m(a + g) \cdot h \cdot \cos 0^\circ$ $A = 5(2 + 10) \cdot 0,3 \cdot 1 = 12 \text{ (Дж)}$
а) А – ?	

2) Определите работу, совершаемую силой тяги при подъеме груза $m = 50 \text{ кг}$ по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту на расстояние 4 м, если время подъема 2 с. Трение не учитывать.

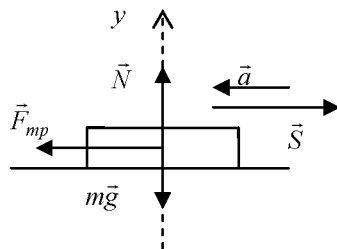
Дано: $m = 50 \text{ кг}$ $\alpha = 30^\circ$ $S = 4 \text{ м}$ $t = 2 \text{ с}$	Решение: 1. Работу совершает сила тяжести $\vec{F}$. $A = \vec{F}\vec{S} = FS \cos \alpha$ 2.  3. $\alpha = 30^\circ$
А – ?	

	4. $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}$ $x: -mg\sin\alpha + F = ma$ $y: N - m\vec{g}\cos\alpha = 0$ $F = ma + mg\sin\alpha$ 5. Найдем ускорение тела, используя уравнение кинематики. $S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S}{t^2}$ Таким образом, $F = \frac{2Sm}{t^2} + mg\sin\alpha$ 6. $A = \left(\frac{2Sm}{t^2} + mg\sin\alpha \right) \cdot S; A = mS \left(\frac{2S}{t^2} + g\sin\alpha \right);$ $A = 50 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2 \cdot 4}{2^2} + 10 \cdot 0,5 \right) = 1400 \text{ (Дж)}$
--	--

Работа переменной силы.

3) Вагон массой $m = 20 \text{ т}$, двигаясь равнозамедленно под действием переменной тормозящей силы $F = bx$, где $b = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, через некоторое время останавливается. Найти работу силы торможения. Тормозной путь 212 м.

Дано: $m = 20000 \text{ кг}$ $F = bx$ $b = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ $S = 212 \text{ м}$	Решение: 1. Работу совершает сила торможения $\vec{F}_{mp}$ 2. $A = \int_0^S F_{mp} \cos\alpha dx$ 3. $\alpha = 180^\circ$ 4. $\vec{F}_{mp} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$ В данной задаче вид силы задан: $F_{mp} = bx$ 5. $A = \int_0^S bx \cdot \cos 180^\circ \cdot dx$ $A = -b \frac{x^2}{2} \Big _0^S = -\frac{bS^2}{2}$, где S – пройденный путь. 6. $A = \frac{-100 \cdot (212)^2}{2} = -2247200 \text{ Дж} \approx -2,25 \text{ МДж}$
--	--

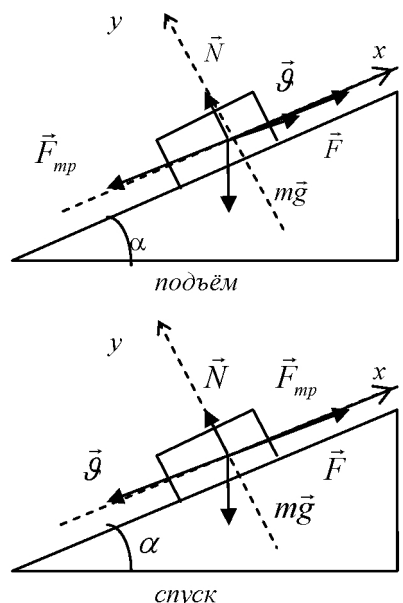


Алгоритм 1.9. Мощность в механике.

1. Записать формулу средней или мгновенной мощности.
2. В случае необходимости найти недостающие величины:
 - а) работу по А.1.8;
 - б) силу по А.1.7;
 - в) время или скорость движения по А.1.2.
3. Произвести математические преобразования и численный расчет.

Пример решения задачи с использованием А.1.9.

1) Уклон участка шоссе равен 1 м на каждые 20 м пути. Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль движется со скоростью 60 км/ч. Какова должна быть мощность двигателя автомобиля, поднимающегося по этому уклону с той же скоростью? Масса автомобиля 1,5 т.

Дано: $h = 1$ м $\ell = 20$ м $\vartheta = 60$ км/ч = 17 м/с $m = 1,5 \text{ т} = 1500$ кг $a = 0$ $P - ?$	Решение:  1. $P = \vec{F} \cdot \vec{\vartheta}$ $P = F \cdot \vartheta \cos \beta$ $\beta = 0^\circ$
---	--

	2. По А.1.7 $\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} - \vec{F}_{mp} = 0$ $\begin{cases} x: F - mg \sin \alpha - F_{mp} \\ y: N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$ $F = mg \sin \alpha + F_{mp}$ $\sin \alpha = \frac{h}{\ell}$ Силу трения найдем из рис. б) $\begin{cases} x: F_{mp} - mg \sin \alpha = 0 \\ y: N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$ $F_{mp} = mg \sin \alpha$ $F_{mp} = mg \frac{h}{\ell}$ Таким образом, $F = mg \frac{h}{\ell} + mg \frac{h}{\ell}$. $F = 2mg \frac{h}{\ell}$ 3. $P = 2mg \frac{h}{\ell} g$ $P = 2 \cdot 1500 \cdot 10 \frac{1}{20} \cdot 17 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ (Вт)}$ $P = 2,5 \text{ кВт}$
--	---

1.82 Вагонетку массой 3 т поднимают по рельсам в гору, наклон которой к горизонту равен 30° . Какую работу совершила сила тяги на пути 50 м, если известно, что вагонетка двигалась с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$? Коэффициент трения принять равным 0,1. (900 Дж). А.1.8

1.83 Две пружины одинаковой длины, имеющие соответственно жесткости 9,8 Н/см и 19,6 Н/см, соединены между собой концами (параллельно). Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть пружину на 1 см? Чему будет равна эта работа, если пружины соединены между собой только одним концом (последовательно)? (0,147 Дж, 0,037 Дж). А.1.8

1.84 Камень брошен с крыши дома высотой 20 м со скоростью 18 м/с. Определите работу по преодолению сопротивления воздуха, если известно, что к моменту удара о землю камень имел скорость 24 м/с. Масса камня равна 50 г. (3,5 Дж). А.1.7

1.85 Тело массой 5 кг поднимают с ускорением 2 м/с^2 . Определите работу силы в течении первых пяти секунд. (1,48 кДж). А.1.8

1.86 Автомашина массой 1,8 т движется в гору, уклон которой составляет 3 м на каждые 100 м пути. Определить: 1) работу, совершаемую двигателем автомашины на пути 5 м, если коэффициент трения равен 0,1; 2) развиваемую двигателем мощность, если известно, что этот путь был преодолен за 5 мин. (11,5 кДж, 38,3 кВт). А.1.8, А.1.9

1.87 Определить работу, совершаемую при подъеме груза массой 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту на расстояние 4 м, если время подъема 2 с, а коэффициент трения 0,06. (1,48 кДж). А.1.8

1.88 Поезд массой 500 т поднимается со скоростью 30 км/ч по уклону 10 м на 1 км пути. Коэффициент трения равен 0,002. Определить мощность, развиваемую локомотивом поезда. ($4,7 \cdot 10^8$ Вт). А.1.9

1.89 Автомобиль массой 4 т подходит к горке высотой 12 м и длиной 80 м со скоростью 36 км/ч. Какую среднюю мощность развивает автомобиль на подъеме, если его скорость при постоянной силе тяги на вершине горы оказалась равной 21,6 км/ч? Коэффициент сопротивления считать равным 0,1. (65,6 кВт). А.1.9

1.90 Поезд, отходя от станции, за 5 мин развивает скорость 64,8 км/ч. Масса поезда 600 т, коэффициент трения 0,004. Определите среднюю мощность локомотива за время равноускоренного движения. Какова должна быть минимальная мощность локомотива, чтобы за указанное время поезд набрал такую скорость? (535 кВт, 1070 кВт). А.1.9

1.91 Определить работу подъема груза по наклонной плоскости и среднюю мощность подъемного устройства, если масса груза 100 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол ее наклона к горизонту 30° , коэффициент трения 0,1, ускорение при подъеме 1 м/с^2 . У основания наклонной плоскости груз находился в покое. (1,35 кДж, 6,85 Вт). А.1.8., А.1.9

ГЛАВА 9. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс – векторная величина.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v},$$

$$[p] = \text{кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Из II закона Ньютона следует, что

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где $\vec{F}$ – результирующая внешних сил (т.к. $\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = 0$)

Закон сохранения импульса системы:

$\vec{p}_c = 0$, если $\vec{F} = 0 \Leftrightarrow$ силы не действуют на систему
действие сил скомпенсировано

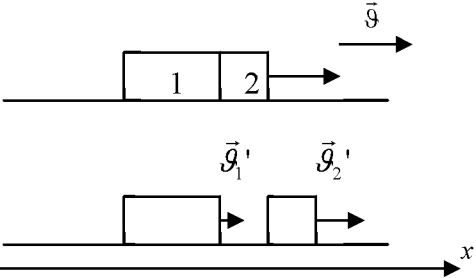
$$\vec{p}_{c. \text{ до взаимодействия}} = \vec{p}_{c. \text{ после взаимодействия}}$$

Алгоритм 1.10. Закон сохранения импульса замкнутой системы

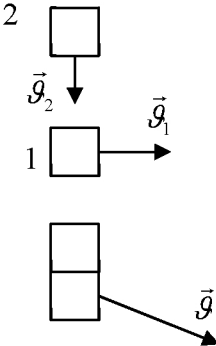
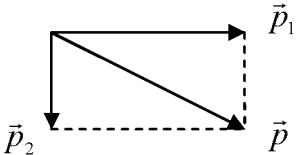
1. Определить систему взаимодействующих тел.
2. Сделать чертеж: изобразить импульс каждого тела до и после взаимодействия.
3. Записать закон сохранения импульса в векторном виде.
4. Выбрать СК. Написать закон сохранения импульса в скалярном виде (в проекции на оси СК).
5. Сделать математические преобразования относительно неизвестной величины.
6. Произвести расчет.

Примеры решения задач с использованием А.1.10.

1) Третья ступень ракеты состоит из ракеты-носителя массой 500 кг и головного конуса массой 10 кг. Между ними помещена сжатая пружина. При испытаниях на Земле пружина сообщала конусу скорость 5,1 м/с по отношению к ракете-носителю. Определить скорости конуса и ракеты, если их отделение произойдет по орбите при движении со скоростью 8 км/с относительно Земли.

Дано: $m_1 = 500 \text{ кг}$ $m_2 = 10 \text{ кг}$ $g_0 = 5,1 \text{ м/с}$ $g = 8 \text{ км/с} = 8000 \text{ м/с}$	Решение: 1. Взаимодействующие тела: ракета-носитель (m_1) головной конус (m_2) 2.
$g_1' - ?$ $g_2' - ?$	 3. $(m_1 + m_2)\vec{g} = m_1\vec{g}_1' + m_2\vec{g}_2'$ 4. $(m_1 + m_2)g = m_1g_1' + m_2g_2'$ где g, g_1', g_2' – скорости относительно Земли $g_2' - g_1' = g_0 \Rightarrow g_1' = g_2' - g_0$ 5. $(m_1 + m_2)g = m_1(g_1' - g_0) + m_2g_2'$ $g_2' = \frac{(m_1 + m_2)g + m_1g_0}{(m_1 + m_2)}$ $g_2' = g + \frac{m_1}{(m_1 + m_2)}g_0$ 6. $g_2' = 8000 + \frac{500}{500 + 10} \cdot 5,1 \approx 8001 \text{ (м/с)}$ Тогда $g_1' = 8001 - 5,1 \approx 7996 \text{ (м/с)}$

2) Метеорит и ракета движутся под углом 90° . Ракета попадает в метеорит и застревает в нем. Масса метеорита m , масса ракеты $\frac{m}{2}$, скорость метеорита g , скорость ракеты $2g$. Определить импульс метеорита и ракеты после соударения.

Дано: $m_1 = m$ $m_2 = \frac{m}{2}$ $v_1 = v$ $v_2 = 2v$ $\alpha = 90^\circ$	Решение: 1. Взаимодействующие тела: метеорит и ракета. 2. 
$p = ?$	 Направление скорости $\vec{v}(\vec{p})$ определяется исходя из векторной записи закона сохранения импульса замкнутой системы (по правилу параллелограмма). 3. $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$ 4. Треугольник векторов импульсов – прямоугольный и равнобедренный, так как $p_1 = m_1 v_1 \quad p_2 = m_2 v_2$ $p_1 = m v \quad p_2 = \frac{m}{2} 2v = m v,$ то есть $p_1 = p_2$ 5, 6 $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = p_1 \sqrt{2}$ $p = \sqrt{2} m v$

1.92 Работа, затраченная на толкание ядра, брошенного под углом 30° к горизонту, равна 216 Дж. Через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю? Масса ядра 2 кг. Сопротивление воздуха не учитывать. (19,1 м, 1,5 с).

1.93 Снаряд массой 20 кг, летящий горизонтально со скоростью 500 м/с, попадает в платформу с песком массой 10 т и застревает в нем. Определить скорость, которую получила платформа от толчка. (1 м/с). А.1.10

1.94 Снаряд весом 980 Н, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно; 2) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в том же направлении, что и снаряд; 3) вагон двигался со скоростью 36 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда? (17,8 км/ч, 53,5 км/ч, -17,8 км/ч). А.1.10

1.95 Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Бóльший осколок, масса которого составляла 0,6 массы всей гранаты, продолжал двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью 25 м/с. Найти скорость меньшего осколка. (-12,5 м/с). А.1.10

1.96 При β -распаде покоящегося первоначально нейтрона образуется протон, электрон и нейтрино. Импульсы протона и электрона p_1, p_2 , угол между ними α . Определить импульс нейтрино. ($\sqrt{p_1^2 + 2p_1p_2\cos\alpha + p_2^2}$). А.1.10

1.97 Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью u_1 , при его соударении с покоящимся шаром, масса которого в n раз больше массы налетающего шара. Удар считать центральным и абсолютно упругим. ($\frac{1+n}{1-n}$). А.1.10

1.98 С неподвижного ракетного катера массой M выпущены одна за другой n ракет массой m каждая. Пренебрегая сопротивлением воды, определить, какую скорость будет иметь катер, если скорость ракет относительно катера в горизонтальном направлении равна u . ($mu \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{M+im}$). А.1.10

1.99 Хоккеист массой M , стоя на коньках на льду, бросает шайбу массой m под углом α к горизонту. Определите приобретенную при этом скорость хоккеиста, если шайба брошена со скоростью u относительно земли. ($\frac{m}{M}u \sin\alpha$). А.1.10

1.100 Мяч массой 100 г, летевший со скоростью 20 м/с, ударился о горизонтальную плоскость. Угол падения равен: 1) 60° , 2) 30° . Найти изменение импульса, если удар абсолютно упругий, а угол отражения равен углу падения. (2 кг·м/с, 3,44 кг·м/с). А.1.10

ГЛАВА 10. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Проведем аналогично между величинами, характеризующими динамику поступательного и вращательного движения тела.

Понятие и формула	Поступательное движение	Вращательное движение
причина движения	сила $\vec{F}$; $[F] = \text{Н}$	момент силы $\vec{I} = [\vec{r} \vec{F}]$, $M = Fd$ $[M] = \text{Н} \cdot \text{м}$ d – плечо силы
следствие	линейное ускорение $\vec{a}$ $[a] = \text{м/с}^2$	угловое ускорение $\vec{\beta}$ $[\beta] = 1/\text{с}^2$
мера инертности	масса m ; $[m] = \text{кг}$	момент инерции (относительно оси вращения) I $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$ – точки $I = mr^2$ – твердого тела $I = \int_m r^2 dm$ – полого цилиндра (кольца) $I = mR^2$ – сплошного цилиндра (диска) $I = \frac{1}{2}mR^2$ – шара $I = \frac{2}{5}mR^2$ – стержня (ось перпендикулярна стержню и проходит через середину) $I = \frac{1}{12}m\ell^2$
основной закон движения	II закон Ньютона – основной закон вращательного движения	
	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = I \vec{\beta}$
кинетическая энергия	$E = \frac{m\vartheta^2}{2}$; $[E] = \text{Дж}$	$E = \frac{I\omega^2}{2}$ ω – угловая скорость $[E] = \text{Дж}$

работа	$A = \vec{F} \cdot \vec{S}; \quad [A] = \text{Дж}$	$A = M \cdot \Delta\varphi \quad \varphi - \text{угол поворота}$ $[A] = \text{Дж}$
	импульс $\vec{p} = m \vec{v}; \quad [p] = \text{кг} \cdot \text{м/с}$	момент импульса $\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] \quad [L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$
	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
закон сохранения	импульса $\vec{p} = \text{const} \Leftrightarrow \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$	момента импульса $\vec{L} = \text{const} \Leftrightarrow \vec{M}_{\text{внеш}} = 0$

Алгоритм 1.11. Динамика движения тел с учетом вращения относительно оси вращения.

1. Сделать рисунок:

- 1) расставить силы, действующие на каждое тело системы (в том числе на те, которые участвуют во вращательном движении).
- 2) для вращающихся тел также изобразить моменты действующих на них сил.

2. Записать II закон Ньютона для тел, совершающих поступательное движение, и основной закон вращательного движения для тел, вращающихся относительно оси вращения.

3. Изобразить оси. Записать векторные уравнения в проекции на оси.

4. Записать уравнение кинематической связи ($a_1 = a_2 = a$, $a = \beta \cdot R$).

5. Записать формулы для моментов сил $M = F \cdot d$ и для моментов инерции вращающихся тел (см. таблицу)

6. Решить систему уравнений относительно неизвестной величины.

7. Произвести числовой расчет.

Примечание: в таких задачах $T_1 \neq T_2$ (иначе не будет вращения блока).

Примеры решения задач с использованием А.1.11

1) Тело массой $m_1 = 0,25 \text{ кг}$, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого цилиндра) с телом массой $m_2 = 0,2 \text{ кг}$, скользит по поверхности горизонтального стола без трения. Масса блока $m = 0,15 \text{ кг}$. Пренебрегая трением в подшипниках, определить: 1) ускорение a , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

Дано:

$$m_1 = 0,25 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ кг}$$

$$m = 0,15 \text{ кг}$$

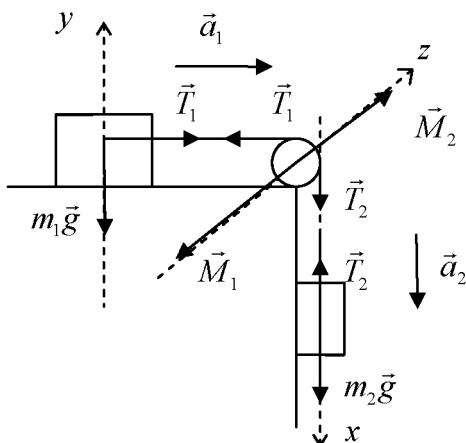
$$a - ?$$

$$T_1 - ?$$

$$T_2 - ?$$

Решение:

1.



2. II закон Ньютона:

$$m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

$$m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

Основной закон вращения

$$\vec{M}_2 + \vec{M}_1 = I \cdot \beta$$

3.

$$x: T_1 = m_1 a_1$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

$$y: N - m_1 g = 0$$

$$z: M_2 - M_1 = I \cdot \beta$$

4.

$$a_1 = a_2 = a; \quad a = \beta \cdot R \Rightarrow \beta = \frac{a}{R}$$

5.

$$M_2 = T_2 R; \quad M_1 = T_1 R; \quad I = mR^2$$

6.

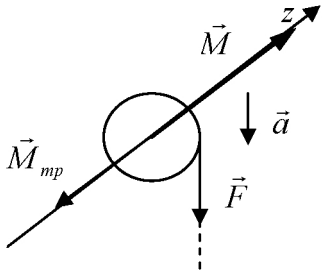
$$\begin{cases} T_1 = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_2 R - T_1 R = mR^2 \cdot \frac{a}{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a \\ m_2 g - T_2 = m_2 a \\ T_2 - T_1 = ma \end{cases}$$

$$m_2 g - m_2 a - m_1 a = ma$$

	$a = \frac{m_2 g}{m + m_2 + m_1}$
7.	$a = \frac{0,2 \cdot 10}{0,15 + 0,2 + 0,25} = 3,3 \text{ (м/с)}$ $T_1 = 0,25 \cdot 3,3 = 0,825 \text{ (Н)}$ $T_2 = 0,2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 3,3 = 1,34 \text{ (Н)}$

2) К ободу однородного диска радиусом 0,2 м приложена касательная сила 98,1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения, равный 4,9 Нм. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением 100 1/с^2 .

Дано: $m_1 = m$ $m_2 = \frac{m}{2}$ $\vartheta_1 = \vartheta$ $\vartheta_2 = 2\vartheta$ $\alpha = 90^\circ$ $p - ?$	Решение: 1.  2. Основной закон вращательного движения $\vec{M} + \vec{M}_{mp} = I \cdot \vec{\beta}$ 3. $z : M - M_{mp} = I \cdot \beta$ 4. - 5. $M = F \cdot R; \quad I = \frac{1}{2} m R^2$ 6. $FR - M_{mp} = \frac{1}{2} m R^2 \beta$ $m = \frac{2(FR - M_{mp})}{R^2 \beta}, \quad m = \frac{2(98,1 \cdot 0,2 \cdot 4,9)}{0,2^2 \cdot 100} = 7,36 \text{ (кг)}$
---	---

1.101 Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой 160 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами 200 г и 300 г. Пренебрегая трением в оси блока, определить: 1) ускорение грузов; 2) силы натяжения нитей. ($1,69 \text{ м/с}^2$, 2,3 Н, 2,44 Н). А.1.11

1.102 На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь. ($3,8 \text{ м/с}^2$). А.1.11

1.103 Однородный диск радиусом 0,2 м и массой 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр, перпендикулярно к его плоскости. Дана зависимость угловой скорости от времени $\omega(t) = A + Bt$, где $B = 8 \text{ с}^{-2}$. Найти касательную силу, приложенную к ободу диска. Трением пренебречь. (4 Н). А.1.11

1.104 Через неподвижный блок в виде сплошного цилиндра массой 0,2 кг перекинута невесомая нить, к концам которой прикреплены тела массами 0,35 кг и 0,55 кг. Пренебрегая трением в оси блока, определить ускорение грузов и отношение сил натяжения нити $\frac{T_1}{T_2}$. ($1,96 \text{ м/с}^2$, 1,05). А.1.11

1.105 К ободу однородного сплошного диска радиусом 0,5 м приложена постоянная касательная сила 100 Н. При вращении диска на него действует момент сил трения 2 Нм. Определить угловое ускорение диска, если его масса 24 кг. (16 с^{-2}). А.1.11

1.106 Блок массой 1 кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок. Гири 2 находится на поверхности стола, а гиря 1 свешивается со стола. Коэффициент трения 2-й гири о стол – 0,1. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь. ($3,53 \text{ м/с}^2$, 6,3 Н; 5 Н). А.1.11

1.107 На барабан радиусом 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 10 кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $2,04 \text{ м/с}^2$. ($9,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$). А.1.11

1.108 На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь. (3 м/с^2). А.1.11

1.109 На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом 5 см и массой 10 кг намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой 1 кг. Определить: 1) зависимость пути от времени, согласно которой движется груз; 2) силу натяжения нити; 3) зависимость угла поворота от времени, согласно которой вращается вал; 4) угловую скорость вала через 1 с после начала движения; 5) тангенциальное и нормальное ускорения точек, находящихся на поверхности вала. ($0,82 \text{ т}^2$; 8,2Н; $16,4 \text{ т}^2$; $32,8 \text{ с}^{-1}$; $1,64 \text{ м/с}^2$, $53,8 \text{ м/с}^2$) А.1.11+...

ГЛАВА 11. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Кинетическая энергия

– поступательного движения $E_n = \frac{m g^2}{2}$;

– вращательного движения $E_n = \frac{I \omega^2}{2}$.

Поступательная энергия

– в поле силы тяжести $E_n = mgh + const$;

– деформированного тела

$$E_n = \frac{kx^2}{2} + const,$$

где k – коэффициент упругости.

$$E_{полн} = E_k + E_n.$$

Для замкнутой системы (отсутствуют диссипативные силы)

$$E_{полн} = const,$$

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2},$$

$$\Delta E_k = -\Delta E_n.$$

Удобно использовать закон сохранения энергии при решении задач, где:

а) дается два механических состояния или положения тела в пространстве при равнопеременном движении;

б) рассматриваются два состояния или положения тела (системы тел) в процессе неравномерного переменного движения.

Алгоритм 1.12. Закон сохранения механической энергии замкнутой системы

1. Сделать схематический чертеж, на котором рассмотреть два и более положений или состояний тела (системы тел). Выбрать нулевое положение потенциальной энергии.

2. Указать на рисунке виды механической энергии в каждом положении (состоянии).

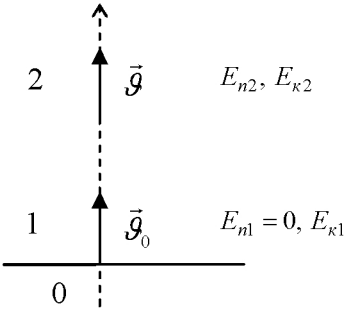
3. Записать закон сохранения механической энергии замкнутой системы.

4. Решить уравнение относительно неизвестной величины.

5. Произвести числовой расчет.

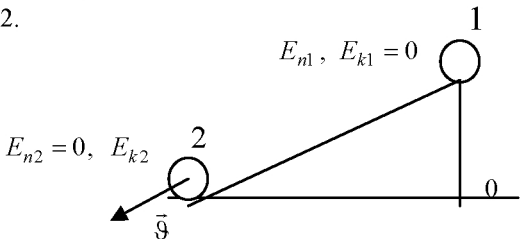
Примеры решения задач с использованием А.1.12

1) Камень брошен вертикально вверх со скоростью 20 м/с. На какой высоте его кинетическая энергия уменьшится вдвое.

Дано: $g_0 = 20 \text{ м/с}$ $g = 10 \text{ м/с}$	Решение: 1,2. 
$h - ?$	3. $E_{k1} = E_{k2} + E_{n2}$ 4. $\frac{mg_0^2}{2} = \frac{mg^2}{2} + mgh$ $h = \frac{g_0^2 - g^2}{2g}$ $h = \frac{400 - 100}{20} = 15 \text{ м}$

Примечание: задачу можно было решить из кинематических соображений (конечная формула – та же).

2) Шар скатывается без скольжения по наклонной плоскости с некоторой высоты. В конце наклонной плоскости шар приобретает скорость 10 м/с. Определить высоту плоскости.

Дано: $g_0 = 0$ $g = 10 \text{ м/с}$	Решение: 1,2. 
$h - ?$	

$$\begin{aligned}
 3. \quad & E_m = E_{k2} \\
 & mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \\
 & I = \frac{2}{5}mR^2 \quad \omega = \frac{\vartheta}{R} \\
 & mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{2mR^2\vartheta^2}{5R^2} \\
 & gh = \frac{\vartheta^2}{2} + \frac{2\vartheta^2}{5} \\
 & h = \frac{9\vartheta^2}{10g} \\
 & h = \frac{9 \cdot 100}{10 \cdot 10} = 9 \text{ (M)}
 \end{aligned}$$

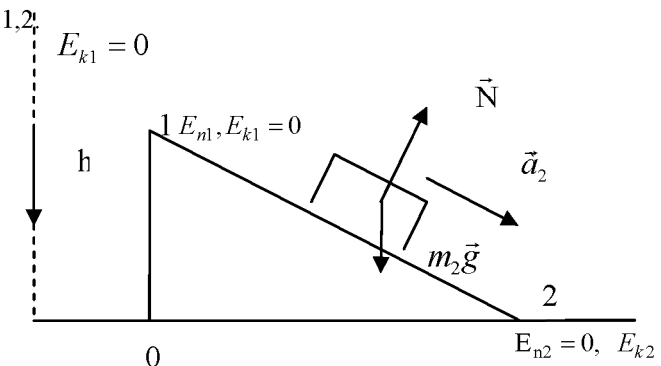
ГЛАВА 12. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО КИНЕМАТИКЕ И ДИНАМИКЕ

Уравнение закона сохранения и превращения энергии, представляющее одну из самых общих формул динамики, позволяет решить почти все задачи элементарной механики. Во многих задачах это уравнение является одним из основных, которое вместе с уравнениями движения (II закон Ньютона и основное уравнение вращательного движения) и уравнением закона сохранения импульса составляет полную систему уравнений, описывающих данное явление.

$$A = \Delta E = E_2 - E_1.$$

Примеры решения задач.

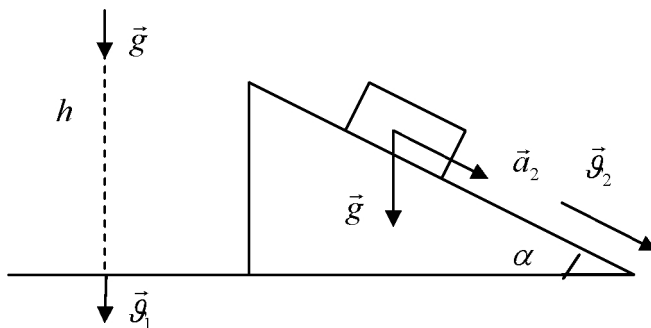
1) В момент начала свободного падения первого тела с некоторой высоты h второе тело стало скользить без трения с наклонной плоскости, имеющей ту же высоту h и длину $\ell = nh$. Сравнить конечные скорости тел у основания наклонной плоскости и время их движения.

Дано: h $\ell = nh$	Решение:  Для первого тела $E_{m1} = E_{k2}; \quad mgh = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$ Для второго тела $E_{m1} = E_{k2}; \quad m_2 gh = \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$
--	---

Таким образом, $\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh}}$

$$\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = 1$$

Время найдем по А.1.2.



$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{a}t$$

Для первого тела

$$\vartheta_1 = gt \Rightarrow t_1 = \frac{\vartheta_1}{g}$$

Для второго тела

$$\vartheta_2 = a_2 t_2 \quad a_2 = g \sin \alpha$$

$$\vartheta_2 = g \sin \alpha \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\vartheta_2}{g \sin \alpha}$$

Т.о. $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\vartheta_1}{g} \cdot \frac{g \sin \alpha}{\vartheta_2} = \sin \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \sin \alpha = \frac{h}{nh} = \frac{1}{n},$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{n}$$

2) Пуля летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень шара отклонился от удара пули на угол 10° .

Дано:

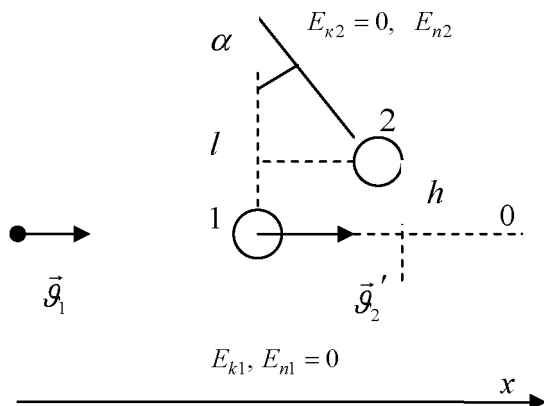
$$\frac{m_2}{m_1} = 1000$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\bar{g}_1 - ?$$

Решение:



Запишем закон сохранения импульса замкнутой системы

$$m_1 \bar{g}_1 + m_2 \bar{g}_2 = (m_1 + m_2) \bar{g}_2'$$

x: $m_1 g_2 = (m_1 + m_2) g_2'$

$$g_1 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} g_2'$$

Скорость g_2' найдем из закона сохранения полной механической системы

$$E_{k1} = E_{n2}$$

$$\frac{(m_1 + m_2) g_2'}{2} = (m_1 + m_2) gh$$

$$g_2' = \sqrt{2gh}$$

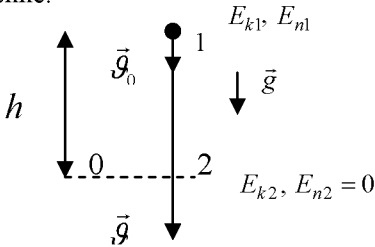
$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$$

Таким образом, $g_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$

$$g_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \cdot \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$$

$$g_1 = (1 + 1000) \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1(1 - 0,98)} = 633 \text{ (м/с)}$$

3) Камень брошен с крыши дома высотой 20 м со скоростью 18 м/с. Определить работу по преодолению сопротивления воздуха если известно, что к моменту удара о землю камень имеет скорость 24 м/с. Масса камня равна 50 г.

Дано: $h = 20 \text{ м}$ $g_0 = 18 \text{ м/с}$ $g = 24 \text{ м/с}$ $m = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг}$	Решение:  $A_c = \Delta E_{\text{потн}}$ $E_{\text{потн}1} = E_{k1} + E_{n1}, \quad E_{\text{потн}2} = E_{k2}$ $A_c = E_{k2} - (E_{k1} + E_{n1})$ $A_c = \frac{mg^2}{2} - \frac{mg_0^2}{2} - mgh$ $A_c = \frac{m}{2} (g^2 - g_0^2) - mgh$ $A_c = \frac{0,05}{2} (24^2 - 18^2) - 0,05 \cdot 10 \cdot 20 = -3,7 \text{ (Дж)}$
$A_c = ?$	

4) Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого $1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращаясь при торможении равнозамедленно, за 2 мин уменьшил частоту своего вращения с 50 об/с до 10 об/с. Определить работу торможения.

Дано: $I = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ $t = 120 \text{ с}$ $\nu_1 = 50 \text{ об/с}$ $\nu_2 = 10 \text{ об/с}$	Решение: $A = \Delta E_k$ $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$ $\omega = 2\pi\nu$ $A = \frac{I(2\pi\nu_2)^2}{2} - \frac{I(2\pi\nu_1)^2}{2}$ $A = 2\pi^2 I (\nu_2^2 - \nu_1^2)$ $A = 2 \cdot 3,14^2 \cdot 1,5 (50^2 - 10^2) \approx 71 \text{ кДж}$ $M = I\beta$
$A = ?$ $M = ?$	

	$\beta = \frac{\Delta\phi}{t}$ $\beta = \frac{2\pi(v_2 - v_1)}{t}$ $M = \frac{2\pi(v_2 - v_1)}{t} I$ $M = \frac{2 \cdot 3,14(10 - 50)}{120} 1,5 = 3,14 \text{ Нм}$
--	--

1.110 Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом 100 кг·м/с и кинетической энергией 500 Дж. Определить: 1) с какой высоты падало тело; 2) массу тела. (5,1 м, 10 кг). А.1.12

1.111 С башни высотой 20 м горизонтально со скоростью 10 м/с брошен камень массой 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени 1 с после начала движения: 1) кинетическую энергию; 2) потенциальную энергию. (39,2 Дж, 59,2 Дж). А.1.12

1.112 Тело брошено под углом 45° к горизонту со скоростью 15 м/с. Используя закон сохранения энергии, определить скорость тела в высшей точке его траектории. (10,6 м/с). А.1.12

1.113 Гиря массой 10 кг падает с высоты 0,5 м на подставку, скрепленную с пружиной жесткостью 30 Н/см. Определить при этом смещение пружины. (21,6 см). А.1.12

1.114 Пуля массой 15 г, летящая с горизонтальной скоростью 0,5 км/с, попадает в баллистический маятник массой 6 кг и застревает в нем. Определить высоту, на которую поднимается маятник, откатнувшись после удара. (7,9 см). А.1.12 и А.1.10

1.115 На какой угол надо отклонить стержень, подвешенный на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня, чтобы нижний конец стержня при прохождении им положения равновесия имел скорость 5 м/с. Длина стержня 1 м. ($81,4^\circ$). А.1.12

1.116 Мальчик катит обруч по горизонтальной поверхности со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Угол горки равен 10 м на каждые 100 м пути. (4,1 м). А.1.12

1.117 Шар диаметром 6 см и массой 0,25 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения 4 с^{-1} . Найти кинетическую энергию шара. (0,1 Дж). А.1.12.

1.118 Шар и сплошной цилиндр, изготовленные из одного и того же материала, одинаковой массы, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определить, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра. (1,07). А.1.12

1.119 Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одной и той же скоростью. Кинетическая энергия обруча 39,2 Дж. Найти кинетическую энергию диска. (29,4 Дж). А.1.12

1.120 Пружина детского пистолета, жесткость которой 10 Н/см, имеет длину 15 см. До какой высоты поднимется шарик массой 10 г, выпущенный из пистолета вертикально вверх, если пружина пистолета была сжата до 5 см? сопротивлением воздуха пренебречь. (50 м). А.1.12.

1.121 Камень массой 2 кг, падающий с высоты 5 м, проникает в мягкий грунт на глубину 5 см. Определить среднюю силу сопротивления грунта. (2 кН).

1.122 Груз массой 0,5 кг падает с некоторой высоты на плиту массой 1 кг, укрепленную на пружине с коэффициентом жесткости 645 Н/м. Определить величину наибольшего сжатия пружины, если в момент удара груз обладал скоростью 5 м/с. Удар неупругий. (8,2 см).

1.123 Частота вращения маховика, момент инерции которого равен $120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, составляет $240 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$. После прекращения действия на него вращающего момента маховик под действием сил трения в подшипниках остановился за время 3,14 мин. Считая трение в подшипниках постоянным, определить момент сил трения. (16 Нм).

1.124 Вентилятор вращается с частотой $600 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$. После выключения он начал вращаться равнозамедленно и, сделав 50 оборотов, остановился. Работа сил торможения равна 31,4 Дж. Определить: 1) момент сил торможения; 2) момент инерции вентилятора. (0,1 Нм, $15,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балаш, В.А. Задачи по физике и методы их решения. 4-е изд., перераб. и доп. / В.А. Балаш – М.: Просвещение, 1983. – 432 с., ил.
2. Бершадский, М.Е. Методы решения задач по физике. Механика. Кинематика. Прямолинейное равномерное движение / М.Е. Бершадский, Е.А. Бершадская – М.: Народное просвещение, 2001. – 224 с.
3. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики. Изд. перераб. и доп. / В.С. Волькенштейн – СПб.: СпецЛит, 2002. – 327 с.
4. Гольфарб, Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: учеб. пособие. 5-е изд. / Н.И. Гольфарб – М.: Высш. школа, 1983. – 351 с., ил.
5. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие для вузов. 3-е изд., перераб. / И.Е. Иродов – М.: ЗАО «Издательство БИНОМ», 1998. – 448 с.: ил.
6. Мясников, С.П. Пособие по физике: учеб. пособие. Изд. 3-е, перераб. и доп. / С.П. Мясников, Т.Н. Осанова – М., «Высшая школа», 1976.
7. Рыбакова, Г.И. Сборник задач по общей физике: учеб. пособие для техн. вузов / Г.И. Рыбакова – М.: Высш. шк., 1984. – 159 с., ил.
8. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики: учеб. пособие для студентов вузов. 2-е изд., стер. / Т.И. Трофимова – М.: Высш. шк., 1996. – 303 с.: ил.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Кинематика материальной точки	3
Глава 2. Уравнения движения материальной точки	7
Глава 3. Ускорение	20
Глава 4. Координатный способ задания движения	26
Глава 5. Принцип относительности движения в механике. Классическая теорема сложения скоростей	30
Глава 6. Движение материальной точки по окружности	36
Глава 7. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела	43
Глава 8. Работа, мощность в механике	50
Глава 9. Импульс. Закон сохранения импульса	56
Глава 10. Механика твердого тела	60
Глава 11. Энергия. Закон сохранения механической энергии замкнутой системы	65
Глава 12. Энергетический подход к решению задач по кинематике и динамике	68
Список использованной литературы	74

Учебное издание

Овчинникова Ирина Владимировна

**ЗАДАЧИ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ.
АЛГОРИТМЫ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ**

Часть I. Механика

Учебное пособие

Редактор И.И. Спиридонова
Доверстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 20.06.2011 г. Формат 60 × 84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 4,75.
Тираж 100 экз. Заказ . Арт. С-14/2011.

Самарский государственный аэрокосмический университет.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.