

Библиографический список

1. Никонов, В.В.; Шахов, В.Г. Применение подхода Лагранжа к решению одномерной задачи распространения ударных волн в газе // Известия СНЦ РАН. Самара. т. 13. № 6. 2011. С. 136-141.
2. Nikonov, V. A Semi-Lagrangian Godunov-Type Method without Numerical Viscosity for Shocks // *Fluids*. v. 7. 2022. P. 16. DOI: <https://doi.org/10.3390/fluids7010016>.
3. Никонов, В.В. Математическое моделирование сжимаемых одномерных течений с помощью полулагранжевого численного метода Годунова без вычислительной вязкости для ударных волн // Известия СНЦ РАН. Самара. т. 26. №3. 2024. С. 147-163.
4. Sod, G.A. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws // *J. Comput. Phys*. v. 107. 1978. P. 1-31.

УДК 533.695

Фролов В.А.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ КРЫЛЬЕВ В СХЕМЕ ВЫСОКОПЛАНА

Введение

Вопросам интерференции крыла и фюзеляжа посвящено много работ. Обзоры исследований данной темы содержатся в работах автора [1, 2]. Однако бóльшая часть работ о взаимодействии фюзеляжа и крыла посвящена схеме среднеплана. Можно указать только немногие работы, в которых авторы анализируют расположение крыла по высоте фюзеляжа [1, 3-6], причём в работах: [1] используется теория метода полос (МП); [3] – метод особенностей; [4] – метод дискретных вихрей (МДВ); [5] – метод теории тонкого тела (ТТТ); [6] – метод несущей линии (МНЛ). Все перечисленные методы являются приближёнными, поскольку в своей основе опираются

на существенные допущения и использование модели идеальной жидкости. Несмотря на различные подходы к исследованию влияния фюзеляжа на несущие характеристики крыла, можно отметить общий результат, который указывает на уменьшение производной коэффициента нормальной силы по углу атаки крыла, установленного по схеме высокоплана, по сравнению с такой же характеристикой для изолированного крыла. Все полученные ранее коэффициенты интерференции по теории МП [1], ТТТ [5] и МНЛ [6] не зависят от удлинения крыла. Заметим, что ТТТ и МНЛ не учитывают также и сужение крыла. В данной работе в рамках модификации теории МП предлагается метод учёта удлинения крыла в расчёте коэффициента интерференции, характеризующего влияние фюзеляжа на крыло, установленного по схеме высокоплана.

Описание метода

Рассматривается обтекание комбинации фюзеляж-прямоугольное крыло потоком идеального газа со скоростью V_∞ на бесконечности. В рамках приближённого метода трёхмерную задачу обтекания сводим к двумерной, предполагая, что продольная компонента скорости $V_\infty \cos \alpha$ не влияет на подъёмную силу крыла, установленного на фюзеляже (рис. 1).

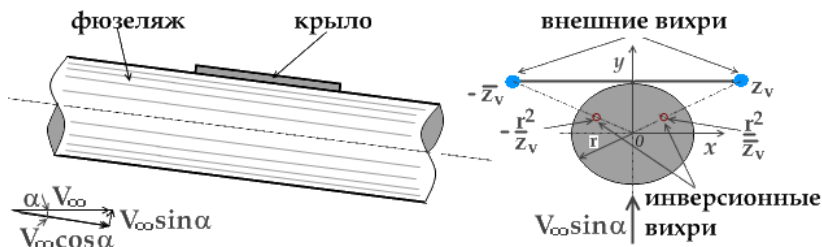


Рис. 1. Схема высокоплана комбинации фюзеляж-крыло и расположение вихрей

Такой подход характерен для МП, который ранее использовался автором [1, 2]. В предположении потенциальности течения в поперечной плоскости задача сводится к записи комплексного потенциала течения $w(z)$. Суммарный комплексный потенциал включает

в себя не только комплексные потенциалы течения от однородного потока со скоростью $V_\infty \sin \alpha$ и диполя, расположенного в центре цилиндра, но и комплексные потенциалы течений от отражённых вихрей, которые являются инверсионными вихрями для концевых внешних вихрей крыла (рис. 1). Сами внешние вихри при записи комплексного потенциала не учитываются, поскольку самоиндукция крыла исключается. Поскольку циркуляция концевых вихрей изначально неизвестна, то применим метод последовательных приближений. Номер приближения обозначим j . Комплексный потенциал поперечного течения около цилиндра и двух инверсионных вихрей, применяя теорему Mine-Thomson [7] можно записать так:

$$w^{(j)}(z) = \bar{V}z + V \frac{r^2}{z} - \frac{\Gamma_{\kappa(\Phi)}^{(j)}}{2\pi i} \left(\ln \frac{z - \frac{r^2}{z_v}}{z + \frac{r^2}{z_v}} \right), \quad (1)$$

где $z = x + iy$ – комплексная координата в плоскости xOy ; x, y – абсцисса и ордината системы координат, которая показана на рис. 1; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; $\bar{V}, V$ – комплексная сопряжённая и комплексная скорости течения на бесконечности; r – радиус цилиндра; $\Gamma_{\hat{\epsilon}(\hat{o})}^{(j)}$ – циркуляция концевого вихря крыла, в присутствии фюзеляжа для j -ого приближения; $z_v = x_v + iy_v, \bar{z}_v = x_v - iy_v$ – комплексная и комплексная сопряжённая координаты концевых вихрей крыла, соответственно.

Как известно [7], местная вертикальная составляющая скорости из (1) определится формулой

$$V_y^{(j)} = -\text{Im} \left(\frac{dw^{(j)}}{dz} \right) = -\text{Im} \left[\bar{V} - V \frac{r^2}{z^2} + \frac{i\Gamma_{\kappa(\Phi)}^{(j)}}{2\pi} \left(\frac{1}{z - \frac{r^2}{z_v}} - \frac{1}{z + \frac{r^2}{z_v}} \right) \right]. \quad (2)$$

Получим уравнение связи для циркуляции вихря, записывая подъёмную силу по теореме Жуковского Н.Е. [7] и, используя основную формулу аэродинамики на каждом j -ом приближении

$$Y_{a\kappa(\Phi)}^{(j)} = \rho V_\infty \Gamma_{\kappa(\Phi)}^{(j)} l = C_{ya\kappa(\Phi)}^{(j)} \frac{\rho V_\infty^2}{2} S, \quad (3)$$

где ρ – плотность газа; $S=l \cdot b$ – площадь прямоугольного крыла; l, b – размах и хорда прямоугольного крыла; $C_{ya\hat{e}(\hat{\alpha})}^{(j)}$ – коэффициент подъёмной силы крыла в присутствии фюзеляжа на j -ом приближении.

Записывая $C_{ya\hat{e}(\hat{\alpha})}^{(j)} = C_{ya\hat{e}(\hat{\alpha})}^{\alpha(j)} \sin \alpha$ можно на основании формулы (3) циркуляцию вихря представить в виде

$$\Gamma_{\kappa(\Phi)}^{(j)} = \frac{C_{ya\kappa(\Phi)}^{\alpha(j)}}{\lambda} \left(\frac{l}{2} V_{\infty} \sin \alpha \right), \quad (4)$$

где введены обозначения: $C_{ya\hat{e}(\hat{\alpha})}^{\alpha(j)}$ – производная коэффициента подъёмной силы крыла по углу атаки в присутствии фюзеляжа при $\alpha \rightarrow 0$ на j -ом приближении; $\lambda = l/b$ – удлинение прямоугольного крыла. Производную коэффициента подъёмной силы по углу атаки изолированного прямоугольного крыла на основании формул R.T. Jones [8] можно записать как

$$C_{ya}^{\alpha} = \frac{2\pi}{1+3/\lambda}, \lambda \geq 4; \quad C_{ya}^{\alpha} = \frac{\pi\lambda}{2}, \lambda < 1. \quad (5)$$

Согласно МП [1] коэффициент интерференции, учитывающий влияние фюзеляжа на прямоугольное крыло, выражается формулой

$$K_{\kappa(\Phi)}^{(j)} = \frac{C_{ya\kappa(\Phi)}^{\alpha(j)}}{C_{ya}^{\alpha}} = \frac{2}{s} \int_0^{l/2} \frac{V_y^{(j)}}{V_{\infty} \sin \alpha} b(x) dx = \frac{2b}{lb} \int_0^{l/2} \frac{V_y^{(j)}}{V_{\infty} \sin \alpha} dx = \int_0^1 \bar{V}_y^{(j)} d\bar{x}, \quad (6)$$

где $\bar{x} = 2x/l$ – безразмерная координата вдоль размаха крыла; $\bar{V}_y^{(j)} = V_y^{(j)} / (V_{\infty} \sin \alpha)$ – относительная вертикальная составляющая скорости в поперечной плоскости комбинации фюзеляж-крыло на j -ом приближении. Вычисление вертикальной компоненты скорости (2), подстановка полученного выражения в формулу (6) и последующее интегрирование даёт конечную формулу для коэффициента интерференции

$$K_{\kappa(\Phi)}^{(j)} = \frac{1}{1+\bar{d}^2} + \frac{C_{ya\kappa(\Phi)}^{\alpha(j)}}{4\pi\lambda} \ln(4\bar{d}^2 + 1), \quad (7)$$

где $\bar{d} = d\phi/l$ – относительный диаметр фюзеляжа, $d\phi = 2r$ – диаметр фюзеляжа. Заметим, что случай $\bar{d} = 0$ означает отсутствие фюзеляжа, при котором $K_{\kappa(\phi)} \equiv 1,0$. Данный случай указывает на отсутствие какого-либо влияния на крыло. Для крыла бесконечного удлинения ($\lambda = \infty$) в формуле (7) остаётся только первое слагаемое, в таком виде (7) полностью соответствует формуле Холявко В.И. [6]. Используя метод последовательных приближений для расчёта производной коэффициента подъёмной силы по углу атаки крыла, установленно-го на фюзеляже, запишем

$$C_{ya \kappa(\phi)}^{\alpha(j+1)} = K_{\kappa(\phi)}^{(j)} C_{ya \kappa(\phi)}^{\alpha(j)}, \quad (8)$$

Для первого приближения (итерации) ($j=1$) примем значения, принадлежащие изолированному крылу $K_{\kappa(\phi)}^{(1)} = 1,0$, и производную $C_{ya \kappa(\phi)}^{\alpha(1)}$, вычисленную по формулам (5) для изолированного крыла в зависимости от удлинения. Процесс итераций будем продолжать, пока не выполнится условие $|K_{\kappa(\phi)}^{(j+1)} - K_{\kappa(\phi)}^{(j)}| \leq \varepsilon$, или условие $|C_{ya \kappa(\phi)}^{\alpha(j+1)} - C_{ya \kappa(\phi)}^{\alpha(j)}| \leq \varepsilon$, где ε – наперёд заданная погрешность вычислений. Опыт расчётов показал, что достаточно $j \leq 20$ для достижения точности 10^{-6} при любых удлинениях прямоугольного крыла и относительных диаметрах фюзеляжа.

Результаты

На рис. 2 представлено изменение относительной вертикальной скорости вдоль размаха прямоугольного крыла с удлинением $\lambda=4$, установленного по схеме высокоплана, для различных относительных диаметров. Сплошными линиями показано изменение относительной скорости только от однородного потока и диполя, моделирующего обтекание цилиндра, а маркерами изображаются суммарные относительные вертикальные скорости от диполя, однородного потока и от пары инверсионных вихрей, расположенных внутри цилиндра (см. рис. 1). Из рис. 2 следует, что максимальные значения относительных скоростей равны между собой для всех относительных диаметров фюзеляжа. Влияние внутренних вихрей прояв-

ляется для больших относительных диаметров фюзеляжа и вблизи мест сочленения крыла и корпуса. На рис. 3 представлено сплошными линиями изменение коэффициентов интерференции (7) с учётом (8) от относительного диаметра фюзеляжа для различных удлинений прямоугольного крыла, установленного на фюзеляже по схеме высокоплана.

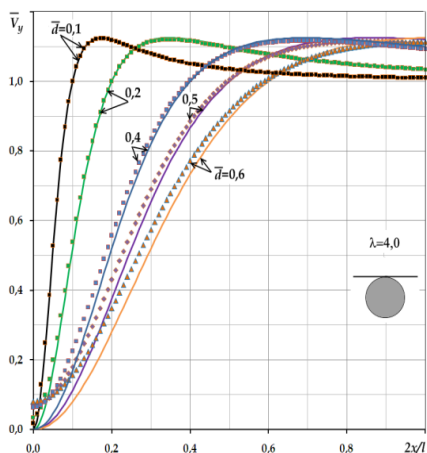


Рис. 2. Относительная вертикальная скорость вдоль размаха крыла для схемы высокоплана

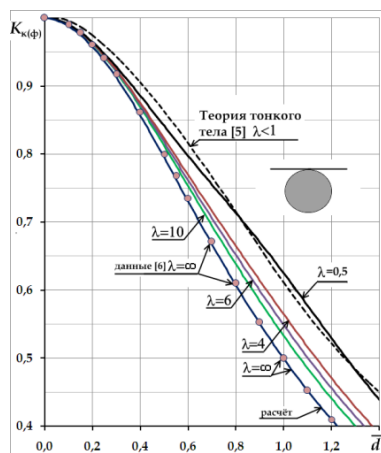


Рис. 3. Коэффициент интерференции для схемы высокоплана с прямоугольным крылом

Рис. 3 указывает, что удлинения крыла влияют на коэффициент интерференции в большей степени для больших относительных диаметров корпуса. Для сравнения штриховой линией показаны данные вычислений Келдыш В.В. [5], полученные по ТТТ для крыла малого удлинения ($\lambda < 1$). Как известно, ТТТ предполагает малые удлинения крыла, и её результаты не зависят от удлинения крыльев. Подстановка второй формулы (5) в формулу (4) приводит к независимости циркуляции вихря от удлинения крыла, и, следовательно, коэффициент интерференции (7) для случая малых удлинений перестаёт зависеть от удлинения крыла. Сплошной линией на рис. 3 по-

казаны результаты для крыла малого удлинения ($\lambda=0,5$), для которого справедлива вторая формула (5). Можно отметить хорошее совпадение результатов ТТТ и данного метода. Маркерами-кружочками и сплошной линией синего цвета показано совпадение результатов Холявко В.И. [6] и данного метода для крыльев бесконечно большого удлинения ($\lambda=\infty$).

Заключение

Предложен приближённый метод учёта влияния фюзеляжа круглого поперечного сечения на подъёмную силу прямоугольного крыла конечного удлинения, расположенного на фюзеляже по схеме высокоплана. В методе учитывается не только относительный диаметр фюзеляжа, но и удлинение крыла. Установлено, что для схемы высокоплана крыло обладает меньшей несущей способностью по сравнению с изолированным крылом такого же удлинения. С увеличением удлинения крыла несущие способности крыла в схеме высокоплана снижаются по сравнению с изолированным крылом.

Библиографический список

1. Фролов, В.А. Методы расчёта несущих характеристик компонентов фюзеляж-крыло. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG. – Saarbrücken. 2011. 141 с.
2. Frolov, V.A. Optimization of Lift-Curve Slope for Wing-Fuselage Combination. London: IntechOpen Books. 2019. 17 p.
3. Вернигора, В.Н. Численное исследование интерференции тонкого трапециевидного крыла и цилиндрического фюзеляжа при дозвуковых скоростях потока, Тр. ЦАГИ. 2176, 1983. 26-43.
4. Ганиев, Ф.И., Юркова, М.Е. Результаты расчёта аэродинамических характеристик комбинации корпус-крыло, движущейся с большой дозвуковой скоростью, Тр. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1302, 1971. 220-241.

5. Келдыш, В.В. Подъёмная сила крыла малого удлинения с корпусом, Учёные записки ЦАГИ, Т.6, №5, 1975. 15-28.

6. Холявко, В.И. Расчёт аэродинамических характеристик самолёта. Ч.1.: учебное пособие, Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1991. 72 с.

7. Милн-Томсон, Л.М. Теоретическая гидродинамика, М.: Мир. 1964. 665 р.

8. Джонс, Р.Т. Теория крыла: пер. с англ. В.Н. Голубкина; М.: Мир, 1995. 208 с.

УДК 539.3

Алипова Б. Н.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СВЕРХРЕЛАКСАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Из элементарного численного анализа, метод последовательной сверхрелаксации (Successive Overrelaxation Method – SOR) с фиксированной точкой экстраполируется как версия итерации Гаусса-Зейделя (которая сама по себе является производной от предыдущих итераций Якоби).

Рассмотрим линейную систему $Au = b$, где A - разреженная обратная $N \times N$ матрица, и разложим A как $A = D - L - U$.

В данном случае мы определяем

$$\mathcal{L} \equiv (I - D^{-1}L)^{-1}D^{-1}U, \quad (1)$$

$$k \equiv (I - D^{-1}L)^{-1}D^{-1}b, \quad (2)$$

и записываем
$$u^{(n+1)} = \mathcal{L}u^{(n)} + k. \quad (3)$$

Напомним, что последовательная сверхрелаксация получается из итерации Гаусса-Зейделя путём введения *параметра релаксации* ω посредством экстраполяции [1]