

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ ИЗНАШИВАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПАРЫ ТРЕНИЯ

Журавлев Д.Н.¹, Боровков А.И.¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, zhuravlev@compmechlab.ru

Ключевые слова: цифровая модель, методы повышения качества, эффективность, изнашивание

Осесимметричные пары трения играют важную роль в конструкции быстровращающихся роторных систем, таких как газовые центрифуги, кинетические накопители энергии, гиродины и пр. Эти узлы функционируют в условиях высоких удельных нагрузок и подвергаются износу на протяжении длительного времени [1]. Для обеспечения качества, надежности и безопасности работы оборудования необходимо учитывать широкий спектр нагрузок и воздействий, влияющих на отдельные компоненты. В связи с этим решение износоконтактной задачи становится важным этапом проектирования новых поколений данного оборудования. Сегодня цифровое проектирование и моделирование становятся ключевыми аспектами разработки и производства новых изделий [2]. Чтобы достичь необходимого уровня качества конечной продукции в рамках этой парадигмы, крайне важно обеспечить высокое качество цифровых моделей, используемых на этапе разработки. Для определения качества цифровой модели необходимо выделить критерии, по которым оно будет оцениваться. В данной статье будем в роли основной метрики качества рассматривать вычислительную эффективность – объем вычислительных ресурсов и кода, необходимых для выполнения моделью своей функции [3]. Данный критерий следует рассматривать в совокупности с другой важной метрикой – адекватностью [4] модели.

Основным определяющим соотношением, применяемым в компьютерной модели изнашивания, в настоящей работе является закон Арчарда [5]. Учитывая квазистационарность процесса изнашивания и осесимметричную постановку задачи, он может быть записан в следующем виде [6-8]:

$$\Delta w_{(i)} = \frac{K}{H} p_{(i)}^n \left(r \tilde{\omega}_{(i)} \right)^m \Delta t_{(i)} \quad (1)$$

Видно, что соотношение (1) не позволяет учитывать изнашивание на оси вращения осесимметричной пары трения: при $r = 0$ величина $\Delta w_{(i)}$ также обращается в ноль. Между тем, такое поведение противоречит здравому смыслу и экспериментальным данным. Для добавления в математическую модель возможности учета ненулевого износа на оси вращения, оставаясь в рамках линейной зависимости напряжений от деформаций, предположим наличие малых колебаний оси вращения пары трения [9, 10]. В таком случае, движение точки с радиальной координатой r на вращающейся поверхности пары трения будет являться комбинацией вращения вокруг оси с угловой скоростью ω и кругового движения с амплитудой δ и угловой скоростью ξ вокруг текущего положения. Амплитуда вектора линейной скорости точки для описанного характера движения вычисляется как:

$$v = \sqrt{r^2 \omega^2 + \delta^2 \xi^2 + 2r\omega\delta\xi \cos(\omega - \xi)t} \quad (2)$$

Для вычисления величины износа поверхности при большом количестве оборотов в стационарной постановке требуется провести усреднение значения скорости [1].

$$\bar{v} = \frac{2}{\pi} (r\omega + \delta\xi) E \left(\frac{2\sqrt{r\omega\delta\xi}}{r\omega + \delta\xi} \right) \quad (3)$$

где E – полный эллиптический интеграл второго рода.

В рамках компьютерной модели необходимо реализовать вычисление данного интеграла, при этом сделать это наиболее эффективным образом, поскольку вычисление

средней скорости выполняется для каждой точки интегрирования элементов на контактной поверхности на каждой из итераций. Проведенные в настоящей работе исследования показали, что наиболее эффективным способом вычисления значения данной специальной функции, при сохранении требуемой точности, является полиномиальная аппроксимация [11, 12]:

$$E(m) \approx P(1-m) - (1-m) \ln(1-m) Q(1-m)$$

С другой стороны, можно заметить, что при усреднении квадрата скорости в (2) выражение для среднего значения скорости существенно упростится:

$$\hat{v} = \sqrt{r^2 \omega^2 + \delta^2 \xi^2} \quad (4)$$

Введя обозначения $v_\omega = r \cdot \omega$, $v_\xi = \delta \cdot \xi$, сравним между собой значения средних скоростей, определяемые по соотношениям (3) и (4), а также скорости выполнения соответствующих вычислений.

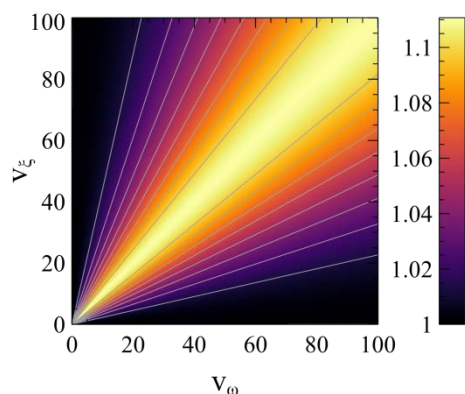


Рис. 1 – Отношение средних скоростей, вычисленных разными методами

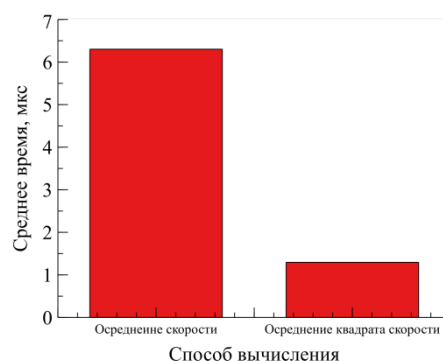


Рис. 2 – Сравнение быстродействия алгоритмов вычисления средней скорости

Наибольшее отличие наблюдается при $v_\omega = v_\xi$ и составляет в этом случае в точности $\frac{1}{4}\pi\sqrt{2}$, при этом достигнуто ускорение вычислений практически в 5 раз.

Для проверки корректности сделанных предположений проведено численное моделирование изнашивания осесимметричной пары трения с центральным контактом, имеющей приближительную аналитическую оценку величины объемного износа [13].

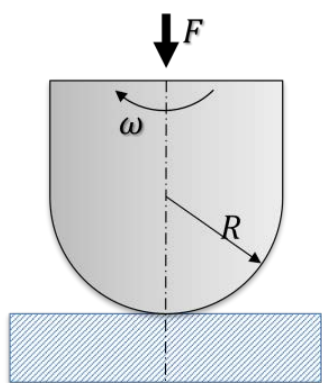


Рис. 3 – Изнашивание сферической поверхности на плоском основании

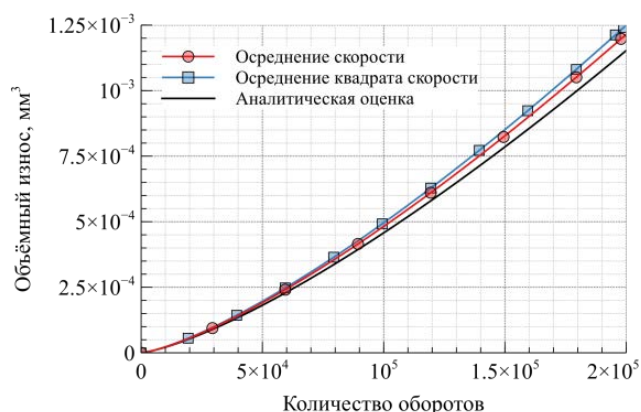


Рис. 4 – Сравнение численного моделирования с аналитической оценкой

Таким образом, продемонстрирован подход, позволивший как повысить адекватность модели путем добавления возможности учета износа на оси вращения, так и увеличить вычислительную эффективность за счет введения обоснованных предположений и применения более простых вычислительных алгоритмов.

Список литературы

1. Журавлев Д.Н., Боровков А.И. Повышение качества компьютерной модели изнашивания осесимметричной пары трения путем увеличения ее адекватности // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, т.26, №3, 2024, С.84-92.
2. Боровков А.И., Рябов Ю.А., Марусева В.М. Новая парадигма цифрового проектирования и моделирования глобально конкурентноспособной продукции нового поколения // Цифровое производство: методы, экосистемы, технологии. Рабочий доклад департамента корпоративного обучения Московской школы управления Сколково, 2018, С.24-44.
3. Schölten H., Cate A.J.U.T. Quality assessment of the simulation modeling process // Computers and Electronics in Agriculture, vol. 22, no. 2-3, pp. 199-208, 1999.
4. ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения.
5. Archard J.F. Contact and rubbing of flat surfaces // Journal of Applied Physics, vol. 24, no. 8, pp. 981-988, 1953.
6. Hegadekatte V., Kurzenhäuser S., Huber N., Kraft O. A predictive modeling scheme for wear in tribometers // Tribology International, vol. 41, no. 11, pp. 1020-1031, 2008.
7. Põdra P., Andersson S. Simulating sliding wear with finite element method // Tribology International, vol. 32, no. 2, pp. 71-81, 1999.
8. Söderberg A., Andersson S. Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-to-rotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software // Wear, vol. 267, no. 12, pp. 2243-2251, 2009.
9. Wang H., Jiang S., Shen Z. The dynamic analysis of an energy storage flywheel system with hybrid bearing support // Journal of Vibration and Acoustics, vol. 131, no. 5, 2009.
10. Tang C., Dai X., Zhang X.-Z., Jiang L., Rotor dynamics analysis and experiment study of the flywheel spin test system // Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 26, no. 9, pp. 2669-2677, 2012.
11. Abramowitz M., Stegun I.A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. National Bureau of Standards, 1964
12. Moshier S.L.B. Methods and programs for mathematical functions. University Park, E. Horwood, 1989
13. Kauzlarich J.J., Bhatia K.G., Streitman H.W. Effect of wear on pivot thrust bearings // A S L E Transactions, vol. 9, no. 3, pp. 257-263, 1966.

Сведения об авторах

Журавлев Дмитрий Николаевич, аспирант, инженер-исследователь

Боровков Алексей Иванович, к.т.н., доцент, проректор по цифровой трансформации

Области научных интересов: вычислительная механика и компьютерный инжиниринг, мультидисциплинарные компьютерные технологии для решения промышленных задач, передовые производственные технологии

IMPROVING THE EFFICIENCY OF THE DIGITAL WEAR MODEL OF AN AXISYMMETRIC FRICTION PAIR

Zhuravlev D.N.¹, Borovkov A.I.¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

This work is devoted to the study of improving the quality of a digital model of wear on a support of a rapidly rotating rotary system. The time efficiency of the model, measured by the number of computational operations per unit of time, is considered as a quality criterion. Efficiency is achieved by using fast algorithms and simplifying the averaging procedure. The impact of changes on the adequacy of the model is evaluated.