МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

А.В. Болдырев, В.А. Комаров

Проектирование крыльев летательных аппаратов с использованием 3D-моделей переменной плотности

Электронное учебное пособие

САМАРА

2011

УДК: 629.7.002(075)
ББК СГАУ: 68.53

Авторы: **Болдырев Андрей Вячеславович,**
Комаров Валерий Андреевич

Болдырев, А.В. Проектирование крыльев летательных аппаратов с использованием 3D-моделей переменной плотности [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / А.В. Болдырев, В.А. Комаров; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т). - Электрон. текстовые и граф. дан. (6,3 Мбайт). - Самара, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM). - Систем. требования: ПК Pentium; Windows 98 или выше.

Систематизировано излагаются основные вопросы конструкций и проектирования крыльев летательных аппаратов. Последовательно рассмотрены: нагрузки, эволюция конструкций, выбор материалов, обеспечение ресурса, принципы и организация проектирования. Особое внимание обращено на разъяснение силовой работы авиационных конструкций, новых методов оптимизации силовых схем и теоретических основ весового анализа.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям: 160201 «Самолето- и вертолетостроение», 220305 «Автоматизированное управление жизненным циклом продукции» и магистров, обучающихся по специальности 160100.68 «Авиа- и ракетостроение».

Табл. 7. Ил. 107. Библиогр.: 52 назв.

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 8
1 РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И КОНСТРУИРОВАНИЯ 11
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ 11
2 ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ 19
3 ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ КРЫЛЬЕВ 26
3.1 Нагрузки 26
3.2 Эволюция конструкций крыльев 31
3.3 Силовая работа крыла 35
3.4 Материалы 38
3.5 Элементы конструкций 42
3.6 Обеспечение ресурса 49
4 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СИЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ 53
4.1 Аналитические методы 59
4.2 Методы математического программирования 60
4.3 Методы критериев оптимальности 61
4.4 Методы с элементами случайности 64
5 ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ 66
5.1 Выбор силовой схемы 66
5.2 Ориентация ребер панелей 69
5.3 Проектирование конструкций несущих поверхностей 71
5.3.1 Неподвижная часть крыла с изменяемой стреловидностью 74
5.3.2 Крыло малого удлинения 78
5.3.3 Стреловидное крыло 81
5.3.4 Верхняя часть киля в Т-образном оперении 82
5.4 Учет нескольких случаев нагружений 83
5.5 Оптимизация распределения материала 84
6 ВЕСОВОЙ АНАЛИЗ 87
6.1 Весовые формулы 87
6.2 Силовой фактор 90
6.3. Геометрически подобные преобразования конструкций 93
6.4 Закон "квадратов и кубов" 98
6.5 Влияние удельной нагрузки на массу конструкций крыльев 99
6.6 Конструкции с нагрузками от собственной массы 100
6.7 Безразмерный коэффициент силового фактора 102
6.8 Весовой контроль 104
7 НОВАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ 106
8 ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ТЕЛЕ 111
ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ ПО УСЛОВИЯМ ПРОЧНОСТИ 111
8.1 Базовый алгоритм 111
8.2 Особенности результатов оптимизации 113
8.3 Анализ точности определения силового фактора 115
8.4 Оценка достоверности прогнозирования перемещений 118
8.5 Интерпретация силовой работы тела переменной плотности 126
9 УЧЕТ ТРЕБОВАНИЙ ЖЕСТКОСТИ 133
9.1 Постановка задачи 133
9.2 Методика структурной модификации 134

9.3 Тестовая модель 140
9.4 Повышение жесткости крыла топологическими средствами 142
10 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ КРЫЛЬЕВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ 148
11 ТЕХНОЛОГИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРЫЛЬЕВ 151
12 ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ 157
12.1 Проектирование треугольного крыла 157
12.2 Весовой анализ крыльев малого удлинения 161
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 171
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 172

Условные обозначения

C - обобщенное перемещение;

C_y - коэффициент аэродинамической подъемной силы;

$C_К$ - коэффициентом силового фактора;

$\overline{c}$ - относительная толщина крыла;

E - модуль упругости;

$\overline{\overline{E}}$ - модуль упругости при единичной плотности материала;

F - площадь поперечного сечения;

f - коэффициент безопасности;

G - силовой фактор;

g - ускорение свободного падения;

H - строительная высота;

R - эквивалентные потоки усилий;

J - момент инерции;

$[K]$ - матрица жесткости конструкции;

K_{IC} - коэффициент интенсивности напряжений;

k_r - коэффициент геометрического подобия;

k_v - коэффициент изменения объема материала;

l - размах крыла; длина;

M - изгибающий момент;

m_0 - взлетная масса самолета;

$\overline{m}$ - относительная масса;

N - усилие;

n - количество элементов в модели;

$n^э$ - эксплуатационная перегрузка;

P_j - узловая сила;

$P_р$ - расчетная нагрузка;

$P_э$ - эксплуатационная нагрузка;

p_0 - удельная нагрузка;

Q - обобщенная сила;

Q_z, Q_x - перерезывающие силы;

q - удельная масса; скоростной напор;

S - площадь элемента;

T - поток касательных усилий;

V - объем материала конструкции;

$V_т$ - теоретически необходимый объем;

U - потенциальная энергия деформации;

$\{u\}$ - вектор узловых перемещений модели;

W - момент сопротивления;

Y - подъемная сила.

$\sigma_{вр}$ - разрушающее напряжение;

$\sigma_т$ - предел текучести;

$\overline{\sigma}$ - допускаемое напряжение;

$\overline{\overline{\sigma}}$ - удельная прочность материала;

$\sigma^{экв}$ - эквивалентное напряжение;

ρ - плотность;

τ - касательное напряжение;

χ - стреловидность крыла;

φ - коэффициент полной массы;

Ω - удвоенная площадь замкнутого контура.

Сокращения

БКЭ - библиотека конечных элементов;

ГКС - главные касательные силы;

КЭМ - конечно-элементная модель;

КЧ - коэффициенты чувствительности;

МКЭ - метод конечных элементов;

ПГУ - потоки главных усилий;

ПНП - полнонапряженный проект;

ТОК - теоретически оптимальная конструкция.

Индексы

к - конструкция;

кр - крыло;

обш - обшивка;

оп - оперение;

сам - самолет;

стр - стрингер;

т - теоретический.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время во все сферы интеллектуальной деятельности от науки и техники до искусства стремительно вторгается 3D-моделирование. Для решения широкого круга задач, возникающих при проектировании авиационных конструкций, может быть использована идея тела переменной плотности, которое в зависимости от распределения материала потенциально содержит в себе все возможные силовые структуры, в том числе и рациональные. В качестве примера могут быть указаны структуры костей животных, имеющих переменную плотность и обладающих высоким весовым совершенством, особенно у птиц.

Идея использования 3D-тела переменной плотности в проектных задачах имеет отечественный приоритет, однако вычислительные возможности для решения трехмерных задач теории упругости появились только в последнее время, и это направление наиболее интенсивно развивалось в работах зарубежных авторов. Настоящее учебное пособие подытоживает современные исследования российских ученых в области оптимального проектирования конструкций крыльев.

Крылья – наиболее характерные авиационные конструкции, как по внешним формам, так и по внутреннему устройству. При их разработке используются достижения практически всех авиационных дисциплин: аэродинамики, строительной механики, аэроупругости, материаловедения, производственных технологий, методов математического моделирования, методов оптимизации и многих других.

При всей своей сложности, крылья очень хороший объект для подготовки конструкторов. Несущие поверхности всегда были и остаются предметом пристального внимания ученых различных специальностей. В них, пожалуй, наиболее ярко проявляется диалектическое противоречие между прочностью, жесткостью и массой как причина их постоянного совершенствования. Самые разнообразные конструкции крыльев, созданные на первых порах интуитивно,

прошли довольно быстро большой путь развития, и лучшие образцы сегодня восхищают своим техническим совершенством и математически строгой красотой. Это не литературный штамп. Именно рационально структурированные конструкции крыльев с четким разделением функций отдельных элементов – каркаса, клеток обшивки, стенок лонжеронов и нервюр – породили в 60-е годы прошлого века метод конечных элементов (МКЭ), который стал вскоре универсальным компьютерным методом для анализа напряженно-деформированного состояния произвольных пространственных конструкций любой сложности и решения многих других задач.

При разработке конструкций крыльев выкристаллизовались два основных принципа проектирования: передача сил в конструкции возможно меньшими внутренними усилиями по кратчайшим путям и обеспечение эффективной работы одних и тех же элементов в различных случаях нагружения. Осмысление этих принципов и разработка соответствующих алгоритмов выполнены в КуАИ – СГАУ и заложили основу школы силового конструирования, которая общепризнанно считается школой проф. Комарова А.А.

Предлагаемое читателю учебное пособие содержит материал различной сложности и степени изученности.

Во-первых, оно знакомит начинающего читателя с основами устройства крыльев, и при этом особое внимание обращено на выяснение путей передачи сил в конструкции и роли отдельных элементов. Значительное внимание уделено также проблеме выбора материалов.

Во-вторых, в нем обращено внимание на некоторые особенности авиационных конструкций, которые недостаточно отражены в литературе, но с которыми часто приходится иметь дело в реальном проектировании. Например, это эффект "широкополого двутавра". Эти особенности можно рассматривать как конструкторские задачи, и вдумчивый читатель может провести свое исследование и изучить их, используя математическое моделирование, например МКЭ, в курсовом и дипломном проектировании.

И, наконец, в-третьих, в пособии излагаются новые подходы к организации проектирования на основе высокоточного математического моделирования, новые методы проектирования силовых схем, новая теория и методы весового анализа и весового проектирования авиационных конструкций. Эти подходы и методы еще только начинают входить в проектную практику, они нуждаются в широкой апробации, развитии и совершенствовании.

Пособие касается широкого круга вопросов и завершается списком основной литературы. При составлении этого списка из огромного количества публикаций по рассматриваем вопросам, авторы отдавали предпочтение учебникам, а также монографиям и обзорным статьям с большим количеством ссылок на работы российских и зарубежных ученых.

Главная цель пособия познакомить читателя с ключевыми, фундаментальными проблемами конструкций и проектирования крыльев. Разделы 1–3, 5, 6 и 8 написаны Комаровым В.А., разделы 4, 7, 9–12 Болдыревым А.В.

Данный контент представляет первую версию пособия, которое отражает последние достижения в разработке новых методов проектирования. Пособие может быть не свободно от недостатков. Авторы просят направлять вопросы и замечания читателей на e-mail Болдырева Андрея Вячеславовича: bolav@ssau.ru

Авторы искренне надеются, что и пособие, и его читатели внесут свою лепту в развитие науки о проектировании авиационных конструкций.

1 РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И КОНСТРУИРОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Как известно, весь цивилизованный мир отмечает в качестве даты рождения авиации 17 декабря 1903 года, когда общественности был представлен полет самолета братьев Райт. Конструкция этого самолета состояла из тканевых обшивок, набора деревянных стержней и тросовых расчалок. Далее последовал период бурного развития авиации, строилось множество самолетов самых разнообразных схем. Основным источником создания этих конструкций была интуиция талантливых людей, параллельно развивались фундаментальные науки - аэродинамика и строительная механика. Тем не менее, в этот период, который очень условно можно ограничить датами с начала прошлого века до 1940г., основным методом проектирования был метод *проб и ошибок*.

В первые послевоенные годы, когда было осознанно, что авиация становится одним из основных видов вооруженных сил, с одной стороны, и перспективным скоростным видом пассажирского и грузового транспорта, с другой стороны, начинается развитие научно-обоснованных методов проектирования самолетов и их конструкций. Появляется серия книг по общему проектированию самолетов, из которых следует отметить несколько последовательных редакций книги авторского коллектива из Московского авиационного института во главе с Бадягиным А.А. и Фоминым Н.А., которая завершилась изданием капитального учебника под редакцией Егера С.М. [1] в 1983 году.

Ко времени выхода в свет этой книги авиация накопила огромный опыт по большому числу построенных и испытанных самолетов. В учебнике [1] предлагаются методы проектирования, использующие простые физические модели со множеством поправочных коэффициентов, которые получаются из обработки статистических данных. Методы этой книги дают достаточно высокую точность при проектировании летательных аппаратов с устоявшимися традиционными аэродинамическими формами и в пределах определенных взлетных масс. В связи с тем, что эти методы активно используют прототипы, их можно

назвать *эволюционными*. Из зарубежных работ этого направления следует отметить книги Э. Торенбика [2] и Реймера [3].

К сожалению, эволюционный подход не гарантирует высокую точность проектировочных расчетов в случаях использования необычных внешних форм, новых технических решений по типу конструкции или при существенном изменении абсолютных размеров самолета.

Современные авиационные конструкции традиционных форм близки к исчерпанию своих аэродинамических и весовых характеристик, поэтому во всем мире ведется интенсивный поиск новых технических решений. Характерными примерами результатов такого поиска могут служить крылья с изменяемой геометрией, самолеты интегральной компоновки, крылья малого удлинения различной формы, исследования, направленные на поиск рациональных подкреплений тонкостенных конструкций в зонах больших вырезов, другие инновационные работы для которых еще не накоплены статистические данные, необходимые для использования эволюционной методики проектирования.

Важнейшую роль в разработке методов проектирования авиационных конструкций играют такие науки, как теория упругости и строительная механика. Здесь следует отметить традиционно высокий уровень советских и российских ученых. Достаточно назвать имена Власова В.З., Образцова И.Ф., Одинокова Ю.Г. и многих других. Из зарубежных книг отметим работы Тимошенко С.П. [4], эмигрировавшего в США и в сущности поставившего в этой стране инженерную науку о прочности конструкций на должный уровень.

В 70-80-е годы в самолетостроении в целом и в развитии наук и методов о проектировании летательных аппаратов происходят большие изменения. Во-первых, в связи со сложностью и дороговизной проектов, в ряде случаев сопоставимой с бюджетами отдельных государств, резко уменьшается число проектов. В то же время в связи с конкуренцией постоянно растут требования к качеству проектов. Примером, могут служить чрезвычайно дорогие проекты советского и англо-французского сверхзвуковых пассажирских самолетов. На рисунке 1.1 показан рост стоимости боевых самолетов по поколениям[5].

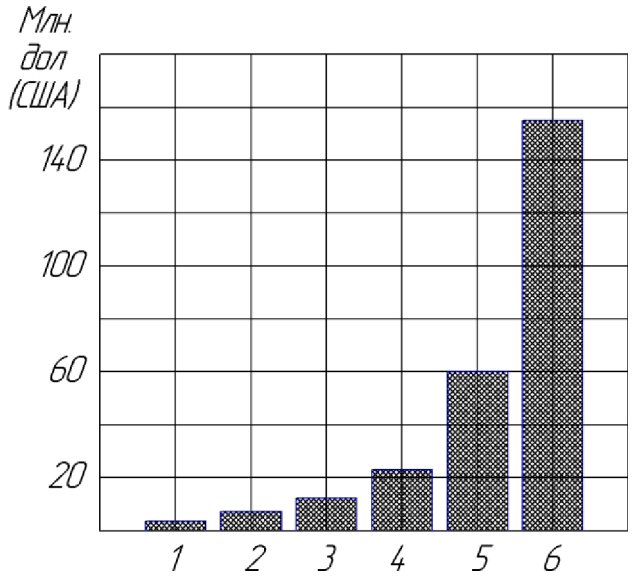


Рисунок 1.1 - Средняя стоимость боевых самолетов 1-го – 6-го поколений

Во-вторых, в качестве инструмента расчетчиков в авиастроение приходят компьютеры с их постоянно растущими возможностями. На стыке возможностей ЭЦВМ и некоторых численных методов, зарождение которых можно проследить в работах по математической физике и строительной механике появляется МКЭ. Осознание перспектив этого метода и его развитие следует связать с именем Джорджа Аргириса и публикации серии статей в 50-е - 60-е годы. В Советском союзе метод конечных элементов стал известен благодаря переводу статей Аргириса и изданию капитального труда под редакцией Филина А.П. [6].

Метод конечных элементов развивался стремительно, сейчас вошел в повседневную практику всех машиностроительных конструкторских бюро. Достаточно назвать промышленные системы Nastran [7], Ansys, Abaqus.

В то же время проектирование авиационных конструкций практически до самого последнего времени остается скорее искусством, чем наукой. Об этом свидетельствует малое количество книг и учебников именно по проектированию авиационных конструкций. Здесь отметим учебник под редакцией Е.С. Войт [8], который дает достаточно широкий набор так называемых «проектировочных» расчетов. Из зарубежных фундаментальных работ в этой области отметим книгу M.C. Niu [9], в которой обобщается опыт практической работы ведущих самолетостроительных фирм США.

В традиционной технологии проектирования авиационных конструкций предполагается, что после выполнения проектировочных расчетов и детальной проработки конструкции выполняется так называемые "поверочные расчеты" с использованием более точных математических моделей - моделей МКЭ, методов теории упругости, оболочек и т.п.

В связи с появлением компьютеров, в 70-е годы прошлого века наблюдался всплеск публикаций по использованию численных методов оптимизации в проектировании авиационных конструкций отдельных видов. Однако, прямое заимствование из математики универсальных численных методов оптимизации, которые в ряде работ именовались как "поисковые методы оптимизации" [10], столкнулась с проблемой размерности задач и катастрофическим ростом вычислений при увеличении числа проектных переменных. Кроме того, наиболее интересные для ранних стадий проектирования задачи о выборе структуры (топологии) конструкции вообще трудно поддаются математической постановке. Из математических работ по методам оптимизации для целей проектирования и конструирования летательных аппаратов следует отметить освоение методологии нелинейного математического программирования, которое требует четкой формализации трех основных вопросов при постановке оптимизационной задачи [11]:

1. Выбор целевой функции.
2. Выбор проектных переменных.
3. Формулировка ограничений.

Несмотря на то, что работы этого периода не дали ощутимых практических результатов, началось математическое осмысление проектных задач в авиастроении. И этот период можно считать переходом от искусства к науке в проектировании конструкций [12].

К одной из первых успешных попыток разработки теоретических основ проектирования силовых конструкций можно отнести монографию А.А. Комарова [13]. В ней для оптимизации силовых конструкций существенно используются специфические свойства упругой системы, а именно, потенци-

альная энергия и введенная им характеристика конструкции – "силовой вес", который выражает одновременно величину и протяженность внутренних усилий в конструкциях. В связи с трудностями перевода этого термина на английский язык, в дальнейшем изложении в данной работе для этой характеристики используется термин "силовой фактор".

Методы, предложенные в [13], свободны от проблемы размерности. Эти методы оказались идеально совместимыми с представлением конструкций в виде совокупности конечных элементов и получили развитие в трудах ученых Куйбышевского авиационного института (в последствии Самарского аэрокосмического университета). Для реализации этих методов в 80-х годах была разработана система РИПАК (Расчет И Проектирование Авиационных Конструкций) [14]. Эта система получила широчайшее распространение в Советском союзе. Была внедрена более чем в 40 проектных организациях страны. С использованием этой системы велось проектирование конструкций самолетов Ил-76, Ил-86, Ил-114, фрагментов Ту-154, самолетов Бе-30, Бе-200 и ряда других.

Опыт разработки этих самолетов используется в данной работе. Наиболее существенным из этого опыта следует считать осмысление того, что традиционный эволюционный порядок проектирования исчерпал свои возможности и в новых условиях требуется разработка новых подходов. Рассмотрим результаты этой работы и зарождающийся новый порядок проектирования более подробно.

Достижения в основных авиационных дисциплинах и их компьютерные реализации, а также достижения в формализации проектных задач как оптимизационных математических задач и разработка эффективных методов их решения привели к тому, что существенно изменяется сама технология конструкторской работы. На рисунке 1.2 показан традиционный порядок проектирования авиационных конструкций.

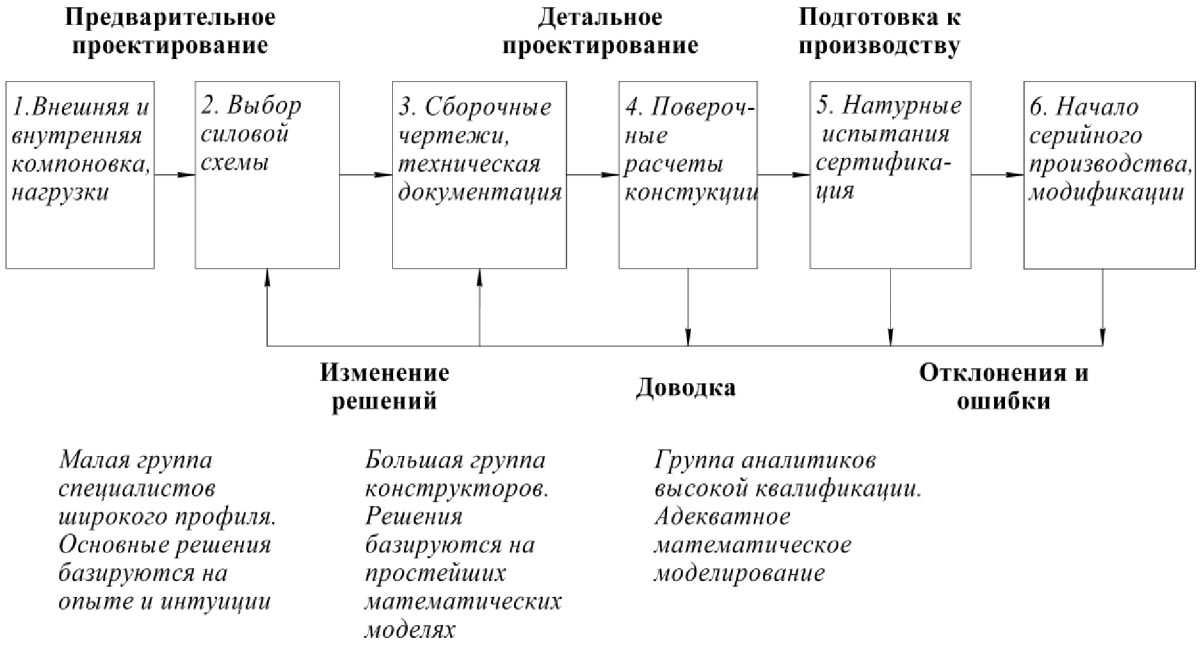


Рисунок 1.2 - Схема традиционного (эволюционного) порядка проектирования авиационных конструкций

Главные недостатки этого порядка проектирования:

1. На ранних стадиях проектирования концептуальные решения об облике самолета, о размещении вырезов и стыков, о выборе силовой схемы планера решаются, как правило, интуитивно, на основе прототипов, в лучшем случае с анализом нескольких вариантов решений. Отыскание оптимального решения не гарантируется, и отклонение от оптимума может быть большим.

2. На стадии рабочего проектирования отдельных агрегатов самолета назначение размеров силовых элементов конструкции производится по так называемым проектировочным расчетам. Обычно они сильно упрощены и недостаточно точны. В итоге поверочные расчеты и натурные испытания выявляют много ошибок и неточностей, устранение которых приводит к большому, трудно прогнозируемому увеличению общего календарного времени разработки самолета и стоимости проекта в целом. На рисунке 1.3 показаны общие затраты и полнота принимаемых решений по времени разработки летательного аппарата. На рисунке 1.4 представлен складывающийся сейчас более прогрессивный порядок проектирования.

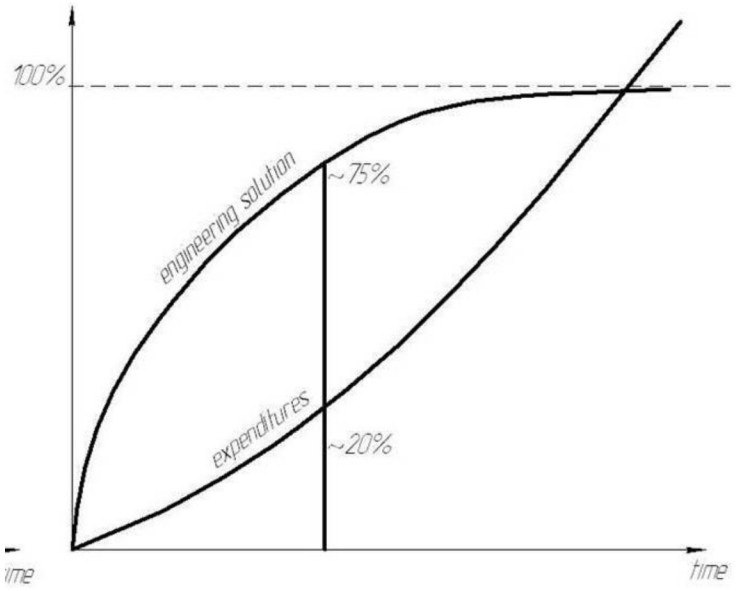


Рисунок 1.3 - Изменение затрат и распределение принятых решений по времени разработки



Рисунок 1.4 - Схема проектирования по технологии "точное попадание"

Главные особенности этого порядка проектирования и его отличия от традиционного состоят в том, что на этапе выбора силовых схем конструкторы и аналитики работают вместе и используют научно обоснованные методы структурной оптимизации. Для этих целей используется конечно-элементная модель первого уровня (КЭМ-I), которая служит для генерации силовой схемы из некоторого континуума – непрерывной упругой среды. Затем строят конечно-элементную модель будущей конструкции КЭМ-II и при этом используют

конечные элементы как язык для описания принятых структурных решений. Проводят на конечно-элементной модели параметрическую оптимизацию и только после этого ведут рабочее проектирование и выпускают чертежи отдельных узлов и деталей конструкции, зная их рекомендуемые размеры и действующие в них усилия из общего расчета планера самолета как единой упругой системы.

Важно заметить, что в традиционном подходе при выполнении поверочного расчета адекватность математической модели и конструкции обеспечивает аналитик, и иногда это очень трудная задача. В новом подходе эту адекватность обеспечивает в большой мере конструктор.

Новый подход использует математическое моделирование высокого уровня, начиная с ранних стадий проектирования. Он обеспечивает значительное сокращение общего времени проектирования за счет сокращения объема испытаний и доводок.

В американской технической литературе для обозначения такой технологии, а вернее сказать, идеологии проектирования используется термин "concurrent design paradigm" [15], который может быть переведен на русский язык как "проектная технология точного попадания". Эта концепция рождена требованиями времени и её в различных формулировках можно найти в книге «Российская энциклопедии CALS. Авиационное космическое машиностроение» [16].

2 ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ПРОЕКТНОЙ ЗАДАЧИ

Исходя из опыта чтения курса "Теоретические основы автоматизации проектирования авиационных конструкций" для студентов и инженеров с опытом практической работы, можно констатировать, что практически никто из слушателей на первых практических занятиях не может дать четкого определения для термина "проектирование". Трудности в интерпретации этого, простого на первый взгляд, термина интересно обсуждаются в монографии [17].

Для целей данного исследования в работе инженеров конструкторского бюро полезно выделить два характерных вида деятельности: анализ и синтез. Дадим для них такие определения.

Анализ - деятельность, направленная на установление связей между параметрами уже спроектированного объекта и его характеристиками. Например, определение максимальных напряжений в крыле, когда выбраны все его геометрические параметры. Заметим, что такая задача может быть решена как математическим моделированием, так и натурным экспериментом. Как синоним анализа в самолетостроении часто используется термин *расчет*.

Синтез или проектирование – деятельность, направленная на выбор такой структуры и таких параметров создаваемого объекта, которые обращают в минимум или максимум одну из его характеристик (или свертку характеристик) и удовлетворяют всем ограничениям. Например, выбор числа и расположения лонжеронов и нервюр, размеров поперечных сечений силовых элементов конструкции и т.д. Заметим, что в подавляющем большинстве случаев задача синтеза не может быть решена экспериментально, и ее решение является прерогативой творческих способностей человека.

Общую схему решения проектной задачи в современных условиях с существенной компьютерной поддержкой можно представить следующим образом (рисунок 2.1).

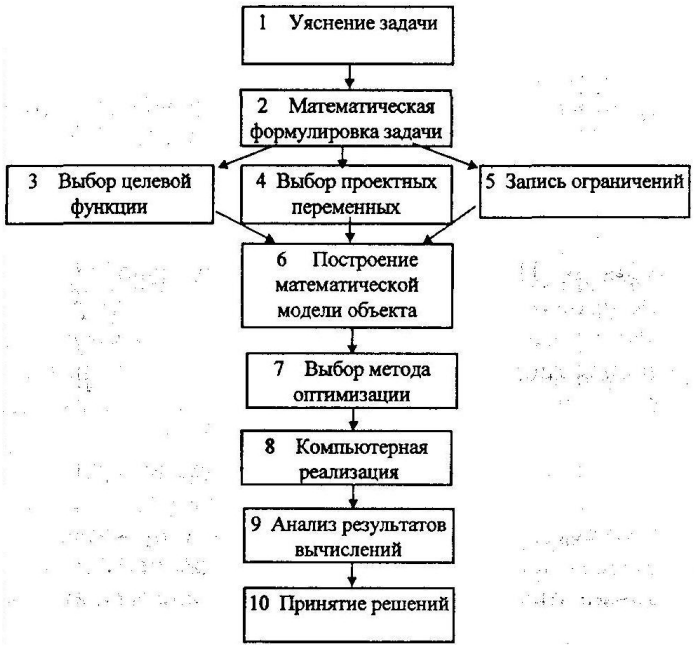


Рисунок 2.1 - Схема решения проектной задачи

Схема дана с упрощениями, без многочисленных обратных связей.

Кратко прокомментируем ее с акцентами на роль человека в решении проектных задач.

Блок 1. Это начало работы. Здесь нужно получить ответы на два основных вопроса.

1. "С чем мы имеем дело?" Например, при летных испытаниях сверхзвукового самолета выясняется, что он проходит трансзвуковой режим очень долго. Почему? Что делать для улучшения летных характеристик самолета? После дополнительных наблюдений и трудных дискуссий удается установить, что причина этого явления в увеличении балансировочного сопротивления самолета из-за недостаточной жесткости крыла при схеме "бесхвостка".

2. "Чего мы хотим?" или "Чего хотят от нас?" В обсуждаемом примере перед конструкторами ставится задача найти способ увеличения крутильной жесткости крыла с минимальным его утяжелением.

Иногда ответы на такие вопросы очень просты. Иногда очень сложны и требуют от конструктора нестандартного мышления и знаний самых различных научных дисциплин.

Блок 2. Работа в этом блоке зависит от физической сущности проектной задачи и предлагаемого метода оптимизации. Для многих проектных задач представляется удобным использовать, по крайней мере, на этапе осмысления и математической постановки задачи, терминологию и аппарат нелинейного математического программирования - блоки 3-5 (рисунок 2.1).

Блок 3. Выбор целевой функции прост, когда необходимо найти экстремум одной какой-либо характеристики объекта проектирования, например минимум массы конструкции. Задача неизмеримо сложней, когда есть желание достигнуть экстремума одновременно нескольких характеристик. Именно так на вербальном уровне в любом учебнике по конструкции самолета обсуждают требования, например, к крылу самолета: минимальное значение массы, максимальные значения c_y, $K=c_y/c_x$ и т.д. Эти характеристики противоречивы, и с точки зрения математики корректно можно говорить только о компромиссе. Для этого существуют различные способы свертки нескольких целевых функций в одну, как правило, с использованием весовых коэффициентов и мнений экспертов. Это очень ответственный этап в постановке проектной задачи, так как от него, в конечном счете, зависит качество проекта. К сожалению, в процессе свертки может теряться физический смысл проектной задачи. Здесь в максимальной степени нужно использовать накопленный конструкторский опыт, который в ряде случаев позволяет произвести декомпозицию процесса проектирования с соответствующей иерархией целевых функций с простым физическим смыслом.

Например, в соответствии с технологией, показанной на рисунке 1.4, последовательность оптимизационных задач, возникающих при проектировании авиационных конструкций, можно представить следующим образом (рисунок 2.2).

Блок 4. Выбор проектных переменных на первый взгляд может показаться значительно более простой задачей. Всегда есть искушение взять в качестве проектных переменных "чертежные" переменные, то есть размеры, которые проставляются на чертеже. Но тогда их общее количество может быть очень

большим, что плохо для применения универсальных методов оптимизации. Более того, некоторые чертежные размеры взаимосвязаны, например площадь поперечного сечения стрингера, его шаг и толщина обшивки. И если это не использовать, то при оптимизации возникают вычислительные проблемы, подобные тем, которые известны при решении плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений.



Рисунок 2.2 - Схема процесса проектирования авиационных конструкций:

b – главный критерий, связанный с назначением самолета, например коэффициент топливной эффективности; P – внешние нагрузки; G – силовой фактор, специальный критерий, учитывающий величину внутренних сил в конструкции и протяженность их действия; V - теоретически необходимый объем силового материала конструкции; φ - отношение полной массы конструкции к массе теоретически необходимого силового материала; t – затраты времени на доводки и сертификацию

Выбор проектных переменных требует от инженера хорошего понимания физической стороны решаемой задачи, знания вычислительных алгоритмов и особенностей используемых методов оптимизации и определенной изобретательности.

Блок 5. Здесь наиболее важна полнота представления ограничений. Так, для крыла помимо важнейших ограничений по прочности и аэроупругости нужно не забыть о минимально допустимых толщинах обшивок по требованиям производства, нужно учесть, что в некоторых зонах обслуживания на крыло наступит человек и т.д. Этот этап постановки проектной задачи требует от инженера, прежде всего, широкого технического кругозора.

Блок 6. Под математической моделью объекта проектирования будем понимать совокупность расчетных формул, алгоритмов и экспериментальных ма-

териалов в виде таблиц и графиков, которые позволяют для определенных произвольных значений проектных переменных ответить на два главных вопроса:

1. Какое значение при этом имеет целевая функция?

2. Выполняются ли все ограничения на проект или нет? То есть: принадлежит эта точка в пространстве проектных переменных допустимой области или нет?

Для некоторых алгоритмов оптимизации необходимо также иметь возможность вычислять производные целевой функции и ограничений по проектным переменным.

Построение математической модели объекта проектирования в значительной мере рутинная работа. Но и здесь есть одно обстоятельство, которое требует большого внимания инженера: математическая модель должна давать достоверные результаты во всем диапазоне изменения проектных переменных. Иначе при оптимизации могут получиться вздорные результаты.

Блок 7. Набор методов, которые могут быть использованы в проектировании авиационных конструкций, очень широк. От относительно универсальных, таких как нелинейное программирование [18] и генетические алгоритмы [19], до проблемно-ориентированных [20]. Как правило, все они имеют свои достоинства и недостатки, имеют средства для настройки, от правильного использования которых может сильно зависеть скорость работы методов и даже правильность результатов. Поэтому для практического использования методов оптимизации полезно предварительное решение пользователем тестовых задач, подобных реальным, но с такими граничными условиями, которым соответствует тривиальное оптимальное решение.

В реальном проектировании использование методов оптимизации как "черных ящиков" едва ли возможно.

Блок 8. Компьютерная реализация методов анализа и синтеза, пожалуй, самая динамичная часть проектных работ с точки зрения участия в них конструкторов и требований к их квалификации.

Современный конструктор должен обладать довольно широкими компьютерными знаниями. Они должны обеспечивать ему, прежде всего, возможность выбора и быстрого освоения тех или иных программных продуктов для наиболее эффективного решения различных проектных задач. При этом, однако, надо учитывать, что сложность проектных задач и сложность специализированного программного обеспечения растут так быстро, что еще более важной в компьютерной подготовке конструкторов становится их способность к использованию и развитию существующих программных продуктов для решения междисциплинарных задач.

Блоки 9 и 10. Работа человека в этих двух блоках тесно взаимосвязана.

В проектировании важны такие чисто человеческие качества, как воображение, способность к ассоциациям, сомнения и другие проявления неформального мышления. На этом этапе нужно не только дать возможность, но и создать необходимость глубокого анализа результатов расчетов. Для принятия правильных конструкторских решений нужно полное понимание путей передачи сил в конструкции. К традиционным средствам визуализации деформаций и напряжений полезно добавить такие, как траектории главных напряжений и потоки главных усилий, которые вычисляются как произведение главных напряжений на толщину соответствующего элемента [21]. Упрощенный пример такого процесса показан на рисунке 2.3.

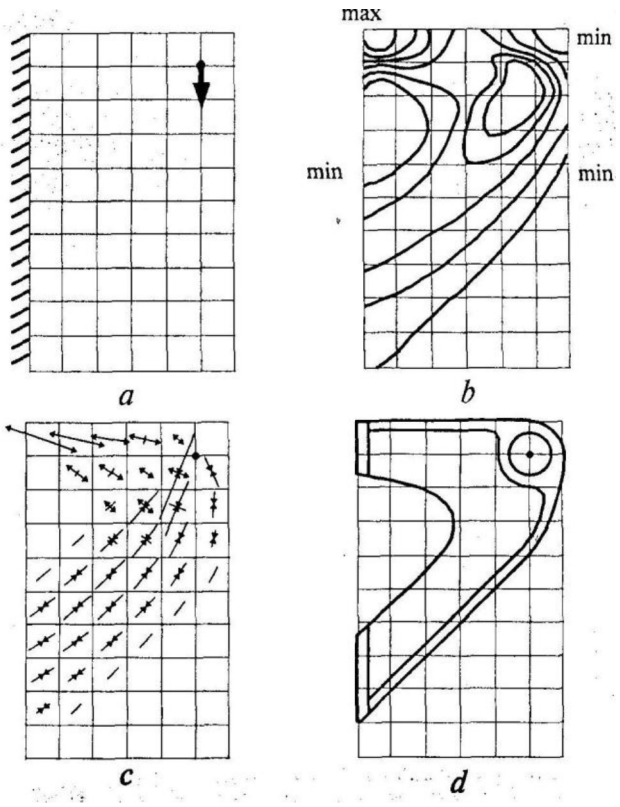


Рисунок 2.3 - Пример графической поддержки в простейшей задаче об оптимальном проектировании кронштейна: *a* - постановка задачи; *b* - распределение материала в теоретически оптимальной конструкции; *c* - потоки главных усилий; *d* - результат проектирования

Заметим, что после оптимизации распределения материала конструкция становится близкой к равнопрочной и цветографическое представление эквивалентных напряжений может исказить представление об усилиях в различных частях конструкции.

Для детального проектирования полезно также графическое представление величин некоторых обобщенных внутренних усилий в конструкции. Для шпангоута, например, это осевые силы и изгибающие моменты на каждом участке.

Важным аспектом проектирования авиационных конструкций являются также нагрузки. Их задание регламентируется специальными нормами и правилами [22], удовлетворение которым является обязательным.

3 ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ КРЫЛЬЕВ

3.1 Нагрузки

В процессе эксплуатации самолета на земле и в воздухе на него действуют разнообразные нагрузки, как по величине, так и по характеру приложения.

Нагрузки имеют вероятностный характер, поскольку на них оказывают существенное влияние такие факторы, как рельеф взлетно-посадочной полосы, состояние атмосферы и действия пилота. В результате обработки статистических данных летных испытаний, анализа летных происшествий и математического моделирования возможных ситуаций, в которые может попасть самолет, определяются характерные варианты нагружения, которые принято называть "*расчетными случаями*". Расчетные случаи описываются в специальных регламентирующих национальных и международных документах: НЛГС (Нормы летной годности гражданских самолетов СССР), FAR (США) и др. Удовлетворение требованиям норм при проектировании авиационных конструкций является обязательным и проверяется при сертификации самолета. Требования норм направлены на обеспечение безопасной эксплуатации самолетов и находятся в процессе международной унификации.

Расчетный случай определяется перегрузкой n и законами распределения поверхностных сил.

Перегрузка – это отношение равнодействующих поверхностных и объемных сил (за исключением инерционных и гравитационных) к произведению массы на ускорение свободного падения.

Максимально возможная из перегрузок при совершении определенного маневра, при наезде на неровность при движении по земле или при встрече с воздушным порывом называется эксплуатационной и обозначается $n^э$.

Примерные значения максимальных эксплуатационных перегрузок имеют следующие величины для различных самолетов:

7…9 - легкие маневренные;

4…5 - легкие тренировочные;

3…4 - средние пассажирские;

2…3 - тяжелые пассажирские.

Замечание: цифровая и графическая информация в данном разделе приводится только для знакомства с проблемой. При выполнении проектных работ необходимо использование специальных регламентирующих документов.

Случаи нагружения, задаваемые для каждой части самолета нормами прочности, как правило, соответствуют предельным режимам полета или посадки и обозначаются заглавными буквами латинского алфавита и делятся на *полетные и посадочные*. В расчетных полетных случаях задаются две из трех величин n, q и C_y, а третья определяется из формулы $n = C_y \frac{qS}{mg}$, устанавливающей связь этих величин между собой. Основными полетными случаями нагружения являются случаи *A, A′, B, C, D, D′* (рисунок 3.1); основными посадочными случаями нагружения – *E, E′, G, R* и др. В каждом полетном случае задается *нагружение крыла* и в соответствии с этим выявляется нагружение других частей самолета: оперения, фюзеляжа, двигательной установки. В посадочных случаях задаются *нагрузки на шасси*, и в соответствии с ними выявляется нагружение других частей самолета: фюзеляжа, двигательной установки и крыла (в основном для конструкций, у которых стойки шасси крепятся к крылу).

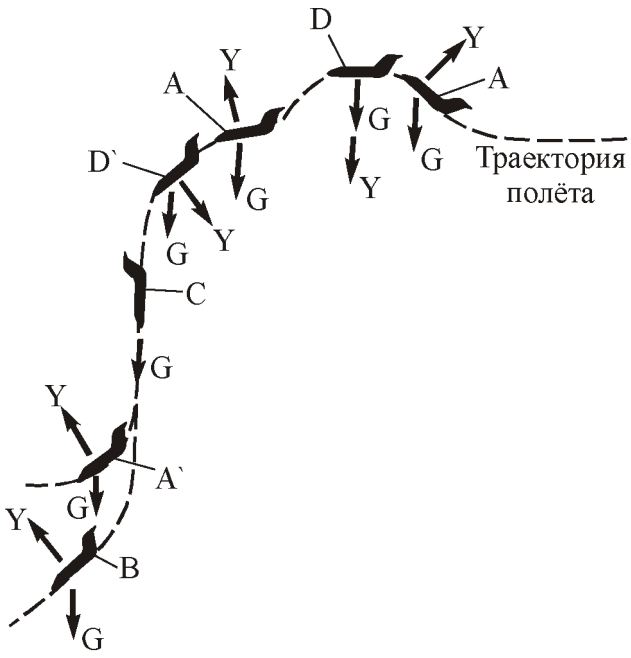


Рисунок 3.1 – Полетные случаи нагружения самолета

Кроме того, задаются *особые* расчетные случаи для оперения, фюзеляжа и двигательной установки. Рассмотрим *основные полетные случаи нагружения крыла*.

Случай А – криволинейный полет на угле атаки, соответствующем $C_{y_{max}}$; перегрузке $n_A = n^э_{max}$. Скоростной напор в этом случае невелик. Случай *А* соответствует таким режимам полета, как выход из пикирования, вход в горку, действие восходящего потока воздуха (для тяжелых самолетов). Этот случай из-за больших значений $n^э_A$ может определить (после сравнения с другими случаями нагружения) прочность крыла, оперения, фюзеляжа, узлов крепления двигателя, агрегатов и грузов.

Случай А′ – криволинейный полет, при котором $n^э_{A'} = n^э_{max}$, $q^э_{A'} = q_{max\,max}$, где $q_{max\,max}$ – предельно достижимый самолетом скоростной напор. Угол атаки крыла и $C_{y_{кр}}$ при этом невелики.

Этот случай соответствует началу выхода из пикирования или воздействию горизонтального порыва на отвесно пикирующий самолет. Он может быть расчетным для тех же частей самолета, что и случай *А*. Случай *А′* отличается от случая *А* другим распределением нагрузки из-за меньших углов атаки и больших чисел *М* полета.

Случай В – криволинейный полет $q = q_{max\,max}$ и $n^э_B = 0{,}5n^э_{max}$. Коэффициент C_y здесь в два раза меньше, чем в случае *А′*. Принимается, что элероны отклонены. Их угол отклонений задается нормами прочности. Случай *В* возможен на тех же маневрах, что и случай *А′*, и может быть расчетным для тех же частей самолета, что и случаи *А* и *А′*.

Случай С – полет, при котором $q = q_{max\,max}$ и $C_{y_{сам}} = 0$ (подъемная сила самолета равна нулю). Полет рассматривается с отклоненными элеронами. Этот случай возможен при отвесном пикировании, а также при пологом пикировании, когда на самолет действует нисходящий поток воздуха со скоростью *и*, при которой $C_{y_{сам}}$, становится равным нулю. Случай *С* может быть расчетным для крыла, фюзеляжа и оперения.

Случай D – криволинейный полет на угле атаки, соответствующем наибольшему отрицательному значению C_y с перегрузкой $n^э_D = n^э_{\min}$. Случай D характерен для таких режимов полета, как вход в пикирование или горизонтальный полет при воздействии на самолет нисходящего порыва. Он по сравнению со случаем A характерен обратным направлением действующих сил.

Случай D′ – криволинейный полет при малом отрицательном угле атаки, при $q = q_{\max\max}$ и $n^э_{D'} = n^э_{\min}$. Случай D' возможен при обратном выходе из пикирования или при действии горизонтального порыва при отвесном пикировании. Этот случай по направлению действующих сил аналогичен случаю D, а по распределению – случаю A'.

Эти случаи нагружения дают возможность рассмотреть весь диапазон предельных режимов полета самолета.

На рисунке 3.2 дана зависимость $n^э = f(q)$ и поляра самолета, на которой отмечены все полетные случаи нагружения.

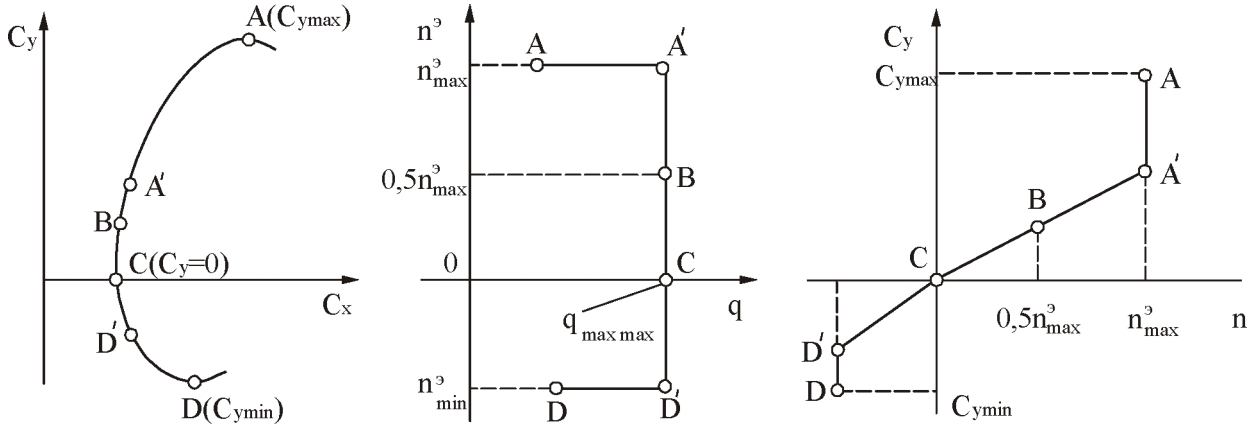


Рисунок 3.2 – Нормирование нагрузок на крыло

Распределение воздушной нагрузки по крылу задается нормами: по размаху – циркуляцией и по хорде – распределением давления, которые могут уточняться по экспериментальным данным.

Авиационные конструкции проектируются таким образом, чтобы в процессе эксплуатации в них не возникали остаточные деформации, но в то же время они должны иметь возможно меньшую массу. Для достижения этих це-

лей в рассмотрение вводится *расчетная нагрузка* $P_р$ путем умножения эксплуатационной нагрузки $P_э$ на *коэффициент безопасности f*

$$P_р = fP_э . \qquad (3.1)$$

На эту нагрузку производится расчет конструкции и обеспечивается выполнение условий прочности

$$\sigma_i \le \sigma_{i\,разр}, \qquad (3.2)$$

где $\sigma_{i\,разр}$ – разрушающее напряжение *i*-го элемента конструкции.

Коэффициент безопасности зависит от многих факторов: стабильности свойств материала, достаточности значения внешних нагрузок, сложности узла, уровня производственных допусков и т.п. Исторически коэффициент безопасности в авиастроении, в отличие от общего машиностроения, где он имеет величину 3…5, первоначально назначался f=1,5 исходя из примерного отношения $\sigma_{вр}$ (временного сопротивления) к $\sigma_т$ (пределу текучести). В настоящее время для кратковременных, редко встречающихся нагрузок берется f=1,5; для часто повторяющихся и действующих длительное время нагрузок – f=2.

Для крыла могут оказаться расчетными, т.е. определяющими сечения некоторых его силовых элементов, нагрузки от других агрегатов, которые крепятся на крыле: нагрузки от выпущенных закрылков, нагрузки от шасси. Причем актуальность взлетно-посадочных случаев нагружения возрастает с ростом взлетной массы самолета и его абсолютных размеров.

Для самолетов с необычной формой крыла или всей аэродинамической схемой просматриваются путем математического моделирования и физического эксперимента все возможные потенциально опасные случаи нагружения. Например, для схемы "бесхвостка" с крылом оживальной формы, характерной для сверхзвуковых пассажирских самолетов, таким случаем нагружения является резкое отклонение элевонов вниз, которое вызывает большую нагрузку области задней кромки крыла, где строительные высоты малы.

В качестве другого примера может быть приведен экспериментальный самолет-амфибия вертикального взлета и посадки, рисунок 3.3. Он имеет со-

ставное крыло и необычное двухбалочное оперение. Как потенциально опасные для него рассматривались более 15 расчетных случаев нагружения, и почти все они оказались определяющими для тех или иных элементов конструкции крыла.

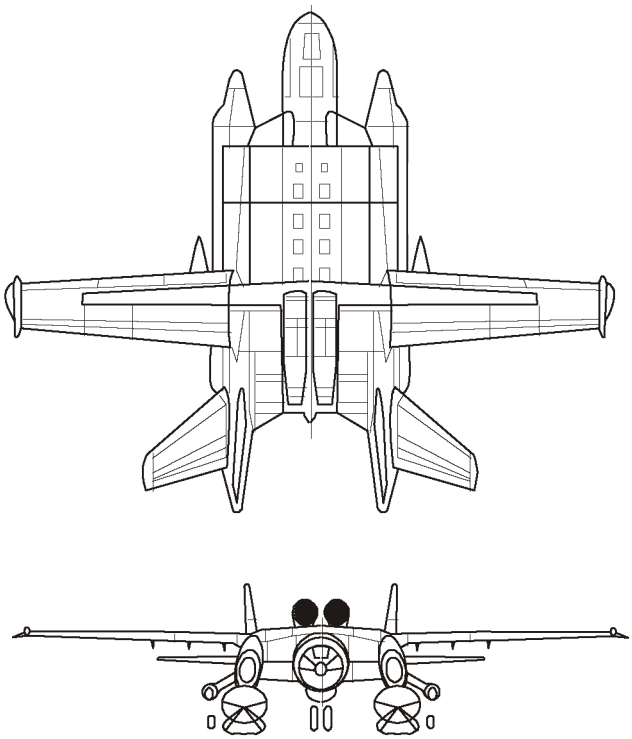


Рисунок 3.3 – Самолет-амфибия вертикального взлета и посадки

Для тяжелых самолетов случай *А* заслуживает рассмотрения с пустым крылом и с заполненным топливом в различных вариантах и т.п.

Нормами прочности регламентируются также требования по обеспечению безопасности самолета в отношении явлений статической и динамической аэроупругости: дивергенции крыла, реверса рулей, флаттера. Для удовлетворения этим требованиям определяются: необходимая крутильная жесткость крыла и ее соотношение с изгибной жесткостью крыла, взаимное расположение оси жесткости конструкции и линии центров масс сечений крыла и ряд других параметров.

3.2 Эволюция конструкций крыльев

Внешняя форма крыла описывается рядом геометрических параметров: площадью $S_{кр}$, удлинением λ, сужением η, углом стреловидности χ, формой в плане, формой профиля и его относительной толщиной $\bar{c}$ и др. К числу важнейших *удельных* характеристик крыла относятся: *удельная нагрузка* на крыло $p_0 = \frac{m_0 g}{S_{кр}}$ и *удельная масса* – масса квадратного метра конструкции $q_{кр} = \frac{m_{кр}}{S_{кр}}$, где m_0 - взлетная масса самолета, $m_{кр}$ - масса крыла.

Эти параметры у первых самолетов не велики: $p_0 = 10...20\,даН/м^2$ и $q_{кр} = 6...10\,кг/м^2$.

Конструкция этих крыльев представляет набор стержневых элементов, расчалок и полотняной обшивки, рисунок 3.4.

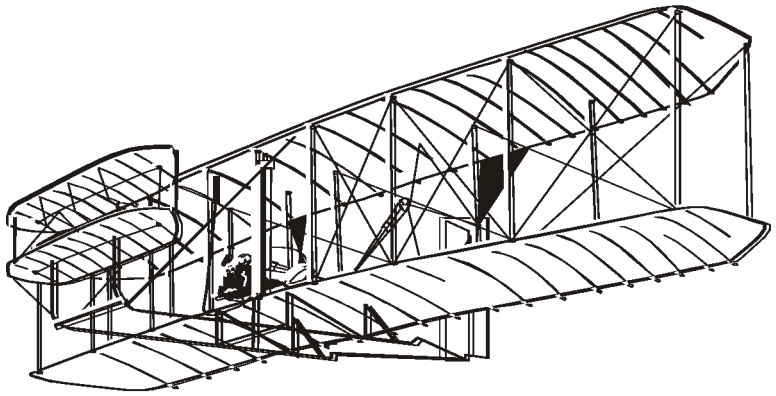


Рисунок 3.4 – Самолет братьев Райт, 1903г.

С точки зрения строительной механики обшивка *полипланових* крыльев работает только на растяжение как мембрана, стержневые элементы – в основном на растяжение-сжатие и на местный изгиб, расчалки – на растяжение, крыло в целом – как пространственная ферма. Схема "биплан" успешно применяется на легких самолетах – сельскохозяйственных, учебных и тренировочных.

При скоростях свыше 150…200 км/час податливость полотняной обшивки и сопротивление стоек и расчалок становятся неприемлемыми, и более предпочтительна схема "*свободно несущий моноплан*".

Для схемы моноплан основным разрушающим фактором является изгибающий момент. Главный силовой элемент моноплана – балка (лонжерон), расположенный в зоне наибольшей относительной толщины профиля $\bar{c}_{\max}$. Желание с помощью одного элемента конструкции обеспечить и прочность и крутильную жесткость приводит к использованию трубчатого поперечного сечения лонжерона, рисунке 3.5а. Однако при работе на изгиб из плоскости

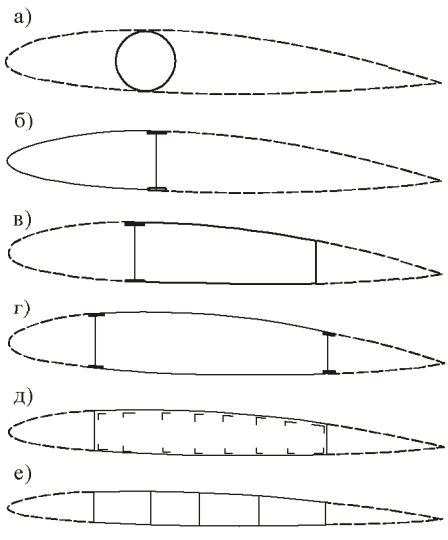


Рисунок 3.5 – Эволюция конструкций крыльев

крыла трубчатый профиль существенно уступает оптимальному для этих целей поперечному сечению, близкому к идеальному двутавру. В большинстве лонжеронных крыльев используется именно такая конструкция, а крутильная жесткость обеспечивается замкнутым контуром: стенка лонжерона – зашитый носок, рисунок 3.5б; либо стенка лонжерона – обшивка – задняя стенка, рисунок 3.5в.

При возрастании скоростей свыше 300…400 км/час растут требования к крутильной жесткости по соображениям аэроупругости. Крутильная жесткость крыла большого удлинения определяется площадью замкнутого контура и толщинами: обшивок и передней и задней стенок лонжеронов. При этом становиться целесообразным использовать двухлонжеронную схему с размещением первого лонжерона примерно на 20% хорды профиля крыла и на 70% - заднего, рисунок 3.5г.

При дальнейшем росте скоростей полета возникает необходимость использования меньших относительных толщин профилей, потребная толщина обшивки возрастает, и ее эффективное включение в работу крыла на изгиб обеспечивается специально подбираемым стрингерным набором. Роль поясов лонжеронов в восприятии усилий от изгиба крыла с учетом того, что пояса не находятся в зоне с максимальными строительными высотами, становится менее значительной, и в них закладывается меньшая доля конструкционного материала.

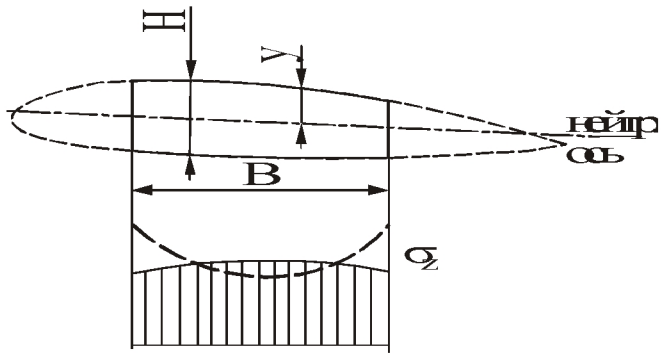


Рисунок 3.6 – Распределение нормальных напряжений в сечении крыла

При относительно большом расстоянии между первым и задним лонжеронами ($B/H > 4$, рисунок 3.6) гипотеза плоских сечений (Герца-Беляева), в соответствии с которой нормальные напряжения в крыле считаются пропорциональными расстоянию от нейтральной оси

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y, \qquad (3.3)$$

оказывается не вполне справедливой и в действительности напряжения распределяются по профилю примерно, как показано штриховой линией. Этот эффект подробно рассмотрен в книге [4] и назван эффектом *широкопологого двутавра*. Иногда этот эффект объясняют и называют "*запаздыванием нормальных напряжений по сдвигу*". В действительности этот эффект имеет еще более сложную природу, связанную со сближением в вертикальном направлении волокон верхней и нижней панелей обшивки между лонжеронами, т.е. где отсутствует продольная стенка. В итоге строительная высота профиля крыла не используется в полной мере. Поэтому в крыльях с тонкими профилями используются многолонжеронные или многостеночные схемы, рисунок 3.5е. (Здесь и далее ось z считается направленной по размаху крыла, M – изгибающий момент, J – момент инерции сечения тонкостенной конструкции, y – расстояние от нейтральной оси).

Крылья современных самолетов имеют очень сложную конструкцию как по наличию множества подвижных частей, связанных с органами управления и улучшения аэродинамических характеристик, так и по внутреннему устройству, связанному с вырезами и узлами приложения сосредоточенных сил от шасси, двигателей и грузов, рисунок 3.7.

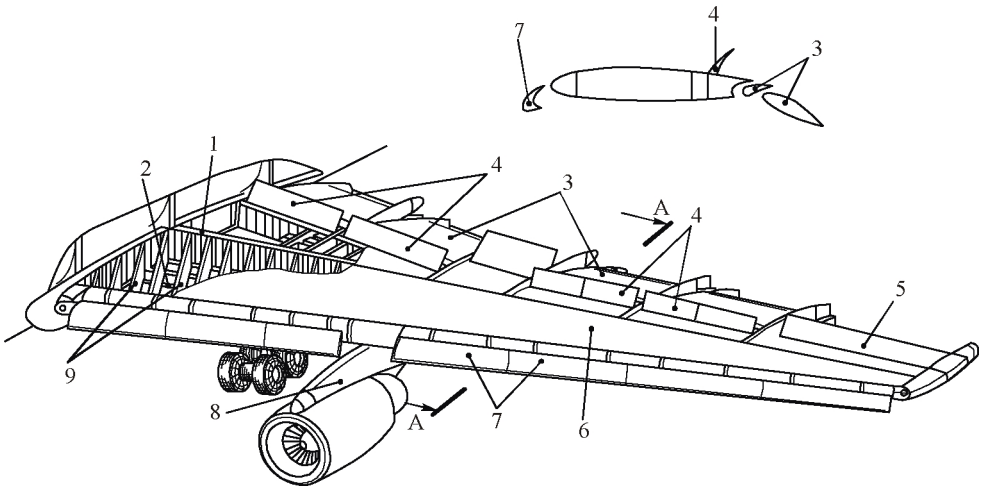


Рисунок 3.7 – Крыло современного пассажирского самолета:
1 – лонжерон, 2 – стрингер, 3 – закрылки, 4 – интерцепторы, 5 – элерон,
6 – обшивка, 7 – предкрылки, 8 – пилон крепления двигателя

3.3 Силовая работа крыла

На рисунке 3.8 показана типичная конструкция двухлонжеронного крыла и его силовая схема (с упрощениями).

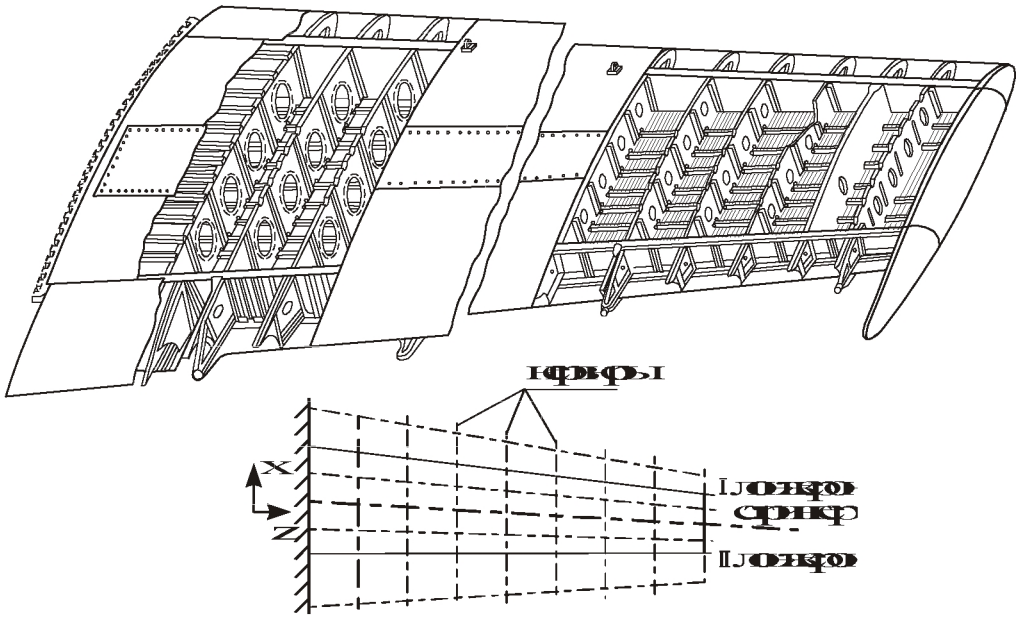


Рисунок 3.8 – Двухлонжеронное крыло

Воздушная нагрузка в виде сил разряжения и давления первоначально воспринимается обшивкой, рисунок 3.9. При этом в клетке тонкой обшивки, заключенной между двумя парами соседних стрингеров и нервюр, возникают в основном мембранные усилия, а в достаточно толстой обшивке – перерезывающие и изгибные усилия.

В местах соединения обшивки с каркасом через заклепки, винты, сварные или клеевые точки и швы воздушная нагрузка передается на каркас. Причем, так как обычно шаг стрингеров значительно меньше шага нервюр, можно считать, что стрингер на участке между двумя соседними нервюрами собирает воздушную нагрузку с двух прилегающих половин клеток обшивки.

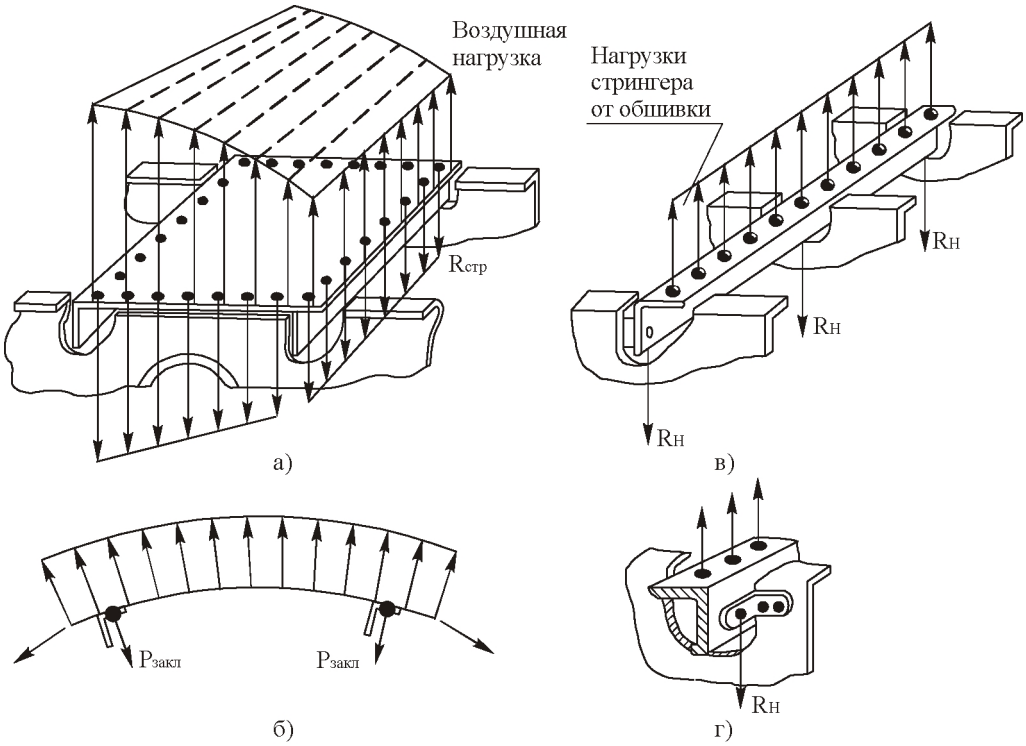


Рисунок 3.9 – Действие воздушной нагрузки на крыло

Таким образом, на стрингер действует распределенная нагрузка, рисунок 3.9в. В правильно спроектированном крыле обеспечивается связь стрингеров с нервюрами, обычно с помощью специальных фитингов, рисунок 3.9. В этом случае стрингер работает как многоопорная балка и в местах соединения с нервюрами передает собранную воздушную нагрузку на нервюры через реакции R_s.

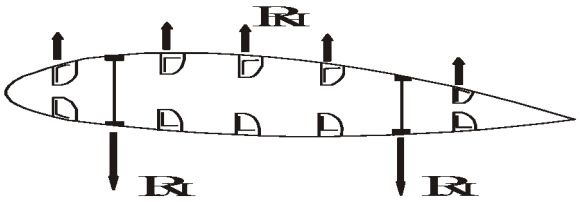


Рисунок 3.10 – Нагружение нервюры

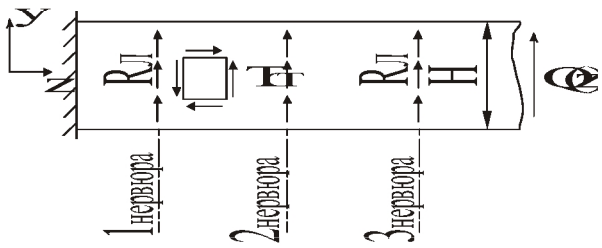


Рисунок 3.11 – Нагружение стенки лонжерона

Нервюры, в свою очередь, нагружаются реакциями R_s, опираются на стенки лонжеронов, рисунок 3.10 и уравновешиваются реакциями R_N.

Реакции R_N нагружают стенки лонжеронов, рисунок 3.11, и таким образом стенки лонжеронов "собирают" аэродинамические силы, действующие на крыло, и передают их на узлы ния (борт фюзеляжа). Стенка лонжерона при этом передает перерезывающую силу Q и работает на сдвиг.

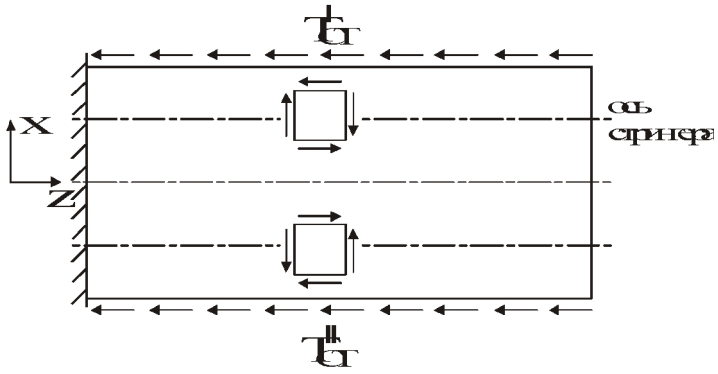


Рисунок 3.12 – Нагружение панели обшивки касательными силами

Потоки касательных сил $T_{ст}$ в стенках лонжеронов действуют, в свою очередь, на панель обшивки вместе с поясами лонжеронов, как показано на рисунке 3.12.

Характерные "пилообразные" распределения потоков касательных сил в поперечном сечении крыла показаны на рисунке 3.13: а – поперечная нагрузка приложена по оси жесткости; б – вне оси жесткости, т.е. с кручением крыла [8].

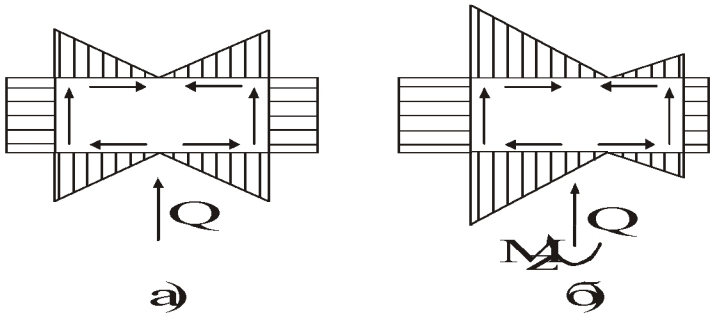


Рисунок 3.13 – Распределение касательных сил в поперечном сечении крыла

Максимальные потоки касательных усилий в обшивке возникают в стыке с лонжеронами, и если площади поперечных сечений поясов лонжеронов значительно меньше площади сечения панели обшивки, то эти потоки соизмеримы с усилиями в стенках лонжеронов и обычно оказываются значительно большими, чем вычисляемые только из условия работы замкнутого контура на кручение по известной формуле Бредта

$$T = \frac{M_{кр}}{\Omega}, \qquad (3.4)$$

где Ω – удвоенная площадь замкнутого контура.

Но именно пиковые значения потоков касательных сил в обшивке определяют подбор ее толщины и параметров заклепочных швов по условиям прочности. Здесь же нужно отметить, что величины и даже направления (знаки) потоков касательных сил в тонкостенных элементах конструкции крыла сильно зависят от закона изменения строительных высот (конусности).

Суммарное осевое усилие в панели обшивки на расстоянии z от заделки имеет величину

$$P_z = \int_l^z (T_{ст_Л} + T_{ст_П}) dz . \qquad (3.5)$$

Другим способом эта величина может быть вычислена очень просто через изгибающий момент в крыле M_x в соответствующем сечении и среднюю строительную высоту H

$$P_z = \frac{M_x}{H} . \qquad (3.6)$$

Однако рассмотрение всей цепочки передачи аэродинамических сил в конструкции крыла дает комплексное представление о его силовой работе.

Заметим также, что если работу всех элементов конструкции крыла на поперечные нагрузки можно считать продуктивной как связанную со сбором распределенных поверхностных сил и передачей их на борт самолета, то осевые усилия в панелях обшивки и поясах лонжеронов носят как бы паразитный характер, так как нужны только для обеспечения равновесия стенок лонжеронов. При этом потребная масса материала стенок не зависит от строительной высоты крыла, а масса обшивки с поясами лонжеронов и стрингеров обратно пропорциональна строительной высоте.

Практически во всех крыльях масса панелей обшивки с поясами лонжеронов значительно больше массы стенок.

3.4 Материалы

Авиационные конструкции предъявляют разнообразные и очень высокие требования к материалам. Материалы и конструкции в авиастроении находятся в тесной взаимосвязи.

С одной стороны, всякое улучшение характеристик и появление новых свойств тотчас же используется в самолетостроении, например, возможность управлять упругими свойствами элементов конструкций за счет схемы армирования в композиционных материалах.

С другой стороны, запросы авиастроения определяют направления поисков в создании новых материалов. Так, например, концепция проектирования безопасно повреждаемых конструкций требует создания сплавов с малой скоростью распространения трещин при повторных нагрузках. Для повышения эффективности сжатых панелей желательно повышение модуля упругости и уменьшение плотности.

Основные требования к конструкционным материалам:

- высокая статическая удельная прочность $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{вр}}{\rho}$ и жесткость $\bar{E} = \frac{E}{\rho}$;
- сопротивление усталости;
- медленное развитие трещин;
- коррозионная стойкость и совместимость с другими материалами;
- жаростойкость;
- обрабатываемость;
- приемлемая цена.

Механические характеристики некоторых высокопрочных конструкционных материалов даны в таблице 3.1. (по данным зарубежной справочной литературы).

Таблица 3.1 - Механические характеристики материалов

Основной материал	Марка	Свойства			Плотность ρ (г/см^3)	Конструкционная эффективность	
		$\sigma_в$ (МПа)	$\sigma_{0,2}$ (МПа)	E (10^4 МПа)		$\frac{\sigma_в}{\rho \cdot g}$,(км)	$\frac{E}{\rho \cdot g}$,(км)
Алюминий	2024-T3	440	270	7,2	2,8	16	2600
	7075-T6	540	490	7,1	2,8	19	2540
Титан	6AI-4V	1080	1050	11,0	4,4	24	2500
Сталь	4340	1240	1190	20,0	7,8	16	2560
	300M	1930	1700	20,0	7,8	25	2560
Никель	Inconel	1070	690	21,4	8,3	13	2580
Бериллий	SR200D	450	300	29,3	1,8	25	16300
Магний	AZ31B-H24	270	170	4,5	1,8	15	2500
Стекло	Glass/Epoxy*	550	410	3,4	1,8	30	1890
Кевлар	Kevlar/Epoxy*	1100	280	8,3	1,4	79	5930
Графит	Graphite/Epoxy*	1200	970	15,0	1,6	75	9400
* Композиты с содержанием однонаправленных волокон 60%.							

При выборе материалов для тонкостенных авиационных конструкций доминирующими могут быть следующие соображения.

1. В зонах с преобладающими растягивающими напряжениями предпочтение следует отдавать прежде всего материалам не склонным к хрупкому разрушению, с большой величиной специальной характеристики K_{IC} – "*коэффициент интенсивности напряжений*" [9]. Для сталей этот вопрос решается выбором целесообразной термообработки. Так, хромоникелевые стали могут иметь $\sigma_{вр}$=1600МПа, но для таких ответственных элементов, как пояса лонжеронов и проушины назначается термообработка, которая дает $\sigma_{вр}$=1000…1200МПа. K_{IC} алюминиевых сплавов существенно зависит от присутствия вредных примесей и, как правило, сплавы с высоким K_{IC} имеют значительно более высокую цену.

2. В сжатых зонах можно использовать материалы с высокой удельной прочностью. Но большое значение имеют и характеристики жесткости, особенно величина $\frac{\sqrt[3]{E}}{\rho}$, так как из равенства цилиндрической жесткости пластинок из различных материалов следует, что их массы соотносятся обратно пропорционально этой величине

$$\frac{m_1}{m_2}=\sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}}\frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Эффективность материала для сжатых стержней оценивается величиной $\frac{\sqrt{E}}{\rho}$.

В таблице 3.2 даны для сопоставления жесткостные характеристики основных конструкционных материалов.

С точки зрения жесткостных требований хорошие перспективы имеют новые алюминиевые сплавы с добавкой лития, которые имеют примерно на 10% меньшую плотность и на 10% больший модуль упругости, чем традиционные материалы.

Таблица 3.2 – Сравнительные жесткостные характеристики материалов

Материал	E (10^4 МПа)	ρ (г/см^3)	$\frac{E}{\rho \cdot g}$ (км)	Сравн.	$\frac{\sqrt{E}}{\rho g}$ $\frac{м^2}{\partial a H^{1/2}}$	Сравн.	$\frac{\sqrt[3]{E}}{\rho g}$ $\frac{м^{7/3}}{\partial a H^{2/3}}$	Сравн.
Дерево	1,0	0,4	2500	1	30	2,2	25	2,7
Магниевый сплав	4,5	1,8	2500	1	37	1	9	1
Алюминиевый сплав	7,2	2,8	2600	1	30	0,8	7	0,8
Титан	11,0	4,4	2500	1	23	0,6	5	0,6
Сталь	20,0	7,8	2600	1	18	0,5	3	0,4

В слабо нагруженных зонах необходимые из прочностных и жесткостных расчетов размеры элементов конструкций оказываются очень малыми и принимаются из так называемых "конструктивных соображений". В таких местах целесообразно использовать материалы с большим относительным объемом $1/\rho$ [дм^3/кг]. Например, магниевые сплавы, вспененные материалы различной плотности.

Свойства высокопрочных материалов зависят довольно сильно от технологии производства и имеют в ряде случаев заметную анизотропию, которая должна учитываться при проектировании [9].

В композиционных материалах анизотропия, наряду с феноменальными прочностью и жесткостью в направлении армирующих волокон, является их главным механическим свойством, которое должно не только учитываться при проектировании конструкции в целом, но и служить управляемым параметром при проектировании внутренней структуры отдельных элементов конструкции. Механические характеристики композитов сильно зависят от параметров армирования. Так, элемент обшивки, образованный укладкой в равных долях тонких однонаправленных пластин ("*ламинатов*") под углами 0^0, $\pm 45^0$; 90^0 обладает почти полной изотропией в своей плоскости, но его прочность на растяжение

составляет только 1/3(!) от прочности элемента такой же толщины, но с ориентацией всех армирующих волокон по направлению действующей нагрузки.

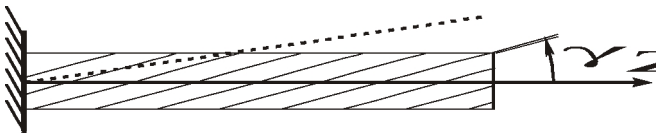


Рисунок 3.14 - Использование анизотропии обшивки для управления положением оси жесткости крыла

Целеустремленное использование анизотропии в тонкостенных конструкциях может давать эффекты практически невозможные при использовании традиционных изотропных материалов. Так, традиционная укладка ламинатов в верхней и нижней обшивке крыла под некоторым углом γ к оси z, как показано на рисунке 3.14 приводит к выносу оси жесткости (пунктир) вперед, что позволяет повышать критическую скорость дивергенции крыла и создавать крылья с обратной стреловидностью.

3.5 Элементы конструкций

Типичная конструкция крыла состоит из обшивки и каркаса, рисунок 3.8, который в свою очередь состоит из лонжеронов, нервюр и стрингеров. Хорошо спроектированные авиационные конструкции с высоким весовым совершенством, как правило, представляют собой ансамбль стержневых и тонкостенных элементов, работающих практически безмоментно. Их моментная работа по возможности ограничивается только восприятием местных нагрузок. Для понимания проблем и принципов проектирования авиационных конструкций полезно рассмотрение функций и особенностей силовой работы их отдельных частей.

Обшивка является основным конструктивным элементом современного крыла. Она выполняет многие функции: создает внешнюю поверхность крыла, требования качества к которой очень высоки; воспринимает местную воздушную нагрузку, рисунок 3.9; участвует в общей работе крыла на изгиб, воспринимая усилия в направлении его размаха, рисунок 3.12; обеспечивает крутиль-

ную жесткость конструкции; образует баки для топлива. Доля обшивки составляет 30…40% от всей массы крыла.

Конструктивно обшивка часто выполняется в виде листов постоянной толщины. В этом случае сохраняются *нагартованные* (наклепанные) в процессе производства внешние слои материала со сжимающими остаточными напряжениями, что повышает сопротивление усталости. Листы обычно имеют *плакирующий* слой и высококачественную анодную пленку, что обеспечивает высокую коррозионную стойкость. Недостаток листов – избыточная масса в недогруженных зонах.

Обшивки с переменной толщиной изготавливаются химическим или механическим фрезерованием. Это позволяет проектировать конструкции переменной толщины, близкие к равнопрочным. Однако ряд ценных качеств листовых обшивок утрачивается, и их частичное восстановление требует усложнения производства: дробеструйной обработки и дополнительной защиты от коррозии.

Определенный компромисс представляют клееные обшивки. Толстая обшивка образуется из нескольких слоев тонких. Такие обшивки потенциально имеют много достоинств. Но пока их применение ограничено.

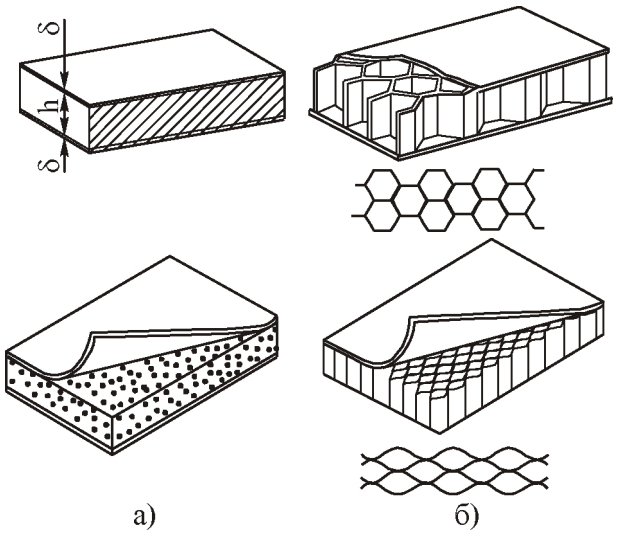


Рисунок 3.15 – Трехслойные обшивки

При малой величине *коэффициента напряженности* (отношение потока сжимающих усилий к протяженности их действия [23]) наибольшим весовым совершенством обладают трехслойные обшивки, состоящие из листовых несущих слоев и сотового или пенопластового заполнителя, рисунок 3.15.

Применение трехслойных обшивок особенно целесообразно в конструкциях сверхлегких летательных аппаратов. Выклеенная их композиционных материалов по форме профиля крыла

трехслойная конструкция представляет собой оболочку, которая может эффективно работать почти без каркаса.

Основное назначение *лонжеронов* – передача перерезывающих сил в крыле (в полете – подъемной силы). Доля лонжеронов от всей массы крыла изменяется в широком диапазоне от 10 до 30%.

Если обшивка и стрингеры относительно слабые, то лонжероны воспринимают основную часть изгибающего момента, и такие конструкции принято называть лонжеронными. Конструкция лонжерона состоит из поясов, стенки и стоек, рисунок 3.16.

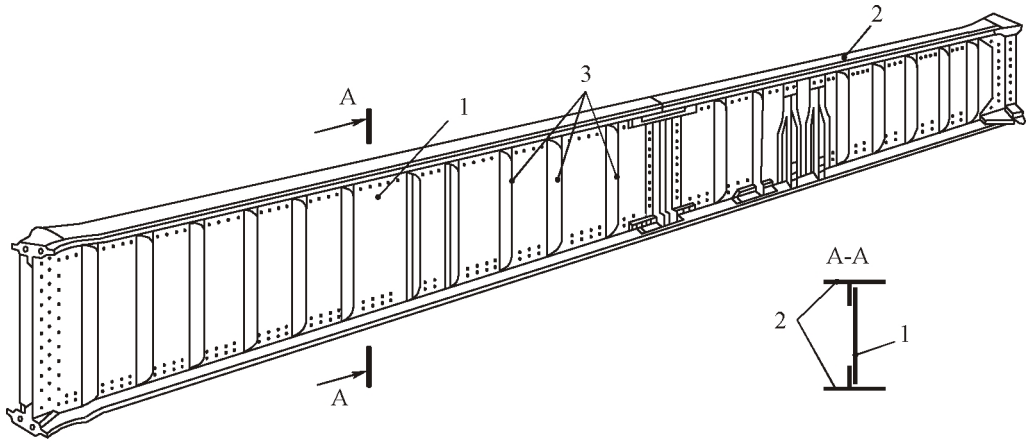


Рисунок 3.16 – Конструкция лонжерона: 1 – стенка, 2 – пояс, 3 – стойка

Стенка служит для передачи перерезывающей силы и работает на сдвиг. Пояса работают на растяжение-сжатие. Минимальной массой обладает поперечное сечение, близкое к идеальному двутавру. Стойки служат для поддержки стенки от потери устойчивости. Стойки работают на сжатие по двум причинам. Во-первых, в тонких стенках может допускаться потеря устойчивости от сдвига, и в них возникают "диагональные" [9] растягивающие усилия, которые уравновешиваются сжатием в стойках, рисунок 3.17.

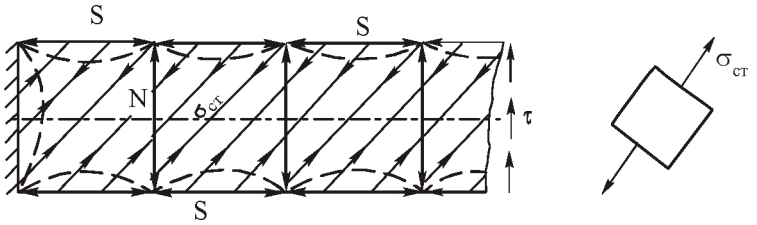


Рисунок 3.17 - Дополнительное нагружение поясов лонжеронов и стоек при потере устойчивости стенки: $\sigma_{ст}$ - диагональное напряжение в стенке; S и N – усилия сжатия в стойках и поясах.

Во-вторых, при изгибе балок, независимо от знака момента, происходит сжатие стенки и стоек, и величина этих усилий пропорциональна изгибающему моменту в квадрате [9], рисунок 3.18. Соответствующие напряжения в стенке и стойках называются вторичными напряжениями от изгиба. Они могут быть значительными в крыльях с малой относительной строительной высотой и при использовании высокопрочных материалов, так как в этом случае крыло под нагрузкой будет иметь большую кривизну.

В крыльях с относительно мощной обшивкой и стрингерами роль поясов лонжеронов несколько меняется. Они служат продольными стыковочными элементами для панелей обшивки и выполняют функцию ограничителей распространения трещин. Но и в этом случае лонжероны остаются главными элементами конструкции, которые обеспечивают эффективную работу крыла на изгиб и вместе с прилегающими частями обшивки могут рассматриваться как широкополый двутавр.

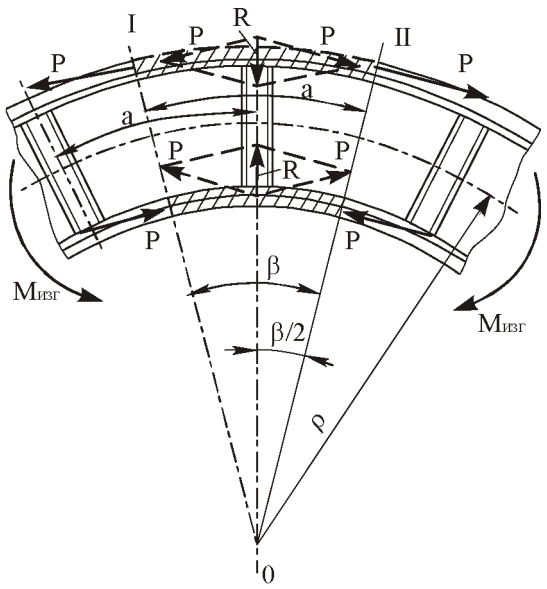


Рисунок 3.18 – Нагружение стоек сжатием при изгибе лонжерона: P – усилие в поясе; a – шаг стоек; r – радиус кривизны; R=Pa/r – усилие в стойке.

Нервюры выполняют многие функции в крыле. Они задают аэродинамический профиль, собирают поперечную нагрузку со стрингеров, поддерживают панели обшивки со стрингерами от потери устойчивости при продольном сжатии, работают в свою очередь в вертикальном направлении при изгибе крыла, см. рисунок 3.19. Все эти функции выполняют так называемые *рядовые*, или *нормальные нервюры*, которые ставятся с шагом 350…750 мм, рисунок 3.19*а, б, г.*

Кроме того, нервюры выполняют сложную и ответственную функцию передачи сосредоточенных сил на крыло. Это силы от кронштейнов навески элеронов, закрылков и предкрылков. Сосредоточенные силы от узлов крепле-

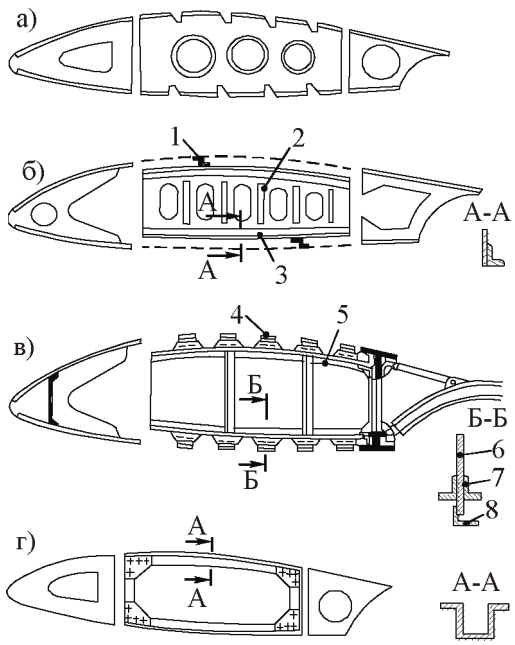


Рисунок 3.19 – Конструкция нервюр:
1 – стрингер; 2,6 – стенка;
3,5,7 – пояса; 4,8 – компенсаторы.

ния шасси и двигателей, если они ются на крыле. Такие нервюры называются усиленными.

Усиленные нервюры имеют пояса, см. рисунок 3.19*в*, которые располагаются, как правило, внутри крыла с определенной потерей строительной высоты из-за наличия стрингеров. В некоторых особых случаях, когда нервюра нагружается очень большими усилиями, например, от главной стойки шасси, пояса нервюры располагаются по наружной поверхности обшивки крыла. Такое решение принято в конструкции крыла Ил-86. Использование утолщения обшивки в качестве пояса усиленной нервюры может быть нежелательным по соображениям сопротивления усталости.

Усиленные нервюры ставятся также в местах стыка отдельных частей крыла и в местах резкого изменения формы крыла в направлении размаха.

С точки зрения минимизации массы конструкции крыла нервюры целесообразно размещать перпендикулярно наиболее нагруженному, обычно заднему, лонжерону. Однако, в местах крепления пилонов двигателей и шасси, в стыке крыла с фюзеляжем усиленные нервюры приходится ставить по потоку. Кроме того, установка нервюр по потоку в корневой зоне стреловидного крыла снижает концентрацию усилий в заднем лонжероне, поэтому в этой зоне иногда используется «веерное» размещение нервюр. При малой стреловидности размещение нервюр по потоку не оказывает существенного влияния на массу конструкции, но позволяет выдерживать профиль более точно. Характерные примеры размещения нервюр в крыльях показаны на рисунке 3.20.

Рядовые нервюры отличаются особой ажурностью своей конструкции. Они часто выполняются штампованными из тонкого листа с большими отверстиями для облегчения. Отбортовки по контуру отверстий, а также зиги дела-

ются для увеличения жесткости нервюр. Применяются также и ферменные нервюры.

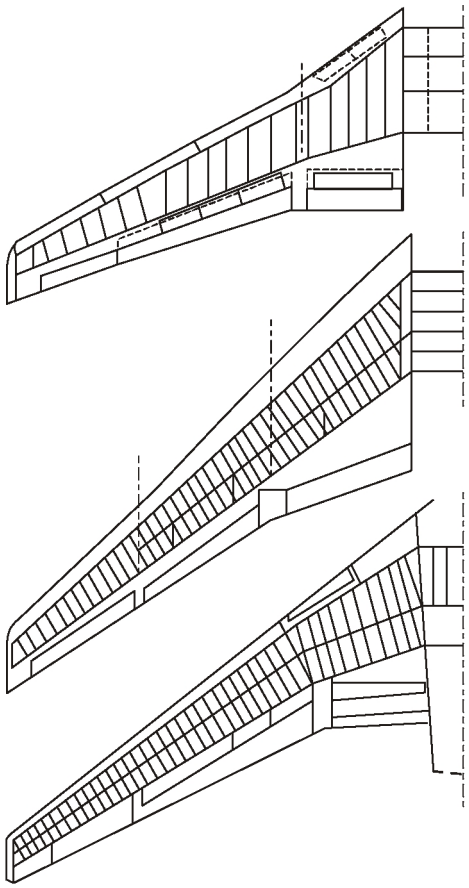


Рисунок 3.20 – Примеры размещения

Здесь интересно отметить, что ферменные стенки лонжеронов и нервюр были весьма популярны на легких самолетах в начале развития авиации. Затем их надолго вытеснили мембранные конструкции. Но в связи с созданием сверхзвуковых самолетов ферменные конструкции оказались снова востребованными в связи с их свойством не создавать заметных температурных напряжений. Например, когда наружные поверхности крыла нагреваются потоком воздуха, а внутри содержится "холодное" топливо.

Доля нервюр в общей массе крыла составляет 8…12%.

Стрингеры собирают воздушную нагрузку с поверхности крыла, но главное их назначение – участие в восприятии продольных усилий в панелях от общего изгиба крыла и поддержка обшивки от потери устойчивости при сжатии. На практике используются самые разнообразные формы поперечных сечений стрингеров, рисунок 3.21, с учетом особенностей конкретной конструкции крыла в целом.



Рисунок 3.21 – Формы поперечных сечений стрингеров

В стрингерах можно использовать высокопрочные материалы. Изготавливаются стрингеры из гнутых и прессованных профилей. При выборе формы сечения стрингера учитываются: местная потеря устойчивости его ребром, и для улучшения этой характеристики вводится, например, "бульба", или исполь-

зуется Z-образный профиль; эффективность подкрепления обшивки (с этой точки зрения преимущества имеют "корытообразные" профили, но они образуют полости, которые могут создавать проблемы внутри кессон-бака); способ соединения с нервюрой; способность стрингера служить ограничителем трещин в обшивке.

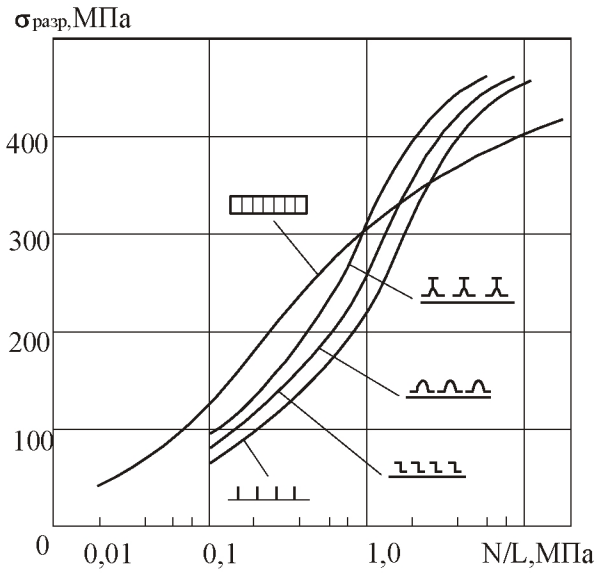


Рисунок 3.22 – Прочность ($\sigma_{разр}$) различных конструкций панелей обшивки при сжатии в зависимости от коэффициента напряженности N/L (N – поток усилий, L – шаг нервюр)

Подкрепленные панели. В кессонных конструкциях крыльев функции обшивки и стрингеров и их геометрические параметры настолько взаимосвязаны, см. рисунок 3.22. что эта часть конструкции несущих поверхностей проектируется как единое целое.

Особенно привлекательны своими возможностями по оптимизации распределения материала в конструкции *монолитные панели*, которые изготавливаются на фрезерных станках с числовым программным управлением, рисунок 3.23.

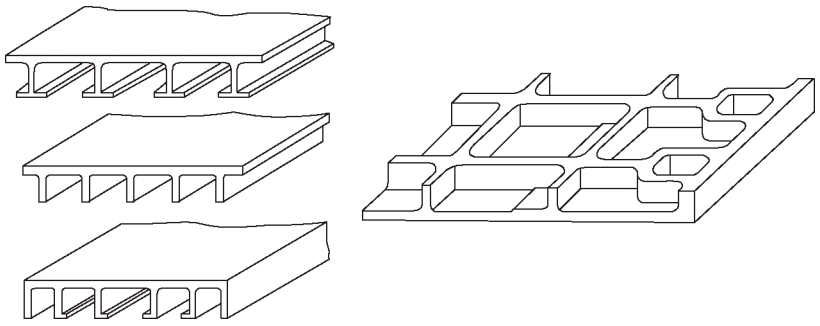


Рисунок 3.23 – Монолитные панели

Впервые массово такие панели были применены на сверхзвуковых пассажирских самолетах "Ту-144" и "Конкорд" в связи с острой проблемой весового совершенства их конструкций и очень сложной геометрической формой крыльев малого удлинения, в которых в дополнение ко всем традиционным проблемам крыло нагружается изгибом почти в равной мере как в направлении размаха, так и в направлении хорд.

В настоящее время монолитные панели в конструкциях крыльев используются очень широко, достигая длины 30м и более. Необходимо отметить, что наряду со многими достоинствами монолитные панели имеют и недостатки. Из них главные – высокая стоимость и опасность хрупкого разрушения.

Как продуктивный путь преодоления этих недостатков можно назвать идею монолитно-сборных конструкций, рисунок 3.24.

Такие панели успешно применены в конструкции крыла самолета Ил-96. Они позволяют реализовать близкие к оптимальным законы распределения материала, образовать ограничители трещин и подобрать выгодные с точки зрения ресурса и безопасной повреждаемости комбинации материалов обшивки и стрингеров.



Рисунок 3.24 – Монолитно-сборные конструкции

3.6 Обеспечение ресурса

Ко многим авиационным конструкциям, и прежде всего – пассажирским самолетам, предъявляются высокие требования по ресурсу – до 50…70 тыс. часов.

Эти требования особенно трудно выполнить на самолетах с большой взлетной массой, так как рост абсолютных размеров самолета ведет к прогрессивному росту нагруженности планера (более подробно этот вопрос рассматривается в разделе 6.4). Поэтому для сохранения высокой эффективности авиационных конструкций, начиная примерно с 80-х годов, происходит отказ от раз-

работки конструкций "*гарантированных от повреждений*" в пользу концепции разработки "*безопасно повреждаемых конструкций*". Этот переход нашел свое отражение в современных нормах прочности по усталости и ресурсу.

В соответствии с новой концепцией в процессе эксплуатации допускается появление усталостных повреждений, гарантируется возможность их обнаружения до достижения критических (допустимых) размеров и сохраняется при этом достаточная остаточная прочность конструкции. Как правило, это требование к конструкции выдерживать эксплуатационную нагрузку при наличии регламентированного повреждения в ней, например длины трещины.

Повышенный ресурс планера обеспечивается совокупностью различных мер: снижением нагрузок, выбором материалов, конструктивных решений, технологическими процессами изготовления деталей и сборки.

При выборе материалов для высокоресурсных конструкций крыльев особенно высокие требования предъявляются к обшивке. В нижней панели используются более вязкие материалы типа Д16Т, в верхней допустимо использование высокопрочных типа В95Т. И в том и в другом случае желательно использование материалов повышенной чистоты, так как они имеют лучшие характеристики K_{IC}. Уровень предельных напряжений задается отдельно для верхней и нижней поверхности и переменным по размаху. Для снижения накопления повреждений в материале силовых элементов используются все возможные способы снижения нагрузок на крыло, например, порядок расходования топлива, при котором концевые баки расходуются в последнюю очередь и т.п.

При разработке конструктивных решений особое внимание уделяется потенциальным концентраторам напряжений: поперечным стыкам, всевозможным вырезам, законцовкам стрингеров, местам приложения больших сосредоточенных сил, крайним крепежным точкам в швах. Большое количество критических мест при проектировании крыльев возникает в области заднего лонжерона. В стреловидном крыле это наиболее напряженная зона. Здесь крепятся многие агрегаты механизации и управления. Довольно часто организуется шассийная ниша. Поэтому при выборе ориентации стрингерного набора одним из

важнейших аргументов оказывается отсутствие законцовок стрингеров на заднем лонжероне.

Для анализа концентрации напряжений и разработки мер по ее снижению полезно использовать высокоточное моделирование с использованием КЭМ на ранних стадиях проектирования. Граничные условия – нагрузки или перемещения – для таких задач можно получить из КЭМ-II сразу после принятия решений по силовой схеме. Соответственно модели для анализа концентраторов могут быть названы КЭМ-III.

В настоящее время для этих целей могут использоваться как универсальные вычислительные системы типа NASTRAN, так и специализированные – ФИТИНГ, ANSIS и др. – с развитым набором опций по механике разрушения и нелинейным задачам.

К числу эффективных конструктивно-технологических способов обеспечения безопасной повреждаемости относится панелирование при использовании монолитных конструкций. Так в корневой части крыла Ан-124 используется 11 панелей. На рисунке 3.25 показана конструкция современного дальнемагистрального самолета. В верхней части крыла используются три панели, в нижней – четыре. Обращает на себя внимание использование узкой панели около заднего лонжерона.

Сопротивление усталости в значительной мере зависит от состояния поверхностного слоя – наличия царапин, остаточных напряжений. Для повышения усталостной прочности полезны сжимающие напряжения. В ряде технологических процессов они создаются автоматически, например, при производстве листов, и конструктору остается позаботиться об их сохранении. В других случаях они могут быть созданы искусственно выглаживанием твердым инструментом, дробеструйной обработкой и т.п. Установка болтов и заклепок с натягом создает сжимающие напряжения по внутреннему контуру отверстий.

Возникновение микротрещин и скорость их развития в конструкции зависят от многих факторов. Поэтому в обеспечении ресурса важную роль играют

экспериментальные исследования новых материалов и технических решений, закладываемых в конструкцию.

Значительное внимание проблемам проектирования высокоресурсных конструкций уделено в книгах [9, 24].

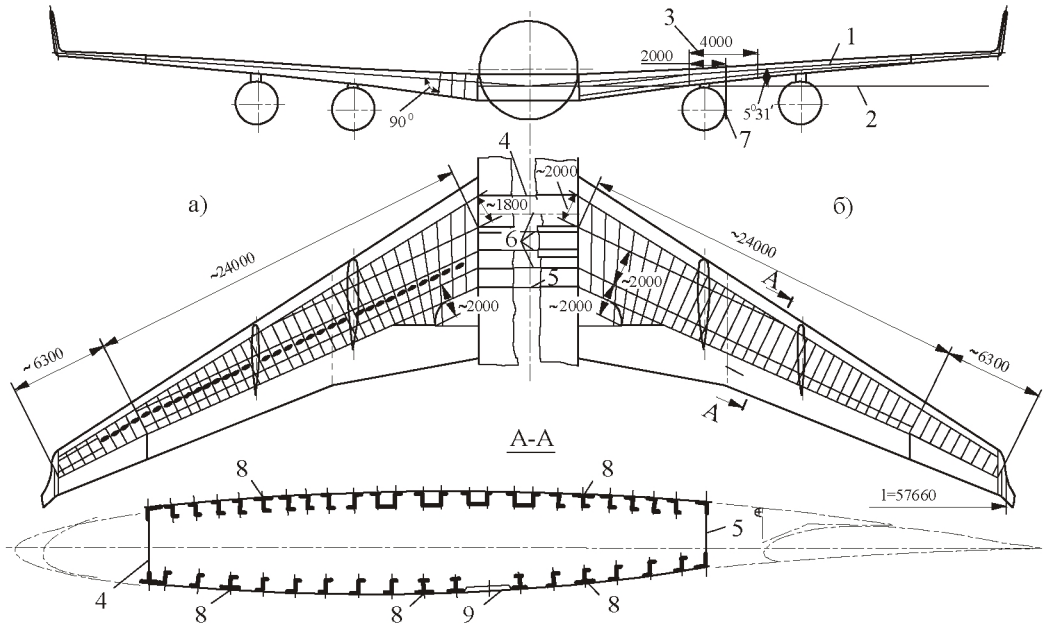


Рисунок 3.25 – Конструкция крыла дальнемагистрального самолета:
а – вид снизу; б – вид сверху; 1 – строительная плоскость крыла (СПК); 2 – строительная плоскость центроплана (горизонталь); 3 – переходная зона (зона двойной кривизны панелей); 4 – ось переднего лонжерона; 5 – ось заднего лонжерона; 6 – оси дополнительных лонжеронов; 7 – ось излома контура; 8 – продольные стыки панелей; 9 – люк-лаз

4 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ СИЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Постоянно возрастающая сложность наукоемких изделий и необходимость сокращения сроков их разработки при обеспечении разнообразных требований стимулируют внедрение методов автоматизированного проектирования, использующих высокоточные математические модели создаваемых объектов.

Достаточно достоверно прогнозировать поведение конструкции летательного аппарата, находящегося под воздействием внешней среды, позволяют численные эксперименты на моделях МКЭ, в полной мере ориентированных на возможности современной вычислительной техники. Метод конечных элементов обладает следующими достоинствами, определяющими его лидирующее положение среди математических средств анализа авиационных конструкций:

-дает возможность одновременно использовать элементы различного типа и строить модели, содержащие такие разнородные структуры как стержни, пластины, оболочки, объемные трехмерные тела и т.д. [6];

– позволяет исследовать конструкции со сложными геометрическими формами, в том числе имеющие всевозможные нерегулярности;

– допускает практически любые граничные условия: сосредоточенные и распределенные нагрузки, заданные значения узловых перемещений, упругие и абсолютно жесткие связи между элементами и т.п. [7];

– имеет потенциальную возможность повышения точности решения путем измельчения конечно-элементной сетки или увеличения числа степеней свободы отдельных элементов;

– развивает все этапы анализа конструкции с помощью аппарата матричной алгебры, что позволяет эффективно хранить и обрабатывать информацию о модели.

Проблема проектирования многих силовых конструкций (авиационных, автомобильных, строительных) формулируется следующим образом: упругая

система должна иметь необходимую прочность, жесткость и устойчивость при минимуме массы.

Задача оптимизации силовой конструкции, моделируемой по МКЭ, обычно формулируется как задача условной оптимизации с нелинейными ограничениями-неравенствами [11] в следующем виде:

минимизировать массу конструкции

$$m(X) = \sum_{i=1}^{n} m_i(X) \qquad (4.1)$$

при функциональных ограничениях g_j

$$g_j(X) = C_j(X) - \overline{C}_j \le 0, \qquad (j=1, 2, \ldots, p), \qquad (4.2)$$

где точка в области поиска X определяется значениями вектора проектных переменных $\{X\} = \{X_1, X_2, ..., X_N\}$;

n – количество элементов;

m_i – масса i-го элемента;

N – количество проектных переменных;

C_j и $\overline{C}_j$ – j-ая переменная состояния конструкции и ее допускаемое значение;

p – количество функциональных ограничений.

Область поиска при этом задается следующими соотношениями:

$$X_i^{\min} \le X_i \le X_i^{\max}, \quad (i = 1, 2, ..., N), \qquad (4.3)$$

где $X_i^{\min}$ и $X_i^{\min}$ – ограничения снизу и сверху для i-ой проектной переменной, определяемые конструктивно-технологическими требованиями. Если значение проектной переменной соответствует границе области поиска, то такая переменная называется пассивной [20]. Для активных проектных переменных соотношения (4.3) выполняются в виде строгих неравенств.

Переменными состояния конструкции являются напряжения в различных точках конструкции, обобщенные перемещения, критические усилия потери устойчивости, частоты собственных колебаний, критические скорости диверген-

ции несущих поверхностей, флаттера и так далее.

Вектор проектных переменных в случае проектирования объектов со сложной формой содержит большое количество разнородных параметров. Для адекватного моделирования авиационных конструкций могут потребоваться десятки тысяч проектных переменных. Поэтому на практике решение задачи (4.1) – (4.3) обычно делится на ряд последовательно применяемых процессов.

В результате решения задачи *структурной (топологической) оптимизации* определяются параметры силовой схемы конструкции – количество и тип силовых элементов, их расположение в пространстве и способы соединения между собой. Обзор подходов к топологической оптимизации конструкций содержится в разделе 7.

За проектные переменные для задачи *параметрической оптимизации* [18] силовой конструкции обычно принимаются параметры X_i, описывающие размеры сечений конечных элементов (толщина пластины или площадь поперечного сечения стержня) при фиксированной, уже ранее определенной силовой схеме.

Вопросы параметрической оптимизации конструкций с учетом процесса производства рассмотрены в [20]. При решении этих вопросов проектные переменные часто целесообразно объединять связью в следующем виде:

$$\{\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_{\overline{N}}\} = [H]\{X_1, X_2, ..., X_N\}, \quad \overline{N} < N, \tag{4.4}$$

где $[H]$ – булева матрица связи;

$\{\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_{\overline{N}}\}$ и $\overline{N}$ – вектор проектных переменных и количество проектных переменных в редуцированной задаче.

Вопросы *оптимизации формы* силовых элементов конструкций подробно рассмотрены в работе Баничука Н.В. [25].

Для задачи оптимизации (4.1) – (4.3) функция Лагранжа записывается в следующем виде:

$$L(X) = m(X) + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j g_j(X), \tag{4.5}$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Необходимые условия Куна – Таккера для регулярной точки локального минимума X^* [20] формулируются следующим образом:

$$\partial L(X^*)/\partial X_i = 0, \qquad (i=1,2,\ldots,N_1), \tag{4.6}$$

$$\lambda_j g_j(X^*) = 0, \qquad (j=1,2,\ldots,p), \tag{4.7}$$

$$\lambda_j \geq 0, \qquad (j=1,2,\ldots,p), \tag{4.8}$$

где N_1 – количество активных проектных переменных.

Условия (4.7) и (4.8) задают набор активных функциональных ограничений для точки локального оптимума. Функциональные ограничения называются активными, если соотношения (4.2) выполняются в форме равенства и $\lambda_j > 0$. Для пассивных ограничений соотношения (4.2) являются строгими неравенствами и $\lambda_j = 0$.

Условия стационарности функции Лагранжа (4.6) записываются так:

$$\sum_{j=1}^{p} \lambda_j \partial g_j / \partial X_i = -\partial m / \partial X_i, \qquad (i=1,2,\ldots,N_1). \tag{4.9}$$

Доказательство теоремы Куна – Таккера для задачи оптимизации силовых конструкций содержится в книге [18]. Смысл соотношений (4.7) – (4.9) проиллюстрируем на ряде простых примеров.

Пример №1. Рассмотрим задачу оптимизации с двумя активными проектными переменными. На рисунке 4.1 представлены линии равных уровней целевой функции m и функциональное ограничение $g \leq 0$ в пространстве проектных переменных, где D – область допустимых значений; m_1, m_2, m_3, … – возрастающая последовательность значений масс. Оптимальная точка, обозначенная на рисунке звездочкой, располагается в точке касания функции g=0 и линии равных масс. В этой точке показаны градиенты целевой функции ∇m и ограничения ∇g (направлены перпендикулярно касательным к линиям равных уровней функций в точке). Для точки локального минимума необходимо, чтобы направление градиента функционального ограничения совпадало с направлением анти-

градиента целевой функции: $\lambda\ \nabla g = -\nabla m$, где λ>0.

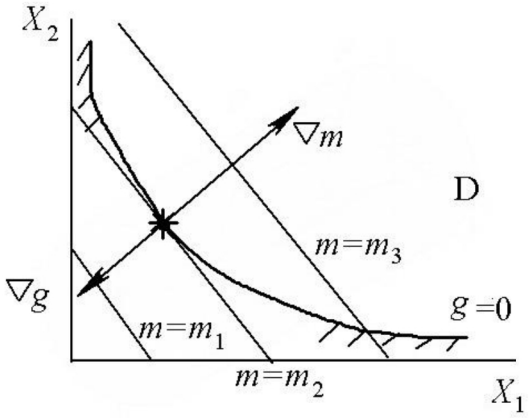


Рисунок 4.1 – Область допустимых значений с одним функциональным ограничением

Пример №2. Рассмотрим задачу оптимизации, представленную на рисунке 4.2, с двумя ограничениями $g_1 \le 0$ и $g_2 \le 0$. Оптимальная точка располагается в точке пересечения функций g_1=0 и g_2=0. Для точки локального минимума необходимо, чтобы существовала линейная комбинация градиентов ограничений

$$g_k = \lambda_1\ \nabla g_1 + \lambda_2\ \nabla g_2,\ (\lambda_1 > 0,\ \lambda_2 > 0),$$

обеспечивающая совпадение направлений g_k и антиградиента целевой функции $-\nabla m$. Такая ситуация возможна, если вектор антиградиента целевой функции лежит внутри угла, образованного градиентами функциональных ограничений.

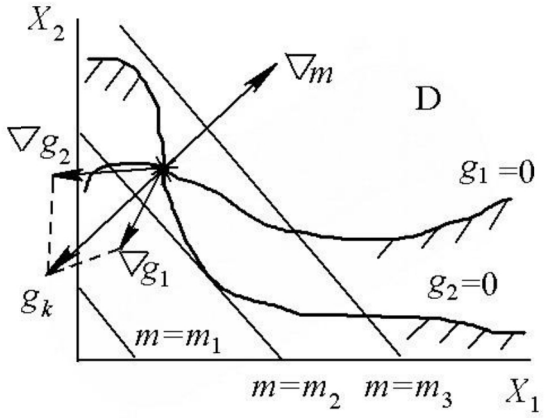


Рисунок 4.2 – Область допустимых значений с двумя активными функциональными ограничениями

Пример №3. На рисунке 4.3 представлена другая проектная ситуация с двумя ограничениями $g_1 \le 0$ и $g_2 \le 0$. В вершине области допустимых значений D

линейная комбинация g_k, обеспечивающая совпадение направлений g_k и антиградиента целевой функции возможна только при значениях $\lambda_1 < 0,\ \lambda_2 > 0$. Следовательно, ограничение g_1 – пассивное. В этой ситуации оптимальный проект располагается в точке касания функции g_2=0 и линии равных масс, для которой $\lambda_1 = 0,\ \lambda_2 > 0$.

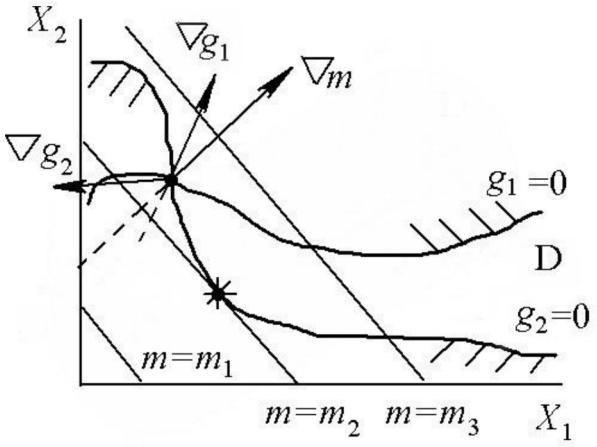


Рисунок 4.3 – Область допустимых значений с пассивным функциональным ограничением

Таким образом, соотношения (4.7) – (4.9) задают систему нелинейных уравнений относительно неизвестных проектных переменных и множителей Лагранжа. Решение этой системы осложняется тем, что комбинация активных ограничений и активных проектных переменных для оптимального проекта не известна, а число возможных вариантов составляет 2^{N+p}. Точное перечислительное решение задачи идентификации активных ограничений практически неосуществимо, так как задача относится к NP-полным [26]. Поэтому для практических целей обычно ищется приближенное решение этой задачи по эвристическим алгоритмам.

Классификация подходов к решению задачи (4.1) – (4.3) на основе последовательного дихотомического деления показана на рисунке 4.4. Далее рассмотрим виды методов, составляющие листья представленной древовидной структуры.

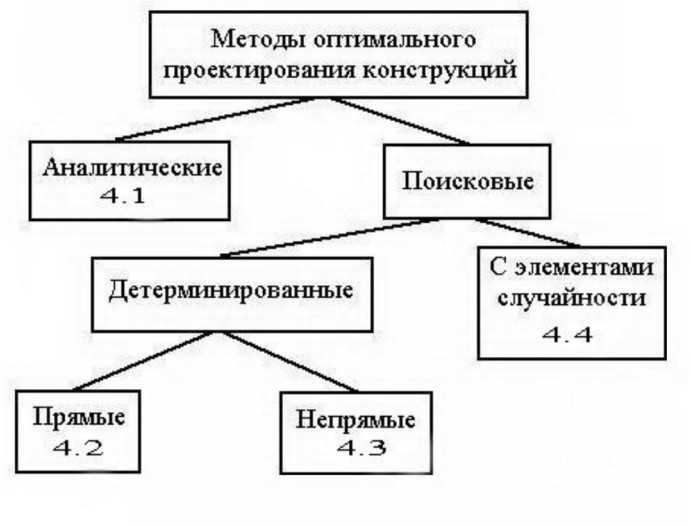


Рисунок 4.4 – Классификация методов

4.1 Аналитические методы

Исследования свойств "рациональных" конструкций начали выполняться задолго до появления вычислительной техники и поисковых методов оптимизации. В работах Галилея, Лагранжа, Клаузена, Николаи, Блазиуса, Навье аналитическими методами решалась так называемая "обратная задача строительной механики". В наименовании этого термина подчеркивается отличие от традиционной "прямой задачи", связанной с анализом напряженно-деформированного состояния известной конструкции.

При постановке обратной задачи часть параметров конструкции рассматриваются в качестве искомых, а характеристики напряженно-деформированного состояния упругой системы предопределяются таким образом, чтобы ее силовая работа представлялась наиболее рациональной. В этих исследованиях высказана и использована идея поиска равнопрочной, равноустойчивой и других подобных конструкций. По-видимому, одной из первых работ, посвященных аналитическому исследованию ферм минимальной массы, была статья Мичелла [27].

В работе [12] рассмотрена возможность применения аналитических методов к задачам проектирования конструкций летательных аппаратов. Отмечено, что большая размерность задач оптимизации конструкций является главной причиной того, что в настоящее время основное внимание уделяется развитию

численных методов.

В то же время модельные задачи оптимизации небольшой размерности, для которых получены точные аналитические решения, могут использоваться в качестве эталонов для тестирования и настройки поисковых алгоритмов. Кроме того, на современном этапе развития теории оптимального проектирования конструкций аналитические методы, использующие упрощенные математические модели, могут служить для качественной проверки и анализа получаемых численных и экспериментальных результатов.

4.2 Методы математического программирования

В поисковых методах математического программирования, которые также называются прямыми, чаще всего используется идея пошагового улучшения качества проекта на основании локального поведения функций цели и ограничений вблизи текущей точки в области поиска.

Для численного решения задач математического программирования применяют итерационные процедуры, осуществляющие постепенное приближение траектории поиска в пространстве проектных переменных к точке локального оптимума. Пересчет вектора проектных переменных $\{X\}$ производится по следующей формуле:

$$\{X\}^{(\nu+1)} = \{X\}^{(\nu)} + \gamma \ \{S\}^{(\nu)}, \qquad (4.10)$$

где ν – номер итерации;

$\{S\}$ – вектор, задающий направление в области поиска;

γ – параметр, определяющий размер шага в пространстве проектных переменных.

Для проектирования конструкций различные авторы применили *метод альтернативного шага*, *проекции градиента* [18], *возможных направлений*, *штрафные методы, методы рекурсивного квадратичного программирования* и другие методы оптимизации [20]. В прямых методах, как правило, определяется последовательность поисковых шагов в допустимой области вдоль гиперпо-

верхностей ограничений, при которых значения целевой функции монотонно убывают. Решение исходной задачи оптимизации с ограничениями-неравенствами сводится к решению ряда вспомогательных задач с ограничениями-равенствами. Функциональные ограничения, имеющие статус пассивных, не учитываются при выборе направления поиска. Разумеется, при этом речь идет об эвристическом определении набора активных ограничений в текущей точке области поиска.

На каждой итерации алгоритма оптимизации может решаться вопрос определения подходящей длины шага. Заниженный размер шага может замедлить сходимость алгоритма, а чрезмерно большой - привести к неустойчивости [18] вычислительного процесса. В качестве достоинства прямого подхода отмечается устойчивость алгоритмов при движении к границе допустимой области, но их скорость сходимости уменьшается при приближении траектории поиска к локальному минимуму. Отмечена также существенная зависимость числа итерационных шагов прямых методов от количества проектных переменных.

4.3 Методы критериев оптимальности

В рамках непрямого подхода исходная задача оптимизации (4.1) – (4.3) заменяется косвенной. Постулируется критерий, которому должна отвечать рациональная конструкция и строится итерационная процедура поиска этой конструкции. Критерии оптимальности могут выводиться из математической формулировки задачи или основываться на особенностях поведения, подмеченных для некоторых классов конструкций.

Критерий *наиболее нарушенного ограничения* выводится в предположении, что оптимальной точке соответствует единственное активное функциональное ограничение. Для учета нескольких активных ограничений используются эвристические алгоритмы типа "огибающей" или "последовательного удовлетворения наиболее нарушенных ограничений" [20]. Условия прочности в этом подходе обычно учитываются на основе концепции полнонапряженности.

Конструкция называется полнонапряженной (равнопрочной), если во всех элементах, для которых сечения больше минимально допустимого значения, реализуется предельное состояние хотя бы в одном из случаев нагружений [21]. Для поиска полнонапряженного проекта (ПНП) используется классическая формула отношения напряжений:

$$X_i^{(\nu+1)} = X_i^{(\nu)} \max_j (\sigma_{ij}) / \overline{\sigma}_i, \qquad j=1, 2, ..., s, \tag{4.11}$$

где σ_{ij} – напряжение в i-элементе при j-м случае нагружения;

$\overline{\sigma}_i$ – допускаемое напряжение для i-го элемента;

s – количество случаев нагружений.

Концепция ПНП не включает в себя в явном виде целевую функцию – массу конструкции. ПНП находится в вершине области допустимых значений, чего в общем случае недостаточно для оптимальности проекта [18]. Тем не менее, алгоритм, построенный на соотношении (4.11), часто приводит к рациональному проекту [11, 20, 21].

Алгоритм поиска ПНП может быть использован для структурной оптимизации конструкций (см. раздел 5.3) и параметрической оптимизации (раздел 5.5).

У истока *энергетического подхода* к проектированию конструкций стоят работы З. Васютинского и А. А. Комарова [13]. Обширный обзор работ, развивающих этот подход, основанный на минимизации энергии деформаций конструкций, содержится в монографии [28].

Сущность критерия *эквивалентного ограничения перемещений* заключается в сведении ограничений на напряжения к ограничениям обобщенных перемещений [20]. Алгоритмы, построенные на основе этого критерия, предполагают использование множества виртуальных случаев нагружений для аппроксимации активных ограничений на напряжения, что резко увеличивает вычислительные затраты на этапе анализа конструкции. В работе Fleury C. [29] предложен *гибридный критерий*, позволяющий обеспечить компромисс между точностью и эффективностью алгоритмов оптимизации. В этом подходе одна часть

ограничений на напряжения учитывается с помощью критерия эквивалентного ограничения перемещений, а другая часть ограничений - в соответствии с критерием ПНП без использования дополнительных виртуальных случаев нагружений. Так, функциональное ограничение на напряжение в i-м элементе можно учесть, сделав более жестким ограничение снизу на величину проектной переменной $X_i^{\min}$:

$$X_i^{\min} = \max\left(X_i^{(L)}, X_i^{(F)}\right), \tag{4.12}$$

где $X_i^{(L)}$ – ограничение i-ой проектной переменной снизу, обусловленное конструктивно-технологическими требованиями;

$X_i^{(F)}$ – значение проектной переменной, получаемое из формулы отношения напряжений:

$$X_i^{(F)} = X_i^{(\nu)} \max_j \left(\sigma_{ij}\right)/\overline{\sigma}_i, \qquad j=1, 2, \ldots, s. \tag{4.13}$$

Обобщенный критерий оптимальности совпадает с необходимыми условиями Куна - Таккера для оптимизационной задачи (4.1) – (4.3).

Математически все рассмотренные критерии оптимальности представляются в простом виде:

$$R_i = 1, \qquad (i=1, 2,\ldots,N_1), \tag{4.14}$$

где R_i – некоторый параметр оптимальности.

Например, обобщенный критерий оптимальности может быть представлен так:

$$-\frac{\sum_{j=1}^{p} \lambda_j \partial g_j / \partial X_i}{\partial m / \partial X_i} = 1, \qquad (i=1, 2,\ldots,N_1). \tag{4.15}$$

Для поиска проектов, удовлетворяющих необходимым условиям оптимальности, применяются различные итерационные схемы. Изменение проектных переменных производится на основе рекуррентных соотношений. Согласно "экспоненциальным" рекуррентным соотношениям, проектные переменные варьируются следующим образом:

$$X_i^{(\nu+1)} = X_i^{(\nu)} \cdot \left[R_i^{(\nu)} \right]^{1/\gamma}, \qquad (i=1, 2,...,N_1). \tag{4.16}$$

Линейная форма рекуррентных соотношений предложена Я. Кьюсалаасом в следующем виде:

$$X_i^{(\nu+1)} = X_i^{(\nu)} \left[\gamma + (1-\gamma) R_i^{(\nu)} \right], \quad (i=1, 2,...,N_1). \tag{4.17}$$

Параметр $R_i^{(\nu)}$ в соотношениях (4.16) и (4.17) определяется на текущей итерации. При достижении траектории поиска точки, удовлетворяющей соотношению (4.14) параметр $R_i^{(\nu)}$ будет равен единице. Следовательно, при дополнительных итерациях проектные переменные останутся неизменными.

В качестве неизвестных в рекуррентных соотношениях выступают множители Лагранжа. Для их определения известен ряд подходов [18, 20], позволяющих строить итерационные алгоритмы поиска проектов, удовлетворяющих критериям оптимальности (4.14).

4.4 Методы с элементами случайности

Стохастические методы оптимизации привлекательны тем, что они позволяют отыскивать глобальный минимум задачи оптимизации (4.1) – (4.3), особенно если процесс решения задачи не ограничен вычислительными ресурсами. Основной недостаток этого подхода заключается в низкой эффективности при большом количестве проектных переменных, что затрудняет его применение для проектирования силовых конструкций со сложными геометрическими формами.

Так же как и в случае детерминированного поиска, при случайном поиске экстремальной точки X обычно [10] используется рекуррентная зависимость (4.10), выражающая конечное смещение в n-мерном пространстве проектных переменных. В случайном поиске различают рабочий шаг, перемещающий поисковую точку, и предварительные шаги (пробы) в случайном направлении. Случайная проба может оказаться удачной, при которой значение целевой функции уменьшается, или неудачной. Неудачная проба отбрасывается и дела-

ется новая случайная проба. Если проба оказалась удачной, то найденный вектор $\{S\}$ используется для выполнения рабочего шага по соотношению (4.10). В ряде алгоритмов случайного поиска направляющий вектор $\{S\}$ определяется по результатам нескольких проб, выполненных из поисковой точки.

В работах Растригина Л.А. [30], Лазарева И.Б., Валуйских В.П. исследована возможность повышения эффективности случайного поиска путем применения *самообучающихся алгоритмов*, обеспечивающих накопление и использование в вычислительном процессе информации о целевой и ограничительных функциях. Целенаправленное воздействие на выбор случайных пробных шагов в этих алгоритмах приводит, с одной стороны, к уменьшению неудачных проб и повышению эффективности алгоритмов, с другой стороны, к уменьшению вероятности нахождения глобального минимума.

Необходимо отметить, что методы случайного поиска возникли сравнительно недавно (в начале шестидесятых годов XX века) и долгое время не получали широкого распространения в проектировании силовых конструкций. Определенный прогресс в этом направлении наметился в середине 90-х годов и связан с развитием *эволюционных вычислений* [19]. Однако многократное вычисление переменных состояния конструкции по МКЭ делает целесообразным в современных условиях применение алгоритмов с элементами случайности только для задач оптимизации с относительно небольшой размерностью.

5 ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ

5.1 Выбор силовой схемы

В проектировании конструкций крыльев, особенно в случае новых геометрических форм, наиболее сложным и ответственным является этап выбора силовой схемы.

Силовая схема конструкции определяется типами силовых элементов, их количеством, способом соединения между собой и расположением в пространстве. Выбор силовой схемы, с точки зрения математики, представляет собой задачу структурной оптимизации. Эти задачи отличаются особой сложностью уже на этапе постановки, так как очень трудно предложить проектные пере-

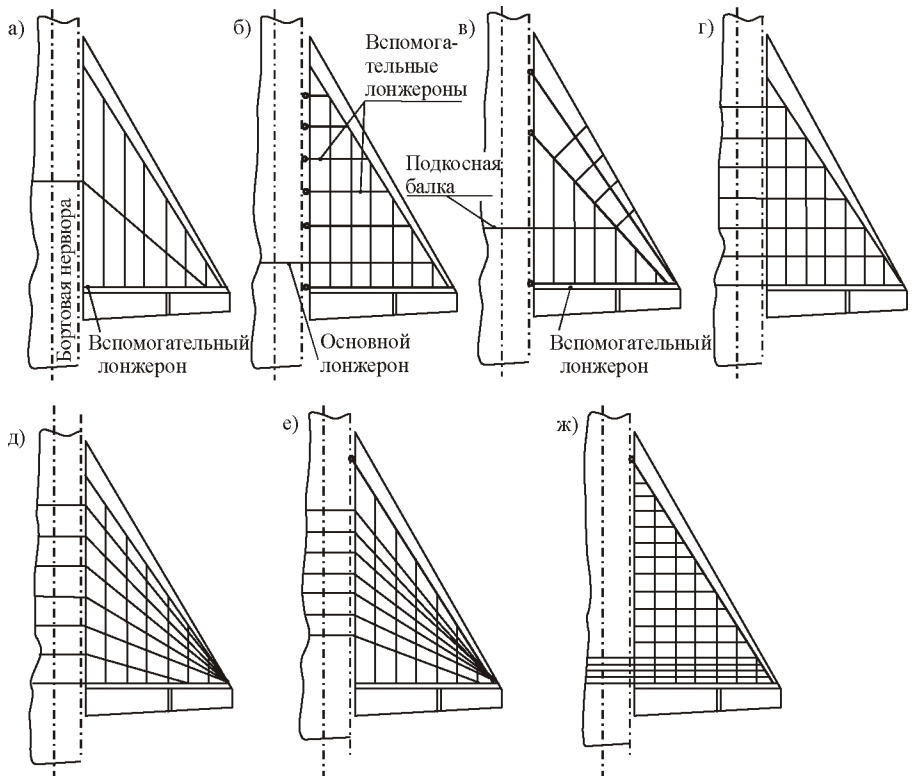


Рисунок 5.1 – Силовые схемы крыльев малого удлинения

менные, разным численным значениям которых соответствовали бы различные структурные решения.

В качестве примера на рисунке 5.1. показаны силовые схемы крыльев малого удлинения. Обращают на себя внимание существенные различия в технических решениях даже в случае примерно одинаковых условий опирания крыльев на фюзеляж (схемы г, д, е).

Такое разнообразие схем свидетельствует скорее о поисках оптимального решения, чем о его знании.

Традиционный порядок разработки авиационных конструкций, показанный на рисунке 1.2, предполагает использование прототипов или генерацию вариантов силовых схем из интуитивных соображений в блоке 2, назначение размеров силовых элементов на основе, так называемых, проектировочных расчетов [8] в блоке 3 и выполнение поверочных расчетов с использованием высокоточных математических моделей в блоке 4.

Такой порядок проектирования имеет два существенных недостатка:

1. Выбор силовой схемы делается в лучшем случае на основе сравнения нескольких вариантов. Отыскание оптимального решения не гарантируется, и отклонение от оптимума может быть большим.

2. Проектировочные расчеты, как правило, сильно упрощены и недостаточно точны. В итоге поверочные расчеты и натурные испытания выявляют много ошибок и неточностей, устранение которые приводит к большому, трудно прогнозируемому увеличению общего календарного времени разработки самолета и стоимости проекта в целом.

В настоящее время начинает использоваться более прогрессивная технология проектирования авиационных конструкций с использованием высокоточного математического моделирования, начиная с ранних стадий разработок.

Эта технология использует ряд научных достижений, связанных, прежде всего, с успехами в развитии вычислительной техники:

– метод конечных элементов (МКЭ) [6] и его многочисленные реализации "РИПАК" [14], NASTRAN [7] и ряд других, которые позволяют рассчи-

тывать произвольные пространственные конструкции с высокой точностью в статике и динамике, в линейной и нелинейной постановке;

– численные методы аэродинамики ("присоединенных вихрей", "панельный", "крупных частиц"), которые также обладают высокой степенью универсальности и позволяют рассчитывать распределение давления по поверхности достаточно сложных тел;

– численные методы решения оптимизационных задач как в постановке нелинейного математического программирования [18], так и проблемно ориентированные, существенно использующие свойства объектов проектирования (для конструкций – свойства упругих систем [20]);

– средства компьютерной графики, которые позволяют эффективно готовить исходные данные для численных методов анализа конструкций и визуализировать результаты расчетов.

С использованием этих достижений рациональная силовая схема конструкции может быть найдена по следующему плану.

1. В ограничения внешних размеров проектируемой конструкции вписывается непрерывная упругая среда (называемая далее *континуальной моделью*), которая включает все возможные силовые схемы.

2. Решается задача об оптимальном распределении материала в исходной континуальной модели и находится теоретически оптимальная конструкция (ТОК).

3. Анализируются основные пути передачи сил в теоретически оптимальной конструкции, и с учетом конструктивных и технологических требований разрабатываются рациональные варианты силовых схем.

4. Через *силовой фактор* – специальную характеристику, которая одновременно учитывает величину и протяженность действия внутренних усилий в конструкции, оценивается относительная эффективность разработанных силовых схем и близость их к идеалу - теоретически оптимальной конструкции. (Более подробно критерий силовой фактор описан в разделе 6).

Теоретическое обоснование этого плана можно найти в [21]. Детали, связанные с его реализацией, рассмотрим последовательно на различных типах конструкций с возрастающей сложностью.

Простой иллюстрационный пример отыскания оптимальной конструкции кронштейна показан на рисунке 2.3 в разделе 2.

5.2 Ориентация ребер панелей

Расчеты различных конструкций крыльев показывают, что на большей части панелей обшивки действуют одноосные потоки главных усилий (ПГУ), см. рисунок 5.7, 5.10, 5.14б, 5.15б.

Стержневые элементы, подкрепляющие обшивку, рисунок 3.23, работают только на растяжение-сжатие и поэтому масса панелей зависит от их ориентации.

Количественную оценку этой зависимости можно сделать следующим образом. Обозначим через φ отношение толщины обшивки $\delta_{общ}$ к приведенной толщине панели δ (обшивка плюс "размазанные" ребра) $\varphi = \delta_{общ}/\delta$ и определим необходимую по прочности величину δ в зависимости от ориентации панели в одноосном потоке усилий интенсивности N. Обозначим через α угол между осями подкрепляющих ребер и направлением потока N. Тогда потоки усилий Z, X, T в местной системе координат XOZ, связанной с панелью, как показано на рисунке 5.2, запишутся так

$$\begin{aligned} Z &= N\cos^2\alpha \\ X &= N\sin^2\alpha \\ T &= N\sin\alpha\cos\alpha \end{aligned} \qquad (5.1)$$

Этим потокам без учета эффекта Пуассона соответствуют напряжения в обшивке

$$\sigma_z = \frac{Z}{\delta},$$

$$\sigma_x = \frac{X}{\varphi\delta}, \qquad (5.2)$$

$$\tau = \frac{T}{\varphi\delta}.$$

Из условия равенства эквивалентного напряжения в обшивке допускаемому

$$\sqrt{\sigma_z^{\,2} + \sigma_x^{\,2} - \sigma_x\sigma_z + 3\tau^2} = [\sigma] \qquad (5.3)$$

следует выражение для потребной приведенной толщины панели

$$\delta = \frac{\left(Z^2 + X^2/\varphi^2 - ZX/\varphi + 3T^2/\varphi^2\right)^{\frac{1}{2}}}{[\sigma]} = \frac{R}{[\sigma]}. \qquad (5.4)$$

Графики потребных по прочности толщин панелей в зависимости от ориентации в одноосном потоке усилий, построенные по (5.1 – 5.4), показаны на рисунок 5.2.

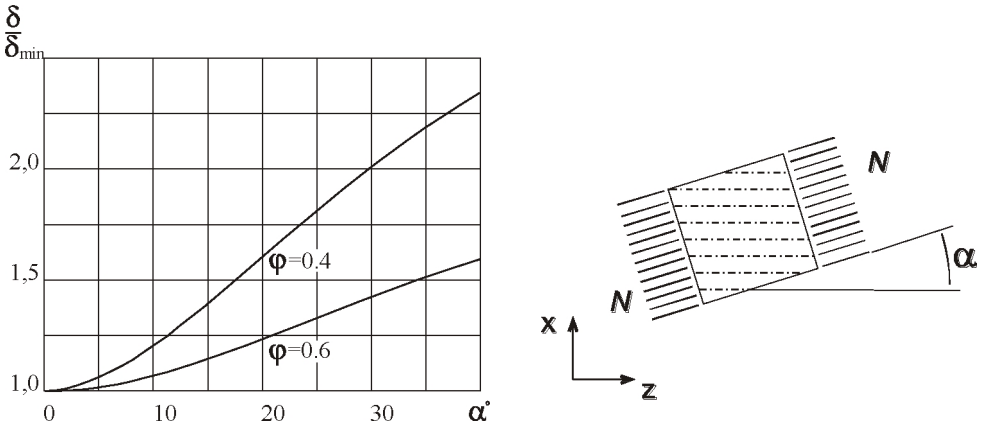


Рисунок 5.2 – Зависимость потребных по прочности приведенных толщин панелей обшивки от ориентации в одноосном потоке усилий для различных φ

Отклонение стержней от потока усилий в пределах $5\ldots10^0$ вызывает незначительное увеличение потребных толщин панелей, но уже при $\alpha = 20^0$ оно составляет более 50 и 20% соответственно для $\varphi = 0{,}4$ и $\varphi = 0{,}6$.

5.3 Проектирование конструкций несущих поверхностей

Силовая схема крыла определяется: формой в плане силовой части конструкции; ориентацией подкрепляющих обшивку стержневых элементов; ориентацией стенок; типами элементов (стрингерные или трехслойные панели обшивки, гофрированные или ферменные стенки и т.п.).

Основные усилия, возникающие в крыле - изгибающие и крутящие моменты, наиболее эффективно воспринимаются элементами, расположенными на максимальном расстоянии от его срединной поверхности. Поэтому трехслойная модель крыла с изотропной обшивкой переменной толщины, работающей в плоском напряженном состоянии, и непрерывным заполнителем, работающим только на сдвиг, включает все лучшие, возможные силовые схемы.

Если в трехслойной модели крыла найти оптимальное распределение материала в несущих слоях и заполнителе из условия минимума массы, то таким образом будет получена теоретически оптимальная конструкция, силы в которой передаются наилучшим образом. Граница вырожденных и невырожденных элементов определит рациональную форму в плане силовой части конструкции. Анализ распределения материала в несущих слоях и заполнителе и путей передачи сил в них подскажет рациональную ориентацию подкрепляющих обшивку стержней стрингеров и вертикальных стенок (лонжеронов и нервюр).

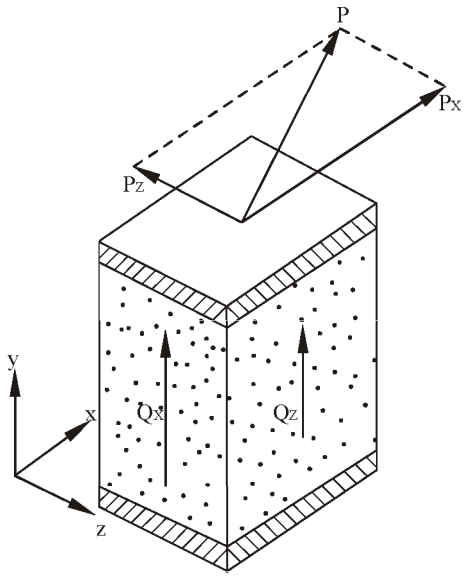


Рисунок 5.3 – Трехслойный конечный элемент модели крыла

Рассмотрим некоторые особенности реализации данного алгоритма.

Для оптимизации трехслойной модели крыла и расчета ее напряженного состояния удобно использовать специальные трехслойные конечные элементы, которые образуются разбиением крыла на треугольные и четырехугольные области в плане (рисунок 5.3).

Распределение материала в каждом таком элементе описывается тремя параметрами: двумя толщинами несущих слоев и плотностью заполнителя. Для анализа распределения материала и путей передачи сил в теоретически оптимальной конструкции необходимо использовать достаточно мелкие сетки - порядка нескольких сотен и тысяч элементов на крыло. Найти оптимальное распределение материала с использованием методов математического программирования при таком количестве проектных переменных не представляется возможным. Однако особенно высокая точность оптимизации на этом этапе проектирования и не нужна. Поэтому вместо оптимального вполне можно ограничиться отысканием равнопрочного распределения материала в трехслойной модели. При нескольких случаях нагружения перерасчет проектных переменных можно вести по следующим формулам:

$$\delta_{r+1,i} = \frac{R_{ri\max}}{[\sigma]}; \qquad (5.5)$$

$$\rho_{r+1,i} = \frac{\rho \tau_{ri\max}}{[\tau]}, \qquad (5.6)$$

где $R_{ri\max}$ – максимальное эквивалентное усилие из всех случаев нагружения в i-м элементе на r-й итерации, вычисляемое по принятой теории прочности; $\tau_{ri\max}$ – максимальное касательное напряжение в заполнителе, вычисляемое через компоненты касательных напряжений $\tau = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{zy}^2}$; ρ и $[\tau]$ – плотность и допускаемое напряжение материала, из которого предполагается делать стенки.

Анализ работы заполнителя в трехслойной модели крыла удобно сделать следующим образом. Вырежем из крыла элемент, как показано на рисунке 5.4, и рассмотрим работу заполнителя, который передает перерезывающие силы Q_z и Q_x. На единичные панели несущего слоя действуют касательные силы τ_{xy} и τ_{zy}, равные касательным напряжениям в заполнителе. Заменим силы τ_{xy} и τ_{zy} равнодействующей τ и назовем ее главной касательной силой. Для визуального анализа главные касательные силы (ГКС) можно изображать как векторы с началом в центре масс соответствующего элемента крыла в плане. Легко показать

[21], что стенки, направленные в соответствии с ГКС, будут иметь минимальную массу.

Алгоритм проектирования конструкции крыла укрупнено может быть представлен следующим образом.

I. В ограничения внешних размеров крыла с учётом допустимых границ расположения силовых элементов - ниш шасси, вырезов, закрылков и т.п., - с учётом условий опирания на фюзеляже вписывается трехслойная пластинка с работающим только на сдвиг заполнителем.

2. Решается задача о равнопрочной конструкции с подбором новых толщин несущих слоев и плотности заполнителя на каждой итерации по (5.5) и (5.6). По границе невырожденных элементов определяется рациональная *форма в плане* силовой части конструкции,

3. Анализируются основные пути передачи усилий в теоретически оптимальной конструкции и определяются рациональная *ориентация стержневых элементов* в несущем слое и рациональное *расположение стенок*.

4. С учётом конструктивно-технологических требований и рекомендаций по п.п. 2 и 3 разрабатывается один или несколько рациональных вариантов силовых схем крыла. Оптимальные *типы сжатых элементов* выбираются через усилия в теоретически оптимальной конструкции. Наиболее удачный вариант силовой схемы выявляется путем сравнения их по силовому фактору (см. раздел 6) или объёмам условно-равнопрочных конструкций [21].

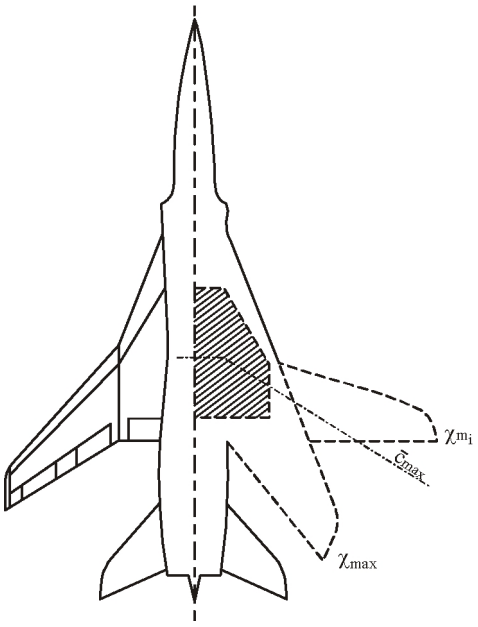


Рисунок 5.4 – Крыло с изменяемой стреловидностью

5. На заключительной стадии проектирования в принятой силовой схеме с учётом всех реальных требований прочности и ограничений на минимальные сечения определяется оптимальное *распределение материала* по элементам конструкции, см. раздел 5.5.

Далее приводятся примеры применения данного алгоритма к оптимизации конструкций крыльев и оперения, существенно различающихся внешними формами и условиями нагружения.

5.3.1 Неподвижная часть крыла с изменяемой стреловидностью

Рассмотрим гипотетическое крыло с изменяемой стреловидностью, основные геометрические параметры которого выбраны характерными для самолетов данного типа. На рисунке 5.4 штриховкой выделена область, в которой может располагаться силовая конструкция неподвижной части крыла (НЧК). Профиль НЧК выбран симметричным и чечевицеобразным. Шарнир размещен на 1/3 полуразмаха крыла в середине хорды. Рассматриваются два характерных случая нагружения: полёт с минимальной стреловидностью подвижной части крыла ($\chi_{\min} = 20°$) и полёт с максимальной стреловидностью ($\chi_{\max} = 65°$). В первом случае нагружения на НЧК через шарнир действуют в основном изгибающий момент M_x и перерезывающая сила Y_1. Во втором случае значителен также и крутящий момент M_z. Нагрузки на поворотный узел в обоих случаях определены через равнодействующую аэродинамических сил, приложенную в центре давления подвижной части крыла (ПЧК). Момент, действующий на шарнир в первом случае нагружения, определен так

$$M_1 = kY_1 l, \qquad (5.7)$$

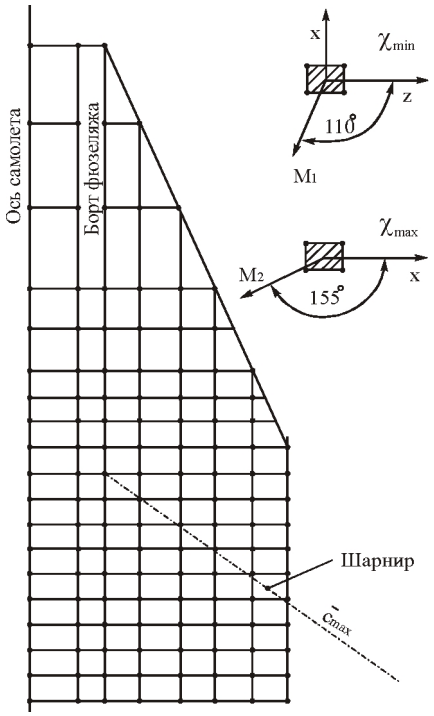


Рисунок 5.5 – Нагрузки и трехслойная модель для проектирования неподвижной части крыла

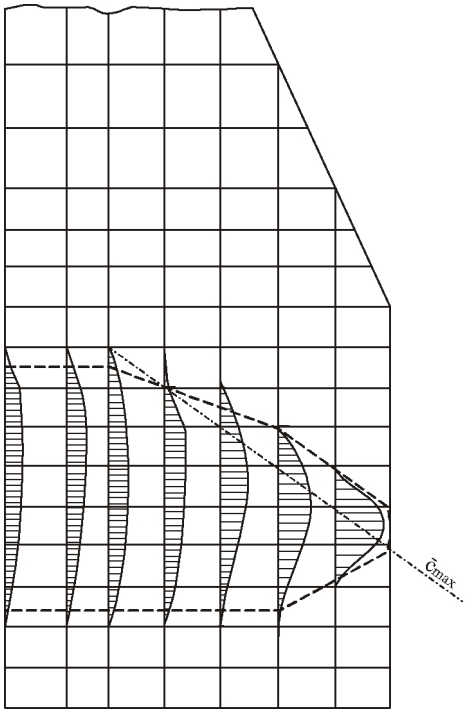


Рисунок 5.6 – Распределение толщин несущего слоя в равнопрочной трехслойной модели крыла

где l - полуразмах крыла, Y_1 - равнодействующая аэродинамических сил ПЧК, k - коэффициент, учитывающий распределение подъемной силы по размаху крыла. Для второго случая принято $Y_2 = 0{,}75Y_1$ и $M_2 = 0{,}75kY_1l$.

На первом этапе оптимизации в допустимую область НЧК вписывалась трехслойная пластинка с переменной строительной высотой. Считалось, что пластинка шарнирно опирается на борт фюзеляжа. Схема разбиения пластинки на конечные элементы для расчёта напряженного состояния и равнопрочного распределения материала показана на рисунке 5.5.

Близкая к равнопрочной конструкция трехслойной пластинки с отклонением максимальных эквивалентных напряжений от допускаемых в невырождающихся элементах не более 3% найдена за 10 итераций. Полученное распределение толщин несущего слоя показано на рисунке 5.6. Почти во всех элементах максимальные эквивалентные напряжения дает первый случай нагружения.

Особенностью полученного решения являются малые размеры зоны невырождающихся элементов. Очень четкая граница с вырожденными элементами, показанная на рисунке 5.6 штриховой линией, очерчивает форму в плане силовой конструкции НЧК, которую можно сделать равнопрочной.

Примечательно, что равнопрочная конструкция неожиданно сильно сдвинута назад из области максимальных строительных высот. Найденное решение представляет собой компромисс между передачей сил в области $\bar{c}_{\max}$ и по кратчайшему пути от шарнира к борту.

На втором этапе расчётов делается силовой анализ найденной теоретически оптимальной (равнопрочной) конструкции НЧК.

ПГУ в изотропных элементах несущего слоя вычисляются простым умножением главных напряжений на толщины. Картины ПГУ показаны на рисунке 5.7.

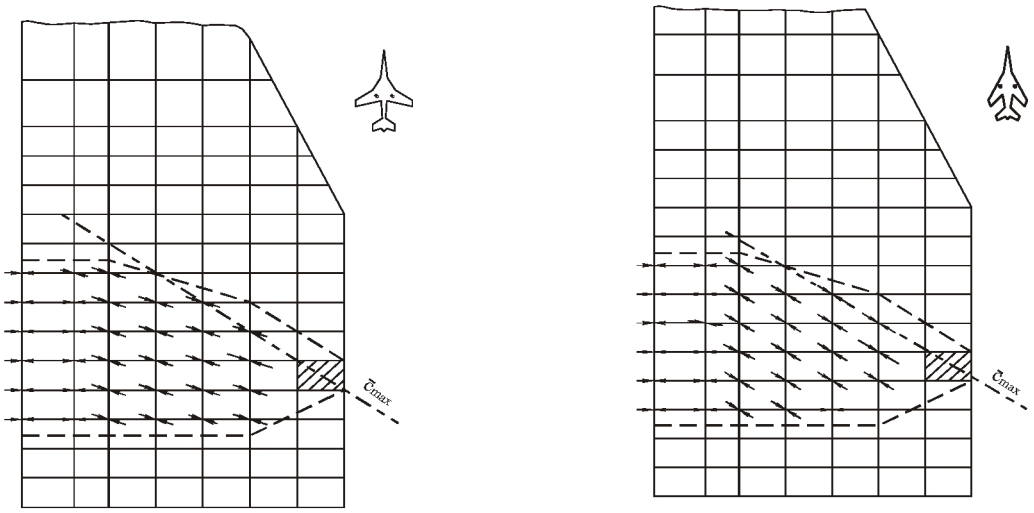


Рисунок 5.7 – Потоки главных усилий в изотропных элементах несущего слоя равнопрочной трехслойной модели крыла в основных случаях нагружения

В них наблюдаются две важные закономерности:

1. В обоих случаях нагружения ПГУ оказались одноосными, за исключением небольшой зоны около шарнира в случае полёта с максимальной стреловидностью, когда в нагрузках преобладает кручение.

2. Направления ПГУ в большинстве элементов отличаются не более, чем на 10…15°, несмотря на значительно большее различие – на 45° – в ориентации вектора главного момента, приложенного к шарниру.

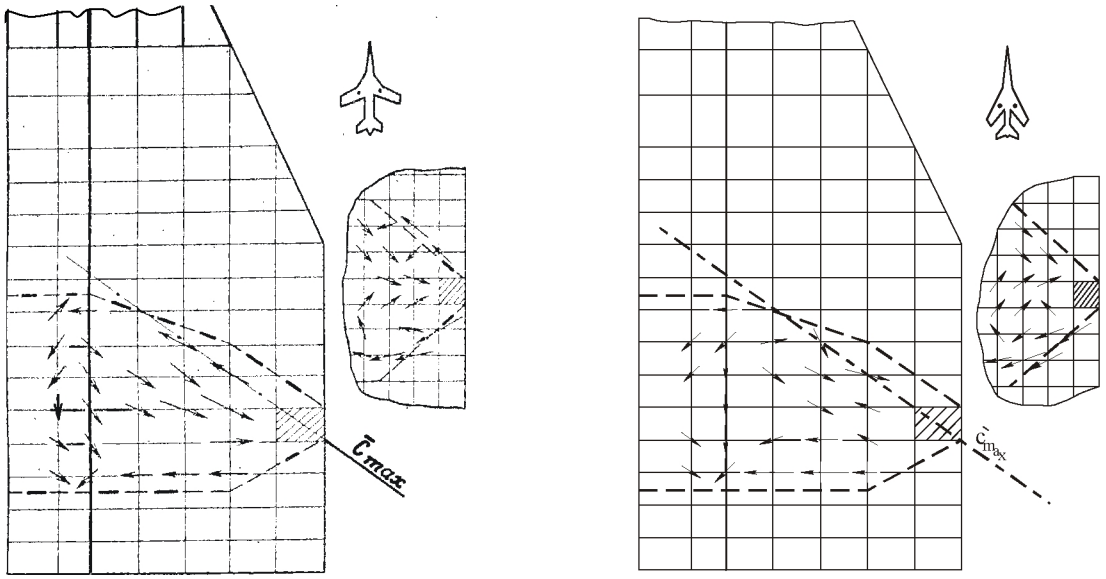


Рисунок 5.8 – Главные касательные силы в заполнителе равнопрочной трехслойной модели крыла

По картинам ПГУ можно рекомендовать как рациональную ориентацию стержневых элементов в несущем слое, показанную на рисунке 5.9 пунктиром.

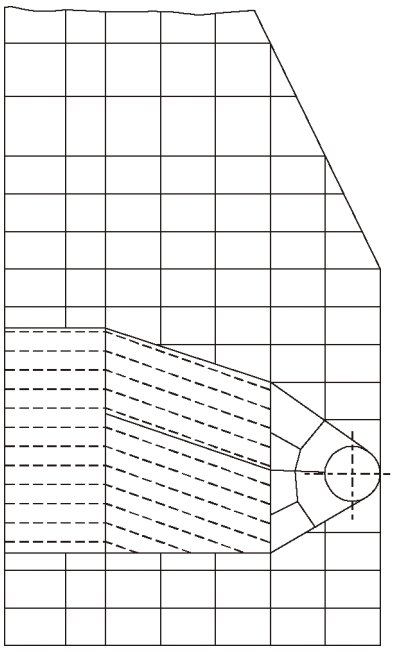


Рисунок 5.9. Рациональная силовая схема неподвижной части крыла с изменяемой стреловидностью

Картины ГКС в заполнителе даны на рисунке 5.8 (ГКС в зоне около шарнира взяты из расчета НЧК с более мелкой сеткой и постоянной строительной высотой).

В обоих случаях нагружения по передней и задней границам силовой конструкции НЧК и по борту фюзеляжа ГКС имеют наибольшие величины и примерно одинаково ориентированы, причем максимальные усилия в заполнителе около задней кромки дает второй случай нагружения. Кроме того, направления главных касательных сил в этих зонах близки к направлениям соответствующих границ. Отсюда сразу следует тривиальный вывод о необходимости постановки стенок по передней и задней

границам панели силовой обшивки и по борту фюзеляжа. Заметим, что примерно так же работают в стреловидном крыле стенки переднего и заднего лонжеронов и бортовой нервюры.

При полёте с $\chi_{\min}$ между передней и задней границей силовой конструкции НЧК имеется зона, в которой заполнитель сильно нагружен и работает на сдвиг в направлении от борта к шарниру. Наличие этой зоны указывает на целесообразность постановки одной или нескольких промежуточных стенок, связывающих борт с шарниром.

Анализ картин ГКС в заполнителе позволяет рекомендовать как рациональное расположение стенок, показанное на рисунок 5.9 жирными линиями.

Таким образом, целеустремленными действиями, без перебора вариантов, определяются близкие к оптимальным: форма в плане силовой конструкции НЧК, ориентация стрингеров и размещение стенок.

5.3.2 Крыло малого удлинения

Рассмотрим рациональное ориентирование ребер в подкрепленных панелях обшивки крыла малого удлинения с формой, характерной для дозвуковых пассажирских самолетов типа Ту-144, "Конкорд". Для этого с учётом основных расчётных случаев нагружения найдена равнопрочная конструкция крыла при предположении, что несущий слой состоит только из изотропной обшивки, работающей без потери устойчивости. На рисунке 5.10 показаны картины ПГУ в двух основных случаях нагружения в верхних несущих слоях: полётный случай, когда сильно нагружена область задней кромки; взлётный – большие сосредоточенные силы от шасси в узлах a, b и большая распределенная массовая нагрузка;

На рисунке 5.10 направления малых ПГУ показаны тонкими линиями.

На основании силового анализа работы теоретически оптимальной конструкции можно предложить два варианта рационального ориентирования ребер

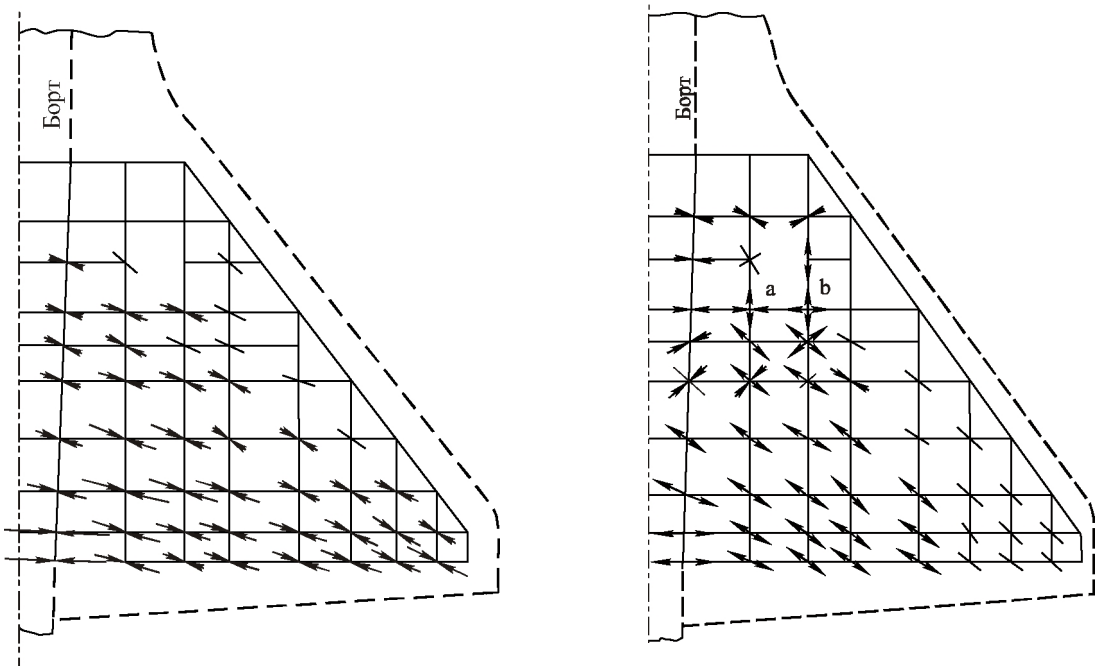


Рисунок 5.10 – Потоки главных усилий в верхней панели обшивки крыла малого удлинения в двух основных случаях нагружения

или стрингеров в панелях обшивки, рисунок 5.11.

Вариант I - с ребрами, ориентированными в зоне А по главным усилиям от ведущего случая нагружения и по оси z в шассийной зоне, так как здесь имеют место различные очень сложные двухосные картины ПГУ (такое на-

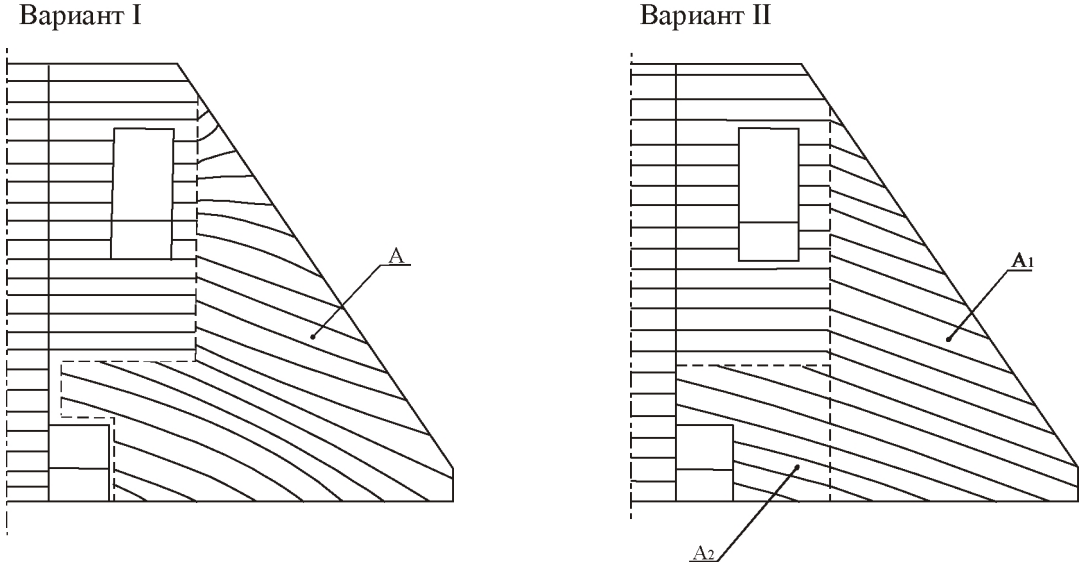


Рисунок 5.11 – Варианты рационального ориентирования ребер в панелях обшивки

правление ребер выражает лишь основное назначение конструкции в шассийной зоне - передавать силы к борту по кратчайшему пути).

Вариант II отличается от первого менее строгим соответствием направлений подкрепляющих ребер потокам главных усилий в зоне А, которая разбита на две части A_1 и A_2 с постоянными углами ориентирования ребер 20° и 15° к оси z соответственно.

Потребные толщины панелей в этих вариантах подбирались по условиям прочности и работы без потери устойчивости с ограничением минимально допустимой величины приведенной толщины панелей по конструктивным соображениям.

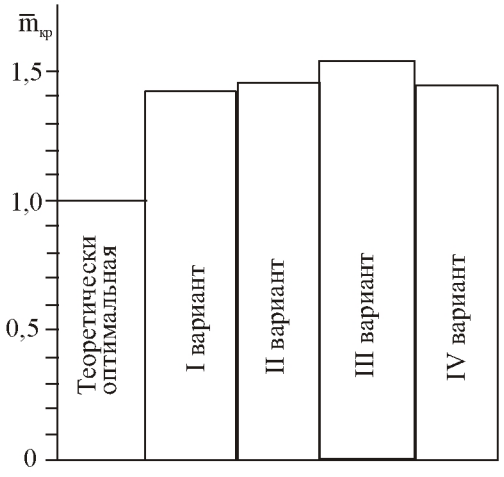


Рисунок 5.12 – Сравнение по массе различных вариантов крыла

Если массу несущих слоев теоретически оптимальной конструкции принять за единицу, то массы рассмотренных вариантов конструкций расположатся, как показано на рисунке 5.12. На нём приводится также относительная масса варианта III - крыла с ребрами монолитных панелей, ориентированными по размаху. (Столь большая разница между весом теоретически оптимальной конструкции и вариантами с панелями обшивки, подкрепленными ребрами, объясняется помимо известных преимуществ моноблочной конструкции также и тем, что толщины несущего слоя теоретически оптимальной конструкции, в отличие от остальных, рассчитаны без ограничений на минимальную величину толщины обшивки и без учёта потери устойчивости).

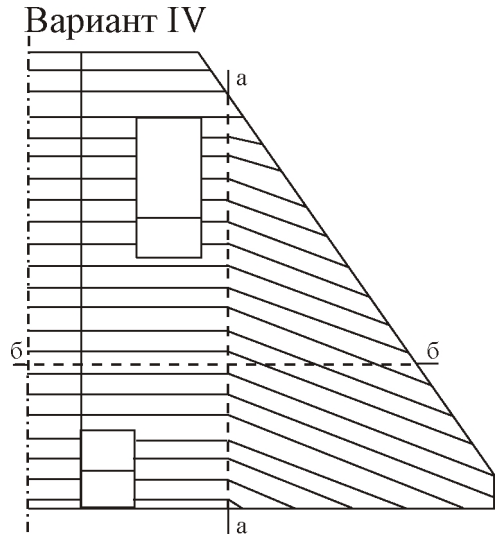


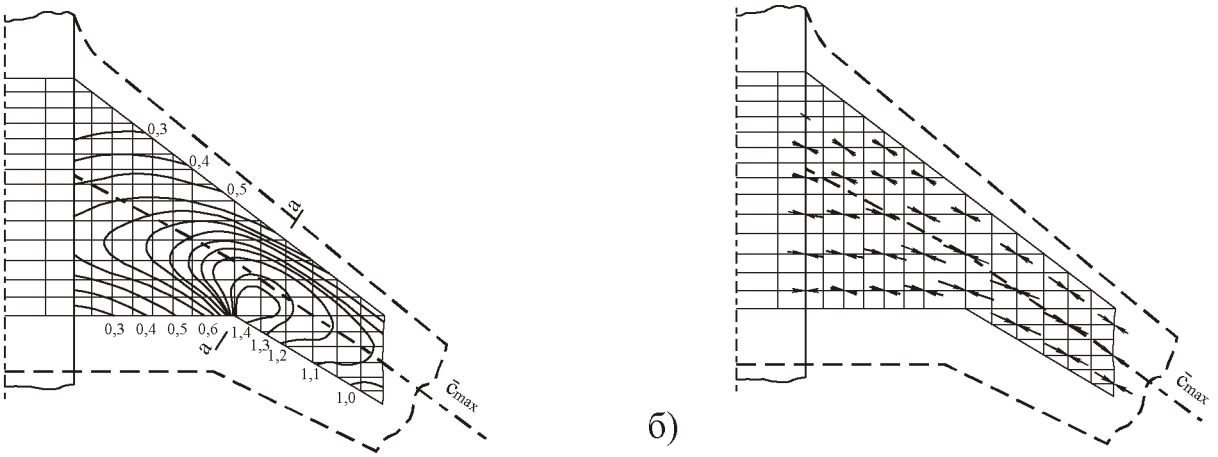
Рисунок 5.13 – Рациональная в силовом и технологическом отношении схема ориентации ребер в панелях обшивки

Вариант II лишь немного тяжелее первого, в то время как он значительно проще в технологическое отношении. Вариант II легче конструкции с ориентированием ребер по размаху (вариант III) на *7%*, причем всю экономию массы дает зона A_1, что обусловлено следующим: во-первых, в зоне A_2 довольно резко меняются направления потоков главных усилий; во-вторых, эта зона в рассматриваемом примере осложнена вырезом. Поэтому для данного крыла можно рекомендовать как рациональную схему ориентации ребер IV, показанную на рисунке 5.13. В ней сведены до минимума технологические усложнения, так как в больших крыльях примерно половина делается отъёмной, и линию перемены направлений ребер *а - а* выгодно совместить с разъёмом.

Замечание о жесткости. Поворот нервюр в полетном случае нагружения развивается в основном на части крыла правее линии *а - а*, см. рисунок 5.13, за счет деформации панелей обшивки. Поэтому вариант IV ориентации стержневых элементов в несущем слое крыла по сравнению с III при одинаковом весе имеет углы поворота концевого сечения примерно на 20% меньше.

5.3.3 Стреловидное крыло

Рассматривается поиск рациональной силовой схемы стреловидного крыла с большим наплывом в корневой части, см. рисунок 5.14.



а) б)

Рисунок 5.14 – Оптимизация конструкции корневой части стреловидного крыла

Такая форма в плане характерна для крыльев многих околозвуковых пассажирских и транспортных самолётов (Ту-154, Боинг-747, "Тристар", А-300, VC-10, Ил-96 и др.). Несмотря на относительное однообразие внешних форм, крылья этих самолетов отличаются большим разнообразием силовых схем в корневой части [8, 9].

На рисунке 5.14а показано равнопрочное распределение толщин верхнего несущего слоя в континуальной модели крыла, на рисунке 5.14б - ПГУ в этом слое в основном полетном случае нагружения. Оба эти рисунка как ориентацией зоны максимальных толщин, так и направлениями одноосных ПГУ, совершенно отчётливо указывают, что рациональная силовая конструкция такого крыла должна иметь излом кессона* примерно по линии *а-а* с соответствующим изменением ориентации стрингеров и сдвигом центроплана** назад из области максимальных строительных высот.

* Кессон - коробчатая часть конструкции крыла, образованная стенками переднего и заднего лонжеронов и панелями обшивки.

** Центроплан – силовая часть конструкции крыла внутри фюзеляжа.

Самолёты со стреловидными крыльями строятся уже много лет, и в их проектировании накоплен значительный опыт. У пассажирских самолётов второго и третьего поколений, силовые схемы крыльев в результате эволюции конструкций обладают высоким весовым совершенством. Также, как у найденной расчетным путем рациональной конструкции в рассматриваемом примере, у Ту-154, А-300 и ряде других [9] центроплан с подкосом сдвинуты назад.

5.3.4 Верхняя часть киля в Т-образном оперении

Рассмотрим решение локальной задачи о рациональной ориентации стрингеров в верхней части киля самолёта с переставным стабилизатором. Схема ориентации стрингеров в одной из существующих конструкций показана на рисунке 5.15а, причем на участке со сходящимися подкрепляющими ребра-

ми около стыковочного узла А используется монолитная панель со сложной технологией изготовления.

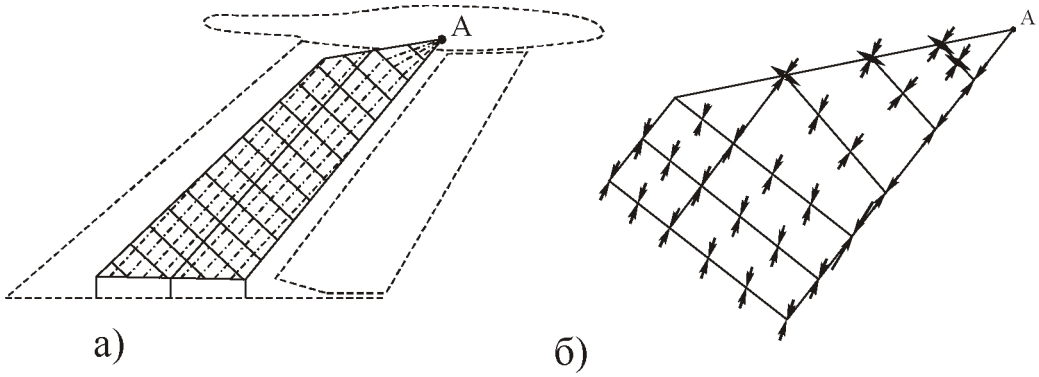


Рисунок 5.15 – Определение рациональной ориентации стрингеров в верхней части киля

Картина ПГУ в основном расчётном случае для этой части конструкции - несимметричном нагружении стабилизатора - показана на рисунке 5.15б. Из этой картины следует, что система сходящихся стрингеров в треугольной части киля с точки зрения прочности не оправдана, и здесь стрингеры выгодно ориентировать параллельно заднему лонжерону. Такая конструкция проще в технологическом отношении и легче.

5.4 Учет нескольких случаев нагружений

В тех проектных ситуациях, когда ПГУ и ГКС существенно отличаются по ориентации в различных случаях нагружения и выбор компромиссных направлений затруднен, можно сделать методику более совершенной, если вести отыскание теоретически оптимальной конструкции по следующей схеме.

1. Конструкция разбивается на достаточно малые элементы, назначается начальное распределение материала.

2. Выполняется расчет напряженного состояния модели на все случаи нагружения.

3. Для каждого элемента несущего слоя решается задача математического программирования об отыскании такой ориентации подкрепляющих стержней и соотношения количества материала в обшивке и стержнях, которые обеспе-

чивают минимум массы панели при удовлетворении ограничениям по прочности, потере устойчивости, жесткости, технологичности во всех случаях нагружения с учетом требований технологичности. Аналогично ставится и решается задача об отыскании двух толщин и двух ориентаций стенок, выполняющих функции заполнителя в элементе.

4. Проектные переменные, найденные из решения локальных оптимизационных задач, используются вместо исходных, и расчет повторяется до стабилизации.

5. По окончании расчетов для принятия решений по силовой схеме крыла дополнительно к ПГУ и ГКС изображается ориентация стержней и стенок и мощность соответствующих конструктивных элементов, например, частотой штриховых линий.

В тех случаях, когда доля массы стенок в конструкции крыла относительно невелика и когда положение стенок в значительной степени обусловлено технологией изготовления крыла, расположением пилонов и другими аналогичными факторами, целесообразно в исходную модель вместо изотропного заполнителя закладывать систему стенок, предписываемую конструктивно-технологическими соображениями.

5.5 Оптимизация распределения материала

После выбора силовой схемы производится оптимизация распределения материала. Здесь также, как и на предыдущем этапе, целесообразно использование высокоточного конечно-элементного моделирования. Разница состоит только в том, что на предыдущем этапе для генерации оптимальной силовой схемы строится модель преимущественно из изотропных элементов, ее принято называть КЭМ-I (конечно-элементная модель первого уровня). После принятия решения о силовой схеме строится новая модель КЭМ-II, которая адекватно описывает будущую конструкцию. В ней для описания лонжеронов используются балочные элементы из библиотеки конечных элементов (БКЭ), стенка, те-

ряющая устойчивость, описывается сдвиговыми элементами, не теряющая устойчивости – мембранными и т.п. При необходимости БКЭ дополняется новыми элементами. При таком подходе конечные элементы используются как своего рода *язык для конструирования*, исключающий неоднозначность вербального и эскизного описания конструкций. Пример КЭМ-II крыла самолета показан на рисунке 5.16.

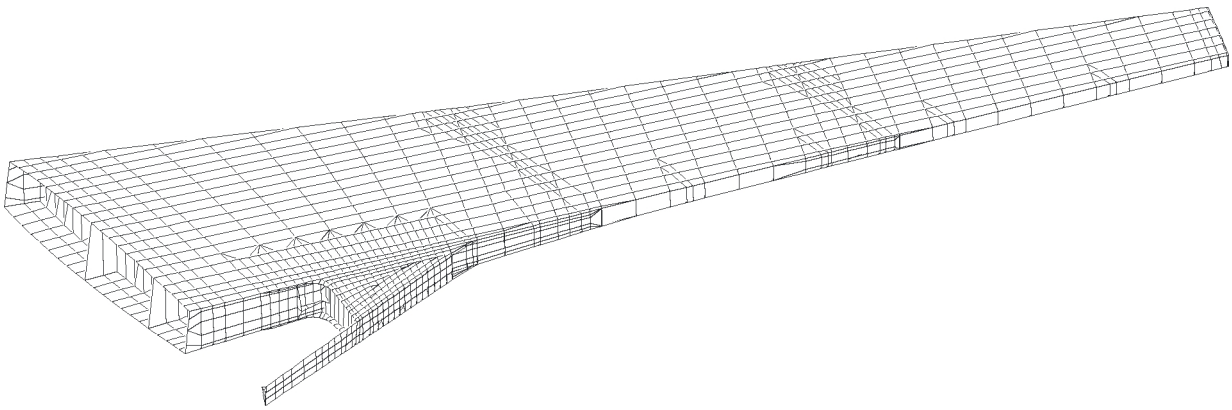


Рисунок 5.16 – Конечно-элементная модель крыла для конструирования (КЭМ-II)

Модель второго уровня КЭМ-II позволяет рассчитывать усилия во всех элементах конструкции и оптимизировать их размеры в итерационном процессе, учитывающем статическую неопределимость конструкций, см. рисунок 5.17. Так как внутренние усилия в конструкциях значительно консервативнее, чем напряжения, по отношению к распределению материала по элементам, то подбор сечений элементов целесообразно вести именно через усилия.

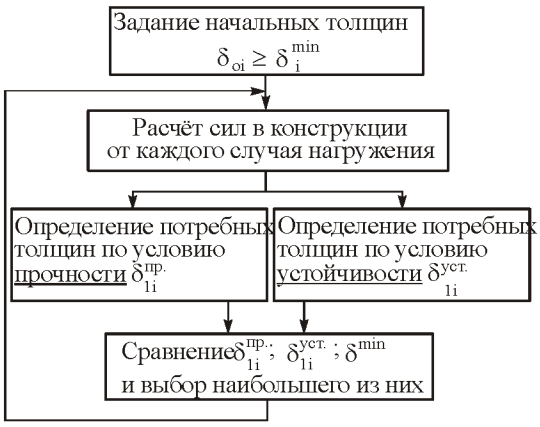


Рисунок 5.17 – Назначение сечений элементов статически неопределимых

Подбор толщин двумерных элементов по прочности ведется через эквивалентные потоки усилий по (5.4).

Для подбора параметров сжатых панелей приходится ставить и решать локальные задачи нелинейного математического программирования или стро-

ить номограммы на основе ранее решенных оптимизационных задач и экспериментальных данных [9].

Пример номограммы для подбора ребристых панелей показан на рисунке 5.18.

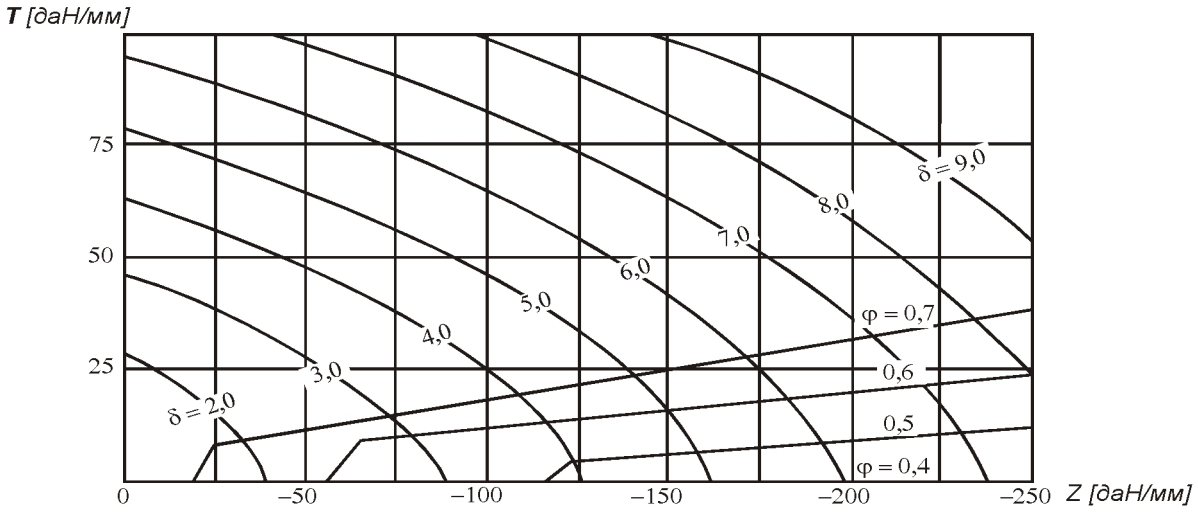


Рисунок 5.18 – Номограмма для подбора панелей

Близкое к равнопрочному при нескольких случаях нагружения распределение толщин панелей обшивки крыла малого удлинения показано на рисунке 5.19.

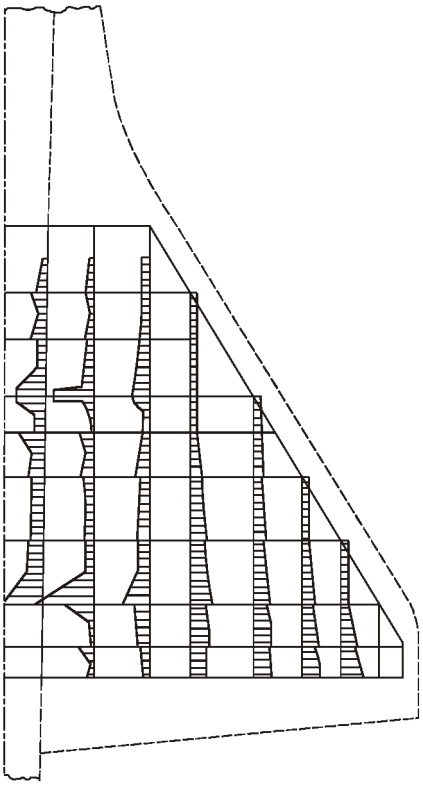


Рисунок 5.19 – Распределение толщин панелей обшивки крыла

Учет требований жесткости, в дополнение к требованиям прочности, возможен с привлечением специальных алгоритмов [12].

6 ВЕСОВОЙ АНАЛИЗ

В теории проектирования самолетов вопросу прогнозирования массы конструкции на ранних стадиях разработки уделяется большое внимание. Это связано с тем, что с самого зарождения авиации вес конструкции является одной из главных забот конструкторов, так как уменьшение этой характеристики, во-первых, определяет саму возможность полета, а во-вторых, определяет его транспортную эффективность. Кроме того, одним из важнейших разделов науки о проектировании летательных аппаратов является, так называемое "весовое проектирование", в котором используется аппарат "весовых формул". В современной авиационной технической литературе соответствующие расчетные формулы и методики давно и устойчиво называются "весовыми" [23, 31], не смотря на то, что для обозначения количества вещества (материала) обычно употребляется термин "масса".

6.1 Весовые формулы

На долю крыла и оперения приходится ориентировочно 8...12 и 1,5...2,5% взлетной массы самолета m_0. Для выбора основных параметров самолета на ранних стадиях проектирования необходимо знание (предсказание!) величин абсолютных и относительных масс конструкции в целом $m_к$, $\overline{m}_к = \frac{m_к}{m_0}$ и ее частей: крыла $m_{кр}$, $\overline{m}_{кр} = \frac{m_{кр}}{m_0}$, оперения $m_{оп}$ и прочих. Далее эти величины используются в расчетах центровок, нагрузок и ряде других. Поэтому точность весовых прогнозов играет важную роль в общем проектировании самолетов.

Основы систематизированного изучения проблемы прочности и весовой эффективности авиационных конструкций даны в книге Ф.Р. Шенли [23].

Для оценки абсолютных и относительных масс конструкции несущих поверхностей предложено довольно много, так называемых, "весовых формул" [1,

31]. Формулы, выдержавшие испытание временем, часто носят имя своего автора. Представление о весовых формулах дают следующие примеры.

- Формула Дриггса для оценки веса 1 м^2 крыла

  - $q_{кр} = k\sqrt{\dfrac{n_A^p p_0 l}{1000}}$,

    - где n_A^p – коэффициент расчетной перегрузки, k – коэффициент, учитывающий разгрузку крыла.

- Формула Козловского для оценки массы крыла

  - $m_{кр} = \dfrac{k_1}{100}\left(\dfrac{n_A^p m_0 l}{\cos\chi}\right)^{0,835}$.

- Формула Бадягина для оценки относительной массы крыла

$$\overline{m}_{кр} = \frac{7{,}2 k_1 n_A^p m_0^{0,5} \varphi\lambda}{10^4 p_0 (\overline{c}_0)^{0,75} \cos^{1,5}\chi} \cdot \frac{\eta+4}{\eta+1} + \frac{4{,}5 k_2 k_3}{p_0} + 0{,}015,$$

где φ – коэффициент, учитывающий разгрузку крыла топливом;

λ и η – удлинение и сужение; коэффициенты k_1, k_2 и k_3 учитывают тип панелей, наличие наплывов и предкрылков, способ герметизации баков.

Относительная масса конструкции зависит от многих факторов: геометрической формы, перегрузки, распределения нагрузки, размеров и размещения вырезов, прочностных и жесткостных характеристик материалов и ряда других.

Как правило, в весовых формулах в основе учета связи между геометрическими характеристиками и внешними нагрузками конструкций, с одной стороны, и внутренними усилиями в них, с другой, используется балочная теория, а такие факторы, как расположение двигателей на крыле или на фюзеляже, наличие наплывов в корневой части и т.п., учитываются многочисленными поправочными коэффициентами, получаемыми обычно из статистических данных уже построенных самолетов.

Такой подход не позволяет гарантировать высокую точность весовых расчетов в случаях использования необычных внешних форм, новых технических решений по типу конструкции или при резком увеличении абсолютных размеров самолета, если весовые формулы не учитывают должным образом закон *квадратов и кубов* [31]. В качестве примера на рисунке 6.1 приводятся результаты расчетов относительной массы конструкции крыла для двух самолетов. Одного с параметрами, близкими к Ил-96МТ, и другого – грузового самолета с полезной нагрузкой 250т (проект "Ecolifter").

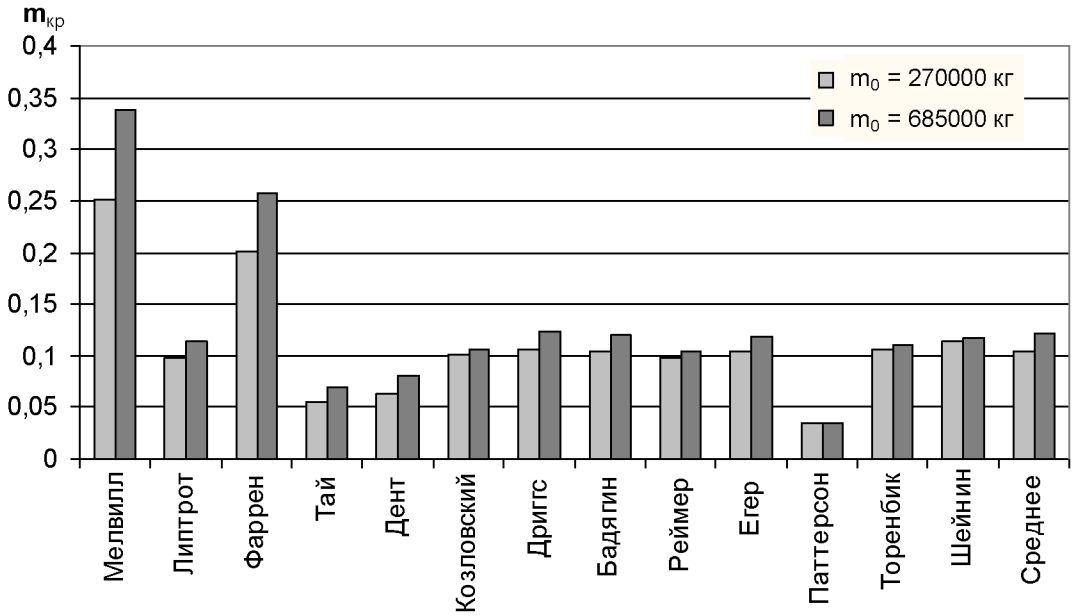


Рисунок 6.1 – Результаты расчетов относительной массы конструкций крыльев

Различные весовые формулы дают довольно большой разброс результатов. Для преодоления этого недостатка В.М. Шейнин предложил метод множественных вычислений [31], суть которого состоит в том, что крайние оценки отбрасываются, а промежуточные – осредняются. Для традиционных конструкций этот метод дает хорошие результаты. Вместе с тем, достижения в численном моделировании конструкций и установление некоторых интересных свойств упругих систем позволяют построить более общий подход к весовому проектированию [32].

6.2 Силовой фактор

Связь между результатами расчетов конструкции по МКЭ и ее потребной массой может быть выражена через специфический критерий *силовой фактор* - G, который отражает одновременно величину и протяженность действия внутренних усилий в конструкции.

Для ферм

$$G = \sum_{i=1}^{n} |N_i| \, l_i \,, \qquad (6.2.1)$$

где i – номер стержня, N – усилие, l – длина.

Для мембранных конструкций

$$G = \sum_{i=1}^{n} R_i \, S_i \,, \qquad (6.2.2)$$

где i – номер элемента, R – эквивалентный поток усилий, S – площадь элемента.

Для трехмерных конструкций

$$G = \int_{V} \sigma^{экв} \, dV \,, \qquad (6.2.3)$$

где $\sigma^{экв}$ – эквивалентное напряжение, V – объем материала конструкции.

Силовой фактор имеет ряд интересных свойств, которые могут быть полезны для весовых оценок конструкций.

– Величина G определяется силовой схемой конструкции, то есть типом элементов, их количеством, способами соединения между собой и расположением в пространстве. Для статически определимых конструкций величина G не зависит от соотношения жесткостей силовых элементов, а для статически неопределимых, как показывают вычислительные эксперименты, зависит слабо. Например, площади поперечных сечений некоторых элементов и внутренние усилия в них могут меняться в процессе оптимизации конструкции в несколько раз, в то время как G конструкции в целом изменяется только на несколько процентов.

– Теоретически необходимый объем материала полнонапряженной конструкции с определенной силовой схемой $V_т$ может быть оценен через G и величину допускаемого напряжения $\bar{\sigma}$ с использованием однократного расчета внутренних усилий для некоторого рационального начального распределения жесткостей элементов по простейшему соотношению

$$V_т = \frac{G}{\bar{\sigma}}. \qquad (6.2.4)$$

Действительно, для полнонапряженной фермы имеем

$$V_т = \sum_{i=1}^{n} \frac{|N_i|}{\bar{\sigma}} l_i = \sum_{i=1}^{n} F_i l_i, \qquad (6.2.5)$$

где F_i – площадь поперечного сечения стержня.

Аналогичный результат можно получить для конструкций из мембранных элементов, если использовать в качестве меры внутренних усилий эквивалентные потоки усилий [21].

– Величина G позволяет также оценить:

  * минимальную потенциальную энергию деформаций, которая может быть достигнута в результате оптимизации распределения определенного объема материала V_0 по элементам конструкции [13]

$$U = \frac{G^2}{2 E V_0}, \qquad (6.2.6)$$

  * минимальный теоретически необходимый объем материала конструкции, если имеется ограничение на величину обобщенного перемещения $q \le [q]$ под действием обобщенной силы Q,

$$V \ge \frac{G^2}{E Q [q]}, \qquad (6.2.7)$$

  * минимальный теоретически необходимый объем конструкции, если имеется ограничение на величину какой-либо характеристики жесткости конструкции $K \ge [K]$,

$$V \geq \frac{[K]}{E}\overline{G}^2, \qquad (6.2.8)$$

где K - отношение обобщенной силы к соответствующему обобщенному перемещению $K = \frac{Q}{q}$;

$\overline{G}$ - силовой фактор конструкции под действием единичной обобщенной силы. Это может быть, например, крутящий момент, приложенный к концевой нервюре, если рассматривается задача, связанная с обеспечением крутильной жесткости крыла.

– Величина G может быть вычислена с довольно высокой точностью на относительно грубых конечно-элементных моделях. Вычислительные эксперименты для различных крыльев [33] показывают, что приемлемая точность может быть получена на сетках с числом элементов порядка $n \approx 10^2$, в то время как для анализа прочности и ресурса крыльев требуется $n \approx 10^4$.

Через $V_т$, плотность материала ρ и коэффициент полной массы φ, который учитывает прирост массы за счет стыковочных и несиловых элементов в конструкции, за счет отклонений от оптимального распределения материала в пользу простоты и технологичности конструкций и т.п., можно вычислить реальную (практическую) массу конструкции

$$m_k = \varphi\rho V_T = \varphi\rho\frac{G}{\overline{\overline{\sigma}}} \qquad (6.2.9)$$

или

$$m_k = \varphi \cdot G / \overline{\overline{\sigma}}, \qquad (6.2.10)$$

где $\overline{\overline{\sigma}}$ – удельная прочность материала.

В весовой формуле (6.2.10) каждый из трех сомножителей определяет почти независимые друг от друга свойства конструкции:

G – геометрию, силовую схему и нагрузки;

$\overline{\overline{\sigma}}$ – прочность материала;

φ – конструктивно-технологическое совершенство.

Соотношение типа (6.2.10) может быть использовано для построения новых весовых формул конструкции в целом и отдельных ее частей. При этом $\bar{\bar{\sigma}}$ будет отражать выбор материала, G – учтет все особенности выбора силовой схемы будущей конструкции, а коэффициент φ может быть определен из анализа уже построенного самолета, который целесообразно взять в качестве прототипа

$$\varphi = \frac{\tilde{m}_к \tilde{\bar{\bar{\sigma}}}}{\tilde{G}}, \qquad (6.2.11)$$

где знак ~ используется для обозначения величин, относящихся к прототипу.

Если прототип обладает высоким весовым совершенством и в процессе разработки конструкции не ожидается больших изменений в технических решениях (φ) и в выборе материала ($\bar{\sigma}$), например при модификациях, то для оценки массы новой конструкции формула (6.2.10) может быть переписана с учетом (6.2.11) особенно просто

$$m_к = \frac{G}{\tilde{G}} \tilde{m}_к, \qquad (6.2.12)$$

В современных условиях практически всегда имеются конечно-элементные модели и прототипа, и новой конструкции, и вычисление G не вызывает больших затруднений.

6.3. Геометрически подобные преобразования конструкций

Рассмотрим возможность построения весовых формул и методик весовых расчетов на основе конечно-элементных представлений о работе конструкций и критерия силовой фактор. Для этого рассмотрим, следуя [23] , геометрически подобные преобразования конструкций. Сначала выполним такой анализ для двух простейших типов конструкций:

1) состоящих только из стержней, работающих только на растяжение-сжатие (фермы);

2) состоящих только из мембранных элементов (тонкостенные безмоментные конструкции).

Пусть некоторая произвольная конструкция первого типа имеет:

- объем материала V;
- координаты узлов r_j (здесь r – радиус-вектор, j – номер узла);
- площади поперечных сечений F_i (i – номер стержня);
- усилия в стержнях N_i;
- напряжения в стержнях σ_i;
- силовой фактор G;
- потенциальную энергию деформаций U.

Будем считать эту конструкцию исходной.

Присвоим ей номер 0 и разместим ее параметры (V_i, r_j, F_i) и характеристики (N_i, σ_i, G, U) в первой строке таблицы 6.1.

Геометрически подобные конструкции будем получать путем изменения объема материала и координат узлов. Внешние узловые силы, действующие на конструкцию, в этих рассуждениях полагаем неизменными.

1. Увеличим объем материала конструкции в k раз без изменения координат узлов и соотношений жесткостей элементов путем увеличения в k раз площадей поперечных сечений стержней. При этом все коэффициенты матрицы жесткости конструкции увеличатся в k раз, внутренние усилия останутся без изменений, напряжения уменьшатся в k раз, силовой фактор не изменится, энергия деформаций уменьшится в k раз.
2. Изменим только координаты узлов в k раз без изменения объема материала и соотношений жесткостей элементов. Для этого необходимо уменьшить площади поперечных сечений в k раз. При этом все коэффициенты матрицы жесткости уменьшатся в k^2 раз, внутренние усилия не изменятся, напряжения возрастут в k раз, силовой фактор увеличится в k раз (так как в k раз увеличатся длины всех стержней при неизменных усилиях), в k^2 раз увеличится энергия деформаций.

3. При одновременном изменении в k раз объема материала и координат узлов в k раз изменяются только силовой фактор и энергия деформаций. Напряжения в элементах остаются неизменными!
4. Случай изменения координат узлов в k раз и объема в k^2 раз интересен тем, что при этом энергия деформаций остается неизменной.
5. Полностью геометрически подобная конструкция имеет объем материала k^3V. Неизменными в ней остаются только внутренние усилия.

Результаты анализа частично или полностью геометрически подобных ферм представлены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Стержневые конструкции

Номер конструкции	Объем материала	Координаты узлов	Площади попер. сеч.	Усилия в стержнях	Напряжения	Силовой фактор	Энергия деформаций
0	V	r_j	F_i	N_i	σ_i	G	U
1	kV	r_j	$k\,F_i$	N_i	$\frac{1}{k}\,\sigma_i$	G	$\frac{1}{k}$U
2	V	$k\,r_j$	$\frac{1}{k}F_i$	N_i	$k\,\sigma_i$	kG	k^2U
3	kV	$k\,r_j$	F_i	N_i	σ_i	kG	kU
4	k^2V	$k\,r_j$	$k\,F_i$	N_i	$\frac{1}{k}\sigma_i$	kG	U
5	k^3V	$k\,r_j$	k^2F_i	N_i	$\frac{1}{k^2}\,\sigma_i$	kG	$\frac{1}{k}$U

Аналогичным образом может быть рассмотрена конструкция, составленная из мембранных элементов. Для учета двумерности мембранных элементов заметим, что в отличие от стержневого элемента, матрица жесткости которого зависит от длины и площади поперечного сечения стержня, матрица жесткости мембранного элемента определенной формы зависит только от его толщины. Поэтому изменение в k раз толщин элементов будет соответствовать изменению объема материала также в k раз. Внутренние усилия в мембранной конструкции удобно представлять через потоки усилий - произведения напряжений на толщину элемента в соответствующих точках. Будем обозначать их через R.

При геометрически подобных преобразованиях координат узлов мембранной конструкции неизменными будут оставаться узловые реакции каждого элемента, но потоки усилий будут обратно пропорциональны коэффициенту геометрического подобия.

Результаты анализа геометрически подобных мембранных конструкций представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 – Мембранные конструкции

Номер конструкции	Объем материала	Координаты узлов	Толщины	Потоки усилий	Напряжения	Силовой фактор	Энергия деформаций
0	V	r_j	δ_i	R_i	σ_i	G	U
1	kV	r_j	$k\delta_i$	R_i	$\frac{1}{k}\sigma_i$	G	$\frac{1}{k}$U
2	V	$k\,r_j$	$\frac{1}{k^2}\delta_i$	$\frac{1}{k}R_i$	$k\,\sigma_i$	kG	k^2U
3	kV	$k\,r_j$	$\frac{1}{k}\delta_i$	$\frac{1}{k}R_i$	σ_i	kG	kU
4	k^2V	$k\,r_j$	δ_i	$\frac{1}{k}R_i$	$\frac{1}{k}\sigma_i$	kG	U
5	k^3V	$k\,r_j$	$k\delta_i$	$\frac{1}{k}R_i$	$\frac{1}{k^2}\sigma_i$	kG	$\frac{1}{k}$U

Введем коэффициент изменения объема силового материала k_v и коэффициент геометрического подобия k_r.

Заметим, что для сохранения неизменным распределения усилий в конструкции должны быть выполнены следующие условия:

- при изменении только объема силового материала в k_v раз площади поперечных сечений стержней и толщины мембранных элементов изменяются также в k_v раз;
- при изменении координат узлов в k_r раз и сохранении неизменным объема силового материала конструкции площади поперечных сечений стержней уменьшаются в k_r раз, а толщины мембранных элементов - в k_r^2 раз.

При этом в первом случае в k_{v} раз изменяется объем каждого элемента и его матрица жесткости, а во втором сохраняются неизменными объемы всех элементов с одинаковым уменьшением жесткости каждого элемента в k_r^2 раз, так как коэффициенты матрицы жесткости стержня пропорциональны его площади поперечного сечения и обратно пропорциональны длине, а коэффициенты матрицы жесткости мембранного элемента зависят только от толщины элемента - пропорциональны ей.

На основании сделанных замечаний и с учетом соотношений в 1 и 2 строках таблиц 6.1 и 6.2, выписанных отдельно для стержневых и мембранных конструкций, можем получить следующие достаточно общие выражения для расчета влияния геометрических и жесткостных подобных преобразований конструкций, составленных из стержневых и мембранных элементов, на их параметры и характеристики:

$$\mathrm{V}^* = k_{\mathrm{v}}\,\mathrm{V}\,, \tag{6.3.1}$$

$$r_j^* = k_r r_j\,, \tag{6.3.2}$$

$$\mathrm{F}_i^* = \frac{k_{\mathrm{v}}}{k_r}\mathrm{F}_i\,, \tag{6.3.3}$$

$$\delta_i^* = \frac{k_{\mathrm{v}}}{k_r^{\,2}}\delta_i\,, \tag{6.3.4}$$

$$\mathrm{N}_i^* = \mathrm{N}_i\,, \tag{6.3.5}$$

$$\mathrm{R}_i^* = \frac{1}{k_r}\mathrm{R}_i\,, \tag{6.3.6}$$

$$\sigma_i^* = \frac{k_r}{k_{\mathrm{v}}}\sigma_i\,, \tag{6.3.7}$$

$$\mathrm{G}^* = k_r\,\mathrm{G}\,, \tag{6.3.8}$$

$$U^* = \frac{k_r^{\,2}}{k_v} U. \qquad (6.3.9)$$

Здесь величины со знаком * относятся к преобразованным конструкциям.

6.4 Закон "квадратов и кубов"

При сохранении закона распределения и интенсивности поверхностных сил, действующих на конструкцию, и ее геометрическом подобном преобразовании в k_r раз узловые силы P_j увеличиваются в k_r^2 раз

$$P_j^* = k_r^2 P_j . \qquad (6.4.1)$$

Так как при неизменных узловых силах

$$G^* = k_r G , \qquad (6.4.2)$$

то увеличение узловых сил в k_r^2 раз приведет к соответствующему увеличению силового фактора

$$G^{**} = k_r^3 G . \qquad (6.4.3)$$

Здесь первый знак * указывает на изменение размеров конструкции, а второй знак * указывает на учет изменения абсолютной величины поверхностных сил.

При геометрически подобном преобразовании летательных аппаратов с аэродинамическим способом создания подъемной силы и сохранении неизменными летных характеристик взлетная масса пропорциональна коэффициенту геометрического подобия в квадрате

$$m_0^* = k_r^2 m_0 . \qquad (6.4.4)$$

С учетом (6.2.10) минимальная (полная) масса геометрически подобной конструкции будет

$$m_к^{**} = \varphi \frac{G^{**}}{\bar{\sigma}}, \qquad (6.4.5)$$

или

$$m_{\text{к}}^{**} = \varphi \frac{k_r^{\,3}\text{G}}{\overline{\sigma}} = k_r^{\,3} m_{\text{к}}, \qquad (6.4.6)$$

где: $m_к$ – масса исходной конструкции.

Таким образом, *взлетная масса самолета изменяется пропорционально квадрату коэффициента геометрического подобия в квадрате, а масса конструкции – пропорционально его значению в кубе.*

Здесь этот вывод получен для всей конструкции в целом. При тех же предположениях он справедлив в такой же мере и для отдельно взятой несущей поверхности.

Из (6.4.4) и (6.4.6) следует

$$\overline{m}_{\text{к}}^{**} = \frac{m_{\text{к}}^{**}}{m_0^{*}} = \frac{k_r^{\,3} m_к}{k_r^{\,2} m_0} = k_r \overline{m}_{\text{к}}. \qquad (6.4.7)$$

Аналогичный вывод получается и для гермокабин, для которых избыточное давление является основным случаем нагружения.

Итак, *с ростом абсолютных размеров авиационных конструкций их относительная масса при прочих неизменных технических решениях растет линейно.*

При выводе соотношений (6.4.6) и (6.4.7) в предположении (6.4.1) не учитывается разгрузка конструкции за счет изменения ее массы. Для такого учета в практических расчетах крыльев достаточно двух-трех рекуррентных итераций. Учет этого обстоятельства, конечно, несколько смягчает проявление закона "квадратов и кубов", но гораздо больший эффект в сдерживания роста относительной массы крыльев при увеличении размеров самолета дают такие меры, как оптимизация размещения топлива и двигателей, использование некруглых аэродинамически несущих фюзеляжей и т.п.

6.5 Влияние удельной нагрузки на массу конструкций крыльев

Пусть исходное крыло имеет площадь S.

При подобном преобразовании

$$S^* = k_r^2 \, S \, . \qquad (6.5.1)$$

Если взлетная масса при этом не меняется, то удельные нагрузки p_0 будут связаны соотношением

$$p_0^* = \frac{1}{k_r^2} p_0 \, . \qquad (6.5.2)$$

Узловые силы при этом не изменяются, поэтому

$$G^* = k_r G \, . \qquad (6.5.3)$$

Относительная масса преобразованной конструкции

$$\bar{m}_к^* = \frac{m_к^*}{m_0} = \varphi \frac{k_r G}{m_0 \sigma} \, . \qquad (6.5.4)$$

Из (6.5.2) получим

$$k_r = \sqrt{\frac{p_0}{p_0^*}} \, . \qquad (6.5.5)$$

Тогда

$$\bar{m}_к^* = \bar{m}_к \sqrt{\frac{p_0}{p_0^*}} \, . \qquad (6.5.6)$$

Уменьшение удельной нагрузки на крыло в k_p раз, где $k_p = \frac{p_0}{p_0^*}$, ведет к увеличению относительной массы конструкции пропорционально $\sqrt{k_p}$.

6.6 Конструкции с нагрузками от собственной массы

Рассмотрим случай, когда узловые нагрузки изменяются пропорционально линейным размерам в кубе при полном геометрически подобном преобразовании конструкций.

Пусть

$$k_v = k_r^3 \, . \qquad (6.6.1)$$

Тогда

$$V^* = k_r^3 \, V \,, \tag{6.6.2}$$

$$P_j^* = k_r^3 \, P_j \,, \tag{6.6.3}$$

$$G^* = k_r^4 \, G \,, \tag{6.6.4}$$

$$N_i^* = k_r^3 \, N_i \,, \tag{6.6.5}$$

$$R_i^* = k_r^2 \, R_i \,, \tag{6.6.6}$$

$$\sigma_i^* = \frac{N_i^*}{F_i^*} = \frac{k_r^{\,3} N_i}{k_r^2 F_i} = k_r \sigma_i \,, \tag{6.6.7}$$

$$\sigma_i^* = \frac{R_i^*}{\delta_i^*} = \frac{k_r^2 R_i}{k_r \delta_i} = k_r \sigma_i \,. \tag{6.6.8}$$

Из (6.6.7) и (6.6.8) можно сделать интересный вывод для одного частного, но практически важного случая: *в геометрически подобных конструкциях напряжения от собственного веса изменяются пропорционально коэффициенту подобия* (при увеличении размеров – растут!).

То же самое справедливо и для напряжений в конструкции, вызванных инерционными силами при поступательной перегрузке. Поэтому из соотношений (6.6.7) и (6.6.8) можно сделать еще один важный вывод: *если при полном геометрическом подобии авиационных конструкций напряжения от полетных случаев нагружения остаются неизменными, то во взлетно-посадочных случаях нагружения при увеличении линейных размеров они растут.*

Это вывод можно сделать и из прямого сопоставления (6.4.3) и (6.6.4).

Заметим, что (6.6.7) и (6.6.8) можно получить непосредственно из (6.3.7) с учетом (6.6.1) и (6.6.3)

$$\sigma_i^* = k_r^3 \frac{k_r}{k_r^3} \sigma_i = k_r \sigma_i \,. \tag{6.6.9}$$

Заметим также, что соотношение (6.6.9) справедливо не только для конструкций, составленных из стержневых и мембранных элементов, но и для конструкций общего вида.

В качестве примера рассмотрим простейшую двухопорную балку длиной l, квадратного сечения $a \cdot a$, $a = c \cdot l$, нагруженную собственным весом.

Интенсивность поперечной нагрузки $q = c^2 l^2 \rho g$,

где c – константа, ρ – плотность материала, g – ускорение свободного падения.

Учитывая, что максимальный изгибающий момент $M = \frac{q l^2}{8}$ и момент сопротивления $W = \frac{a^3}{6}$, получим

$$\sigma_{max} = \frac{3}{4} \frac{l}{c} \rho g. \qquad (6.6.10)$$

С ростом абсолютных размеров балки напряжения в ней от собственного веса растут пропорционально ее длине.

6.7 Безразмерный коэффициент силового фактора

Определенным недостатком критерия "силовой фактор" является его размерность. В разделе 6.3 рассмотрены геометрически подобные преобразования конструкции и показано, что при неизменных нагрузках силовой фактор пропорционален коэффициенту геометрического подобия. В работе Комарова В.А. [32] веден безразмерный коэффициент силового фактора C_K, который связывает его величину с нагрузкой на конструкцию и ее линейными размерами:

$$C_K = G / (P\, l), \qquad (6.7.1)$$

где P и l – характерные нагрузка и размер конструкции, выбранные по определенному соглашению.

На рисунке 6.2 показаны примеры простейших конструкций (стержня, двухстержневой фермы, конструкции Мичелла, двухпоясной балки) с указанием величины коэффициента силового фактора.

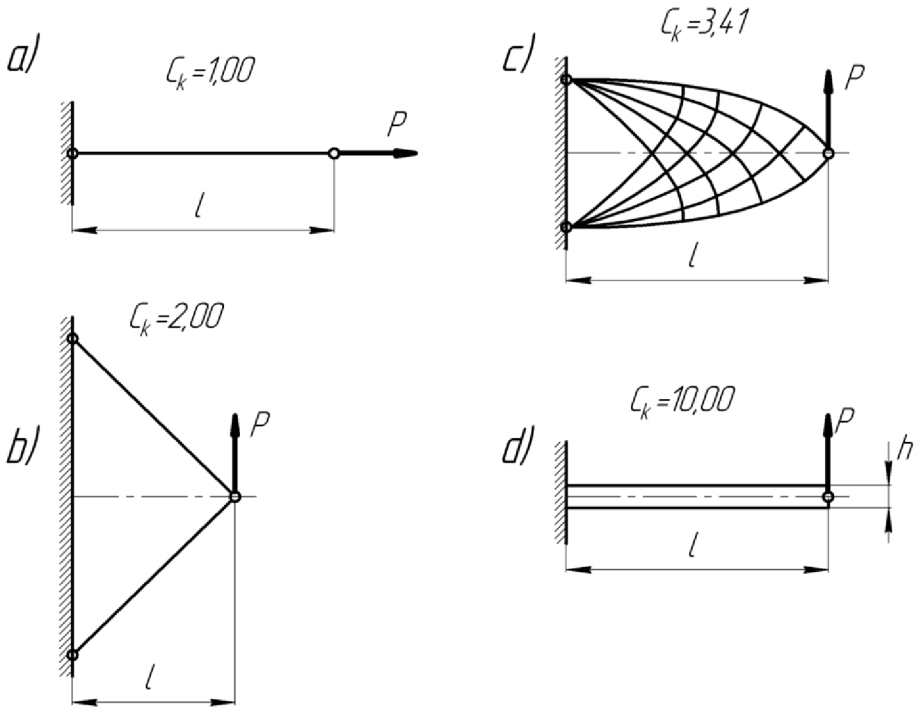


Рисунок 6.2 – Величина коэффициента силового фактора для различных конструкций

В этих примерах в качестве характерной нагрузки выбрана сосредоточенная сила, а в качестве характерного размера - расстояние от точки приложения силы до закрепления.

Безразмерный коэффициент $C_К$ ставит в соответствие каждой топологической структуре определенное число, которое характеризует её силовое совершенство.

Через коэффициент силового фактора, если он известен, может быть определен силовой фактор G:

$$G = C_K PL, \tag{6.7.2}$$

и далее по (6.2.10) определена масса конструкции. Коэффициент $C_К$ с точностью до множителей определяет массу конструкции.

Здесь следует отметить аналогию с определением подъемной силы Y через безразмерный коэффициент подъемной силы C_y:

$$Y = C_y qS \tag{6.7.3}$$

где q – скоростной напор, S – площадь крыла (характерный размер).

Если в качестве характерной нагрузки для крыла брать подъемную силу, а в роли характерного линейного размера - корень квадратный из площади крыла

$\sqrt{S}$, то на основе формулы (6.2.10) можно получить следующие выражения для определения абсолютной m_k и относительной $\bar{m}_k$ масс крыла:

$$m_k = \varphi / \bar{\bar{\sigma}} \cdot (C_K n_p m_0 g \sqrt{S}), \tag{6.7.4}$$

$$\bar{m}_k = m_k / m_0 = \varphi / \bar{\bar{\sigma}} \cdot (C_K n_p g \sqrt{S}), \tag{6.7.5}$$

где n_p – расчетная перегрузка;

m_0 – взлетная масса летательного аппарата.

Полученная формула (6.7.5) хорошо согласуется с весовыми формулами (15.96) и (15.101) книги [34] и (6.9) и (6.11) книги [1] по роли таких важнейших параметров, как m_0 и p_0. В то же время формула (6.7.5) в этом отношении существенно расходится с формулами (15.111) [34] и (6.5) [1].

Отметим, что на ранних стадиях проектирования точные линейные размеры конструкции и абсолютные значения нагрузок чаще всего не известны. Следовательно, именно безразмерный коэффициент Комарова C_K наиболее целесообразно применять для оперативной оценки качества различных вариантов силовых схем изделия. Причем на прогнозном этапе разработки авиационных конструкций однозначные решения по выбору основных параметров силовой схемы чаще всего еще не приняты. Поэтому для оценки массы объекта проектирования удобно использовать математические модели, применяемые для структурной оптимизации конструкции.

6.8 Весовой контроль

Ряд соотношений, полученных в предыдущих разделах, может использоваться не только для весового анализа, связанного с оценкой взлетной массы самолета, но также и для решения некоторых других задач по оптимизации конструкций и по контролю качества детального проектирования. Коротко укажем на них.

1. Безразмерный коэффициент силового фактора C_K, вычисляемый по (6.7.1), позволяет объективно и комплексно сравнивать потенциальное весовое совершенство существующих и проектируемых крыльев с различными размерами и формой в плане, с различными законами изменения строительных высот и с различными силовыми схемами.

2. Прогнозирование массы отдельных частей конструкции по (6.7.5) позволяет выдавать в начале проектирования их научно-обоснованные весовые лимиты.

3. Коэффициент полной массы φ может использоваться на завершающей стадии разработки конструкции как критерий качества детального проектирования. Когда имеются сборочные чертежи и результаты весовых расчетов уже спроектированной конструкции, то φ вычисляется по (6.2.11) как для прототипа. Вычисление φ как для всей конструкции в целом, так и для отдельных ее частей, дает очень интересную информацию для конструкторов. В частности, величина φ, оказывается довольно стабильной для крыльев различных самолетов. Большая величина φ может выявлять неудачные конструктивно-технологические решения, необоснованный выбор дорогостоящих высокопрочных материалов и т.п.

7 НОВАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ

Выбор параметров силовой схемы существенно влияет на характеристики создаваемой конструкции, поэтому в последние годы наблюдается повышенный интерес к этой предметной области [35].

Одними из первых возможность алгоритмического подхода к топологической оптимизации конструкций исследовали Hemp W.S. и Topping B.H. В работах, рассмотренных в обзорной статье [36], пространство конструкции покрывается сеткой узлов. В этих узлах прикладываются нагрузки и задаются закрепления. Исходная структура получается путем генерации ферменной конструкции, в которой стержневые элементы соединяют каждый узел со всеми остальными узлами. В процессе оптимизации конструкции слабо нагруженные "лишние" элементы удаляются автоматически, когда площадь их поперечного сечения оказывается менее некоторого заданного значения. В результате в силовой схеме фермы должны остаться только стержни, наиболее эффективно передающие приложенные нагрузки к закреплениям. Однако замечено, что после удаления в конструкции некоторых элементов может появиться плохая обусловленность матрицы жесткости упругой системы. Иногда в процессе выполнения алгоритма оптимизации конструкция превращается в механизм, и вычислительный процесс прерывается, не достигнув желаемого результата. Также выявлена зависимость получаемых решений от начальной плотности сетки конечных элементов.

Kohn R.V. и Strang G. объяснили эти особенности тем, что в любой точке допустимой геометрической области, с учетом дискретности используемых математических моделей, реализуется одно из двух возможных "крайних" состояний: конструкционный материал либо содержится, либо отсутствует.

Для устранения указанных недостатков в постановке задачи структурной оптимизации силовых конструкций предложено использовать специфические пористые материалы. При этом в геометрические ограничения, внутри которых может размещаться конструкция, вписывается непрерывная упругая среда

(континуальная модель), включающая в себя все возможные силовые схемы. Результаты оптимизации параметров континуальной модели могут дать информацию о наилучшей силовой схеме разрабатываемого объекта. Такой подход, использующий твердое деформируемое тело с переменными по объему характеристиками материала, допускает возможность появления в модели конструкции "переходных" зон между "крайними" вариантами состояниями упругой среды.

Идея применения в процессе проектирования конструкций гипотетического материала с переменным по объему модулем упругости, по-видимому, впервые высказана и использована в работе Комарова А.А. [13] при оптимизации плоских конструкций для обхода вычислительных проблем, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния пластин переменной толщины. В дальнейшем эта идея получила развитие в исследованиях отечественных и зарубежных ученых [21, 37, 38] в виде тела переменной плотности с соответствующими прочностными и упругими характеристиками. В монографии [39] упоминается статья [37] как первая работа в этой области. В отечественной литературе оптимизация силовых конструкций с использованием тела переменной плотности рассмотрена на несколько лет раньше [21].

Bendsoe M.P. и Kikuchi N. [37] решили задачу оптимизации распределения материала в континуальной модели относительно степени пористости материала. В этом исследовании упругая среда, вписанная в допустимую геометрическую область, делится на конечные элементы. Переменные состояния конструкции анализируются по МКЭ. За целевую функцию принимается податливость упругой среды, а ограничением является масса материала.

Материал упругой среды считается пористым, для чего ему сопоставляется определенная микроструктура. Элементарная ячейка такой микроструктуры для пластины показана на рисунке 7.1а. В ячейке имеется полость прямоугольной формы с длинами сторон a и b. Размеры полости внутри ячейки определяют общую пористость материала или долю незаполненного в нем объема. Каждый конечный элемент имеет фиксированное значение пористости. Размеры полос-

тей a_i и b_i и ориентация ячеек θ_i (рисунок 7.1б) рассматриваются как переменные проектирования, где i – номер элемента. Изменение размеров полости и угла ее ориентации влечет за собой изменение свойств материала упругой среды, определяемых методом усреднения (homogenization method) [39]. Свойства материала упругой среды в случае проектирования пространственной конструкции определяются пятью проектными переменными в каждом элементе.

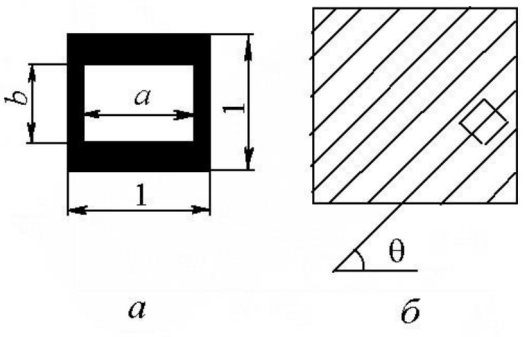


Рисунок 7.1 – Размеры и ориентация элементарной ячейки

Задача топологической оптимизации конструкции на основе пористого материала рассматривалась во многих исследованиях, имеются монографии и обзорные статьи [39, 40 ,35]. Среди работ в этом направлении можно отметить исследования Allaire G., Bruns T.E., Lipka A., Ramm E., Eschenauer H.A., Olhoff N., Rozvany G.I.N., Kirsch U., Min S.J., Sekimoto T., Sigmund O., Suzuki K., Noguchi H. и других.

В монографии [39] отмечается, что при проектировании тонкостенных конструкций топологическая оптимизация по методу усреднения обычно приводит к получению стержневых конструкций типа ферм Мичелла. Таким образом, этот подход на основе исследования непрерывной упругой среды использует и развивает идею классического аналитического метода изучения основных свойств стержневой системы [31].

Большинство авиационных конструкций по своей природе тонкостенные упругие системы, состоящие из элементов, обладающих различными свойствами. Так, лонжероны, нервюры и шпангоуты обычно состоят из поясов, адекватно моделируемых стержневыми элементами, и стенки, работающей в плоском

(мембранном) напряженном состоянии. Обшивка часто подкрепляется стрингерным набором для увеличения критических усилий потери устойчивости. Следовательно, для эффективного проектирования силовых схем авиационных конструкций решения, получаемые на континуальной модели, должны обосновывать выбор не только стержневых, но и оболочечных элементов.

В разделе 5 рассматривается задача проектирования несущих поверхностей летательных аппаратов на основе анализа трехслойной модели [21], составленной из изотропной обшивки переменной толщины, работающей в плоском напряженном состоянии, и непрерывного заполнителя, работающего только на сдвиг. Для оптимизации распределения материала из условия минимума массы в этой модели и расчета ее напряженного состояния используются специальные трехслойные конечные элементы, которые образуются разбиением крыла в плане на треугольные и четырехугольные области. Распределение материала в каждом элементе описывается тремя параметрами: двумя толщинами несущих слоев и плотностью заполнителя. Этот подход реализован в среде МКЭ-системы РИПАК [14] и разработана технология проектирования на основе использования ряда моделей с возрастающей подробностью описания конструкции.

В случае проектирования фюзеляжа внешняя граница допустимого геометрического пространства, в котором может размещаться конструкция, совпадает с ее теоретическим контуром, а внутренняя – с границами, определяющими минимально допустимые размеры свободного пространства в фюзеляже. В [21] отмечается, что задача структурной оптимизации фюзеляжа на основе трехслойной модели имеет особенности, затрудняющие ее решение. Так, в элементах конструкции фюзеляжа около грузового выреза, а также в зонах стыков с крылом и оперением возникают большие градиенты усилий и напряжений, существенные изгибающие моменты и несимметричность усилий относительно срединной поверхности континуальной модели. Поэтому анализ переменных состояния фюзеляжа с использованием трехслойной континуальной модели может не выявить все нюансы его силовой работы.

Для целей структурной оптимизации авиационных конструкций Комаровым В.А. [21] введен в рассмотрение изотропный материал с переменной плотностью ρ, модуль упругости и прочностные характеристики которого пропорциональны плотности

$$E = \rho \overline{\overline{E}}, \tag{7.1}$$

$$\overline{\sigma} = \rho \overline{\overline{\sigma}}, \tag{7.2}$$

где $\overline{\sigma}$ – допускаемое напряжение материала;

$\overline{\overline{E}}$ и $\overline{\overline{\sigma}}$ – модуль упругости и допускаемое напряжение при единичной плотности.

Выбор этого материала обосновывается следующими соображениями.

1. При большом разнообразии упругих и прочностных свойств конструкционных материалов их удельные характеристики значительно однообразнее.

2. Современные технологии на основе вспенивания и армирования позволяют получать материалы со свойствами типа (7.1), (7.2).

3. Многие естественные объекты, предназначенные для передачи сил, по своей структуре не являются однородными. Такие совершенные природные "конструкции", как кости, имеют переменную плотность, переходящую практически в полости (компактное вещество – губчатое вещество – костный мозг).

Допустимое геометрическое пространство разбивается сеткой трехмерных конечных элементов, моделирующих объемное напряженное состояние, и плотности материала в элементах принимаются за переменные проектирования.

Особо отметим, что в каждом элементе упругой среды (7.1) – (7.2) используется только одна проектная переменная. Эта особенность, с одной стороны, позволяет строить более эффективные алгоритмы оптимизации распределения материала в континуальной модели по сравнению с подходом [37], с другой стороны, предъявляет повышенные требования к процедурам интерпретации получаемых результатов, в том числе к анализу силовой работы среды переменной плотности.

8 ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ТЕЛЕ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ ПО УСЛОВИЯМ ПРОЧНОСТИ

8.1 Базовый алгоритм

Рассмотрим следующую задачу. Пусть наружными и внутренними границами задан объем V, внутри которого может размещаться конструкция, предназначенная для передачи заданных сил. Впишем в геометрические ограничения непрерывную упругую среду со свойствами материала (7.1) – (7.2). Разобьем объем V на n достаточно малых трехмерных конечных элементов и примем плотность материала в элементах за переменные проектирования.

Потенциально эта континуальная модель содержит внутри себя все мыслимые силовые схемы проектируемой конструкции, которые могут быть образованы сгустками материала переменной плотности внутри допустимой геометрической области. Требуется найти такой закон распределения плотности внутри объема, чтобы конструкция имела минимальную массу при выполнении условий прочности: эквивалентные напряжения во всех элементах конструкции не должны превышать допускаемые напряжения. Это распределение материала в континуальной модели соответствует оптимальной силовой схеме объекта проектирования.

Для оптимизации распределения материала в теле переменной плотности можно использовать следующую последовательность операций, которую будем называть *алгоритм 1*.

1. Для заданного начального распределения плотностей элементов $\rho_i^{(0)}$ *и соответствующих модулей упругости элементов* $E_i^{(0)}$, *назначаемых по* (7.1), *рассчитывается напряженное состояние трехмерного тела. Определяется эквивалентные напряжения в каждом элементе* $\sigma_i^{(0)}$ *по принятой теории прочности, например по условию текучести Генки-Губера-Мизеса:*

$$\sigma = \left(\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_2-\sigma_2\sigma_3-\sigma_3\sigma_1\right)^{1/2}, \qquad (8.1)$$

где σ_1, σ_2, σ_3 *– главные напряжения.*

2. Вычисляются новые значения плотностей элементов $\rho_i^{(1)}$ *по*

$$\rho_i^{(1)} = \frac{\sigma_i^{(0)}}{\overline{\overline{\sigma}}}. \tag{8.2}$$

В трехмерном теле переменной плотности напряжения можно рассматривать как внутренние усилия и по ним подбирать необходимую плотность и прочность материала в соответствующих местах. Смысл вычисления новых плотностей по (8.2) состоит в том, что если бы распределение эквивалентных напряжений по элементам не зависело от распределения жесткостей, то во всех элементах было бы реализовано одинаковое допускаемое удельное напряжение

$$\frac{\sigma_i^{(0)}}{\rho_i^{(1)}} = \overline{\overline{\sigma}} = \text{const}, \tag{8.3}$$

что можно истолковать как получение равнопрочной конструкции.

Однако неравномерное изменение жесткостей по (8.2) вызывает изменение распределения напряжений. Подобно тому, как, например, в статически неопределимой ферме изменение жесткостей стержней вызывает изменение усилий в них. Поэтому новые значения плотностей элементов передаются в пункт *1* вместо исходных, и расчёт повторяется до стабилизации проектных переменных, то есть до получения полнонапряженной конструкции.

В [21, 41, 42] дано доказательство сходимости *алгоритма 1* для случая, когда эквивалентные напряжения вычисляются через удельную потенциальную энергию

$$\overline{\overline{\sigma}} = \left[\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu\left(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1\right)\right]^{1/2}, \tag{8.4}$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Практические расчеты показывают, что вычисление эквивалентных напряжений по (8.1) вместо (8.4) не оказывает заметного влияния на сходимость *алгоритма 1* по итерациям. Как правило, полнонапряженный проект (ПНП) удается получить за 15-30 итераций.

Пробные расчеты по данному алгоритму показали существенное уменьшение порядка 30% интегральных силовых характеристик – *силового фактора* и *коэффициента силового фактора*. Рассмотрим физическую сущность результатов оптимизации с использованием 3D-моделей переменной плотности на простейшем примере – оптимизации бруса, нагруженного равномерно-распределенной поперечной нагрузкой. Эта задача с определенными упрощениями моделирует оптимизацию распределению материала в крыле (см. рисунок 8.1, 8.2).

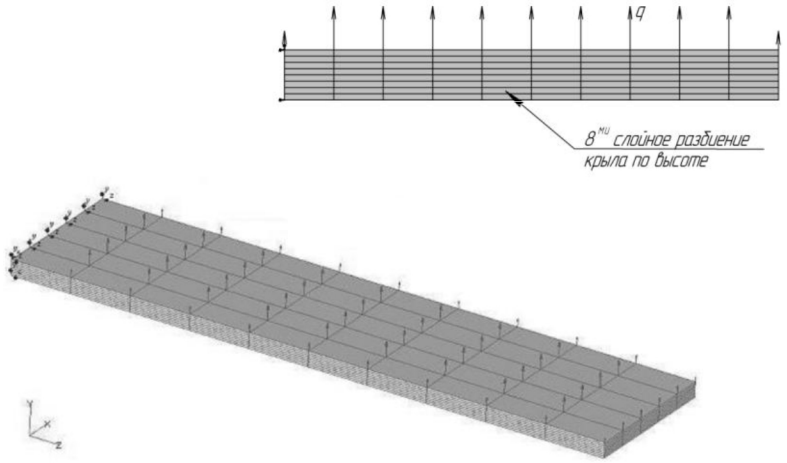


Рисунок 8.1 – Континуальная модель крыла

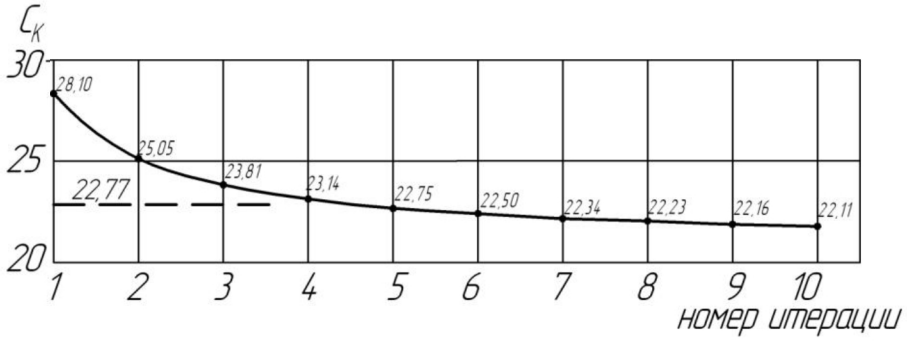


Рисунок 8.2 – Изменение коэффициента силового фактора по итерациям

8.2 Особенности результатов оптимизации

На первый взгляд, трехмерное упругое тело, вписанное в геометрические ограничения рассматриваемого крыла, это брус с консольной заделкой, то есть

статически определимая конструкция, распределение напряжений и внутренних усилий в которой может быть вычислено по известным соотношениям из сопротивления материалов по балочной теории при достаточно больших отношениях l/c. Это утверждение справедливо для *бруса с постоянной плотностью материала*. Известное линейное распределение деформаций ε_Z и напряжений σ_Z по его высоте показано на рисунке 8.3а. Однако в ходе оптимизационного процесса по *алгоритму 1* происходит переназначение плотностей и собственно жесткостей элементов по (8.2) и (7.1). При изгибе такого бруса линейный характер распределения деформаций ε_Z по мере удаления от срединной поверхности примерно сохраняется, но напряжения растут не линейно, так как модуль упругости также растет по мере удаления от срединной поверхности, и в итоге

$$\sigma_Z = E(y)\varepsilon(y). \tag{8.5}$$

Характер распределения напряжений (усилий) в поперечном сечении бруса оптимальной переменной плотности показан на рисунке 8.3б. Нетрудно видеть, что брус переменной плотности превращается по сути дела в конструкцию, близкую к идеальному двутавру с расстоянием между поясами $7/8\,c_{\max}$ для выбранного разбиения на элементы по высоте поперечного сечения.

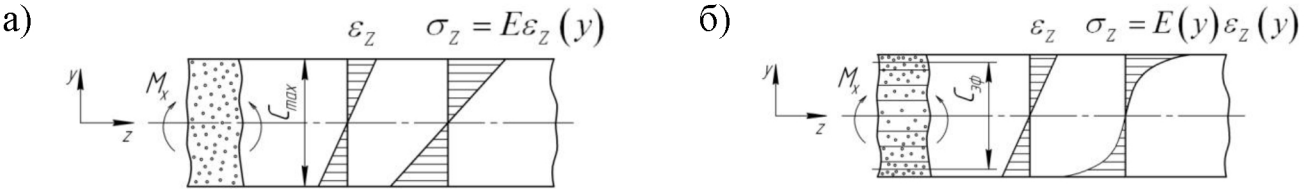


Рисунок 8.3 – Распределение напряжений в балке:
а) из материала с постоянной плотностью, б) из материала с переменной плотность

Из сопоставления распределения напряжений в поперечном сечении бруса постоянной и переменной (оптимальной) плотности, представленных на рисунке 8.3, видно, что брус с постоянной плотностью использует эффективно только 2/3 строительной высоты. Поэтому в конструкциях с преобладающим изгибом следует ожидать при оптимизации распределения плотности материала уменьшение силового фактора примерно на 30%, если стартовать с равномер-

ного распределения, что и было получено в рассмотренном примере на рисунке 8.2.

Таким образом, решение пробных задач по оптимизации распределения материала в 3D-моделях переменной плотности показывает возможность отыскания высокоэффективных конструкций. Для дальнейшего развития этой идеи и её распространения на широкий круг проектных задач требуется исследование достоверности этих моделей. С этой целью далее рассматривается сопоставление результатов оптимизации распределения материала в 3D-моделях переменной плотности в следующих примерах:

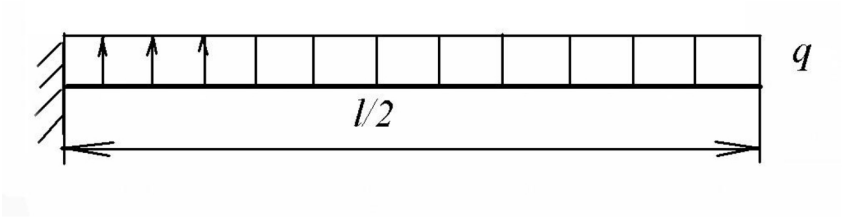
1. в специально построенной оптимизационной задаче, имеющей аналитическое решение;
2. в оптимизации реальных конструкций крыльев, имеющих результаты натурных испытаний и результаты расчета методом конечных элементов.

8.3 Анализ точности определения силового фактора

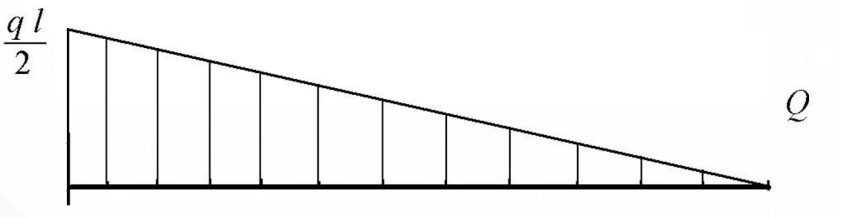
Рассмотрим прямоугольное в плане крыло с постоянной относительной строительной высотой $\overline{c}$, хордой b, размахом l и удлинением $\lambda_к$, нагруженное равномерно распределенной нагрузкой q, рисунок 8.4. Сначала получим аналитическую зависимость коэффициента Комарова C_K от $\lambda_к$ и $\overline{c}$ для этого крыла.

Изгибающий момент и перерезывающую силу в таком крыле может оптимальным способом передавать лонжерон, расположенный вдоль линии максимальной строительной высоты профиля, с конструкцией, близкой к идеальному двутавру. Будем считать, что пояса лонжерона работают на растяжение – сжатие, а стенка – только на сдвиг.

а



б



в

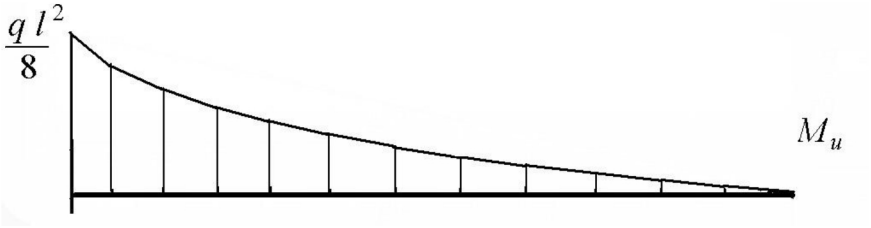


Рисунок 8.4 – Балочная модель крыла под действием распределенной нагрузки q (а) и эпюры перерезывающей силы Q (б) и изгибающего момента $M_и$ (в)

Запишем выражение для силового фактора поясов лонжерона в следующем виде:

$$G_n = 2 \cdot \int_o^{l/2} N dz = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{M_u^{\max}}{c} \frac{l}{2}, \tag{8.6}$$

где N□– нормальные напряжения в поясах;

$M_u^{\max} = \frac{ql^2}{8}$ – максимальный изгибающий момент, возникающий в лонжероне.

Учитывая, что $\lambda_к = \frac{l^2}{S} = \frac{l}{b}$ и $c = \bar{c} \cdot b$, где $\bar{c}$ - относительная толщина крыла, S – площадь крыла, запишем:

$$l = \sqrt{\lambda_к \cdot S}, \tag{8.7}$$

$$c = \bar{c} \cdot \frac{l}{\lambda_к}. \tag{8.8}$$

Тогда (8.6) с учетом (8.8) представим в виде:

$$G_n = \frac{q \cdot l^3}{24 \cdot c} = \frac{q \cdot l^2 \cdot \lambda_к}{24 \cdot \bar{c}}. \tag{8.9}$$

Эквивалентные напряжения в стенке вычисляются через касательные τ по условию $\sigma^{экв} = \tau\sqrt{3}$. Запишем выражение для силового фактора стенки лонжерона в следующем виде:

$$G_{cm} = c \cdot \int_{o}^{l/2} \sqrt{3} \cdot T dz = c \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot Q^{\max}}{c} \frac{l}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot q \cdot l^2}{8}, \qquad (8.10)$$

где T□– поток касательных усилий в стенке;

$Q^{\max} = \frac{q \cdot l}{2}$ – максимальная перерезывающая сила в лонжероне.

Тогда можно получить следующее выражение для вычисления силового фактора конструкции для двух консолей крыла:

$$G = \frac{1}{12} \cdot \frac{Y \cdot l \cdot \lambda_k}{\overline{c}} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot Y \cdot l, \qquad (8.11)$$

где $Y = q \cdot l$ – подъемная сила крыла.

В случае однолонжеронного крыла выражение для вычисления коэффициента силового фактора C_K (5.5.7) с учетом (8.11) и (8.7) имеет следующий вид:

$$C_K = \frac{1}{12} \frac{\lambda_к^{3/2}}{\overline{c}} + \frac{\sqrt{3}}{4} \lambda_к^{1/2}. \qquad (8.12)$$

В соотношении (8.12) используются рекомендуемые в [32] величины: в качестве характерной нагрузки – Y, а характерного размера – $\sqrt{S}$.

Предположим, что для рассматриваемого в качестве примера крыла конструкция еще не определена и эта характеристика не известна.

Заполним допустимую область материалом, который может иметь переменную плотность, разобьем его на конечные элементы, как показано на рисунке 8.1, и применим *алгоритм 1*. Результаты вычисления коэффициента силового фактора по итерациям алгоритма показаны на рисунке 8.2 для случая $\lambda_к = 10$, $\overline{c} = 0{,}1$ и разбиения крыла на 8 одинаковых слоев по высоте.

Процесс оптимизации по *алгоритму 1* сходится на значении 22,11. Это значение хорошо согласуется с коэффициентом силового фактора, полученного

по (8.12) – 22,77, если в (8.12) использовать при вычислении $\overline{c}$ не максимальную строительную высоту по обводам, а эффективную строительную высоту – в данном случае расстояние между центрами тяжести наружных слоев конечных элементов, т.е. $c_{эф} = 7/8\, c_{max}$ для восьмислойной схемы, как показано на рисунке 8.3б. Кстати, отсюда следует рекомендация, использовать в практических весовых расчетах крыльев толщину наружных слоев в трехмерной модели, которая обеспечит учет реального смещения во внутрь крыла от обводов центра тяжести силовых элементов в соответствующих поперечных сечениях.

8.4 Оценка достоверности прогнозирования перемещений

Абсолютные и относительные деформации авиационных конструкций имеют тенденции к росту по мере совершенствования методов проектирования и приближение конструкций к равнопрочным. Возрастают деформации и при использовании высокопрочных материалов. Знание жесткостей и деформаций конструкций крыльев необходимо для проектирования систем управления, рационального секционирования подвижных частей – рулей, интерцепторов, закрылков и их узлов навески и в других подобных задачах.

Особое значение деформации крыла имеют для правильного определения нагрузок. Так, хорошо известно, что изгиб стреловидных крыльев вызывает существенное (закручивание поточных сечений) изменение углов атаки [12]. Однако, на ранних стадиях проектирования обычно не известна силовая схема конструкций и распределение материала по её элементам. Поэтому нагрузки считаются для абсолютно жесткой конструкции, а затем корректируются по мере её проработки, что отрицательно влияет на сроки разработки и качество проекта. Силовая схема при таком порядке проектировании, как правило, не пересматривается.

Для преодоления неопределенности в связях между нагрузками, силовой схемой и жесткостями элементов конструкций в [43] предложена методика, которая заключается в следующем.

1. На начальной стадии проектирования самолета, когда определен его облик, в ограничения внешних размеров крыла вписывается тело из гипотетического материала переменной плотности (7.1) - (7.2), которое потенциально включает в себя все возможные, в том числе и рациональные силовые схемы.

2. По одному из методов компьютерной аэродинамики определяются нагрузки на крыло в предположении его абсолютной жесткости.

3. По специальному алгоритму проводиться оптимизация распределения материала (в данном случае – плотности материала отдельных элементов по *алгоритму 1*).

4. Определяются деформации крыла, и полученные перемещения задаются в качестве исходных данных для расчета нового распределения нагрузок. Расчет повторяется до сходимости процесса.

Эта последовательность операций, которую будем называть *алгоритм 2*, ориентирована на применение МКЭ для расчета перемещений крыла и напряжений в его элементах.

В модельном примере, рассмотренном в [43], в качестве допускаемого напряжения выбрана директивная величина допускаемого напряжения $\overline{\sigma} = 300\,\text{МПа}$, характерная для конструкций из алюминиевых сплавов с учетом требований ресурса и работы панелей без потери устойчивости.

Этот пример показал работоспособность рассмотренного алгоритма и сильную зависимость распределения аэродинамической нагрузки по размаху крыла от его деформаций. Это обстоятельство выдвигает задачу обеспечения точности прогнозирования деформации крыла с использованием 3D-модели переменной плотности.

В данном исследовании рассматриваются факторы, влияющие на точность прогнозирования деформаций крыла, и предлагается методика обеспечения необходимой точности.

С этой целью используются результаты натурного эксперимента по крылу большого удлинения магистрального пассажирского самолета, рисунок 8.5.

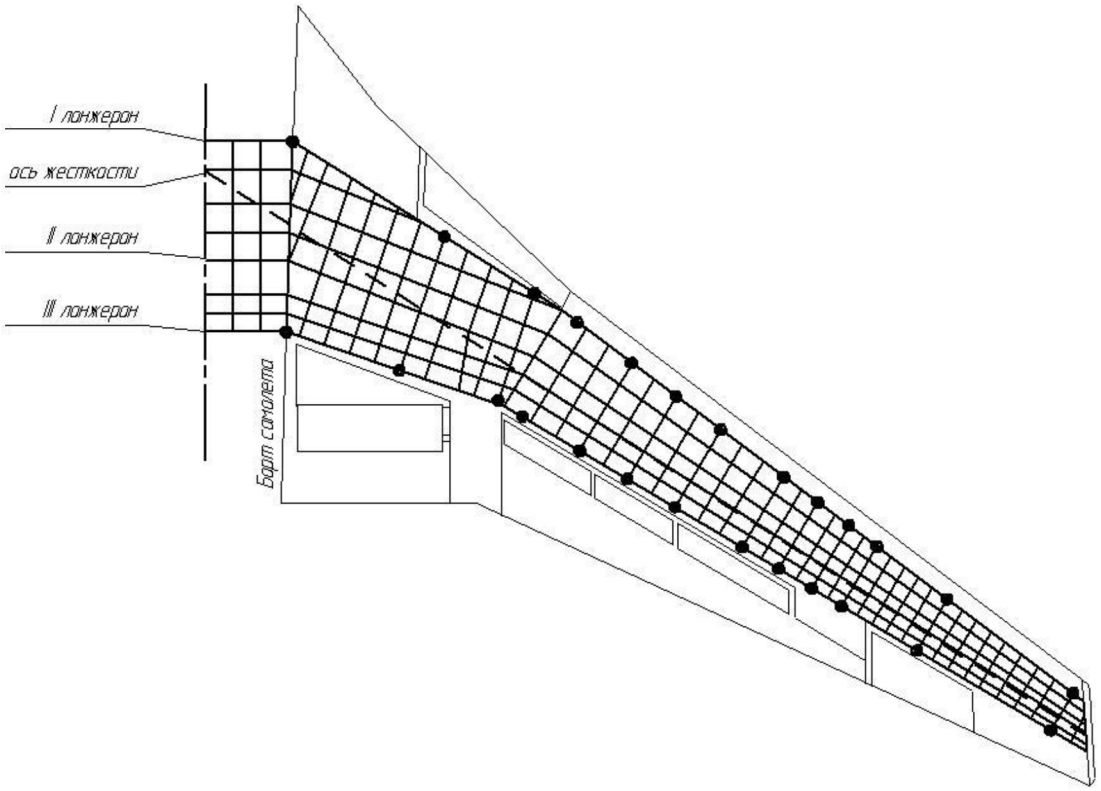


Рисунок 8.5 – Схема размещения датчиков на крыле
для замера вертикальных перемещений

Пробные расчеты по прогнозированию деформаций этого крыла по обсуждаемой методике с использованием допускаемого напряжения $\overline{\sigma} = 300\,\text{МПа}$ для реального материала с плотностью $\rho = 2\,700\,\text{кг/м}^3$ и $E = 70\,000\,\text{МПа}$ показали существенное превышение прогибов (порядка десятков процентов) по сравнению с экспериментальными данными.

При заданной внешней нагрузке деформации трехмерного тела с оптимальным распределением плотностей определяется только величиной заданного допускаемого напряжения. Поэтому расхождение с экспериментом свидетельствует о неправильном использовании предельного директивного допускаемого напряжения для оценки деформаций.

Для поиска путей правильного и обоснованного задания допускаемого напряжения, специально для прогноза деформации крыла, следует рассмотреть реально достижимый уровень напряжений в крыле. Эту задачу необходимо решать, опираясь на проектную практику, а также то обстоятельство, что использование трехмерных конечных элементов в процедуре оптимизации распределения материала дает выход на заданные напряжения не на наружной поверх-

ности крыла, т.е. в будущей обшивке, а на некотором удалении от неё внутри крыла.

В дополнение к экспериментальным данным по рассматриваемому крылу была построена его конечно-элементная модель (КЭМ), составленная из стержневых и сдвиговых элементов, рисунок 8.6.

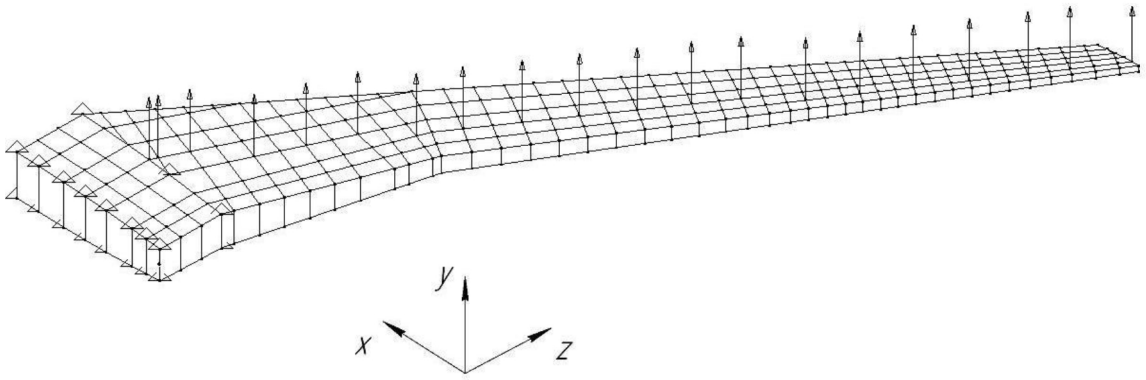


Рисунок 8.6 – КЭМ крыла самолета с нагрузками

Эта модель показала хорошее совпадение расчетных значений прогибов крыла с экспериментальными данными для соответствующей нагрузки, рисунок 8.7.

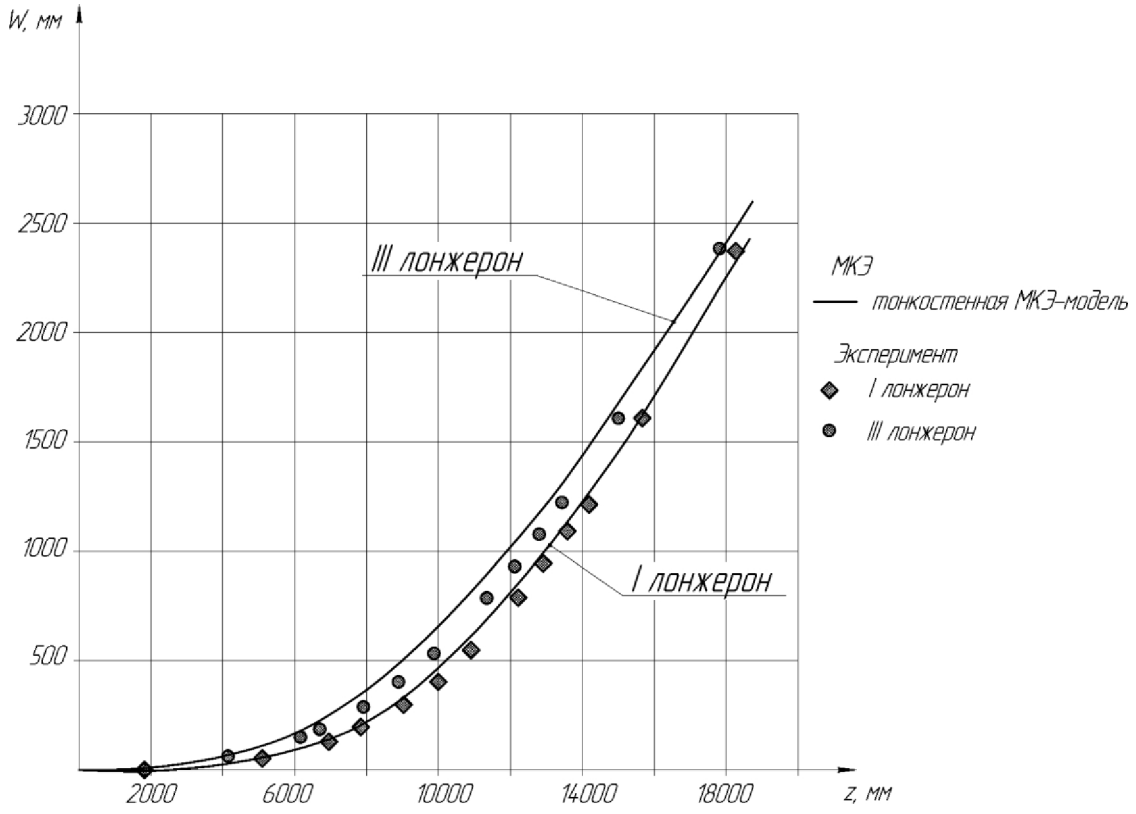


Рисунок 8.7 – Сопоставление прогибов крыла в эксперименте с результатами расчетов тонкостенной модели МКЭ

Средняя величина эквивалентных напряжений к обшивке этого крыла в рассмотренном случае нагружения составляет 230 МПа. Заметим, эта цифра значительно меньше директивной 300 МПа, которая достигается только в некоторых местах конструкции. Это объясняется тем, что при проектировании крыла рассматривается множество случаев нагружения, каждый их которых дает высокие напряжения, приближающиеся к директивным, в различных элементах. Концевая часть крыла существенно определяется требованиями по жесткости (обеспечение необходимого уровня критических скоростей по дивергенции, реверсу элеронов и т.п.). Поэтому в этой зоне уровень напряжений существенно ниже 300 МПа.

На рисунок 8.8 показано продольное сечение модели крыла, использующей трехмерные конечные элементы. В плане эта модель совпадает с моделью на рисунок 8.6. Из геометрических соображений видно, что при задании в качестве предельного напряжения 230 МПа в середине трехмерных элементов, расположенных в наружных слоях, на поверхности крыла, т.е. в обшивке будут возникать напряжения с коэффициентом $H/(H-\delta_н)$. Поэтому для получения заданных напряжений на поверхности крыла, напряжения в центре конечных элементов следует уменьшить умножением их на коэффициент $k=(H-\delta_н)/H$.

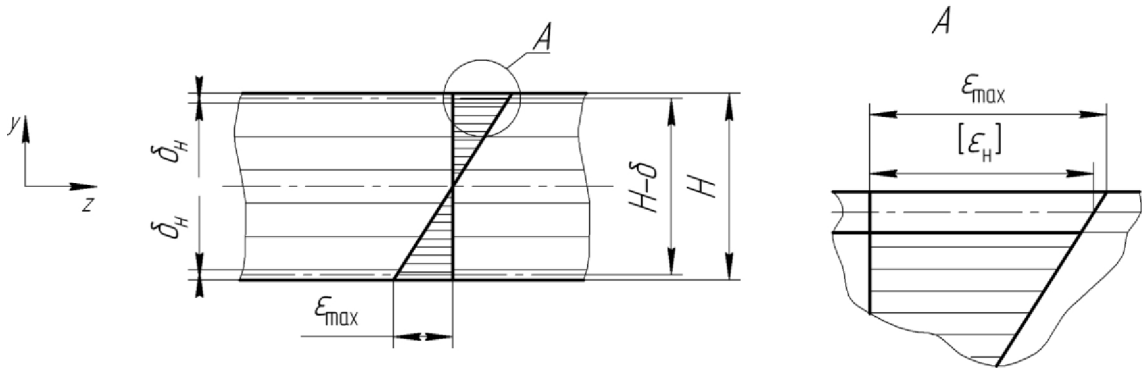


Рисунок 8.8 – Продольное сечение 3D-модели

Так как в реальных крыльях изгибная прочность и жесткость обеспечивается в основном подкрепленными панелями (обшивка и стрингеры), центр тяжести поперченного сечения которых расположен внутри крыла, то при разработке прогнозных 3D-моделей крыла с использованием идеи переменной плот-

ности конечных элементов целесообразно назначать толщину наружных слоев элементов примерно равной строительной высоте силовой панели. Для рассматриваемого крыла эта величина составляет порядка 45мм в среднем сечении со строительной высотой 450мм. Учет этих геометрических параметров дает величину допускаемого напряжения 207 МПа.

Результаты расчета деформаций 3D-модели крыла с оптимальным распределением переменной плотности (прогнозной модели!) при $\overline{\sigma} = 207\,\text{МПа}$ показали также хорошее совпадение с результатами натурных испытаний реального крыла.

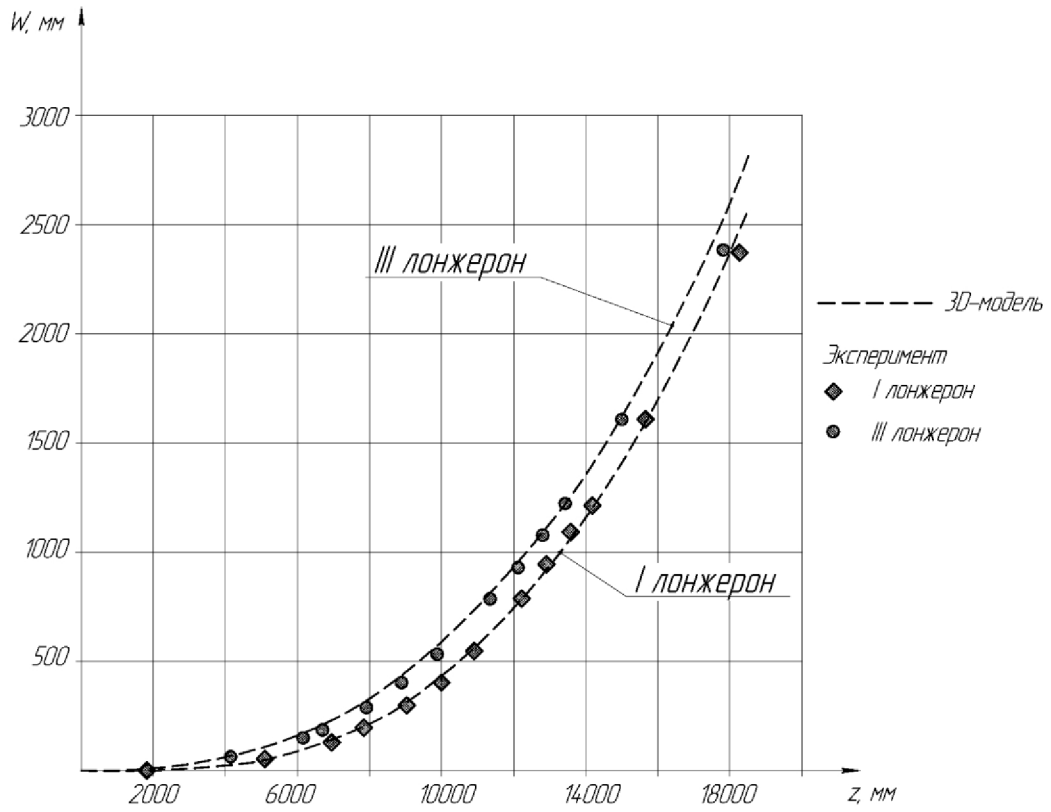


Рисунок 8.9 – Сопоставление прогибов крыла в эксперименте с результатами расчетов 3D-модели

В тонкостенной модели с реальным распределением материала в конструкции выявлены несколько завышенные значения прогибов в средней части крыла по сравнению с экспериментально замеренными. Значения прогибов на первых двух третях размаха в 3D-модели с оптимальным распределением плотностей для заданного значения предельного напряжения практически совпада-

ют с экспериментальными данными. В конечной части крыла 3D-модели получены несколько завышенные значения прогибов.

Процедура оптимизации по [21] не приводит к равнонапряженной конструкции в обычном смысле этого слова. *Алгоритм 1* позволяет определить «равнодеформируемую» конструкцию. Действительно, после сходимости итерационного процесса получается конструкция, обладающая в каждом невырожденном элементе плотностью

$$\rho_i = \frac{\sigma_i^{экв}}{[\bar{\sigma}]}, \tag{8.13}$$

и модулем упругости

$$E_i = \rho_i \bar{E}, \tag{8.14}$$

которым соответствует интенсивность деформаций

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i^{экв}}{E_i} = \frac{[\bar{\sigma}]}{\bar{E}} = \frac{[\sigma]}{E} = const \tag{8.15}$$

В крыле большого удлинения потоки главных усилий практически одноосные [21]. Поэтому после оптимизации относительные деформации в серединах наружных слоев будут иметь одинаковую величину, определяемую соотношениями (8.15), что и объясняет способность 3D-моделей переменной плотности прогнозировать деформации реальной тонкостенной конструкции.

С точки зрения аэродинамики наибольший интерес для расчета воздушной нагрузки по размаху крыла представляет прогнозирование изменений углов атаки. На рисунке 8.10 показано изменение углов атаки, полученное по результатам расчетов 3D-моделей крыла путем численного дифференцирования прогибов точек, расположенных в поточных сечениях крыла.

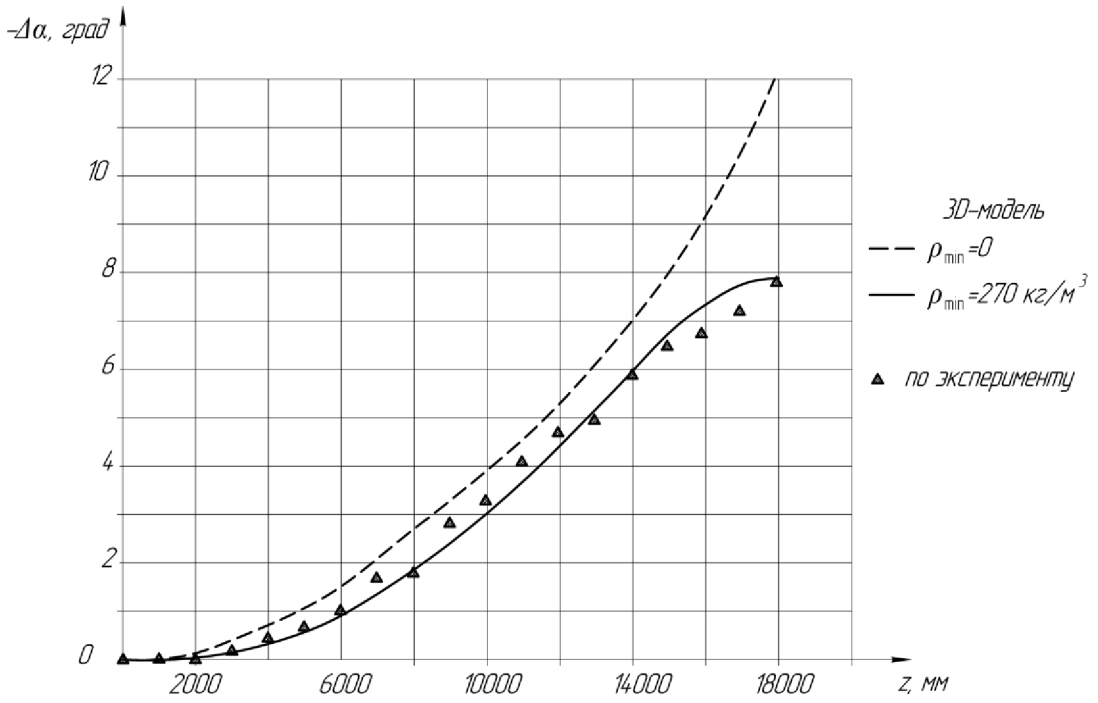


Рисунок 8.10 – Изменение углов атаки крыла

Расчет изменений углов атаки непосредственно по данным эксперимента дает большой разброс результатов, так как точки экспериментальных замеров прогибов не образуют пары, расположенные на одной координате по размаху. Поэтому для вычисления изменения углов атаки в соответствующих сечениях через данные эксперимента использовалась аппроксимация прогибов лонжеронов кусочными полиномами Эрмита 3-й степени.

В результате сравнения приращений углов атаки, представленных на рисунке 8.10, можно видеть хорошее совпадение результатов 3D-модели на 2/3 размаха крыла и значительные расхождения в концевой области. Это объясняется тем, что в концевой части крыла в реальной конструкции уровень напряжений значительно меньше директивной из-за конструктивно технологических ограничений и учета требований аэроупругости по критической жесткости. Так, в рассматриваемом крыле в концевой зоне минимальная толщина обшивки плюс «размазанные» стрингеры имеет величину порядка 3мм, что соответствует плотности наружных слоев в 3D-модели 270 кг/м^3. Эта величина получается умножением плотности исходного материала 2 700 кг/м^3 на отношение приведенной толщины обшивки 3мм к толщине наружного слоя в этой зоне 30мм для обеспечения эквивалентной жесткости в плоскости слоя.

Оптимизация 3D-модели с учетом минимально допустимой величины плотности (рисунок 8.10) показала значительно лучшее согласование прогнозных значений изменений углов атаки с соответствующими экспериментальными данными.

Таким образом, учет следующих трех факторов – величины средних напряжений в реальных конструкциях, толщины наружных слоев и минимально допустимой плотности элементов в 3D-модели – позволяет получить достоверный прогноз деформаций крыла на ранних стадиях проектирования. В условиях реального проектирования указанные факторы могут быть получены из ретроспективного анализа уже построенных самолетов, которые целесообразно взять в качестве прототипов. В процессе проектирования и появления новой информации о конструкции эти величины могут уточняться.

8.5 Интерпретация силовой работы тела переменной плотности

Анализ распределения материала и основных путей передачи сил в континуальной модели объекта проектирования с учетом конструктивных и технологических требований позволяет разработать рациональную силовую схему, наиболее близкую к идеалу – теоретически оптимальной конструкции (ТОК).

При проектировании крыла сгустки плотности получаются в тонких слоях в определенных зонах около верхней и нижней поверхности. Наружные слои континуальной модели крыла, расположенные на максимальном расстоянии от серединной поверхности конструкции, наиболее эффективно воспринимают изгибающие и крутящие моменты. Напряженное состояние в этих слоях близко к одноосному, направленному преимущественно вдоль размаха несущей поверхности. Традиционные цветографические картины и линии равных уровней нормальных, касательных и эквивалентных напряжений могут не дать четкого представления об основных путях передачи сил в пространственной ТОК. Для выявления этих путей используем в каждом элементе главные напряжения. Умножение их на среднюю толщину наружного слоя для i-го трёхмерного эле-

мента t_i даёт потоки усилий в этом элементе, которые также называются главными [21]. Величина t_i может быть определена по следующему соотношению:

$$t_i = V_i / S_i, \qquad (8.16)$$

где S_i – площадь срединной поверхности элемента наружного слоя, рисунок 8.11.

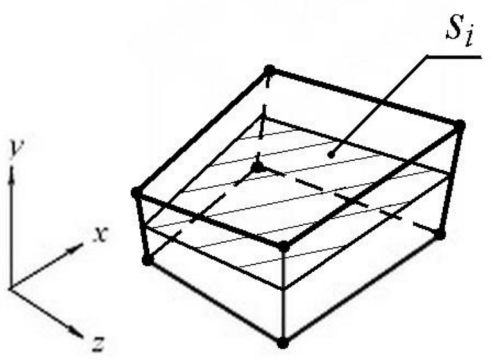


Рисунок 8.11 – Элемент наружного слоя континуальной модели крыла

Потоки главных усилий (ПГУ) в конструкции изобразим на схеме модели так: направление стрелок и их ориентацию в каждом элементе сохраним такими же, как у главных напряжений, а длину стрелок назначим пропорционально значениям потоков усилий. Картина ПГУ в элементах несущей поверхности в плане даёт наглядное и достаточно полное представление о способе передачи усилий в наружных слоях. При формировании рациональных вариантов силовых схем ориентацию стержневых элементов – стрингеров, поясов лонжеронов и дополнительных элементов (шассийных балок, внутренних подкосов и т. п.) целесообразно выбирать в соответствии с направлениями ПГУ.

Для анализа работы материала в серединных слоях континуальной модели, расположенных между наружными слоями, рассмотрим упругий трехмерный элемент среды, которая передает перерезывающие силы Q_x и Q_z (рисунок 8.12).

Со стороны рассматриваемого элемента на единичные площадки смежного слоя континуальной модели несущей поверхности действуют касательные силы τ_{xy} и τ_{zy}, равные касательным напряжениям. Заменим силы τ_{xy} и τ_{zy} равнодействующей τ и назовем её, следуя [21], главной касательной силой (ГКС). Для ви-

зуального анализа ГКС можно изображать как векторы в центре массы соответствующих элементов на виде крыла в плане. Заметим, что стенки лонжеронов крыла, направленные в соответствии с ГКС, будут иметь минимальную массу.

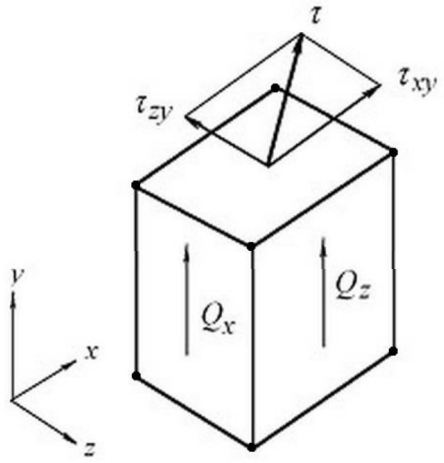


Рисунок 8.12 – Элемент срединного слоя континуальной модели крыла

Эвристическая программа выбора рациональной силовой схемы конструкции на основе интерпретации силовой работы тела со свойствами материала (7.1) – (7.2) заключается в следующем.

1. Для удобства анализа силовой работы континуальная модель делится на ряд слоев объемных конечных элементов.
2. Первое приближение к выбору рациональной структуры синтезируемого объекта может дать информация о расположении в ТОК сгустков плотности и зон с "разреженной" плотностью (а, следовательно, и с незначительной жесткостью). Граница между вырожденными и невырожденными элементами определит контур силовой части проектируемой упругой системы. Если эта граница не является чётко выраженной, то далее целесообразно прорабатывать несколько вариантов структуры конструкции.
3. Принимая во внимание достаточно малые размеры конечных элементов континуальной модели, полагаем, что компоненты тензора напряжений внутри элементов изменяются незначительно. Поэтому для идентифи-

кации основных путей передачи усилий в ТОК анализируются значения напряжений и усилий в центре элементов.

4. Послойная визуализация распределения материала и ПГУ позволяет выявить зоны ТОК, в которых материал работает в существенно одноосном или двухосном напряженном состоянии. В силовой схеме разрабатываемой конструкции в этих зонах целесообразно использовать, соответственно, стержни и оболочки.
5. Для уточнения формы и расположения оболочек можно использовать картины главных касательных сил в различных проекциях ТОК.
6. Элементы, предназначенные для подкрепления оболочек, целесообразно располагать в соответствии с картинами ПГУ, стремясь к тому, чтобы направления стержней были близкими к направлению одного из главных усилий на соответствующем участке.

Пример картины ПГУ в континуальной модели показан на рисунке 8.13.

В качестве примера визуализации ГКС рассмотрим призматический стержень с квадратным поперечным сечением, рисунок 8.14, защемленный по одному торцу и нагруженный крутящим моментом по свободному торцу. Для стержня, заполненного материалом переменной плотности, по *алгоритму 1* получена ТОК. На рисунках 8.15 – 8.18 показано распределение материала и траектории ГКС в продольном и поперечном сечениях ТОК.

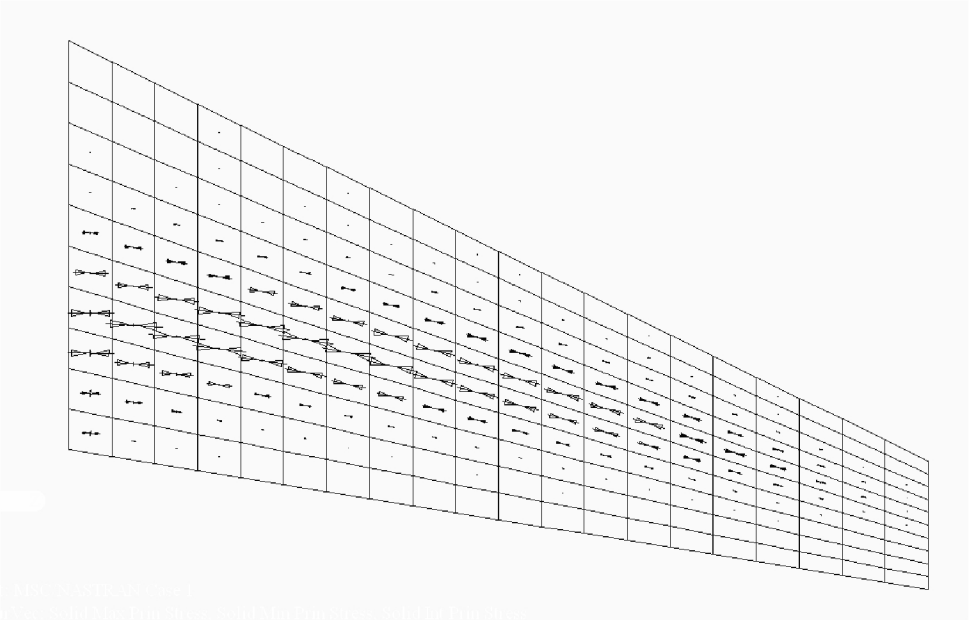


Рисунок 8.13 – ПГУ в наружном слое теоретически оптимальной конструкции крыла легкого маневренного самолета

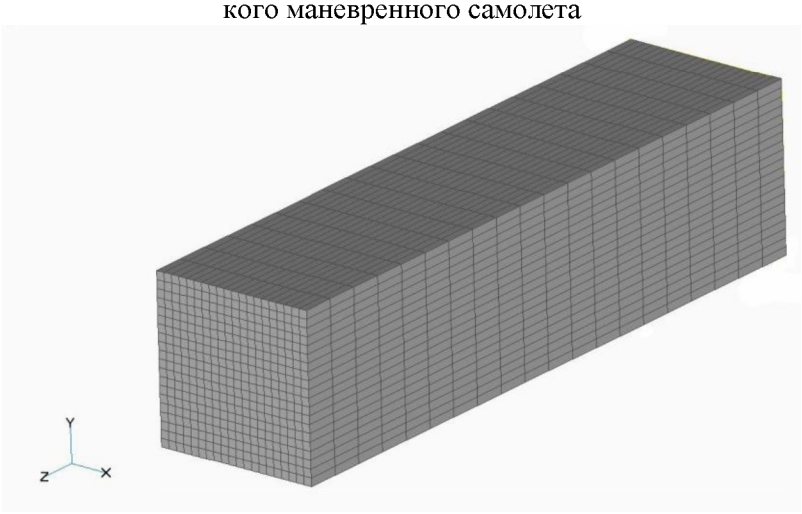


Рисунок 8.14 - Континуальная модель стержня

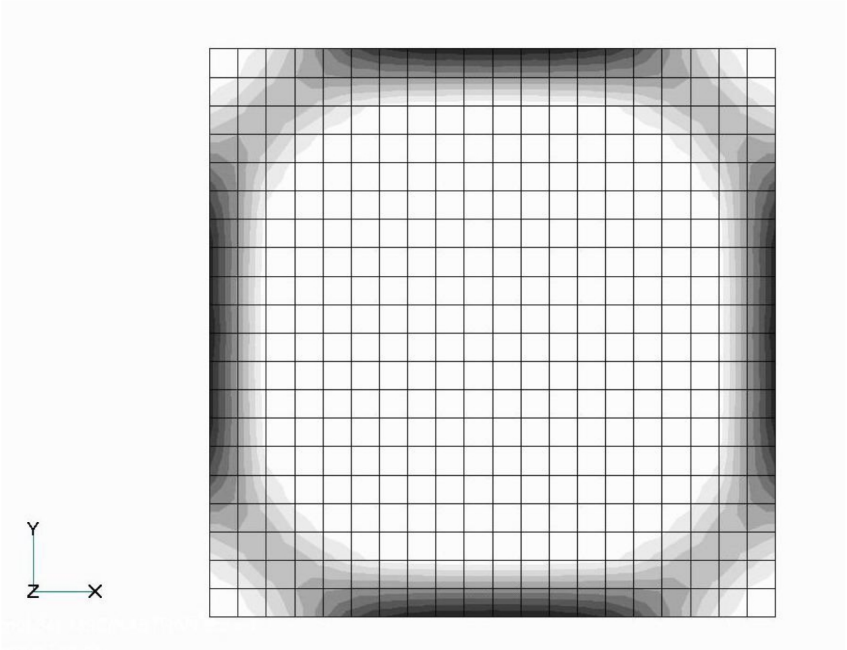


Рисунок 8.15 – Распределение плотности в срединном поперечном сечении теоретически оптимального стержня

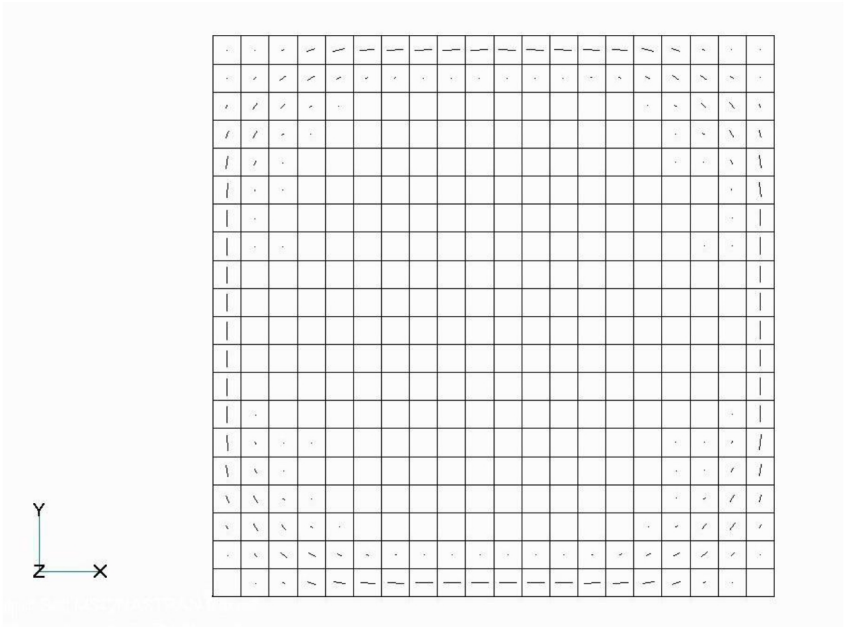


Рисунок 8.16 – Траектории ГКС в срединном поперечном сечении теоретически оптимального стержня

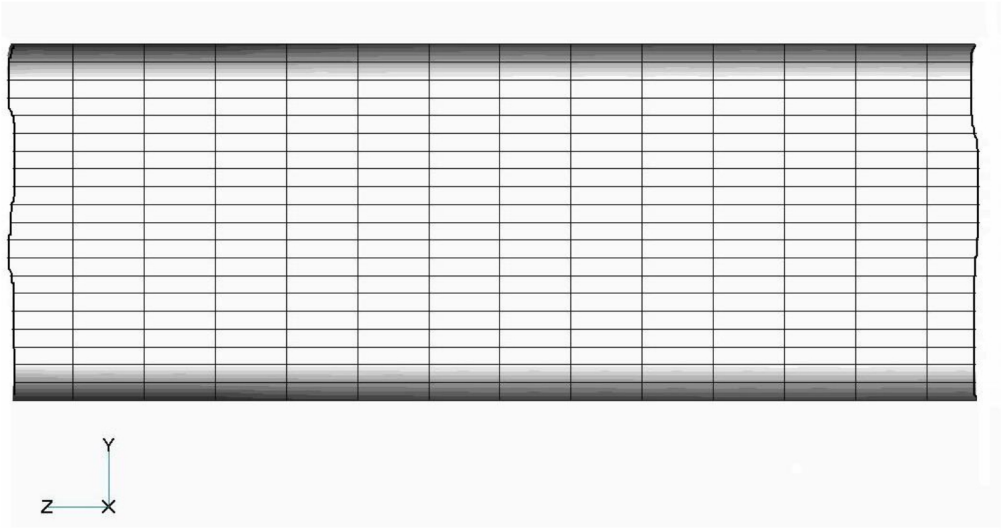


Рисунок 8.17 – Распределение плотности в срединном продольном сечении теоретически оптимального стержня

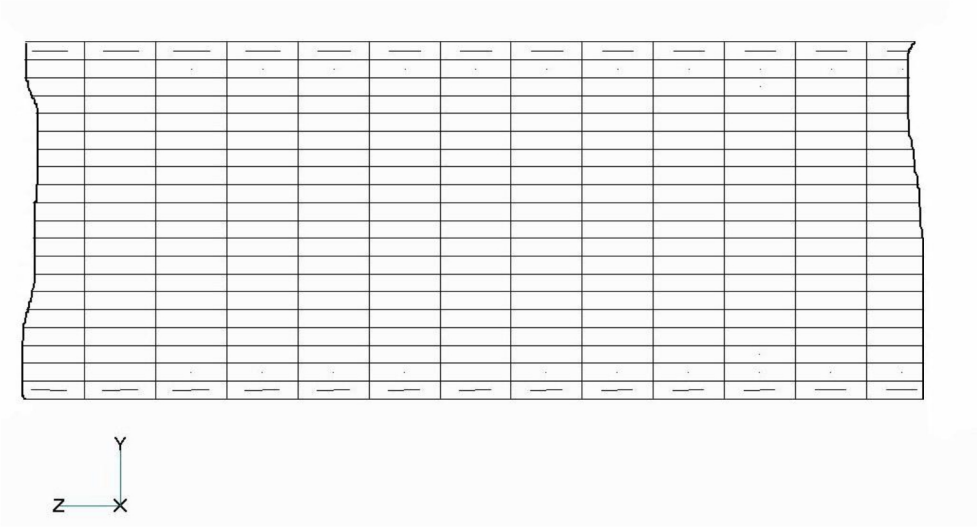


Рисунок 8.18 – Траектории ГКС в срединном продольном сечении теоретически оптимального стержня

Таким образом, картины распределения плотности, ПГУ и ГКС в континуальной модели объекта, составленной из ряда слоев объемных конечных элементов, позволяют наглядно визуализировать и интерпретировать особенности силовой работы пространственных тонкостенных конструкций.

9 УЧЕТ ТРЕБОВАНИЙ ЖЕСТКОСТИ

Возможность адекватного прогнозирования деформаций крыла на основе модели переменной плотности позволяет дополнить методику алгоритмического формирования силовой схемы конструкции учетом требований к жесткости с целью повышения критических скоростей самолетов, улучшения эксплуатационных свойств изделия и т. п.

9.1 Постановка задачи

Задача повышения жесткости конструкции может ставиться на всех стадиях проектирования, в том числе и на этапе, когда уже определена структура упругой системы по условиям прочности.

Целью модификаций по условиям жесткости обычно является повышение критических скоростей летательного аппарата, улучшение эксплуатационных свойств изделия и т. п. В монографии [12] рассмотрен ряд задач оптимизации элементов авиационных конструкций при разнообразных функциональных ограничениях, включая ограничения на жесткость упругих систем. В работе [44] предложен метод оптимизации распределения материала в несущих поверхностях по требованиям жесткости при фиксированной силовой схеме. В то же время в работе [41] показано, что варьирование размеров сечений элементов конструкции для парирования недостаточной жесткости в некоторых задачах малоэффективно по сравнению с введением в конструкцию дополнительных элементов, то есть за счет модификации силовой схемы конструкции.

Таким образом, цель модификации силовой схемы конструкции заключается в определении количества и типа дополнительных силовых элементов, их расположения в пространстве и способов соединения между собой и с уже существующими элементами конструкции, выбранными по условиям прочности.

Проблема проектирования конструкций по требованиям жесткости в работе [41] оценена как более сложная, чем проектирование по требованиям проч-

ности. На практике эта задача зачастую решаются интуитивно, с использованием удачных прототипов и накопленного опыта. Эвристическая программа такой умственной деятельности может быть представлена следующим образом. Конструктор анализирует деформации под нагрузкой всей упругой системы в целом. При этом он представляет деформации и, следовательно, напряжения в отдельных элементах конструкции, в том числе и в предполагаемых дополнительных элементах. Далее конструктор предлагает и исследует те или иные технические решения с учетом возможности их практической реализации.

В настоящей работе рассмотрим алгоритмический подход [41, 45] к формированию рациональной силовой схемы, учитывающий требования к жесткости конструкции в форме ограничений на обобщенные перемещения.

9.2 Методика структурной модификации

Полагаем, что имеется конструкция, которая нуждается в улучшении. Будем называть ее *основной*. Присоединим к ней в технологически перспективных местах трехмерную среду переменной плотности с учетом геометрических ограничений на ее форму и расположение, то есть только в допустимой по компоновочным соображениям области конструкции объемом V. Эту среду со свойствами (7.1) – (7.2) будем называть *заполнитель*. Разобьем объем V на n достаточно малых трехмерных конечных элементов и примем плотность материала в элементах за переменные проектирования при фиксированных величинах $\overline{\overline{E}}$ и $\overline{\overline{\sigma}}$. Потенциально заполнитель содержит внутри себя все мыслимые варианты модификации силовой схемы проектируемой конструкции, которые могут быть образованы сгустками материала переменной плотности внутри допустимой геометрической области.

Перемещения узлов КЭМ основной конструкции и заполнителя $\{u\}$ под нагрузкой $\{P\}$ определяются путем решения следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$[K]\{u\} = \{P\}, \tag{9.1}$$

где $[K]$ - матрица жесткости конструкции с заполнителем.

Обобщенное перемещение конструкции с заполнителем представим в следующем виде:

$$C = \{Q\}^{\mathrm{T}}\{u\}, \tag{9.2}$$

где $\{Q\}$ - вектор коэффициентов линейной комбинации перемещений узлов КЭМ основной конструкции.

Задача оптимизации распределения материала в заполнителе может быть сформулирована в терминах нелинейного математического программирования. Поставим цель минимизировать массу заполнителя:

$$m_z = \sum_{i=1}^{n} \rho_i V_i, \tag{9.3}$$

при выполнении функционального ограничения:

$$g(\rho) = C(\rho) - \overline{C} = 0 \tag{9.4}$$

и ограничений на значения проектных переменных:

$$\rho_i \geq \rho_i^{\min}, \qquad (i=1,2,\ldots n), \tag{9.5}$$

где i – номер элемента заполнителя,

$\overline{C}$ – допускаемое значение обобщенного перемещения C,

$\rho_i^{\min}$ – малая положительная величина.

Выбор величины $\rho_i^{\min}$ в контексте данной задачи определяется необходимостью устранить возможность появления вырожденности или плохой обусловленности матрицы жесткости $[K]$ при варьировании проектных переменных и связанных с ними модулей упругости материала элементов заполнителя.

Запишем функцию Лагранжа в следующем виде:

$$L(\rho) = m_z(\rho) + \lambda\, C(\rho), \quad \lambda > 0. \tag{9.6}$$

Условия стационарности функции Лагранжа

$$\partial L(\rho)/\partial \rho_i = 0, \qquad (i=1,2,\ldots, n_1), \tag{9.7}$$

с учетом $\partial m_z / \partial \rho_i = V_i$, записываются так:

$$-\frac{\partial C / \partial \rho_i}{V_i} = 1/\lambda = \text{const}, \qquad (i=1,2,\ldots, n_1), \qquad (9.8)$$

где n_1 – количество активных проектных переменных.

Отметим, что объем элементов заполнителя V_i в процессе оптимизации не изменяется. Соотношение (9.8) является критерием оптимальности задачи (9.3) – (9.5), согласно которому частные производные обобщенного перемещения C по массе заполнителя должны быть одинаковыми для всех активных проектных переменных. Частные производные функций ограничений по проектным переменным называются коэффициентами чувствительности (КЧ) [18, 20].

В дальнейших рассуждениях вектор $\{Q\}$ будем рассматривать как виртуальную нагрузку конструкции. Тогда обобщенное перемещение C (9.2) является работой виртуальной нагрузки $\{Q\}$ на действительных перемещениях $\{u\}$. В случае ограничения на перемещение какого-либо узла КЭМ вектор $\{Q\}$ представляет единичную силу в направлении нежелательного перемещения, в случае ограничения угла закручивания сечения – единичный момент к плоскости сечения и т. д.

Решив систему уравнений

$$[K]\{u^{(q)}\} = \{Q\}, \qquad (9.9)$$

определим виртуальные перемещения $\{u^{(q)}\}$ при нагрузке $\{Q\}$.

Дадим бесконечно малое приращение количеству материала (а, следовательно, и жесткости) i-го элемента. При этом в сплошной среде (7.1) – (7.2) изменятся перемещения и внутренние усилия, как для виртуальной, так и для действительной нагрузки. Докажем, что новое значение обобщенного перемещения C можно определить в предположении неизменности внутренних усилий в упругой среде.

Заметим, что усилия в исходном и новом состоянии упругой среды удовлетворяют условиям равновесия и совместности деформаций. Следовательно, приращения усилий также удовлетворяют условиям равновесия и, более того, являются самоуравновешенными и поэтому могут рассматриваться как воз-

можное изменение усилий, то есть как вариации. В случае сплошной среды (7.1) – (7.2) такими вариациями будут напряжения, которые удовлетворяют условиям равновесия. Если к усилиям (напряжениям) исходной системы добавить бесконечно малые самоуравновешенные приращения сил (напряжений), которые обеспечивают выполнение условий совместности деформаций, то в соответствии с принципом возможных изменений напряжений эти приращения не изменят вычисленного нового значения C .

Принцип возможных изменений напряжений формулируется так: "если деформация системы согласована со всеми имеющимися внутренними и внешними связями, т.е. если соблюдена совместность деформаций системы, то сумма работ, производимых бесконечно малыми возможными изменениями всех внешних и внутренних сил на действительных перемещениях системы (вызванных самими статически действующими силами), равна нулю" [46]. Таким образом, правильность результатов дифференцирования величины C при фиксированных величинах внутренних усилий обеспечивается ее стационарностью по отношению к распределению внутренних усилий.

Дифференцирование (9.2) по ρ_i, с учетом того, что $\{Q\}$ не зависит от ρ_i, приводит к следующему соотношению:

$$\partial C / \partial \rho_i = \{Q\}^{\mathrm{T}} \partial\{u\} / \partial \rho_i . \tag{9.10}$$

Продифференцируем (9.1) по ρ_i:

$$\partial[K] / \partial \rho_i \{u\} + [K] \partial\{u\} / \partial \rho_i = \{0\} \tag{9.11}$$

Выражение (9.11) умножим слева на вектор $\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}}$:

$$\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}} \partial[K] / \partial \rho_i \{u\} + \{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}} [K] \partial\{u\} / \partial \rho_i = \{0\} .$$

Так как $\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}}[K] = \{Q\}^{\mathrm{T}}$, то получаем

$$\{Q\}^{\mathrm{T}} \partial\{u\} / \partial \rho_i = -\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}} \partial[K] / \partial \rho_i \{u\} . \tag{9.12}$$

Соотношение (9.12) с учетом (9.10) принимает следующий вид:

$$\partial C / \partial \rho_i = -\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}} \partial[K] / \partial \rho_i \{u\} . \tag{9.13}$$

Вид частной производной матрицы жесткости элемента по проектным переменным зависит от типа конечного элемента. Напомним, что в данной работе используется материал модели (7.1) – (7.2), для которого имеет место линейная зависимость коэффициентов матрицы жесткости объемного элемента от модуля Юнга E_i и, следовательно, от ρ_i. Таким образом,

$$\partial[K]/\partial\rho_i = [A_i]^{\mathrm{T}}[K_i][A_i]/\rho_i, \tag{9.14}$$

где $[K_i]$ – матрица жесткости i-го элемента;

$[A_i]$ – булева матрица перехода от матрицы жесткости i-го элемента к глобальной матрице.

Зависимость (9.13) с учетом (9.14) принимает следующий вид:

$$\partial C/\partial\rho_i = -\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}}[A_i]^{\mathrm{T}}[K_i][A_i]\{u\}/\rho_i, \tag{9.15}$$

В числителе соотношения (9.15) записана работа W_i, совершаемая внутренними усилиями в i-ом элементе континуальной модели $[K_i][A_i]\{u\}$ на возможных перемещениях узлов i-го элемента $\{u^{(\mathrm{q})}\}^{\mathrm{T}}[A_i]^{\mathrm{T}}$.

Итак, выполнив расчеты по (9.1) и (9.9), то есть, определив $\{u\}$ и $\{u^{(\mathrm{q})}\}$, можно вычислить КЧ ограничения на обобщенное перемещение в виде (9.15). Для удобства работы с КЧ можно знак в выражении (9.15) сменить на противоположный ($-\partial C_j/\partial\rho_i$). Тогда соотношение (9.15) записывается так:

$$-\partial C/\partial\rho_i = W_i/\rho_i. \tag{9.16}$$

При добавлении материала в зоны конструкции с положительными значениями КЧ, определенных по соотношению (9.16), значение обобщенного перемещения будет уменьшаться. Обобщенное перемещение будет уменьшаться и в том случае, если убирать материал из зон с отрицательными значениями КЧ.

Для целей данной работы построим *алгоритм 3*, представленный на рисунке 9.1. Первоначально задается исходное распределение материала $\rho_i^{(0)}$ по всем элементам заполнителя (блок 1). Движение в области поиска осуществляется на основе последовательного чередования "пробных" и "рабочих" шагов. В ре-

зультате ряда "пробных" шагов определяются набор активных проектных переменных и значение множителя Лагранжа λ. "Рабочий" шаг характерен тем, что для него выполняется анализ напряженно-деформированного состояния конструкции (блок 2). Предварительно все проектные переменные включаются в разряд активных и задается начальное положительное значение для множителя Лагранжа, например, $\lambda^{(0)}=1$. Значения проектных переменных на этапе "пробных" шагов определяются на основе следующих рекуррентных соотношений (блок 4):

$$\rho_i^{(r)} = \rho_i^{(\nu)} \left(\frac{\lambda^{(r)}(-\partial C^{(\nu)} / \partial \rho_i)}{V_i} \right)^{1/2}, \qquad (i=1,2,\ldots, n). \qquad (9.17)$$

где ν – номер "рабочего" шага, r - номер "пробного" шага. Если для i-ой проектной переменной при этом нарушается ограничение (9.5) или получено положительное значение частной производной $\partial C / \partial \rho_i$, то для этой переменной принимается значение $\rho_i^{\min}$.

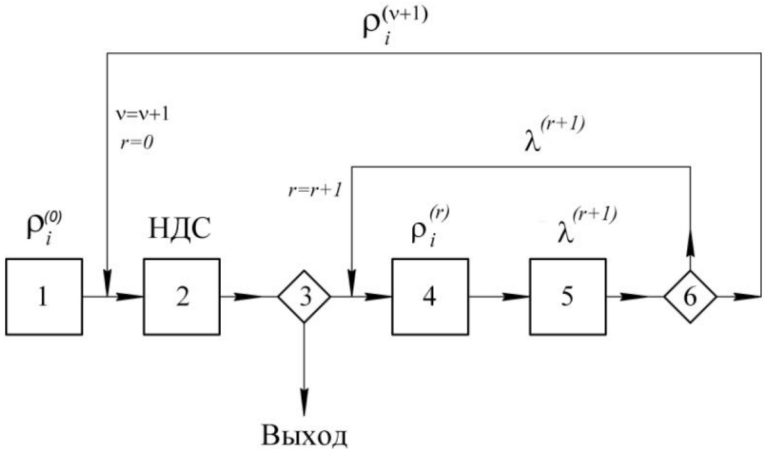


Рисунок 9.1 – Блок-схема *алгоритма 3*

На этапе "пробных" шагов строятся линейные аппроксимации функционального ограничения на основе следующего соотношения:

$$C^{(r)} = C^{(\nu)} + \sum_{i=1}^{n_1} \partial C^{(\nu)} / \partial \rho_i (\rho_i^{(\nu)} - \rho_i^{(r)}). \qquad (9.18)$$

Далее назначается новое значение множителя Лагранжа (блок 5):

$$\lambda^{(r+1)} = \lambda^{(r)} C^{(r)} / \overline{C}. \qquad (9.19)$$

Расчеты в блоках 4 и 5 повторяются до сходимости по условию (9.4). После достижения сходимости или исчерпания возможного числа итераций для внутреннего цикла полученные значения проектных переменных принимаются в качестве исходных, и блок 6 передает их в блок 2 для определения нового распределения внутренних усилий в основной конструкции и заполнителе. Вычислительный процесс во внешнем цикле прекращается, если текущий шаг в области поиска стал достаточно малым или исчерпано заданное число итераций (блок 3). Отметим, что сходимости алгоритма, основанного на приеме линеаризации перемещений узлов КЭМ при изменении значений проектных переменных, может способствовать свойство консерватизма внутренних усилий в конструкциях [21].

Вариации проектных переменных в соответствии с *алгоритмом 3* выделяют в трехмерном заполнителе элементы, обеспечивающие требуемое повышение жесткости упругой системы. Анализ распределения материала и основных путей передачи сил в заполнителе при виртуальной и действительной нагрузке с учетом конструктивных и технологических требований позволяет разработать рациональные варианты модификации силовой схемы основной конструкции с использованием стратегии [21].

9.3 Тестовая модель

Известно, что тонкостенные стержни с открытым профилем имеют крайне малую крутильную жесткость [46], и замыкание контура приводит к значительно более жесткой конструкции. Это свойство тонкостенных конструкций с открытым профилем позволяет разработать тестовую модель для проверки работоспособности *алгоритма 3* применительно к задачам структурной модификации конструкций с ограничением по жесткости.

Рассмотрим открытый профиль, показанный на рисунке 9.2, с толщиной материала $10мм$, моделируемый пластинчатыми элементами. Крутящая нагрузка прикладывается по торцам основной конструкции в виде пары сил (по $10кН$

каждая). Характеристики конструкционного материала: E = 72000 *МПа*, ρ=2860 *кг/м*^{3}, $\overline{\sigma}$ =400 *МПа*, μ=0,3.

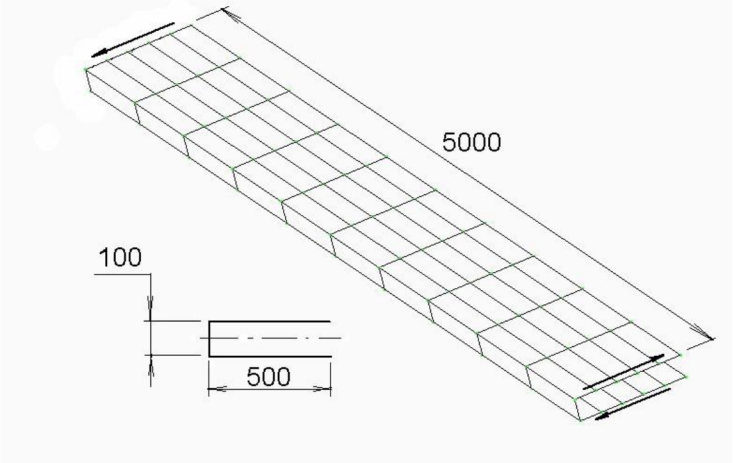


Рисунок 9.2 – Схема тонкостенного стержня

Угол закручивания торцевого сечения тонкостенного стержня составляет 0,252*рад*. Поместим тело переменной плотности как внутри, так и снаружи профиля и соединим с тонкостенной конструкцией по всем контактным поверхностям. Найдем оптимальное распределение материала в заполнителе, при котором угол закручивания концевого сечения тонкостенной конструкции с заполнителем не превышает 0,1*рад*. Параметры пластинчатых элементов при этом не варьируются. Анализ распределения материала в заполнителе позволит выявить пути рациональной модификации тонкостенного стержня с целью парирования его недостаточной жесткости.

В результате десяти итераций *алгоритма 3* получен допустимый проект. Масса заполнителя составила 6% от массы тонкостенного стержня. На рисунках 9.3, а, б, в, г показано распределение плотностей в поперечном сечении заполнителя, полученное после, соответственно, первой, второй, третьей и десятой итерации. Для удобства анализа заполнитель внутри профиля не показан.

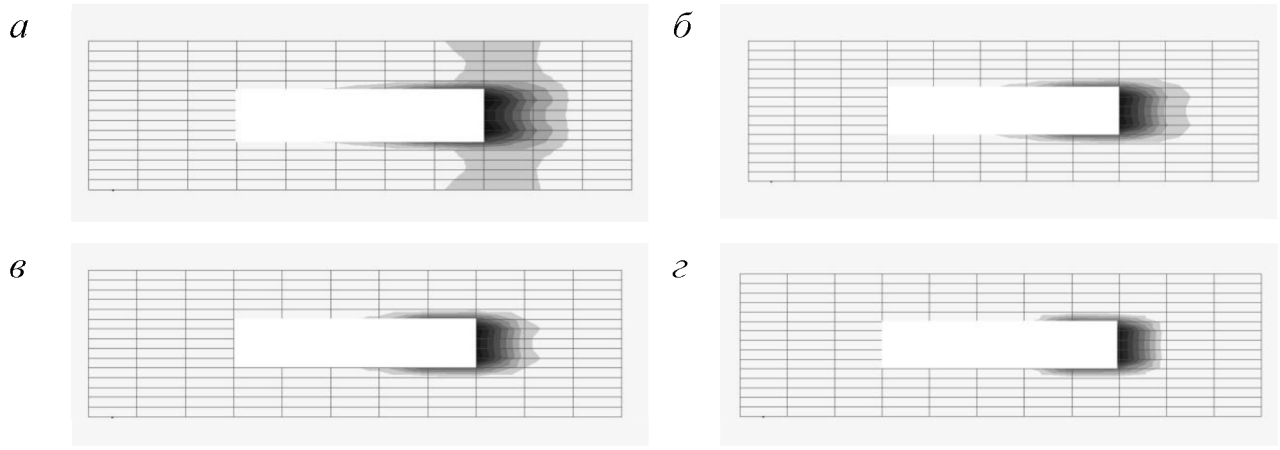


Рисунок 9.3 – Распределение материала в заполнителе в процессе оптимизации

Зоны высоких значений плотностей в заполнителе уверено указывают на целесообразность замыкания рассмотренного профиля. Таким образом, возможность алгоритмического решения задачи структурной модификации конструкции с учетом требований жесткости получила определенное подтверждение.

9.4 Повышение жесткости крыла топологическими средствами

В качестве основной конструкции рассмотрим крыло тяжелого транспортного самолета, спроектированное по условиям прочности. Для трехлонжеронного крыла с площадью 176,42$м^2$, относительным удлинением 12, сужением 3 и углом стреловидности 10^o используется суперкритический профиль с относительной строительной высотой 13,5% в бортовом сечении и 9% в концевом сечении. Аэродинамическая нагрузка соответствует полету самолета в неспокойном воздухе с перегрузкой 3,0.

Тонкостенная модель этого крыла, показанная на рисунках 9.4 – 9.6, состоит из мембранных элементов, работающих в двухосном напряженном состоянии. Моделируется только кессонная часть конструкции. Угол закручивания концевого сечения крыла α составил -0,151$рад$.

Определим рациональную силовую схему конструкции с учетом ограничения на обобщенное перемещение – абсолютная величина угла α не должна превышать 0,1$рад$.

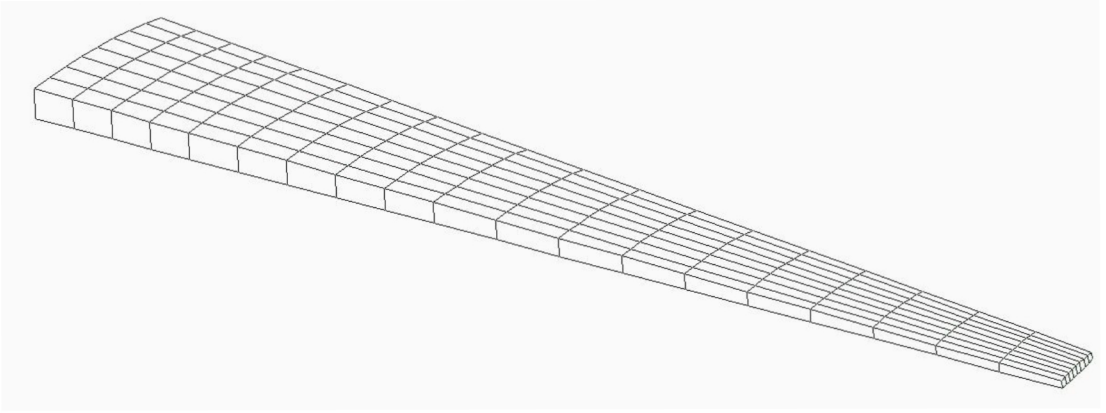


Рисунок 9.4 – Тонкостенная модель крыла

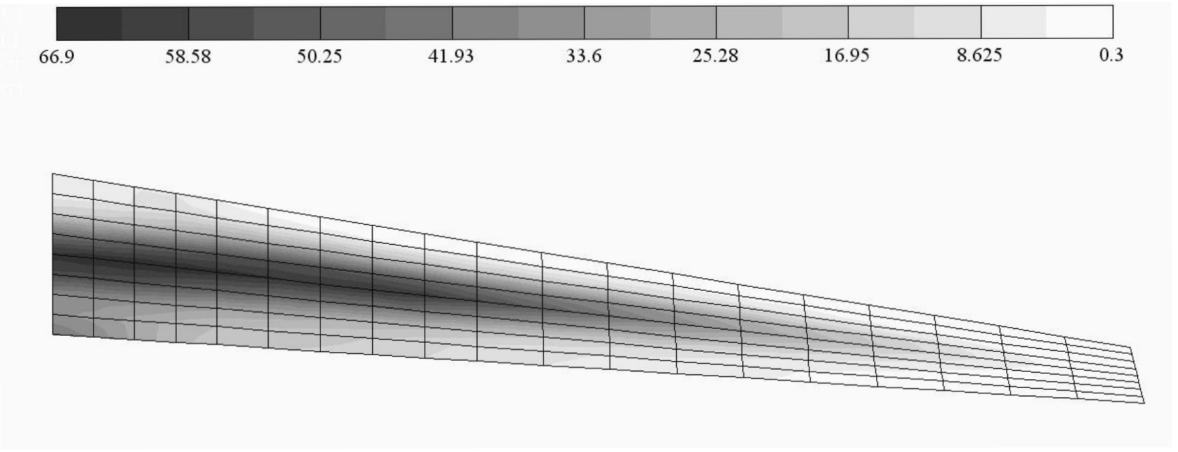


Рисунок 9.5 – Толщины нижней панели крыла в тонкостенной модели, *мм*

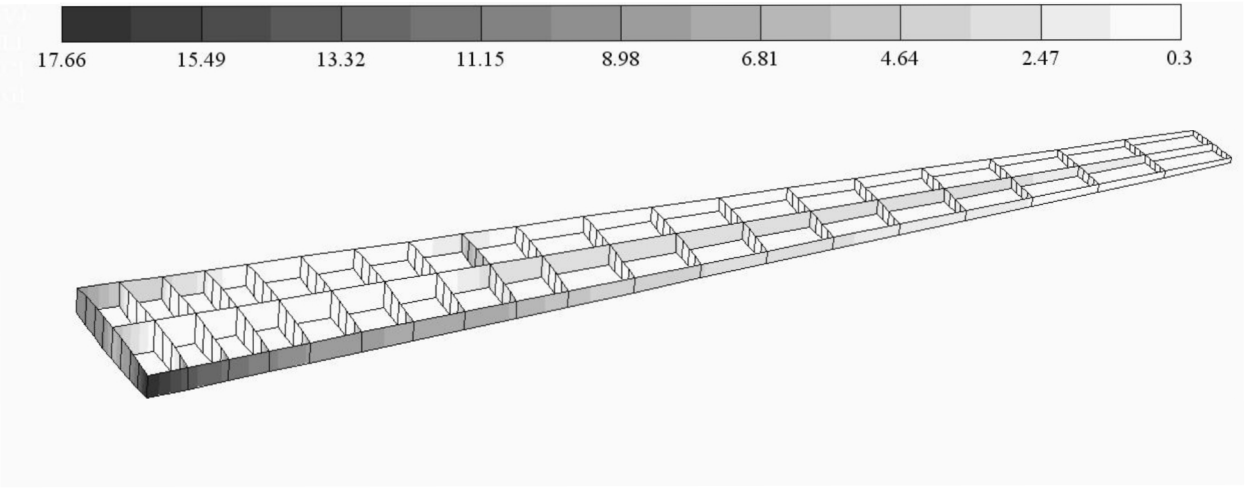


Рисунок 9.6 – Толщины стенок в тонкостенной модели, *мм*

Внутри теоретического контура крыла поместим трехмерную модель заполнителя, содержащую семь слоев вдоль строительной высоты крыла. Присоединим заполнитель к тонкостенной модели основной конструкции по всем контактным поверхностям. Определим оптимальное по массе распределение

материала в заполнителе, при котором выполняется ограничение на обобщенное перемещение для основной конструкции с заполнителем.

В результате 11 шагов оптимизации распределения материала по *алгоритму 3* получен допустимый проект с массой заполнителя 79,2*кг*. На рисунках 9.7, 9.8 показано распределение плотности заполнителя, соответственно, в наружном и срединном слоях трехмерной модели в концевой части крыла.

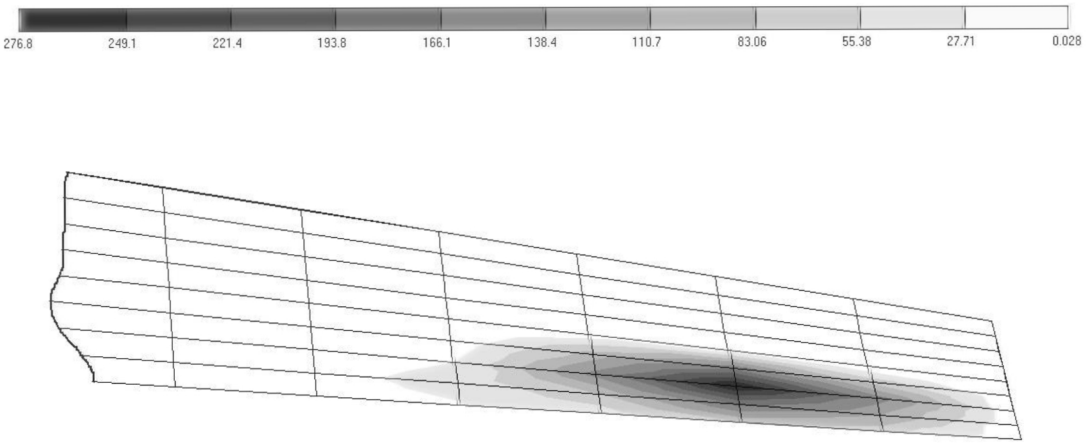


Рисунок 9.7 – Распределение плотности в наружном слое заполнителя

Дополнительный материал в наружных слоях заполнителя размещен в концевой зоне крыла между средним и задним лонжеронами (рисунок 9.7).

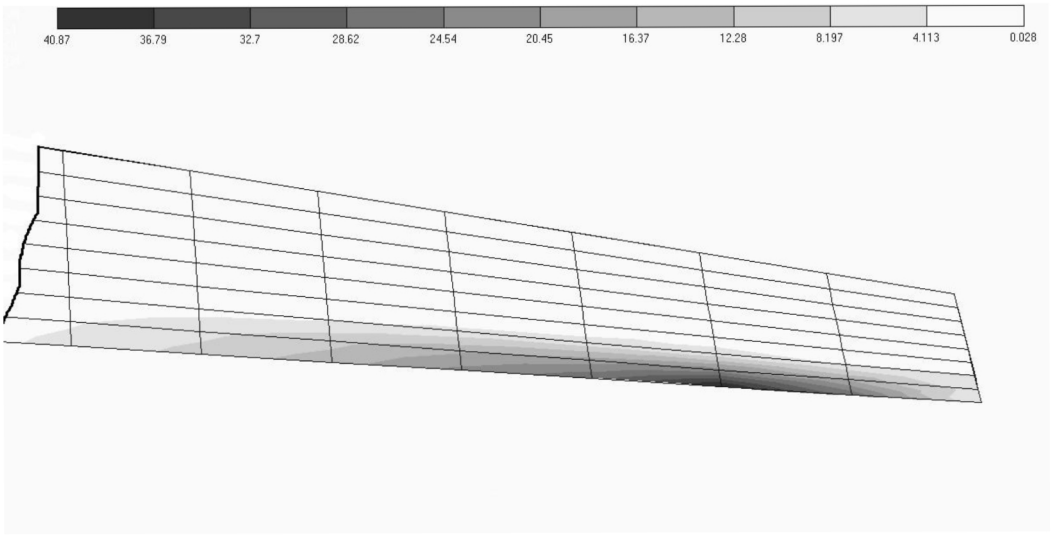


Рисунок 9.8 – Распределение плотности в срединном слое заполнителя

На рисунке 9.9 показано распределение ПГУ в нижнем слое заполнителя при виртуальной нагрузке (единичный момент, приложенный в плоскости концевого сечения крыла). В зоне сгустка материала преобладает одноосное напряженное состояние, что можно трактовать как необходимость установки в панелях крыла в этом направлении стержневых элементов для эффективного увеличения жесткости основной конструкции.

Анализ работы материала в серединных слоях заполнителя, расположенных между внешними слоями, выполнен с использованием картины ГКС (рисунок 9.10). Из анализа картин распределения плотности материала и усилий в срединных слоях заполнителя следует вывод о возможности повышения жесткости исходного крыла за счет усиления стенки заднего лонжерона.

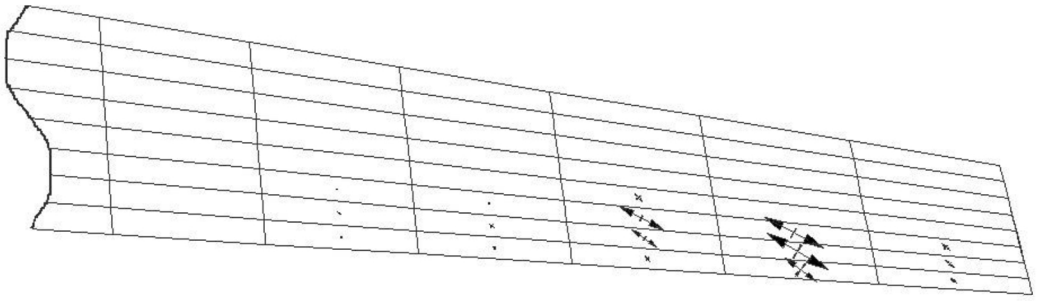


Рисунок 9.9 – Потоки главных усилий в наружном слое заполнителя при виртуальной нагрузке

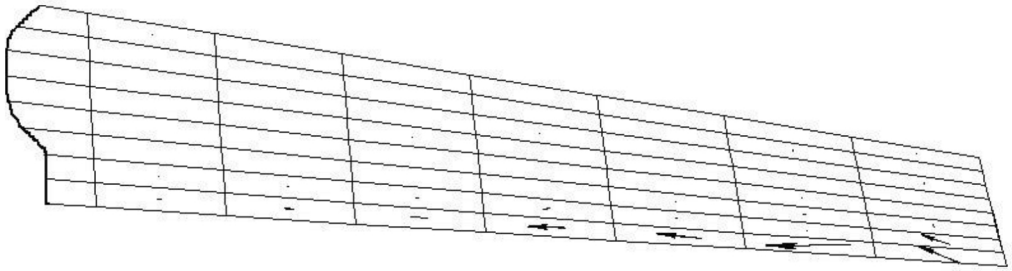


Рисунок 9.10 – Главные касательные силы в срединном слое заполнителя при виртуальной нагрузке

Для выяснения перспективности изменений в силовой схеме конструкции, предложенных на основе анализа результатов оптимизации заполнителя, рассмотрим следующие варианты тонкостенной модели крыла.

Проект №1 – исходный вариант конструкции.

В проектах №2 – 4 за основу взято распределение материала, соответствующее проекту №1. В проекте №2 толщина стенки заднего лонжерона исходного крыла увеличена по следующему эвристическому правилу. Во всех элементах стенки заднего лонжерона, если толщина элемента имеет значение меньше 5*мм*, то принимается толщина равная *мм*.

В проекте №3 минимальная толщина стенки заднего лонжерона составляет 10*мм*, в проекте №4, соответственно, 1*мм*.

В проекте №5 толщина элементов стенки заднего лонжерона такая же, как в проекте №2. Кроме того, в соответствии с результатами силового анализа заполнителя, в конструкцию введены 6 дополнительных стержневых элементов с площадью поперечных сечений 200 $мм^2$, показанных на рисунке 9.11.

Результаты анализа деформированного состояния различных проектов представлены в таблице 9.1, где u_1 и u_2 – перемещения узлов концевого сечения крыла, соответственно, по переднему и заднему лонжеронам, Δm – дополнительная масса элементов, связанная с модификацией проекта №1.

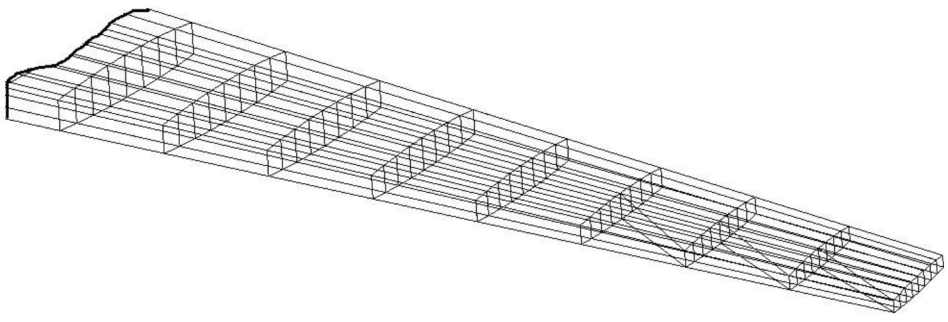


Рисунок 9.11 – Концевая зона тонкостенной модели крыла в проекте №5

Таблица 9.1 – Результаты модификации тонкостенной модели

Проект крыла	u_1, *мм*	u_2, *мм*	α, *рад*	Δm, *кг*
1	2838	3037	-0,151	-
2	2838	3016	-0,135	22,8
3	2825	2998	-0,131	82,6
4	2814	2979	-0,125	173,3
5	2812	2945	-0,101	85,8

Отметим, что увеличение толщины стенки заднего лонжерона оказывает определенное влияние на обобщенное перемещение (проект 2). Однако чрезмерное усиление стенки заднего лонжерона (проекты №3 и №4) оказывается нерациональным по сравнению с включением в структуру панелей крыла дополнительных стержневых элементов (проект №5).

Таким образом, целесообразность технического решения, предложенного на основе анализа результатов оптимизации континуальной модели, подтвердилась исследованиями на тонкостенных моделях конструкции.

В напряженном состоянии панелей крыла преобладает одноосное напряженное состояние. При этом в панелях с дополнительными стержневыми элементами, наряду с нормальными деформациями, появляются значительные сдвиговые деформации (рисунок 9.12), что и приводит к уменьшению абсолютной величины угла закручивания концевого сечения крыла α.

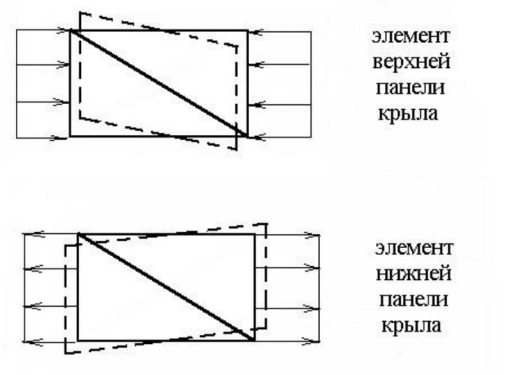


Рисунок 9.12 – Схема деформаций панелей крыла в проекте №5

10 МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ КРЫЛЬЕВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТИ

Для моделирования поведения конструкций при их нагружении в настоящее время в проектных организациях и учебных заведениях широко используются вычислительные системы различного уровня, реализующие МКЭ: АРГОН, Cosmos, NASTRAN, ANSYS и целый ряд других. Поэтому при реализации рассмотренных алгоритмов оптимизации распределения материала в теле переменной плотности ставилась задача создания базовых программных модулей, инвариантных к МКЭ-системам. Для написания программ выбран язык Visual Basic for Applications. В качестве базовой МКЭ-системы использована система NASTRAN for Windows с соответствующим программным интерфейсом.

Для описания конечных элементов в этой системе требуется создать объекты четырех типов:

– объект МАТЕРИАЛ (Material) содержит информацию о физических характеристиках материала (если все элементы конструкции выполнены из однородного материала, то база данных модели содержит только один объект этого типа);

– объект ЭЛЕМЕНТ (Element) создается для каждого конечного элемента и имеет ссылки на объекты УЗЛЫ и СВОЙСТВО;

– УЗЛЫ (Nodes) определяют положение элемента в пространстве и его связи с другими элементами;

– СВОЙСТВО (Property) имеет ссылку на МАТЕРИАЛ, тип конечного элемента и содержит дополнительную информацию для анализа.

Особенность моделирования тела переменной плотности заключается в том, что для каждого конечного элемента континуальной модели типа SOLID (объемный элемент) необходимо создать уникальные объекты СВОЙСТВО и МАТЕРИАЛ для того, чтобы ссылаться на них при формировании условий оп-

тимизации (списков переменных проектирования и ограничений). Разумеется, указанные объекты можно создать вручную. Однако более удобно решить этот вопрос, используя специально написанную на языке Visual Basic for Applications в среде прикладного программного интерфейса системы NASTRAN for Windows программу CREATE_MATERIAL [47]. Программа содержит 210 операторов Visual Basic for Applications. Программное ограничение: свойства и материал создаются только для объемных элементов типа Solid системы NASTRAN for Windows.

Методика формирования континуальной модели с использованием программы CREATE_MATERIAL выглядит следующим образом.

1. Создается МАТЕРИАЛ №1 и СВОЙСТВО №1, которое определяет для элементов типа SOLID выбор МАТЕРИАЛА №1.

2. Создается или импортируется геометрическая модель объекта проектирования.

3. С использованием автоматического генератора сеток MESH создается сетка конечных элементов со СВОЙСТВОМ №1. При этом необходимо учитывать три рекомендации, сформулированные в разделе 8.4.

4. Запускается программа CREATE_MATERIAL, и в интерактивном режиме выбираются номера элементов модели, для которых предполагается выполнить оптимизацию распределения материала (например, могут быть выбраны все элементы континуальной модели).

5. В результате выполнения программы, во-первых, для каждого оптимизируемого элемента автоматически создается МАТЕРИАЛ с уникальным номером и характеристиками такими же, как в объекте МАТЕРИАЛ №1, во-вторых, каждому выбранному элементу ставится в соответствие уникальное СВОЙСТВО.

6. Задаются граничные условия.

В результате создается континуальная 3D модель, характеристики материала которой (плотность, модуль Юнга и допускаемые напряжения) могут изменяться независимо в каждом выбранном для оптимизации элементе.

11 ТЕХНОЛОГИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРЫЛЬЕВ

Результаты оптимизации распределения материала в континуальной модели могут быть использованы одновременно и для определения рациональной силовой схемы, и для прогнозирования массы разрабатываемой конструкции. Возможность адекватного прогнозирования деформаций конструкции на основе континуальной модели позволяет дополнить способ алгоритмического формирования силовой схемы и весового анализа авиационных конструкций учетом статической аэроупругости.

Сущность технологии проектирования несущих поверхностей заключается в следующем.

1. В заданные геометрические ограничения объекта проектирования вписывается твердое деформируемое тело со свойствами (7.1) – (7.2), разбивается на достаточно малые конечные элементы и назначается начальная, отличная от нуля, плотность каждого элемента (см. раздел 10).

2. Оптимизируется распределение материала этой модели на основе *алгоритма 2* с учетом зависимости нагрузок от деформации конструкции. Для оптимизации объектов при фиксированных нагрузках используются *алгоритмы 1 или 3*. Таким образом определяется ТОК.

3. Через значение безразмерного коэффициента силового фактора C_K, определенного для ТОК, по (6.5.11) – (6.5.12) оценивается масса объекта проектирования.

4. На основе интерпретации силовой работы ТОК при виртуальных и действительных нагрузках формируются рациональные силовые схемы объекта проектирования с учетом конструктивных и технологических требований (см. разделы 8.5 и 9).

Для реализации алгоритмов оптимизации крыльев, разработан комплекс из четырех программ для ЭВМ - CREATE_MATERIAL [47], OPT-VDB [48] и OPTSOLID [49], G-FACTOR [50].

Программа CREATE_MATERIAL, описанная в разделе 10, носит вспомогательный характер и направлена на снижение трудоемкости формирования континуальных моделей в системе NASTRAN for Windows.

Для определения полнонапряженного распределения материала в континуальной модели по *алгоритму 1* написана программа OPT-VDB [48], содержащая 540 операторов.

Входные данные для программы:

- число случаев нагружения, для которых необходимо получить полнонапряженное распределение материала в континуальной модели;

- наборы данных Output Set, полученные в результате выполнения подпрограмм линейного статического расчета Static [7];

- информация о конечных элементах, подлежащих оптимизации;

- число итераций алгоритма оптимизации;

- минимальное значение плотности материала $\rho_i^{\min}$ в элементах.

Структурно программа OPT-VDB состоит из следующих блоков.

1. Формирование в диалоговом режиме входных данных.

2. Итерационная процедура оптимизации распределения материала.

3. Вывод результатов оптимизации на экран и запись в файлы.

4. Подпрограмма вычисления объёма конечного элемента по координатам узлов, используемая в пункте 2.

Выходные данные для программы:

- итоговые значения силового фактора, объёма материала и массы конструкции;

- значения вектора проектных переменных (№100001) для каждой итерации;

- текстовые файлы со значениями плотности элементов для каждой итерации;

- итоговый текстовый файл со значениями силового фактора, объёма материала и массы конструкции для каждой итерации.

Для определения оптимального распределения материала в континуальной модели с учетом условий прочности и жесткости написана программа OPTSOLID [49]. Программа реализует *алгоритм 3* и содержит 840 операторов. Входными данными является информация о составляющих континуальную модель конечных элементах: координаты узлов элементов, характеристики материала, векторы результатов статического расчета Static [7] для всех действительных и виртуальных случаев нагружений.

Структурно программа OPTSOLID состоит из следующих последовательно выполняемых блоков.

1. Объявляются переменные.

В описываемой версии OPTSOLID заданы программные ограничения для максимального количества проектных переменных – 100000, максимального числа случаев нагружений – 20, максимального числа функциональных ограничений по жесткости – 40.

2. Формируются в интерактивном режиме условия оптимизации.

В форме диалога выбирается набор элементов, для которых необходимо выполнить оптимизацию распределения материала. Далее задаются случаи нагружения, которые учитываются при определении полнонапряженного проекта (в программу вводится количество случаев нагружений и перечисляются номера наборов данных Output Set, полученных в результате выполнения подпрограмм линейного статического расчета Static). Затем задаются количество ограничений на обобщенные перемещения, соответствующие им номера наборов данных для действительных и виртуальных случаев нагружений конструкции. Параллельно с вводом информации программно осуществляется проверка ее целостности.

3. Рассчитываются коэффициенты чувствительности заданных функциональных ограничений.

В цикле по проектным переменным из базы данных NASTRAN for Windows считывается информация о свойствах материала Property, векторы наборов данных Output Set, вычисляется объем элементов, и заполняются матрицы напряжений и коэффициентов чувствительности ограничений по обобщенным перемещениям (9.16).

4. Определяется набор активных проектных переменных и множители Лагранжа для функциональных ограничений по обобщенным перемещениям и критическим усилиям потери устойчивости.

В данном блоке итерационно применяются рекуррентные соотношения (9.17) и (9.19). В качестве критерия сходимости внутреннего цикла *алгоритма 3* используется условие, согласно которому максимальная невязка линейных аппроксимаций ограничения (9.4) не должна превышать 0,01%.

В случае если исчерпано заданное число «пробных» шагов, то указанная невязка должна составлять менее 1%. В противном случае вычислительный процесс прекращается и пользователю предлагается изменить настройку алгоритма, в частности, увеличить число «пробных» шагов.

5. Вычисляются новые значения плотностей, модулей Юнга и допускаемых напряжений для материала оптимизируемых элементов континуальной модели.

Если в блоке 4 достигнута сходимость внутреннего цикла *алгоритма 3*, то далее определяются и записываются в базу данных FEMAP новые характеристики материала MATERIAL. Параллельно формируются следующие векторы результатов для всех оптимизируемых элементов.

№ 100000. Значения активных проектных переменных.

№ 100001. Значения всех проектных переменных.

№№ 90001 – 90041. Коэффициенты чувствительности функционального ограничения (9.16).

После завершения вычислительного процесса эти векторы доступны для визуализации стандартными средствами системы NASTRAN for Windows.

Программа вычисления силового фактора «G_FACTOR» [50] предназначена для расчета оригинального критерия весового совершенства силовой конструкции, моделируемой методом конечных элементов. Методика использования силового фактора на ранних стадиях проектирования летательных аппаратов содержится в работах [21, 32].

Программа «G_FACTOR» реализована в среде прикладного программного интерфейса системы NASTRAN for Windows и содержит 480 операторов.

Входные данные для программы:

- результаты статического анализа конструкции для рассматриваемого случая нагружения;
- информация о конечных элементах.

Программное ограничение:

- силовой фактор определяется только для элементов типа Rod, Membrane, Plate и Solid.

Программа «G_FACTOR» состоит из следующих блоков:

1. Формирование входных данных.
2. Вычисление силового фактора для элементов типа Rod.
3. Вычисление силового фактора для элементов типа Membrane.
4. Вычисление силового фактора для элементов типа Plate.
5. Вычисление силового фактора для элементов типа Solid.
6. Вычисление силового фактора для заданной группы элементов.
7. Подпрограмма расчёта длины одномерного конечного элемента.
8. Подпрограмма расчёта площади двумерного конечного элемента.
9. Подпрограмма расчёта объема трехмерного конечного элемента.

Выходными данными для программы являются значение силового фактора для задаваемой произвольной группы конечных элементов и векторы результатов, записываемые в базу данных NASTRAN for Windows для каждого конечного элемента модели.

Перечень векторов вывода:

№100011 – значения площадей в плане пластин,

№100012 – значения толщины пластины,

№100013 – значения площадей стержней,

№100014 – значения длин стержней,

№100015 – значения объёмов элементов,

№100016 – значения масс элементов,

№100017 – значения силового фактора элементов.

Разработанные алгоритмы, программное обеспечение и технология проектирования апробированы в учебном процессе Самарского государственного аэрокосмического университета. В следующем разделе приводятся выборочные результаты из дипломных работ студентов, выполненных в 2009-2011 годах.

12 ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

12.1 Проектирование треугольного крыла

В качестве объекта проектирования рассмотрено крыло самолёта Су-15. Геометрические размеры крыла и его силовой схемы представлены на рисунках 12.1 и 12.2.

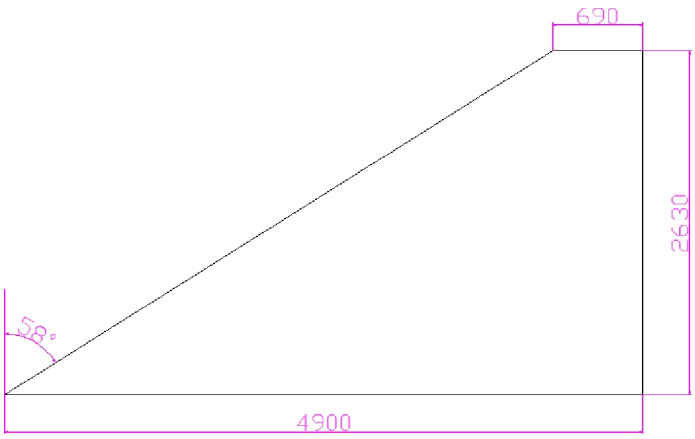


Рисунок 12.1 – Форма в плане крыла Су-15

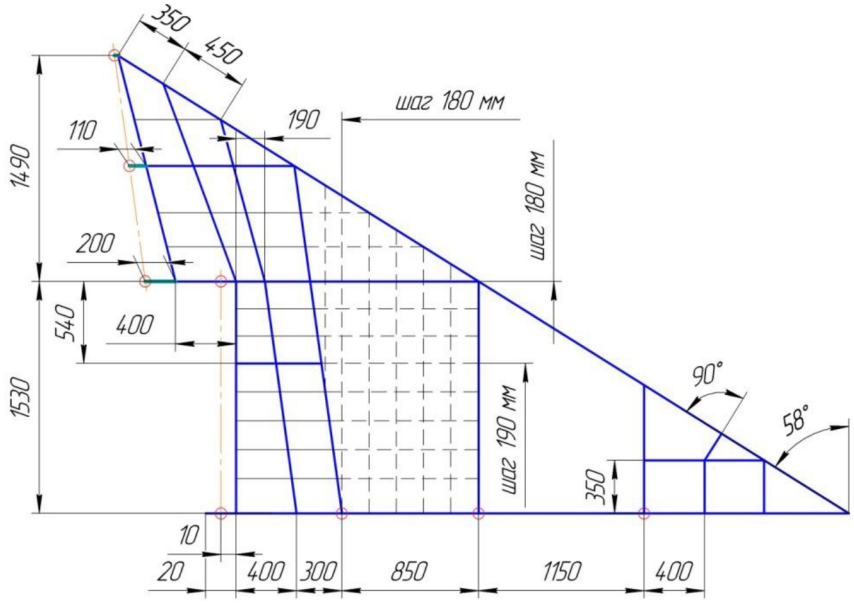


Рисунок 12.2 – Геометрические параметры треугольного крыла

Используются следующие характеристики конструкционного материала:

– модуль Юнга E = 70000 МПа;

– коэффициент Пуассона η = 0,3;

– допускаемое напряжение $\overline{\sigma}$ = 300 МПа;

– плотность материала ρ = 2,7E-6 кг/мм^3.

Цель данной работы заключается в исследовании возможности снижения массы существующей конструкции за счет использования более рациональной силовой схемы на основе анализа силового фактора G (5.2.3) реального объекта и континуальной модели.

Для анализа рассматривается расчетный случай нагружения A’ - полет летательного аппарата с максимальной перегрузкой, при котором в крыле действует максимальный изгибающий момент.

В дипломной работе построена геометрическая модель силовой части крыла в CAD-системе CATIA V5 (рисунок 12.3), которая импортирована в программу Nastran с использованием файла в нейтральном формате STEP. Далее в системе Nastran сформирована тонкостенная КЭМ №1, представленная на рисунке 12.4. Для моделирования обшивки крыла, стенок лонжеронов и нервюр использованы двумерные элементы MEMBRANE. Пояса лонжеронов, нервюр и стрингеры моделировались одномерными элементами ROD. В этой модели размеры сечений силовых элементов задавались в соответствии с существующей конструкцией.

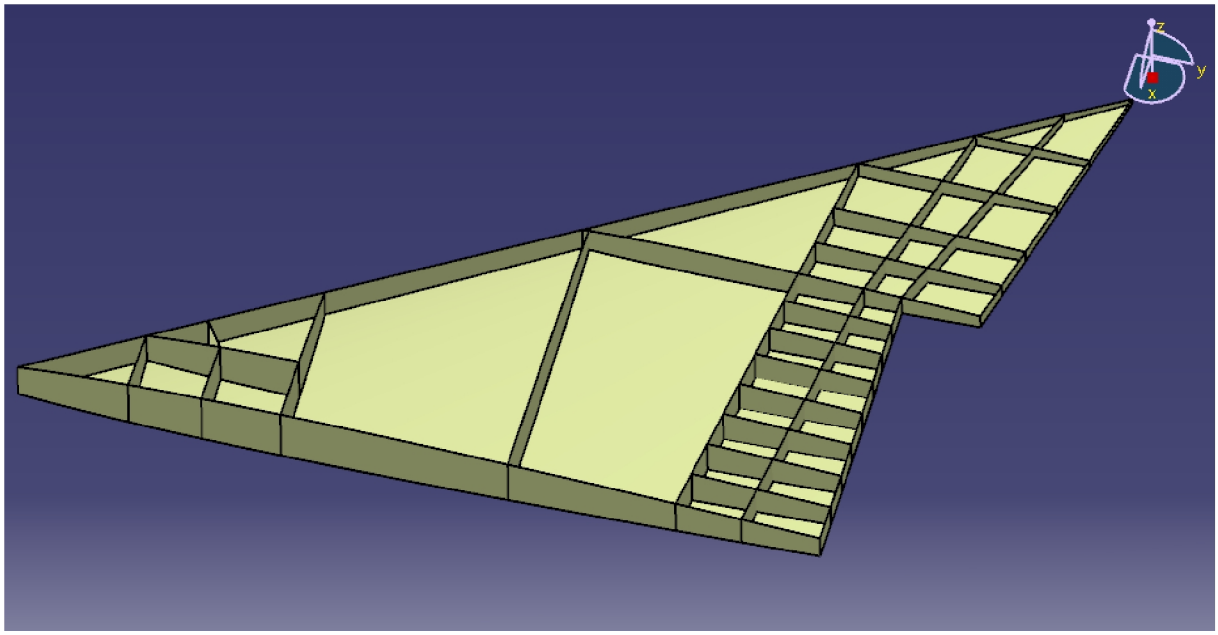


Рисунок 12.3 – Геометрическая модель крыла реальной конструкции

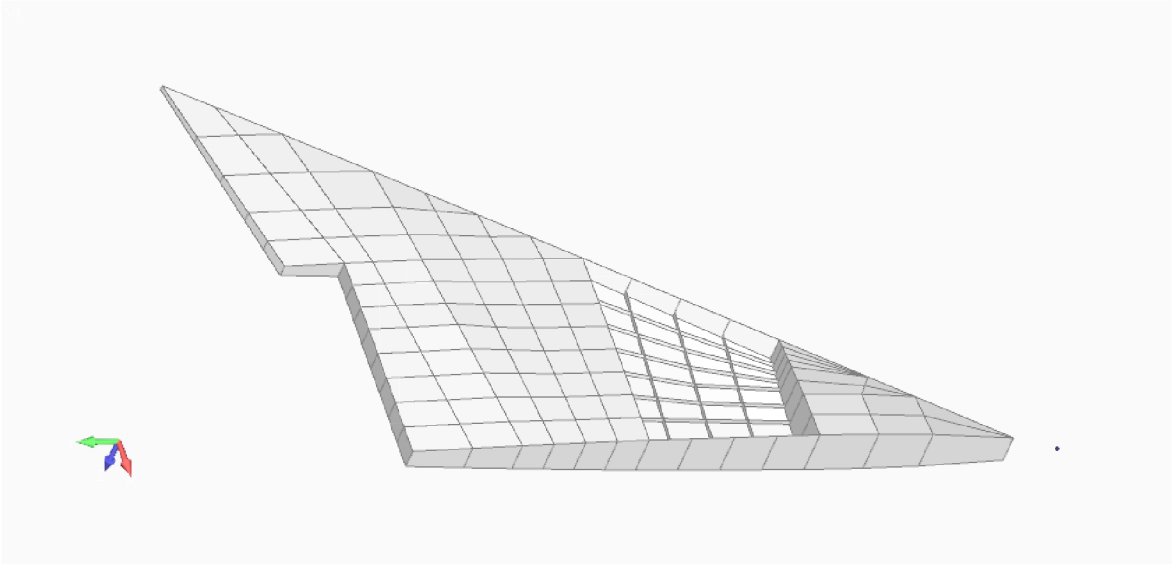


Рисунок 12.4 – Тонкостенная конечно-элементная модель №1

На следующем этапе исследования разработана континуальная модель на основе тела переменной плотности с 11 слоями объемных элементов SOLID, представленная на рисунке 12.5. Граничные условия (нагрузки и закрепления) в этой модели №2 выбраны такие же, как в модели №1.

Результаты оптимизации модели №2 после 22 итераций по *алгоритму 1* показаны на рисунках 12.6 - 12.8.

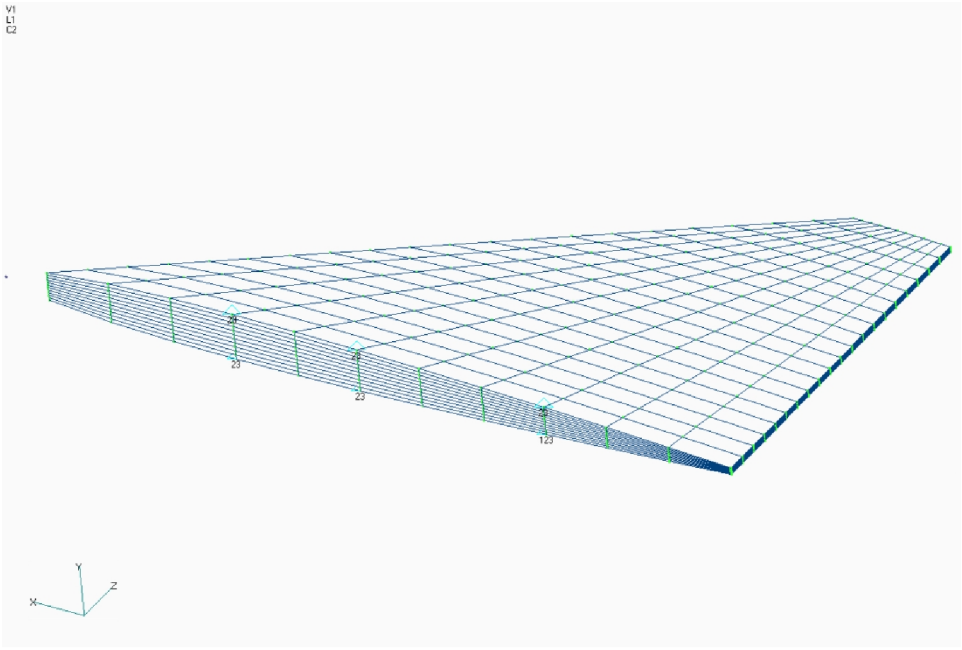


Рисунок 12.5 – Континуальная модель крыла № 2

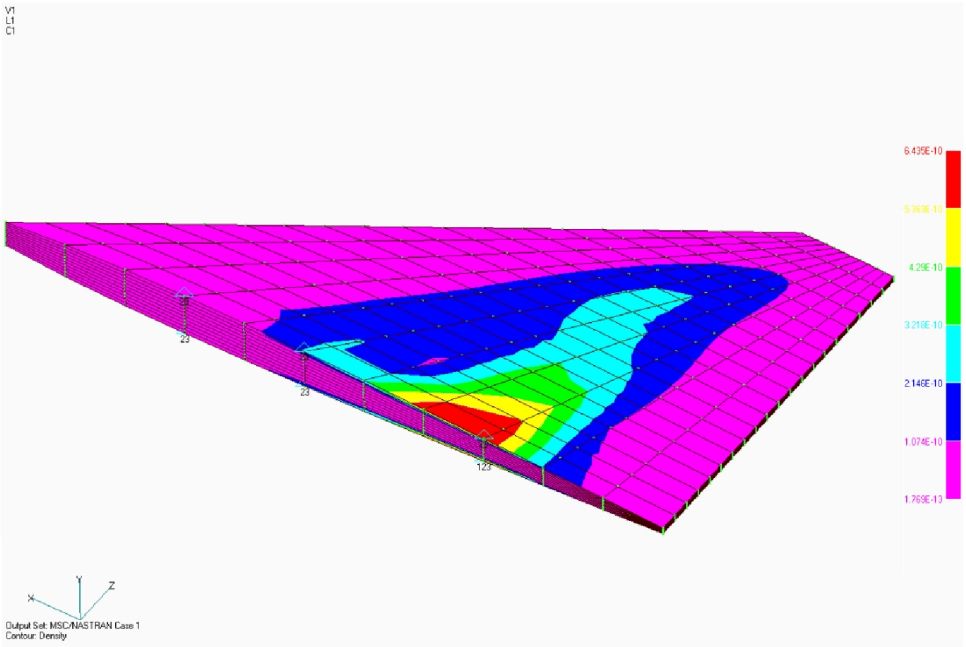


Рисунок 12.6 – Распределение материала после оптимизации в модели №2

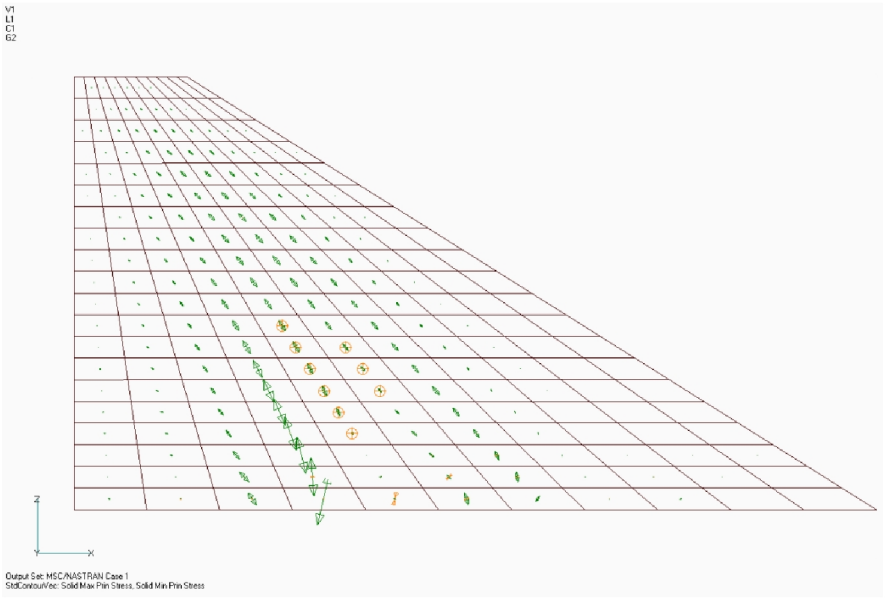


Рисунок 12.7 – ПГУ в наружном слое модели №2

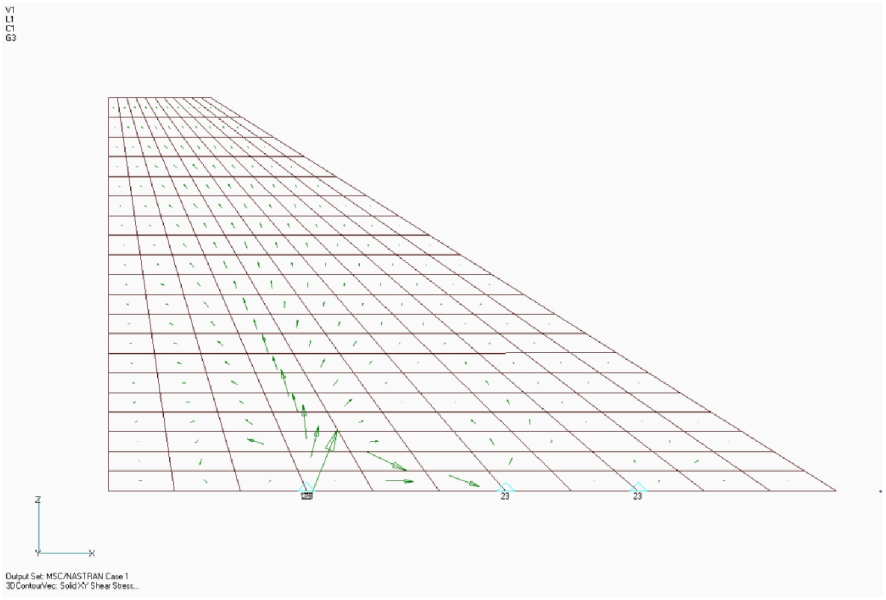


Рисунок 12.8 – ГКС в срединном слое модели №2

Значения силового фактора для тонкостенной модели №1, в которой реализуется силовая схема существующей конструкции, и для теоретически оптимальной континуальной модели представлены в таблице 12.1.

Таблица 12.1 – Значения силового фактора G [МНм]

Модель	Тонкостенная №1	Континуальная №2
Силовой фактор	262	197

Сравнительный анализ значений силового фактора для моделей позволяет сделать вывод о возможности снижения массы реальной конструкции за счет модификации ее силовой схемы.

12.2 Весовой анализ крыльев малого удлинения

Рассмотрим применение новой методики проектирования на примере крыльев малого удлинения различной формы в плане, представленных на рисунке 12.9.

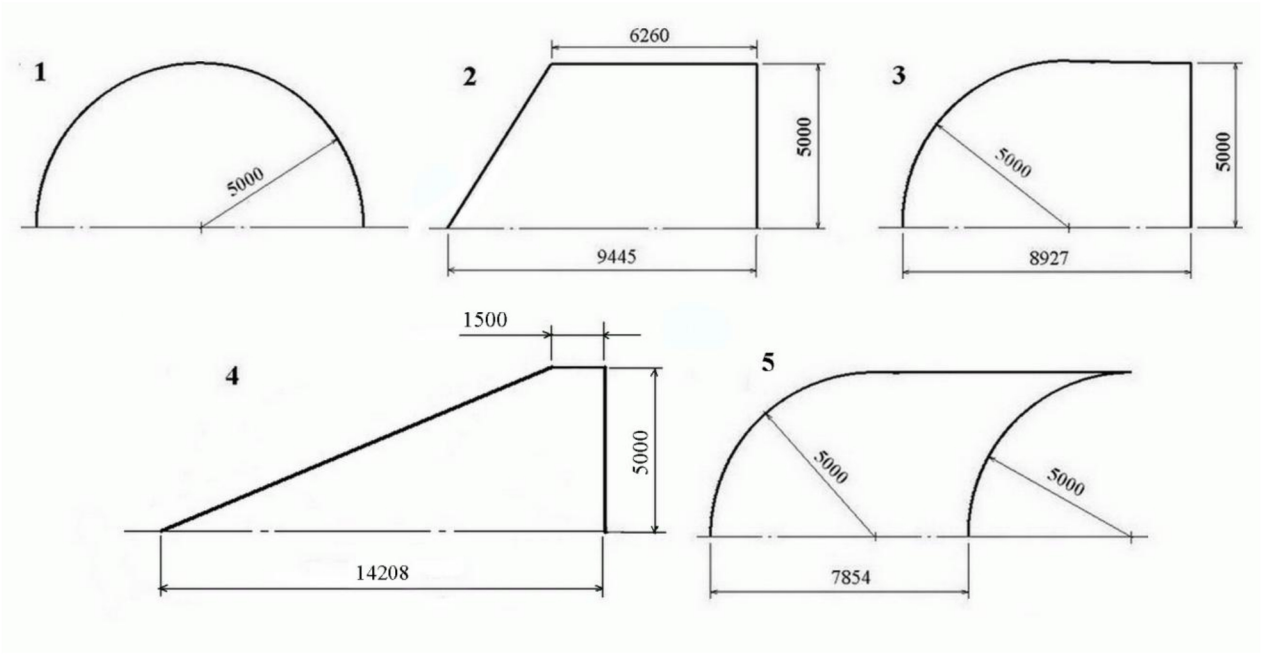


Рисунок 12.9 – Варианты крыльев

Все эти крылья имеют одинаковые значения относительного удлинения и площади в плане. Для несущих поверхностей используется симметричный профиль NACA0012 с относительной толщиной 12%.

Внешний облик самолета на ранних стадиях проектирования определяется в основном требованиями аэродинамики. В то же время для принятия обоснованных решений, связанных с определением геометрических параметров летательного аппарата, необходим достоверный прогноз влияния этих решений на массу его конструкции.

Отметим, что круглое в плане крыло привлекательно с точки зрения аэродинамики. Ряд исследователей отмечают аномально высокие значения критического угла атаки $\alpha_{кр}$ и максимального коэффициента подъемной силы c_{ya} для дископлана [51].

В [52] предложено использовать равномерно распределенную по площади несущей поверхности подъемную силу для оценки массы крыльев на ранних стадиях проектирования и накопления информации о совершенстве различных силовых схем. Обозначим значение коэффициента силового фактора для этого случая нагружения через $C_{К}^{(1)}$. Далее определим значение коэффициента Комарова $C_{К}^{(2)}$ с учетом распределения аэродинамической нагрузки, характерной для

случая нагружения А’ при дозвуковом обтекании абсолютно жесткой модели крыла. Затем вычислим значение коэффициента силового фактора $C_{К}^{(3)}$ для случая нагружения А’ с учетом зависимости распределения воздушной нагрузки от деформаций крыла по *алгоритму 2*.

В данном примере допустимое геометрическое пространство в среде системы NASTRAN делится по высоте крыльев на 7 слоев, каждый слой разбивается на 100 объемных конечных элементов: по 10 элементов вдоль размаха и вдоль хорд. Толщины наружных слоев назначаются с учетом прогнозируемого смещения 20*мм* во внутрь несущей поверхности от обводов центра тяжести силовых элементов в соответствующих поперечных сечениях объектов проектирования. На рисунке 12.10 показаны упругие модели крыльев.

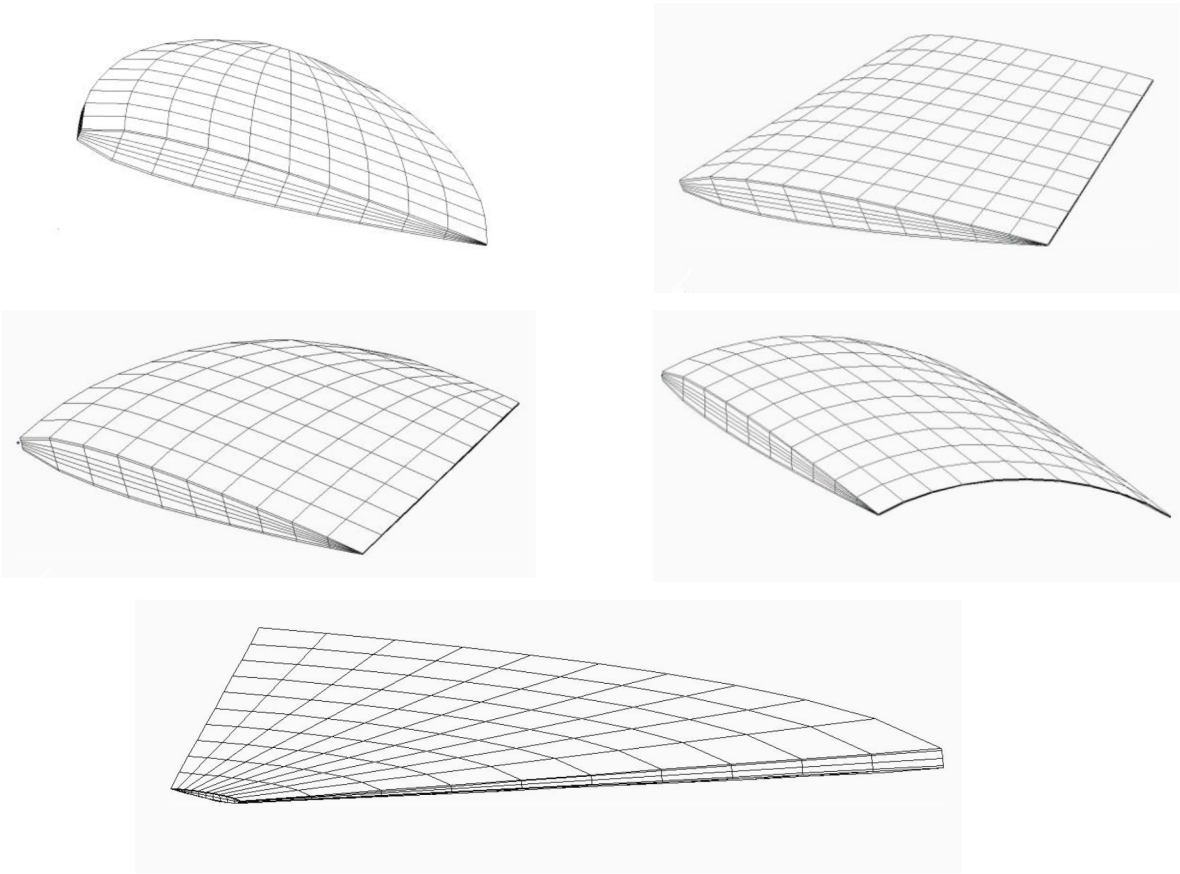


Рисунок 12.10 – Континуальные модели крыльев

Для расчета распределения нагрузки по размаху крыльев использовалась система TORNADO. Результаты применения *алгоритма 2* для объектов проектирования представлены на рисунках 12.11 – 12.15 и в таблице 12.2.

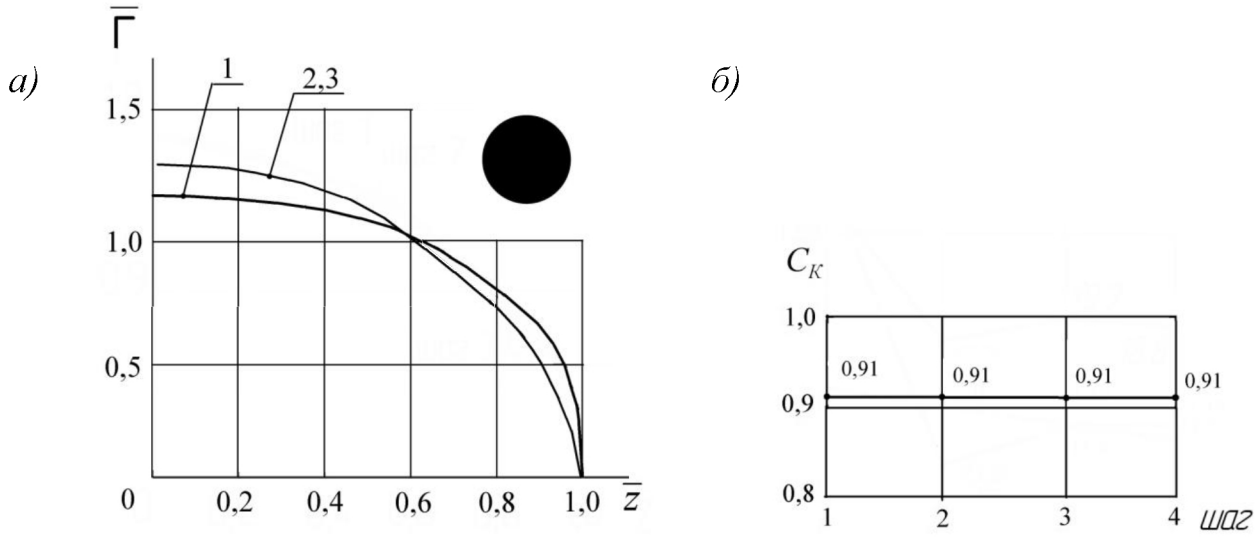


Рисунок 12.11 – Изменение относительной циркуляции:
1 – равномерное распределение нагрузки, 2 – абсолютно жесткое крыло, 3 – упругое крыло
а) коэффициента силового фактора; *б)* по шагам итерационного процесса для крыла №1

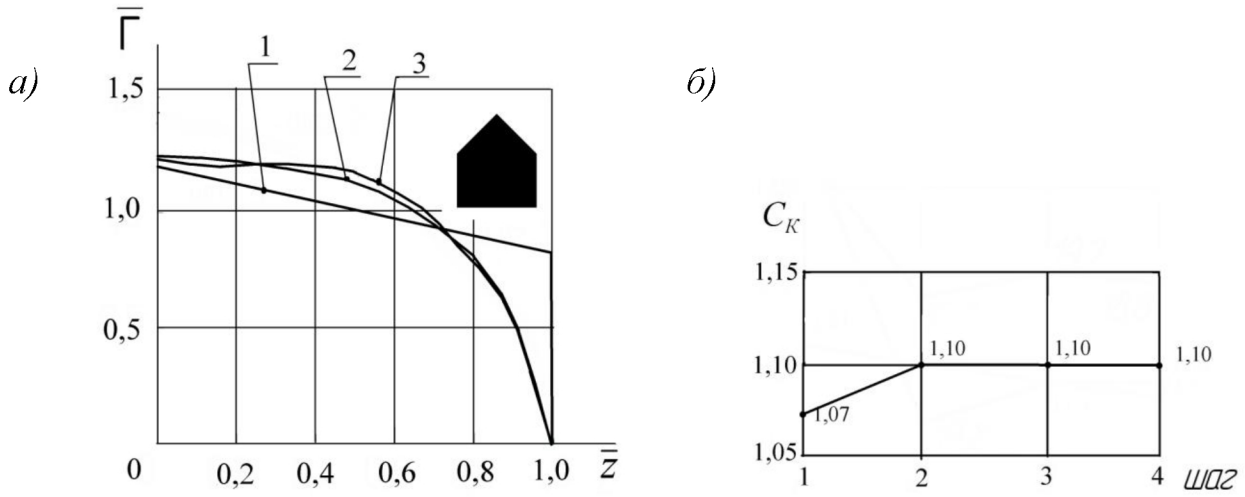


Рисунок 12.12 – Изменение относительной циркуляции:
1 – равномерное распределение нагрузки; 2 – абсолютно жесткое крыло; 3 – упругое крыло
а) коэффициента силового фактора; *б)* по шагам итерационного процесса для крыла №2

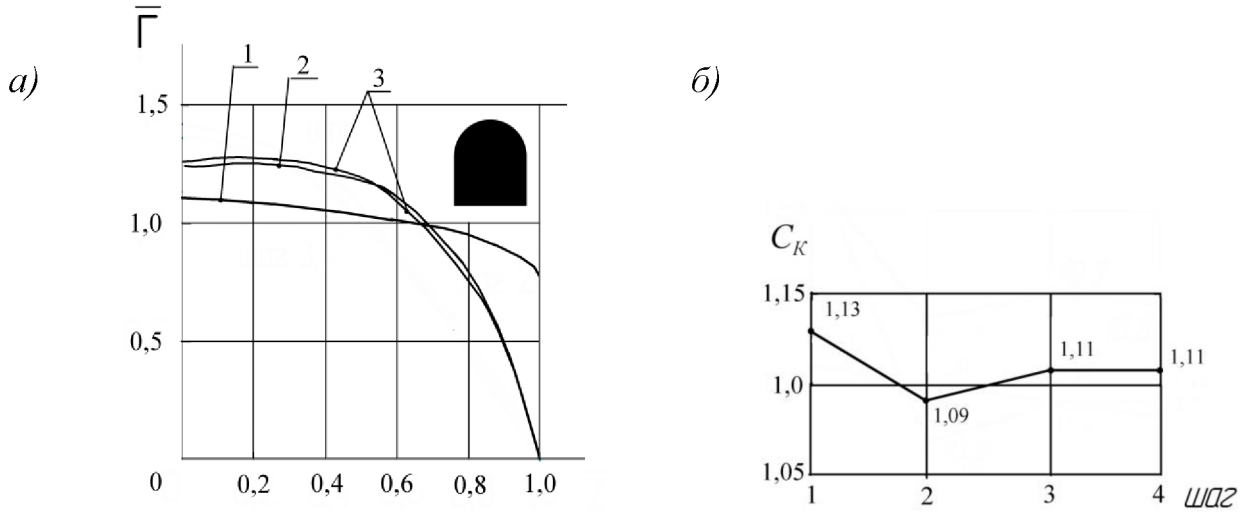


Рисунок 12.13 – Изменение относительной циркуляции:
1 – равномерное распределение нагрузки; 2 – абсолютно жесткое крыло; 3 – упругое крыло
а) коэффициента силового фактора; *б)* по шагам итерационного процесса для крыла №3

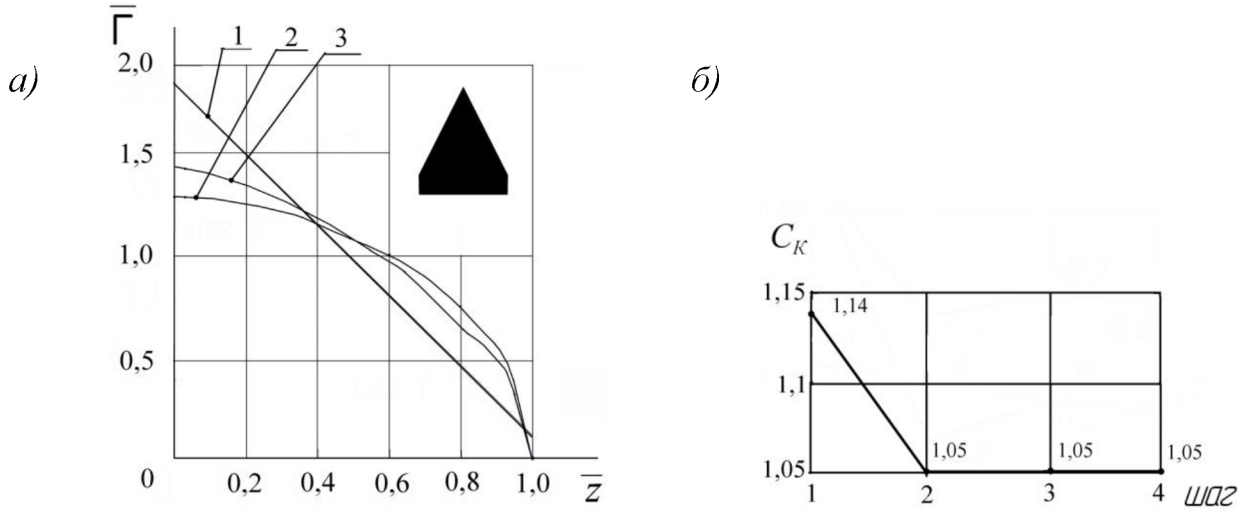


Рисунок 12.14 - Изменение относительной циркуляции:
1 – равномерное распределение нагрузки; 2 – абсолютно жесткое крыло; 3 – упругое крыло
а) коэффициента силового фактора; *б)* по шагам итерационного процесса для крыла №4

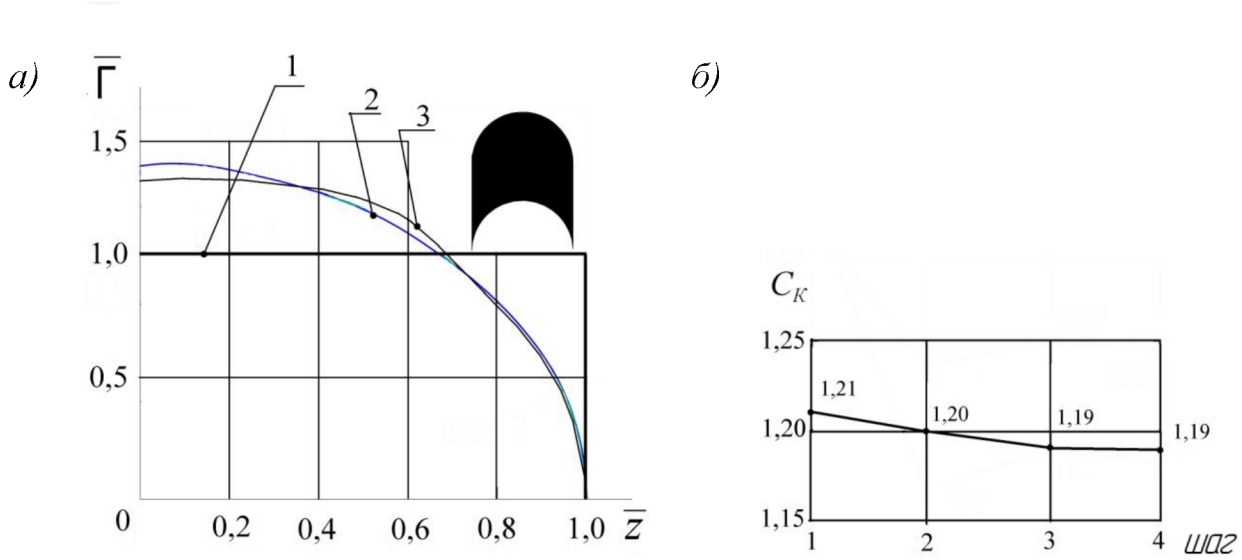


Рисунок 12.15 - Изменение относительной циркуляции:
1 – равномерное распределение нагрузки; 2 – абсолютно жесткое крыло; 3 – упругое крыло
а) коэффициента силового фактора; *б)* по шагам итерационного процесса для крыла №5

Таблица 12.2 – Значения коэффициентов силового фактора

Крыло	$C_{\text{К}}^{(1)}$	$C_{\text{К}}^{(2)}$	$C_{\text{К}}^{(3)}$
1	1,07	0,91	0,91
2	1,52	1,07	1,10
3	1,50	1,13	1,11
4	1,03	1,14	1,05
5	2,31	1,21	1,19

Сравнительный анализ коэффициентов $C_{\text{К}}^{(1)}$ и $C_{\text{К}}^{(2)}$ выявил существенный разброс значений для некоторых объектов. Так, значения $C_{\text{К}}^{(1)}$ и $C_{\text{К}}^{(2)}$ для серповидного крыла отличаются почти в два раза.

Сравнивая значения $C_{\text{К}}^{(2)}$ и $C_{\text{К}}^{(3)}$, отметим, что учет статической аэроупругости оказывает определенное влияние на значения коэффициента силового фактора для рассматриваемых объектов (не такое значительное, как для стреловидных крыльев большого удлинения, рассмотренных в [43]). Причем, это влияние различное для вариантов крыльев. Наибольшее влияние деформаций

крыла на значение коэффициента силового фактора (около 8%) выявлено для треугольного крыла.

На рисунках 12.16*а* – 12.20*а* показано распределение плотности во внешних слоях трехмерных моделей вариантов крыла. На рисунках 12.16*б* – 12.20*б* - в срединных слоях моделей. Значения плотности во внешних слоях на два порядка превышают значения плотности в срединных слоях моделей.

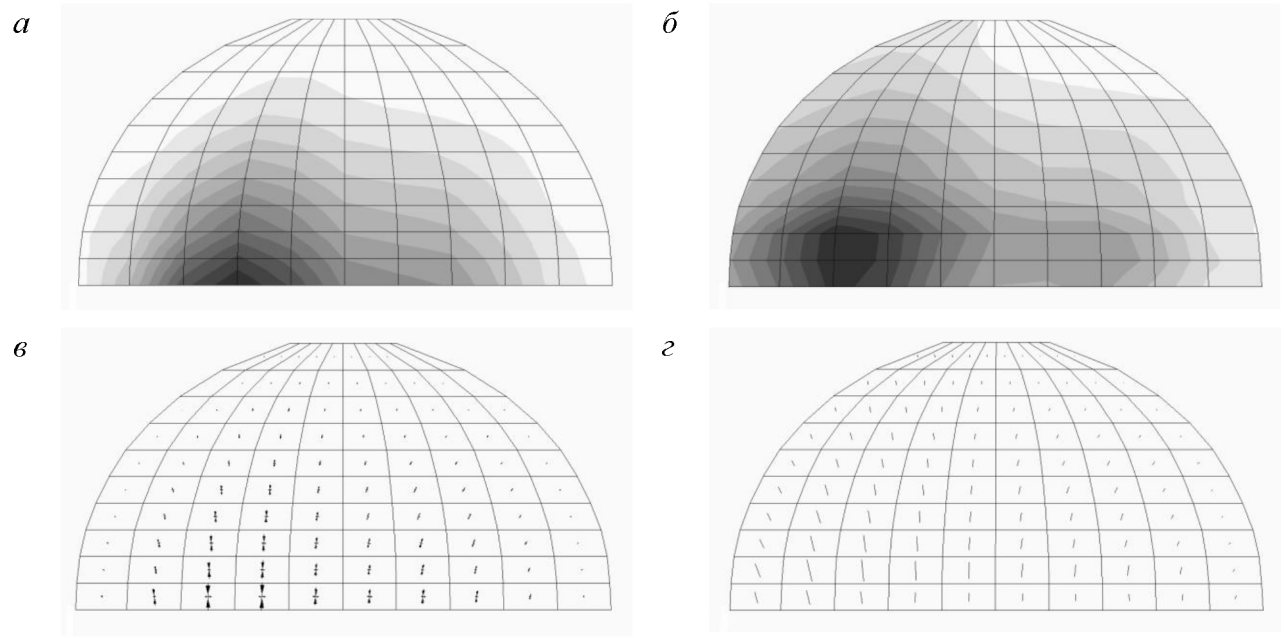


Рисунок 12.16 – Распределение материала и усилий в ТОК крыла №1

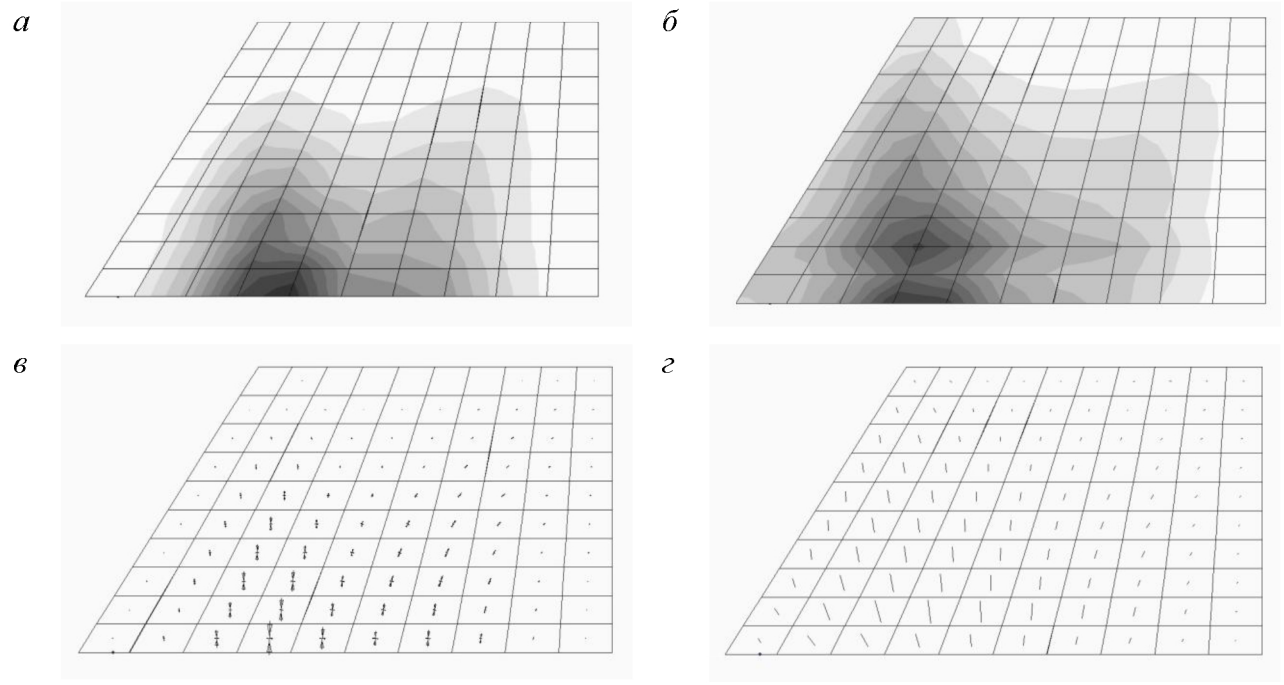


Рисунок 12.17 – Распределение материала и усилий в ТОК крыла №2

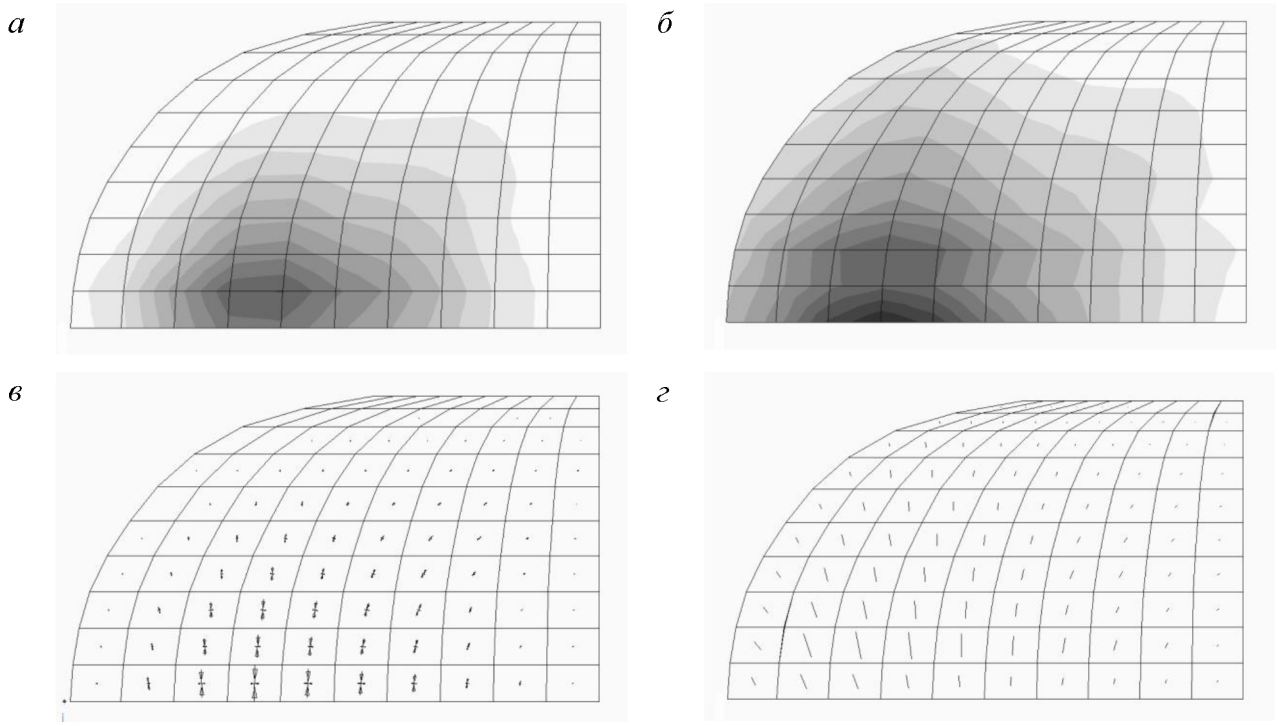


Рисунок 12.18 – Распределение материала и усилий в ТОК крыла №3

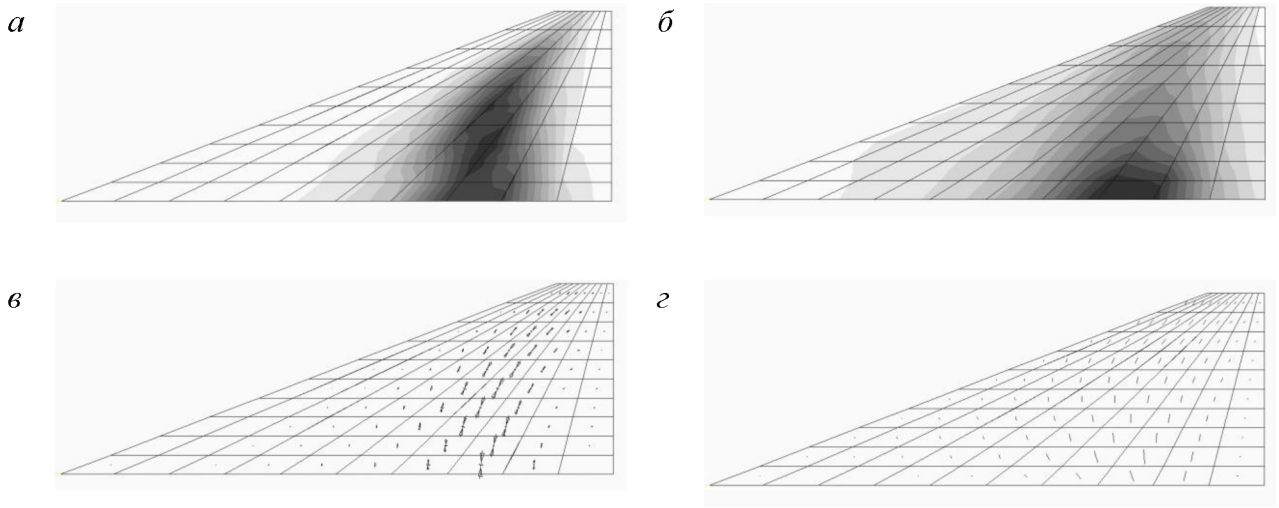


Рисунок 12.19 – Распределение материала и усилий в ТОК крыла №4

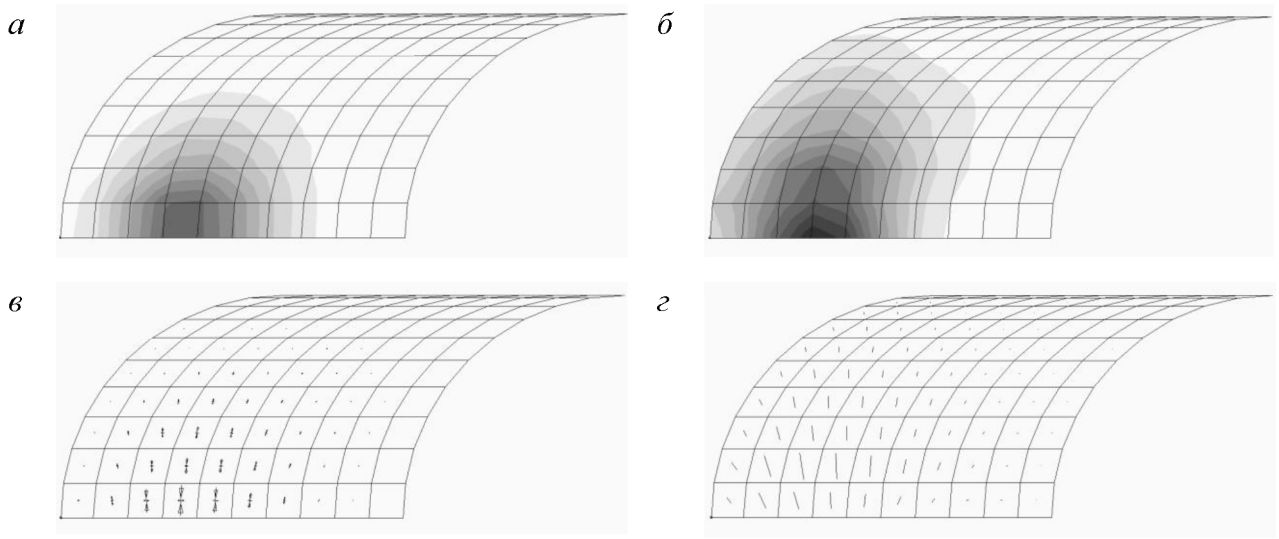


Рисунок 12.20 – Распределение материала и усилий в ТОК крыла №5

Для определения основных путей передачи сил в наружных слоях использованы ПГУ в каждом элементе, представленные для рассматриваемых вариантов крыла на рисунках 12.16*в* – 12.20*в*. Анализ работы материала в срединных слоях выполнен с использованием картины траекторий главных касательных сил (рисунки 12.16*г* – 12.20*г*). Интерпретация силовой работы ТОК позволяет предложить рациональные варианты силовых схем крыльев, представленные на рисунке 12.21.

Наименьшее значение коэффициента Комарова $C_{\text{К}}^{(3)}$ и, следовательно, прогнозируемой массы конструкции получено для варианта крыла №1. Напряженное состояние в наружных слоях этого крыла близко к одноосному, направленному преимущественно вдоль размаха несущей поверхности перпендикулярно оси фюзеляжа. Такая силовая схема обеспечивает передачу сил к борту по кратчайшим путям.

Сравнивая результаты оптимизации, полученные для вариантов №3 и №1, отметим существенно большее (на 18%) значение коэффициента $C_{\text{К}}^{(3)}$ для крыла с круглой передней кромкой и линейной задней кромкой. Эту особенность можно объяснить смещением в область меньших строительных высот наиболее длинных лонжеронов.

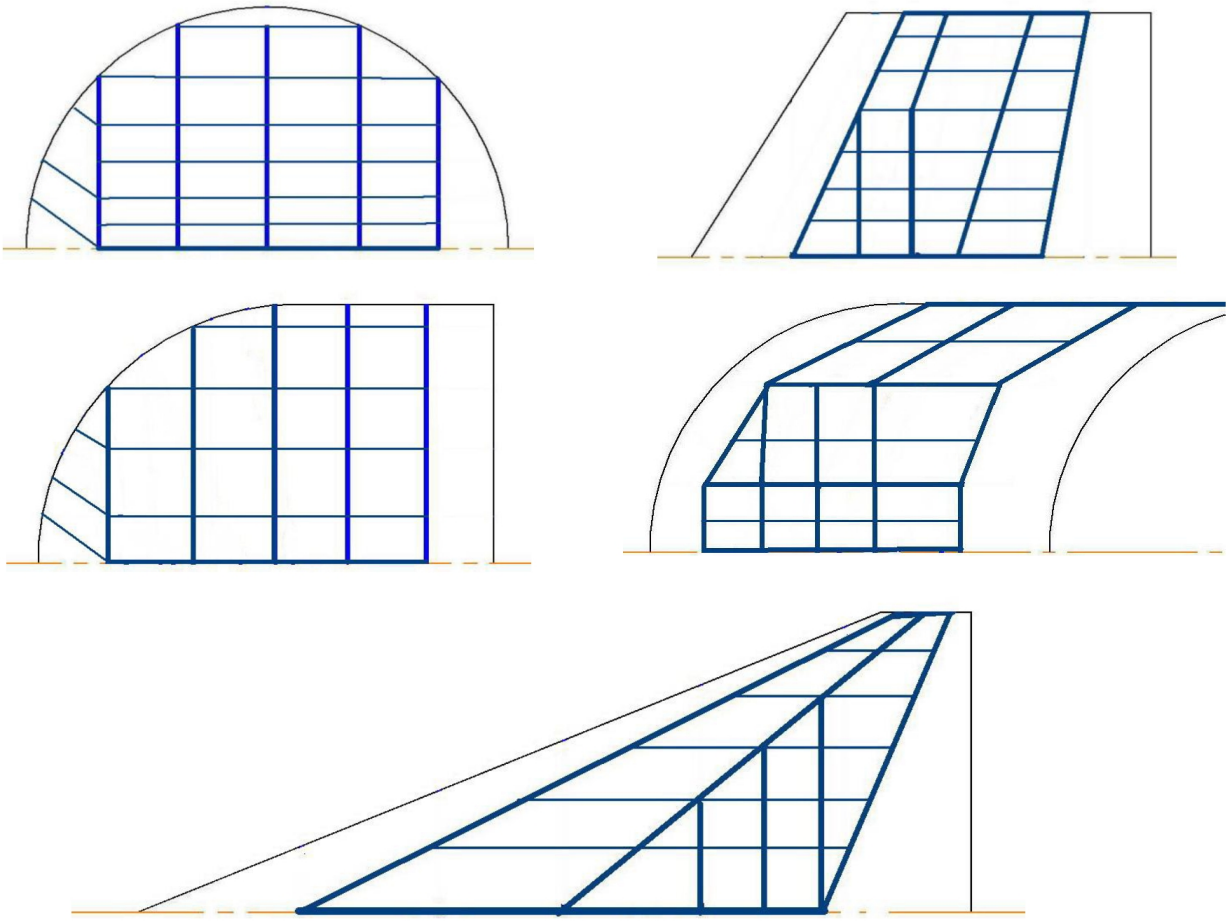


Рисунок 12.21 – Рациональные силовые схемы крыльев

Для вариантов №2 и №4 получены значения коэффициента Комарова $C_{\text{К}}^{(3)}$ на 17% и 12% большие, чем для варианта №1. В то же время для трапециевидного и треугольного крыльев можно использовать схему с лонжеронами и стрингерами, расположенными пропорционально хордам. Эта схема имеет технологическое достоинство: пояса лонжеронов имеют постоянную по размаху малку. В корневой части крыльев №2 и №4 целесообразно применить внутренние подкосы, направленные перпендикулярно оси фюзеляжа.

Наибольшее значение коэффициента $C_{\text{К}}^{(3)}$ получено для серповидного крыла. Кроме того, для этого крыла необходимо использовать либо криволинейные вдоль размаха лонжероны и стрингеры, либо схемы с изломами силовых элементов, что создает определенные технологические трудности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрена новая научная идея – использование 3D-модели переменной плотности в оптимизационных задачах и показано, что она может быть полезна для решения ряда основных задач возникающих при проектировании конструкции ЛА.

Установлено, что при выполнении разработанных рекомендаций новые модели могут обеспечивать высокую точность прогнозирования деформаций крыльев на ранних стадиях проектирования. В пособии представлена методика формирования виртуальных моделей крыльев с использованием деформируемого твердого тела переменной плотности.

Показано, что трудоемкость создания 3D-моделей для целей оптимизации на порядок ниже, чем подготовка традиционных тонкостенных моделей МКЭ.

Предложены алгоритмы оптимизации распределения материала в модели переменной плотности с учетом требований прочности и жесткости.

В учебном пособии отмечается, что 3D-моделей переменной плотности дают конструкторам следующую полезную информацию:

1. конфигурацию (топологию) теоретически оптимальных конструкций (ТОК);
2. распределение внутренних усилий в ТОК;
3. значение интегральной характеристики – коэффициента силового фактора $C_к$, который позволяет оценивать потребную массу силового материала конструкций;
4. прогнозные величины деформаций конструкций.

Для обоснованного выбора рациональной силовой схемы и достоверной оценки массы конструкции новая технология учитывает широкий спектр функциональных ограничений и зависимость распределения аэродинамических нагрузок от деформаций упругих систем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Егер, С.М. Проектирование самолетов [Текст]: учебник для вузов/ [С.М. Егер, В.Ф. Мишин, Н.К. Лисейцев и др.]; под ред. С.М. Егера. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1983. – 616 с.

2 Торенбик, Э. Проектирование дозвуковых самолетов [Текст].– М.: Машиностроение, 1983. – 648 с.

3 Raymer, Daniel P. Aircraft Design: A Conceptual Approach [Текст]. – second edition. – American Institute of Aeronautics and Austronautics, Inc., Washington, D.C., 1989. – 746 p.

4 Тимошенко, С.П. Теория упругости [Текст]/С.П. Тимошенко, Дж.Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

5 Основы устройства, проектирования, конструирования и производства летательных аппаратов (дистанционно пилотируемые летательные аппараты) / [П.П. Афанасьев, Ю.В. Веркин, И.С. Голубев и др.]; Под ред. И.С. Голубева и Ю.И. Янкевича. – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 528 с.

6 Аргирис, Дж. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц [Текст]/Дж. Аргирисунок [Перевод с англ.] – М.: Стройиздат, 1968.

7 Рычков, С.П. MSC.visual Nastran для Windows [Текст]/С.П. Рычков. – М.: НТ Пресс, 2004. – 552 с.

8 Проектирование конструкций самолетов [Текст]: [учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Самолетостроение»]/Е.С. Войт, А.И. Ендогур, З.А. Мелик-Саркисян, И.М. Алявдин. – М.: Машиностроение, 1987. – 416 с.

9 Niu, Michael C. Y. Airframe structural design [Текст]/Michael C.Y. Niu. – CONMILIT PRESS LTD. –1988. – 612 p.

10 Лазарев, И.Б. Математические методы оптимального проектирования конструкций [Текст]/И.Б. Лазарев. – Новосибирск: НИИЖТ, 1974. – 190 с.

11 Малков, В.П. Оптимизация упругих систем [Текст]/ В.П. Малков, А.Г. Угодчиков. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 288 с.

12 Баничук, Н.В. Методы оптимизаций авиационных конструкций [Текст]/[Н.В. Баничук, В.И. Бирюк, А.П. Сейранян и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с.

13 Комаров, А.А. Основы проектирования силовых конструкций [Текст]/А.А. Комаров // Куйбышевское книжное издательство, 1965. – 88 с.

14 Автоматизация проектирования авиационных конструкций на основе МКЭ. САПР РИПАК [Текст]/В.А.Комаров [и др.]. – Куйбышев. авиац. ин-т – Куйбышев, 1984. – 174 с. – Деп. в ВИНИТИ 6.06.84, N 3709-84.

15 Komarov, V.A. New approach to improving the Aircraft. Structural design Process [Текст]/V.A. Komarov, T.A. Weishaar// Journal of aircraft, March-April 2002, Volume 39, Number 2, P. 227-233

16 Российская энциклопедии CALS. Авиационно-космическое машиностроение [Текст]/[Гл. ред. А.Г. Братухин]. – М.: ОАО «НИЦ АСК», 2008. – 608 с.

17 Джонс, Дж. К. Инженерное и художественное конструирование [Текст]/Дж. К. Джонс. – М.: Мир, 1976. – 374 с.

18 Хог, Э. Прикладное оптимальное проектирование / Механические системы и конструкции [Текст]/Э. Хог, Я. Арора. [Пер. с англ.] Под ред. Баничука Н.В. – М.: Мир, 1983. – 478 с.

19 Корнеев, В.В. Базы данных. Интеллектуальная обработка информации [Текст]/В.В. Корнеев, А.Ф. Гареев, С.В. Васютин, В.В. Райх. – М.: Нолидж, 2002. – 496 с.

20 Новые направления оптимизации в строительном проектировании [Текст]/М.С. Андерсон, Ж.-Л. Арман, Я. Арора и др.; под ред. Артека Э. и др.; пер. с англ. Бромштейна К. Г. – М.: Стройиздат, 1989. – 592 с.

21 Комаров, В.А. Проектирование силовых схем авиационных конструкций [Текст]/В.А. Комаров//Актуальные проблемы авиационной науки и техники. – М.: Машиностроение, 1984. – С. 114-129.

22 Авиационные правила [Текст]. Ч. 25. Нормы летной годности самолетов транспортной категории, 1994. – 322 с.

23 Шенли, Ф.Р. Анализ веса и прочности самолетных конструкций [Текст]/Ф.Р. Шенли. – М.: Оборонгиз, 1957. – 408 с.

24 Проектирование гражданских самолетов [Текст]/Под редакцией Новожилова Г.В. – М.: Машиностроение, 1991. – 668 с.

25 Баничук, Н.В. Введение в оптимизацию конструкций [Текст]/Н.В. Баничук. – М.: Наука, 1986. – 302 с.

26 Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования [Текст]/И.П. Норенков. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

27 Michell, A. The limits of economy of material in framed structures [Текст]/A. Michell// Phil. Mag. Series, 1904. – Vol.8. – P. 589-597.

28 Пустовой, Н.В. Оптимальное проектирование стержней и подкрепленных пластин на основе минимизации энергии деформации [Текст]/Н.В. Пустовой, Г.И. Расторгуев. – Новосибирск: Издательство НГТУ, 2002. – 317 с.

29 Fleury, C. Unified Approach to Structural Weight Minimization [Текст]/C. Fleury//Comp. methods in applied mechanics and engineering. – 1978. – №20. – P.17-38.

30 Растригин, Л. А. Статистические методы поиска [Текст]/Л.А. Растригин. – М.: Наука, 1968. – 376 с.

31 Шейнин, В.М. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов [Текст]: справочник/В.М. Шейнин, В.И. Козловский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1984. – 552 с.

32 Комаров, В.А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы/В.А. Комаров//Общероссийский научно-технический журнал “Полет”. – 2000. – №1. – С. 31-39.

33 Козлов, Д.М. Весовое проектирование летательных аппаратов на основе дискретных математических моделей [Текст]/Козлов, Д.М. Майнсков В.Н., Резниченко Г.А.//Сборник докладов научной конференции по гидроавиации "Геленжик-96". – 1996. – С.14-149.

34 Бадягин, А.А. Проектирование самолетов [Текст]/А.А. Бадягин, С.М. Егер и др. – М.: Машиностроение, 1972. – 516 с.

35 IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials: Status and Perspectives/M.P. Bendsoe, N. Olhoff, O. Sigmund. – Dordrecht: Springer, 2006. – 608 p.

36 Topping, B.H. Shape Optimization of Skeletal Structures: A Review/B.H. Topping// J. Struct. Enngr. – 1983. – Vol.109. – No. 8.– P. 1933-1951.

37 Bendsoe, M.P. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method [Текст]/ M.P. Bendsoe, N. Kikuchi// Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1988. – V. 71. – P. 197-224.

38 Болдырев, А.В. Развитие технологии проектирования авиационных конструкций на основе модели переменной плотности [Текст]/А.В. Болдырев//Общероссийский научно-технический журнал “Полет”. – 2009. – №11. – С. 23-28.

39 Bendsoe, M.P. Optimization of Structural Topology, Shape, and Material [Текст]/ M.P. Bendsoe // Berlin: Springer, 1995.– 271 p.

40 Eschenauer, H.A. Topology optimization of continuum structures: A review [Текст] / H.A. Eschenauer, N. Olhoff // Appl. Mech. Rev. 2001. V. 54. № 4. - P. 331–389.

41 Комаров, В.А. Повышение жесткости конструкций топологическими средствами [Текст] / В.А. Комаров// Вестник СГАУ.– 2003.– №1.– С. 24-37.

42 Комаров, В.А. К доказательству теорем об изменении жесткости конструкций [Текст] / В.А. Комаров // Вестник СГАУ, №1, 2004. - С. 49-51.

43 Болдырев, А.В. Учет статической аэроупругости на ранних стадиях проектирования/ А.В. Болдырев, В.А. Комаров, М.Ю. Лаптева, К.Ф. Попович // Полет. – 2008. – №1. – С. 34-39.

44 Данилин, А.И. Проектирование тонкостенных конструкций с ограничениями по жесткости [Текст]/А.И. Данилин, В.А. Комаров// Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация конструкций. 1985. – С. 85-96.

45 Болдырев, А.В. Структурная модификация тонкостенных конструкций с учетом требований жесткости [Текст]/А.В. Болдырев// Проблемы прочности и пластичности. – 2008. – Вып. 70. – С. 175-183.

46 Филин, А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела [Текст] / А.П. Филин // Т. II. М.: Наука, 1978. – 616 с.

47 Болдырев А.В. Программа генерации материала переменной плотности для оптимизируемых элементов континуальной модели «CREATE-MATERIAL» // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №20116126576, РОСПАТЕНТ, 24.08.2011.

48 Болдырев А.В., Комаров В.А., Кузнецов А.С. OPT-VDB. Программа определения равнопрочного распределения материала в конечно-элементной модели переменной плотности // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2010613429, РОСПАТЕНТ, 25.05.2010.

49 Болдырев А.В. OPTSOLID. Программа оптимизации распределения материала в конечно-элементной модели переменной плотности с учетом условий прочности, жесткости и устойчивости [Текст] // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2010612755, РОСПАТЕНТ, 22.04.2010.

50 Комаров В.А., Болдырев А.В., Кузнецов А.С. Программа для расчета силового фактора «G_FACTOR»//Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №20116126575, РОСПАТЕНТ, 23.08.2011.

51 Авиация [Текст]: энциклопедия/Гл. ред. Г.П. Свищев. – М.: Большая Рос. энцикл., 1994. – 736 с.

52 Гуменюк, А.В. Критерий силового совершенства конструкции крыльев/А.В. Гуменюк, В.А. Комаров//Общероссийский научно-технический журнал “Полет”. – 2003. – №6. – С. 24-30.