

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

В. Р. Каргин, Б. В. Каргин

**Экспериментальное исследование
процессов деформации при обработке давлением**

Электронное учебное пособие
по лекционному курсу

САМАРА
2010

Авторы: **Каргин Владимир Родионович,**
Каргин Борис Владимирович

Приведены методики экспериментального определения параметров напряженно-деформированного состояния с использованием методов координатной делительной сетки и линий тока в условиях плоской и осесимметричной деформации при прокатке, прессовании и волочении.

Предназначены для студентов инженерно-технологического факультета, обучающихся по магистерской программе «Инновационные технологии получения и обработки материалов с заданными свойствами» по направлению 150400.68 «Металлургия».

Подготовлено на кафедре обработки металлов давлением

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОКАТКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНИЙ ТОКА

- 1.1 Плоско-деформированное состояние
- 1.2 Метод линий тока
- 1.3 Алгоритм расчета напряженного состояния
- 1.4 Последовательность расчета на компьютере

2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕССОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНИЙ ТОКА

- 2.1 Осесимметричная деформация
- 2.2 Определение скоростей истечения и деформаций по линиям тока
- 2.3 Сглаживание исходной информации
- 2.4 Алгоритм вычисления деформационного состояния
- 2.5 Алгоритм вычисления напряженного состояния

3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛОЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КООРДИНАТНЫХ СЕТОК

- 3.1 Функциональная зависимость начальных и текущих координат
- 3.2 Главные деформации
- 3.3 Напряженное состояние

4 ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

- 4.1 Подготовка образцов
- 4.2 Конструкция и работа инструментального микроскопа БМИ-1
- 4.3 Нанесение координатной сетки и снятие отсчетов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 150400.68 "Металлургия" выпускник магистратуры должен обладать следующими компетенциями:

- Формулировать цели и задачи исследований;
- Самостоятельно изучать новые методы исследований;
- Использовать базы данных, пакеты прикладных программ и средства компьютерной графики;
- Разрабатывать научно-техническую документацию, оформлять научно-технические отчеты, публикации по результатам выполненных исследований;
- Планировать и проводить аналитические, имитационные и экспериментальные исследования, критически оценивать данные и делать выводы.

В связи с этим, в учебном плане подготовки магистра дисциплина "Экспериментальные методы исследования процессов ОМД" является одной из важнейших. Это обусловлено развитием экспериментальных методов исследования различных процессов обработки металлов давлением с целью получения необходимой информации о характере пластического течения, нарастании и распределения деформаций в пластической области, которая необходима для расчета изменения механических свойств материала получаемого полуфабриката, определения работы, затрачиваемой на деформацию, о степени использования запаса пластичности.

Экспериментально выявленные в характерных сечениях деформируемого тела поле скоростей деформаций, поле накопленных деформаций могут быть использованы для расчета полей напряжений с учетом скоростного или деформационного упрочнения материала.

Экспериментальные исследования в обработке металлов давлением необходимы и как метод оценки степени приближения теоретических решений задач, и как единственный способ решения задач там, где теоретическое решение сейчас невозможно.

Для экспериментального исследования установившихся процессов прокатки, прессования и волочения широко применяют методы координатной сетки и линий тока.

При исследовании скоростей течения и деформаций по объему тела, образец до деформации разрезают по плоской симметрии. На одной половине образца наносят координатную сетку. Половины образцов складывают и заваривают по периферии. После деформации образец разделяют на две части и по изменению формы и размеров ячеек координатной сетки рассчитывают основные параметры напряженно-деформированного состояния.

1 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОКАТКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНИЙ ТОКА

1.1 Плоско-деформированное состояние

При листовой прокатке, когда ширина полосы значительно больше ее толщины, деформированное состояние принимается плоским (рис.1.1)

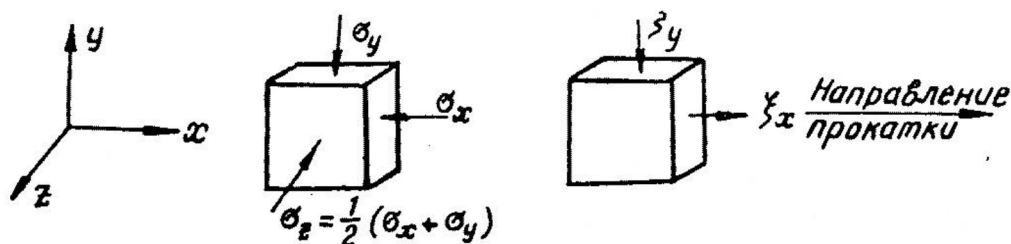


Рис. 1.1 – Схема главных напряжений и скоростей деформаций при листовой прокатке

Напряженно-деформированное состояние плоской деформации описывается системой уравнений.

Уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Компоненты скоростей деформаций ξ_y, ξ_x, η_{xy} выражаются через компоненты вектора скорости течения металла V_x и V_y

(рис.1.2) следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \xi_x &= \frac{\partial V_x}{\partial x}, \xi_y = \frac{\partial V_y}{\partial y} \\ \eta_{xy} &= \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Условие несжимаемости:

$$\xi_x + \xi_y = 0 \quad (1.3)$$

Условие соосности девиаторов напряжений и скоростей деформаций:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{cp} &= 2\lambda \xi_x, \\ \sigma_y - \sigma_{cp} &= 2\lambda \xi_y, \\ \tau_{xy} &= \lambda \eta_{xy}, \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

где $\lambda = \frac{T}{H}$ - коэффициент пропорциональности;

H - интенсивность скоростей деформаций сдвига,

$$H = \sqrt{\xi_x^2 + \frac{1}{4}\eta_{xy}^2} \quad (1.5)$$

T - интенсивность касательных напряжений:

$$T = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (1.6)$$

Уравнение состояния деформируемого металла:

$$T = T(U, \Gamma, H, t), \quad (1.7)$$

где U - температура; Γ - степень деформации сдвига,

$$\Gamma = \int_0^t H dt \quad (1.8)$$

t - время.

Теоретические решения плоской задачи (1.1-1.7) очень сложны. В полном объеме решить поставленную задачу можно с использованием данных эксперимента совместно с основными уравнениями теории пластического течения. Одним из таких подходов является метод линий тока.

1.2 Метод линий тока

Для получения картины течения металла при прокатке на плоскость образца, перпендикулярную к нулевой деформации, перед формоизменением наносятся линии, параллельные движению металла. Для удобства последующих расчетов желательно, чтобы расстояния между линиями были одинаковыми (рис.1.2). При деформации в установившемся процессе прокатки эти линии становятся линиями тока (см. рис.1.2)

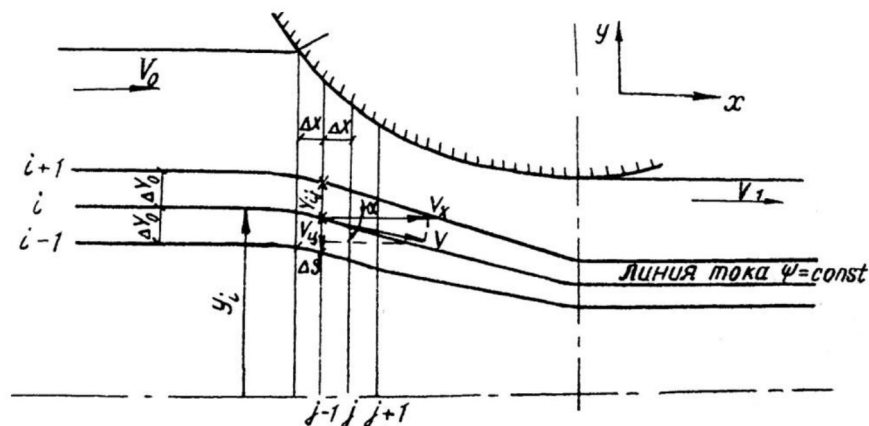


Рис. 1.2 – Схема снятия исходной информации при прокатке полос

Известно, что касательная в любой точке линии тока совпадает с направлением вектора скорости материальных частиц. Поэтому, определяя вдоль экспериментально полученной линии тока, угол наклона касательной « α », можно построить векторное поле скоростей течения металла при прокатке. Для узлов сетки, полученной от пересечения линий тока и равноотстоящих линий, параллельных оси Y , из условия постоянства секундных объемов следует:

$$(V_x)_{i,j} = V_0 \frac{\Delta Y_0}{\Delta Y_{ij}}; (V_y)_{i,j} = (V_x)_{i,j} \operatorname{tg} \alpha; V_{ij} = \sqrt{(V_x)_{ij}^2 + (V_y)_{ij}^2}; \quad (1.9)$$

где ΔY_0 и ΔY_{ij} - расстояния между линиями тока в недеформированной зоне и рассматриваемой точке соответственно;

i, j - координаты точки пересечения линий расчетной сетки: i - порядковый номер линии тока, а j - порядковый номер линии, параллельной оси Y ;

V_0 - скорость движения полосы.

Зная скорость V в соседних точках вдоль линий тока и расстояние между ними ΔS , можно определить время перехода частицы из данной точки в следующую:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{V} \quad (1.10)$$

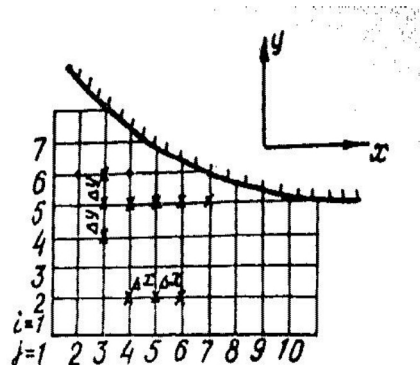


Рис.1.3 – Схема перерасчета значений скоростей истечения в узлах
прямоугольной сетки

Для последующего дифференцирования необходим перерасчет значений V_x и V_y в узлы прямоугольной сетки (рис.1.3), что можно сделать интерполяцией V_x и V_y в вертикальных сечениях. Численным или графическим дифференцированием V_x и V_y по двум направлениям находится распределение скоростей деформаций (1.2) по всей пластической области. Далее для всех точек i, j просчитывается интенсивность скоростей деформации сдвига (1.5).

Так как течение металла при прокатке носит вихревой характер, то неравномерность течения может быть оценена и по величине интенсивности изменения поля вихря вектора скорости:

$$\omega = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad (1.11)$$

Для определения скоростей установившегося движения можно использовать функцию тока $\psi_{i(x,y)} = t_i$, которая постоянна вдоль линии тока, и ее значения t_i получают измерением координат линий тока:

$$t_i = V_0 Y_i \quad (1.12)$$

где Y_i - координата от оси симметрии до соответствующей линии тока в не деформированной зоне.

Компоненты скорости V_x и V_y связаны с функцией тока следующими соотношениями:

$$V_x = \frac{\partial \psi(x,y)}{\partial y}, V_y = \frac{\partial \psi(x,y)}{\partial x} \quad (1.13)$$

а скорости деформаций находятся дальнейшим дифференцированием функции тока;

$$\xi_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}, \xi_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}, \eta_{xy} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (1.14)$$

Для численного дифференцирования, естественно, значения функции тока пересчитываются в узлы прямоугольной сетки (рис.1.3). Для этого функция тока аппроксимируется полиномом четвертой степени:

$$\psi(Y)_x = const = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4 \quad (1.15)$$

Коэффициенты полинома a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 рассчитываются способом наименьших квадратов.

Трудоемкие расчеты выполняются на ЭВМ. Однако при расчетах на ЭВМ применение вышеописанных методов определения скоростей истечения и скоростей деформаций не совсем удобно, так как их значения, полученные экспериментально, обычно соответствуют неравностоящим значениям аргументов x и y , причем область определения функции в соответствии с особенностями процесса деформирования не является прямоугольной (см.рис.1.2).

При расчетах на ЭВМ более целесообразно представить линии тока в их естественном виде: $y = y(x, t)$

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= -V_0 y_t^{-1}, V_y = -V_0 y_x y_x^{-1}; \\ \xi_x &= -\xi_y = V_0 y_t^{-3} (y_{tx} y_t - y_{tt} - y_x); \\ \eta_{xy} &= V_0 y_t^{-3} (y_{tt} - y_{xx} y_t^2 + 2y_{tx} y_t y_x - y_{tt} y_x^2) \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

где индексы при y соответствуют частным производным по указанным переменным.

Уравнения (1.16) имеют более сложный вид. Однако в связи с переходом к прямоугольной области определения исходных функций (рис.1.4) эти зависимости приводят к повышению точности расчета на ЭВМ, так как исключают процесс интерполяции внутри зоны деформации.

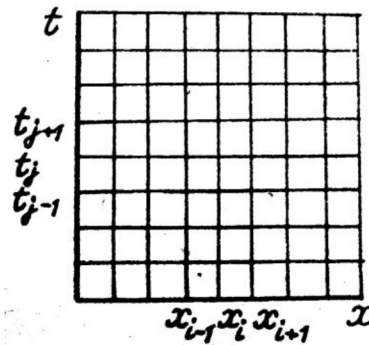


Рис.1.4 – Схема плоскости аргументов функции $f(x_i, t_j)$

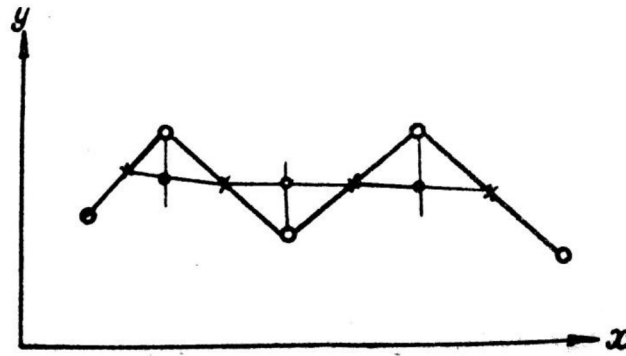


Рис.1.5 – Схема сглаживания исходной и информации

Чтобы уменьшить влияние помех, связанных с неточностью измерений координат линий тока, исходную информацию перед численным дифференцированием сглаживают. Сглаживание состоит в замене измеренных значений y^0 в определенных точках на новые значения y , вычисленные путем осреднения значений функции тока в последовательно расположенных точках (рис.1.5). Чаще всего сглаживание производят в двух направлениях. В направлении оси y сглаживание производится конечно-разностным методом по трем смежным точкам:

$$y_j^0 = \frac{y_{j-1}^0 + 2y_j^0 + y_{j+1}^0}{4} \quad (1.17)$$

Аналогично функция тока сглаживается в направлении оси x :

$$y_i^0 = \frac{y_{i-1}^0 + 2y_i^0 + y_{i+1}^0}{4} \quad (1.18)$$

В граничных точках на входе и выходе очага деформации сглаживание проводится в предположении, что скорость входа и выхода металла постоянна по сечению.

1.3 Алгоритм расчета напряженного состояния

Уравнения статического равновесия (1.1) в системе координат x, t записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} \frac{Y_x}{Y_t} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \frac{1}{Y_t} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{Y_x}{Y_t} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial t} \frac{1}{y_t} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

Так как рассматривается установившийся процесс, компоненты нормальных напряжений являются функциями только координат:

$$d\sigma_x = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} dt \quad (1.20)$$

Из уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} \frac{Y_x}{Y_t} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \frac{1}{Y_t}$$

из соотношений Генки (1.4)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4\xi_x}{\lambda} \right)$$

Тогда

$$\begin{aligned} d\sigma_x = & -\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \frac{1}{y_t} dx - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} - \frac{Y_x}{Y_t} \right) (y_x dx + y_t dt) + \\ & + y_t^{-1} (y_x dx + y_t dt) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{2\xi_x}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Интегрирование (1.21) дает найти напряжение $\bar{\sigma}_x$ в произвольной точке x, t зоны деформации:

$$(1.22)$$

$$\begin{aligned}
(\sigma_x)_{x,t} &= (\sigma_x)_{x_0,t_0} \\
&+ \int_{t_0}^t \left[y_x \frac{\partial \tau_{xj}}{\partial t} - y_t \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4\xi_x}{\lambda} \right) \right] dt \\
&+ \int_{x_0}^x \left[\frac{Y_x^2 - 1}{y_t} \frac{\partial \tau}{\partial t} - y_x \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{Y_x}{Y_t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4\xi_x}{\lambda} \right) \right] dx
\end{aligned}$$

Напряжение в точке x_0, t_0 при наличии свободных поверхностей может быть вычислено из условия пластичности (1.7).

Нормальные и контактные напряжения на контактной поверхности валка находятся из условия равновесия произвольного бесконечно малого объема (рис.6), откуда

$$P_K = \frac{\sigma_x y_x^2 + \sigma_y - 2\tau y_x}{1 + y_x^2}, \tau_K = \frac{(\sigma_x - \sigma_y) y_x + \tau(y_x^2 - 1)}{1 + y_x^2} \quad (1.23)$$

Интегрированием (1.23) по всей контактной поверхности находится суммарное усилие.

Определив σ_x , остальные компоненты тензора напряжений вычисляют из соотношений (1.4).

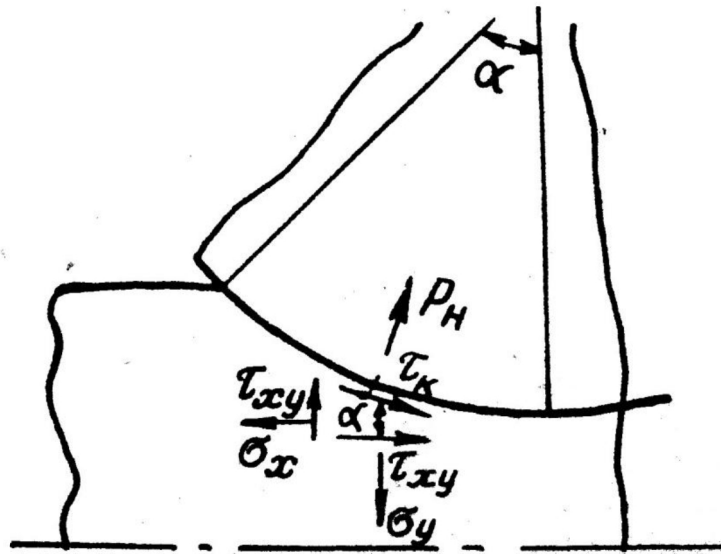


Рис.1.6 – Граничные условия на контактной поверхности валка.

Численные значения напряжений определяются соотношением, характеризующим свойства деформированного материала:

$$\lambda = \frac{T}{H}$$

В общем случае пластического течения это соотношение связывает T с H и Γ , температурой и временем.

При прокатке в холодном состоянии при сравнительно медленном течении можно считать, что интенсивность касательных напряжений T не зависит от скорости деформации, температуры и времени. Тогда

$$T_i = f(\Gamma_i)\Gamma_i$$

Для определения функции $f(\Gamma)\Gamma$ используются опытные данные по испытанию металлов при простом растяжении. Для удобства расчетов на ЭВМ экспериментальные данные аппроксимируются аналитической кривой- квадратичной параболой

$$T = a + b\Gamma + c\Gamma^2 \quad (1.24)$$

где T и Γ - параметры напряжений и деформаций при испытании;

a, b, c - коэффициенты аппроксимации.

1.4 Последовательность расчета на компьютере

Расчет компонент скоростей деформаций и напряжений осуществляется в следующей последовательности.

1. Ввод исходной информации в виде двумерного массива $y_{ij} = y(x_i, t_j)$ ее сглаживание по двум направлениям по формулам (1.17) и (1.18).
2. Отыскание частных производных y'_t и y'_x в узловых точках условной сетки в конечных разностях.
3. Определение компонент скоростей истечения по формулам (1.16). Для внутренних точек используется симметричное разностное отношение

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{ij} &= y_t = \frac{y(x_i, t_{j+1}) - y(x_i, t_{j-1}))}{2\Delta Y_0}, \\ \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{ij} &= y_x = \frac{y(x_{i+1}, t_j) - y(x_{i-1}, t_j)}{2\Delta x} \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

Для граничных точек используется разностное отношение либо вперед, либо назад:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{ij} &= \frac{y(x_i, t_j) - y(x_i, t_{j-1}))}{\Delta Y_0}, \\ \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{ij} &= \frac{y(x_i, t_j) - y(x_i, t_{j-1}))}{\Delta Y_0} \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

или

Аналогично находятся частные производные на границе области и в направлении x .

4. Отыскание частных производных y_{tt}, y_{xx}, y_{xt} , в узловых точках условной сетки в конечных разностях.

Вторые производные находятся также, как и первые производные, по формулам (1.25) и (1.26), только вместо значений функции тока подставляются значения первых производных. Например, для внутренних точек:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} = y_{tx} = \frac{y_t(x_{i+1}, t_j) - y_t(x_{i-1}, t_j)}{2\Delta x};$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = y_{tt} = \frac{y_t(x_i, t_{j+1}) - y_t(x_i, t_{j-1})}{2\Delta Y_0};$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = y_{xx} = \frac{y_x(x_{i+1}, t_j) - y_x(x_{i-1}, t_j)}{2\Delta x};$$

5. Определение компонент скоростей деформаций по формулам (1.16) в узлах сетки (i, j) .

6. Вычисление значений интенсивности скоростей деформации сдвига H по уравнению (1.5).

7. Расчет компонент тензора реформации интегрированием вдоль линии тока в соответствии с соотношением (1.8). Интегрируют по одному из простейших методов численного анализа - методу трапеций. Далее рассчитывают аналогично интенсивность деформации сдвига Γ .

8. Аппроксимация кривой упрочнения уравнением (1.24). Если среда идеально жестко-пластична, то $T = 2\sigma_s/\sqrt{3}$.

9. Вычисление напряжения σ_x по формуле (1.22). Для решения этого уравнения численным методом его необходимо записать в конечно-разностной форме вдоль оси x :

$$(\sigma_x)_{ij} = (\sigma_x)_{i-1,j} + \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{y_x^2 - 1}{y_t} \right)_{i,j} \frac{(\tau_{xy})_{i,j} - (\tau_{xy})_{i,j-1}}{2\Delta Y_0} - (Y_x)_{i,j} * \\ &* \frac{(\tau_{xy})_{i+1,j} - (\tau_{xy})_{i-1,j}}{2\Delta x} - \left(\frac{Y_x}{Y_t} \right)_{i,j} \left[\frac{(\frac{4\xi_x}{\lambda})_{i,j+1} - (\frac{4\xi_x}{\lambda})_{i,j-1}}{2\Delta Y_0} \right] \end{aligned} \right\} \Delta x; \quad (1.27)$$

вдоль оси y :

$$(\sigma_x)_{ij} = (\sigma_x)_{i,j-1} + (Y_x)_{i,j} \frac{(\tau_{xy})_{i,j+1} - (\tau_{xy})_{i,j-1}}{2\Delta Y_0} - (Y_t)_{i,j} \frac{(\tau_{xy})_{i+1,j} - (\tau_{xy})_{i-1,j}}{2\Delta x} - 4 \left[\frac{(\frac{\xi_x}{\lambda})_{i,j+1} - (\frac{\xi_x}{\lambda})_{i,j-1}}{2\Delta Y_0} \right] \Delta Y_0 \quad (1.28)$$

Остальные компоненты напряженного состояния определяются по формулам:

$$(\sigma_y)_{ij} = (\sigma_x)_{ij} + 4(\lambda\xi_x)_{ij},$$

$$(\tau_{xy})_{ij} = (\lambda\eta_{xy})_{ij}$$

Далее рассчитывают обобщающий показатель напряженного состояния $\frac{\sigma}{T} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{T}$

Блок-схема расчета скоростей истечения, скоростей деформаций и напряжений приведена на рис.1.7.

В программе необходимо предусмотреть контроль за точностью исходной информации и результатов расчета по условию несжимаемости (1.3).

По данным расчета на ЭВМ строятся графики:

- 1) изменение скоростей истечения V_x и V_y в очаге деформации;
- 2) изменение скоростей деформаций ξ_x, η_{xy} а также интенсивности скорости деформации сдвига H ;
- 3) распределение деформаций $\varepsilon_x, \gamma_{xy}$, а также степени деформации сдвига Γ ;
- 4) изменение компонент напряжений σ_x, σ_y и τ по всей области очага деформации;
- 5) изменение $\frac{\sigma}{T}$, нормальных и касательных напряжений вдоль контакта металла с валком.

По результатам обработки экспериментальных и расчетных данных осуществляется анализ напряженно-деформированного состояния при прокатке.

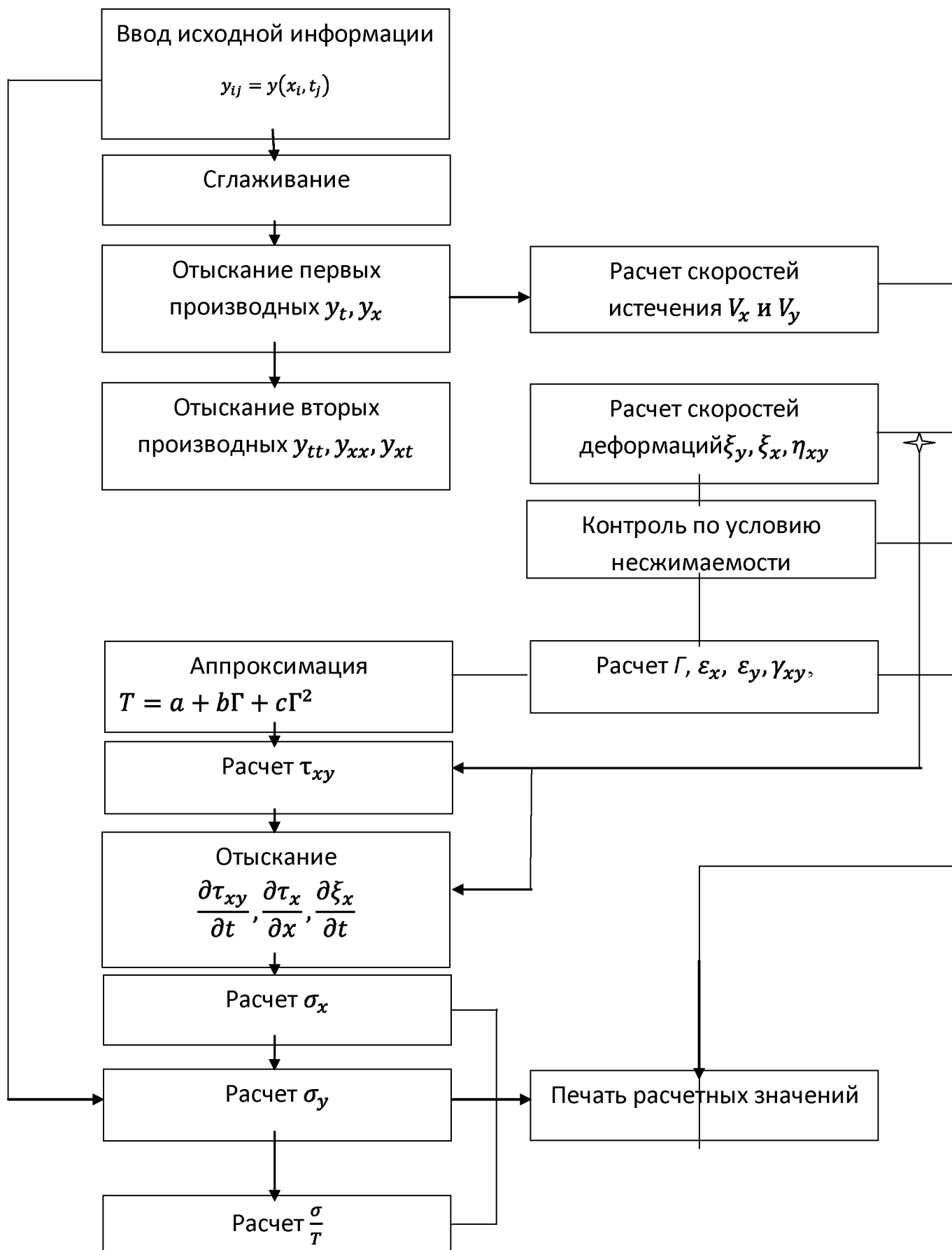


Рис.1.7 – Блок-схема расчета напряженно-деформированного состояния при прокатке в условиях плоской деформации

2.1 Осесимметричная деформация

Осесимметричная деформация возникает, если деформируемое тело вращения и нагрузка имеют общую ось вращения. Примерами такой деформации является сжатие и растяжение цилиндрических образцов, прессование и волочение через осесимметричный канал, деформация, возникающая при внедрении осесимметричного штампа.

Для осесимметричной деформации основные уравнения теории пластичности записываются в цилиндрических координатах r, θ, z . Уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Компоненты скорости деформаций выражаются через радиальную V_r и V_z осевую компоненты вектора скорости течения металла

$$\left. \begin{aligned} \xi_r &= \frac{\partial V_r}{\partial r}, \quad \xi_z = \frac{\partial V_z}{\partial z}; \\ \xi_\theta &= \frac{V_r}{r}, \quad \eta_{rz} = \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Условие несжимаемости:

$$\xi_r + \xi_\theta + \xi_z = 0. \quad (2.3)$$

Уравнения, связывающие компоненты напряжения и скорости деформации:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r - \sigma &= 2g_1(H)\xi_r; \\ \sigma_\theta - \sigma &= 2g_1(H)\xi_\theta; \\ \sigma_z - \sigma &= 2g_1(H)\xi_z; \\ \tau_{rz} &= g_1(H)\eta_{rz}, \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

где $g_1(H) = \frac{T}{H} = \frac{1}{\lambda}$ — секущий модуль пластичности, некоторая физическая характеристика данного металла;

σ — среднее (гидростатическое) давление,

$$\sigma = \frac{(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)}{3}$$

H - интенсивность скоростей деформации сдвига; тензивность касательных напряжений.

С помощью представленной системы уравнений (2.1) - (2.4) по известному полю скоростей V_r и V_z в очаге деформации можно рассчитать компоненты скоростей деформаций $(\xi_r, \xi_\theta, \xi_z, r_z, H)$, напряжений $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz})$ и значения нормальных σ_n и касательных τ напряжений, действующих на контактной поверхности инструмента.

Поле скоростей устанавливается экспериментально с помощью линий тока.

2.2 Определение скоростей истечения и деформации по линиям тока

Пусть материальная частица в момент времени t находится в точке P (рис. 1), положение ее в пространстве характеризуется вектором OP . В момент времени t_1 , материальная частица переместилась в точку Q , положение которой характеризуется вектором OQ .

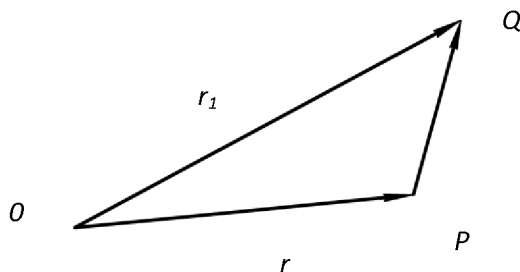


Рис.2.1 – К понятию скорости частицы

Тогда скорость материальной частицы в точке P определится уравнением

$$V = \lim_{t_1 \rightarrow t} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}}{t_1 - t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Если известен вид $V=f(\vec{r}, t)$, то известно и движение материальных частиц.

Чтобы получить картину действительного движения материальных частиц, необходимо в меридиональной плоскости разъема образцов нанести координатную сетку. Перемещение узловых точек, снятых за короткий промежуток времени, показывает, что следы точек изображаются в виде небольших черточек, длина которых пропорциональна расстоянию, проходимому точками за время экспозиции, поэтому пропорциональна ее скорости.

С помощью картин действительного движения материала можно обнаружить некоторые особенности поля скоростей, которые выражаются в том, что поле перемещений образует части правильных кривых, Тогда такое движение представляет собой движение вдоль линий тока.

Линией тока называется линия, проведенная в движущемся материале таким образом, что касательная к ней в каждой точке совпадает с направлением скоростей движения материальных частиц в этой точке.

Совокупность всех линий тока в данный момент времени составляет картину течения материала.

Кривая, которую описывает частица во время движения, называется траекторией. Направление движения частицы обязательно должно быть касательным к траектории, так что траектория касается линии тока, проходящей через мгновенное положение частицы, когда она описывает траекторию.

При стационарном процессе линии тока совпадают с траекториями движения материальных частиц, а последние - с искаженными линиями координатной сетки, первоначально параллельной оси заготовки. По линиям тока определяются компоненты скорости.

Траектории перемещения точек в процессе осесимметричного установившегося течения в общем виде имеют вид:

$$f(r, z, h)=0, \quad (2.5)$$

где h - параметр траектории, который остается постоянным вдоль каждой линии тока, но изменяется при переходе от одной траектории к другой. Например, при установившемся осесимметричном прессовании значения функции тока j находятся из начальных условий недеформированной зоны

$$h_j = \pi R_j^2 |V_0|,$$

где V_0 - скорость прессования; R_j - радиус линии тока до начала зоны деформации (рис. 2.2).

На входе и выходе пластической зоны линии тока прямые, поскольку материал движется здесь как жесткое тело.

Численное значение функции тока на каждой линии тока пропорционально расходу материала между данной линией тока и осью прессования. Таким образом, на оси $h_j = 0$, а на границе с контейнером $h_j = Q$, где Q - полный расход.

Дифференциальное уравнение линии тока, т.е. траектории частиц в установившемся процессе, имеет вид

$$\frac{dr}{V_r} = \frac{dz}{V_z} \quad \text{или} \quad V_z dr - V_r dz = 0.$$

Это уравнение показывает, что скорость течения частиц в каждый момент времени направлена по касательной к линии тока.

С другой стороны, касательная к траектории в произвольной точке определяется по формуле

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial z}}{\frac{\partial f}{\partial r}}$$

так как из уравнения (2.5) имеем полный дифференциал

$$df = \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial h} dh = 0 \quad (2.6)$$

а вдоль каждой траектории $dh = 0$.

В любой точке деформированной среды компоненты скорости V_r и V_z должны быть связаны соотношениями:

$$V_r = V_z \frac{dr}{dz} = -V_z \frac{\frac{\partial f}{\partial z}}{\frac{\partial f}{\partial r}}; \quad V_z = -V_r \frac{f_r}{f_z}; \quad (2.7)$$

в общем случае они могут быть выражены через переменные r , z и h (индексы обозначают частное дифференцирование по соответствующей переменной).

Как следует из работ Ю.А.Алюшина, дифференцирование этих функций с учетом зависимостей (2.6) и (2.7) позволяет получить из условия несжимаемости квазилинейное дифференциальное уравнение в частотных произвольных первого порядка относительно одной неизвестной функции

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} - \frac{\partial V_r}{\partial z} \frac{f_r}{f_z} - V_z \left[\left(\frac{f_r}{f_z} \right)_z - \left(\frac{f_r}{f_z} \right)_h \frac{f_z}{f_h} \right] = 0 \quad (2.8)$$

Решая уравнение (2.8) методом характеристик, получаем

$$V_r = \frac{\psi}{r} \frac{f_r}{f_h} \quad (2.9)$$

Тогда из уравнения (2.7) находим

$$V_z = -\frac{\psi}{r} \frac{f_r}{f_z} \quad (2.10)$$

Функция ψ в общем случае зависит от параметра траектории h и определяется из граничных условий. Например, в осесимметричных задачах прессования за параметр принимают радиус линии тока в жесткой зоне, следовательно при $r = h$ имеем $f_r = 1$, $f_h = -1$, и $V_z = -V_0$

Отсюда $\psi = V_0 h$.

Уравнения для компонент тензора скоростей деформаций:

$$\xi_r = \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial h} \frac{f_r}{f_h}, \quad \xi_z = \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial h} \frac{f_z}{f_h}, \quad \xi_\theta = \frac{V_r}{r};$$

$$\eta_{rz} = \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{\partial V_r}{\partial h} \frac{f_z}{f_h} + \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_z}{\partial h} \frac{f_r}{f_h}$$

с учетом зависимостей (2.9), (2.10) и правил дифференцирования неявно заданных функций принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
\xi_r &= -\frac{\psi}{r^2} \frac{f_r}{f_h} + \frac{\psi}{r} \left[\left(\frac{f_r}{f_h} \right)_r - \left(\frac{f_z}{f_h} \right)_h \frac{f_r}{f_h} \right] - \frac{\partial \psi}{\partial h} \frac{f_r f_r}{r f_h^2}; \\
\xi_\theta &= \frac{\psi}{r^2} \frac{f_z}{f_h}; \\
\xi_z &= -\frac{\psi}{r^2} \left[\left(\frac{f_r}{f_h} \right)_z - \left(\frac{f_r}{f_h} \right)_h \frac{f_z}{f_h} \right] + \frac{\partial \psi}{\partial h} \frac{f_r f_z}{r f_h^2}; \\
\eta_{rz} &= \frac{\psi}{r} \left[\frac{1}{r} \frac{f_r}{f_h} + \left(\frac{f_z}{f_h} \right)_z - \left(\frac{f_r}{f_h} \right)_r - \left(\frac{f_z}{f_h} \right)_h \frac{f_z}{f_h} + \left(\frac{f_r}{f_h} \right)_h \frac{f_r}{f_h} \right] + \frac{\partial \psi}{\partial h} \frac{1}{r} \left[\left(\frac{f_r}{f_h} \right)^2 - \left(\frac{f_z}{f_h} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Эти уравнения имеют общий характер и применимы при любом виде задания траектории. При этом условие несжимаемости автоматически удовлетворяется, так как функция тока существует в силу неразрывности движения.

Если уравнение (2.5) решить относительно одной из переменных, то выражения (2.9), (2.10) и (2.11) упрощаются. Если линии тока заданы через параметр траектории, т.е. $h = h(r, z)$, то $f = h - h(r, z) = 0$

$$f_h = 1, f_r = -h_r, f_z = -h_z,$$

и уравнения (2.9), (2.10) и (2.11) принимают более простой вид:

$$\left. \begin{aligned}
V_r &= \frac{\psi}{r} h_z, \quad V_z = -\psi \frac{h_r}{r}; \\
\xi_r &= \frac{\psi}{r} \left(h_{rz} - \frac{h_z}{r} \right); \\
\xi_\theta &= \frac{\psi}{r^2} h_z; \\
\xi_z &= -\frac{\psi}{r^2} h_{rz}; \\
\eta_{rz} &= \frac{\psi}{r} \left(h_{zr} - h_{rr} + \frac{h_r}{r} \right)
\end{aligned} \right\} \tag{2.12}$$

Соотношения (2.12) широко применяются при анализе процессов пластического формоизменения.

При расчете на ЭВМ применение функции тока в виде уравнения (12) не совсем удобно, так как ее значения, полученные экспериментально, обычно соответствуют неравностепенным значениям аргументов z и r , причем область определения функции в соответствии с особенностями процесса формоизменения не является прямоугольной (см. рис. 2.2).

Если выражение (2.5) представить в обычном виде, то выражения (2.9), (2.10) и (2.11) значительно упрощаются, так как $f_r = 1, f_{rr} = f_{zr} = f_{rh} = 0$:

$$\left. \begin{aligned} V_r &= \frac{\psi}{r} \frac{f_z}{f_h}, V_z = \frac{\psi}{r} \frac{1}{f_h}; \\ \xi_r &= \frac{\psi}{r} (f_{zh}f_h - f_{hh}f_z)f_h^{-3} - \frac{\psi}{r^2} \frac{f_z}{f_h}; \\ \xi_\theta &= \frac{\psi}{r^2} \frac{f_z}{f_h}; \\ \xi_z &= \frac{\psi}{r} (f_{hh}f_z - f_{hz}f_h)f_h^{-3}; \\ \eta_{rz} &= \frac{\psi}{r} \left[\frac{1}{rf_h} + (f_{zz}f_h - f_{hz}f_z)f_h^{-2} - (f_{hz}f_h - f_{hh}f_z) \frac{f_z}{f_h^{-3}} - f_{hh}f_h^{-3} \right] \end{aligned} \right\} (2.13)$$

Функциональную зависимость $r = f(r, h)$ для разностоящих значений переменных z_i и h_j ; при установившихся процессах легко получить в табличном виде, если нанести на исходную заготовку продольные линии с постоянным шагом Δr и после деформации измерить их ординаты в сечениях z_i через равные интервалы Δz . Таким образом, исходная информация может быть представлена в виде функций двух переменных:

$$r_{ij} = f(z_i, h_j),$$

где z_i - координата расчета i - того сечения;

r_{ij} - координата изменения линии тока в исследуемом i - том сечении пластической зоны;

h_j - координата линии тока до начала пластической деформации.

Совокупность экспериментально полученных аргументов для $f(z_i, h_i)$ может быть представлена в виде прямоугольной сетки (рис. 2.3).

Уравнения (2.13) имеют более сложный вид, чем (2.12). Однако в связи с переходом к прямоугольной области определения исходных и искомых функций, а также при уменьшении количества краевых и исключении угловых точек эти зависимости приводят к повышению точности расчетов на ЭВМ. В частности, применение формул (2.13) исключает процессы интерполяции (внутри зоны деформации) и экстраполяции (вблизи границ), что позволяет получить значения функций непосредственно в равностоящих узлах.

Таким образом, если траектории известны, то компоненты скоростей истечения и деформаций определяются легко. Для несжимаемого материала достаточно использовать только одно семейство координатных сеток, линии которого совпадают с траекториями движения частиц материала.

2.3 Сглаживание исходной информации

Чтобы уменьшить влияние помех, связанных с неточностью инструментальных измерений, исходную информацию перед дифференцированием часто сглаживают.

Среди известных способов сглаживания наибольшее распространение получил метод локальных аппроксимаций, так как значительно упрощается задача выбора аппроксимирующих функций. Причем аппроксимацию и сглаживание можно проводить одновременно. При локальном сглаживании аппроксимирующая функция подбирается в окрестности точки и степень полинома может быть снижена до второй. Сглаживание состоит в замене измеренных значений f^* в определенных точках на новые значения f , вычисленные по аппроксимирующей функции, проведенной в окрестности точки оптимальным образом.

В данной работе используется локальная аппроксимация, проводимая одновременно по двум направлениям в системе координат z, h . Окрестность точки O ограничим областью изменения локальных координат $(-2, 2)$ и введем нумерацию фиксированных точек, показанную на рис.2.4. Таким образом, для фиксированных точек

$$[i, j] = [-2, -1, 0, 1, 2]$$

В окрестности (i, j) пусть задан ряд экспериментально измеренных значений некоторого параметра $f^*(h, z)$ в фиксированных точках $f_i^*, \dots, f_p^*$. Распределение f вдоль осей локальной системы координат аппроксимируем двумя функциями переменных:

$$f_p = f(h_0, z) = \varphi_1(a_m, i) = \sum_0^m a_m \varphi_{1m}(i),$$

$$(p = 1, 2, \dots, 5);$$

$$f_p = f(h, z_0) = \varphi_2(b_m, j) = \sum_0^m b_m \varphi_{2m}(j),$$

$$(p = 6, 7, \dots, 9),$$

где a_m, b_m - неопределенные коэффициенты;

φ_1, φ_2 - некоторые функции переменных.

Производные исследуемой функции:

$$\frac{\partial f^*}{\partial i} \approx \frac{\partial f}{\partial i} = \frac{\partial f_1}{\partial i}; \quad \frac{\partial f^*}{\partial j} \approx \frac{\partial f}{\partial j} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial j}$$

Коэффициенты a_m, b_m найдем из условия минимума, квадратичных невязок между измеренными f_p^* и вычисленными f_p значениями в фиксированных точках (невязками называют разность между теоретическими значениями и теми, которые получены из наблюдений):

$$S = \sum_{i=-2}^2 [\varphi_1(a_{m1}i) - f_i^*]^2 + \sum_{j=-2}^2 [\varphi_2(b_{m1}j) - f_j^*]^2 = \sum_{p=1}^9 (f_p - f_p^*)^2 = \min \quad (2.14)$$

В качестве аппроксимирующих функций используем параболы

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(a_{m1}i) &= a_0 + a_1i + a_2i^2; \\ \varphi_2(b_{m1}j) &= b_0 + b_1j + b_2j^2; \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Из условия сопряжения в точке θ , где $i = j = \theta$, имеем $a_0 = b_0$. Остается пять неизвестных коэффициентов a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 . Вычислим значения уравнений (2.15) в фиксированных точках:

$$\begin{aligned} f_1 &= a_0 - 2a_1 + 4a_2, & f_2 &= a_0 - a_1 + a_2, & f_3 &= 0 \\ f_4 &= a_0 + a_1 + a_2, & f_5 &= a_0 + 2a_1 + 4a_2, & f_6 &= a_0 - 2b_1 + 4b_2 \\ f_7 &= a_0 - b_1 + b_2, & f_8 &= a_0 + b_1 + b_2, & f_9 &= a_0 + 2b_1 + 4b_2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подставляя выражения (2.16) в уравнение (2.14) и используя условия экстремума

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \frac{\partial S}{\partial a_1} = \frac{\partial S}{\partial a_2} = \frac{\partial S}{\partial b_1} = \frac{\partial S}{\partial b_2} = 0,$$

находим систему нормальных уравнений для определения неизвестных коэффициентов:

$$\begin{aligned} C_{1m}a_0 + C_{2m}a_1 + C_{3m}a_2 + C_{4m}b_1 + C_{5m}b_2 &= B_m, \\ (m &= 1, 2, \dots, 5) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Решая уравнение (2.17), находим формулы для вычисления коэффициентов уравнений (2.15):

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{70} [17B_1 - 5(B_3 + B_5)], & a_1 &= 0,1B_2, & b_1 &= 0,1B_4; \\ a_2 &= \frac{1}{238} (12B_3 + 5B_5 - 17B_1), & b_2 &= \frac{1}{238} (5B_3 + 12B_5 - 17B_1); \\ B_1 &= \sum_{p=1}^g f_p^* + f_3^*; \\ B_2 &= -2f_1^* - f_2^* + f_4^* + 2f_5^*, & B_3 &= 4f_1^* + f_2^* + f_4^* + 4f_5^*; \\ B_4 &= -2f_6^* - f_7^* + f_8^* + 2f_9^*, & B_5 &= 4f_6^* + f_7^* + f_8^* + 4f_9^*; \end{aligned}$$

2.4 Алгоритм вычисления деформированного состояния

Полное деформированное состояние металла при пластической деформации описывается компонентами тензоров деформации и их скоростей, а также инвариантами

характеристиками Н и Г. Анализ распределения по сечениям этих характеристик деформированного состояния позволяет определить природу неравномерности деформации.

Наиболее чувствительны к изменению технологических параметров компоненты скоростей деформаций, они позволяют выявить особенности формоизменения. Характер распределения этих характеристик показывает интенсивность течения и сдвига в различных областях пластической зоны. По изменению скоростей деформации выявляется область интенсивной и затрудненной деформации и определяется степень проработки образца в процессе формоизменения.

Исходные данные для расчета компонент скоростей - координаты исследуемых точек вдоль линий тока - получают замером на инструментальном микроскопе БМИ-1 с точностью $\pm 0,005$ мм.

При расчете скоростей истечения и деформаций по формулам (2.9), полученным из анализа уравнений линий тока, необходимо знать частные производные $\frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial f}{\partial h}, \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial h^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial h}$

Для всех центральных точек $i, j = 0$ за исключением двух крайних с каждой стороны, из (2.15) следует, что

$$\frac{\partial f}{\partial z} = a_1, \frac{\partial f}{\partial h} = b_1.$$

Первые производные в двух крайних точках каждого ряда определяют по параболам, проведенным через первые или последние пять точек. Выражения для расчета частных производных в точках первого ряда изнутри имеют вид:

$$\frac{\partial f}{\partial z} / i = 0, j = \pm 1 = a_1 \pm 2a_2, \quad \frac{\partial f}{\partial h} / i = \pm 1, j = 0 = b_1 \pm 2b_2,$$

в точках второго ряда:

$$\frac{\partial f}{\partial z} / i = 0, j = \pm 2 = a_1 \pm 4a_2, \quad \frac{\partial f}{\partial h} / i = \pm 2, j = 0 = b_1 \pm 4b_2$$

Частные производные 2-го порядка рассчитывают по известным частным производным 1-го порядка в узлах сетки (h, z). Так, формулы для расчета $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ для всех центральных точек имеют вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{-2f_z(z-2\Delta z) - f_z(z-\Delta z) + f_z(z+\Delta z) + 2f_z(z+2\Delta z)}{10\Delta z} \quad (2.18)$$

для точек 1-го ряда

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{-21f_z(0) + 13f_z(\Delta z) + 17f_z(2\Delta z) - 9f_z(3\Delta z)}{20\Delta z} \quad (2.19)$$

для точек 2-го ряда

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{-11f_z(0) + 3f_z(\Delta z) + 7f_z(2\Delta z) + f_z(3\Delta z)}{20\Delta z} \quad (2.20)$$

где Δz - шаг изменения переменной $f_z(-2\Delta z), f_z(\Delta z), \dots$ значения

функции в узлах сетки при $z = -2\Delta z, -\Delta z, \dots$ - соответственно.

Формулы применимы также для конца ряда сетки, в этом случае $f_z(0), f_z(\Delta z), f_z(2\Delta z), f_z(3\Delta z)$ должны быть заменены значениями $f_z(z_n), f_z(z_n - \Delta z),$

$f_z(z_n - 2\Delta z), f_z(z_n - 3\Delta z).$

Формулы (2.18), (2.19), (2.20) получены на основе предположения, что вторые производные мало изменяются на протяжении пяти последовательных значений функции. Через эти точки проводят параболу второй степени, причем коэффициенты параболы находят методом наименьших квадратов из условия минимизации суммы.

В верхней и нижней частях таблицы (рис. 2.2) отсутствуют значения функции тока, так как они расположены только по одну сторону. Это нарушает симметрию процесса интерполирования и значительно снижает точность. Поэтому для граничных точек парабола проведена через 4 точки вместо пяти.

Аналогично находятся производные $\frac{\partial^2 f}{\partial h^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial h \partial z}$. По известным компонентам скоростей деформаций в каждом узле сетки (i, j) легко вычислить инвариантные обобщающие характеристики: интенсивность скоростей деформаций сдвига

$$H = \sqrt{\frac{2}{3}[(\xi_z - \xi_r)^2 + (\xi_r - \xi_\theta)^2 + (\xi_\theta - \xi_z)^2 + \eta_{rz}^2]} \quad (2.21)$$

и интенсивность деформаций сдвига

$$\Gamma_i = \int_0^t H_i d\tau \quad (2.22)$$

Интенсивность деформации сдвига рассчитывается интегрированием по времени интенсивности скоростей деформации вдоль линии тока. Интегрируют по одному из простейших методов численного анализа - методу трапеций.

Эти величины дают наиболее полное представление о деформированном состоянии и позволяют анализировать видимую по координатной сетке картину пластической деформации. По распределению можно точнее указать зоны затрудненной и повышенной интенсивности деформации, оценить неравномерность проработки металла пластической деформацией. Величина Γ характеризует нарастающую, накопленную деформацию и совместно с H определяет свойства металла как в процессе деформации, так и в полуфабрикатах.

В качестве критерия точности исходной информации и эффективного устранения помех тем или иным способом используется сравнение теоретически предсказываемой и экспериментально наблюдаемых искажений поперечных рисок, положение которых в произвольный момент времени определяется по заданному смещению контрольных точек:

$$z^k = z^i + \int_{z_0}^{z_i} (V_z)_k \frac{dz}{(V_z)_i} \quad (2.23)$$

где $(V_z)_i$, $(V_z)_k$ скорости точек i , k .

Кроме того, необходимо предусмотреть контроль по равенству смешанных производных $\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial h}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial h \partial z}$, по условию несжимаемости (2.3) и равенству радиальной компоненты V_r на контуре инструмента нулю.

2.5 Алгоритм вычисления напряженного состояния

Предварительный расчет скоростей деформаций позволяет определять напряженное состояние на основе теории пластического течения. Чтобы исключить угловые точки, удобно перейти к системе координат z, h , для которой уравнения равновесия запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial h} \frac{1}{f_h} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial h} \frac{f_z}{f_h} + \frac{\partial r - \partial z}{h} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial h} \frac{1}{f_h} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial h} \frac{f_z}{f_h} + \frac{\tau_{rz}}{h} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

При установившемся осесимметричном выдавливании полное приращение напряжения

$$d\sigma_z = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \delta z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial h} \delta h$$

Определяя из уравнений (2.4)

$$\frac{d\sigma_z}{\partial h} = \frac{d\sigma_r}{\partial h} + \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\xi_z - \xi_r}{\lambda} \right)$$

и учитывая уравнения равновесия (2.24), получим

$$\sigma_r = \sigma_z + \frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda}; \quad (2.25)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_z + \frac{\xi_\theta - \xi_z}{\lambda}; \quad (2.26)$$

$$\frac{d\sigma_z}{\partial h} = \left[\frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\eta_{rz}}{\eta \lambda} \right) \frac{f_z}{f_h} - \frac{\xi_r - \xi_z}{h \lambda} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\eta_{rz}}{\eta \lambda} \right) \right] f_h - \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right);$$

$$\frac{d\sigma_z}{\partial z} = \frac{d\sigma_z}{\partial h} \frac{f_z}{f_h} - \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\eta_{rz}}{\eta \lambda} \right) \frac{1}{f_h} - \frac{\eta_{rz}}{\eta \lambda h};$$

$$\begin{aligned}
(\sigma_z)_{z,h} = & (\sigma_z)_{z_0,h_0} + \int_{h_0}^h \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right) \frac{f_z}{f_h} - \frac{\xi_r - \xi_z}{h\lambda} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right) \right] f_h - \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right) \right\} dh + \int_{z_0}^z \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right) \frac{f_z}{f_h} - \frac{\xi_r - \xi_z}{h\lambda} - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right) \right] f_z - \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right) \frac{f_z}{f_h} - \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right) \frac{1}{f_h} - \frac{\eta_{rz}}{2\lambda h} \right\} dz
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Интегрирование уравнения (2.27) не представляет особого труда, так как подынтегральные функции известны для равностоящих значений аргументов по всей области их определения, включая границы зоны деформации.

Для решения уравнения (2.27) численными методами его необходимо записать в разностной форме.

Метод конечных разностей основан на замене производных их приближенным значением, выраженным через разности значений функции в отдельных дискретных точках - узлах сетки.

Приближенную замену первой производной через разностные отношения можно провести следующим образом. Пусть дана функция $y = f(x)$, график которой представлен на рис. 5. Если через α_i обозначить угол, образованный положительным направлением оси абсцисс и касательной к кривой, проведенной в точке $M(x_i, y_i)$, то производная функции при $x = x_i$ определяется по формуле

$$y'_i = \operatorname{tg} \alpha_i$$

Возьмем на кривой две соседние точки $A(x_{i-1}, y_{i-1})$ и $P(x_{i+1}, y_{i+1})$

так, чтобы разности $x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i = l$ были бы достаточно малы, и приближенно заменим α_i на β_i или γ_i . Тогда

$$y'_i \cong \operatorname{tg} \beta_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{e}$$

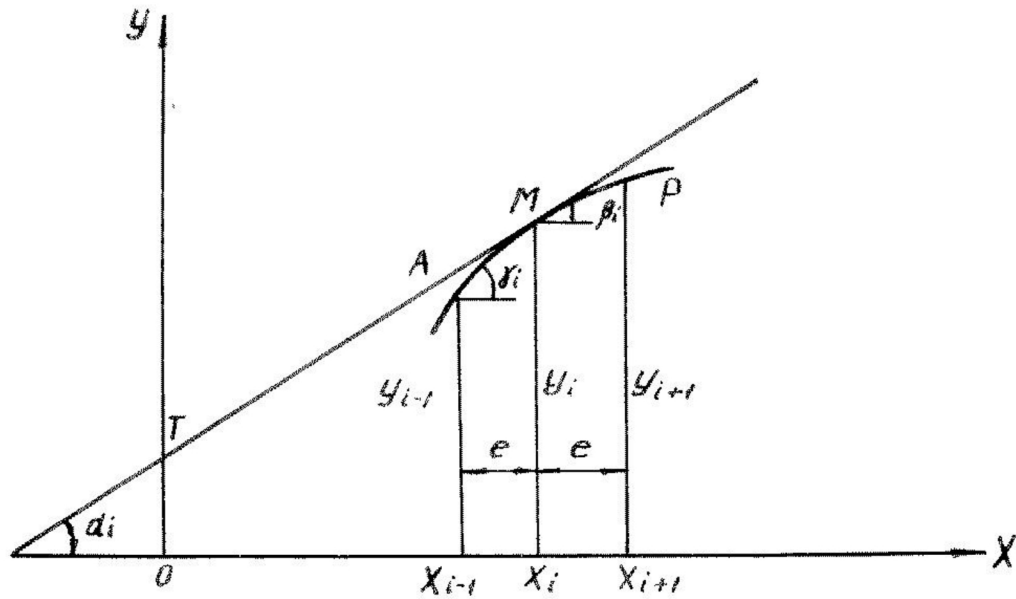


Рис.2.5 – К определению производной функции

или

$$y'_i \cong \tan \gamma_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{e} \quad (2.28)$$

Если же угловой коэффициент касательной МТ приближенно заменить угловым коэффициентом секущей АР, то

$$y'_i \cong \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2e} \quad (2.29)$$

Правые части формул (2.28), (2.29) называют соответственно: разностным отношением вперед, разностным отношением назад и симметричным разностным отношением.

Численное интегрирование уравнения (2.25), проводится методом замены производной симметричным разностным соотношением (2.27), что приводит к следующим конечным дифференциальным выражениям (см. рис. 2.3):

вдоль оси z

$$\begin{aligned} (\sigma_z)_{i,j} = (\sigma_{z_0})_{i-1,j} + & \left\{ \left(\frac{f_z}{f_h} \right)_{i,j} \left[\left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j+1} - \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j-1} \right] \frac{\Delta z}{2\Delta h} - \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{h\lambda} \right)_{i,j} \Delta z - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i+1,j} - \right. \right. \\ & \left. \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i-1,j} \right] \left(f_z \right)_{i,j} - \left[\left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right)_{i,j+1} - \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right)_{i,j-1} \right] \left(\frac{f_z}{f_h} \right)_{i,j} \frac{\Delta z}{2\Delta h} - \right. \\ & \left. \left[\left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j+1} - \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j-1} \right] \left(\frac{1}{f_h} \right)_{i,j} \frac{\Delta z}{2\Delta h} - \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda h} \right)_{i,j} \Delta z, \right. \end{aligned} \quad (2.30)$$

вдоль оси h

$$(\sigma_z)_{i,j} = (\sigma_{z_0})_{i,j-1} + \left\{ \left[\left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j+1} - \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i,j-1} \right] \left(\frac{f_z}{2f_h} \right)_{i,j} - \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{h\lambda} \right)_{i,j} \Delta h - \left[\left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i+1,j} - \left(\frac{\eta_{rz}}{2\lambda} \right)_{i-1,j} \right] \frac{\Delta h}{2\Delta z} \right\} (f_h)_{i,j} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right)_{i,j+1} - \left(\frac{\xi_r - \xi_z}{\lambda} \right)_{i,j-1} \right] \quad (2.31)$$

Для определения поля напряжений необходимо знать хотя бы в одной точке пластической зоны значение напряжения σ_{z_0} или σ_{r_0}

В случае исследования процесса прессования таким условием при входе в очаг деформации может служить (рис. 2.6)

$$-p = \frac{\pi D_0^2}{4} \sigma_{z_0} + 2\pi \int_0^{D_0/2} r \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial r} dr \right) dr$$

Константа интегрирования σ_{z_0} , т.е. σ_z , при $r = 0$ неизвестна. Ее можно определить по измеренному усилию прессования в установившейся стадии. Если известны напряжения трения по поверхности контейнера, то они входят в общее усилие прессования p . Это необходимо учесть при определении σ_{z_0} .

В выходном сечении напряжение σ_{z_0} можно определить из условия, что действующая на выдавленную часть металла осевая сила равна нулю.

Далее по соответствующим формулам (2.4), (2.25), (2.26) рассчитывают все компоненты тензора напряжений σ_r , σ_θ , τ_{rz} и обобщенный показатель напряженного состояния σ/T .

Изменение показателя σ/T характеризует общую схему напряженного состояния, при которой производится деформирование металла в любой точке очага деформации. С помощью σ/T можно рассчитать использование ресурса пластичности металла и выявить места, опасные с точки зрения разрушения.

Далее можно вычислить местные нормальные напряжения σ_n и касательные напряжения τ вдоль границы в любой желаемой точке, используя следующие уравнения преобразования для полуугла конуса:

а - вдоль конической поверхности оснастки

$$\sigma_n = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha - \tau_{rz} \sin 2\alpha;$$

$$\tau = \tau_{rz} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (\sigma_r - \sigma_z) \sin \alpha \cos \alpha$$

б - вдоль цилиндрической стенки оснастки

$$\sigma_n = \sigma_r, \tau = \tau_{rz}$$

Затем можно вычислить коэффициент трения для каждого узла сетки вдоль поверхности контакта между инструментом и заготовкой:

$$\mu = \frac{\tau}{\sigma_n}$$

Указанная методика может быть использована для оценки эффективности различных смазок, применяемых при обработке металлов давлением.

Численные значения напряжений определяются соотношением, характеризующим свойства деформируемого металла:

$$g_1(H) = \frac{T}{H} = \frac{1}{\lambda}$$

В общем случае пластического течения это соотношение связывает T с H и Γ .

При деформировании в холодном состоянии и сравнительно медленном течении можно считать, что интенсивность касательных напряжений

$$T = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + \tau_{rz}^2]}$$

не зависит от скорости деформации, температуры и времени. Тогда величина T для любого i -го момента деформирования определяется из соотношения

$$T_i = g_1(\Gamma)\Gamma_i$$

Для определения функции $g_1(\Gamma)\Gamma$ необходимо провести испытание модельного металла при простой растяжке. Блок-схема расчета напряжений и деформаций по изложенной методике применительно к ЭВМ приведена на рис. 2.7. Для удобства расчетов экспериментальные данные аппроксимируются аналитической кривой - квадратичной параболой

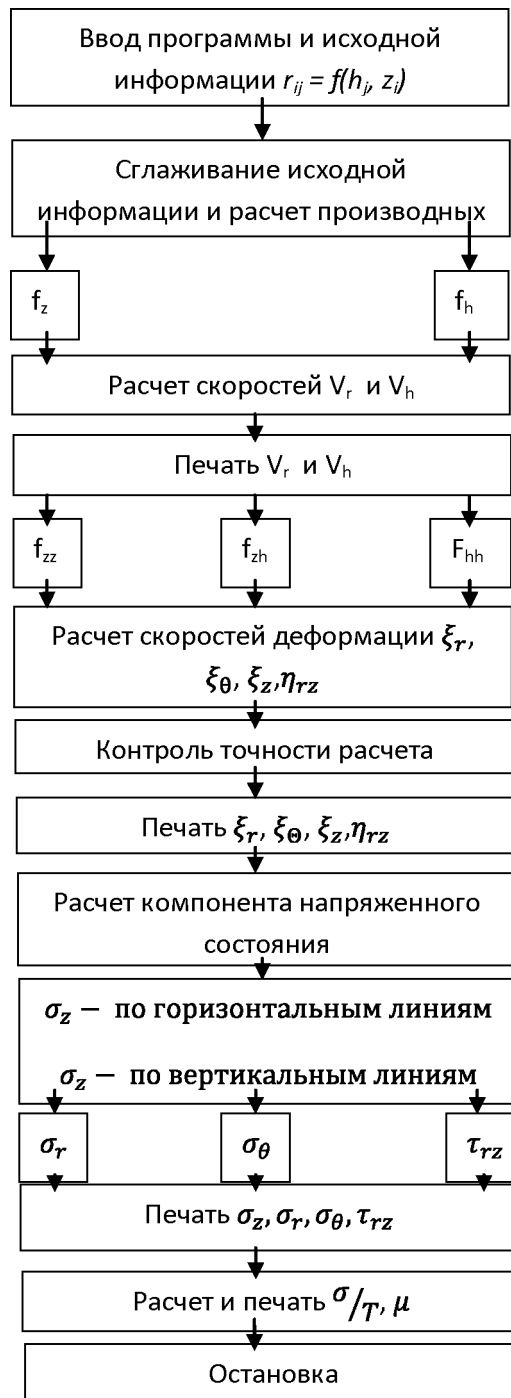


Рис.2.7. Блок-схема расчета напряженно-деформированного состояния

$$T = a + b \Gamma + c \Gamma^2,$$

где T и Γ - параметры напряжений и деформаций при испытании;

a, b, c - коэффициенты аппроксимации.

3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛОЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КООРДИНАТНОЙ СЕТКИ

3.1 Функциональная зависимость и текущих координат

При изучении напряженно-деформированного состояния удобнее пользоваться квадратной координатной сеткой. Такая сетка наносится при волочении на меридиональное сечение осесимметричной заготовки. Исследуемая модель предварительно разрезается, на плоскость реза наносится сетка и фотографируется. Затем части заготовки составляются вместе и подвергаются обработки давлением как цельное металлическое тело. После формоизменения модель вновь разнимается по физическому резу, а искаженная деформацией сетка фотографируется.

На полученных снимках сетки фиксируются два семейства кривых: первое – геометрическое место точек, располагавшихся до деформации в плоскости, перпендикулярной оси симметрии (семейство горизонталей); второе – геометрическое место точек, располагавшихся до деформации на постоянном расстоянии от оси симметрии (семейство вертикалей). Если обозначить через R и Z – начальные (до деформации) координаты материальной точки осесимметрично деформируемого тела, а через r и z – соответствующие координаты той же материальной точки в деформированном теле, то задача исследования сведется к определению функциональной зависимости, связывающей текущие координаты (переменные Эйлера r и z) с начальными (переменные Лагранжа R и Z).

$$\left. \begin{aligned} r &= f_1(R, Z); \\ z &= f_2(R, Z) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} R &= F_1(r, z); \\ Z &= F_2(r, z) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

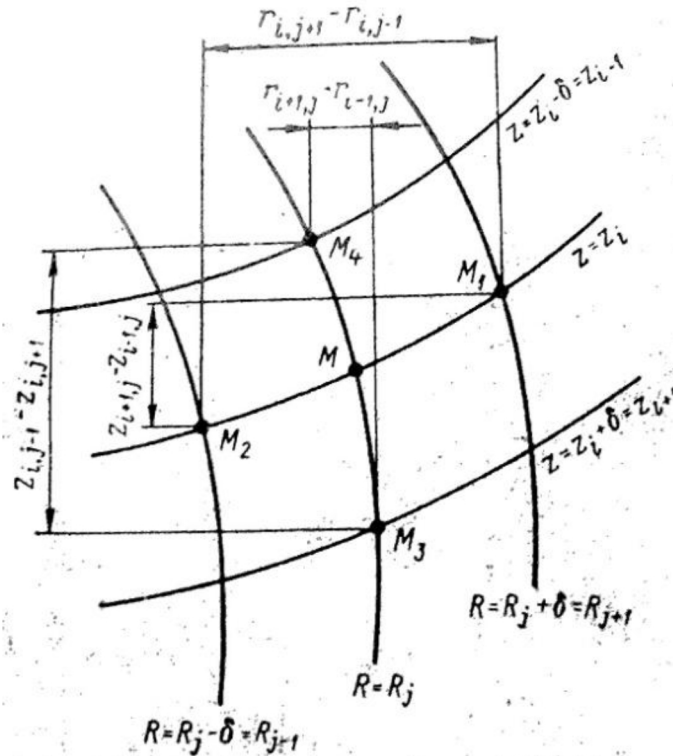
Для случая конечных деформаций можно пренебречь упругим изменением объема. Тогда частные производные текущих координат по начальным запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} f_1(R, Z); \\ \frac{\partial z}{\partial Z} &= \frac{\partial}{\partial Z} f_2(R, Z); \\ \frac{\partial r}{\partial Z} &= \frac{\partial}{\partial Z} f_1(R, Z); \\ \frac{\partial z}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} f_2(R, Z) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

и будут связаны между собой зависимостью:

$$\frac{\partial z}{\partial Z} \frac{\partial r}{\partial R} - \frac{\partial z}{\partial R} \frac{\partial r}{\partial Z} = \frac{R}{r} \quad (3.4)$$

При обработке искаженной координатной сетки значения частных производных текущих координат по начальным могут быть определены с достаточной для практики



точностью путем непосредственных замеров параметров искаженной координатной сетки.

На рис.3.1 показаны ячейки искаженной квадратной сетки

Рис.3.1 – Искажение ячейки сетки в окрестности исследуемой точки М

На рис.3.1 показаны ячейки искаженной квадратной сетки, примыкающие к исследуемой точке М, начальные координаты которой $Z = Z_i$ и $R = R_j$. Индекс i обозначает порядковый номер линии сетки семейства горизонталей, а индекс j — порядковый номер линии сетки семейства вертикалей. Начало отсчета ведется обычно от торцевой поверхности заготовки и от оси симметрии.

На кривой $Z=Z_i$ текущие координаты (z,r) являются функциями только одного аргумента R и вблизи точки M могут быть разложены в ряды по возрастающим степеням разности $(R-R_j)$. Ограничиваясь тремя первыми членами, получим:

$$z = z_{i,j} + \left(\frac{\partial z}{\partial R} \right)_M (R - R_j) + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial R^2} \right)_M \frac{(R - R_j)^2}{2};$$

$$r = r_{i,j} + \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)_M (R - R_j) + \left(\frac{\partial^2 r}{\partial R^2} \right)_M \frac{(R - R_j)^2}{2};$$

Учитывая, что

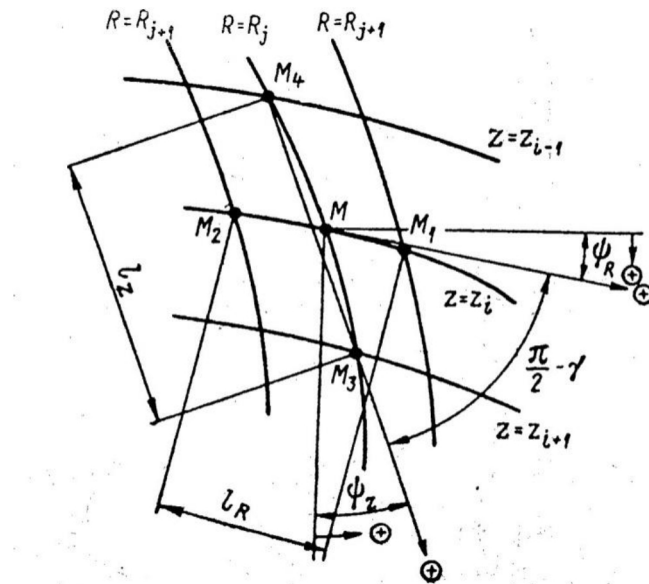
$$R_j - R_{j-1} = R_{j+1} - R_j = \delta,$$

(где δ - исходная сторона ячейки) получим выражения проекций векторов M_1, M_2 и M_3, M_4 на координатные оси:

$$\begin{aligned} z_{i,j+1} - z_{i,j-1} &= \left(\frac{\partial z}{\partial R} \right)_M 2\delta; \\ r_{i,j+1} - r_{i,j-1} &= \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)_M 2\delta; \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} z_{i+1,j} - z_{i-1,j} &= \left(\frac{\partial z}{\partial Z} \right)_M 2\delta; \\ r_{i+1,j} - r_{i-1,j} &= \left(\frac{\partial r}{\partial Z} \right)_M 2\delta. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Проекции векторов, соединяющих точки M_1, M_2 и M_3, M_4 , на координатные оси r и z могут быть измерены или определены как разности координат этих двух точек (при замере



от оси).

Рис.3.2 – Геометрические параметры ячеек, необходимые для определения значений текущих координат по начальным

Обозначив (рис. 3.1) l_R - длину хорды, соединяющей точки M_1 и M_2 , l_z - длину хорды, соединяющей точки M_3 и M_4 , ψ_R - угол между радиальным направлением и касательной к кривой M_1M_2 в точке M , ψ_z - угол между осью симметрии и касательной к кривой M_3M_4 в точке M , правые части уравнений запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial Z} 2\delta &= l_Z \cos \psi_Z; \\ \frac{\partial r}{\partial Z} 2\delta &= l_Z \sin \psi_Z; \\ \frac{\partial r}{\partial R} 2\delta &= l_R \cos \psi_R; \\ \frac{\partial z}{\partial R} 2\delta &= l_R \sin \psi_R. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Производные текущих координат по начальным удовлетворяют равенству (3.4). Его можно привести к виду

$$\cos \gamma = \frac{4\delta^2 R_j}{l_R l_Z r_{i,j}}, \quad (3.8.)$$

где угол $\gamma = \psi_Z + \psi_R$ является дополнением до прямого угла, составленного положительным направлением касательных и кривых $R = \text{const}$ и $Z = \text{const}$ в любой точке их пересечения. В физическом представлении он может быть отождествлен с углом сдвига.

Если правая часть равенства (3.8) не близка к единице, т.е. величина угла γ будет больше $0,45 \text{ рад}$, то его можно определить непосредственно по формуле (3.8), не определяя величину проекций векторов M_1 , M_2 и M_3 , M_4 . В этом случае выражения частных производных [см. уравнения (3.7)] принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial Z} &= \frac{l_Z}{2\delta} \cos \frac{\gamma+x}{2}; \\ \frac{\partial r}{\partial Z} &= \frac{l_Z}{2\delta} \sin \frac{\gamma+x}{2}; \\ \frac{\partial r}{\partial R} &= \frac{l_R}{2\delta} \cos \frac{\gamma-x}{2}; \\ \frac{\partial z}{\partial R} &= \frac{l_R}{2\delta} \sin \frac{\gamma-x}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

где угол $x = \psi_Z - \psi_R$.

В силу равенств (3.1)-(3.5) и (3.5) между частными производными текущих координат по начальным и частными производными начальных координат по текущим существуют простые зависимости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial r} &= \frac{r}{R} \frac{\partial z}{\partial Z}; & \frac{\partial Z}{\partial z} &= \frac{r}{R} \frac{\partial r}{\partial R}; \\ \frac{\partial Z}{\partial r} &= -\frac{r}{R} \frac{\partial r}{\partial R}; & \frac{\partial R}{\partial z} &= -\frac{r}{R} \frac{\partial z}{\partial Z}; \end{aligned} \quad (3.10)$$

Подставляя в правые части равенств (3.10) их значения из (3.9) получим:

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{r}{R} \frac{l_R}{2\delta} \cos \frac{\gamma+x}{2}; \quad \frac{\partial R}{\partial r} = \frac{r}{R} \frac{l_Z}{2\delta} \cos \frac{\gamma+x}{2}; \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial r} = -\frac{r}{R} \frac{l_R}{2\delta} \sin \frac{\gamma + \chi}{2}; \quad \frac{\partial R}{\partial z} = -\frac{r}{R} \frac{l_z}{2\delta} \sin \frac{\gamma + \chi}{2}.$$

Встречает затруднение обработка искаженной координатной сетки в зоне оси симметрии. Поэтому для обработки искаженной сетки в осевой зоне предпочтительней использовать метод, аналогичный вышеизложенному, но с обязательной корректировкой исходных данных.

На рис.3.3 показаны искаженные деформацией квадратные ячейки сетки, примыкающие к расчетной точке M , лежащей на оси симметрии. В этом случае (на оси симметрии):

$$\frac{\partial r}{\partial z} = 0, \frac{\partial z}{\partial R} = 0.$$

Следовательно, исходя из 3 и 4 равенств (3.9) углы γ и χ также равны нулю. Нулю будут равны и углы ψ_Z и ψ_R , тогда равенства 1 и 3 (3.7) или 1 и 2 (3.9) принимают вид:

$$\frac{\partial z}{\partial Z} = \frac{l_z}{2\delta}; \quad \frac{\partial r}{\partial R} = \frac{l_R}{2\delta}.$$

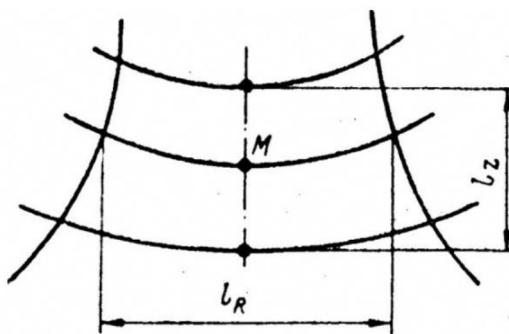


Рис. 3.3 – Схема обработки ячеек сетки, примыкающих к точке M , лежащей на оси симметрии

В целях исключений погрешностей возможных при замере величин l_Z и l_R , воспользуемся равенством которое при $\gamma = 0$ принимает вид

$$1 = \frac{4\delta^2 R}{l_R l_z r}$$

На оси симметрии отношение R/r неопределенно ($0/0$). Эта неопределенность раскрывается. Предел отношения r/R на оси симметрии равен $\partial r / \partial R$. Следовательно,

$$\frac{r}{R} = \frac{l_R}{2\delta}$$

Окончательно имеем

$$l_R^2 l_Z = 8\delta^3.$$

3.2 Главные компоненты деформации

Для определения главных компонентов деформации используется теорема о преобразовании элементарной сферы радиуса p_0 в эллипсоид, полуоси которого $\frac{a}{p_0}$, $\frac{b}{p_0}$ и $\frac{c}{p_0}$ равны r/R .

Величины полуосей $\frac{a}{p_0}$ и $\frac{b}{p_0}$ легко определить по формулам:

$$\frac{a}{p_0} + \frac{b}{p_0} = \sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} + 2\frac{R}{r};$$

$$\frac{a}{p_0} - \frac{b}{p_0} = \sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} - 2\frac{R}{r};$$

откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{p_0} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} + 2\frac{R}{r} + \sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} - 2\frac{R}{r} \right] \\ \frac{b}{p_0} &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} + 2\frac{R}{r} - \sqrt{\left(\frac{l_Z}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{l_R}{2\delta}\right)^2} - 2\frac{R}{r} \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Главные компоненты результирующей деформации:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_a &= \ln \frac{a}{p_0}; \\ \varepsilon_b &= \ln \frac{b}{p_0}; \\ \varepsilon_c &= \varepsilon_\theta = \ln \frac{r}{R} \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Для контроля используется условие постоянства объема

$$\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_\theta = 0.$$

Для определения направления главных осей деформации можно воспользоваться формулой:

$$\operatorname{tg}(2\alpha - \chi) = \frac{l_R^2 + l_Z^2}{l_Z^2 - l_R^2} \operatorname{tg} \gamma \quad (3.14)$$

где α - угол между осью симметрии и направлением первой главной оси результирующей деформации.

3.3. Определение напряженного состояния

При выполнении условий монотонности протекания процесса формоизменения можно по деформированному состоянию судить, о напряженном состоянии, не только в случае, когда σ_i постоянно по всему объему тела, но и в случае, когда необходимо учесть упрочнение.

Установим связь между компонентами напряжения и деформации при условии совпадения их главных осей.

Обозначим σ_a - нормальное напряжение на элементарной площадке, перпендикулярной оси $2a$ эллипсоида, в который превратилась элементарная сфера; σ_b - нормальное напряжение на площадке, перпендикулярной оси $2b$; $\sigma_\theta = \sigma_c$ нормальное напряжение на площадке, перпендикулярной оси $2c$, которая лежит в меридиональной плоскости сечения. Естественно, что $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_\theta$ - главные компоненты напряжения, действующие в окрестности рассматриваемой материальной точки M .

Три главных компонента результирующей деформации:

$$\varepsilon_\theta = \ln \frac{r}{R}, \varepsilon_a - \varepsilon_b = \ln \frac{a}{b}, \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_\theta = 0.$$

Значение интенсивности результирующей деформации определяется формулой:

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2}(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_b - \varepsilon_\theta)^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_a)^2},$$

которая может быть приведена к виду

$$\varepsilon_i = \sqrt{\varepsilon_\theta^2 + \frac{1}{3}(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2} = \sqrt{\left(\ln \frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\ln \frac{a}{b}\right)^2}. \quad (3.15)$$

Поэтому, зная значения отношений r/R и a/b для данной точки тела, претерпевающего монотонный или хотя бы приближенно монотонный процесс деформации, и определив функциональную зависимость $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ по данным испытания исследуемого материала на простое растяжение, можно всегда определить соответствующее значение интенсивности напряжений σ_i в рассматриваемой материальной точке.

В силу пропорциональности компонентов девиатора тензора напряжений компонентам результирующей деформации получаем выражения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta - \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} &= \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{r}{R}; \\ \sigma_a - \sigma_b &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{a}{b}, \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

которые полностью определяют главные компоненты девиатора тензора напряжений в рассматриваемой точке.

Поскольку угол α известен, можно определить компоненты девиатора тензора осесимметричного напряженного состояния. Значения этих компонентов вычисляются по следующим равенствам:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta + p &= \frac{2}{3} \left(\sigma_\theta - \frac{\sigma_r - \sigma_z}{2} \right) = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{r}{R}; \\ \sigma_z - \sigma_r &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{a}{b} \cos 2\alpha; \\ \tau_{zr} &= \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{a}{b} \sin 2\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta + p &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{r}{R}; \\ \sigma_z + p &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{R}{r} + \frac{\cos 2\alpha}{2} \ln \frac{a}{b} \right); \\ \sigma_r + p &= \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{R}{r} - \frac{\cos 2\alpha}{2} \ln \frac{a}{b} \right); \\ \tau_{zr} &= \frac{1}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{a}{b} \sin 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Вычисление значений компонентов самого тензора напряжений требует привлечения уравнений равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_r}{\partial r} &= \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z}; \\ \frac{\partial p_z}{\partial z} &= \frac{\tau_{zr}}{r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Правые части этих равенств содержат только компоненты девиатора тензора напряжений и их производные по координатам.

Действительно, τ_{zr} - один из компонентов девиатора, а $\sigma_r - \sigma_\theta = (\sigma_r + p) - (\sigma_\theta + p)$ - разность компонентов девиатора. Вычисление значений самих компонентов девиатора, когда известна хотя бы приближенная геометрия данного процесса формоизменения, обычно не встречает существенных затруднений. Однако можно встретить значительные трудности при определении значений их производных по координатам. Преодолеть эти трудности можно за счет некоторой потери точности. Поскольку выражение $\sigma_a - \sigma_b = \frac{2}{3} \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \ln \frac{a}{b}$ изменяется по объему деформируемого тела обычно значительно менее резко, чем угол α , то в пределах малой частицы тела, равновесие которой исследуется, переменностью множителя $(\sigma_a - \sigma_b)$ в выражениях производных по координатам касательного напряжения можно пренебречь

$$\tau_{zr} = (\sigma_a - \sigma_b) \frac{\sin 2\alpha}{2},$$

полагая в уравнениях равновесия

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} &= (\sigma_a - \sigma_b) \cos 2\alpha \frac{\partial a}{\partial z} = (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} &= (\sigma_a - \sigma_b) \cos 2\alpha \frac{\partial a}{\partial r} = (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial r}.\end{aligned}$$

Следовательно, система уравнений равновесия (3.19) может быть с практически приемлемым приближением приведена к виду:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial p_r}{\partial r} &= \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial z}; \\ \frac{\partial p_z}{\partial z} &= \frac{\tau_{zr}}{r} + (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial r}.\end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Таким, образом, проблема определения компонентов тензора напряжения сводится к определению значений производных угла наклона большой полуоси эллипса к положительному направлению оси симметрии по координатам. Если бы они были известны хотя бы в зонах интересующих нас сечений деформируемого тела, то для этих зон с помощью уравнений (3.20) можно было бы вычислить значения всех компонентов напряженного состояния.

Практически почти в любом деформируемом теле имеются хотя бы небольшие участки поверхности, свободные от внешней нагрузки. Следовательно, тогда можно найти такую точку в теле, в которой одно из главных напряжений равно нулю. Зная в этой точке значения разностей главных напряжений, можно определить значения и самих напряжений σ_θ, σ_a и σ_b . Зная величину угла α , далее можно определить значения компонентов напряженного состояния в этой точке в данной цилиндрической системе координат:

$$\left. \begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} - \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \cos 2\alpha; \\ \sigma_z &= \frac{\sigma_a + \sigma_b}{2} - \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \cos 2\alpha; \\ \tau_{zr} &= \frac{\sigma_a - \sigma_b}{2} \sin 2\alpha.\end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

Определив значения компонентов напряжения в одной точке деформируемого тела, можно определить напряженное состояние и в любой другой точке данного тела. Покажем это. Пусть для точки A известны значения компонентов напряжения. Воспользовавшись уравнениями (3.19) определим значение p_r в точке C , имеющей общую координату z с точкой A и общую координату r с точкой B

$$z_C = z_A; r_C = r_B.$$

В этом случае координата z будет оставаться неизменной на прямой AC и что и позволяет воспользоваться для определения значения p_r в точке C первым равенством системы (20), интегрируя его по r в пределах от $r = r_a$ до $r = r_c = r_b$

$$(p_r)_C = (p_r)_A + \int_{r_A}^{r_B} \left[\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial z} \right]_{z=z_A} dr.$$

Считая компоненты девиатора тензора напряжений известными по всему объему тела, а следовательно, и в точке C , получим

$$(p_r)_C = [p_r + (\sigma_r + p) - (\sigma_z + p)]_C.$$

Так как значение координаты r в точках C и B равны, воспользуемся вторым равенством системы. Поскольку координата z на участке прямой CB изменяется от значения $z = z_c = z_A$ до значения $z = z_B$, имеем

$$(p_z)_B = (p_z)_C + \int_{zr_A}^{zB} \left[\frac{\tau_{zr}}{r} + (\sigma_z - \sigma_r) \frac{\partial a}{\partial r} \right]_{r=r_A} dz.$$

Определив значение осевого напряжения $\sigma_z = -p_z$ в точке B и зная заранее в этой точке значения компонентов девиатора напряжений, можно считать уже известными все компоненты тензора напряженного состояния в этой произвольно выбранной точке.

Таким образом, если известна геометрия процесса результирующей деформации, т. е. известна функциональная связь начальных координат с текущими, можно определить значения величин $\frac{r}{R}, \frac{a}{b}, \alpha, \frac{\partial a}{\partial z}, \frac{\partial a}{\partial r}$ в любой точке деформируемого тела и определение напряженного состояния не встречает принципиальных затруднений, если процесс формоизменения можно хотя бы приближенно считать монотонным.

Укажем еще один путь определения компонентов тензора напряжений непосредственно через значения производных текущих координат по начальным.

Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} &= 0 \end{aligned}$$

при переходе к независимым аргументам R и Z преобразуются к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \right) &= \frac{r}{2R} \left(\frac{\partial z}{\partial Z} \frac{\partial r}{\partial R} + \frac{\partial r}{\partial Z} \frac{\partial z}{\partial R} \right) \frac{\partial(\sigma_z - \sigma_r)}{\partial R} - \frac{r}{R} \frac{\partial z}{\partial R} \frac{\partial r}{\partial Z} \frac{\partial(\sigma_z - \sigma_r)}{\partial Z} - \\ &\quad - \frac{r}{R} \left[\left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial R} \right)^2 \right] \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial Z} + \frac{r}{R} \left(\frac{\partial r}{\partial R} \frac{\partial r}{\partial Z} - \frac{\partial z}{\partial R} \frac{\partial z}{\partial Z} \right) \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial R} + \\ &\quad + \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \frac{\partial r}{\partial R} - \frac{\tau_{zr}}{\partial R}; \\ \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} \right) &= \frac{r}{R} \frac{\partial r}{\partial Z} \frac{\partial z}{\partial Z} \frac{\partial(\sigma_z - \sigma_r)}{\partial R} - \frac{r}{2R} \left(\frac{\partial z}{\partial Z} \frac{\partial r}{\partial R} + \frac{\partial r}{\partial Z} \frac{\partial z}{\partial R} \right) \frac{\partial(\sigma_z - \sigma_r)}{\partial Z} - \\ &\quad - \frac{r}{R} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial Z} \right)^2 - \left(\frac{\partial r}{\partial Z} \right)^2 \right] \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial R} - \frac{r}{R} \left(\frac{\partial r}{\partial R} \frac{\partial r}{\partial Z} - \frac{\partial z}{\partial R} \frac{\partial z}{\partial Z} \right) \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial Z} + \\ &\quad + \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \frac{\partial r}{\partial Z} - \frac{\tau_{zr}}{r} \frac{\partial z}{\partial Z}. \end{aligned} \right\}$$

Определив значения самой суммы $(\sigma_z + \sigma_r)$, нетрудно установить величину гидростатического давления

$$p = \frac{\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\theta}{3} = -\frac{1}{2}[(\sigma_\theta + p) + (\sigma_z + \sigma_r)].$$

Вычитая из первых трех равенств системы (18) величину гидростатического давления, определим значения нормальных компонентов тензора напряжений в узловых точках деформированной координатной сетки.

Таким образом, напряженно-деформированное состояние любой материальной точки, расположенной на меридиональном сечении приближенно монотонно деформируемого тела, полностью определяется, если известны значения параметров деформированного состояния

$\frac{r}{R}, \frac{a}{b}, \alpha$ и установлена функциональная связь между интенсивностями напряженного σ_i и деформированного состояния ε_i материала исследуемой заготовки.

4 ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

4.1 Подготовка образцов

Наиболее удобным модельным материалом для изучения пластического течения является свинец, который обладает малым пределом текучести, низкой температурой рекристаллизации и высокой пластичностью. Для свинца в лабораторных условиях может быть проведен весь металлургический цикл подготовки образца. Легирование свинца сурьмой, теллуrom и другими элементами позволяет получить сплавы с широким диапазоном реологических свойств.

Полученные литьем слитки свинца необходимо подвергать в специальной оснастке предварительному деформированию, которое способствует созданию однородной мелкозернистой структуры.

Для исследования осесимметричной деформации изготавливают полуцилиндрический профиль. Высокая чистота поверхностей может быть достигнута в результате применения полированных плит и обезжиривания поверхностей.

Для улучшения отражающей способности свинца, и следовательно повышения контрастности сеток, поверхность образцов может быть покрыта тонким слоем сплава Вуда. Для этого образец нагревают в кипящей воде и на его поверхность укладывают несколько гранул сплава Вуда, которые после расплавления равномерно растирают ватным тампоном. Шероховатость поверхности устраняют последующей деформацией между полированными плитами. Непосредственно перед нанесением покрытия слитки два часа отжигают в кипящей воде, что приводит к выравниванию механических свойств по всему объему.

4.2 Конструкция и работа инструментального микроскопа БМИ-1

Микроскоп состоит из измерительного стола, тубуса и стойки, закрепленных на основании. Массивное литое основание 1 (рис. 4.1),

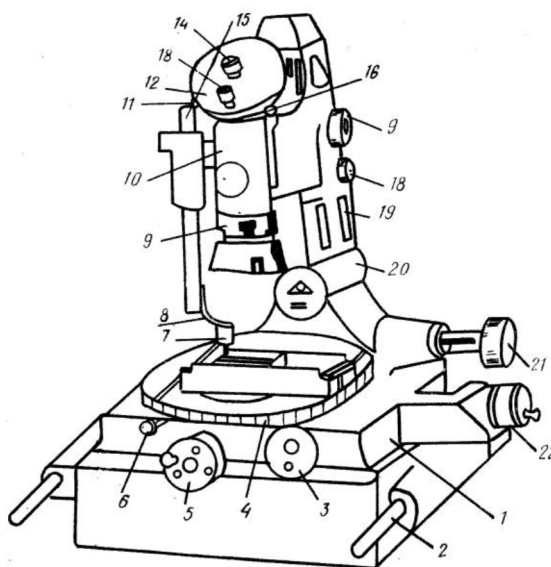


Рис.4.1. Конструкция большого инструментального микроскопа БМИ-1

имеющее для переноса штанги 2, несет на себе измерительный стол 4 стойку 19, поворачивающуюся на шарнире 20, и тубус 10. В нижней части тубуса имеется отверстие с винтовой нарезкой, куда ввертывается объектив 9. В верхней части тубуса установлена окулярная головка 12.

Кронштейн, соединяющий тубус со стойкой 19, имеет паз в виде ласточкина хвоста, который заходит в направляющие стойки и крамальный механизм с рукояткой 17, служащий для быстрых перемещений тубуса вверх и вниз. Ниже расположена рукоятка тормоза 18, поворотом которой тубус неподвижно закрепляется на стойке. Для наклона стойки служит рукоятка 21, имеющая шкалу и индекс, указывающие углы наклона. Шкала разбита от 0 до $12^{\circ}30'$ в обе стороны через $30'$, причем наклоны в одну сторону отсчитываются по черным цифрам, а наклоны в другую сторону - по красным цифрам.

Измерительный стол 4 несет на себе круглый столик с установленной на нем стеклянной плитой, на которую ставятся измеряемые объекты. Круглый столик может перемещаться относительно основания 1 в двух взаимно-перпендикулярных направлениях и поворачиваться вокруг вертикальной оси. Прямолинейные перемещения осуществляются при помощи специальных пружин, прижимающих опорные площадки стола к торцевым поверхностям микрометрических винтов, имеющих барабаны 12, 13 с ценой деления 0,005 мм. При вращении микровинтов стол будет перемещаться, следуя все время за ними. В случае необходимости стол может быстро отводиться от винтов. Скорость обратного хода установлена воздушным регулятором.

Между опорными площадками стола и торцами микровинтов могут быть вложены плоскопараллельные концевые меры, набор которых имеется среди принадлежностей.

Вращение круглого столика осуществляется поворотом рукоятки 3. Отсчет угла поворота производится по шкале, нанесенной на боковой поверхности круглого столика. Столик может быть закреплен в требуемом положении поворотом тормозной рукоятки 6.

Угломерная окулярная головка 12 представляет собой круглый корпус, внутри которого вмонтированы вращающийся лимб (рис. 4.1) с сеткой. Снизу находится маховичок с накаткой 11 для поворота лимба с сеткой.

Сверху, в середине отсчетной головки микроскопа, имеется окуляр 14, поворотом которого можно менять резкость наводки.

У края головки установлен отсчетный микроскоп 13 для считывания показаний лимба по специальной шкале. Вид поля зрения окуляра и отсчетного микроскопа дан на рис. 9. В поле зрения окуляра имеется крест и ряд параллельных пунктирных линий. В поле зрения микроскопа виден отсчет угломерной головки. В данном случае он равен $121^{\circ}34'$.

При вращении маховичка с накаткой сетка головки поворачивается. Вместе с ней поворачивается лимб. Таким образом в поле зрения отсчетного микроскопа можно прочесть угол поворота сетки.

Микроскоп имеет осветитель, предназначенный для освещения измеряемого объекта. Осветитель имеет в качестве источника света электролампы и получает питание от обычной осветительной сети в 220 В через трансформатор. Осветитель представляет собой (для работы в отраженном свете) конический софит с 4 электролампочками.

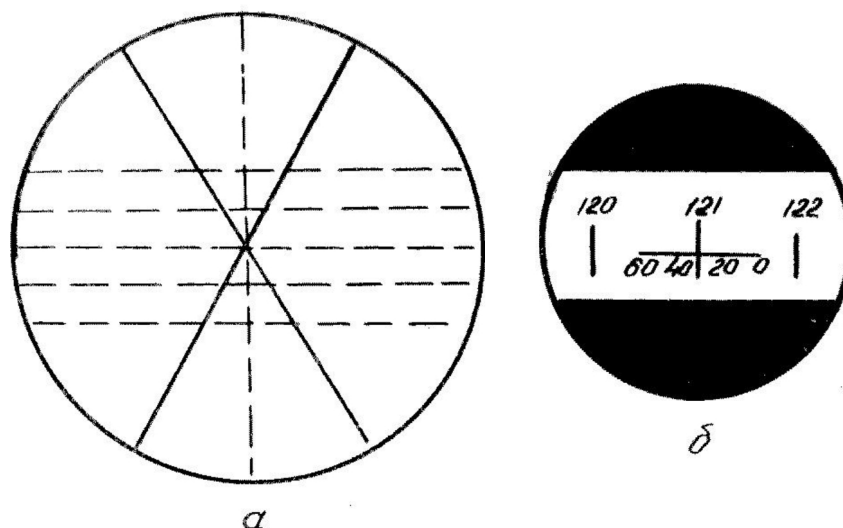


Рис.4.2 – Вид поля зрения окуляра (а) и отсчетного микроскопа (б)

Точность и надежность работы на БМИ-1 зависит прежде всего от его исправности и правильного с ним обращения.

Успешность работы зависит от хорошей освещенности поля зрения окуляра и отсчетного микроскопа.

Шкалы микровинтов 5, 22 отсчетного микроскопа 13 и стойки 19 приводятся в нулевое положение. При установке шкалы отсчетного микроскопа в нулевое положение при помощи зеркала 16 направляет лучи света в угловую шкалу, добиваясь наиболее яркой освещенности.

При установке предметов на стеклянную плиту следует следить за тем, чтобы не поцарапать ее полированную поверхность.

Измеряемые предметы перед измерением промывают в бензине, керосине, ацетоне и протирают чистой салфеткой. Образец зажимают в тисках. После этого тиски с образцом помещают на стекло круглого столика 4 и закрепляют струбцинками. Закрепляемые образцы следует особо проверять на надежность их установки.

При измерении, особенно линейных размеров, нужно измеряемый объект правильно установить на круглом столике микроскопа. Необходимо, чтобы одна из сторон образца была параллельна направлению перемещения столика. Проверка соблюдения этого условия осуществляется быстрым перемещением измерительного столика с установленным на нем измеряемом объектом. При этом наблюдают за тем, чтобы контур образца не сходил с выбранной в поле зрения окуляра 14 линии.

4.3 Нанесение координатной сетки и снятие отсчета

Шаг координатной сетки выбирают исходя из того, чтобы в пределах одной ячейки деформация была однородной. В этом случае характеристики процесса формоизменения являются средним и при относительно небольшом объеме, ограниченном размерами ячейки, могут быть отнесены к центру ячейки и рассматриваться как локальные. Точность определения локальных характеристик зависит от степени однородности деформации и должна увеличиваться с уменьшением размеров делительной сетки. С другой стороны, точность получаемых результатов зависит также и от точности измерения размеров сетки, которая падает с уменьшением ее линейных размеров. Таким образом, минимальный шаг сетки должен значительно превышать размеры зерен кристаллического тела, так как в противном случае можно ожидать проявления микроанизотропии. Минимальный шаг, согласно работе, составляет 0,2 - 0,3 мм.

Количество линий должно быть достаточным, (~ 10), чтобы вести обработку данных конечно-разностными методами. Для удобства последующих расчетов желательно, чтобы расстояния между линиями были одинаковыми.

Приспособление для нанесения координатных линий на БМИ-1 состоит из штанги 20, на которой установлена плоская пружина 21 с закрепленной на ней иглой 22.

Образец, на который предполагается вынести координатные линии, устанавливают на столике микроскопа. Затем совмещают ось иглы с одной из сторон образца. Высоту иглы относительно плоскости образца устанавливают рукояткой 17. Острие иглы должно быть ниже плоскости образца, на которую предполагается нанести координатную сетку, на 3-4 мм. Рукояткой микрометрического винта 5 устанавливают шаг координатной сетки. Далее отжимают пружину 8 и отводят столик в крайнее левое положение, затем освобождают пружину. Столик под действием пружин, расположенных внутри, перемещается в исходное положение. Острие иглы набегает на образец и прочерчивает линию. Микрометрическим винтом 3 перемещаем образец на величину шага сетки и проводим координатную линию по методике, описанной выше и т.д. После того как закончим нанесение координатных линий в одном направлении, круглый столик поворачивают рукояткой 3 на 90° и наносят координатные линии в другом, взаимоперпендикулярном, направлении.

Внешний вид микроскопа с установленным пакетом образцов для нанесения координатной сетки представлен на рис.4.3.

Измеряемый образец устанавливают на столике БМИ-1, совмещают крест окуляра с одним из углов образца и записывают исходные показания шкал микрометрических винтов 22, 5. Потом последовательно совмещают узлы координатной сетки образца с перекрытием окуляра и записывают показания шкал микрометров. Особенно внимательным нужно быть при считывании показаний шкал. Отсчет не следует запоминать, его записывают в специальный журнал измерений. Если размеры образца более 25х25 в плане, то при снятии отсчетов используют концевые меры.

Образцы с координатной сеткой до и после деформирования можно фотографировать на микроскопе ММР-2Р, рис.4.4.

Так как значения характеристик напряженно-деформированного состояния получены путем расчета по искаженной сетке, погрешность результатов расчета складывается из погрешности экспериментально полученной исходной информации и погрешности, вносимой методами математической обработки результатов эксперимента.

Точность исходной информации зависит от тщательности проведения эксперимента по формоизменению разъемных образцов, при котором предполагается совпадение плоскости разреза с главной плоскостью образца, высокая чистота обработки поверхностей этой плоскости, отсутствие перекосов заготовки во время истечения. Кроме того, точность исходной информации определяется погрешностью применяемого метода нанесения координатных сеток. Сюда относят погрешности измерения, связанные с их ошибкой и уширением координатных линий при деформировании.

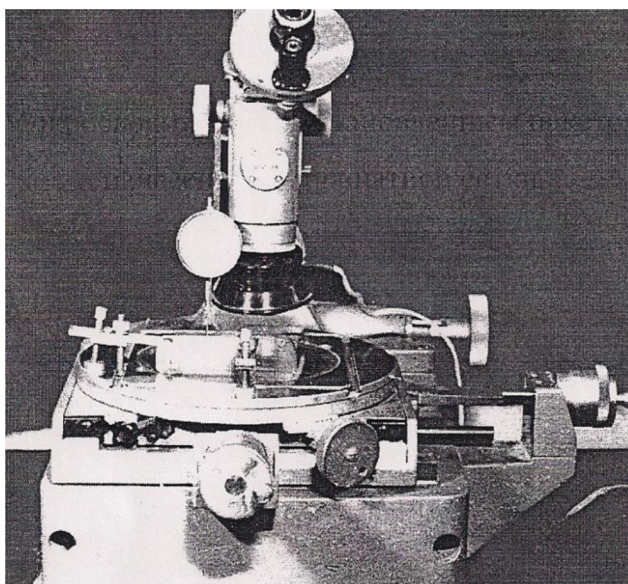


Рис.4.3 – Микроскоп БМИ-1 с установленным пакетом образцов для нанесения координатной сетки

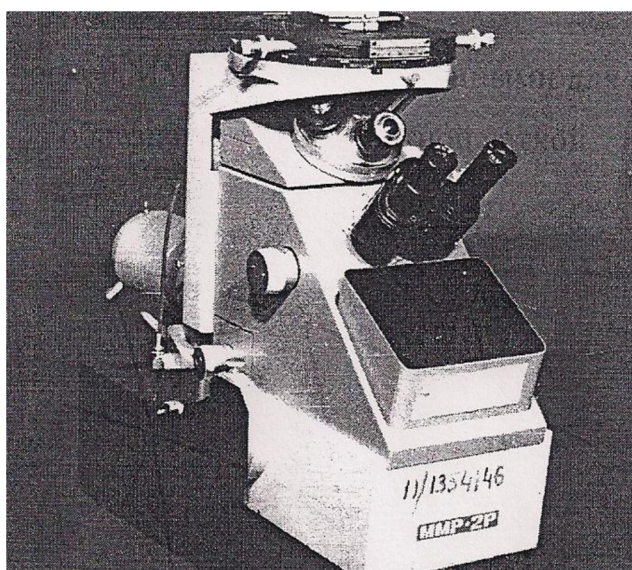


Рис. 4.4 – Микроскоп ММР-2Р с установленными для фотографирования образцами с координатной сеткой

Шаг координатной сетки измеряется на инструментальном микроскопе с точностью $\pm 0,005$ мм. По результатам замеров вычисляют отклонения размеров ячеек от номинального (шага сетки) и строят кривые нормального закона распределения этих отклонений (кривые Гаусса). При вероятности 0,95, достаточной для технических приложений, определяются абсолютные значения отклонения δ . Таким образом, размеры ячеек координатной сетки соответствуют номинальному размеру $\pm\delta$.

Высокая точность измерения обеспечивается правильной геометрической формой (постоянством ширины и малым радиусом впадины риски).

При больших деформациях правильная геометрическая форма рисок теряется, границы риски размываются и четко не просматриваются, и в связи с этим заметно снижается точность измерения. Точность измерения становится тем ниже, чем шире риска и больше угол при вершине индентора.

Список литературы

1. Беляковский М.А., Бровман М.Я. Применение тензометрии в прокатке. М.: Металлургия, 1965 – 145с.
2. Дель Г.Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости. М., "Машиностроение", 1971, 198 с.
3. Дель Г.Д., Новиков Н.А. Метод делительных сеток – М.: Машиностроение, 1979-143с.
4. Лисицын А.Н., Остренко В.Я. Моделирование процессов металлов давлением: оптические методы – Киев: Техника, 1976. – 208с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М., "Наука", 1978, 512 с.
6. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М., "Мир", 1961, 524 с.
7. Полухин П.И., Воронцов В.К., Кудрин А.Е. и др. Деформации и напряжения при обработке металлов давлением. М., "Металлургия", 1974, 336 с.
8. Ренне И.П. Теоретические основы экспериментальных методов исследования деформаций методом сеток в процессах обработки металлов давлением. Тула, 1976. – 96с.
9. Смирнов-Аляев Г.А., Чикидовский В.П. Экспериментальные исследования в обработке металлов давлением. – Л.: Машиностроение. 1972. – 359с.
10. Сегал В.М., Макушок Ё.М., Резников В.И. Исследование пластического формоизменения металлов методом муара. М., "Металлургия", 1974, 200 с.
11. Томсен Э., Янг Ч., Кобаяши Ш. Механика пластических деформаций при обработке металлов. Пер. с англ. М., "Машиностроение", 1969, 504 с.
12. Челышев Н.А., Алюшин Ю.А., Березовский Б.Н. "Изв.вуз.Черная металлургия", 1970, № 10, с. 80-85; № 12, с. 98-104.
13. Чиченев Н.А., Кудрин А.Б., Полухин П.И. Методы исследования процессов обработки металлов давлением – М.: Металлургия, 1977 – 310с.
14. Экспериментальные методы механики деформируемых твердых тел (технологические задачи обработки давлением)/В.К. Воронцов, П.И. Полухин, П.И. Белевитин и др. – М.: Металлургия, 1990, 480с.
15. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений/Справочное пособие. – Киев: Наукова думка, 1981. – 583с.