

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

# РОТОР-КОРПУС

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве методических указаний к лабораторной работе*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2006

УДК 621.431.75(075)

ББК 39.55

Н 731



**Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области аэро-  
космических и геоинформационных технологий"**

Составители: *Новиков Д.К., Лежин Д.С., Пономарев Ю.К.*

Рецензент д-р техн. наук, проф. В. Б. Б а л я к и н

Н 731 Ротор-корпус: Метод. указания к лабораторной работе / сост.: *Д.К. Новиков, Д.С. Лежин, Ю.К. Пономарев.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та. 2006. 40 с.

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования специальности 160 301 «Авиационные двигатели и энергетические установки».

Методические указания предназначены для студентов факультета двигателей летательных аппаратов очно-заочной формы обучения, изучающих дисциплины: «Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок», «Конструирование основных узлов авиационных двигателей и энергетических установок» и «Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок».

Разработаны на кафедре «Конструкция и проектирование двигателей летательных аппаратов».

УДК 621.431.75(075)

ББК 39.55

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2006

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Часть 1. Исследование критических частот системы «ротор-корпус».....	5
1. Описание конструкции стенда.....	5
1.1. Конструкция установки.....	5
1.2. Система измерений.....	5
1.3. Система электропривода.....	5
1.4. Система управления частотным преобразователем.....	9
2. Составление математической модели стенда.....	10
2.1. Определение критических частот методом динамических жесткостей...	10
2.2. Решение уравнений, анализ результатов.....	14
2.2.1. Исходные данные для расчета.....	14
2.2.2. Расчет критических скоростей.....	15
3. Порядок выполнения работы.....	15
Часть 2. Исследование влияния демпфирования в опоре на динамику системы «ротор-корпус».....	16
1. Конструкция установки для исследования демпфера.....	16
2. Описание упругодемпферной опоры для экспериментальной установки.....	17
3. Построение эквивалентной модели стенда.....	19
4. Построение ANSYS-модели.....	21
4.1. Допущения при построении ANSYS-модели.....	21
4.2. Порядок построения конечно-элементной модели экспериментальной установки.....	21
5. Определение упругофрикционных характеристик пластинчатого демпфера.....	26
5.1. Разработка математической модели многослойного гофрированного демпфера с переменными геометрическими параметрами.....	26
5.2. Расчет характеристик демпфера.....	30
6. Результаты расчетов системы «ротор-опоры» по различным моделям.....	33
6.1. ANSYS-модель.....	33
6.1.1. Порядок проведения гармонического анализа.....	33
6.1.2. Расчет по ANSYS-модели.....	34
6.1.2.1. Модальный анализ.....	34
6.1.2.2. Гармонический анализ.....	35
6.2. Расчет вынужденных колебаний установки по эквивалентной модели..	37
7. Порядок выполнения работы.....	38
Список использованных источников.....	39

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Динамика системы «ротор-корпус» является важным фактором, влияющим на вибрационное состояние авиационного (АД) двигателя и энергетической установки (ЭУ). Критические частоты ротора во многом определяют выбор конструктивно-силовой схемы двигателя. Поэтому очень важно, чтобы студентам эта тема была донесена доступно и понятно с составлением теоретических моделей, проведением соответствующих экспериментальных исследований и разъяснением физического смысла возникающих при этом явлений.

Основные из перечисленных теоретических вопросов должны быть подтверждены на лабораторных установках. Поэтому в настоящее время на кафедре КиПДЛА разработана установка с гибким валом на двух опорах, посередине которого размещен диск. Опора, расположенная со стороны электродвигателя является жесткой, а другая опора представляет собой диск, размещенный консольно на шпильках. Такая опора является упругомассовой, а установка моделирует двухмассовую колебательную систему «ротор-корпус». Эта установка позволяет определять критические частоты двухмассовой системы теоретически и экспериментально.

В созданной установке предусмотрены возможности более глубокого исследования динамических эффектов. Для этого в подвижную упругомассовую опору введен набор дополнительных легкоъемных масс для проведения многовариантных расчетно-экспериментальных исследований, повышающих качество и эффективность выполнения лабораторных работ студентами. В установке предусмотрена возможность закрепления подвижной опоры, что позволяет сравнить критические частоты жестко опертого ротора с упругой опорой и наглядно демонстрирует возможность проведения частотной отстройки ротора введением упругости в опоры.

Конструкция подвижной опоры обеспечивает введение специально спроектированного демпфера с изменяющимися упругодемпферными характеристиками. Такая модернизация установки позволяет экспериментально определить влияние демпфирования в опорах на вынужденные колебания ротора установки с возможностью многовариантных экспериментальных исследований. Демпфер является легкоъемным, что обеспечивает проведение сравнительного анализа динамики системы с демпфером и без него.

Ввиду большого объема работа состоит из двух частей. В первой части исследуются критические частоты системы жестко опертого ротора и ротора с упругими опорами. Вторая часть работы посвящена изучению влиянию демпфирования на динамику системы «ротор-опоры» и позволяет проводить исследования двух уровней сложности. Первый уровень ведется на основе расчетов по упрощенной эквивалентной модели, а второй – на основе использования конечно-элементного пакета программ ANSYS.

## Часть 1. ИССЛЕДОВАНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ СИСТЕМЫ «РОТОР-КОРПУС»

*Цель работы:* Практическое изучение физических эффектов, связанных с явлением критических скоростей роторов.

### 1. ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ СТЕНДА

#### 1.1. Конструкция установки

Экспериментальная установка предназначена для изучения колебаний сложной системы «ротор-корпус», получения значений критических скоростей вращения ротора и изучения прецессионных движений, возникающих из-за анизотропии упругих характеристик податливой опоры.

Установка (рис. 1) состоит из вала 1 (рис. 2) с диском 2 (рис. 3), вращающимся в двух опорах. Опора 3 является жесткой, опора 4 - податливой. Жесткая опора представляет собой диск 5 (рис. 4), который жестко крепится к станине 6. В центре диска устанавливается подшипник. К диску крепится дополнительная опора 7 (рис.5), в которую также устанавливается подшипник. Податливая опора 4 представляет собой диск 9, в центре которого смонтирован самоустанавливающийся подшипник. Диск подвешен консольно на шпильках 8, обеспечивающих податливость опоры. На диск 9 могут устанавливаться дополнительные легкоъемные массы 16.

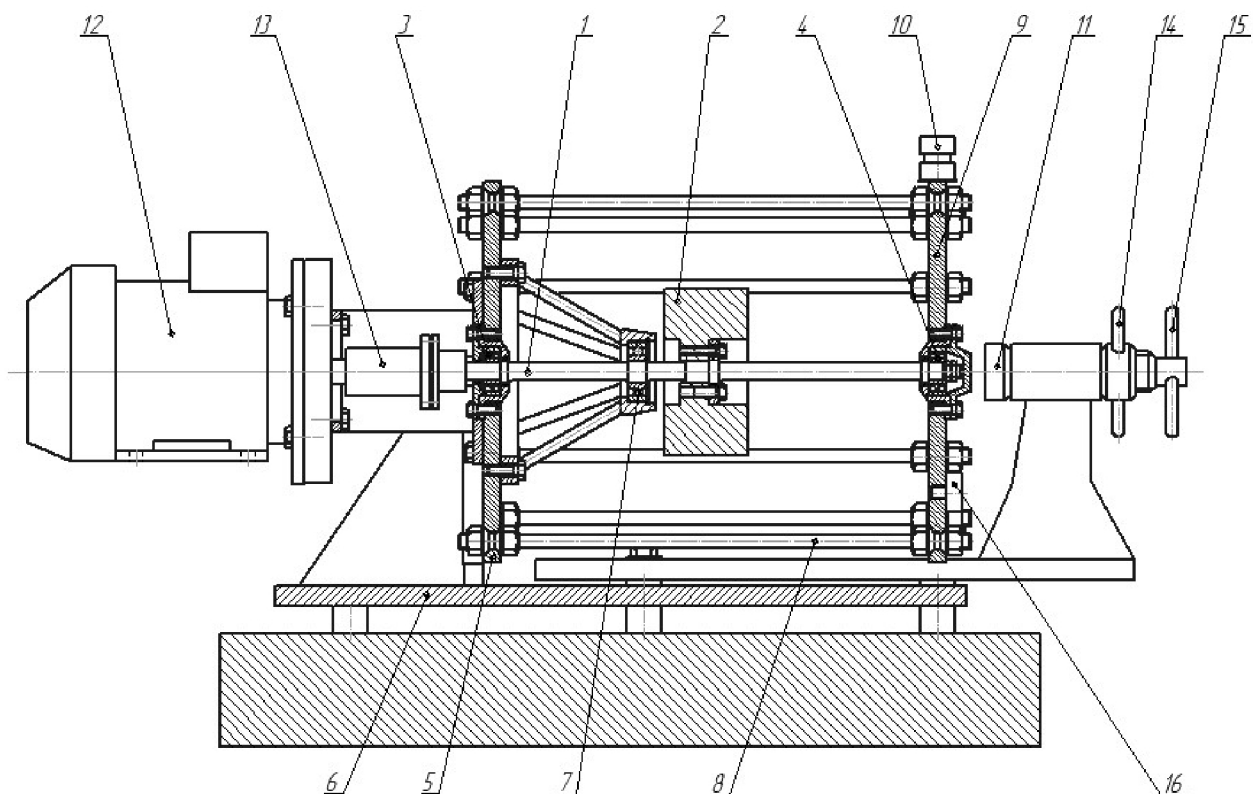


Рис. 1. Стенд для исследования динамики гибкого ротора

Для измерения вибраций опоры в плоскости, перпендикулярной оси вращения вала в вертикальном и горизонтальном направлениях, на диске 9 смонтированы датчики 10. Податливая опора 4 может быть закреплена с помощью стопорного приспособления 11, которое включает контргайку 14 и подающий винт 15. В этом случае сложная система «ротор-корпус» может рассматриваться как одномассовая на двух жестких опорах.

Конструкция самой установки проста в изготовлении и не требует специальной оснастки. Но для качественного сбора информации при проведении экспериментов необходима точность в изготовлении сборочных единиц, последовательность сборки и балансировка как в статическом, так и в динамическом отношении. Внешний вид экспериментальной установки представлен на рис. 6.



Рис. 2. Вал экспериментальной установки

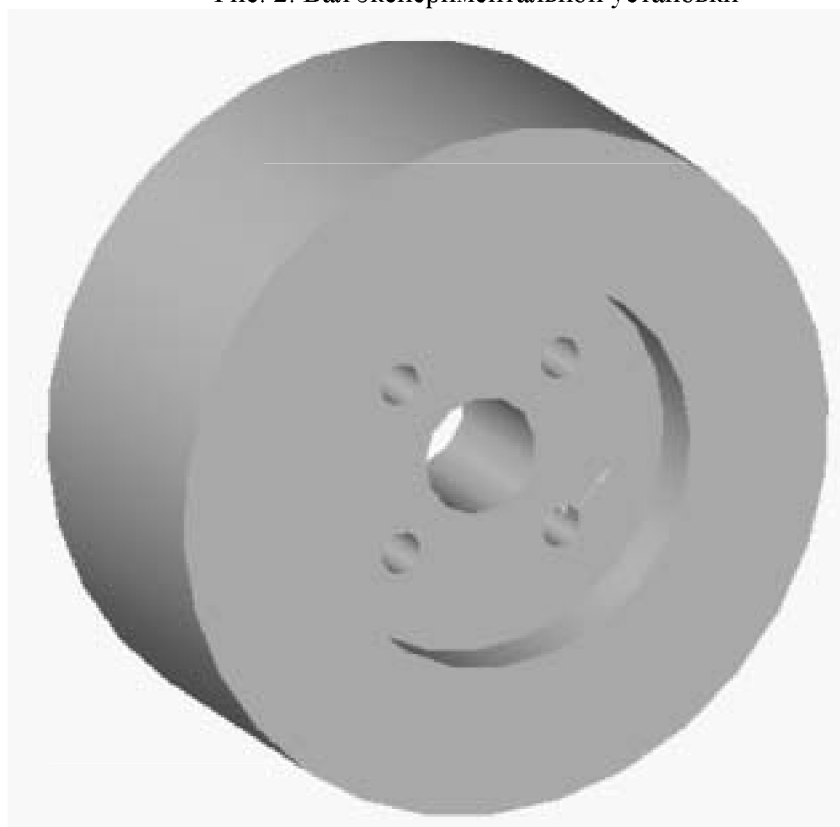


Рис. 3. Диск экспериментальной установки



Рис. 4. Жесткая опора

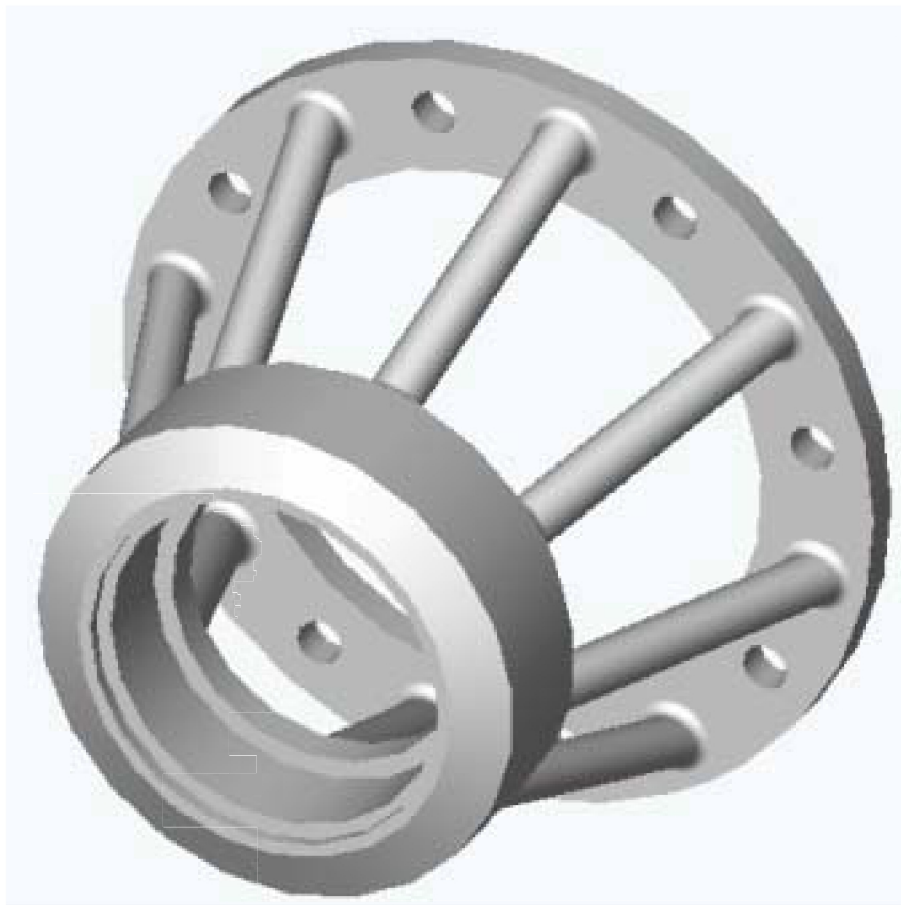


Рис. 5. Дополнительная опора

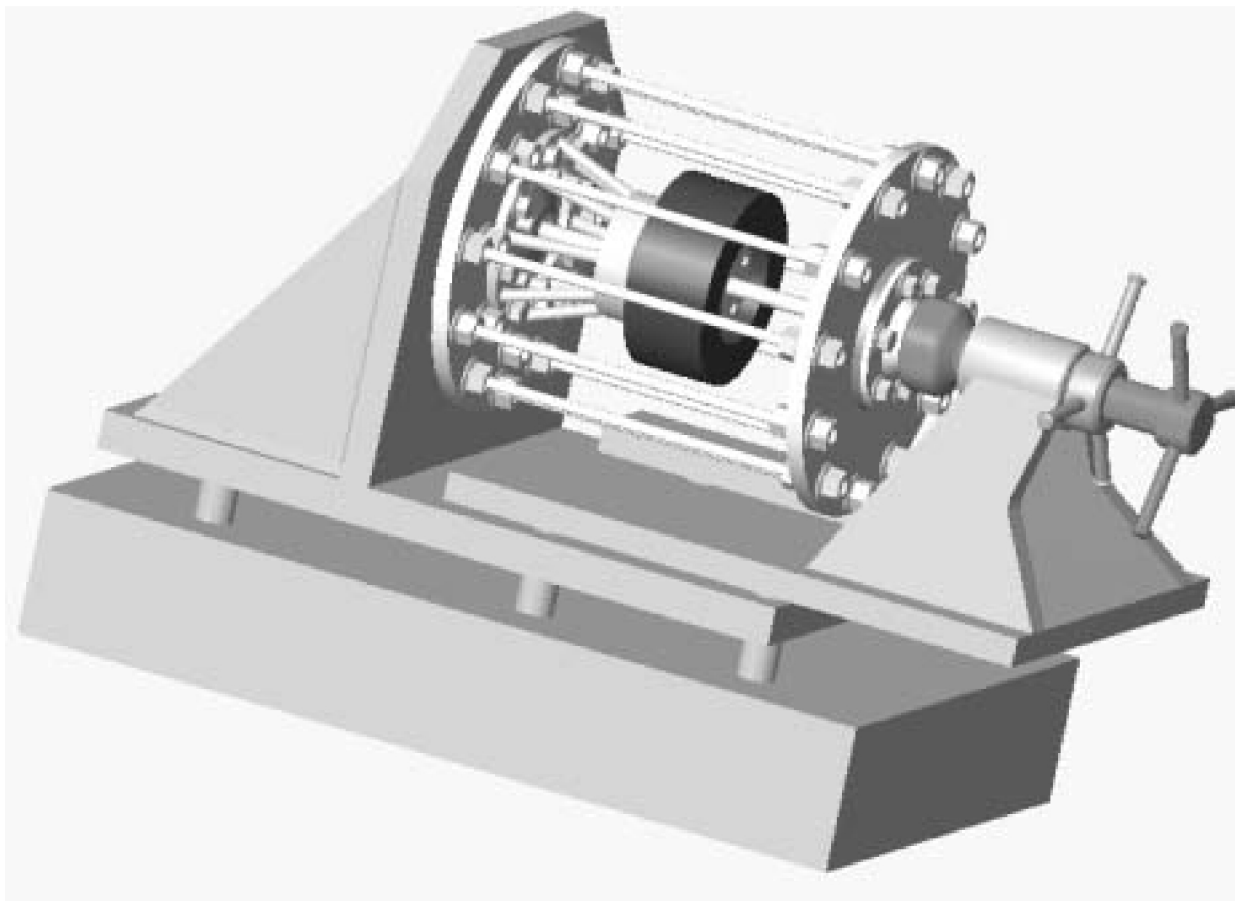


Рис. 6. Внешний вид исходной экспериментальной установки

### 1.2. Система измерений

Замер вибраций податливой опоры в вертикальном и горизонтальном направлениях производится двумя датчиками 10 типа МВ-22, установленными на диске опоры 9. Датчик МВ-22 сейсмического типа. В корпусе датчика на пружинах подвешена масса, представляющая собой постоянный магнит. С корпусом датчика жестко связана электрическая катушка. Действие датчика основано на принципе электромагнитной индукции. При пересечении полем постоянного магнита витков катушки в ней индуцируется э. д. с., пропорциональная скорости относительного движения. Для обеспечения неподвижного положения магнита в пространстве (относительно земли) при вибрациях корпуса датчика с частотой и амплитудой измеряемой вибрации собственная частота магнита на упругой подвеске выбрана значительно ниже частоты исследуемых колебаний. Сигнал датчика при помощи двухпроводного экранированного шланга в резиновой трубке подается на катодный осциллограф.

### 1.3. Система электропривода

Вращение вала осуществляется асинхронным электродвигателем переменного тока 12 типа АИР, ротор которого связан с валом через упругую муфту 13 (см. рис.1). Управление установкой и замеры числа оборотов производятся на специальном пульте.

Двигатели данного типа изготавливаются на номинальное напряжение 220, 380В частотой 50Гц, со схемами соединения обмотки статора «треугольник» или «звезда». Предельные отклонения напряжения питания от минус 5 до плюс 10%, частоты тока  $\pm 2,5\%$  от номинальных значений. Гарантийный срок эксплуатации двигателей 2 года со дня начала эксплуатации при гарантийной наработке 10000ч. Двигатель состоит из следующих основных деталей и сборочных единиц: статора, ротора, переднего и заднего подшипниковых уз-

лов, кожуха и крышки токоввода. Статор состоит из литой алюминиевой (или чугуновой) оребренной станины. Обмотка статора выполнена из круглого медного эмалированного провода класса нагревостойкости изоляции не ниже В по ГОСТ 8865-93. Ротор короткозамкнутый, залитый алюминием. Вводное устройство расположено сверху двигателя. Двигатели имеют два заземляющих зажима: один – внутри вводного устройства и один на корпусе двигателя. Способ охлаждения двигателя - ICA0141 по ГОСТ 20459-87. Исполнение двигателей по способу монтажа IM1081, IM2081 и IM3081 по ГОСТ 2479-79.

Исходя из требований к системе привода выбран двигатель типа АИР80А2. Новая система регулирования дает возможность более плавно и точно изменять значения частот, система имеет меньшие габариты и более удобна в обращении.

Основные характеристики двигателя АИР80А2:

номинальная мощность 1,5 кВт;

номинальный ток 3,3 А;

синхронная частота вращения 3000 об/мин;

КПД 79 % ;

$\cos\varphi = 0,82$ ;

номинальное скольжение 5 %;

отношение величины пускового тока к номинальной  $I_{пуск} / I_{ном} = 7$ ;

отношение величины пускового момента к номинальной  $M_{пуск} / M_{ном} = 2,1$ ;

отношение величины минимального момента к номинальной  $M_{мин} / M_{ном} = 1,6$ ;

отношение величины максимального момента к номинальной  $M_{макс} / M_{ном} = 2,2$ ;

момент инерции ротора  $= 0,0018 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

#### 1.4. Система управления частотным преобразователем

Для привода лабораторной установки используется асинхронный трехфазный двигатель мощностью 1,5 кВт, запитываемый от преобразователя частоты FR-A540. Схема подключения представлена на рис.7 (детальная схема подключения приводится в инструкции по эксплуатации преобразователя частоты).

Управление частотным преобразователем в настоящее время производится в режиме «управления с пульта».

**К управлению стендом допускается только персонал, прошедший обучение работе с частотным преобразователем.**

Для включения системы управления подать питание на частотный привод, что осуществляется строенным тумблером, находящимся на панели управления в непосредственной близости от пульта. Признаком наличия питания является свечение светодиода непосредственно на приводе и наличие индикации на дисплее пульта управления приводом.

Установить режим управления с пульта. Для этого последовательным нажатием кнопки [MODE] на пульте войти в режим «работа». Кнопку [MODE] следует нажимать, пока на дисплее не появится индикация [OPND], выставленная по умолчанию. После этого последовательным нажатием кнопок ▲ или ▼ добиться на дисплее появления индикации режима управления с пульта [PU] (возможные режимы: внешнее управление [OPND], [JOG] – режим – управление с удержанием клавиш).

После того как загорелся светодиод [PU], последовательным нажатием клавиш [MODE] добиться того, чтобы загорелся светодиод [MON]. Это свидетельствует о том, что в процессе работы на индикаторе будет отображаться значение текущей частоты вращения (режим мониторинга). Следует также убедиться в том, что на дисплее горит светодиод отображения частоты [HZ]. После выполнения указанных действий частотный привод готов к запуску.

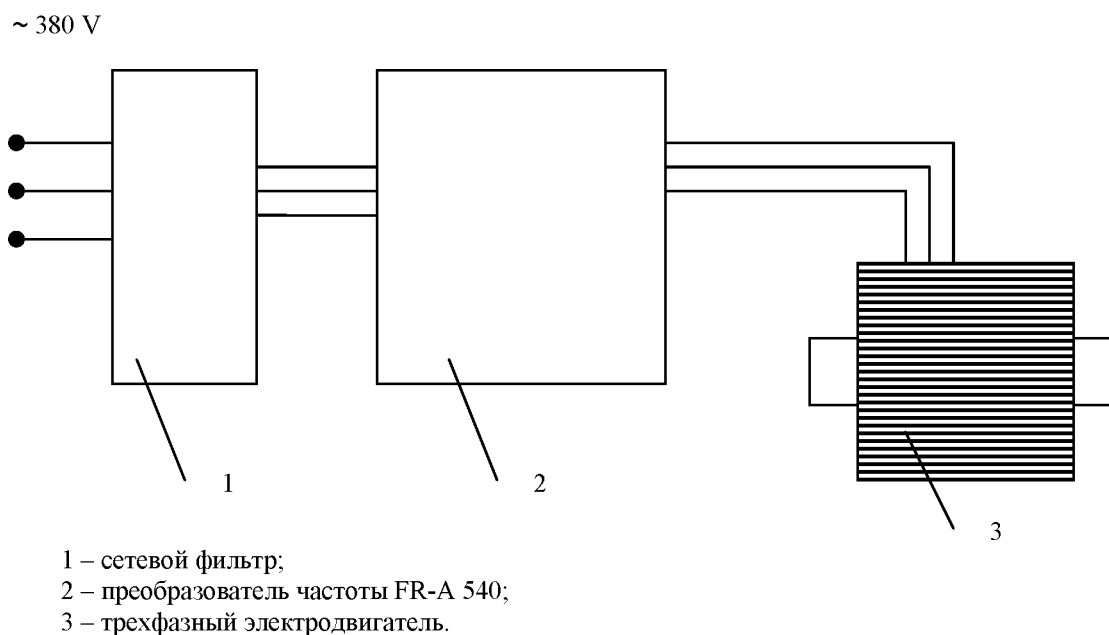


Рис. 7. Схема системы управления ротором

## 2. СОСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТЕНДА

Для составления расчетной модели установки, приведенной на рис.1, ее можно представить как двухмассовую систему, в которой на режимах работы, близких к критическим, в колебания вовлекаются массы ротора и корпуса. Правая опора, помимо того, что имеет определенную жесткость, обладает также и массой и поэтому является упруго-массовой опорой. Для расчетного определения критических скоростей сложной системы широко используется метод динамических жесткостей [1], позволяющий провести частотный анализ сложной механической системы, если известны динамические жесткости отдельных ее частей.

### 2.1 Определение критических частот методом динамических жесткостей

Динамической жесткостью называется значение внешней гармонической нагрузки, приложенной к системе и вызвавшей единичную гармоническую деформацию какой-либо точки системы:

$$Q = Q_0 \sin(\omega t).$$

Основной особенностью динамической жесткости, отличающей ее от статической, является зависимость от частоты колебаний системы. В этом можно убедиться, если рассмотреть динамическую жесткость простейшей системы - массы  $m$ , опертой на пружину с жесткостью  $C$  (рис. 8).

Пусть под действием гармонической силы  $Q = Q_0 \sin(\omega t)$  масса  $m$  получает перемещение  $y = Y \sin(\omega t)$ . Здесь  $Q_0$  и  $Y$  - амплитуды силы и перемещения,  $\omega$  - угловая частота,  $t$  - время.

Тогда согласно принципу Даламбера для равновесия системы сумма сил

$$Q - m\ddot{y} - cy = 0 \quad (2.1)$$

или

$$Q_0 + mY\omega^2 - cY = 0, \quad (2.2)$$

откуда

$$Y = \frac{Q_0}{c - m\omega^2}.$$

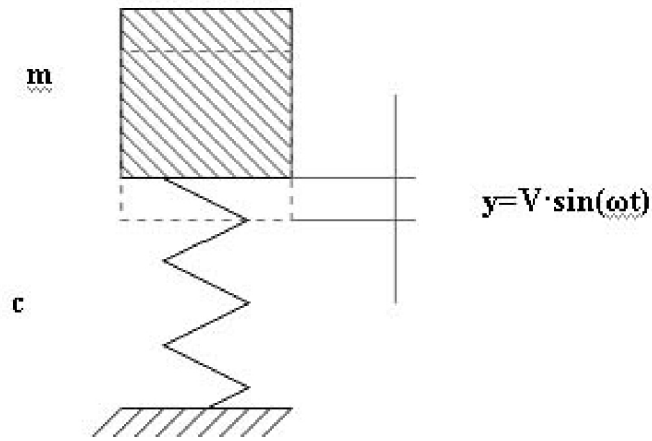


Рис. 8. К определению динамической жесткости массы на пружине

Тогда динамическая жесткость массы, опертой на пружину,

$$k = \frac{Q}{y} = \frac{Q_0}{Y} = c - m\omega^2. \quad (2.3)$$

Видно, что с изменением частоты  $\omega$  динамическая жесткость изменяется, и при

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \omega_0 \quad (2.4)$$

динамическая жесткость системы равна нулю, амплитуда колебаний при этом имеет бесконечно большое значение. Из равенства (2.3) следует, что частота колебаний при этом равна собственной частоте  $\omega_0$ .

Для определения динамической жесткости сложных систем их разбивают на отдельные, не связанные между собой простые части. Вместо отброшенных частей к каждой простой системе прикладывают амплитудные значения заменяющих их усилий.

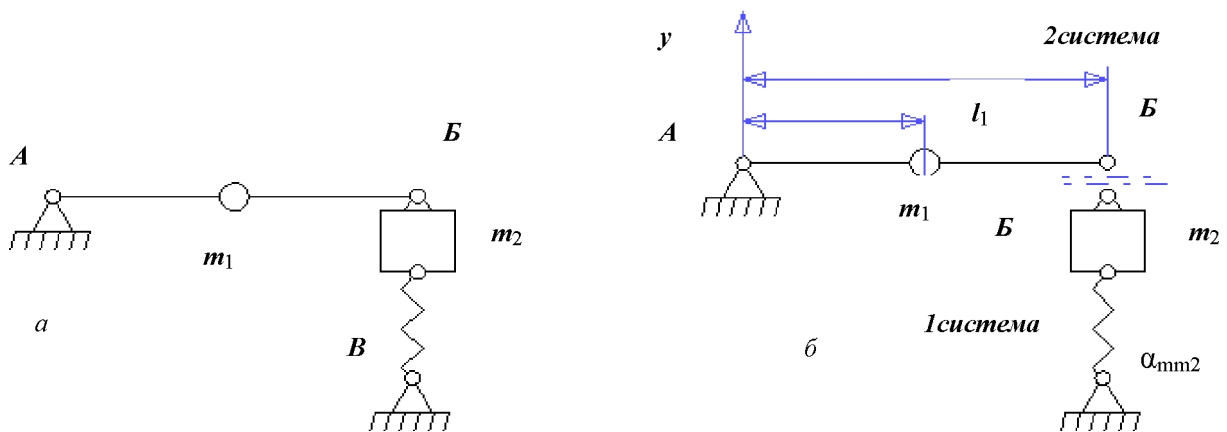


Рис. 9. Расчетная схема динамической установки

Суммируя динамические жесткости двух смежных простых систем и приравнявая суммарную жесткость к нулю, находим частоты возбуждения, которые численно равны собственным частотам сложной рассматриваемой системы.

Определим собственную частоту экспериментальной установки, общий вид которой приведен на рис. 1. Расчетная схема ее представлена на рис. 9, где введены обозначения:

$m_1$  – масса вращающегося диска;

$m_2$  – масса упругой опоры.

Будем определять динамическую жесткость системы в точке Б. Для этого по точке Б разделим систему на две отдельные части (рис. 9). Определим динамическую жесткость первой системы в точке Б. Статическая жесткость этой системы в точке равна нулю, так как вал может свободно поворачиваться в опоре А. Для определения динамической жесткости первой системы заставим ее совершать вынужденные колебания, задав вынужденное гармоническое перемещение точке Б с амплитудой  $Y_B$  (рис. 10). Если бы отсутствовала масса  $m_1$ , то точка крепления массы к валу совершала бы вынужденные перемещения с амплитудой:

$$Y_{m1}^* = \frac{l_1}{l} Y_B \quad (2.5)$$

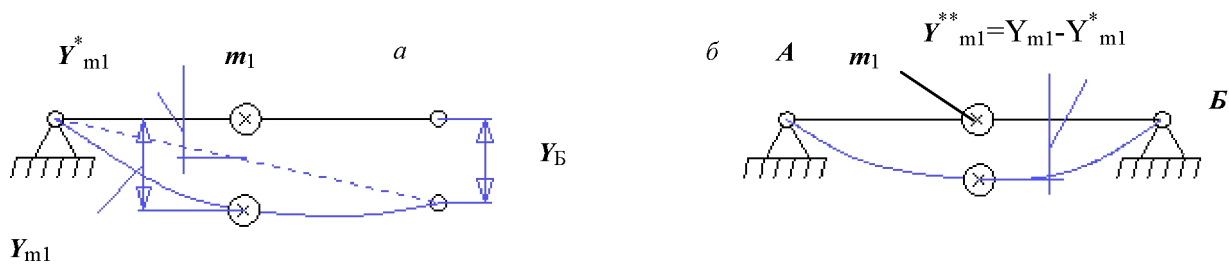


Рис. 10. К определению динамической жесткости 1 системы

Наличие массы  $m_1$  на валу будет приводить к появлению дополнительных перемещений точки крепления массы в результате прогиба вала под действием приложенной к ней силы инерции. Амплитуда суммарных перемещений точки крепления диска к валу может быть определена из уравнения

$$Y_{m1} = Y_{m1}^* + Y_{m1}^{**}, \quad (2.6)$$

где  $Y_{m1}$  - амплитуда суммарных перемещений точки крепления массы;

$Y_{m1}^{**}$  - амплитудное значение стрелы прогиба вала в точке крепления под действием силы инерции.

Очевидно, что

$$Y_{m1}^{**} = \alpha_{mm1} P_{m1} = m_1 \omega^2 \alpha_{mm1} Y_{m1}, \quad (2.7)$$

где  $\alpha_{mm1}$  - коэффициент статической податливости при изгибе точки крепления массы для системы, изображенной на рисунке 10;

$P_{m1} = m_1 \omega^2 \alpha_{mm1} Y_{m1}$  - амплитуда силы инерции, приложенной к массе  $m_1$ .

Тогда

$$Y_{m1} = \frac{l_1}{l} Y_B + m_1 \omega^2 \alpha_{mm1} Y_{m1}$$

и

$$Y_{m1} = \frac{\frac{l_1}{l}}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm1}} Y_B. \quad (2.8)$$

Для определения динамической жесткости первой системы в точке Б необходимо определить реакцию опоры в этой точке, возникающую в результате вынужденных перемещений ее с амплитудой  $Y_B$ . Составим уравнение равновесия моментов относительно точки А:

$$M_A = P_{m1} l_1 + R_B^1 l = 0, \quad (2.9)$$

где  $R_B^1$  - реакция опоры Б первой системы, откуда

$$R_B^1 = -\frac{l_1}{l} m_1 \omega^2 Y_{m1} \quad (2.10)$$

Учитывая (2.8), получаем

$$R_B^1 = -\frac{\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 m_1 \omega^2}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm1}} Y_B. \quad (2.11)$$

Динамическая жесткость первой системы в точке Б

$$k_B^1 = \frac{R_B^1}{Y_B}.$$

Тогда

$$k_B^1 = -\left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \frac{m_1 \omega^2}{1 - m_1 \omega^2 \alpha_{mm1}} \quad (2.12)$$

или

$$k_B^1 = -\frac{1}{\alpha_{mm1}} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 \frac{\omega^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}}, \quad (2.13)$$

где

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{1}{m_1 \alpha_{mm1}}} \quad (2.14)$$

собственная частота первой системы при закрепленной опоре Б (рис. 10).

Теперь определим динамическую жесткость второй системы в точке Б. Для этого вновь зададим вынужденные перемещения в точке Б с амплитудой  $Y_B$  и частотой  $\omega$  и определим реакцию в точке Б, возникающую в результате ее вынужденных перемещений. Реакция будет возникать как результат преодоления силы инерции массы и силы упругого сопротивления невесомой пружины:

$$R_B^II = -m_2 \omega^2 Y_B + \frac{1}{\alpha_{mm2}} Y_B, \quad (2.15)$$

где  $m_2\omega^2 Y_B$  – амплитуда силы инерции массы  $m_2$ ,

$\alpha_{mm2}$  – коэффициент статической податливости второй системы в точке Б.

Динамическая жесткость второй системы в точке Б будет

$$k_B^{II} = \frac{R_B^{II}}{Y_B} = \frac{1}{\alpha_{mm2}} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{011}^2} \right), \quad (2.16)$$

где

$$\omega_{011} = \sqrt{\frac{1}{m_2 \alpha_{mm2}}} \quad (2.17)$$

собственная частота первой системы.

Если учесть, что податливость – величина, обратная жесткости, то выражение (2.15) совпадает с ранее полученным уравнением (2.3).

Динамическая жесткость всей системы в точке Б будет равна сумме динамических жесткостей отдельных систем, соединенных в этой точке, т. е.

$$k_B = k_B^I + k_B^{II} \quad (2.18)$$

или

$$k_B = \frac{1}{\alpha_{mm1}} \left( \frac{l_1}{l} \right)^2 \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}} + \frac{1}{\alpha_{mm2}} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2} \right). \quad (2.19)$$

Уже отмечалось, что резонансными будут те частотные режимы системы, на которых динамическая жесткость равна нулю. Тогда из соотношения (2.19) получим уравнение, позволяющее определить резонансные режимы:

$$\omega^4 - \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{\alpha_{mm1}} \alpha_{mm2} \left( \frac{l_1}{l} \right)^2 \right] \omega_{011}^2 + \omega_{01}^2 \right\} \omega^2 + \omega_{01}^2 \omega_{011}^2 = 0. \quad (2.20)$$

Решая это уравнение относительно  $\omega$ , получаем для рассматриваемой системы две критические скорости  $\omega_{1кр}$  и  $\omega_{2кр}$ .

## 2.2. Решение уравнений, анализ результатов

### 2.2.1. Исходные данные для расчета

В качестве исходных данных используются основные параметры системы, необходимые для расчета:

- масса вращающегося диска  $m_1 = 9,36$  кг;
- масса податливой опоры  $m_2 = 14,80$  кг;
- число шпилек  $i = 12$ ;
- расстояние между опорами  $l = 40$  см;
- расстояние между жесткой опорой и точкой крепления диска на валу  $l_1 = 40$  см;
- диаметр вала (на установке вал имеет постоянный диаметр)  $d_6 = 1,5$  см;
- диаметр шпилек  $d_{шп} = 1,2$  см;
- модуль упругости первого рода материала упругих элементов  $E = 200000$  МПа.

### 2.2.2. Расчет критических скоростей

Последовательность расчетного определения критических скоростей сложной системы соответствует методу динамических жесткостей.

1) Определяются коэффициенты податливости  $\alpha_{mm1}$  и  $\alpha_{mm2}$ .

Коэффициенты податливости могут быть определены методами, известными из курса «Сопротивление материалов» [1].

В частности,

$$\alpha_{mm1} = \frac{l^3}{3EI_B} \bar{l}^2 (l - \bar{l})^2, \quad (2.21)$$

$$\alpha_{mm2} = \frac{l^3}{12EI_{III}i}, \quad (2.22)$$

где  $\bar{l} = \frac{l_1}{l}$ ,  $I_B = \frac{\pi d_B^4}{64}$  и  $I_{III} = \frac{\pi d_{III}^4}{64}$  – соответственно экваториальные моменты инерции сечения вала и шпильки.

2) Вычисляются собственные частоты  $\omega_{01}$  и  $\omega_{011}$ .

3) Находятся критические скорости по зависимости (2.20).

В итоге получаем две критические скорости.

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Сначала выполняются эксперименты при жестко опертом роторе. Для этого нужно ослабить контргайку 14 и завернуть винт 15 (см. рис. 1) до упора, законтрив его после этого вновь с помощью контргайки 14. Критическая частота в этом случае рассчитывается по формуле (2.14) и определяется по максимуму амплитуды колебаний, наблюдаемому на экране осциллографа, и записывается в рабочую тетрадь.

2. После этого раскрепить жесткую опору, отвернув винт 15 (см. рис. 1). Получить у преподавателя величину дополнительной сменной массы и по формуле (2.17) определить частоту колебаний второй системы. Провести эксперимент аналогично п.1 с определением двух критических частот.

3. Сравнить расчетные и экспериментальные значения критических частот и объяснить полученные расхождения.

4. Сравнить полученные результаты экспериментов по пп.1,2 и проанализировать влияние упругости в опорах.

## Часть 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЕМПФИРОВАНИЯ В ОПОРЕ НА ДИНАМИКУ СИСТЕМЫ «РОТОР-КОРПУС»

*Цель работы:* практическое знакомство с влиянием демпфирования и конструкцией демпфера сухого трения в виде пакета гофрированных пластин на динамику системы «ротор-опоры»

### 1. КОНСТРУКЦИЯ УСТАНОВКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕМПФЕРА

В модернизированной экспериментальной установке (рис. 11) в податливую опору устанавливается демпфер 1, фиксирующийся с помощью стопорного устройства 7. Для измерения амплитуды колебаний податливой опоры на станину установки 2 устанавливается рама 3 с бесконтактными датчиками линейных перемещений 4 токовихревого типа. Датчики устанавливаются в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Внешний вид модернизированной экспериментальной установки представлен на рис. 12.

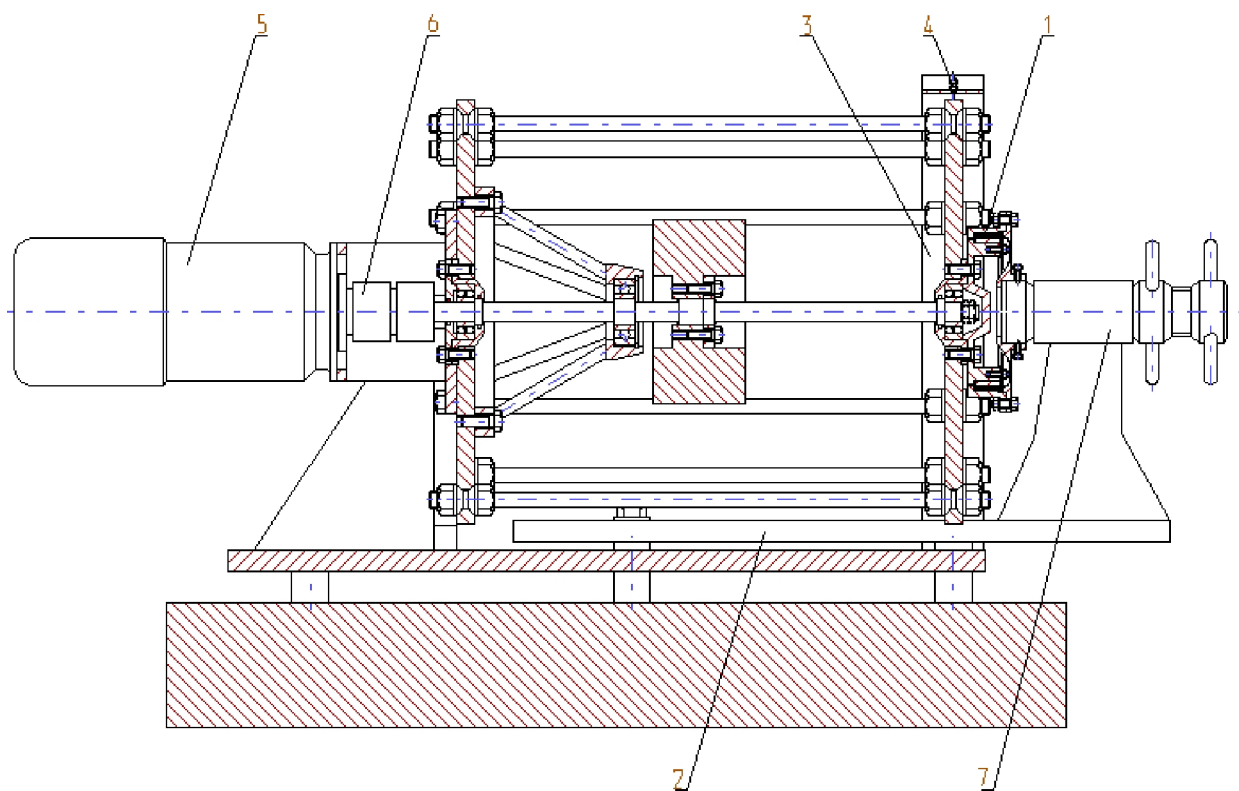


Рис. 11. Модернизированная экспериментальная установка

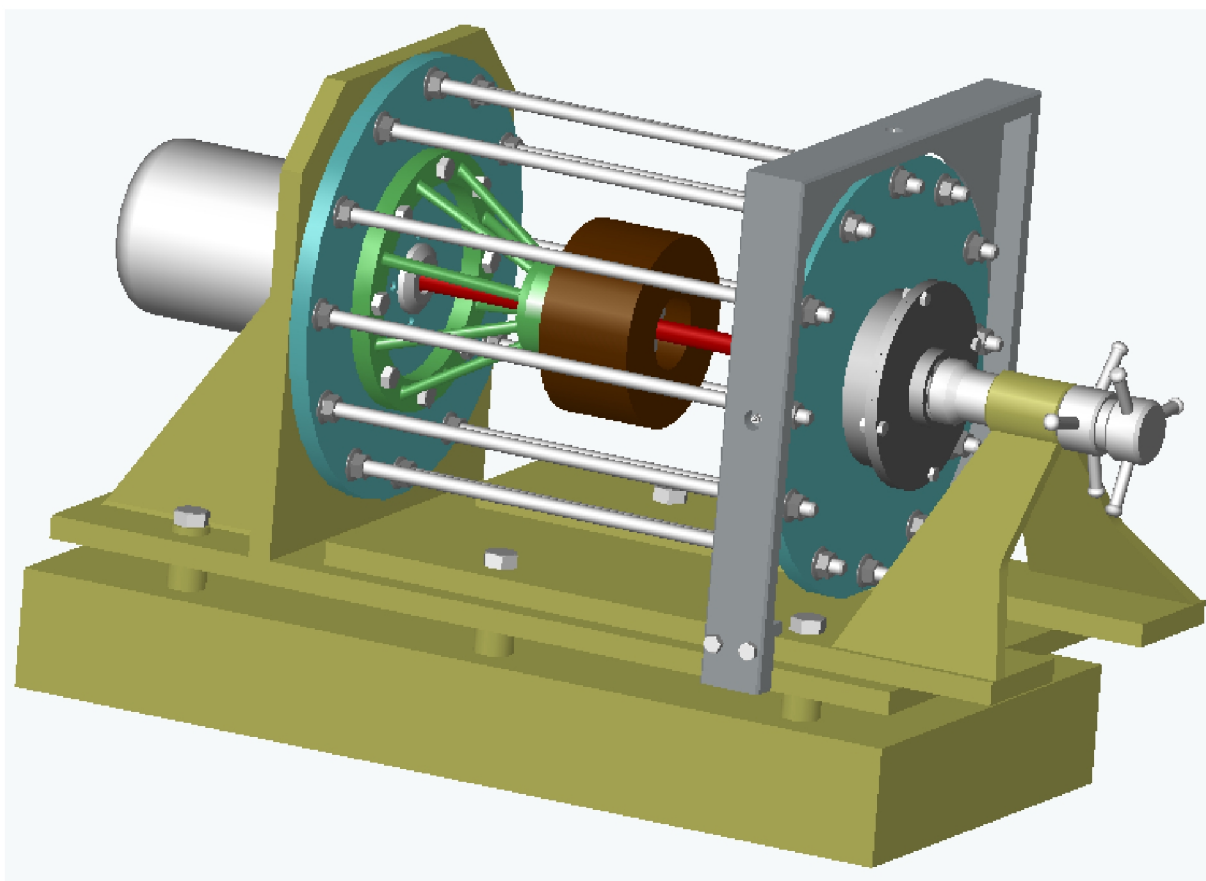


Рис. 12. Внешний вид модернизированной экспериментальной установки

## 2. ОПИСАНИЕ УПРУГОДЕМПФЕРНОЙ ОПОРЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Демпфер (рис. 13) состоит из вибратора 1, который монтируется жестко к податливой опоре. Втулка 2 с пакетом гофрированных пластин 3 устанавливается в корпус демпфера 4. Весь этот пакет демпфера устанавливается с натягом на кольцевую поверхность вибратора. Затем корпус демпфера соединяется болтами с крышкой демпфера 5. Станина жестко соединяется с крышкой демпфера с помощью стопорного устройства (рис. 12) и за счет этого комплекса сборочных единиц образуется демпферная опора с пакетом гофрированных лент.

Работа устройства происходит следующим образом. Под действием статической и динамической нагрузок ротор прогибает гофрированный пакет. Пакет, имея натяг, получает большую силу трения на контактных поверхностях пакета, что приводит к получению большой величины рассеянной циклической энергии, равной работе сил трения за цикл нагружения демпфера. Внесение демпфера в податливую опору позволяет существенно расширить возможности проведения эксперимента. Появляется возможность изучения упругофрикционных характеристик демпфера.

Датчики устанавливаются на раму, которая в свою очередь устанавливается на станину экспериментальной установки (рис. 12). Внешний вид рамы представлен на рис. 14. Новая система измерения стенда позволяет упростить проведение эксперимента и сделать его более наглядным, так как выходные сигналы (резонансные частоты, величины амплитуд) через преобразователь идут сразу на компьютер.

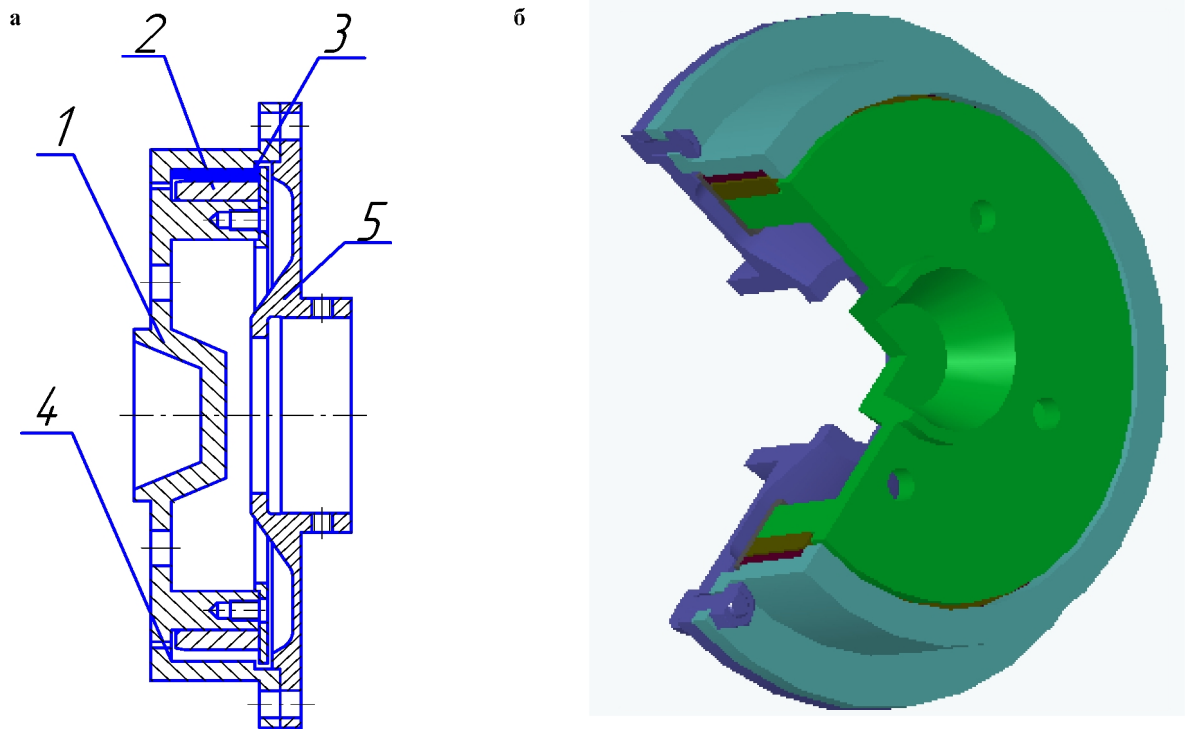


Рис. 13. Демпфер экспериментальной установки (а) и его внешний вид (б)

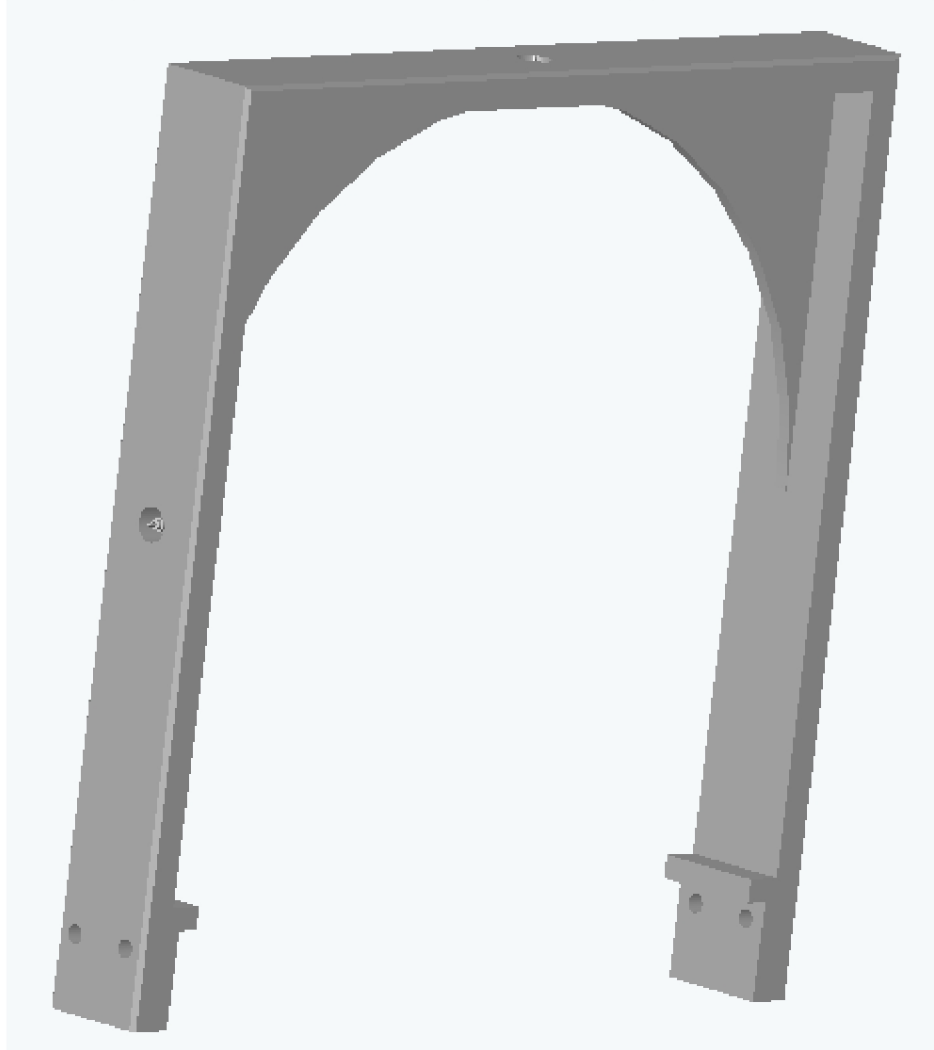


Рис. 14. Измерительная рама

### 3. ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ СТЕНДА

Установка представляет собой вал, вращающийся с частотой  $\omega$  (см. рис. 11). На валу расположен диск массой  $m_1$  с эксцентриситетом  $\delta$ . Одна опора вала жесткая, вторая – податливая. В податливой опоре установлен демпфер. Податливая опора массой  $m_2$  соединяется с неподвижной с помощью шпилек с жесткостью  $c$ .

Представим эту сложную систему в виде массы на пружине с демпфером (рис.15).

Для того чтобы система находилась в равновесии, необходимо чтобы все силы, действующие на систему, были уравновешены [2]. При этом получим уравнение:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -d\dot{x} - cx; \\ m\ddot{x} + d\dot{x} + cx &= 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

где  $m = m_2$  – масса податливой опоры;  
 $d$  – коэффициент демпфирования;  
 $c$  – эквивалентная жесткость.

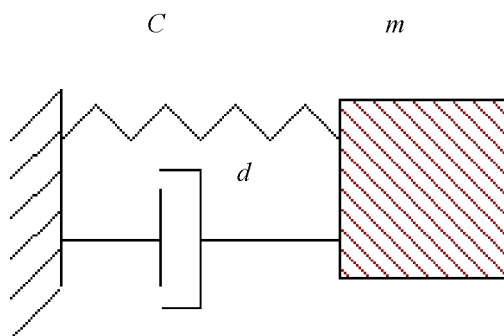


Рис.15. Математическая модель установки

Жесткость  $c$  является эквивалентной величиной, так как в экспериментальной установке существует помимо жесткости шпилек, на которых установлена податливая опора, жесткость самого демпфера. В данной системе жесткости последовательны, т.е. сначала идет жесткость шпилек, а затем жесткость демпфера. Значит, выражение для жесткости должно иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} &= \frac{1}{c_{ун}} + \frac{1}{c_{\delta}}; \\ c &= \frac{c_{ун}c_{\delta}}{c_{ун} + c_{\delta}}, \end{aligned}$$

где  $c_{ун}$  – жесткость шпилек;  
 $c_{\delta}$  – жесткость демпфера.

На вращающуюся массу действует возмущающая сила  $F$ , обусловленная наличием эксцентриситета массы. Эта сила зависит от частоты вращения диска.

$$F_{воз} = F \cdot \sin\omega t = H \cdot \omega^2 \cdot \sin\omega t, \quad (2.24)$$

где  $H = M \cdot \delta$  – дисбаланс; (2.25)

$M$  – масса вращающегося диска;  
 $\delta$  – эксцентриситет массы;  
 $\omega$  – частота вращения вала.

Подставив выражение (2.24) в (2.13) получаем уравнение:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = F \cdot \sin \omega t. \quad (2.26)$$

Обозначим

$$h = \frac{d}{2m}, k^2 = \frac{c}{m}, \quad (2.27)$$

где  $k$  – собственная частота системы, и приходим к уравнению в следующей форме:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + k^2x = \frac{F}{m} \cdot \sin \omega t \quad (2.28)$$

Общее решение данного уравнения имеет вид

$$x = e^{-ht} (C_1 \sin k_*t + C_2 \cos k_*t) + \frac{F}{m\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}} \sin(\omega t - \gamma), \quad (2.29)$$

где постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из начальных условий, причем  $k_* = \sqrt{k^2 - h^2}$  есть частота затухающих колебаний системы, а угол  $\gamma$ , характеризующий отставание фазы перемещения от фазы силы, определяется выражением

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2h\omega}{k^2 - \omega^2}.$$

Первая часть полученного решения представляет собой колебания с частотой  $k_*$ , которые с течением времени затухают и вскоре после начала процесса становятся практически несущественными [3]. Основное значение имеет вторая часть общего решения (чисто вынужденные колебания)

$$x = \frac{F}{m\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}} \sin(\omega t - \gamma) \quad (2.30)$$

описывающая незатухающие установившиеся колебания, происходящие с частотой возбуждения.

Амплитуда установившихся колебаний определяется выражением

$$A = \frac{F}{m\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}}. \quad (2.31)$$

Подставив в формулу (2.27) выражение (2.23) и проводя преобразования, получим

$$A = \frac{M\delta\omega^2}{c\sqrt{\left(1 - \bar{\omega}^2\right)^2 + \frac{4h^2\bar{\omega}^2}{k^2}}}, \quad (2.32)$$

где  $\bar{\omega} = \frac{\omega}{k}$  - относительная частота вращения системы.

С помощью уравнения (2.32) определяем амплитуду вынужденных колебаний в зависимости от жесткости  $c$  и коэффициента демпфирования  $d$ .

## 4. ПОСТРОЕНИЕ ANSYS-МОДЕЛИ

### 4.1. Допущения при построении ANSYS-модели

При составлении модели принимаются следующие допущения:

– жесткая опора моделируется абсолютно жесткой заделкой, что правомерно условиям поставленной задачи;

– демпфер в податливой опоре моделируется двумя элементами, расположенными во взаимно перпендикулярных плоскостях;

– вал может поворачиваться относительно оси, перпендикулярной оси вращения вала, в небольших пределах (порядка  $2...3^\circ$ ). Такая возможность обеспечивается благодаря тому, что в опорах установлены самоустанавливающиеся подшипники. Этого достаточно, чтобы не запрещать повороты в точках крепления вала;

– масса груза  $m_1 = 9.36$  кг сосредоточена на отрезке длиной 10 мм.

Для расчета следует использовать плоский конечный элемент типа SHELL63, линейный – PIPE16 и комбинированный элемент COMBIN14. Свойства материала:  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па,  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu = 0.3$ .

### 4.2. Порядок построения конечно-элементной модели экспериментальной установки

При построении модели должны использоваться лишь собственные средства моделирования пакета ANSYS. Пример построенной при таких допущениях модели экспериментальной установки «ротор-корпус» приведен на рис. 16.

При построении принимается:

OZ – ось вращения вала;

начало координат находится в центре диска жесткой опоры.

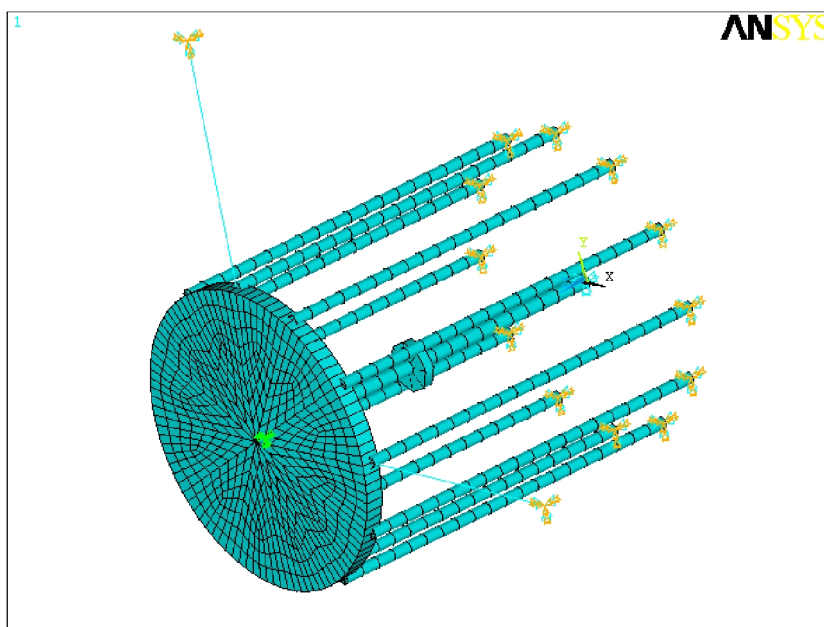


Рис. 16. Конечно-элементная модель экспериментальной установки

1) Построение вала с грузом

- Для построения геометрии вала вводятся координаты точек из таблицы 1. (координаты даны в миллиметрах):

Таблица 1

*Координаты точек*

№ точки	X	Y	Z
1	0	0	0
2	0	0	209.5
3	0	0	219.5
4	0	0	397

**MM>Preprocessor>Create>Keypoints>In Active CS...**

- По созданным точкам проводятся линии

**MM>Preprocessor>Create>-Lines- Lines>Straight Line**

Результатом операции будут три созданные линии, одна из которых (длиной 10 мм) будет использована для моделирования груза  $m_1$ .

2) Построение шпилек, удерживающих упругую опору

- Создаются точки со следующими координатами (таблица 2):

Таблица 2

*Координаты точек*

№ точки	X	Y	Z
5	150	0	0
6	150	0	397

**MM>Preprocessor>Create>Keypoints>In Active CS...**

- По точкам проводится линия

**MM>Preprocessor>Create>-Lines- Lines>Straight Line**

- Перейти в глобальную цилиндрическую систему координат

**UM>WorkPlane>Change Active CS to Global Cylindrical,**

или используя команду CSYS,1 с помощью командной строки.

- Скопировать остальные одиннадцать шпилек относительно оси OZ

**MM>Preprocessor> -Modeling- Copy>Lines**

Выбирается шпилька и нажимается ОК. В открывшемся меню вводится: ITEM = 12 – число копий, DY = 360/12 – угол смещения при копировании относительно оси OZ.

3) Построение диска упругой опоры

- Создается точка с координатами (таблица 3)

Таблица 3

*Координаты точек*

№ точки	X	Y	Z
7	0	0	400

- Создается одна (любая из 12) поверхность, определяющая диск упругой опоры

**MM>Preprocessor>Create>-Areas- Arbitrary> Through KPs**

Указываются крайние точки шпилек и центральная точка на координате Z = 400 мм. Получается треугольник. Остальные поверхности получаются копированием исходной.

- Скопировать созданную поверхность аналогично шпилькам

**MM>Preprocessor> -Modeling- Copy>Areas**

Указывается построенная поверхность и вводится ITEMP = 12 – число копий, DY = 360/12 – угол смещения при копировании относительно оси OZ.

- Удалить совпадающие элементы командой

**MM>Preprocessor>Numbering Cntrls>Merge Items ...**

4) Построение сетки конечных элементов

- Задаются следующие свойства материала:

модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па;

плотность  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>;

коэффициент Пуассона  $\mu = 0.3$

5) Построение сетки конечных элементов для диска упругой опоры

- Назначается конечный элемент типа Shell63

**MM>Preprocessor>Element Type> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add... и выбирается элемент типа Structural Shell под номером 63

- Создается набор реальных констант для данного элемента

**MM>Preprocessor>Real Constants> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add..., выбирается элемент Type 1 Shell 63 и нажимается ОК. Вводится ТК(I) = 19 мм – толщина диска упругой опоры. В реальности толщина диска равна 15 мм, но из-за того что диск моделировался не полностью (только до осей шпилек), то необходимо компенсировать массу. Именно поэтому толщина диска увеличена на 4 мм.

В результате будет создана первая реальная константа.

- Активизируется тип элемента Shell63, 1-ая реальная константа и первый номер материала

**MM>Preprocessor>-Attributes- Define> Default Attribs ...**

- Строится сетка конечных элементов на поверхности диска упругой опоры.

Для этого задается глобальный размер кромки элемента, равный 20 мм.

**MM>Preprocessor> -Meshing- Size Cntrls> -Global- Size...**

Затем осуществляется разбиение:

**MM>Preprocessor> -Meshing- Mesh> -Areas- Mapped> 3 or 4 sided**

Указываются все 12 поверхностей и нажимается ОК.

- Включить объемное отображение плоских конечных элементов

**UM>PlotCtrls>Style>Size and Shape ...**

Ставится метка ON в окошке /ESHAPE, или набирается /ESHAPE,1 в командной строке.

6) Построение линейных конечных элементов для вала

- Назначается конечный элемент типа Pipe16

**MM>Preprocessor>Element Type> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add... и выбирается элемент типа Structural Pipe под номером 16. В результате появится конечный элемент Pipe16 с порядковым номером 2.

7) Разбиение участка вала от жесткой опоры до места крепления груза

- Задаются реальные константы

**MM>Preprocessor>Real Constants> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add..., выбирается элемент Type 2 Pipe16 и нажимается ОК. Pipe16 представляет собой трубу с возможностью задания толщины стенки. В окне необходимо ввести внешний диаметр и толщину стенки, равной половине внешнего диаметра. В результате получается стержень с необходимым внешним диаметром.

В результате будет создана вторая реальная константа.

OD = 15 мм – внешний диаметр;

TKWALL = 7.5 мм – толщины стенки трубы.

- Назначается линии тип элемента Pipe16, 2-я реальная константа и первый номер материала

**MM>Preprocessor>-Attributes- Define> Picked Lines**

Указывается необходимый участок конструкции и нажимается ОК.

В появившемся окне выбирается MAT = 1; REAL = 2; TYPE = 2 Pipe 16 и нажимается ОК.

8) Разбиение линии, определяющую начальный участок вала

**MM>Preprocessor> -Meshing- Mesh>Lines**

Указывается вышеобозначенная линия и нажимается ОК.

9) Разбиение линии, определяющей участок сосредоточения груза

- Задаются реальные константы

**MM>Preprocessor>Real Constants> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add..., выбирается элемент Type 2 Pipe16 и нажимается ОК..

OD = 50 мм – внешний диаметр;

TKWALL = 25 мм – толщины стенки трубы;

MWALL = 9.36 кг – масса данного участка трубы.

В результате будет создана третья реальная константа.

- Назначается линии тип элемента Pipe16, 3-я реальная константа и первый номер материала

**MM>Preprocessor>-Attributes- Define> Picked Lines**

Указывается необходимый участок конструкции и нажимается ОК.

В появившемся окне выбирается MAT = 1; REAL = 3; TYPE = 2 Pipe 16 и нажимается ОК.

10) Разбиение линии, определяющей сосредоточение груза

**MM>Preprocessor> -Meshing- Mesh>Lines**

Указывается вышеобозначенная линия и нажимается ОК. Необходимо уточнить, что параметр MWAll определяет массу одного элемента. Следовательно, на данном участке должен быть всего один конечный элемент.

11) Разбиение оставшегося участка вала

- Назначается линии тип элемента Pipe16, 2-я реальная константа и первый номер материала

**MM>Preprocessor>-Attributes- Define> Picked Lines**

Указывается необходимый участок конструкции и нажимается ОК.

В появившемся окне выбирается MAT = 1; REAL = 2; TYPE = 2 Pipe 16 и нажимается ОК.

- Разбивается оставшийся участок вала

**MM>Preprocessor> -Meshing- Mesh>Lines**

Указывается вышеобозначенная линия и нажимается ОК.

12) Разбиение шпилек

- Задаются реальные константы

**MM>Preprocessor>Real Constants> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add..., выбирается элемент Type 2 Pipe16 и нажимается ОК.

OD = 12 мм – внешний диаметр;

TKWALL = 6 мм – толщины стенки трубы.

В результате будет создана четвертая реальная константа.

- Назначается линиям тип элемента Pipe16, 4-я реальная константа и первый номер материала

**MM>Preprocessor>-Attributes- Define> Picked Lines**

Указывается необходимый участок конструкции

В появившемся окне выбирается MAT = 1; REAL = 4; TYPE = 2 Pipe 16 и нажимается ОК.

- Разбиение линии шпилек

**MM>Preprocessor> -Meshing- Mesh>Lines**

Указывается вышеобозначенная линия и нажимается ОК.

- Удаляются совпадающие элементы командой

MM>Preprocessor>Numbering Cntrls>Merge Items ...

13) Связывание узлов вала и упругой опоры.

Необходимо связать перемещения конца вала и центрального узла упругой опоры, не связывая поворотов. Для этого необходимо приблизить центр упругой опоры и отобразить узлы.

Для отображения узлов: UM>Plot>Nodes

Для связывания узлов используется команда

**MM>Preprocessor>Coupling/Ceqn>Couple DOFs**

Указываются два узла и нажимается ОК.

В появившемся окне вводится

NSET = 1 – номер уравнения для связывания узлов;

LAB = UX – направление, в котором будут связаны перемещения.

Аналогично проделывается для направлений UY и UZ, меняя поле LAB. При этом важно не забывать менять номер уравнения NSET.

Если все проделано правильно, то на рабочем поле ANSYS отобразит три пары треугольников, которые и будут означать, что данные узлы связаны и в каком направлении действует эта связь.

14) Создание демпфера.

- В двух взаимно перпендикулярных плоскостях строим две точки с координатами (в миллиметрах, таблица 4):

Таблица 4

*Координаты точек*

№ точки	X	Y	Z
100	400	0	400
200	0	400	400

**MM>Preprocessor>Create>Keypoints>In Active CS...**

- Создаются в построенных точках узлы.

**MM>Preprocessor>Create>Nodes>On Keypoint...**

Выбираются вновь построенные точки – 100 и 200.

- Строится сетка конечных элементов демпфера.

Назначается конечный элемент типа Combin14.

**MM>Preprocessor>Element Type> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add... и выбирается элемент типа Combination\Spring-Damper 14.

15) Создание набора реальных констант для данного элемента

**MM>Preprocessor>Real Constants> Add/Edit/Delete...**

В появившемся окне нажимается Add..., выбирается элемент Type 3 Combin14 и нажимается ОК. Вводится Spring constant = 1 – жесткость демпфера, Damping coefficient = 1 – коэффициент демпфирования. В реальности коэффициент демпфирования и жесткость от-

личны от единицы, но на величину критических частот вращения они практически не влияют. В результате будет создана пятая реальная константа.

16) Создание элементов

- Создается два элемента по узлам типа Combin14, с 5-й реальной константой и первым номером материала

**MM>Preprocessor>-Create-Elements-Elem Attributes ...**

Выбирается элемент Combin14, 5-я реальная константа и первый номер материала

- **MM>Preprocessor>-Create-Elements-Auto Numbered-Thru Nodes ...**

Выбираются узлы, 1005 и 437 и 1006 и 620. В результате получается два взаимно перпендикулярных элемента, связанных с подвижной опорой.

17) Наложение условий и приложение усилий к демпферу

- Закрепляются узлы 1005 и 1006.

**MM> Preprocessor>Loads> -Loads- Apply>-Structural- Displacement>On Nodes**

Указываются узлы демпфера, выбирается ALL DOF и нажимается ОК.

18) Приложение закреплений

- Закрепление шпильки и вала

**MM> Preprocessor>Loads> -Loads- Apply>-Structural- Displacement>On Nodes**

Указываются крайние узлы шпилек, выбирается ALL DOF и нажимается ОК.

Аналогично поступить с узлом вала, только вместо метки ALL DOF выбрать UX, UY, UZ.

19) Сохранить базу данных созданной модели.

В результате выполнения вышеуказанных операций будет создана двухмассовая модель установки «ротор-корпус» с демпфером в податливой опоре.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГОФРИКЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАСТИНЧАТОГО ДЕМПФЕРА

Для проведения дальнейшего анализа необходимо найти характеристики пластинчатого демпфера, установленного в податливой опоре экспериментальной установки.

### 5.1. Разработка математической модели многослойного гофрированного демпфера с переменными геометрическими параметрами

Рассмотрим плоское прецессионное нагружение демпфера с переменными параметрами гофров, показанного на рис. 17 и 18 [4].

Пусть в общем виде многослойный пакет 1 имеет следующие переменные параметры:

- начальную высоту гофров  $h_i^*$ ;
- угловой шаг  $t_i$ ;
- ширину пакета  $b_i$ .

Будем считать, что все ленты имеют одинаковую толщину  $h$ , модуль упругости  $E$ , коэффициент трения на вершинах  $f$ . Переменные параметры  $h_i^*$ ,  $t_i$ ,  $b_i$  являются зеркально симметричными относительно некоторой (не обязательно вертикальной) оси. Угловое положение вершины  $i$ -того пакета обозначим через  $\varphi_i$ , причем

$$\varphi_i = \varphi_i(i), \quad (2.33)$$

где  $i$ - порядковый номер пакета.

Рассмотрим систему сил, действующих на вибратор демпфера (рис. 19). Кроме внешней силы, на вибратор действуют нормальные силы реакций гофрированных пакетов  $N_i$ , направленные к центру вибратора, и касательные силы трения  $Q_i$ , направленные двумя потоками относительно диаметра, перпендикулярного вектору смещения вибратора в сторону, противоположную процессии (см. рис. 19).

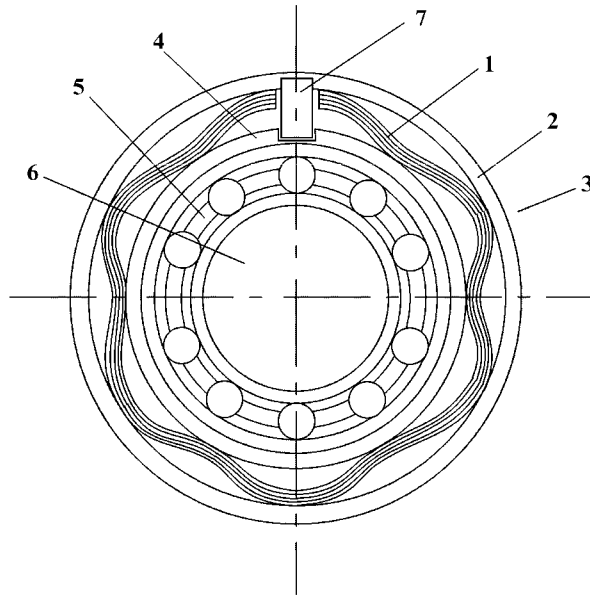


Рис. 17. Внешний вид демпфера с саморазгрузкой от веса ротора

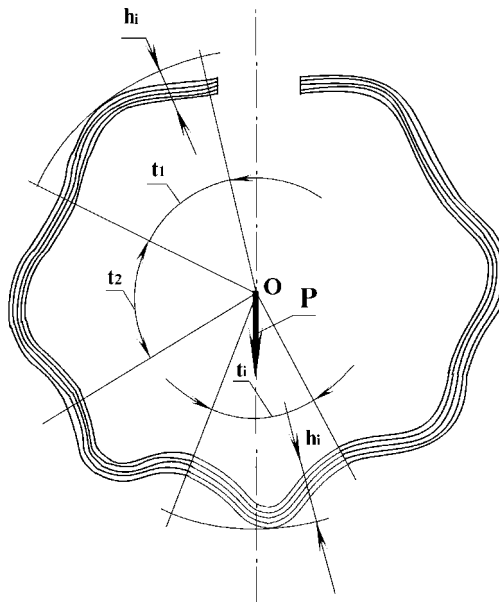


Рис. 18. Гофрированный пакет до сборки

Нормальные силы будем определять в виде [5]:

$$N_i(q_i, q_{oi}, v_i) = nmk_m h_i^* EJ_i \left\{ \bar{R}(\xi_i) + 0,5 \cdot n \cdot (-1)^{v_i+1} \cdot \bar{T}(\xi_i) + (-1)^{v_i} \cdot n \cdot \bar{T}(\xi_{oi}) \cdot \exp \left[ -\frac{10 \cdot |\xi_i - \xi_{oi}|}{n \cdot \bar{a}(\xi_{oi})} \right] \right\} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m; , \quad (2.34)$$

а силы трения на вершинах в виде :

$$Q_i = Q_{oi} \cdot \text{sign}(\dot{t}_i) \cdot \left[ 1 - 2 \cdot \exp \left\{ -k \cdot |\tau_i + A \cdot \text{sign}(\dot{t}_i)| \right\} \right] \quad (2.35)$$

где  $Q_{oi} = f \cdot N_i$ ,  $q_i$ ,  $\tau_i$  - нормальные и касательные смещения вибратора в точке его контакта с вершиной  $i$ -того гофра:

$$\tau_i = A \cdot \sin(\varphi_i - \alpha), \quad (2.36)$$

$$q_i = A \cdot \cos(\varphi_i - \alpha) + q_{ni}, \quad (2.37)$$

$q_{ni}$  - натяг  $i$ -того гофрированного пакета;

$q_{oi}$  - начальная радиальная деформация середины  $i$ -того пакета;

$$q_{oi} = q_n + (-1)^{v_i} \cdot A; \quad (2.38)$$



$$\beta = \arctg \frac{P_y}{P_D}; \quad (2.46)$$

а модуль полной силы сопротивления:

$$m = \sqrt{m_y^2 + m_D^2}. \quad (2.47)$$

Для удобства исследований приведем силы и смещения к безразмерному виду:

$$\bar{P}_y = \frac{P_y}{U_{cp}}; \quad \bar{m}_D = \frac{m_D}{U_{-p}}; \quad \bar{A} = \frac{A}{\delta}; \quad \bar{y} = \frac{y}{\delta}; \quad \bar{x} = \frac{x}{\delta}, \quad (2.48)$$

где

$$U_{cp} = nmh_{cp}^* t_{cp}^{-3} EJ_{cp} k_m; \quad h_{cp}^* = \frac{h_{\min}^* + h_{\max}^*}{2};$$

$$t_{cp} = \frac{t_{\min} + t_{\max}}{2}; \quad J_{cp} = \frac{b_{cp} h^3}{12}; \quad b_{cp} = \frac{b_{\min} + b_{\max}}{2};$$

$$\delta = h_{cp}^* - q_{ncp}; \quad q_{ncp} = \frac{q_{n\min} + q_{n\max}}{2}.$$

С учетом этого прецессионный гистерезис можно представить в виде совокупности двух гистерезисных кривых  $\bar{Y}(\bar{y})$  и  $\bar{X}(\bar{x})$ , где

$$\bar{Y} = \bar{P} \cdot \cos(\alpha + \beta); \quad \bar{X} = \bar{P} \cdot \sin(\alpha + \beta);$$

$$\bar{y} = \frac{A}{\delta} \cdot \cos(\alpha); \quad \bar{x} = \frac{A}{\delta} \cdot \sin(\alpha). \quad (2.49)$$

Введем еще два безразмерных параметра – безразмерную комплексную жесткость:

$$\bar{c}^* = \frac{\bar{P}_y}{A} + i \cdot \frac{\bar{P}_D}{A} = \text{Re}(\bar{c}^*) + i \cdot \text{Im}(\bar{c}^*) \quad (2.50)$$

и безразмерный момент сопротивления прецессии

$$\bar{M} = \bar{P}_D \cdot \bar{A}. \quad (2.51)$$

Для определения безразмерной рассеиваемой демпфером энергии можно поступить двумя способами: 1 – проинтегрировать выражения  $M(\alpha)$  по  $\alpha$  в диапазоне  $(0..2\pi)$ , или 2 – найти площади петель гистерезиса  $\bar{X}(\bar{x})$  и  $\bar{Y}(\bar{y})$  и сложить полученные значения.

Таким образом, для первого случая будем иметь

$$\bar{W} = \int_0^{2\pi} \bar{M}(\alpha) \cdot d\alpha, \quad (2.52)$$

для второго случая

$$\bar{W} = \bar{W}_x + \bar{W}_y = \int_{-A}^{+A} \bar{X}(\bar{x}) \cdot d\bar{x} + \int_{-A}^{+A} \bar{Y}(\bar{y}) \cdot d\bar{y}. \quad (2.53)$$

## 5.2. Расчет характеристик демпфера

Для определения оптимальной величины демпфирования необходимо изучить упругодиссипативные характеристики системы конструкционного демпфирования. Вид этих характеристик может быть разным, в зависимости от типа изучаемой системы, характера ее нагружения и способа использования УДХ в динамических расчетах. В простейшем случае, например, при использовании виброизолятора в динамической системе с одноосным восприятием им циклической нагрузки, определяют серию упругогистерезисных петель в координатах  $P - u$  (нагрузка - деформация) при статическом нагружении. После этого экспериментальным или расчетным способом (планиметрированием или интегрированием) определяют площади петель (рассеиваемую энергию) в зависимости от амплитуды деформации и соответствующие им коэффициенты поглощения и жесткости. Эти данные используют для получения аппроксимирующих зависимостей, которые применяют при составлении приближенных дифференциальных уравнений движения динамических систем. При этом для разных методов решения дифференциальных уравнений применяются разные аппроксимирующие зависимости. Можно применять экспериментальные упругогистерезисные поля петель и напрямую в дифференциальных уравнениях движения систем, однако при этом требуется знание законов перехода от одной петли гистерезиса к другой, которые, как правило, различны по форме. В ходе построения петель гистерезиса получится некоторое значение толщины  $T^*$  петли, которую можно использовать для определения коэффициента демпфирования [5]:

$$d = \frac{T^*}{A \cdot \omega} \quad (2.54)$$

Этот коэффициент будет зависеть от частоты. Его можно использовать как при решении дифференциальных уравнений колебания массы на упругих опорах так и при построении АЧХ.

В итоге решения математической модели получена серия упругогистерезисных петель в двух взаимно перпендикулярных плоскостях для разных значений амплитуды колебаний.

При изменении значения амплитуды в пределах зазора можно построить семейство петель гистерезиса (рис. 20, 21). Как видно из графиков, суммарные петли в двух взаимно перпендикулярных плоскостях практически не отличаются. Это объясняется тем, что податливая опора, в которой установлен демпфер сухого трения, является изотропной, т.е. жесткости в двух взаимно перпендикулярных плоскостях – одинаковы.

Далее для разных значений амплитуд по зависимости (2.54) определяются коэффициенты демпфирования и жесткости демпфера, которые приведены на рис. 22- 24.

Из графиков видно, что жесткость и коэффициент демпфирования имеют минимум при изменении амплитуды колебаний в пределах зазора от минимального до максимального значения.

Для дальнейших расчетов необходимо определить среднюю жесткость и средний коэффициент демпфирования, что требует определения геометрических параметров демпфера. Для спроектированной экспериментальной установки эти параметры имеют следующие величины (рис.25):

- $m = 14$  – число пролетов демпфера;
- $H_k = 2.5$  мм – высота гофров в свободном состоянии;
- $b = 20$  мм – ширина пакета;
- $E = 200$  кН/мм<sup>2</sup> – модуль упругости материала;
- $\delta = 1.1$  мм – зазор;
- $n = 5$  – число лент в демпфере;
- $f = 0.15$  – коэффициент трения;
- $D = 125$  мм – внешний диаметр;
- $D_k = 120$  мм – диаметр кольца;
- $h = 0.2$  мм – толщина гофрированной пластины.

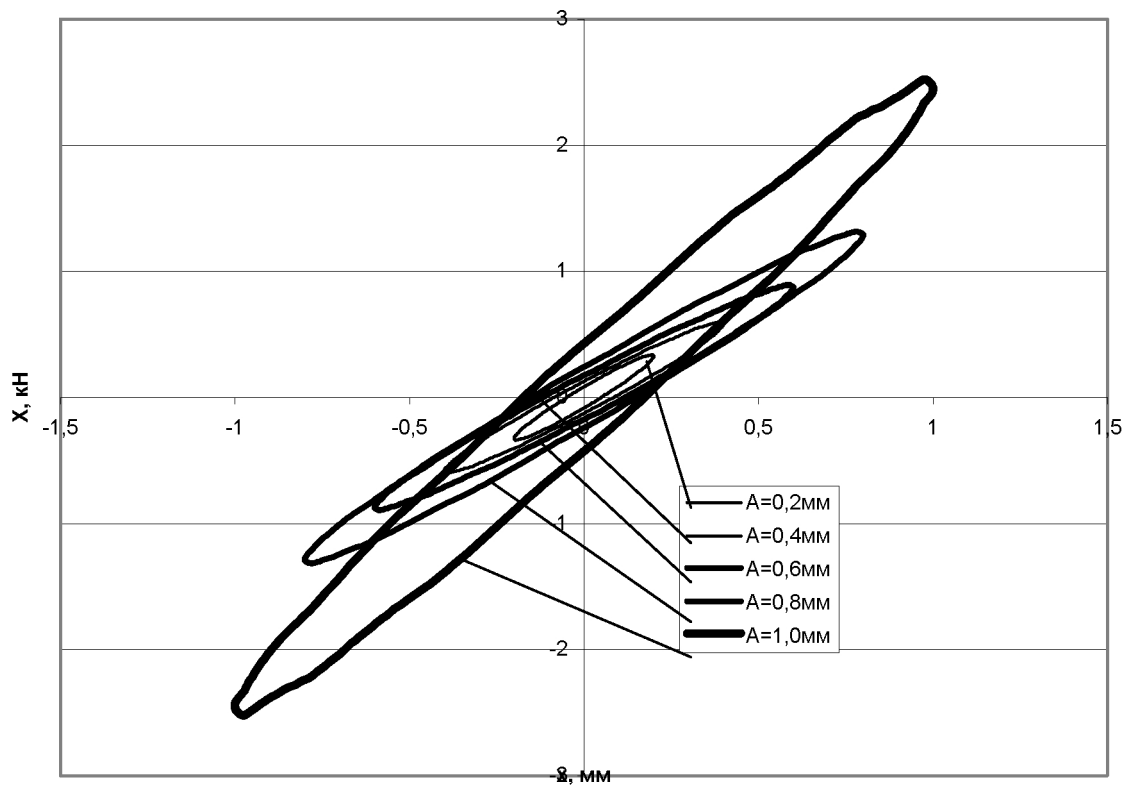


Рис. 20. Суммарный график петель гистерезиса по оси X

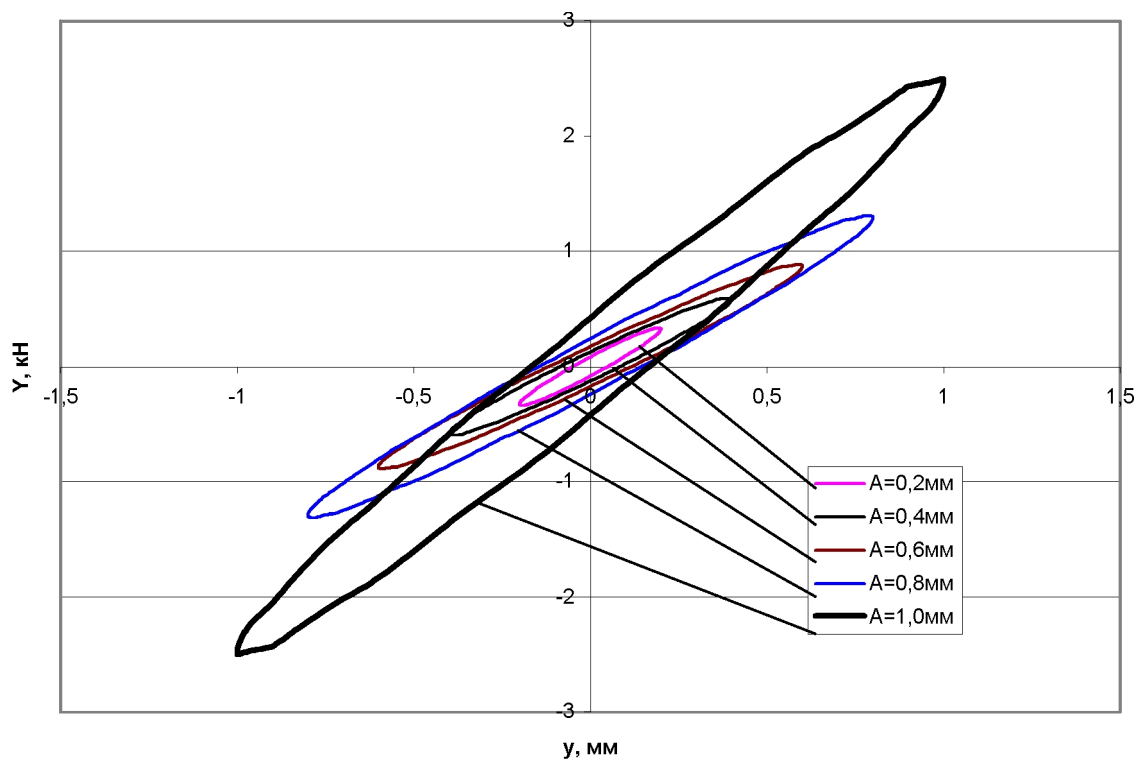


Рис. 21. Суммарный график петель гистерезиса по оси Y

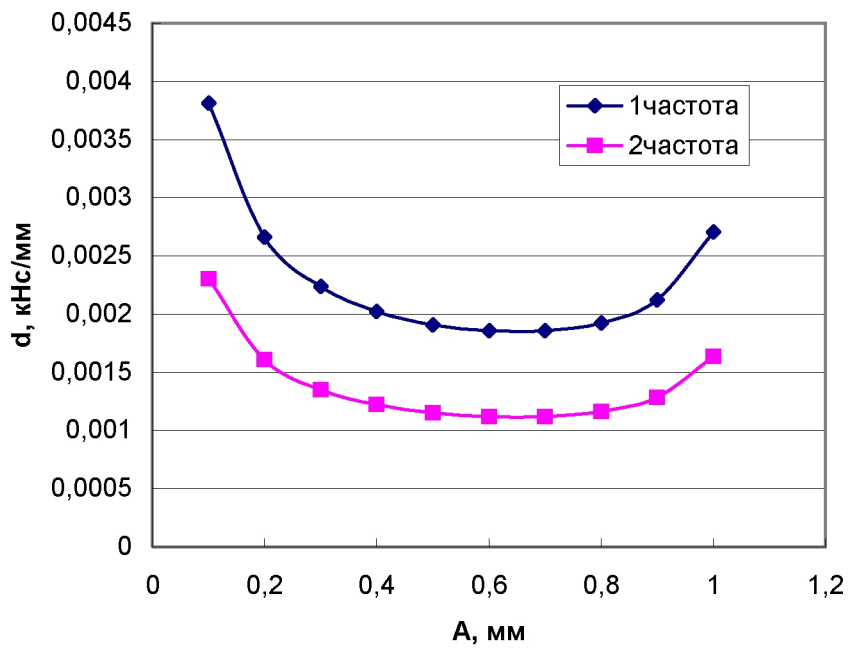


Рис. 22. Зависимость коэффициента демпфирования от амплитуды колебаний

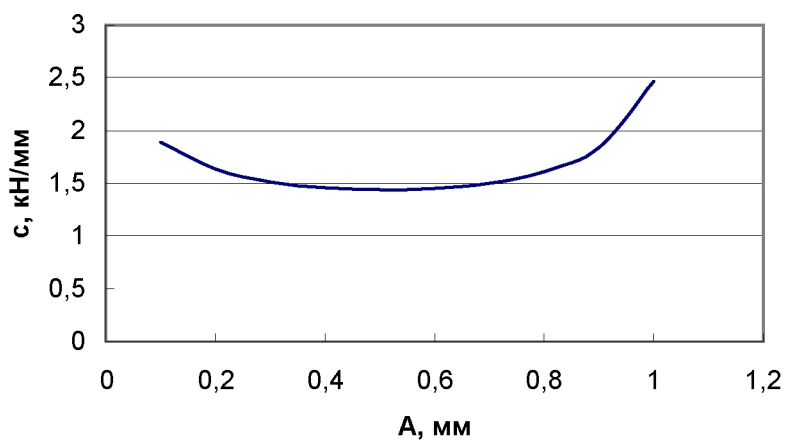


Рис. 23. Зависимость коэффициента жесткости демпфера от амплитуды колебаний

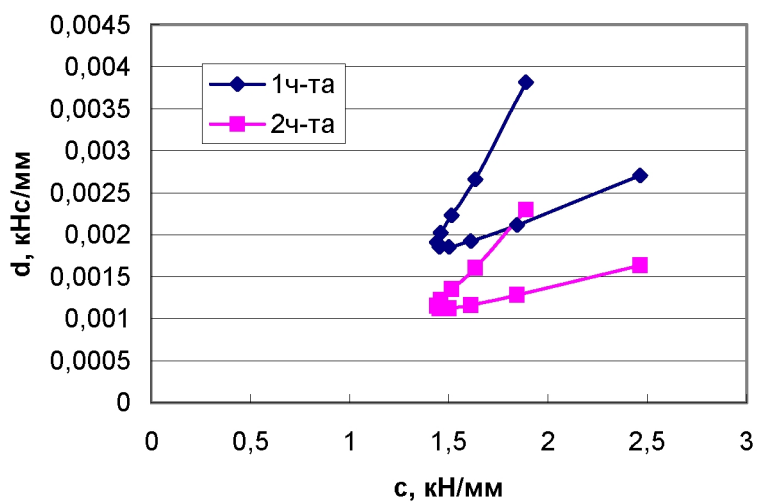


Рис.24. Зависимость коэффициента демпфирования от жесткости демпфера

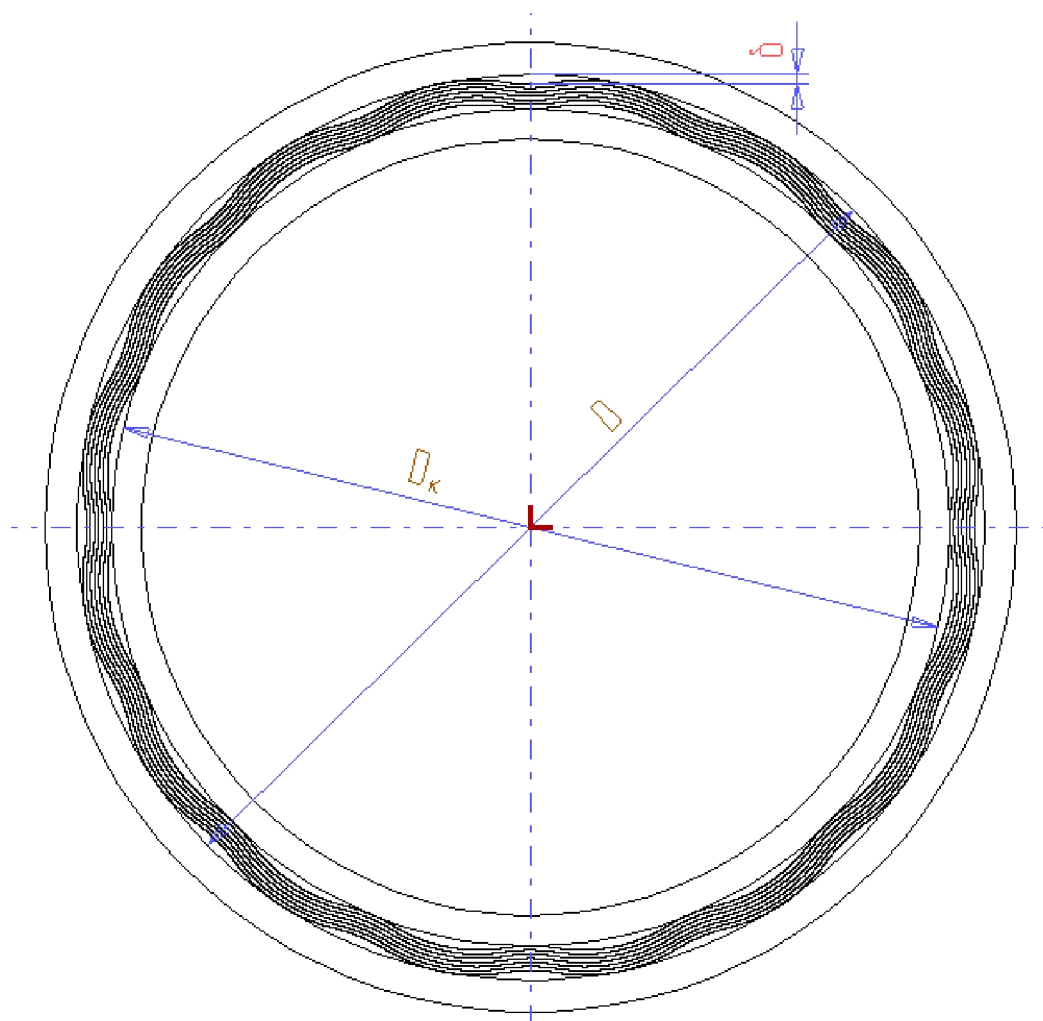


Рис. 25. Параметры пластинчатого демпфера

В ходе расчета получено, что:

$c = 1680900,0$  Н/м - средняя жесткость демпфера;

$d_1 = 2309,0$  Нс/м – средний коэффициент демпфирования для первой собственной частоты;

$d_2 = 1395,0$  Нс/м – средний коэффициент демпфирования для второй собственной частоты.

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ СИСТЕМЫ «РОТОР-ОПОРЫ» ПО РАЗЛИЧНЫМ МОДЕЛЯМ

### 6.1. ANSYS-модель

Результатом расчета ANSYS-модели является амплитудно-частотная характеристика (АЧХ). Эта характеристика наглядно показывает и значения критических частот, и величину амплитуды колебаний. Это особенно важно для систем с демпфированием, так как в системах без демпфирования амплитуда стремится в бесконечность.

Для построения АЧХ необходимо провести гармонический анализ.

#### 6.1.1. Порядок проведения гармонического анализа

Гармонический анализ независим от других расчетов (в частности от модального анализа) и проводится сразу после построения модели. Выполняются следующие действия:

- 1) Загружается база данных построенной модели.
- 2) Переходим в решатель и задаем тип анализа – гармонический.

**MM>Solution>New Analysis ...**

Выбирается тип анализа Harmonic.

- 3) В опциях гармонического анализа ничего не изменяем.
- 4) Приложение усилий.

Так как опоры, в которых проводятся исследования изотропны, т.е. жесткости в обеих плоскостях одинаковы, то анализ проводится в одной из расчетных плоскостей. Для удобства берется плоскость YOZ. Прикладывается сила:

**MM>Preprocessor>Loads>-Loads-Apply>-Structural-  
-Force/Moment>On Nodes...**

Выбирается узел на периферии диска податливой опоры, в меню ставим Directions of force/moment - FY. Value – величина силы.

- 5) Параметры расчета.

- Вводится интервал частот, на котором будет проводиться расчет.

**MM>Solution>Load Step Opts>Time/Frequec>Freq and Substeps...**

Ставится галочка на опции Stepped – пошаговый расчет.

Harmoni<sup>q</sup> freque range – интервал рассматриваемых частот;

Number of substeps – число шагов расчета. Чем выше это число, тем точнее получаются значения частот.

- Можно при расчете задать общее демпфирование системы:

**MM>Solution>Load Step Opts>Damping...**

Constant damping ratio – величина демпфирования.

- 6) Ставим задачу на решение.

**MM>Solution> -Solve- Current LS**

## 6.1.2 Расчет по ANSYS-модели

### 6.1.2.1 Модальный анализ

В результате модального анализа исходной конструкции без демпфера определяются собственные частоты недемпфированной системы  $P_{нд1}$  и  $P_{нд2}$ . Здесь индекс нд и означает «недемпфированный». Это значения частот для первой и второй изгибных форм колебаний. Формы колебаний, соответствующие этим частотам, представлены на (рис. 26). Величины частот должны совпадать со значениями, рассчитанными в части 1.

При введении демпфера в податливую опору значения собственных частот сдвигаются, так как демпфер обладает собственной жесткостью. Поэтому необходимо провести модальный анализ для определения новых значений собственных частот. В результате получаем демпфированные (индекс д) частоты (рис. 27, а,б):  $P_{д1}$  и  $P_{д2}$ , которые отличаются от частот недемпфированной системы.

Далее необходимо определить разницу частот  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$ :

$$\Delta P_1 = P_{д1} - P_{нд1}, \quad \Delta P_2 = P_{д2} - P_{нд2}.$$

Значения частот с учетом демпфирования должны возрасти, что следует из основных положений теории колебаний [1].

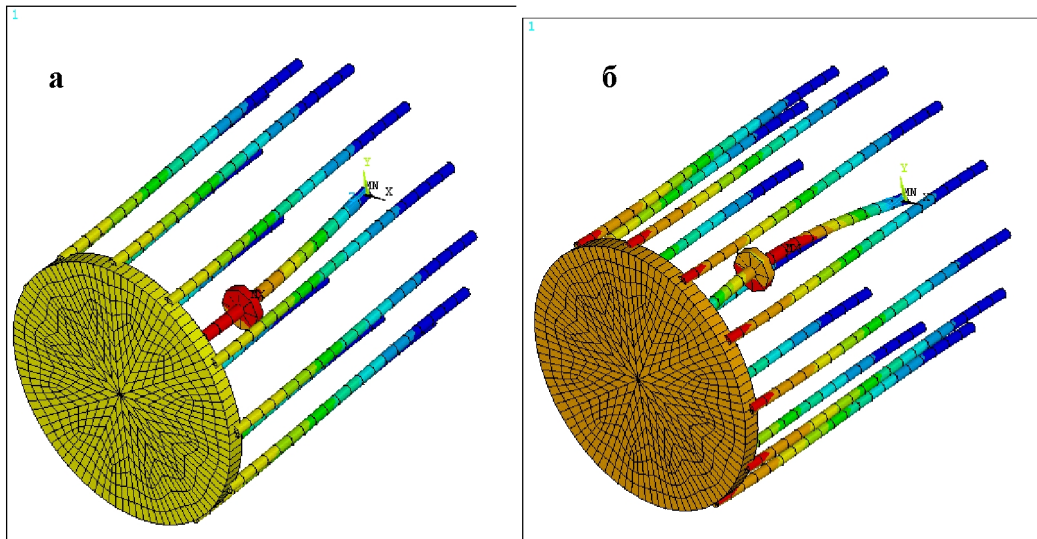


Рис. 26 - Первая (а) и вторая (б) формы колебаний системы без демпфера

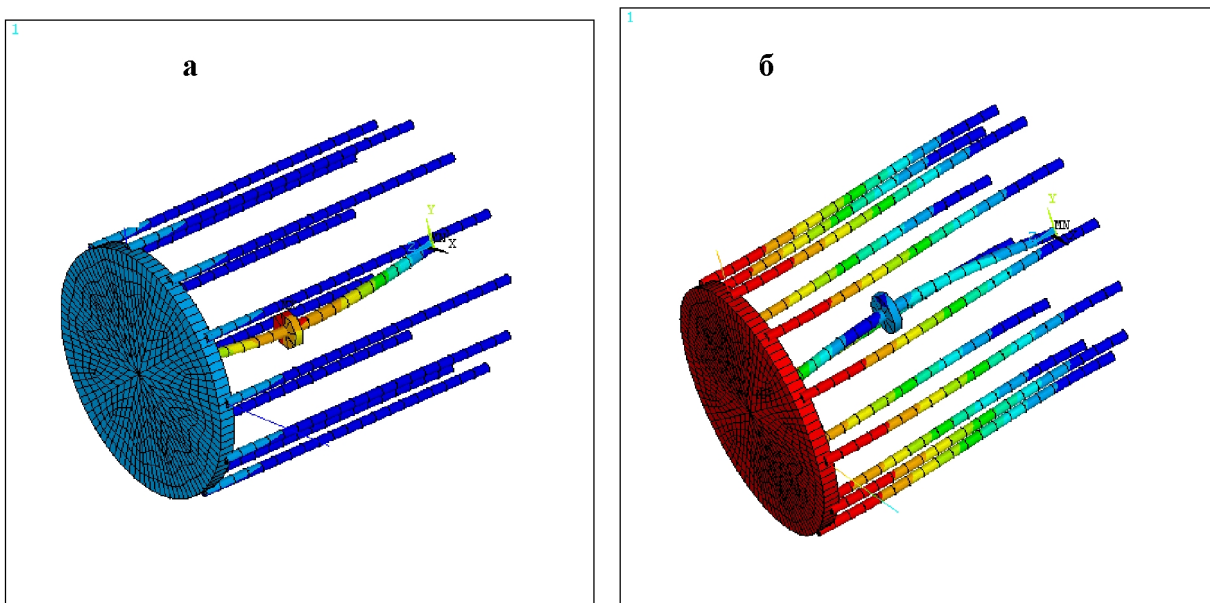


Рис. 27. Первая и вторая собственные частоты системы с демпфером

### 6.1.2.2 Гармонический анализ

Сначала проводится общий расчет модели, т.е. рассчитываются значения критических частот с демпфером при действии единичной возбуждающей силы. В этом случае получаем АЧХ для двух критических частот установки (рис. 28). Однако значения амплитуд будут не совсем верны, так как возбуждающая сила, с которой производится сравнение, пропорциональна квадрату частоты вращения.

$$F_{\text{воз}} = M \cdot \delta \cdot \omega^2$$

Определяя возмущающую силу отдельно для каждой из парциальных систем, получим:

для первой критической частоты:

$$P_1 F_{\text{воз}} = M \cdot \delta \cdot \omega^2 = 9,36 \cdot 0,0001 \cdot 200,235^2 = 37,528 \text{ Н} - \text{возбуждающая сила};$$

$$d_1 = 2309,0 \text{ Нс/м} - \text{коэффициент демпфирования};$$

для второй критической частоты:

$$F_{\text{воз}} = M \cdot \delta \cdot \omega^2 = 9,36 \cdot 0,0001 \cdot 435,004^2 = 117,118 \text{ Н} - \text{возбуждающая сила};$$

$d_2 = 1395,0 \text{ Нс/м}$  – коэффициент демпфирования.

АЧХ, построенные при таких параметрах системы, приведены на рис. 29, 30.

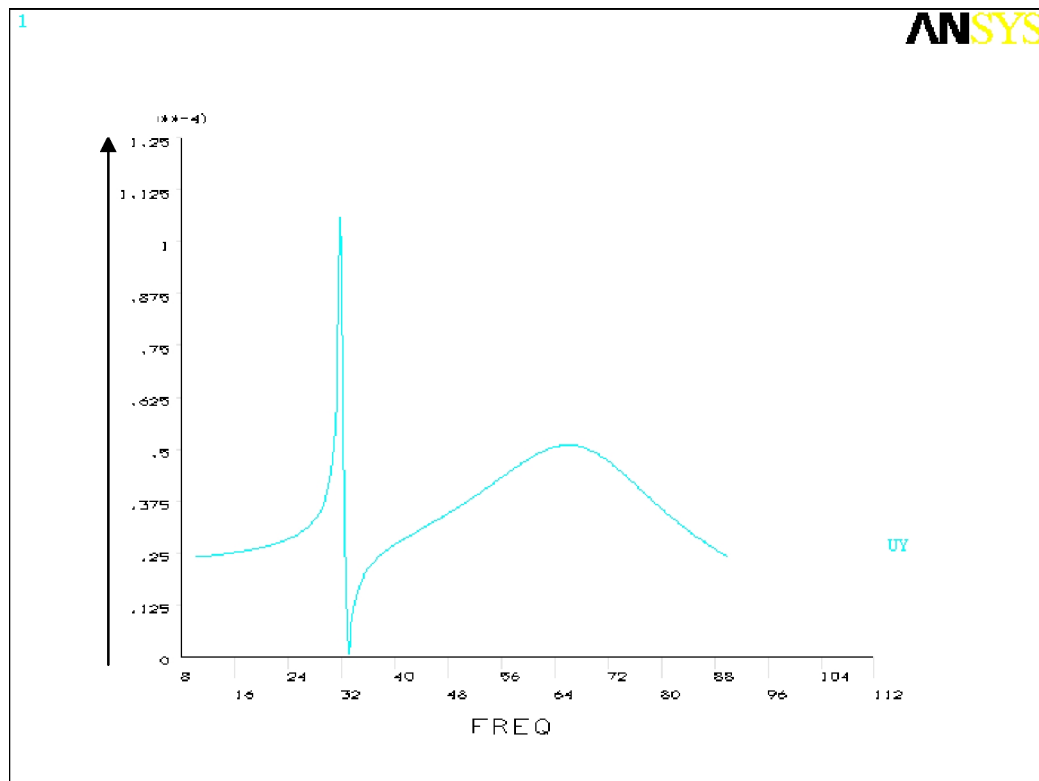


Рис. 28.- Общая АЧХ установки

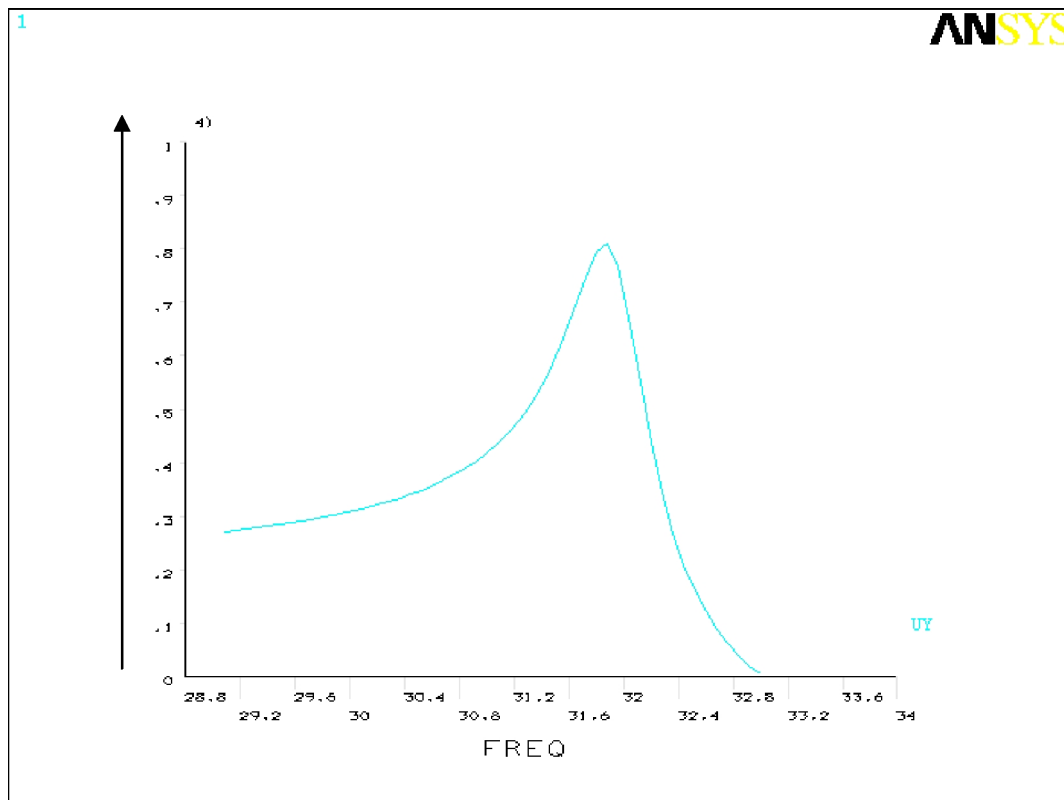


Рис. 29. АЧХ установки для первой критической частоты

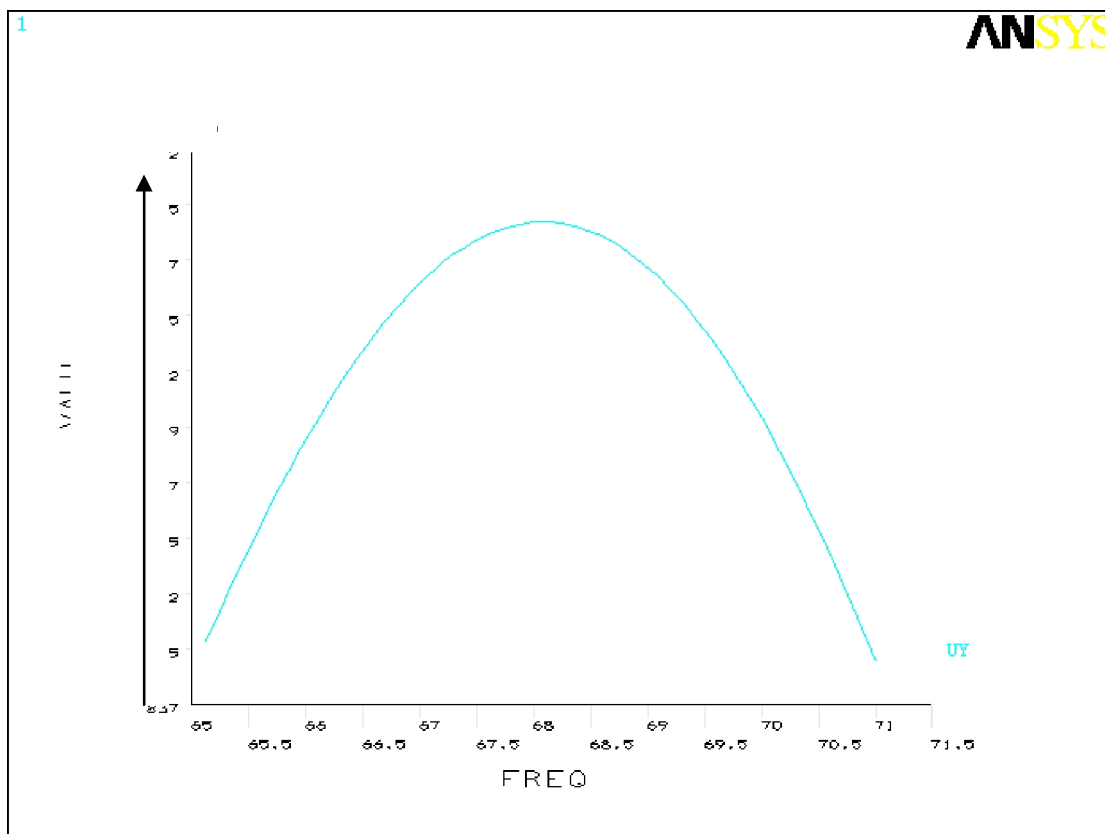


Рис. 30. АЧХ установки для второй критической частоты

## 6.2. Расчет вынужденных колебаний установки по эквивалентной модели

Для того чтобы получить АЧХ, т.е. зависимость  $A = f(\bar{\omega})$  по формуле (2.32), необходимо в качестве исходных использовать следующие данные:

$M = 9,36$  кг – масса вращающегося диска;

$m = 14,80$  кг – масса податливой опоры; к этой величине необходимо добавить дополнительную массу, если она указана преподавателем;

$\delta = 0,0001$  м – эксцентриситет массы;

$c_{шп}$  – жесткость шпилек; этот параметр рассчитан в части 1;

$c_d = 1680900$  Н/м – жесткость демпфера;

$c = \frac{c_{шп}c_d}{c_{шп} + c_d}$  – эквивалентная жесткость;

$d_1 = 2309,0$  Нс/м – коэффициент демпфирования при первой собственной частоте;

$d_2 = 1395,0$  Нс/м – коэффициент демпфирования при второй собственной частоте;

Так как математическая модель одномассовая, с одной степенью свободы, то у нее существует одна критическая частота. Установка же – двухмассовая система, и поэтому в математическую модель для разных форм собственных частот необходимо вводить разные значения частотного коэффициента  $k$ :  $k_1 = 200$  рад/с – первая критическая частота;

$k_2 = 435$  рад/с – вторая критическая частота;

Подставив исходные значения в формулу (2.32), получим АЧХ для двух собственных частот (рис. 31, рис. 32). Относительная частота  $\bar{\omega}$  при этом определяется по формуле  $\bar{\omega} = \omega / k$ .



Рис. 31. АЧХ по математической модели для первой критической частоты

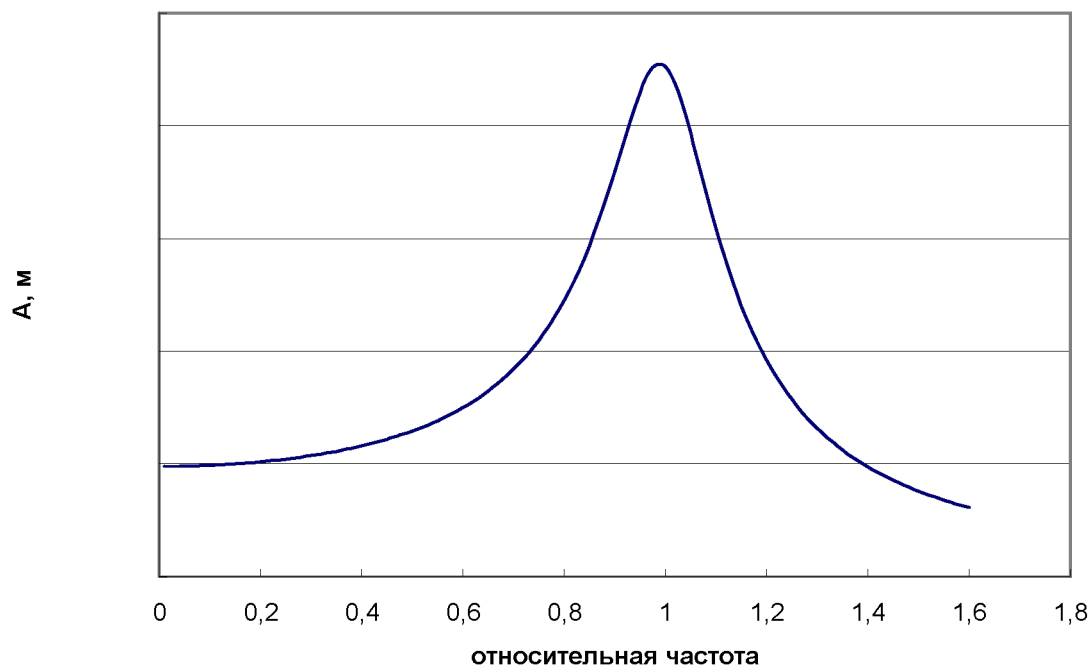


Рис. 32. АЧХ по математической модели для второй критической частоты

## 7. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

7.1. Порядок выполнения будет зависеть от уровня выполнения работы. В случае, если расчет выполняется только по эквивалентной модели (первый уровень), порядок будет следующим.

7.1.1. Расчет АЧХ вести по методике, изложенной в разделах 3 и 6.3. Вначале нужно рассчитать АЧХ ротора по эквивалентной модели по формуле (2.32) по двум резонансным частотам. Для этого необходимо задаться величиной коэффициента демпфирования  $d_1 = 2309,0$  Нс/м и частотным коэффициентом  $k_1 = 200$  рад/с – для первой критической частоты. После этого построить АЧХ по первой резонансной частоте. Затем, задавшись коэффициентом демпфирования  $d_2 = 1395,0$  Нс/м и час-

тотным коэффициентом  $k_2 = 435$  рад/с на второй критической частоте, рассчитать АЧХ на обеих частотах. В результате должны быть построены кривые, подобные кривым, приведенным на рис.31, 32, но с конкретной величиной рассчитанной амплитуды колебаний.

7.1.2. Эксперименты выполняются при установленном в податливую опору пластинчатом демпфере. Для этого нужно ослабить контргайку 14 и завернуть винт 15 (см. рис. 1) до упора, законтив его после этого вновь с помощью контргайки 14. При этом демпферный пакет 5 (см. рис.9) входит в кольцевое пространство между вибратором 1 и корпусной втулкой 4, связанной со втулкой 5, закрепленной на стопорном устройстве.

7.1.3. Произвести экспериментальное построение АЧХ в частном диапазоне от 10Гц до 70Гц. Для этого, изменяя частоту от начальной 10Гц с шагом 10Гц, произвести замеры амплитуды колебаний, снимая показания с регистрирующего устройства, принимающего сигналы от датчиков перемещений. При заметном росте амплитуды, что говорит о приближении резонанса, шаг по частоте необходимо уменьшить в два раза и более по мере необходимости, чтобы не пропустить резонанс. Занести полученные экспериментальные точки по амплитуде и частоте колебаний в рабочую тетрадь и построить экспериментальную АЧХ.

7.1.4. Сравнить экспериментальные и теоретические АЧХ, отметить, как отличаются резонансные значения амплитуд колебаний.

7.1.5. Сделать вывод о соответствии данной математической модели и экспериментальных результатов.

7.2. Для выполнения работы на более высоком уровне к этому расчету добавляются расчеты колебаний с привлечением ANSYS модели установки.

7.2.1. Составить ANSYS модели установки по методике, изложенной в разделе 4.

7.2.2. Построить общую АЧХ, а также АЧХ по первой и второй критическим частотам.

7.2.3. Построить экспериментальную АЧХ по п.7.1.3.

7.2.4. Провести сравнение резонансных частот и амплитуд, рассчитанных по различным моделям, с экспериментальными данными.

7.2.5. Сделать вывод о соответствии рассмотренных математических моделей и экспериментальных результатов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов: Учебник для студентов авиационных специальностей высших учебных заведений. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1980.- 296 с.

2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах (специальные главы механики)/ Под редакцией Г.Ю. Джанелидзе и Д.Р. Меркина – М: Наука, 1979 .- 488 с.

3. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учебное пособие. - 2-е изд. -М.: Наука, 1980.-272с.

4. Пономарев Ю.К., Проничев Ю.Н., Чегодаев Д.Е. и др. Многослойные демпферы двигателей летательных аппаратов. – Самара: Изд-во СГАУ, 1998. -234с.

5. Чегодаев Д.Е., Пономарев Ю.К. Демпфирование. -Самара: Изд-во СГАУ, 1997, 334 с.

Учебное издание

Составители:

*Новиков Дмитрий Константинович,  
Лежин Дмитрий Сергеевич,  
Пономарев Юрий Константинович*

## **РОТОР-КОРПУС**

*Методические указания к лабораторной работе*

Научный редактор *С.В. Фалалеев*

Технические редакторы: *Ф.В. Паровой, М.В. Медников*

Редакторская обработка *А.А. Нечитайло*

Корректорская обработка *Н.С. Курьянова*

Компьютерная верстка *А.С. Гвоздев, В.С. Мелентьев*

Доверстка *А.А. Нечитайло*

Подписано в печать 19.12.06. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 4,8. Усл. кр.-отт. 4,9. Печ. л. 5,0.

Тираж 50 экз. Заказ . ИП-95/2006

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.