

Учебное издание

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ОБОРОТНОГО МАЯТНИКОВ**
Методические указания

Составитель: Т.В.Кривко

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ОБОРОТНОГО МАЯТНИКОВ**

*Методические указания
к лабораторной работе №1-4 (2 вариант)*

Самара 2004

Составитель: Т.В.Кривко

УДК 531.53

Определение ускорения силы тяжести с помощью математического и обратного маятников: Метод. указания к лаб. раб. №1-4 (2 вариант)/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Сост. *Т.В.Кривко*. Самара, 2004. 20 с.

Методические указания к лабораторной работе содержат краткие сведения о законах колебательного движения, методики определения ускорения силы тяжести с помощью математического и обратного маятников.

Приводятся описание экспериментальной установки; порядок выполнения лабораторной работы; методики обработки полученных результатов (в том числе, с помощью компьютера); перечень контрольных вопросов, необходимых для самостоятельной подготовки студентов; список рекомендуемой литературы.

Методические указания рекомендованы студентам всех факультетов, а также могут быть использованы в аэрокосмическом лицее.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор В.В.Котляр

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ОБОРОТНОГО МАЯТНИКОВ

1. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

Настоящие методические указания (МУ) устанавливают методики выполнения измерений с помощью лабораторной установки FPM-04:

1. ускорения силы тяжести с помощью математического маятника с относительной погрешностью не более 0,5% при однократном измерении и не более 2% при обработке пяти совместных измерений;
2. ускорения силы тяжести с помощью физического (оборотного) маятника с относительной погрешностью не более 1%.

В процессе изучения МУ и выполнения измерений должны быть решены следующие задачи:

1. изучены основные понятия теории свободных колебаний маятника; теорема Гюйгенса-Штейнера, определение моментов инерции твердых тел; применение этих закономерностей для получения формул измерений;
2. определено ускорение силы тяжести с помощью математического и оборотного маятников;
3. определены погрешности результатов измерений;
4. составлен письменный отчет, включающий в себя название работы; фамилию и номер группы исполнителя; наименование средств измерений; систематизированные по измерительным задачам результаты экспериментов: сводные таблицы и графики; оценку погрешностей результатов измерений; окончательные результаты с учетом погрешности и общие выводы по работе.

2. ОПИСАНИЕ ИЗМЕРЯЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Для величины g применяются два равнозначных наименования: «ускорение свободного падения» и «ускорение силы тяжести». Первое из них используется для значений g , измеренных в опытах со свободным падением тел в поле силы тяжести, второе – для значений g , измеренных с помощью физического маятника.

Поскольку Земля является не точным шаром, а эллипсоидом, несколько сплюснутым у полюсов, и, кроме того, на тела действуют центробежные силы, особенно заметные на экваторе, то величина g зависит от географической широты и изменяется с широтой местности в следующих пределах:

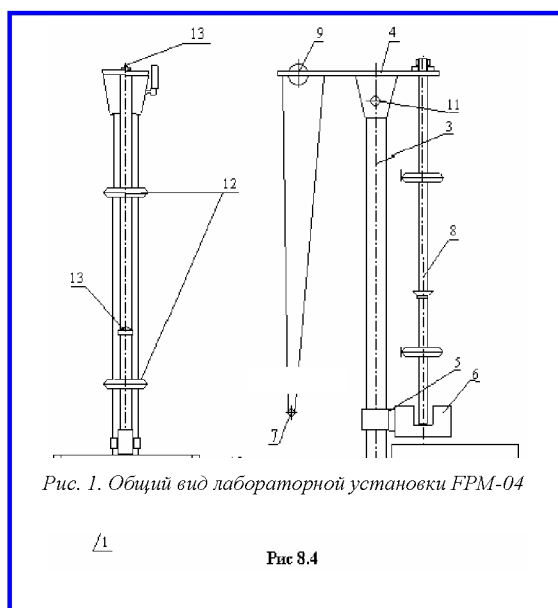
<i>Положение точки</i>	<i>Географическая широта, °</i>	<i>Ускорение силы тяжести, м/с²</i>
Полюс	90	9,83219
Самара	53	9,81331
Экватор	0	9,78049

Значение $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ принято в качестве нормального (стандартного) значения. Стандартное значение g (равно как и значение $g = 9,81331 \text{ м/с}^2$ для г. Самары) может приниматься в качестве опорного или действительного значения измеряемой физической величины для оценки погрешности измерений.

3. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения выполняются на установке FPM-04 (рис.1).

Основание I установки FPM-04 оснащено регулируемыми "ножками" 2, которые позволяют



произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксированы кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6 и верхний кронштейн 4. Кронштейн 4 можно поворачивать вокруг колонки и фиксировать в любом положении с помощью винта 11.

С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник 7. Математический маятник представляет собой металлический шарик на бифилярном подвесе. Длину математического маятника можно регулировать при помощи винта 9, а ее величину можно определять при помощи миллиметровой шкалы на колонке 3.

С другой стороны кронштейна 4 имеется гнездо для установки призм обратного маятника. Обратный маятник состоит из металлического стержня 8, на котором крепятся две подвижные опорные призмы 13, обращенные ножами навстречу друг другу, и два тяжелых чечевицеобразных груза 12, перемещением которых изме-

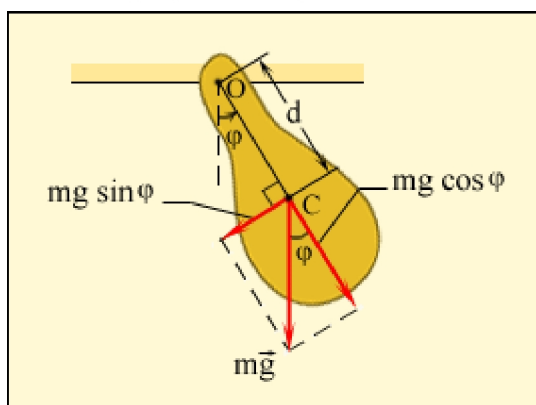
няют распределение масс маятника. На стержне 8 с шагом 10 мм нанесены кольцевые канавки для определения расстояния между ножами опорных призм.

Нижний кронштейн 5 можно перемещать вместе с фотодатчиком 6 и фиксировать в произвольно выбранном положении. Сигнал с датчика подается на миллисекундомер 10 (правое окошко передней панели), где фиксируется время, за которое совершается задаваемое экспериментатором число полных колебаний маятника. Счетчик числа полных колебаний находится в левом окошке передней панели (счетчик периодов).

4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

4.1. Метод измерения ускорения силы тяжести с помощью обратного маятника

4.1.1. Формула измерений



Физическим маятником называется твердое тело, которое может качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку O, не совпадающую с центром масс C тела (рис.2). Точка O называется *точкой подвеса маятника*.

Положение тела в каждый момент времени можно характеризовать углом отклонения его из положения равновесия φ . Причиной, вызывающей движение физического маятника, после отклонения его от положения равновесия, является момент силы тяжести

$$M = -mgd \sin \varphi ,$$

где m - масса маятника; d - расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $d \cdot \sin \varphi$ - плечо силы тяжести.

При *малых углах* отклонения $\sin \varphi \approx \varphi$ возвращающий момент силы тяжести прямо пропорционален угловому смещению φ маятника от положения равновесия, т.е. будет квазиупругим:

$$M = -mgd \varphi . \quad (1)$$

Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$M = J \varepsilon , \quad (2)$$

где M - момент силы тяжести, вызывающий вращение маятника;
 J - момент инерции маятника относительно оси вращения;

ε - угловое ускорение.

После подстановки в уравнение (2) значения M из уравнения (I) и, используя то, что $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, получим

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgd\varphi$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgd}{J}\varphi = 0 \quad (3)$$

Уравнение (3) - дифференциальное уравнение гармонических колебаний физического маятника. Решением этого уравнения является функция вида:

$$\varphi = \varphi_0 \sin \omega_0 t, \quad (4)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$ - циклическая частота или угловая скорость маятника. В том, что (4) является решением (3), можно убедиться подстановкой значений φ и $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ в уравнение (3).

Используя связь между циклической частотой гармонических колебаний и периодом $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, получим выражение для периода колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{np}}{g}}, \quad (5)$$

где

$$I_{np} = \frac{J}{md}. \quad (6)$$

Длина I_{np} называется *приведенной длиной* физического маятника. Физический маятник колеблется с тем же периодом, как математический маятник с длиной I_{np} .

Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром масс, лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется *центром качания* физического маятника. Точка подвеса и центр качания находятся по разные стороны от центра инерции. *Точка подвеса и центр качания являются взаимными или сопряженными точками* в следующем смысле. *Если маятник подвесить за центр качания, то его период не изменится и прежняя точка подвеса сделается новым центром качания.* Это положение называется *теоремой Гюйгенса*.

На том свойстве, что период малых колебаний при качании вокруг осей, проходящих через точки качания и подвеса, одинаков и *расстояние между ними равно приведенной длине физического маятника*, основано определение ускорения силы тяжести с помощью *оборотного маятника*.

Оборотным называется такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, закрепленные на стержне опорные призмы, за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы. Перемещением грузов или опорных призм добиваются того, чтобы при подвешивании маятника за любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призм будет равно I_{np} . Измеряя период колебаний маятника и I_{np} , можно по формуле

$$g = \frac{4\pi^2 I_{np}}{T^2} \quad (7)$$

найти ускорение силы тяжести.

Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера, момент инерции маятника относительно оси качаний A равен:

$$J = J_C + md^2, \quad (8)$$

где J_C – момент инерции маятника относительно оси, параллельной оси качаний и проходящей через центр масс C маятника, d – расстояние между осями A и C .

Подставляя (8) в (5), получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g} \left(\frac{J_C}{md} + d \right)}. \quad (9)$$

Качественно вид зависимости $T(d)$ изображен на рис.3. Значению $d=0$ соответствует центр масс маятника. Из графика видно, что по каждую сторону от центра масс маятника имеется по два положения опорных призм, при которых периоды колебаний маятника совпадают.

Найдем такие два положения d_1 и d_2 ($d_1 \neq d_2$) опорных призм по разные стороны от центра масс, чтобы периоды колебаний маятника совпадали: $T(d_1) = T(d_2)$.

Как видно из (9), для этого необходимо выполнение равенства

$$\frac{J_C}{md_1} + d_1 = \frac{J_C}{md_2} + d_2, \quad (10)$$

которое имеет место либо при $d_1 = d_2$, либо при

$$d_2 = \frac{J_C}{md_1}. \quad (11)$$

В последнем случае период колебаний маятника равен:

$$T = T(d_1) = T(d_2) = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g} \left(\frac{J_C}{md_1} + d_1 \right)} = 2\pi \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}. \quad (12)$$

Следовательно, ускорение свободного падения может быть определено по формуле

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (d_1 + d_2) = \frac{4\pi^2 l_{np}}{T^2}. \quad (13)$$

Как видно из (19), для нахождения g достаточно измерить только две величины: расстояние $(d_1 + d_2)$ между опорными ребрами призм и период колебаний маятника в положении d_1 и в перевернутом положении d_2 , таком, что $d_1 \neq d_2$. При этом периоды колебаний должны совпадать $T(d_1) = T(d_2)$.

4.1.2. Анализ погрешности измерений g с помощью физического маятника

Добиться полного совпадения периодов, т.е. точного равенства $T(d_1) = T(d_2)$, практически очень сложно. Поэтому найдем условия, при которых небольшое расхождение периодов ΔT при измерениях приведет к незначительной погрешности в определении величины $l_{np} = (d_1 + d_2)$, а следовательно, и g .

Из рис.3 видно, что это требование выполняется, когда d_1 и d_2 далеки от d_{min} , поскольку именно при $T = T_{min}$ малому изменению периода (малой погрешности ΔT) соответствует большое изменение Δl_{np} .

Поэтому грузы закрепляют на стержне в несимметричных положениях (рис.5). В этом случае центр масс маятника смещен относительно середины стержня. Опорные призмы устанавливают по разные стороны от центра масс, причем одну из них закрепляют на максимально возможном

расстоянии от центра масс, чтобы выйти из области минимума периода колебаний.

В лабораторной установке относительное положение призм определяется с точностью 0,5%. Поэтому точность определения $\Delta g/g$ не может быть лучше 0,5% и бессмысленно добиваться полного совпадения периодов $T(d_1)$ и $T(d_2)$. В эксперименте достаточно добиться совпадения периодов колебаний с точностью до $(1-2) \cdot 10^{-3}$ с, найти расстояние $l_{np} = (d_1 + d_2)$ между призмами и по формуле (19) определить g .

систематическую погрешность измерения g по формуле:

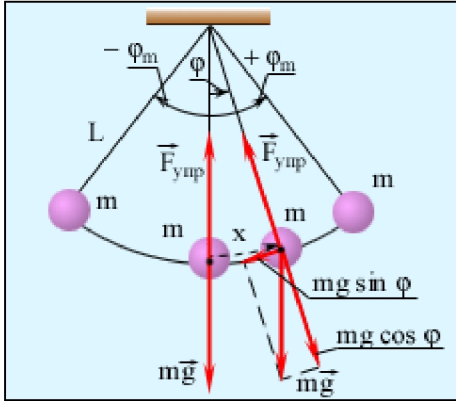
$$\Delta g = 1,1g \sqrt{\frac{\Delta l_{np}^2}{l_{np}^2} + 4 \frac{\Delta T^2}{T^2} + 4 \frac{\Delta \pi^2}{\pi^2}}, \quad (14)$$

где $\Delta l_{np} = 0,002$ м; $\Delta T = 0,001$ с; $\Delta \pi = 0,0016$ при $\pi = 3,14$.

4.2. Метод измерения ускорения силы тяжести с помощью математического маятника

4.2.1. Формула измерений

Частным случаем физического маятника является *математический маятник*. Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке. Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити (рис.4).



Анализ движения такого маятника проводится в рамках той же абстрактной модели физического маятника. Период колебаний маятника с учетом $d = L$ и $J = mL^2$, где L - длина математического маятника, определится из (5) в виде

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (15)$$

или
$$T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g}. \quad (16)$$

Оценку g можно провести, выполнив однократные измерения с соблюдением требований рассмотренной абстрактной модели (см. раздел 4.2.2) по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \quad (17)$$

Зависимость (16) квадрата периода колебаний T^2 от длины математического маятника L линейна:

$$T^2 = A \cdot L, \quad (18)$$

где
$$A = \frac{4\pi^2}{g} \quad (19)$$

и может быть проверена экспериментально.

Для этого проводится n измерений величин T^2 и L , при последовательном изменении L в процессе эксперимента. В результате получается n пар значений: $(T_1^2, L_1), (T_2^2, L_2), \dots, (T_n^2, L_n)$.

Вычисляется коэффициент линейной зависимости A по формуле метода наименьших квадратов:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n T_i^2 \cdot L_i}{\sum_{i=1}^n L_i^2} \quad (20)$$

Средняя квадратическая погрешность определяется по формуле:

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i^2 - A \cdot L_i)^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n L_i^2}}. \quad (21)$$

Оценка ускорения силы тяжести для n парных измерений выполняется по формуле:

$$\frac{g}{g} = \frac{4 \cdot \pi^2}{A}. \quad (22)$$

Визуально степень линейности можно оценить построив диаграмму разброса, т.е. график зависимости $T^2 = A \cdot L$ с нанесенными там же экспериментальными точками (T_i^2, L_i) .

4.2.2. Анализ погрешности измерений g с помощью математического маятника

Косвенные измерения ускорения силы тяжести с помощью математического маятника выполняются в работе путем однократных и многократных измерений длины подвеса и периода колебаний.

В случае однократных измерений доверительный интервал Δg определяется границами неисключенной систематической погрешности. Типичными составляющими систематической погрешности измерений являются: методические, инструментальные и субъективные.

Исключим методические составляющие погрешности измерений, т.е. неадекватность лабораторного маятника модели, параметры которой принимаются в качестве измеряемых величин.

Формула измерений (17) получена в рамках следующей модели:

1. идеализированной модели математического маятника;
2. колебаний малой амплитуды, когда период колебаний не зависит от амплитуды;
3. гармонических незатухающих колебаний.

Используемый для измерений в лабораторной установке маятник представляет собой стальной шарик радиусом r на бифилярном подвесе: тонкая нить пропущена через центр шарика, концы нити закреплены на стойке. Длина подвеса может регулироваться в пределах от нескольких сантиметров до 1 м.

Найдем условия применимости формулы измерений, а, следовательно, и принятой физической модели, к данной лабораторной установке.

1. Момент инерции маятника складывается из момента инерции шарика и момента инерции нити подвеса. Пренебрегая моментом инерции нити, запишем момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса, по теореме Гюйгенса – Штейнера в виде:

$$J = J_c + mL^2 = \frac{2}{5}mr^2 + mL^2, \quad (23)$$

где J_c – момент инерции однородного шара радиусом r и массой m относительно оси, проходящей через его центр.

Лабораторный маятник можно считать математическим при условии $r \ll l$. Тогда $J = ml^2$ с погрешностью, которую можно определить по формуле

$$\frac{\Delta J_{\text{сисм}}}{J} = \frac{\frac{2}{5}mr^2}{mL^2} = \frac{2}{5} \left(\frac{r}{L} \right)^2. \quad (24)$$

Наименьшая длина подвеса маятника, при которой с точностью до 0,5% его можно считать математическим, равна $L_{\min} \approx 0,25$ м.

2. Непосредственными измерениями легко проверить, что колебания можно считать изохорными (не зависящими от амплитуды) с точностью 0,5% для значений амплитуды колебаний $\leq 5^\circ$.

3. Основной причиной затухания колебаний маятника является вязкое трение о воздух. В результате период колебаний маятника со временем увеличивается на величину: $\Delta T \approx \frac{T}{8\pi^2 N^2}$,

$$(25)$$

где N – число колебаний, за которое амплитуда колебаний уменьшается в $e=2,78 \approx 3$ раза. При $N \approx 10$ поправка $\Delta T < 0,1\%$ и ею можно пренебречь.

Таким образом, лабораторная установка позволяет реализовать условия справедливости формулы (11), при которых методической погрешностью можно пренебречь. Не будем учитывать также субъективную погрешность, считая, что значения измеряемых величин считываются со шкал приборов достаточно правильно.

Тогда, доверительные границы суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности измерений ускорения силы тяжести Δg при доверительной вероятности $p = 0,95$ оценивают по формуле:

$$\Theta_g = \Delta g = 1,1g \sqrt{\frac{\Delta L^2}{L^2} + 4 \frac{\Delta T^2}{T^2} + 4 \frac{\Delta \pi^2}{\pi^2}}, \quad (26)$$

где ΔL , ΔT – инструментальные погрешности, обусловленные ограниченной разрешающей способностью средств измерений; $\Delta \pi$ – погрешность округления.

В лабораторной установке период колебаний может быть определен с более высокой точностью, чем длина подвеса. Поэтому нет необходимости проводить многократные измерения периода при одной длине подвеса. Точность измерений при этом не улучшится.

Таким образом, обоснованной является следующая методика измерения ускорения силы тяжести с относительной погрешностью не превышающей 0,5% с помощью математического маятника:

- выполнить однократные измерения периода 10 изохорных колебаний T маятника с точностью трех знаков после запятой при наибольшем значении длины подвеса $L = L_{max}$ (относительная погрешность $\Delta L / L$ в этом случае минимальна);
- вычислить g по формуле (17) и Δg по формуле (26), где $\Delta L = 0,001\text{ м}$, $\Delta T = 0,001\text{ с}$, $\Delta \pi = 0,0016$ и $\pi = 3,14$.

При выполнении экспериментальной проверки линейной зависимости (18) случайная погрешность превышает систематическую для $n \leq 5$ парных измерений (отношение $\Theta/S_A \leq 0,8$). Следовательно, доверительные границы Δg находят в этом случае как:

$$\Delta g = t_{\alpha,n} S_g, \quad (27)$$

где $t_{\alpha,n}$ – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности α ,

$$S_g = \bar{g} \sqrt{4 \left(\frac{S_\pi}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{S_A}{A} \right)^2}. \quad (28)$$

5. ВЫПОЛНЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

5.1. Измерение ускорения силы тяжести с помощью математического маятника

1. Освободив винт 11, поверните верхний кронштейн 4 так, чтобы математический маятник 7 оказался над фотодатчиком 6 перед колонкой 3. Закрепите винт 11.
2. Вращением винта 9 установите длину маятника $L = 30$ см по шкале на стойке прибора. Положение центра масс удобно определять по кольцевой риску на шарике, причем риска должна находиться в горизонтальной плоскости.
3. Отпустите винт крепления кронштейна 5, поднимите фотодатчик до центра шарика (до рис-ки). Центр шарика расположите на оси фотодатчика. Затяните винт кронштейна 5.
4. Отрегулируйте положение шарика так, чтобы он проходил между оптическими элементами фотодатчика.
5. Подключите установку к сети 220 В. Нажмите кнопку "СЕТЬ" (должна загореться лампочка подсветки фотодиода).
6. Отклоните шарик на небольшой угол 5-6° и отпустите его.
7. Нажмите кнопку "СБРОС" на панели миллисекундомера и отпустите ее. После 9 колебаний нажмите кнопку "СТОП". Показания миллисекундомера занесите в таблицу 1.
8. Выключите прибор, нажав кнопку "СЕТЬ".
9. Повторите пп. 2-8 для длин маятника 35,40,45 и 50 см.

Результаты измерений параметров колебаний математического маятника и расчета ускорения силы тяжести

№ опыта	Длина нити L , м	Число полных колебаний N	Время N колебаний t , с	Период колебаний $T = t/N$, с	Квадрат периода колебаний T^2 , с ²	Ускорение силы тяжести g , м/с ²
1	0,3					
2	0,35					
3	0,4					
4	0,45					
5	0,5					

5.1.1. Обработка результатов измерений.

1. Рассчитайте значения периода колебаний T (с точностью до третьего знака после запятой) и квадрата периода T^2 (с той же точностью) для каждого опыта. Результаты расчетов запишите в таблицу 1.

Обработка однократных измерений

- Вычислите ускорение силы тяжести при наибольшем значении длины подвеса L по формуле (17).
- Оцените систематическую погрешность измерения g по формуле (26).
- Окончательный результат запишите в виде

$$g = \bar{g} \pm \Delta g, \quad \varepsilon = \frac{\Delta g}{\bar{g}} 100\% \quad (29)$$

Обработка совместных измерений (на ПК см. Приложение 1)

- Вычислите коэффициент линейной зависимости A по формуле (20).
- Постройте график зависимости $T^2 = A \cdot L$ и нанесите там же экспериментальные точки (T_i^2, L_i) (т.е. постройте диаграмму разброса).
- Сделайте оценку ускорения силы тяжести по формуле (22).
- Найдите доверительный интервал Δg по формулам (27) и (28), используя (21) и Приложение 2.
- Запишите окончательный результат в виде (29).

5.2. Измерение ускорения силы тяжести с помощью оборотного маятника

1. Освободив винт 11, поверните верхний кронштейн 4 так, чтобы узел подвески оборотного маятника оказался над фотодатчиком 6. Закрепите винт 11.

2. Закрепите подвижные массивные грузы на стержне оборотного маятника в **несимметричных положениях** (рис.5): один груз – у конца стержня, а другой – вблизи его центра. Центр масс

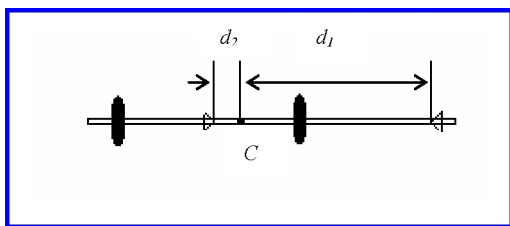


Рис.5. Схема расположения грузов на оборотном маятнике

при таком расположении грузов оказывается смещенным относительно середины стержня. Приблизительно определите положение центра масс C маятника. Для этого подвесьте маятник на острое ребро левой призмы, находящейся между грузами, на стержни опорной площадки штатива. Постепенно передвигая призму

подвеса вдоль стержня, найдите такое ее положение, при котором маятник не совершает колебаний или при малом отклонении маятника от вертикального положения начинает перевешивать верхняя часть маятника. Установите **опорные призмы по разные стороны от центра масс**: одна из опорных призм укрепляется справа на максимально удаленном расстоянии d_1 от центра масс (вблизи конца стержня), вторую подвижную призму – левее центра масс на небольшом расстоянии d_2 .

3. Подвесьте маятник на острое ребро правой призмы (находящейся вблизи конца стержня) так, чтобы ребро призмы одновременно касалось обоих стержней узла подвески штатива и нижний конец стержня оборотного маятника мог свободно перемещаться через прорезь фотодатчика и при этом перекрывал луч лампочки фотодатчика.

4. Включите установку, нажав кнопку "СЕТЬ".

5. Определите период колебаний маятника $T(d_1) = T_1$. Период найдите по времени, за которое маятник совершает 10 полных колебаний малой амплитуды ($\leq 5-6^\circ$). Для нахождения периода маятника необходимо отклонить его на $5-6^\circ$, затем отпустить, нажать кнопку "СБРОС" и отпустить ее. После 9 колебаний нажать кнопку "СТОП". Записать время t и число колебаний N . Определить период $T_1 = \frac{t}{N}$.

6. Снимите маятник с кронштейна, переверните его и подвесьте на ребре левой призмы (находящейся между грузами), **не изменяя положения грузов**. Аналогичным образом измерьте период $T(d_2) = T_2$. Сравните значение периода $T(d_2)$ с $T(d_1)$. Если $T(d_2) > T(d_1)$, то маятник снимают со штатива, призму передвигают *дальше* от центра масс на одно деление (деления считают по числу нарезков на стержне) и снова измеряют период колебаний. Если $T(d_2) < T(d_1)$, то призму передвигают *ближе* к центру масс на одно деление и измеряют период колебаний. Добейтесь совпадения периода $T(d_2)$ с $T(d_1)$. Равенство $T(d_2) = T(d_1)$ должно выполняться с точностью $(1-2) \cdot 10^{-3}$ с. В случае, если равенство периодов с указанной точностью не достигается, следуйте указаниям **Примечания *** после таблицы 2.

7. Определите приведенную длину оборотного маятника $l_{np} = (d_1 + d_2)$, подсчитывая число нарезков на стержне между ножами призм (1 деление - 10 мм) и учитывая толщину массивного груза, равную 20 мм. Результаты измерений занесите в таблицу 2:

Таблица 2

№ призмы	N число колебаний	t время колебаний, с	T период колебаний, с	l_{np} , приведенная длина маятника, м
1				
2				

***Примечание.** Если не удастся достигнуть совпадения периодов с указанной точностью, то искомое промежуточное между двумя делениями нарезки положение призмы находится графическим способом. Затишите два ближайших к T_1 экспериментальных значения T_2 та-

ких, что $T_2' < T_1$ и $T_2'' > T_1$ (положения передвигаемой призмы при этом отличаются на одно деление нарезки, т.е. на 10 мм). Нанесите две точки с координатами $(T_2', 10)$ и $(T_2'', 0)$ в координатной плоскости $y = T$, $x = \Delta l_{np}$ и соедините их прямой линией. Отложите по оси y значение T_1 и найдите по графику соответствующее ему значение поправки Δl_{np} на оси x в миллиметрах. Искомое значение приведенной длины находится по формуле: $l_{np} = (d_1 + d_2) + \Delta l_{np}$.

8. По формуле (7) определите g , где $T = T(d_1)$.
9. Оцените абсолютную неисключённую систематическую погрешность измерения g по формуле (14).
10. Запишите окончательный результат измерений в виде (29).

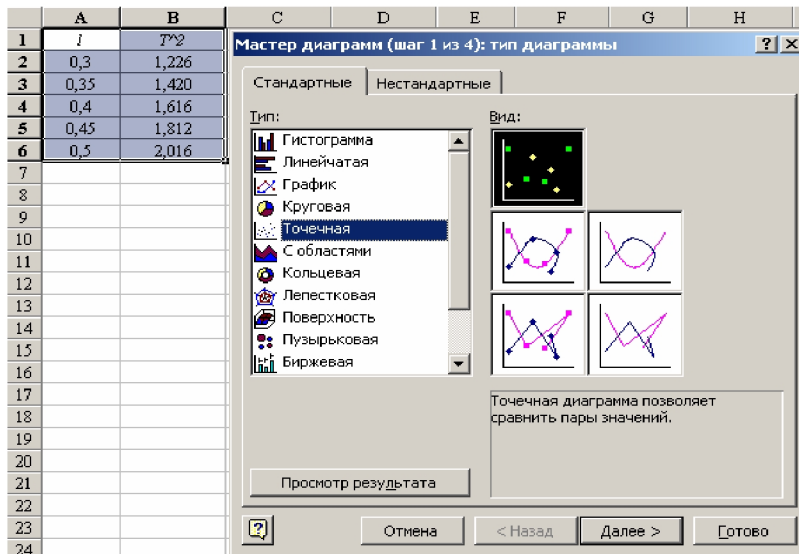
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется физическим маятником? обратным? математическим?
2. Что такое приведенная длина физического маятника?
3. Как записать дифференциальное уравнение колебаний математического маятника?
4. Выведите формулы для периодов колебаний физического и математического маятников? Почему моменту M и углу отклонения φ приписывают противоположные знаки?
5. Как зависит период колебаний физического и математического маятников от широты и высоты местности?

Приложение 1

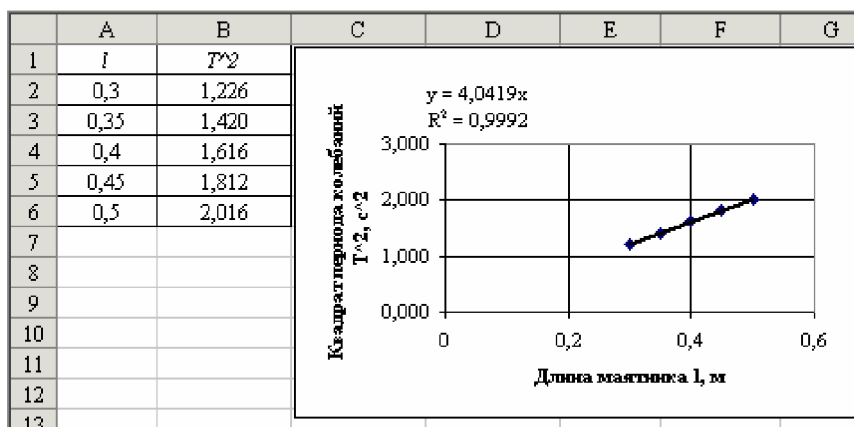
1. Постройте график зависимости T^2 от L с помощью MS Excel. Для этого выполните следующие действия:

- Получите разрешение преподавателя или дежурного инженера лаборатории на включение компьютера и принтера.



- Введите в столбцы А и В экспериментальные данные для L и T^2 . Выделите диапазон ячеек, содержащих данные, с помощью левой кнопки мыши.
- Запустите *Мастер диаграмм* с помощью команды *Вставка – Диаграмма*. В списке *Тип* выберите пункт *Точечная*, в окне *Вид* - первую диаграмму. Нажмите кнопку *Готово*.
- Добавьте линию линейного тренда, которая является в данном случае графиком искомой прямой, выравнивающей набор экспериментальных данных по методу наименьших квадратов, с помощью команды *Диаграмма – Добавить линию тренда*. В открывшемся окне на закладке *Тип* выберите "линейный тренд". Перейдите к закладке *Параметры* и установите галочки на флажках "пересечение кривой с осью Y в точке 0", "показывать уравнения на диаграмме" и "поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2 ", щелкнуть по кнопке ОК.

Пример окончательного вида диаграммы:



Уравнение на диаграмме называется уравнением регрессии. Линия тренда является графиком уравнения регрессии.

2. Рассчитать ускорение силы тяжести g по формуле (21) как $g = 4\pi^2 / A$. Ввести в ячейку A15 текст " g , м/с²" (здесь и далее кавычки не набирать). В ячейке C15 провести вычисления введением:
" $=4*\text{ПИ}()^2/\text{НАКЛОН}(\text{B2}:\text{B6};\text{A2}:\text{A6})$ ".

3. Вычислить погрешность определения g , исходя из правил оценки точности косвенных измерений. Ввести в ячейку A16 текст " $\Delta g, \text{м/с}^2$ ". Провести в ячейке C16 вычисления по формуле:

$$\Delta g = t_{\alpha,n} g \sqrt{\frac{1}{(n-2)} \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right)},$$

(здесь $t_{\alpha,n}$ – коэффициент Стьюдента), т.е. ввести выражение:
 "=СТЮДРАСПОБР(0,05;4)*С15*КОРЕНЬ((1/КВПИРСОН(B2:B6;A2:A6)^2-1)/3)".

4. Вывести страницу на печать. Для этого выбрать в меню *Файл – Печать – ОК*. Закрывать окно MS Excel без сохранения файла.

Погрешности округления числа π и ускорения силы тяжести g .

№ п/п	Число π		Ускорение силы тяжести g , м/с ²	
	π	S_π	g	S_g
1	3	0.142	10	0.193
2	3.1	0.042	9.8	0.0067
3	3.14	0.0016	9.81	0.0034
4	3.142	0.00041	9.806	0.00065
5	3.1415	0.000093	9.8067	0.00005