

A -интегралом Пуассона для $f(P) - \overline{f(P)}$, а бигармонически сопряженная ей функция $V(r_1, \varphi_1; r_2, \varphi_2)$ представима интегралом:

$$\frac{1}{4\pi^2} (A) \iint_{\Delta_0} [\overline{f^{(1)}(P)} + \overline{f^{(2)}(P)}] \cdot \prod_{k=1}^2 P(z_k, \zeta_k) d\Delta,$$

где $f(P) - \overline{f(P)}$, $\overline{f^{(1)}(P)} + \overline{f^{(2)}(P)}$ являются C -угловыми граничными значениями функции $V(r_1, \varphi_1; r_2, \varphi_2)$ и $V(r_1, \varphi_1; r_2, \varphi_2)$ на L_R .

Теорема 3. Всякая аналитическая функция, представимая в E_R в виде двойного L -интеграла типа Коши:

$$-\frac{1}{4\pi^2} \iint_{L_R} \frac{\Phi(\alpha_1, \alpha_2)}{(\zeta_1 - z_1)(\zeta_1 - z_2)} d\zeta_1 d\zeta_2,$$

где $\Phi(\alpha_1, \alpha_2) = \Phi_1(\alpha_1, \alpha_2) + i\Phi_2(\alpha_1, \alpha_2)$, $\Phi_1(\alpha_1, \alpha_2)$ и $\Phi_2(\alpha_1, \alpha_2)$ — действительные функции периода 2π по каждому аргументу, суммируемые на Δ_0 , представима там в виде двойного A -интеграла Коши (общего вида) (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Шафеев. О граничных свойствах аналитической функции и о двойном A -интеграле Коши. Труды I Казахской научной конференции по математике и механике, 1965.
2. М. Н. Шафеев. Двойные A -интегралы и сопряженные функции. Труды Куйбышевского авиационного института, 1967 г.
3. М. Н. Шафеев. Об одной граничной задаче для бигармонических функций. Изв. вузов, серия матем., № 5 (42), 1964.

М. П. Шатунов

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ВИДЕ КОНТУРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Рассматривается краевая задача для дифференциального уравнения порядка $n = 2m$ с двумя независимыми переменными:

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k \left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} a_k(x) \frac{\partial^k u}{\partial x^k} + \frac{\partial^k}{\partial y^k} b_k(y) \frac{\partial^k u}{\partial y^k} \right] = f(x, y) \quad (1)$$

в прямоугольнике $\Omega [x_1 \leq x \leq x_2; y_1 \leq y \leq y_2]$, на сторонах которого заданы граничные условия

$$P_j u(x, y) = p_j(y), \quad Q_j u(x, y) = q_j(x); \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (2)$$

где $P_j u(x, y)$ — есть линейная комбинация с постоянными коэффициентами, составленная из значений $u; \frac{\partial u}{\partial x}, \dots, \frac{\partial^{n-1} u}{\partial x^{n-1}}$ при $x = x_1, x_2$; $Q_j u(x, y)$ —

аналогичная комбинация из значений $u, \frac{\partial u}{\partial y}, \dots, \frac{\partial^{n-1} u}{\partial y^{n-1}}$ при $y = y_1, y_2$; $f(x, y), p_j(y), q_j(x)$ — данные функции.

Считаем, что коэффициенты $a_k(x), b_k(y)$ имеют достаточное число производных и удовлетворяют неравенствам:

$$a_m(x) > 0; \quad b_m(y) > 0; \quad a_k(x) \geq 0; \quad b_k(y) \geq 0; \quad (3) \\ k = 0, 1, \dots, m-1.$$

Граничные линейные комбинации $P_j u$, $Q_j u$ таковы, что линейные операторы:

$$Au \equiv \sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{d^k}{dx^k} a_k(x) \frac{d^k u}{dx^k}; \quad P_j u = 0; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

$$Bu \equiv \sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{d^k}{dy^k} b_k(y) \frac{d^k u}{dy^k}; \quad Q_j u = 0; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

действующие по одной независимой переменной, являются самосопряженными и положительно определенными операторами в гильбертовых пространствах $L^2(x_1 \leq x \leq x_2)$ и $L^2(y_1 \leq y \leq y_2)$ соответственно.

Их можно рассматривать также как операторы, действующие на функции двух переменных гильбертова пространства $L^2(\Omega)$, считая одну из переменных параметром.

Если R_λ , T_λ — резольвенты операторов A и B в пространствах $L^2(x_1 \leq x \leq x_2)$ и $L^2(y_1 \leq y \leq y_2)$, то их естественные продолжения на функции двух переменных являются резольвентами соответствующих продолженных операторов в пространстве $L^2(\Omega)$.

Пусть $E_\lambda^j(x)$, $F_{-\lambda}^j(y)$ — функции, определяемые из уравнений:

$$(A - \lambda) E_\lambda^j(x) = 0; \quad P_k E_\lambda^j(x) = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases}; \quad k, j = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

$$(B + \lambda) F_{-\lambda}^j(y) = 0; \quad Q_k F_{-\lambda}^j(y) = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases}; \quad k, j = 1, 2, \dots, n; \quad (7)$$

Если $f(x, y) \in$ областям определения операторов A и B в $L^2(\Omega)$; $q_j(x) \in$ области определения оператора A в $L^2(x_1 \leq x \leq x_2)$; $p_j(y) \in$ области определения оператора B в $L^2(y_1 \leq y \leq y_2)$, то решение краевой задачи (1—2) имеет вид:

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} [R_\lambda T_{-\lambda} f(x, y) + \sum_{j=1}^n E_\lambda^j(x) T_{-\lambda} P_j(y) + F_{-\lambda}(y) R_\lambda q_j(x)] d\lambda. \quad (8)$$

О. Ф. Меньших

О КАСАТЕЛЬНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ СОФУСА ЛИ

При исследовании нелинейных уравнений с частными производными иногда полезно преобразовать уравнения к новым нерешенным и новой функции. Одним из таких преобразований является общее касательное преобразование Софуса Ли. В данной работе показано, как можно найти вид так называемой производящей функции и связь ее с первоначальными независимыми переменными, если заданы новые переменные. Ограничимся рассмотрением преобразования функции $z = z(x, y)$ от двух переменных. Пусть заданы новые переменные

$$\varepsilon_1 = f_1(x_1, x_2, p_1, p_2); \quad \varepsilon_2 = f_2(x_1, x_2, p_1, p_2). \quad (1)$$

Как известно, общее касательное преобразование Софуса Ли записывается в виде

$$dV - \frac{\partial V}{\partial \varepsilon_1} d\varepsilon_1 - \frac{\partial V}{\partial \varepsilon_2} d\varepsilon_2 = \rho(dz - p_1 dx_1 - p_2 dx_2). \quad (2)$$