где $\Theta_r = \frac{T_r - T_2}{T_r}$; $\Theta_w = \frac{T_r - T_1}{T_r - T_2}$;

$$S_к = \frac{\alpha_л}{\alpha_к} = \frac{C_n T_r^4}{10^8 \ \alpha_к (T_r - T_2)}. \tag{3}$$

Квадратную скобку выражения (2с) обозначим через $f(\Theta_w)$ и введем следующую аппроксимацию:

$$f(\Theta_w) = k_1\Theta_w - k_2\Theta_w^2. \tag{4}$$

Коэффициенты k_1 и k_2 определяются из условия минимума функционала

$$\delta\int_0^1 [f(\Theta_w) - (k_1\Theta_w - k_2\Theta_w^2)]^2 d\Theta_w \tag{5}$$

и являются функциями числа Старка.

Решение задачи ищется в виде полинома

$$\Theta_ф = C(1 - Bx_1^2), \tag{6}$$

который подставляется в интегральное соотношение Л. С. Лейбензона

$$\frac{\partial}{\partial\,Fo'}\int_0^1 \Theta_ф dx_1 = \left(\frac{\partial\Theta_ф}{\partial x_1}\right)_{x_1=1} - \left(\frac{\partial\Theta_ф}{\partial x_1}\right)_{x_1=0}. \tag{7}$$

В результате, учитывая связь между С и В, определяемую соотношением

$$C = \frac{k_1\,Bi\,(1-B) - 2B}{k_2\,Bi\,(1-B)^2}, \tag{8}$$

получим дифференциальное уравнение относительно В, решение которого имеет вид

$$B^{\frac{3-k_1 Bi}{3k_1 Bi}}\ (1-B)^{2/3}\ [B(2+k_1 Bi) - k_1 Bi]^{-\frac{3+k_1 Bi}{3k_1 Bi}} = B_0 \exp Fo', \tag{9}$$

где произвольная постоянная B_0 определяется из кубичного уравнения

$$(3k_1 Bi - 5k_2 Bi + 6)B_0^3 + (25k_2 Bi - 13k_1 Bi - 20)B_0^2 + $$
$$+ 25k_1 Bi - 35k_2 Bi + 30)B_0 + 15(k_2 - k_1)\,Bi = 0. \tag{10}$$

Если учесть связь между безразмерными координатами температур Θ и $\Theta_ф$, решение задачи запишется в виде

$$\Theta = \frac{1 + \frac{k_\lambda}{2}}{1 + \frac{3}{8}k_\lambda} \cdot \frac{k_1\,Bi\,(1-B) - 2B}{k_2\,Bi\,(1-B)^2}(1 - Bx_1^2). \tag{11}$$

Вычислив среднюю температуру по толщине, можно построить зависимость $\bar{\Theta} = \bar{\Theta}(Fo)$ при различных числах Био и Старка.

Л. И. Жемков

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КОНТАКТА

Для определения термического сопротивления при контактировании тел обычно используются стационарные методы (л 1). Несмотря на точность и возможность учета погрешностей, эти методы имеют ряд недостатков, главный из которых—длительность экспериментов. Для массовых испытаний, быстрого накопления опытных данных, необходимых для систематического изучения явлений контактного теплообмена, стационарные методы непригодны.

Выполненные решения нестационарных термоконтактных задач показали значительное влияние термического сопротивления контакта на характер теплообмена. На основе этих решений можно построить несколько «нестационарных» методов определения термического сопротивления контакта.

1. Методы регулярного режима для определения сопротивления контакта могут иметь несколько модификаций. Одна из них — регулярный режим в адиабатической системе тел, между которыми имеется термическое контактное сопротивление. Начальные температуры частей системы различны.

Для такой задачи характеристическое уравнение имеет вид: $\mu \operatorname{tg} \mu = \frac{2}{R_к}$ (1) — для случая двух плоских пластин. Уравнение такого типа известно из решения для теплообмена сплошной плоской пластины и его корни табулированы (напр. л2). Поэтому, определив из эксперимента темп выравнивания температуры в системе с контактным сопротивлением (по сути первый корень), можно из таблиц или графиков найти величину $R_к$, т. к. $\frac{2}{R_к}$ является аналогом критерия Био.

Другой вариант метода регулярного режима основан на решении задачи о теплопроводности в двухслойной системе, содержащей термическое контактное сопротивление, при граничных условиях 3-го рода.

Характеристическое уравнение задачи получается следующим:

$$\mu \operatorname{tg} \mu = \frac{(1 + \mu R_к \operatorname{tg} \mu\xi_к + \operatorname{tg}^2 \mu\xi_к) - \frac{\mu^2 R_к}{\mathrm{Bi}} \operatorname{tg}^2 \mu\xi_к}{(1 + \mu R_к \operatorname{tg} \mu\xi_к + \operatorname{tg}^2 \mu\xi_к) + R_к \mathrm{Bi} \operatorname{tg}^2 \mu\xi_к} \cdot \mathrm{Bi}. \tag{2}$$

Шесть первых корней этого уравнения были табулированы для достаточно широкого интервала значений $R_к$, Bi и $\xi_к$. Определив в эксперименте темп регулярного режима для рассматриваемой задачи, при известных Bi и $\xi_к$ можно определить $R_к$. Как очевидно из уравнения (2), точность предлагаемого метода повышается с ростом Bi и $\xi_к$. При $\mathrm{Bi} \to \infty$ этот метод превращается в своеобразную модификацию известного метода α калориметра.

В случае многокомпонентных систем, состоящих из многих слоев, контактирующих через термические сопротивления, теория снова показывает возможность наступления регулярного режима, причем корни определяются из характеристического уравнения известного типа:

$$\mu \operatorname{tg} \mu = \mathrm{Bi}^*. \tag{3}$$

Здесь величина

$$\mathrm{Bi}^* = \alpha \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n-1} R_{к_i} \right). \tag{4}$$

где δ_i — толщина слоев, λ_i — теплопроводность слоев, $R_{к_i}$ — контактное сопротивление между слоями.

Определив из эксперимента темп (1-й корень) для такой системы, можно по величине Bi* найти термическое сопротивление $R_к$. Схемы калориметров для рассмотренных методов показаны на рис. 1.

2. Метод средней температуры. В работе [3] было установлено, что независимо от вида граничных условий после стабилизации процесса теплообмена координата средней температуры объекта имеет фиксированное значение.

Рассматривая двухслойную пластину с контактным сопротивлением между слоями, поток тепла через стык можно определить, располагая датчик температуры в точке с координатой $x^* = \frac{\sqrt{3}}{3}\delta_2$ (см. рис. 1).

При $Bi < 0{,}25$ несложно определяются температуры на стыке, и тогда

$$R_к = \frac{\Delta T_к(\tau)}{q_к(\tau)}. \tag{5}$$

3. Метод полуограниченных тел. При идеальном контактировании ($R_к = 0$) двух полупространств температура на стыке неизменна во времени (л2). Можно показать, что для случая реального контакта $R_к \neq 0$ средняя температура зоны контакта будет такой же, как и для идеального случая. Это обусловлено квазистационарным характером процессов в тонких контактных слоях.

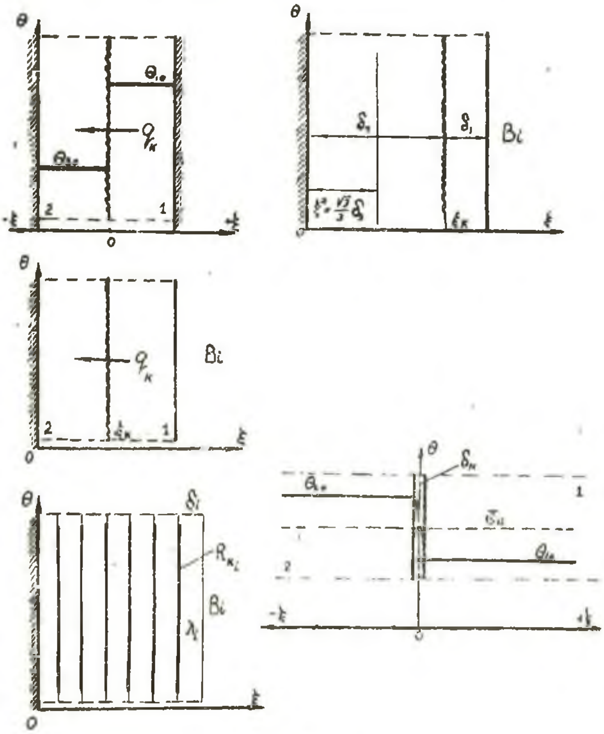

Рис. 1.

Не приводя здесь решения для температурных полей и потока тепла через термическое сопротивление контакта, можно предложить метод определения $R_к$.

Для образцов с одинаковыми свойствами, приняв $\Theta_1 \equiv 1$, $\Theta_2 \equiv 0$, получим: $\bar{\Theta}_к = \frac{1}{2}$, и тогда безразмерное термическое сопротивление контакта можно определить из соотношения:

$$R_к = -\frac{2\Theta_{1w} - 1}{\left(\frac{\partial \Theta_{1w}}{\partial x}\right)}. \tag{6}$$

Перечисленные методы определения $R_к$ показывают перспективность нестационарных методов в исследованиях контактного теплообмена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. П. Шлыков, Е. А. Ганин. Контактный теплообмен, ГЭИ, М., 1963.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности, ГЭИ, М., 1967.
3. Е. В. Кудрявцев, Н. В. Шумаков, К. Н. Чакалев. Нестационарный теплообмен, Изд. АН СССР, М., 1961.