

в процессе вибраций силопередающего элемента двухкоординатной системы на частотах 2640 и 8760 Гц. Аналогичные явления были зарегистрированы и в других технологических системах. Причинами вибраций силопередающего элемента высокочастотного инструментального блока (динамометрической фрезы), входящего в систему  $TCS_{ij}$  ( $i = 6, 8, 9$ ), являются след на поверхности резания и имеющийся в системе источник энергии неколебательной природы, приводящий к развитию и поддержанию этих вибраций.

**В ы в о д.** В технологических фрезерных системах, как системах колебательных имеют место процессы смешанного характера – суперпозиция свободных колебаний системы, которые особо проявляются при малом количестве резцов фрезы и небольших глубинах фрезерования; колебаний, возбуждаемых внешним воздействием, в частности обусловленных входом резца в зону резания при толщине среза, не равной нулю; параметрических колебаний, как правило, супергармонических, и автоколебаний.

#### Б и б л и о г р а ф и ч е с к и й с п и с о к

1. А.с. 1009619 (СССР). Механическая система для исследования вибраций при резании / В.Б.Мездрогия, В.И.Петров. – Оpubл. в Б.И., 1983, вып. 13.
2. А.с. 100800 (СССР). Тензометрический динамометр / В.И.Петров. – Оpubл. в Б.И., 1983, вып. 8.
3. А.с. 1152721 (СССР). Динамометрическая фреза / В.И.Петров, С.В.Дженжеруха, М.А.Никитин. – Оpubл. в Б.И., 1985, вып. 16.
4. Ш а р к о в И.Г. Исследование вибраций при резании конструкционных материалов: Дис. на соиск.уч.ст.д-ра.техн.наук. – Куйбышев, 1971. – 226 с.

УДК 621.914-752

А.Н.Волков, А.В.Терентьев

ЯВЛЕНИЯ РЕЗОНАНСА И БИЕНИЙ ВИБРАЦИЙ  
ПРИ ФРЕЗЕРОВАНИИ

Периодичность врезания и выхода зубьев в процессе фрезерования вызывает резкое изменение силы резания с той же частотой. При опре-

деленных условиях частота возмущающей силы от врезания и выхода зубьев становится весьма значительной. Так, например, при работе комплектом из двух дисковых пазовых фрез, смещенных относительно друг друга на половину шага между зубьями и имеющих каждая по 16 зубьев, частота возмущающей силы составляет

$$f_B = \frac{z n W}{60} = \frac{16 \cdot 375 \cdot 2}{60} = 200 \text{ Гц}, \quad (1)$$

где  $z$  - число зубьев фрезы;  $n$  - число оборотов фрезерной оправки, об/мин;  $W$  - количество фрез, установленных на оправке со смещением зубьев.

Наибольшее влияние на процесс резания оказывают вибрации, происходящие с частотами, близкими к собственной частоте свободных колебаний оправки с фрезами /1/. Обычно частота этих колебаний находится в пределах 300-800 Гц. Если частота свободных колебаний фрезерной оправки в процессе резания равна или кратна частоте возмущающей силы

$$k\omega = p \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (2)$$

то наступает резонанс  $k$ -го порядка /2/.

В формуле (2) принято:  $\omega = 2\pi f_B$  - угловая частота периодической возмущающей силы, 1/с;  $p = 2\pi f$  - угловая частота свободных затухающих колебаний оправки с фрезами в процессе резания, 1/с.

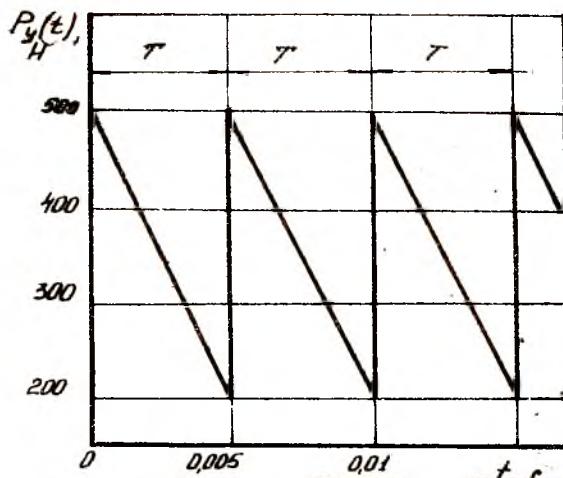
Рассматривая систему с сосредоточенными параметрами и считая силу сопротивления пропорциональной скорости, а силу упругости - пропорциональной отклонению системы от положения равновесия, представим колебательное движение точки оправки, где размещен центр фрез, линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = P_y(t) - b \frac{dy}{dt} - cy. \quad (3)$$

Составляющая силы резания  $P_y(t)$ , действующая в направлении исследуемого колебательного движения и перпендикулярная обработанной поверхности детали, может быть представлена как равнодействующая проекций окружных и радиальных составляющих сил резания для всех зубьев на ось  $y$ , находящихся одновременно на угле контакта  $\psi$  :

$$P_y(t) = K B S_z^{1-\mu} \sum_0^{\psi} (\sin^{2-\mu} \varphi + \varepsilon \sin^{1-\mu} \varphi \cos \varphi). \quad (4)$$

В расчетах  $P_y(t)$  для попутного фрезерования титанового сплава OT4 комплектом из двух консольно закрепленных фрез было принято:  $D_{фр} = 70$  мм;  $Z = 16$ ;  $W = 2$ ;  $B = 3,3$  мм;  $S_z = 0,112$  мм/зуб;  $K = 950$  н/мм<sup>2</sup>;  $\mu = 0,35$ ;  $\psi = 24^\circ$  (глубина фрезерования - 3 мм);  $\varepsilon = 0,3$ . График изменения силы  $P_y(t)$  представлен на рис. 1.



Р и с. 1. Теоретический график изменения вертикальной составляющей силы резания при попутном фрезеровании титанового сплава OT4 комплектом из двух дисковых пазовых фрез, оснащенных пластинами из ВК8. Фрезы смещены на полшага между зубьями относительно друг друга

Для определения гармоник колебательного движения сила  $P_y(t)$  была разложена в ряд Фурье. При этом уравнение (3) можно записать в виде

$$y'' + 2\delta y' + \rho^2 y = \frac{1}{m} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n (a_i \cos \kappa \omega t + \beta_i \sin \kappa \omega t) \right], \quad (5)$$

где  $2\delta = \frac{\beta}{m}$ ;  $\rho^2 = \frac{c}{m}$ .

Пилообразный характер изменения вертикальной составляющей силы резания  $P_y(t)$  позволяет использовать для определения коэффициентов Фурье известное решение

$$Y = \pi + 2 \left( \frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} + \dots \right). \quad (6)$$

Принимая во внимание тот факт, что функция не падает до нуля, и вводя масштабный коэффициент изменения силы, приведем решение (6) к виду

$$Y = 200 + \frac{300}{2\pi} \left[ \pi + 2 \left( \frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \dots \right) \right], \quad (7)$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ;  $T = \frac{1}{f_B} = 0,005 \text{ c}$ ;

$\frac{300}{2\pi}$  - масштабный коэффициент.

Результаты расчетов коэффициентов ряда Фурье приведены в табл. I.

Т а б л и ц а I

Коэффициенты Фурье

$a_0,$ H	$a_1,$ H	$a_2,$ H	$a_3,$ H	$a_4,$ H	$a_5,$ H
350	95	47	23	II	6

Представляя неоднородное уравнение (5) в виде системы отдельных неоднородных уравнений, найдем амплитуду вынужденных колебаний. Исходные данные и результаты расчетов приведены в табл. 2.

Общее решение уравнения (5) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного. Общее решение однородного уравнения имеет вид

$$y = e^{-\sigma t} (c_1 \cos \rho_1 t + c_2 \sin \rho_1 t),$$

где  $\rho_1 = \sqrt{\rho^2 - \sigma^2}$ .

Таблица 2

Характеристики упругой системы и амплитуды вынужденных колебаний

Длина оправки $l$ , мм	Диаметр оправки $d$ , мм	Масса оправки с фрезамми $m$ , кг	Жесткость упругой системы $C$ , н/м	Угловая частота собственных колебаний $p^2$ , 1/с	Коэффициент затухания $\delta$ , 1/с
200	40	2,1	$990 \cdot 10^4$	2150	90
$A_0$ , мкм	$A_1$ , мкм	$A_2$ , мкм	$A_3$ , мкм	$A_4$ , мкм	$A_5$ , мкм
17,7	9,6	4,8	2,4	1,2	0,6

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определялись из начальных условий. В результате расчетов получено:  $C_1 = -36,3$ ;  $C_2 = 40,4$ . Обозначив  $C_1 = A \sin \beta$  и  $C_2 = A \cos \beta$ , находим

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 54,3 \text{ мкм} \text{ и } \beta = -42,6^\circ.$$

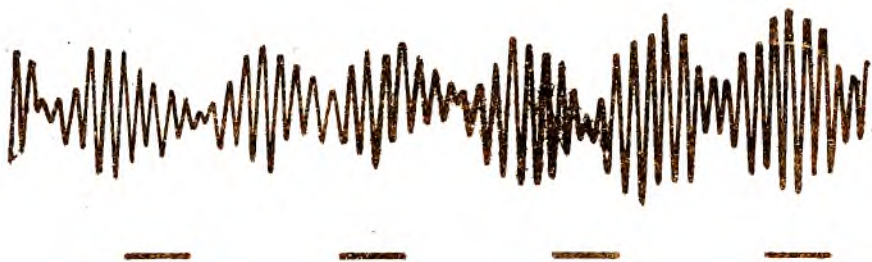
Окончательно общее решение уравнения (5) имеет вид

$$y = 17,7 + 54,3 e^{-90t} \sin(p_1 t + \beta) + 9,6 \sin \omega t + 4,8 \sin 2\omega t + 2,4 \sin 3\omega t + 1,2 \sin 4\omega t + 0,6 \sin 5\omega t. \quad (8)$$

Из равенства (8) следует, что фрезерная оправка имеет постоянное отжатие (слагаемое 17,7 мкм). Доминирующими являются вибрации, происходящие с собственной частотой колебаний оправки с фрезамми (амплитуда равна 54,3 мкм). Вынужденные колебания имеют незначительную амплитуду. При определенных характеристиках упругой системы и условиях резания частота собственных колебаний оправки с фрезамми становится кратной или близкой частоте вынужденных колебаний. В этом случае в системе возникает резонанс соответствующего порядка, сопровождающийся как общим увеличением амплитуды вибраций, так и появлением биений вибраций.

Для экспериментальной проверки полученного решения были проведе-

ны измерения амплитуд вибраций при вышеуказанных условиях фрезерования. Типичная осциллограмма колебаний оправки с фрезами в вертикальном направлении представлена на рис.2.



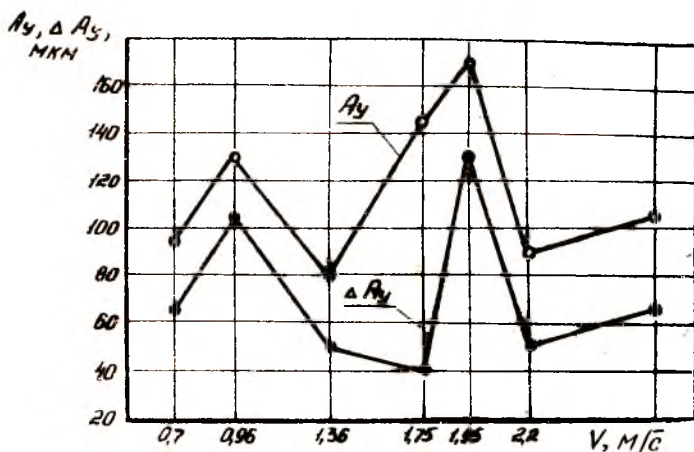
Р и с. 2. Осциллограмма вибраций оправки с фрезами в вертикальном направлении. В качестве отметчика времени использовалась неоновая лампа с частотой вспышек 50 раз в секунду

В проведенной серии опытов изменялась скорость резания. Соответственно изменялась и частота врезания зубьев. Колебания фрезерной оправки измерялись бесконтактными токовихревыми датчиками и записывались на равномерно движущуюся пленку с экрана электронного осциллографа. Горизонтальная развертка осциллографа при этом была выключена.

Значения скоростей резания и соответствующих им частот врезания зубьев, амплитуд и биений вибраций приведены в табл.3. При этом биения вибраций определялись как разность между максимальной и минимальной амплитудами в процессе их периодического изменения:

$$\Delta A_y = A_{y \max} - A_{y \min} :$$

Соответствующие графики изменения амплитуд и биений вибраций представлены на рис.3.



Р и с. 3. Зависимость амплитуд вибраций и их биений от скорости резания. Режим резания:  $D_{фр} = 70$  мм;  $Z = 16$ ;  $W = 2$ ;  $B = 3$  мм;  $b = 3$  мм;  $v = 0,7 \dots 2,73$  м/с

Т а б л и ц а 3

Частоты возмущающих сил, амплитуд и биений вибраций

Скорость резания $v$ , м/с	0,70	0,96	1,36	1,75	1,95	2,20	2,73
Частота врезания зубьев, 1/с	101	141	200	253	282	320	400
Амплитуда вибраций $A_y$ , мкм	95	130	80	145	170	90	105
Биения вибраций $\Delta A_y$ , мкм	67	105	50	40	130	50	66

Из рассмотрения приведенных данных видно, что на скоростях резания  $v = 0,96$  и  $1,95$  м/с имело место почти 2-кратное возрастание амплитуды вибраций и их биений. Частота свободных затухающих колебаний оправки с фрезами в этих опытах составляла  $\rho \approx 550$  Гц. Таким образом, в обоих случаях имело место состояние, близкое к резонансу

соответственно 4-го и 2-го порядка по возмущающей силе от врезания зубьев фрез.

**В ы в о д.** Одним из эффективных методов уменьшения вредных вибраций в процессе фрезерования является устранение резонанса путем соответствующего подбора соотношения собственной частоты доминирующей колебательной системы с частотой возмущающих сил. Нужно соотношение подбирается путем изменения числа зубьев фрез, величины их смещения относительно друг друга, частоты вращения шпинделя станка, жесткости и массы оправки с фрезами.

#### Б и б л и о г р а ф и ч е с к и й   с п и с о к

1. К у ч м а Л.К. Вибрации при работе на фрезерных станках и методы их гашения. -М.:Изд-во АН СССР, 1959.

2. П а н о в к о Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. -Л.:Машиностроение, 1976.