

Многообразия с действием тора сложности 1, имеющие конечное
число орбит группы автоморфизмов

Д.А. Чунаев

МГУ им. М.В. Ломоносова, НИУ ВШЭ, Москва, Россия

dchunaev@hse.ru

Доклад основан на совместной работе автора с С. Гайфуллиным [1].

Пусть \mathbb{K} — алгебраически замкнутое поле нулевой характеристики. Тогда *триномиальной гиперповерхностью* мы называем аффинную гиперповерхность в \mathbb{A}^n , заданную уравнением

$$T_0^{l_0} + T_1^{l_1} + T_2^{l_2} = 0,$$

где $l_i = (l_{i1}, \dots, l_{in_i})$, все $l_{ij} > 0$ и $T_i^{l_i} = T_{i1}^{l_{i1}} \dots T_{in_i}^{l_{in_i}}$, $n_0 \geq 0$ (если $n_0 = 0$, то первый моном считаем равным единице), $n_1, n_2 > 0$, $n_0 + n_1 + n_2 = n$.

Триномиальные гиперповерхности являются частным случаем более общего класса *триномиальных многообразий* — таких аффинных многообразий, которые можно задать системами уравнений $\{g_i = 0\}$, где g_i имеют следующий вид:

Тип 1.

$$g_i = T_i^{l_i} - T_{i+1}^{l_{i+1}} + a_i - a_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq r-1,$$

где a_i — попарно различные числа.

Тип 2.

$$g_i = \det \begin{pmatrix} T_i^{l_i} & T_{i+1}^{l_{i+1}} & T_{i+2}^{l_{i+2}} \\ a_{0i} & a_{0i+1} & a_{0i+2} \\ a_{1i} & a_{1i+1} & a_{1i+2} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq i \leq r-2,$$

где a_{ij} — такие числа, что у следующей матрицы столбцы попарно независимы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0r} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1r} \end{pmatrix}.$$

Триномиальные многообразия являются примерами многообразий, допускающих действие тора сложности 1, то есть эффективное действие тора размерности на 1 меньшей, чем у многообразия. Кроме того, как доказано в [2], у произвольного нормального рационального неприводимого многообразия без непостоянных обратимых функций, которое допускает действие тора сложности 1, тотальное координатное пространство, полученное с помощью конструкции Кокса, будет триномиальным многообразием.

Будем называть аффинное многообразие X *жестким*, если оно не допускает нетривиальных \mathbb{G}_a -действий. Критерий жесткости для тринomialных многообразий был получен в [3]. В работе [4] было доказано, что у нежесткой тринomialной гиперповерхности X число орбит группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ конечно. При этом из [5] известно, что у жестких тринomialных гиперповерхностей число орбит группы автоморфизмов бесконечно.

В докладе мы рассмотрим результаты работы [1], обобщающие результаты работы [4]: будет рассказано про то, что у нежесткого тринomialного многообразия конечное число орбит группы автоморфизмов, а также про обобщения этого результата, полученные с использованием конструкции Кокса, на некоторые многообразия с действием тора сложности 1.

Список литературы

- [1] С.А. Гайфуллин, Д.А. Чунаев, Многообразия с действием тора сложности 1, имеющие конечное число орбит группы автоморфизмов. arXiv: math.AG/2311.02481 (2023).
- [2] J. Hausen and M. Wrobel. Non-complete rational T-varieties of complexity one. Math. Nachr. **290** (2017), no. 5–6, 815–826.
- [3] P. Evdokimova, S. Gaifullin, A. Shafarevich. Rigid trinomial varieties. arXiv: math.AG/2307.06672 (2023).
- [4] S. Gaifullin, G. Shirinkin. Orbits of automorphism group of trinomial hypersurfaces. arXiv: math.AG/arXiv:2205.02513 (2022).
- [5] I. Arzhantsev, S. Gaifullin. The automorphism group of a rigid affine variety. Math. Nachr. **290** (2017), no. 5–6, 662–671.