Секция «Модели и технологии цифровой трансформации экономики»

ПРИНЦИП ОПТИМАЛЬНОСТИ В ПЛАНИРОВАНИИ И УПРАВЛЕНИИ

А.А. Васильева
Научный руководитель Е.Н. Осипова-Барышева

В современном мире главенствует рыночная экономика, поэтому устойчивость и успех любой организации может обеспечить только эффективное планирование её деятельности.

В рыночной экономике цель планирования заключается в научном обосновании поставленных целей, в выборе лучших способов их решения. Главной целью любого предприятия является получение максимальной прибыли при оптимальных затратах.

Основой современного маркетинга, производственного менеджмента и других областей экономики является рыночное планирование на предприятии.

План — это система мероприятий, содержащая систему взаимосвязанных решений, направленных на достижение результата.

Цели и задачи, пути и средства их реализации, ресурсы, необходимые для выполнения поставленных задач, пропорции и организация исполнения плана и контроля являются составляющими плана.

А. Файолем был первым, кто сформулировал общие принципы планирования. При разработке программы действий или планов предприятий им было сформулировано пять принципов: принцип необходимости, принцип единства, принцип непрерывности, принцип гибкости и принцип точности.

Помимо классических принципов в современной практике планирования широкую известность имеют также и общеэкономические принципы. А именно: принцип комплексности, принцип эффективности, принцип пропорциональности, принцип научности, принцип детализации, принцип простоты и ясности и принцип оптимальности, который на всех стадиях планирования из нескольких возможных вариантов предполагает выбор лучшего из них[1].

Гибкость и альтернативность производственных и хозяйственных ситуаций позволяют существовать принципу оптимальности.

Американский математик Р. Э. Беллман, впервые сформулировав принцип оптимальности в 1953 г., сказал: «Каково бы ни было состояние системы в результате nколичества шагов, на ближайшем из них нужно выбрать такое управление, чтобы оно привело к оптимальному выигрышу на этом шаге и всех последующих совместно с оптимальным управлением» [2].

У принципа оптимальности есть несколько видов. Принцип «Компромиссного множества» является одним из них.

Рассмотрим игру $Г$, которая описывается конечным множеством игроков I, с элементами $i \in I$, где i-один из игроков.

У каждого игрока есть множество стратегий x, тогда x_i – стратегии игрока i.

Формула множества всех возможных ситуаций(1)– это произведение всех возможных стратегий:

(1) $X = \prod_i x_i$.

Для каждого игрокаiнайдем функцию дохода H_i: X-> R_1.

Посчитаем невязки по формуле (2):

(2) $M_i = \max_{x \in X} H_i(x)$,

Затем построим идеальный вектор $M = (M_1 \ldots M_n)$.

Далее получаем формулу (3), которая является формулой компромиссного множества:

(3) $\left(\min_{x \in X} \max_{i \in I}\left(M_i - H_i(x)\right)\right)$ [3].

Рассмотрим 2-й вид принципа оптимальности – «Принцип Беллмана».

Предположим, что задача с формулами (4), (5), (6), (7)имеет решение.

(4) $Z = F(x_0, u) = \sum_{k=1}^{n} \sum f_k(x_{k-1}, u_k) \to max$,

(5) $x_k = \varphi_k(x_{k-1}, u_k), k = \overline{1, n}$,

(6) $u_k \in U_k, k = \overline{1, n}$,

(7) $x_k \in X_k, k = \overline{0, n}$,

Тогда справедлив принцип оптимальности Беллмана, который гласит: «Управление на каждом шаге необходимо выбрать так, чтобы сумма выигрышей была максимальной на этом шаге и всех последующих до конца» [4].

Применим принцип оптимальности для решения задач.

Задача 1. Предположим, что металлургический завод получил заказ на производство 5000 кг смеси из трех компонентов, состав которой имеет следующие ограничения:

- компонент 1: 5 руб. за 1 кг, не более 1500 кг;
- компонент 2: 6 руб. за 1 кг, не менее 750 кг;
- компонент 3:7 руб. за 1 кг, но менее 1000 кг.

Какое количество каждого компонента должно быть использовано для минимизации стоимости продукта?

Решение:

Пусть x_1 — количество компонента 1, кг; x_2 — количество компонента 2, кг, x_3 — количество компонента 3, кг.

Необходимо найти целевую функцию (8), которая минимизирует стоимость продукции:

(8) $Z = 5x_1 + 6x_2 + 7x_3$,

при условии, что соблюдаются требования (9):

$$(9) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 > 5000 \\ 0 < x_1 < 1500 \\ x_2 > 750 \\ x_3 > 1000 \end{cases} ,$$

Решение этой задачи заключаются в следующих значениях переменных: x_1 = 1500; x_2 = 750; x_3 = 1000, т.е. минимизация стоимости будет достигнута при использовании 1500 кг компонента 1; 750 кг компонента 2 и 1000 кг компонента 3 [5].

Задача 2. На три базы A_1, A_2, A_3поступил одинаковый груз, который требуется развезти в четыре пункта назначения B_1, B_2, B_3, B_4. Тарифы перевозок, запасы и потребности указаны в таблице 1. Необходимо, спланировать перевозки так, чтобы их общая стоимость была минимальной.

Таблица1. Данные для задачи: тарифы перевозок, запасы и потребности

Пункты отправления	Пункты назначения				Потребности
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	7	8	1	2	160
A_2	4	5	9	8	140
A_3	9	2	3	6	170
Запасы	120	50	190	110	

Эта задача с правильным балансом, поскольку суммарный объем запасов равен суммарному объему потребностей.

Пусть x_{AB} – количество единиц груза, перевозимого из A_i-го пункта отправления в B_j-й пункт назначения.

Формула (10) определяет математическую модель задачи, при условии, что соблюдаются требования, указанные в формуле (11):

(10) $$F(x) = 7\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1 + 8\mathrm{A}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_1\mathrm{B}_3 + 2\mathrm{A}_1\mathrm{B}_4 + 4\mathrm{A}_2\mathrm{B}_1 + 5\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2 + \\ +9\mathrm{A}_2\mathrm{B}_3 + 8\mathrm{A}_2\mathrm{B}_4 + 9\mathrm{A}_3\mathrm{B}_1 + 2\mathrm{A}_3\mathrm{B}_2 + 3\mathrm{A}_3\mathrm{B}_3 + 6\mathrm{A}_3\mathrm{B}_4 \to \min$$

$$(11)\begin{cases} \mathrm{A}_1\mathrm{B}_1 + \mathrm{A}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_1\mathrm{B}_3 + \mathrm{A}_1\mathrm{B}_4 = 160, \\ \mathrm{A}_2\mathrm{B}_1 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_3 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_4 = 140, \\ \mathrm{A}_3\mathrm{B}_1 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_3 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_4 = 170, \\ \mathrm{A}_1\mathrm{B}_1 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_1 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_1 = 120, \\ \mathrm{A}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_2 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_2 = 50, \\ \mathrm{A}_1\mathrm{B}_3 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_3 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_3 = 190, \\ \mathrm{A}_1\mathrm{B}_4 + \mathrm{A}_2\mathrm{B}_4 + \mathrm{A}_3\mathrm{B}_4 = 110, \end{cases},$$

1. Метод наименьшей стоимости. Этим способом итоговая стоимость всех перевозок этим методом, равна 1530.

$$\text{План } X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 160 & 0 \\ 120 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 30 & 90 \end{pmatrix}, \quad F(X_0) = 1530.$$

2. Метод минимального предпочтения

В итоге получается, что минимальная общая стоимость равняет 1330 ден. ед. [6].

План $X_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 50 & 110 \\ 120 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 140 & 0 \end{pmatrix}$, $F(X_0) = 1330$.

В заключение, принцип оптимальности подразумевает выбор такого решения в управлении, которое учитывает внутренние возможности и внешние условия производства организации наилучшим образом.

Список использованных источников:

1. Оренбургский государственный университет: Тема 12: Экономическая оценка планов: https://cde.osu.ru/demoversion/course167/glava%201.html
2. Финансовый университет. Контрольная работа: Принцип оптимальности, общая задача оптимального программирования: https://studrb.ru/works/entry14508
3. Парфенов А.П. Равновесие и компромиссное управление в сетевых моделях многоагентного взаимодействия, Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические 27 системы. / Парфенов А.П. Малафеев О.А. 2007. № 39. С. 154-167
4. Зенкевич Н.А. Оптимальный поиск в условиях конфликта/ Зенкевич Н.А., Петросян Л.А. - М: ЛГУ, 1987 г, 75 с.
5. Трофимова Л.А. Менеджмент. Методы принятия управленческих решений. Раздел: Линейное программирование:https://studme.org/197486/menedzhment/lineynoe_programmirovanie
6. Транспортная задача. Постановка условий:http://www.math.mrsu.ru/text/courses/method/opr_opt_plana.htm