



онных систем. – Уфа: Уфимский гос. авиационный технический ун-т, 2013. – С. 68-72.

8 Михеева Т.И. Исследование методов локального управления транспортными потоками / Т.И. Михеева, С.В. Михеев // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. Сер. «Актуальные проблемы радиоэлектроники» - Самара: СГАУ, – 2003. С. 24-30.

9 Barcelo, J. Microscopic traffic simulation : a tool for the design, analysis and evaluation of intelligent transport systems / J. Barcelo [et al.] // Journal of Intelligent and Robotic Systems. – 2005. – Т. 41, № 2 – 3. – Р. 173 – 203.

10 ГОСТ Р 52282-2004. Технические средства организации дорожного движения. Светофоры дорожные. Типы и основные параметры. Общие технические требования. Методы испытаний [Текст] – Введ. 2004-12-15. – М.: Государственное специализированное монтажно-эксплуатационное предприятие МВД России совместно с Научно-исследовательским центром Государственной инспекции безопасности дорожного движения МВД Российской Федерации, 2004. – 5 с.

11 ГОСТ Р 52290-2004. Технические средства организации дорожного движения. Знаки дорожные. Общие технические требования [Текст] – Введ. 2004-12-15. – М.: Государственное предприятие «РОСДОРНИИ» Росавтодора совместно с Научно-исследовательским центром Государственной инспекции безопасности дорожного движения МВД России, 2004. – 16 с.

12 Михеева, Т.И. Методологическое оценивание уличного освещения с эффектом рассеяния света в интеллектуальной транспортной геоинформационной системе «ITSGIS» / Т.И. Михеева, Савинов Е.А. // М : Датчики и системы, 2020. № 6 (248). – С. 20-27.

13 Михеева, Т.И. Автоматизация процесса построения дислокации дорожных объектов на электронной карте / Т.И. Михеева, О.А. Япрынцева, А.А. Федосеев // Самара : Организация и безопасность дорожного движения. материалы VI Всероссийской научно-практической конференции, 2013. – С. 126-130.

Р.Р. Мубараков

РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА И МИНИМАЛЬНОГО РАЗРЕЗА ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ МЕТОДОМ ФОРДА-ФАЛКЕРСОНА

(Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева-КАИ)

В настоящее время задача оптимизации процессов, в том числе оптимизация транспортных потоков в современных мегаполисах является очень востребованной [1, 2, 3]. Важными этапами оптимизации транспортных потоков является расчет максимального потока и минимального разреза транспортной



сети. В связи с этим, возникает необходимость выбора метода решения данной задачи.

Цель работы – решение задачи нахождения максимального потока и минимального разреза транспортной сети путем использования метода Форда-Фалкерсона [4, 5]. Например, транспортная сеть задана ориентированным графом, представленным на рис. 1.

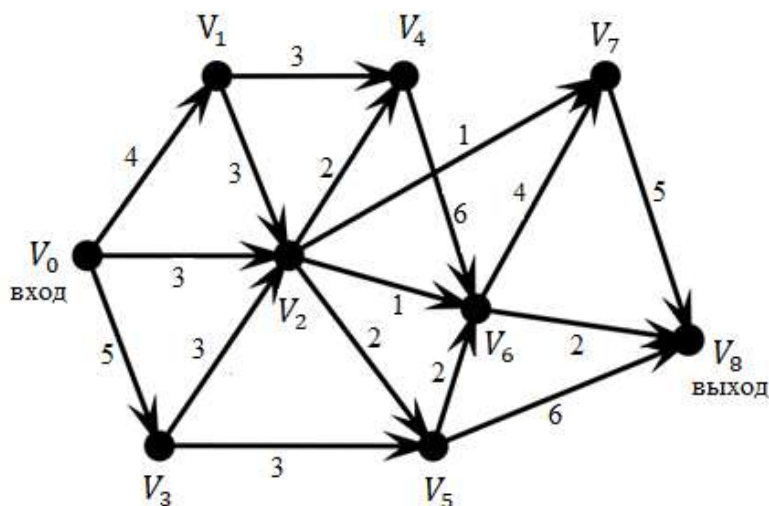


Рис. 1. Пример ориентированного графа, описывающего транспортную сеть

Введём следующие обозначения: $c(\gamma)$ – пропускная способность дуги γ ; $\phi(\gamma)$ – поток по дуге γ ; вершина, из которой дуги только выходят – вход транспортной сети; вершина, в которую дуги только входят – выход транспортной сети.

0. Транспортная сеть пустая, т.е. $\forall \gamma: \phi(\gamma) = 0$.

1. Рассмотрим некоторые пустые пути от входа к выходу и увеличим поток до максимально возможного – на величину $\Delta \phi = \min_{\gamma \in \mu} \{c(\gamma)\}$.

2. Основной цикл. Порядок действий:

- Расстановка меток вершин (номер предыдущей вершины) и дуг (+/-) до тех пор, пока выход не получит метку.

- Алгоритм расстановки меток: 1. Вход получает метку 0. 2. Передача метки бывает: 2.1. прямая (рис. 2):

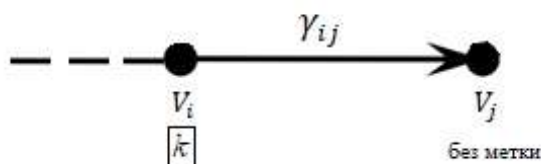


Рис. 2. Прямая передача метки

Дуга γ_{ij} ненасыщенная, т.е. $\phi(\gamma_{ij}) < c(\gamma_{ij})$. В V_i можно довести новый поток из V_k . В результате прямой передачи метки дуга γ_{ij} получает метку +, вершине V_j присваивается метка i . 2.2. обратная (рис. 3):

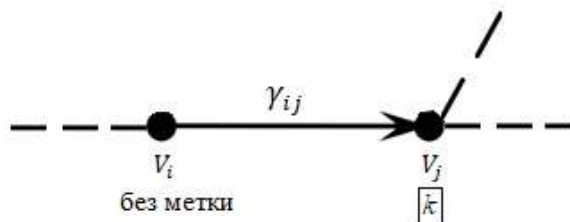


Рис. 3. Обратная передача метки

Дуга γ_{ij} непустая, т.е. $\varphi(\gamma_{ij}) > 0$. В V_j можно довести новый поток из V_k . В результате обратной передачи метки дуга γ_{ij} получает метку – вершине V_i присваивается метка j .

Если выход получил метку, то определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\varepsilon^+ = \min_{\gamma^+ \in \mu} \{c(\gamma^+) - \varphi(\gamma^+)\}$, где γ^+ – дуга с меткой $+$. $\varepsilon^- = \min_{\gamma^- \in \mu} \{\varphi(\gamma^-)\}$, где γ^- – дуга с меткой $-$. $\Delta \varphi = \min \{\varepsilon^+, \varepsilon^-\}$. Изменяем поток по дугам μ на величину $\Delta \varphi$ и переходим к новой итерации основного цикла.

Если выход метку никак не получает, значит новый поток до выхода довести нельзя. Следовательно, он является максимальным, и величина максимального потока определяется как: $\varphi_{max} = \sum_i \Delta \varphi_i$.

3. Нахождение минимального разреза. Пусть A – множество вершин без меток (на последней итерации основного цикла). Минимальный разрез – множество дуг, заходящих в A (извне) (начало дуги с меткой, конец без метки).

4. Проверка условия выполнения теоремы Форда-Фалкерсона. В любой транспортной сети T величина максимального потока равна пропускной способности любого минимального разреза: $\varphi_{max} = c(U_{min}) = \sum_{\gamma \in U_{min}} c(\gamma)$.

Применим данный алгоритм к исходной транспортной сети (рис. 1).

0. $\forall \gamma: \varphi(\gamma) = 0$.

1. Рассмотрим некоторый пустой путь из входа к выходу:

$$\mu_1 = (V_0, V_1, V_2, V_5, V_6, V_7, V_8) = (\gamma_{01}, \gamma_{12}, \gamma_{25}, \gamma_{56}, \gamma_{67}, \gamma_{78}).$$

Увеличиваем поток по нему на величину $\Delta \varphi_1$:

$$\Delta \varphi_1 = \min_{\gamma \in \mu_1} \{c(\gamma)\} = \min \{4, 3, 2, 2, 4, 5\} = 2.$$

2. Основной цикл, 1-ая итерация (рис. 4): расставляем метки, пока выход не получит метку:

Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_2 = (\gamma_{03}, \gamma_{35}, \gamma_{58})$; $\varepsilon^+ = \min \{5, 3, 6\} = 3$; $\Delta \varphi_2 = \min \{3\} = 3$. Изменяем поток по дугам μ_2 на величину $\Delta \varphi_2$.

2-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_3 = (\gamma_{03}, \gamma_{32}, \gamma_{26}, \gamma_{68})$; $\varepsilon^+ = \min \{5 - 3, 3, 1, 2\} = 1$; $\Delta \varphi_3 = \min \{1\} = 1$. Изменяем поток по дугам μ_3 на величину $\Delta \varphi_3$.

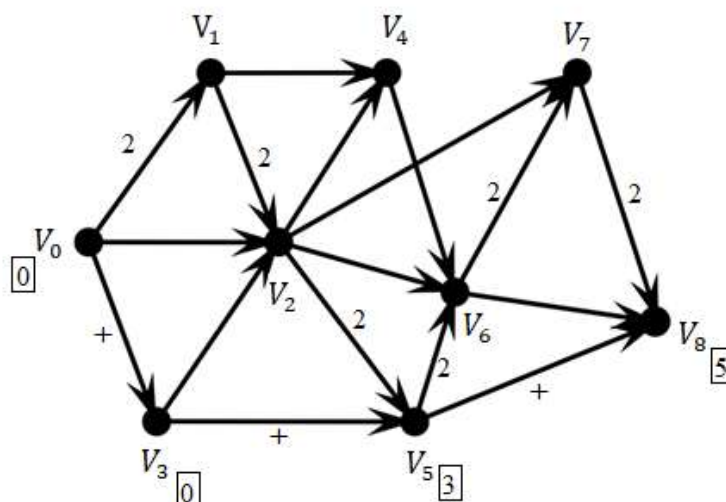


Рис. 4. Пример решения методом Форда-Фалкерсона (1 итерация)

3-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_4 = (\gamma_{03}, \gamma_{32}, \gamma_{27}, \gamma_{78})$; $\varepsilon^+ = \min\{5-4, 3-1, 1, 5-2\} = 1$; $\Delta \varphi_4 = \min\{1\} = 1$. Изменяем поток по дугам μ_4 на величину $\Delta \varphi_4$.

4-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_5 = (\gamma_{02}, \gamma_{24}, \gamma_{46}, \gamma_{68})$; $\varepsilon^+ = \min\{3, 2, 6, 2-1\} = 1$; $\Delta \varphi_5 = \min\{1\} = 1$. Изменяем поток по дугам μ_5 на величину $\Delta \varphi_5$.

5-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_6 = (\gamma_{02}, \gamma_{24}, \gamma_{46}, \gamma_{67}, \gamma_{78})$; $\varepsilon^+ = \min\{3-1, 2-1, 6-1, 4-2, 5-3\} = 1$; $\Delta \varphi_6 = \min\{1\} = 1$. Изменяем поток по дугам μ_6 на величину $\Delta \varphi_6$.

6-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_7 = (\gamma_{02}, \gamma_{12}, \gamma_{14}, \gamma_{46}, \gamma_{67}, \gamma_{78})$; $\varepsilon^+ = \min\{3-2, 3, 6-2, 4-3, 5-4\} = 1$; $\varepsilon^- = \min\{2\} = 2$; $\Delta \varphi_7 = \min\{1, 2\} = 1$. Изменяем поток по дугам μ_7 на величину $\Delta \varphi_7$.

7-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. Определяем последовательность дуг пути μ , по которым будем изменять поток на $\Delta \varphi$: $\mu_8 = (\gamma_{01}, \gamma_{14}, \gamma_{46}, \gamma_{56}, \gamma_{58})$; $\varepsilon^+ = \min\{4-2, 3-1, 6-3, 6-3\} = 2$; $\varepsilon^- = \min\{2\} = 2$; $\Delta \varphi_8 = \min\{2, 2\} = 2$. Изменяем поток по дугам μ_8 на величину $\Delta \varphi_8$.

8-ая итерация: расставляем метки, пока выход не получит метку. После расставления меток обнаруживаем, что выход никак не может получить метку. Следовательно новый поток до выхода довести нельзя. Найдём величину максимального потока:



$$\varphi_{max} = \sum_{i=1}^7 \Delta \varphi_i = 2 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 12$$

3. Найдём минимальный разрез: $A = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8\}$, $U_{min} = U_A^- = \{\gamma_{01}, \gamma_{02}, \gamma_{03}\}$.

4. Проверка условия выполнения теоремы Форда-Фалкерсона:

$$\varphi_{max} = c(U_{min}) = \sum_{\gamma \in U_{min}} c(\gamma), \quad 12 = c(\gamma_{01}) + c(\gamma_{02}) + c(\gamma_{03}) = 4 + 3 + 5 = 12.$$

Таким образом, предложенный метод интуитивно понятно позволяет решать важные задачи оптимизации транспортных потоков – расчет максимального потока и минимального разреза через сегменты транспортной сети. Метод достаточно просто алгоритмизируется и реализован в программном продукте. Данный метод также может применяться и для решения задачи сквозного прогнозирования помехоустойчивости электронных систем на основе электромагнитных топологий [6, 7].

Литература

1. Яфарова Д.И., Николаева Р.В. Оптимизации транспортной системы г. Казани путем развития транспортных пересадочных узлов // Техника и технология транспорта. – 2016. – №1. – С. 66-71.
2. Медведев П. В. Формирование транспортно-пересадочных узлов в городах // Вестник ГУУ. – 2014. – №11. – С. 120-124.
3. Третьякова П.А., Клевко В.И. Современные методы повышения эффективности транспортных систем городов // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. – 2012. – №1. – С. 101-108.
4. Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L.; Stein, Clifford. Introduction to Algorithms. — 3rd. — MIT Press, 2009. – 1320 p.
5. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е издание. – М.: «Вильямс», 2013. – 1328 с.
6. Гизатуллин З.М. Сквозное прогнозирование помехоустойчивости электронно-вычислительных средств внутри зданий при внешних электромагнитных воздействиях // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2011. – №2. – С. 123-128.
7. Гизатуллин З.М. Электромагнитная совместимость электронных средств объектов электроэнергетики при внешних электромагнитных воздействиях по сети питания // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. – 2007. – №9-10. – С. 37-45.