

ЛИТЕРАТУРА

1. Khatwani K. I., Bajwa I. S. Identification of linear time-invariant systems using exponential signals. «IEEE Trans. Automat. Contr.», 1975, 20, № 1.

УДК 624.07:534.1

Р. И. Гроссман, А. И. Конпель

ЛИНЕЙНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ В ОПОРАХ ТРУБОПРОВОДОВ

Для ряда механических соединений зависимость между моментом сопротивления и углом поворота при изгибе имеет следующий вид [1]:

$$\Theta_{2,3}(z) = \rho z M_m + \frac{2z + z^2 \pm 1}{2} M_m^2, \quad (1)$$

где M_m — амплитуда момента; $-1 \leq \alpha \leq 1$; ρ — функция геометрических и жесткостных характеристик соединения;

α — функция геометрических, жесткостных и фрикционных характеристик соединения; индексы 2 и 3 обозначают соответственно второй и третий этапы циклического нагружения.

С помощью этой зависимости при некоторых допущениях можно описать граничные условия при исследовании изгибных колебаний трубопроводов с типовыми опорами.

На рис. 1 зависимость (1) изображена в виде петли гистерезиса в координатах αM_m и Θ .

Из уравнения (1) момент можно выразить как функцию угла поворота.

Представленная в виде

$$M = k\Theta + z\dot{\Theta}, \quad (2)$$

функция $M = M_m \alpha = F_1(\Theta, \dot{\Theta})$ имеет смысл момента сопротивления,

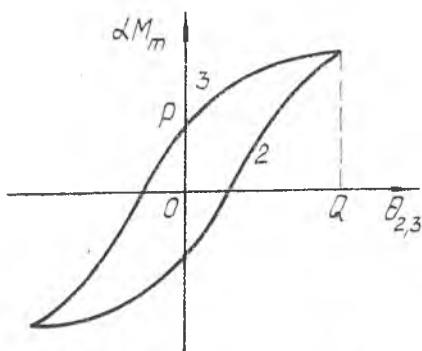


Рис. 1. График функции (1)

линейно зависящего от угла поворота и угловой скорости при изгибных колебаниях.

В уравнении (2) k — коэффициент жесткости; χ — коэффициент демпфирования.

Примем для угла поворота гармонический закон изменения:

$$\Theta = \Theta_{\max} \sin (\omega t + \gamma),$$

тогда

$$M = k \Theta_{\max} \sin (\omega t + \gamma) + \chi \omega \Theta_{\max} \cos (\omega t + \gamma)$$

или

$$M = k \Theta + \chi \omega \Theta_{\max} \sqrt{1 + \frac{\Theta^2}{\Theta_{\max}^2}}. \quad (3)$$

Графически зависимость (3) изображается петлей гистерезиса в форме эллипса [2] (рис. 2).

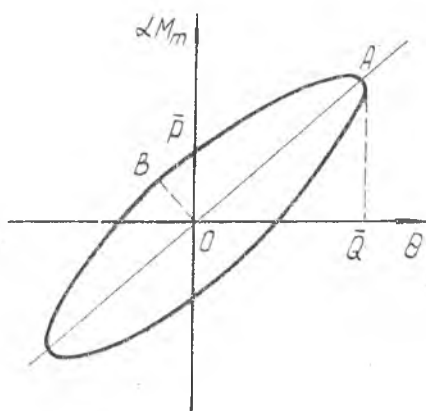


Рис. 2. График функции (3)

Линеаризацию функции $F(\Theta)$ произведем следующим образом. Аппроксимируем петлю гистерезиса (рис. 1) эллипсом (рис. 2).

Известно, что при замене петли гистерезиса равновеликим эллипсом значение амплитуды деформации искажается, и иногда существенно [3]. Для ряда практических случаев (нормирование вибраций, проектирование систем трубопроводов) при решении задач об изгибных колебаниях,

путем линеаризации граничных условий важно сохранить неизменным значение максимального угла поворота отрезка трубы в опоре. Поэтому в работе предлагается аппроксимировать петлю эллипсом так, чтобы выполнялись следующие равенства:

$$OP = O\bar{P}; \quad (4)$$

$$OQ = O\bar{Q}. \quad (5)$$

Из зависимости (1) определим OP и OQ . Ордината OP соответствует моменту $\Theta = 0$.

Полагая в зависимости (1) $\Theta = 0$, найдем

$$\alpha|_{\Theta=0} = -\frac{\rho + \xi M_m}{\xi M_m} + \sqrt{\left(\frac{\rho + \xi M_m}{\xi M_m}\right)^2 - 1},$$

откуда

$$OP = M_m \alpha|_{\Theta=0} = -\frac{\rho + \xi M_m}{\xi} + M_m \sqrt{\left(\frac{\rho + \xi M_m}{\xi M_m}\right)^2 - 1}. \quad (6)$$

Величина OQ соответствует максимальному значению угла поворота Θ , т. е. тому случаю, когда в равенстве (1) $\alpha = 1$.

Полагая в равенстве (1) $\alpha = 1$, получим

$$OQ = \rho M_m + \xi M_m^2. \quad (7)$$

Линеаризованные коэффициенты жесткости k и коэффициент демпфирования χ приближенно можно определить из условий (4) и (5).

Из уравнений (4) и (6) с учетом $O\bar{P} = \chi \omega \Theta_{\max}$ [2] находим коэффициент демпфирования

$$\chi = \frac{1}{\omega M_m} \left[-\frac{1}{\xi} + M_m \sqrt{\frac{1}{(\xi M_m)^2} + \frac{1}{(\rho + \xi M_m)^2}} \right]. \quad (8)$$

Коэффициент жесткости k определяется из соотношений (3), (5) и (7):

$$k = \frac{M_{\max}}{\Theta_{\max}} = \frac{1}{\rho + \xi M_m}. \quad (9)$$

Таким образом, момент сопротивления в опорах трубопроводов можно считать линейным. Коэффициенты демпфирования и жесткости вычисляются по формулам (8) и (9).

Оценим погрешность линеаризации, сравнивая потери энергии за цикл деформирования системы при нелинейной (1) и линейной (2) зависимостях момента от угла поворота. Тогда о погрешности линеаризации функции $F(\Theta)$ можно будет судить по разнице между точным значением площади петли гистерезиса (эта площадь пропорциональна энергии, рассеиваемой за цикл деформирования системы) и ее приближенным значением, соответствующим площади эллипса.

Площадь петли, изображенной на рис. 1, вычисляется по формуле

$$\Psi_1 = M_m \int_{-1}^1 (\Theta_2 - \Theta_3) d\alpha.$$

При подстановке Θ_2 и Θ_3 из уравнения (1) получим

$$\Psi_1 = \frac{4}{3} \xi M_m^3.$$

Площадь эллипса

$$\Psi_2 = \pi OA OB \quad (\text{рис. 2}).$$

Используя геометрические условия и зависимости (6) и (7), определим OA и OB , а затем Ψ_2 :

$$\Psi_2 = 2\pi \xi M_m^3 (z+1) [4[(z+1) + \sqrt{(z+1)^2 + 1}]^2 - 1]^{-\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Здесь } z = \frac{\rho}{\xi M_m}.$$

Для определения погрешности линеаризации введем функцию

$$f(z) = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\Psi_1} = \frac{3\pi}{2} (z+1) [4[(z+1) + \sqrt{(z+1)^2 + 1}]^2 - 1]^{-\frac{1}{2}} - 1. \quad (10)$$

Анализ показывает, что функция $f(z)$ — монотонно возрастающая для $0 \leq z \leq \infty$ (графически она представлена на рис. 3).

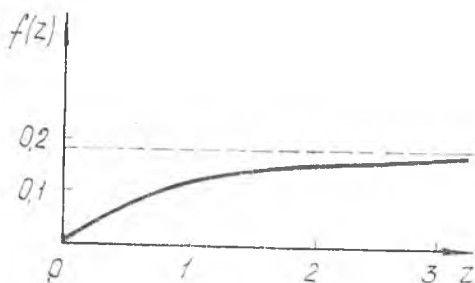


Рис. 3. График функции (10)

Из рис. 3 видно, что максимальная погрешность предложенного способа линеаризации нелинейной зависимости (1) не превышает 18%. При реальных параметрах креплений для труб больших и средних диаметров она составляет 1—2%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановко Я. Г. и др. Конструктивное демпфирование в неподвижных соединениях. Рига, изд-во АН Латв. ССР, 1960.
2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М., Физматгиз, 1960.
3. Дьяченко Ю. П. В сб.: «Расчет строительных конструкций», вып. 1, Куйбышевский строительный институт, 1974.