

А. И. БЕЛОУСОВ

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПОРНЫХ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВ

Развитие турбомашиностроения сопровождается повышением быстроходности машин. Особо важную роль для быстроходных машин играют вопросы устойчивости и колебаний роторов, зависящие от динамических характеристик опор. Поэтому исследование жесткости и демпфирования гидростатических подшипников представляет практический интерес.

Оценка динамических свойств гидростатических опор проводилась в работе [1]. Однако в этой работе рассматривались только упорные (плоские) однокамерные подшипники при ламинарном режиме течения жидкости. Жесткость и демпфирование определялись для случая, когда давления на входе в опору, в камере и на сливе равны между собой. Зависимости для учета гидростатического эффекта не приводились.

При действии на подшипник периодически изменяющейся по времени внешней нагрузки будут изменяться грузоподъемность подшипника и эксцентриситет.

Под динамической жесткостью гидростатических подшипников будем понимать отношение приращения грузоподъемности подшипника к перемещению центра вала, причем вал помимо вращения вокруг своей оси, может совершать и другие движения.

Ниже исследуются гармонические перемещения вала, равные $a_0 e^{i\omega t}$, с малой амплитудой a_0 по сравнению с толщиной смазочного слоя.

Силы инерции жидкости не учитываются. Рассматриваются опорные подшипники с изотропной характеристикой грузоподъемности, т. е. с такими параметрами конструкции и числом камер, которые обеспечивают практически независимость грузоподъемности от направления смещения вала.

Для мгновенного состояния вала относительно обоймы подшипника для i -ой камеры согласно закону сохранения массы раз-

ность между втекающим в камеру и вытекающим из нее количеством жидкости равна секундному изменению массы внутри той же камеры.

Тогда для моментов времени t и $t + \Delta t$ можно записать:

$$G_{вх i t} - G_{вых i t} = \frac{d}{dt} (\rho V_i) t, \quad (1)$$

$$G_{вх i t + \Delta t} - G_{вых i t + \Delta t} = \frac{d}{dt} (\rho V_i)_{t + \Delta t}. \quad (2)$$

Здесь ρ — плотность жидкости.

Объем жидкости в i -ой камере V_i состоит из объема камеры (фиг. 1)

$$V_k = h_k \cdot m \frac{\pi D - nb}{n} = \text{const}, \quad (3)$$

где h_k и m — высота и длина камеры;

D — диаметр подшипника;

b — длина перемычки между камерами;

n — число камер,

и объема масляной пленки $V_{сли}$, приходящегося на i -ую камеру, который в системе координат XOY (ось OY направлена вдоль линии центров OO') выразится

$$V_{сли} = \int_{\varphi_i - \frac{\pi}{n}}^{\varphi_i + \frac{\pi}{n}} \frac{LD\delta}{2} d\varphi = LD\delta_0 \left(\frac{\pi}{n} + \varepsilon \sin \frac{\pi}{n} \cos \varphi_i \right). \quad (4)$$

Так как рассматриваются подшипники с числом камер $n \geq 6$, то можно считать, что

$$V_{сли} = \frac{\pi D}{n} L \delta_i, \quad (5)$$

где φ_i — угол между началом отсчета (осью OY) и серединой i -ой камеры;

$\delta = \delta_0(1 + \varepsilon \cos \varphi)$ — зазор в подшипнике на угле φ от начала отсчета;

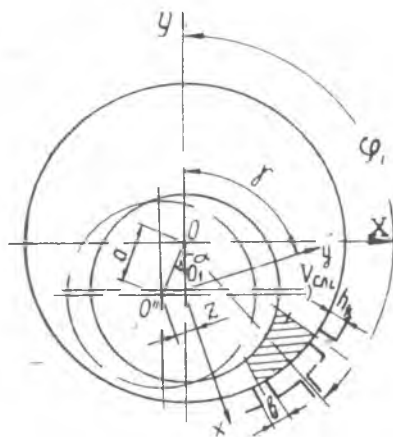
δ_0 — радиальный зазор при концентричном положении вала в подшипнике;

$L = m + 2l$ — длина подшипника;

l — длина торцевой перемычки;

$\varepsilon = \frac{e}{\delta_0}$ — относительный эксцентриситет.

$e = OO'$ — абсолютный эксцентриситет;



Фиг. 1.

Так как можно принять, что $\rho_t \approx \rho_{t+\Delta t}$ и $V_{it} \approx V_{it+\Delta t}$, то вычтя из уравнения (1) уравнение (2), получим

$$\Delta G_{вх i} - \Delta G_{вых i} = V_i \frac{d}{dt} \Delta \rho + \rho \frac{d}{dt} \Delta V_i. \quad (6)$$

Считая расход через i -ую камеру зависящим от зазора δ_i и давления P_i в ней, запишем уравнение сплошности потока в дифференциальной форме [2]

$$dG_{вх i} = \frac{\partial G_{вх i}}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial G_{вх i}}{\partial P_i} dP_i, \quad (7)$$

$$dG_{вых i} = \frac{\partial G_{вых i}}{\partial \delta_i} d\delta_i + \frac{\partial G_{вых i}}{\partial P_i} dP_i. \quad (8)$$

Введем обозначения

$$a_{1i} = \frac{\partial Q_{вх i}}{\partial \delta_i}; \quad a_{2i} = \frac{\partial Q_{вых i}}{\partial \delta_i};$$

$$b_{1i} = \frac{\partial Q_{вх i}}{\partial P_i}; \quad b_{2i} = \frac{\partial Q_{вых i}}{\partial P_i}.$$

Здесь в отличие от массового расхода G через Q обозначен объемный расход.

Переходя в (7) и (8) от дифференциалов к приращениям, получим

$$\Delta G_{вх i} - \Delta G_{вых i} = \rho (a_{1i} - a_{2i}) \Delta \delta_i + \rho (b_{1i} - b_{2i}) \Delta P_i. \quad (9)$$

Если центр вала сместился из точки O' в точку O'' на величину $z = a_0 e^{i\Omega t}$ под углом γ к оси OY , то нетрудно получить, что изменение зазора в i -ой камере будет составлять

$$\Delta \delta_i = z \cos(\varphi_i - \gamma) = a_0 e^{i\Omega t} \cos(\varphi_i - \gamma). \quad (10)$$

С учетом соотношений (5), (9) и (10) уравнение (6) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \rho (a_{1i} - a_{2i}) a_0 e^{i\Omega t} \cos(\varphi_i - \gamma) + \rho (b_{1i} - b_{2i}) \Delta P_i = \\ = V_i \frac{d\Delta \rho}{dt} + j\rho \frac{\pi DL}{n} \Omega a_0 e^{i\Omega t} \cos(\varphi_i - \gamma). \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение (11) пригодно как для случая несжимаемой жидкости, так и для случая, когда сжимаемость смазки учитывается.

Для несжимаемой жидкости

$$\frac{d}{dt} \Delta \rho = 0. \quad (12)$$

Уравнение сжимаемости смазки запишем в следующем виде [3]:

$$\frac{d}{dt} \Delta \rho = \beta \rho \frac{d}{dt} \Delta P, \quad (13)$$

где β — коэффициент объемного сжатия жидкости.

Тогда изменение давления ΔP_i в i -ой камере при перемещении центра вала из точки O' в точку O'' будет определяться: для несжимаемой жидкости

$$\Delta P_i = \left[-\frac{a_{1i} - a_{2i}}{b_{1i} - b_{2i}} + j\Omega \frac{\pi DL}{n(b_{1i} - b_{2i})} \right] a_0 e^{j\Omega t} \cos(\varphi_i - \gamma), \quad (14)$$

с учетом сжимаемости смазки

$$\Delta \dot{P}_i + A_i \Delta P_i = j B_i a_0 e^{j\Omega t}. \quad (15)$$

Здесь

$$\Delta \dot{P} = \frac{d}{dt} \Delta P;$$

$$A_i = \frac{b_{2i} - b_{1i}}{V_i \cdot \beta};$$

$$B_i = -\frac{j(a_{1i} - a_{2i}) + \Omega \frac{\pi DL}{n}}{V_i \cdot \beta} \cos(\varphi_i - \gamma).$$

Уравнение (15) представляет собой линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами. Решением его будет

$$\Delta P_i = \frac{B_i a_0 \Omega}{A_i^2 + \Omega^2} e^{j\Omega t} + j \frac{A_i \cdot B_i}{A_i^2 + \Omega^2} a_0 e^{j\Omega t}. \quad (16)$$

Изменение давления в i -ой камере обуславливает изменение грузоподъемности в направлении оси oy на величину

$$\Delta R_{oy} = L_3 D \sin \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n \Delta P_i \cos(\varphi_i - \gamma). \quad (17)$$

Тогда согласно определению динамическая жесткость n -камерного опорного гидростатического подшипника с учетом сжимаемости смазки будет равна

$$C = \frac{\Delta R_{oy}}{z} = -L_3 D \sin \frac{\pi}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(a_{1i} - a_{2i})(b_{1i} - b_{2i}) + \frac{\pi DL}{n} V_i \beta \Omega^2}{(b_{1i} - b_{2i})^2 + (V_i \beta \Omega)^2} \cos^2(\varphi_i - \gamma) - j\Omega \sum_{i=1}^n \frac{(b_{1i} - b_{2i}) \frac{\pi DL}{n} - (a_{1i} - a_{2i}) V_i \beta}{(b_{1i} - b_{2i})^2 + (V_i \beta \Omega)^2} \cos^2(\varphi_i - \gamma) \right]. \quad (18)$$

Разделив (18) на $\frac{L_3 D P_{вх}}{\delta_0}$ (здесь $P_{вх}$ — давление подачи), получим безразмерную жесткость или коэффициент динамической жесткости

$$\bar{C} = -\frac{\delta_0}{P_{вх}} \sin \frac{\pi}{n} \left[\sum_{i=1}^n \frac{(a_{1i} - a_{2i})(b_{1i} - b_{2i}) + \frac{\pi DL}{n} V_i \beta \Omega^2}{(b_{1i} - b_{2i})^2 + (V_i \beta \Omega)^2} \cos^2(\varphi_i - \gamma) - j\Omega \sum_{i=1}^n \frac{(b_{1i} - b_{2i}) \frac{\pi DL}{n} - (a_{1i} - a_{2i}) V_i \beta}{(b_{1i} - b_{2i})^2 + (V_i \beta \Omega)^2} \cos^2(\varphi_i - \gamma) \right]. \quad (19)$$

Из (18) видно, что динамическая жесткость состоит из двух составляющих. Одна из них, представленная действительным членом уравнения (18), характеризует упругость смазочного слоя опоры, так как синфазна с перемещением. Другая составляющая, представленная мнимым членом уравнения (18), характеризует демпфирование, так как сдвинута по фазе на угол $\frac{\pi}{2}$.

Вектор неупругой жесткости (демпфирования) отстает от вектора упругой жесткости на угол $-\frac{\pi}{2}$.

Если принять, что смазка несжимаемая, то коэффициент динамической жесткости будет определяться

$$\bar{C} = -\frac{\bar{v}_0}{P_{\text{вх}}} \left[\sum_{i=1}^n \frac{a_{1i} - a_{2i}}{b_{2i} - b_{1i}} \cos^2(\varphi_i - \gamma) + i + j \omega \frac{\pi D L}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2(\varphi_i - \gamma)}{b_{2i} - b_{1i}} \right] \sin \frac{\pi}{n}. \quad (20)$$

Первое слагаемое в (20) представляет собой статическую жесткость гидростатических подшипников [2], а второе характеризует демпфирование.

Так как при ламинарном режиме течения смазки расход через i -ую камеру зависит линейно от давления в ней, то величины b_{1i} и b_{2i} (а, следовательно, и слагаемое, характеризующее демпфирование) не зависят от уровня давления в камере.

При турбулентном режиме, ввиду нелинейной связи между расходом через камеру и давлением в ней, слагаемое, характеризующее демпфирование, зависит от уровня давления в камерах.

Из рассмотрения уравнений (19) и (20) следует, что упругая жесткость опоры не равна сумме статической жесткости и жесткости, обусловленной сжимаемостью жидкости, а жесткость, смещенная по фазе на 90° и характеризующая демпфирование, не зависит от уровня давления в камерах только при ламинарном режиме течения смазки и неучете сжимаемости смазки, что не подтверждает выводов работы [1].

Важно заметить, что при неучете сжимаемости жидкости упругая и неупругая составляющие жесткости не зависят от объема камеры гидростатического подшипника.

При учете сжимаемости смазки объем камеры влияет на обе составляющие жесткости.

Нетрудно видеть, что когда вторыми слагаемыми в числителе и знаменателе обеих составляющих жесткости можно пренебречь, то жесткость и демпфирование определяются по уравнению (20). При бесконечно большом значении объема камеры обе составляющие жесткости равны нулю.

При отсутствии эксцентриситета в подшипнике ($\epsilon=0$) уравнение (19) значительно упрощается

$$\bar{C} = -\frac{\delta_0}{P_{\text{нх}}} \frac{n}{2} \sin \frac{\pi}{n} \left[\frac{(a_1 - a_2)(b_1 - b_2) + \frac{\pi DL}{n} V \beta \Omega^2}{(b_1 - b)^2 + (V \beta \Omega)^2} + \right. \\ \left. + j \Omega \frac{(b_2 - b_1) \frac{\pi DL}{n} + (a_1 - a_2) V \beta}{(b_1 - b_2)^2 + (V \beta \Omega)^2} \right]. \quad (21)$$

В уравнении (21) индекс «i» в обозначениях a_1, a_2, b_1, b_2, V опущен, так как при $\varepsilon=0$ они равны для всех камер подшипника.

При ламинарном режиме течения жидкости в гидравлическом тракте подшипника величины a_1, a_2, b_1, b_2 обратно пропорциональны вязкости смазки. Поэтому без учета сжимаемости смазки коэффициент упругой жесткости не зависит от вязкости смазки, а коэффициент, учитывающий демпфирование, прямопропорционален вязкости

$$\bar{D} = C_1 \Omega \nu. \quad (22)$$

При учете сжимаемости жидкости зависимость коэффициента упругой жесткости и жесткости, учитывающей демпфирование, от вязкости смазки имеет вид:

$$\bar{C}_{\text{упр}} = \frac{C_1 + C_3 \Omega^2 \nu^2}{C_4 + C_5 \Omega^2 \nu^2}, \quad (23)$$

$$\bar{D} = \frac{C_6 \Omega \nu}{C_4 + C_5 \Omega^2 \nu^2}. \quad (24)$$

Здесь ν — коэффициент кинематической вязкости; $C_1, \dots, C_6$ — константы.

Из (22) и (24) следует, что для постоянства коэффициента $\bar{D}$ при различных частотах необходимо применять различные смазки. При высоких частотах следует применять маловязкие смазки, и наоборот.

Произведенная оценка влияния сжимаемости смазки на динамическую жесткость шестикамерного гидростатического подшипника, имеющего диаметр вала $D = 40$ мм, длину подшипника $L = 50$ мм, длину камеры $m = 40$ мм, диаметр капилляра $d_k = 1$ мм, длину капилляра $l_k = 10$ мм, радиальный зазор $\delta_0 = 0,1$ мм, ширину перемычки между камерами $b = 4$ мм, объем камеры $V_k = 3,4 \cdot 10^3$ мм³, показала, что учет сжимаемости смазки дает существующую поправку при ламинарном режиме для обеих составляющих динамической жесткости только в случае применения очень вязких смазок (типа турбинного масла), а при турбулентном режиме — только для составляющей, учитывающей демпфирование.

При использовании в качестве смазок маловязких жидкостей (например, воды) и сохранении в гидравлическом тракте подшипника ламинарного режима учет сжимаемости жидкости дает весьма незначительное уточнение для обеих составляющих динамической жесткости гидростатической опоры.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. M. Brown. Dinamic Characteristics of Hydrostatic Thrust Bearing, «International journal of Machine Tool Design and Besearch», vol. 1, september. 1961.
 2. А. И. Белоусов. К вопросу о жесткости гидростатических подшипников. Теория трения и износа, «Наука», М., 1965.
 3. Н. З. Френкель. Гидравлика. Госэнергоиздат, М.-Л., 1956.
-