

Очевидно, что событие с такой вероятностью для реальных объемов выпуска двигателей должно быть признано невозможным, а двигатели, имеющие уровень вибрации, близкий к норме, должны быть признаны неподобными. Нужно отметить, что из условий вибропрочности вибрация с уровнем 4д для такого типа двигателей является вполне допустимой. Впоследствии норма была уменьшена до 2,5 д, что для рассмотренной статистики дает вероятность $P_n = 0,005$, которую следует признать достаточной для того, чтобы практически наверняка были отбракованы неподобные двигатели. В данном случае надежность достигается ценой возврата в переборку примерно одного из двухсот выпускаемых двигателей.

ЛИТЕРАТУРА

И. Э. Гумбель. Статистика экстремальных значений. М., «Мир», 1965.

М. Н. Лившиц

ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Совершенствование методов и средств технического диагноза занимает значительное место в решении проблемы повышения надежности изделий. Характеристики предположительно одинаковых изделий часто оказываются различными вследствие влияния многих случайных факторов, поэтому становится необходимым определение статистических моделей, выражающих эти отличия.

В последнее время в технической диагностике изделий широкое распространение получили измерения вибраций корпусов. Однако при измерениях компонентов вибрации исследователю доступны результаты измерений, которые неизбежно содержат погрешности. Следовательно, используемые для анализа и построения статистических моделей вибрационных компонентов результаты измерений представляют собой композицию Z двух случайных величин: собственно компоненты вибрации X и погрешностей измерения Y

$$Z = X + Y. \quad (1)$$

Цель настоящей статьи — анализ действительных значений компоненты вибрации, т. е. статистических характеристик случайной величины X , получаемой исключением из результатов измерений Z погрешностей Y , вносимых методами и средствами измерений.

Статистические характеристики погрешностей Y поддаются измерению и оценке, поэтому в дальнейшем будем предполагать

известными как моменты, так и закон распределения погрешностей измерений.

Интересующая нас компонента вибрации X непосредственно не может быть измерена, а может быть найдена лишь косвенным путем.

Т. о., задача определения модели вибрационных компонент сводится к статистической задаче косвенной оценки распределения случайной величины X по её композиции Z с другой известной случайной величиной Y .

Если допустить, что величины X и Y — независимые непрерывные случайные величины с плотностями вероятности соответственно $p(x)$ и $p(y)$, то функция плотности вероятности распределения $p(z)$ для случайной величины Z — их композиции — задается интегралом свертки [1]:

$$p(z) = \int_{-\infty}^{\infty} p(y) p(z-y) dy. \quad (2)$$

Если плотность $p(z)$ случайной величины Z известна, то искомая функция $p(x)$ принципиально может быть найдена путем решения приведенного интегрального уравнения (2). Однако практически это сделать непосредственно сложно, и удобнее использовать для указанной цели аппарат характеристических функций.

Пусть для случайных величин Z, X, Y их характеристические функции будут соответственно $\varphi_z(t)$, $\varphi_x(t)$ и $\varphi_y(t)$, т. е.:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_z(t) &= Me^{iZt} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iZt} p(z) dz; \\ \varphi_x(t) &= Me^{iXt} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iXt} p(x) dx; \\ \varphi_y(t) &= Me^{iYt} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iYt} p(y) dy. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Тогда, в силу независимости X и Y :

$$\varphi_z(t) = \varphi_x(t) \cdot \varphi_y(t). \quad (4)$$

Отсюда уже непосредственно искомая характеристическая функция для X находится как:

$$\varphi_x(t) = \frac{\varphi_z(t)}{\varphi_y(t)}, \quad (5)$$

и соответствующий закон распределения плотности вероятности случайной величины X определяется выражением

$$p(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iXt} \varphi_x(t) dt. \quad (6)$$

Полученное выражение служит для вычисления плотности вероятности значений собственно компоненты вибрации X и является решением интегрального уравнения (2).

Обычно в распоряжении исследователя имеется некоторая статистика, в большинстве случаев позволяющая найти плотность $p(z)$ распределения композиции Z , и, следовательно, ее характеристическую функцию $\varphi_z(t)$ лишь приближенно.

В том случае, когда полученная при этом функция $\varphi_z(t)$ обладает всеми свойствами характеристических функций [2], преобразование (6) позволяет найти приближенное значение для плотности распределения $p(x)$ компоненты вибрации X и моментов ее распределения

$$v_x^k = \frac{1}{t^k} \cdot \left. \frac{d^k \varphi_x(t)}{dt^k} \right|_{t=0}, \quad (7)$$

где v_x^k — k -тый начальный момент случайной величины X .

В ряде практических случаев, когда достаточно ограничиться анализом на уровне первых моментов, например, математическим ожиданием v' и дисперсией μ^2 , последние могут быть найдены непосредственно (для любого закона распределения):

$$\left. \begin{aligned} v_x^1 &= v_z^1 - v_y^1; \\ \mu_x^2 &= \mu_z^2 - \mu_y^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Во всех рассмотренных (6), (7), (8) случаях нахождения параметров вибрационной компоненты требуется определение параметров погрешностей измерения. В общем случае определение параметров погрешностей измерения различных вибрационных компонент представляет сложную задачу. Однако для многих практических случаев задачу можно ограничить определением параметров погрешностей измерения амплитуд гармонических составляющих вибрации.

Полученные параметры погрешностей могут быть использованы при построении статистических моделей амплитуд колеба-

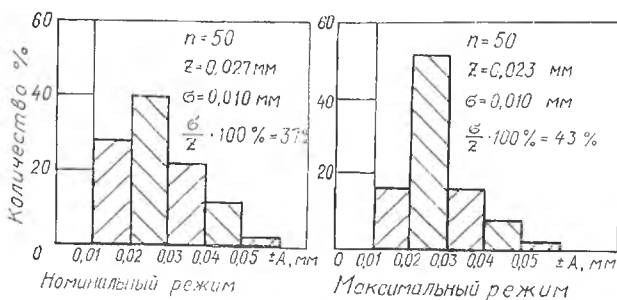


Рис. 1. Гистограмма осредненных экстремальных значений огибающей амплитуд колебаний корпусов

ний, выделяемых из спектра вибрации реальных изделий узкополосными частотными фильтрами.

На рис. 1 приведены гистограммы измеренных экстремальных значений огибающей амплитуд колебаний корпусов роторной частоты для 50 однотипных изделий.

Суммарная погрешность проведенных измерений формируется из погрешностей измерений величин, входящих в расчетную формулу амплитуд колебаний

$$Z = F(S_1, S_2, \dots, S_m), \quad (9)$$

где $S_1, S_2, \dots, S_m$ — результаты прямых измерений составляющих величин. Если $S_1, S_2, \dots, S_m$ являются независимыми случайными величинами, то средняя квадратичная погрешность измерения определится в виде [3]

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial S_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial S_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial S_m}\right)^2 \sigma_m^2}, \quad (10)$$

где $\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (s_i - \bar{s}_i)^2}{n-1}}$ — средняя квадратичная погрешность

рядов прямых измерений величин S_i ;

$\bar{s}_i$ — среднее значение; n — число прямых измерений. В рассматриваемом случае определение амплитуд колебаний произведено по формуле

$$Z = A_i M_1 \frac{Q_1}{Q_i} \frac{K_1}{K_i}, \quad (11)$$

где A_i — экстремальные значения огибающих записанных амплитуд; M_1 — масштаб градуировки; Q_1 и Q_i — записанные размахи калибровочных сигналов при градуировке и измерениях; K_1 и K_i — коэффициенты преобразования датчика при градуировке и измерениях.

Принимая входящие в (11) величины независимыми, запишем относительную среднюю квадратичную погрешность измерений в виде:

Принимая входящие в (11) величины независимыми, запишем относительную среднюю квадратичную погрешность измерений в виде:

$$\sigma_{QZ} = \frac{\sigma_z}{Z} =$$

$$= \sqrt{\sigma_{0P}^2 + \sigma_{0M}^2 + 2\sigma_{0Q}^2 + 2\sigma_{0K}^2}. \quad (12)$$

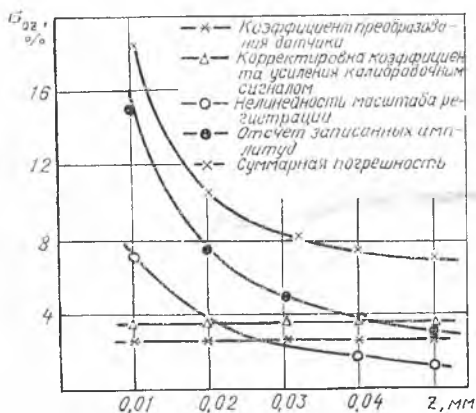


Рис. 2. Распределение погрешностей измерения по шкале значений при масштабе регистрации 0,005 мм/мм:

1 — коэффициент преобразования датчика; 2 — корректировка коэффициента усиления калибровочным сигналом; 3 — нелинейность масштаба регистрации; 4 — отсчет записанных амплитуд; 5 — суммарная погрешность

Для количественной оценки входящих в (12) величин погрешностей была использована статистика периодических (в течение 2-х лет) градуировок трех однотипных комплектов аппаратуры, каждый из которых имел по 3 измерительных канала. Параметры полученных составляющих погрешностей измерений, в функции текущих значений амплитуд, приведены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, входящие в (12) величины погрешностей представляют собой как аддитивные, так и мультипликативные составляющие. Значения суммарной погрешности измерений, определенные согласно (12), представлены на рис. 2 в функции текущих значений амплитуд колебаний.

При соизмеримости значений измеренных амплитуд колебаний со значениями возможных погрешностей (например, в области малых амплитуд) учет погрешностей измерения позволит более достоверно оценить параметры распределения моделей компонент вибрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Наука, 1969.
2. Руководство для инженеров по решению задач теории вероятностей, под ред. Свешникова А. А., Судпромгиз, 1962.
3. Маликов М. Ф. Основы метрологии. Комитет по делам мер и измерительных приборов, М., 1949.

Ю. В. Киселев

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ УЗКОПОЛОСНОГО ВИБРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

Изучение свойств узкополосных процессов занимает важное место в исследовании общей вибрации газотурбинных двигателей (ГТД), так как в общем спектре вибрации ГТД имеются ярко выраженные зоны узкополосной вибрации. На основании этого в работе [2] предложено рассматривать общую вибрацию ГТД как сумму узкополосных вибрационных процессов. В результате можно свести изучение общей вибрации ГТД к изучению отдельных узкополосных вибрационных процессов.

Одной из основных статистических характеристик для стационарных процессов является корреляционная функция, которая несет информацию об энергии процесса, об изменении значений случайного процесса во времени, о частотном составе процесса. Корреляционная функция является мощным средством для обнаружения периодической составляющей в шумовом сигнале.

В настоящее время корреляционный анализ является менее распространенным, чем спектральный. Это связано, во-первых, с трудностями по созданию аппаратуры и, во-вторых, при использовании ЭЦВМ с большим временем обработки. Предлагаемая работа является попыткой снизить затраты времени на