

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АГРЕГАТНО-СБОРОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Тлустенко С.Ф.

*Самарский национальный исследовательский университет имени
академика С.П. Королёва*

Аннотация: представлены результаты исследования и моделирования производственной среды агрегатно-сборочного производства летательных аппаратов с использованием теории линейного программирования с целью снижения трудоемкости вычислительных процессов на ЭВМ. Это позволяет связать компоненты линейного функционала модели сборки для количественного задания ограничений на координаты сборочного пространства в зависимости от условий постановки технологических задач.

Ключевые слова: математическое моделирование, технология, граф, параметры проекта, сборочное пространство.

Постановка и решение задач проектирования схем сборки в агрегатно-сборочном производстве летательных аппаратов связана с оптимизацией технологических процессов и развитием информационной базы системы автоматизированного проектирования технологических процессов (САПР ТП), сопровождающимися разработкой новых и доработкой существующих программных продуктов для пользователей. Актуальность проблемы связана с выполнением требований по соответствию научно-технического уровня производства условиям сертификации продукции на уровне международных стандартов. Рассматривая производственную среду как дискретно-непрерывное пространство, можно выделить относительно однородные локальные подструктуры, в пределах которых наиболее эффективны адекватные математические модели и способы их формализованного описания. Эффективность методов оптимизации при синтезе конкретных производственных схем определяется точностью результатов решений задач по условиям реализации конкретной целевой функции.

В связи со сложностью комплексного системного представления содержания многообразия процессов согласно технологической

документации в иерархической структуре производства необходимо усовершенствовать методики решения с выделением характерных подмножеств задач:

- обеспечить воспроизведение всех геометрических соотношений деталей как образующих единое целое в варианте плазово-шаблонной увязки или в виде электронно-цифрового представления всей информации об объекте при ограниченных ресурсах;

- разработать некоторое, достаточно большое, но конечное число проектов ТП всех уровней с правильным распределением по рабочим местам как основного производства, так и всего предприятия или ряда предприятий в условиях кооперативных поставок;

- исследовать и оптимизировать с распечаткой схем и количественных взаимоотношений параметров проектов ТП в пределах интегрированной технологической системы (ТС), которые допускают наличие перспективных инвариант исполнения. В современных условиях наряду с интуицией, опытом и знаниями все более эффективными становятся методы прямого информационного воспроизведения образов ТП по адекватно представленным исходным данным, достаточным для правильных реализаций прикладных программ проектирования.

Анализ современного производства показал эффективность построения его моделей на базе теории графов, которые включают дискретные подмножества дуг с некоторыми свойствами (весами), задаваемыми матрицами $C=[c_{ij}]$. Ориентированный граф как модель дискретной сборки летательного аппарата состоит из множества вершин $V = \{1, \dots, n\}$ и множества E упорядоченных дуг, соединяющих различные вершин. Любая такая пара $(i, j) \in E$ является дугой. Сетью является ориентированный граф, каждой дуге $(i, j) \in E$ которого поставлено в соответствие неотрицательное число b_{ij} . Эти числа могут выражать трудоемкость, время, пропускную способность и т. п.

Здесь будем рассматривать сети, в которых вершина 1 выделена как

начальная, а вершина n - как конечная. Все остальные вершины $i \neq 1$, будем называть промежуточными.

Если $(i, j) \in E$, то считаем, что вершина i предшествует вершине j , а вершина j следует за вершиной i .

Пусть $P(i) = \{k \in V \mid (k, i) \in E\}$ - множество вершин k , предшествующих вершине i , а $D(i) = \{j \in V \mid (i, j) \in E\}$ - множество вершин j , следующих за вершиной i .

В данном случае каждое число b_{ij} будем интерпретировать как длину соответствующей дуги $(i, j) \in E$.

Тогда путем, ведущим из вершины i_1 в вершину i_k , считаем чередующуюся последовательность вершин и дуг сети вида

$$i_1, (i_1, i_2), i_2, (i_2, i_3), i_3, \dots, (i_{k-2}, i_{k-1}), i_{k-1}, (i_{k-1}, i_k), i_k,$$

в которой все вершины $i_1, \dots, i_k$ различны. Задача поиска оптимального экономического критерия сводится к поиску кратчайшего пути из i_1 в i_k , что обозначим так: $i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \dots \rightarrow i_k$. Вершины $i_2, \dots, i_{k-1}$ будут промежуточными.

Длина пути $i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \dots \rightarrow i_k$ равна сумме длин составляющих его дуг $\sum_{l=1}^{k-1} b_{i_l i_{l+1}}$.

Последовательность дуг и вершин является циклом, если в ней все промежуточные вершины различны, а $i_1 = i_k$. Многообразие возможных вариантов технологического процесса сборки значительно расширяется за счет введения известных математических операторов из теории графов и множеств, возможность использования которых в решении экономических задач определяется характером исследуемых процессов.

Существование разновидностей технологического процессов сборки связано с изменением годовой программы выпуска изделия (N), тип производства (T_n), вида организации производства (V_o), вида механизации производства (V_m), метода сборки (M_c), метода базирования (M_b), способа базирования и технологического соединения деталей ($M_{тк}$), типов

применяемого оборудования (О) и сборочных приспособлений (П). Поэтому оптимальную зависимость вариантов решений в общем виде можно представить как $F(N, B_0, B_m, M_c, M_b, M_{tk}, O, P) = \text{extr} F$, где M_c, M_b, M_{tk}, O и P , в свою очередь, являются определяющими элементами функций технологических процессов (ТП), которые можно представить как технологические операторы A_i , позволяющие с той или иной эффективностью реализовать операции (ТП) и представляющие собой члены множества технологических операторов A , т. е. $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$.

Одновременно

$$A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}\},$$

где $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}$ — элементы подмножества технологических операторов A_i для реализации i -й операции технологического процесса.

В зависимости от того, какие из элементов $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im})$ подмножества A_i реализуют соответствующие технологические операции, формируется многообразие возможных вариантов технологического процесса сборки. Граф также удовлетворяет следующим двум свойствам:

1) внутри каждого подмножества технологических операторов вершины графа не смежны;

2) смежными могут быть только вершины подмножества $P(i) = \{k \in V \mid (k, i) \in E\}$, при этом дуги графа односторонне ориентированы по условиям технологических потоков. Так как граф не имеет циклов в связи с однозначностью исполнения каждой операции сборки и целенаправленным формированием конструкции изделия, то введем следующее определение: Любой вектор $x = (x_1, \dots, x_n)$, удовлетворяющий ограничениям задачи, будем называть допустимым решением этой задачи. Множество всех допустимых решений обозначим через X . Значение целевой функции $Z(x)$ на решении x будем называть стоимостью этого решения по аналогии с задачей формирования экономических показателей при планировании производства. Допустимое решение x^* называем оптимальным, если оно реализует

максимум целевой функции на множестве всех допустимых решений, т.е.

$$Z(x^*) = \max_{x \in X} Z(x).$$

Заметим, что нулевое решение $0 = (0, \dots, 0) \in E^n$ допустимо, если все коэффициенты $b_i, i = 1, \dots, n$, неотрицательны, а содержание вектора x может включать и понятия план, точка. Рассматривая задачу линейного программирования (ЛП) как модель операции, можно решение x считать стратегией, а целевую функцию Z - критерием эффективности оперирующей стороны.

Такой подход позволяет в ряде случаев перейти к задаче ЛП, которая может быть задана в форме, отличной от стандартной. Если основные ограничения задачи - равенства, а условия неотрицательности переменных сохраняются, то считаем, что задача ЛП имеет каноническую форму:

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad \text{при} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

Такая задача ЛП имеет общую форму, если в ней присутствуют свободные переменные, на которые не наложено условие неотрицательности, при этом одна часть может быть задана в виде ограничений, а другая в виде неравенств:

Для выбора технологических процессов по результатам оптимизации производственных функций введем естественные граничные условия:

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, k < m;$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = k+1, \dots, m, \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, s < n.$$

Будем говорить об основных ограничениях, в которых используются коэффициенты a_{ij} . Отметим, что выделение свободных переменных может быть весьма условным. Например, если ограничение $x_1 \geq 0$ перевести в основное, расширив матрицу достижимости операций соединений A , то переменная x_1 станет свободной. Можно показать, что все вводимые формы задач ЛП эквивалентны на основании того, что каноническую форму можно

свести к стандартной. Для этого достаточно каждое ограничение:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i$$

записать в виде двух неравенств:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; \quad \sum_{j=1}^n (-a_{ij}) x_j \leq -b_i.$$

Следовательно, рассматриваемый граф ТС сборки крыла, представляющий конечное множество операций сборки как дискретные подмножества дуг с некоторыми свойствами (весами), отражающими экономические показатели сборочного производства и задаваемыми матрицами $C=[c_{ij}]$, позволяет получить математическое описание в матричном виде технологических операций сборки, что позволяет:

- обеспечить воспроизведение всех геометрических соотношений деталей как образующих единое целое в варианте плазово-шаблонной увязки или в виде электронно-цифрового представления всей информации об объекте при варьируемых экономических показателях производства;

- разработать некоторое, достаточно большое, но конечное число проектов ТП всех уровней с правильным распределением их по рабочим местам основного производства, включая смежные предприятия в условиях кооперированных поставок;

- исследовать и оптимизировать систему сборочного производства, схемы организации рабочих мест с расчетом экономических показателей и количественных взаимоотношений процессов в ТС сборочного производства., которые допускают наличие перспективных инвариант исполнения. В современных условиях наряду с интуицией, опытом и знаниями такие подходы соответствуют эффективным методам прямого информационного воспроизведения образов ТП по адекватно представленным исходным данным, достаточных для правильных реализаций прикладных программ проектирования.

При таком подходе может быть применима и диагональная форма

записи относительно произвольного набора из m переменных. Поэтому в общем случае задачу ЛП можно привести к диагональной форме несколькими возможными способами. Также при приведении общей формы задачи к канонической можно исключить все свободные переменные x_j вместо введения неотрицательных переменных x'_j и x''_j . Между допустимыми решениями задач имеется взаимно-однозначное соответствие при вариации параметров в альтернативных вариантах проектов. В самом деле, предположим, что $x = (x_1, \dots, x_n)$ - допустимое решение задачи. Тогда величины $x_{n+i} = b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 0, \quad i = 1, \dots, m$, определяются однозначно и $\bar{x} = (x_1, \dots, x_{n+m})$ допустимое решение задачи. Обратное утверждение очевидно.

Таким образом, при проектировании технологических систем (ТС) сборочного производства летательных аппаратов по предложенной методике любую задачу ЛП, заданную в канонической форме, можно свести к диагональной форме, используя преобразования над системой линейных уравнений, а также исключая соответствующие единичной матрице переменные из целевой функции. При построении объектно-ориентированных моделей ТС, состоящих из некоторого множества взаимосвязанных составных объектов-компонент, необходимо учитывать, что преобразования происходят в евклидовом пространстве, где выполняется взаимно-однозначное соответствие:

$$\forall \bar{x} \in V \Leftrightarrow f(\bar{x}) = \varphi(\bar{x}, y)$$

между билинейными функциями и линейными операторами (тензорами). В таких ситуациях получаем математическое описание отображения процессов технологических преобразований в системе:

$$\varphi: V \times V \xrightarrow{\text{бил}} R \Leftrightarrow \varphi: V \xrightarrow{\text{лин}} V^*,$$

где R - пространство значений состояний, а любая невырожденная билинейная функция φ задает линейное отображение векторного пространства V в сопряженное пространство V^* .

Соответственно, можно построить матрицу невырожденной билинейной функции и обратную ей матрицу. Это позволит связать компоненты $\bar{y} \in V$ линейного функционала f для количественного задания ограничений на координаты сборочного пространства S при условии, что билинейная функция φ позволяет по вектору $\bar{y} \in V$ определить линейный функционал $f \in V$ в виде:

$$\forall \bar{x} \in V \Leftrightarrow f(\bar{x}) = \varphi(\bar{x}, \bar{y}).$$

Соответственно в объектно-ориентированной модели ТС линейные преобразования считаем зависимыми, если их адекватные координаты в опорном базисе, где они происходят, зависят от других преобразований, не входящих в данную пару, которая образует этот опорный базис, и независимым в противном случае.

Список использованных источников

1. Соколов А.В., Методы оптимальных решений. Общие положения. Математическое программирование [Текст]: 3 изд.учеб.пособие / Соколов А.В., Токарев В.В. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.-564с.
2. Горлач, Б.А. Исследование операций [Текст]: учебное пособие/ Б.А.Горлач.- СПб.:Издательство «Лань», 2013.-448с.
3. Ачуев Н.Р., Давыдов Ю.В., Андрюшин В.М.,Суров В.И.,Сухоруков Р.В. Управление качеством на всех этапах жизненного цикла авиационной техники// Российская энциклопедия CALS. Авиационно-космическое машиностроение/Гл.редактор А.Г.Братухин. М.:ОАО «НИЦ АСК», 2008. 608с.

METHOD FOR CONSTRUCTING MATHEMATICAL MODELS OF AGGREGATE-ASSEMBLY PRODUCTION OF AIRCRAFT BASED ON LINEAR PROGRAMMING

S.F. Tlustenko

Russia, Samara University

Abstract: the results of research and simulation of the production environment of aggregate-assembly production of

aircraft using the theory of linear programming are presented to reduce the complexity of computing processes on a computer. This allows us to relate the components of the linear functional of the assembly model to the quantitative specification of constraints on the coordinates of the assembly space, depending on the conditions for setting technological tasks.

Keywords: mathematical modeling, technology, graph, project parameters, assembly space.