ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ИДЕАЛЬНОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА, СЖАТОГО ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ШЕРОХОВАТЫМИ ПЛИТАМИ ПРИ ТРАНСЛЯЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ В СЛУЧАЕ ОБОБЩЕНИЯ УСЛОВИЯ ПОЛНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

А. В. Балашникова

ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева»,
info3006@yandex.ru

В работе рассматривается предельное состояние идеальнопластического материала, сжатого параллельными шероховатыми плитами при трансляционной анизотропии в случае обобщения условия полной пластичности.

Условие пластичности запишем в виде

$$\begin{aligned}
&\sigma_x = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + kn_1^2 + k_1 - \bar{k}, \tau_{xy} = \kappa n_1 n_2 + k_4, \\
&\sigma_y = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + kn_2^2 + k_2 - \bar{k}, \tau_{yz} = \kappa n_2 n_3 + k_5, \\
&\sigma_z = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + kn_3^2 + k_3 - \bar{k}, \tau_{xz} = \kappa n_1 n_3 + k_6, \\
&\bar{k} = \frac{1}{3}\left(k_1 + k_2 + k_3\right), \kappa - const
\end{aligned} \tag{1}$$

где σ_x, τ_{xy},… компоненты напряжений в декартовой системе координат *xyz*; κ - предел текучести на сдвиг; n_1, n_2, n_3 - направляющие косинусы, определяющие ориентацию третьего главного напряжения σ_3 в пространстве *x, y, z*.

Соотношения (1) могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned}
&\sigma_x = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + \frac{\left(\tau_{xy} - k_4\right)\left(\tau_{xz} - k_6\right)}{\left(\tau_{yz} - k_5\right)} + k_1', \\
&\sigma_y = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + \frac{\left(\tau_{yz} - k_5\right)\left(\tau_{xy} - k_4\right)}{\left(\tau_{xz} - k_6\right)} + k_2', \\
&\sigma_z = \sigma - \frac{1}{3}\kappa + \frac{\left(\tau_{xz} - k_6\right)\left(\tau_{yz} - k_5\right)}{\left(\tau_{xy} - k_4\right)} + k_3',
\end{aligned} \tag{2}$$

где $k_i' = k_i - \bar{k}$.

$$\frac{\left(\tau_{xy} - k_4\right)\left(\tau_{xz} - k_6\right)}{\left(\tau_{yz} - k_5\right)} + \frac{\left(\tau_{yz} - k_5\right)\left(\tau_{xy} - k_4\right)}{\left(\tau_{xz} - k_6\right)} + \frac{\left(\tau_{xz} - k_6\right)\left(\tau_{yz} - k_5\right)}{\left(\tau_{xy} - k_4\right)} = \kappa . \tag{3}$$

Положим

$$\begin{aligned}
&\tau_{xz} = az + k_6, \\
&\tau_{yz} = bz + k_5,
\end{aligned} \tag{4}$$

где a, b - $const$.

Из (3), (4) получим

$$\left(\tau_{xy}-k_4\right)=\frac{ab\kappa+\sqrt{a^2b^2\kappa^2+4a^2b^2z^2\left(a^2+b^2\right)}}{2\left(a^2+b^2\right)}. \tag{5}$$

Согласно (3), (5), имеем

$$\sigma_x=\sigma-\frac{1}{3}\kappa+\frac{\left(\tau_{xy}-k_4\right)az}{bz}+k_1{}',$$
$$\sigma_y=\sigma-\frac{1}{3}\kappa+\frac{\left(\tau_{xy}-k_4\right)bz}{az}+k_2{}', \tag{6}$$
$$\sigma_z=\sigma-\frac{1}{3}\kappa+\frac{az\cdot bz}{\left(\tau_{xy}-k_4\right)}+k_3{}'.$$

Из уравнений равновесия $\sigma_{ij,j}=0$ и соотношений (4)-(6) получим

$$\sigma=-ax-by+C+\frac{1}{3}\kappa-\frac{\left(\tau_{xz}-k_6\right)\left(\tau_{yz}-k_5\right)}{\left(\tau_{xy}-k_4\right)},\ C-const \tag{7}$$

Согласно (6), (7) найдем

$$\sigma_x=-ax-by+C-\frac{\left(\tau_{xy}-k_4\right)\left(\tau_{xz}-k_6\right)}{\left(\tau_{yz}-k_5\right)}-\frac{\left(\tau_{xz}-k_6\right)\left(\tau_{yz}-k_5\right)}{\left(\tau_{xy}-k_4\right)},$$
$$\sigma_y=-ax-by+C-\frac{\left(\tau_{yz}-k_5\right)\left(\tau_{xy}-k_4\right)}{\left(\tau_{xz}-k_6\right)}-\frac{\left(\tau_{xz}-k_6\right)\left(\tau_{yz}-k_5\right)}{\left(\tau_{xy}-k_4\right)}, \tag{8}$$
$$\sigma_z=-ax-by+C,$$

где τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{xz} - определяются согласно (4), (5).

Для определения константы *C*, входящей в соотношения (8), воспользуемся предположением, что край плиты $\xi=0$ свободен от усилий. Положим среднее значение нормального напряжения σ_ξ по толщине слоя равно нулю:

$$\int_{-1}^{1}\sigma_\xi dz=0. \tag{9}$$

Из (8), (9) следует

$$2C=\int_{-1}^{1}\left[\frac{\left(\tau_{xy}-k_4\right)\left(\tau_{xz}-k_6\right)}{\left(\tau_{yz}-k_5\right)}\cdot\cos^2\frac{\varphi}{2}+\frac{\left(\tau_{yz}-k_5\right)\left(\tau_{xy}-k_4\right)}{\left(\tau_{xz}-k_6\right)}\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2}+\left(\tau_{xy}-k_4\right)\sin\varphi\right]dz. \tag{10}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Балашникова А.В.* О предельном состоянии пространственного слоя из идеальнопластического материала при трансляционной анизотропии, сжатого параллельными шероховатыми плитами // Вестник Чуваш. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. – 2012. – № 2 (12). – С. 39 – 44.