

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ С УЧЁТОМ ВОЗМОЖНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрим управление процессом, которое осуществляется двумя способами, первый из них описывается зависимостью $y=f_1(x)$, а второй соответственно зависимостью $y=f_2(x)$, как это показано на рис. 1. Физический смысл значений аргумента в задачах экономического характера может быть различным, например, затраты производства, а в качестве функции - стоимость произведённой продукции. Значениям аргументов x_1 и x_2 соответствуют максимальные значения функций y_{1max} и y_{2max} . Для упрощения рассуждений будем считать, что в окрестности максимальных значений рассматриваемые функции являются симметричными.

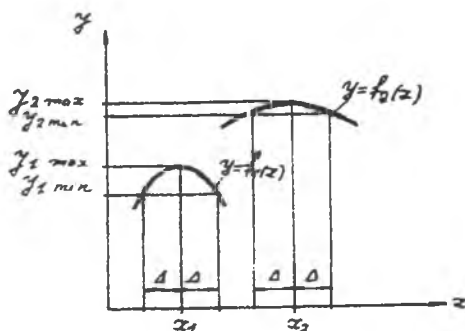


Рис. 1.

Получение максимальных значений y_{1max} и y_{2max} на практике осложняется погрешностями назначения необходимых управляющих воздействий x_1 и x_2 , что объясняется различными причинами, которые зачастую имеют случайный характер. Допустим, что известны интервалы возможных значений управляющего воздействия, определяемые следующим образом

$$(x_{i,min} = x_i - \Delta; \quad x_{i,max} = x_i + \Delta) \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$$(x_{i,min} = x_i * (1 - \varepsilon); \quad x_{i,max} = x_i * (1 + \varepsilon)) \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

Условие (1) соответствует фиксированной величине абсолютной погрешности, а условие (2) задаёт постоянную относительную погрешность. Выбор вида ограничений управляющих воздействий определяется физическим содержанием рассматриваемых задач.

Ограничивая возможные значения управляющих воздействий, мы тем самым определяем возможные минимальные значения рассматриваемых функций $y_{1min}=f_1(x_{1min})$ и $y_{2min}=f_2(x_{2min})$.

Возможность получения минимальных значений y_{1min} и y_{2min} вместо максимальных представляется в ряде задач с ограниченными ресурсами настолько нежелательной, что допускается снижение максимальных показателей y_{1max} и y_{2max} , если оно вызывает повышение возможных минимальных значений. Такой подход предлагается называть обеспечением повышения устойчивости управления.

В настоящей статье предлагается методика предварительной оценки эффективности способа управления $y=f_1(x)$ по сравнению со способом $y=f_2(x)$ при наличии ограничений управления вида (1.1) или (1.2).

Сначала рассмотрим показатели абсолютной эффективности процессов управления

$$K_1 = y_{1\max} / x_1; \quad K_2 = y_{2\max} / x_2. \quad (3)$$

Введём коэффициент относительной эффективности рассматриваемых процессов управления без учёта ограничений

$$k = \frac{K_2}{K_1} = \frac{y_{2\max}}{y_{1\max}} \cdot \frac{x_1}{x_2}. \quad (4)$$

Определим абсолютные показатели устойчивости процессов управления с учётом ограничений.

$$R_1 = \frac{y_{1\min}}{y_{2\max}}; \quad R_2 = \frac{y_{2\min}}{y_{2\max}}. \quad (5)$$

Максимальное возможное значение этих показателей имеет очевидное ограничение $R_i < 1$ ($i=1,2$). $R_i=1$ соответствует процессу управления инвариантный к величине входного воздействия (релейный тип управления).

Введём коэффициент относительной устойчивости процессов управления

$$r = R_2 / R_1 \quad (6)$$

Если $r > 1$, то второй процесс более устойчив к вариации управляющего воздействия, чем первый.

После проведенных рассуждений сформируем показатель эффективности процессов управления с учётом возможных погрешностей управления в виде

$$\alpha = k \cdot r \quad (7)$$

Очевидное преобразование соотношения (7) с учётом выражений (4), (5) и (6) приводит к зависимости вида

$$\alpha = \frac{y_{2\min}}{y_{1\min}} \cdot \frac{x_1}{x_2} \quad (8)$$

Если для двух рассматриваемых процессов $y=f_1(x)$ и $y=f_2(x)$ показатель $\alpha > 1$, то более эффективным по сочетанию производительности и устойчивости следует признать процесс $y=f_2(x)$.

Для демонстрации предложенного подхода рассмотрим частный случай, при котором процессы управления описываются параболическими зависимостями вида

$$y = y_{1\max} - a_1(x - x_1)^2, \quad (9)$$

$$y = y_{2\max} - a_2(x - x_2)^2 \quad (10)$$

При постоянной абсолютной величине отклонений управляющего воздействия подстановка выражения (9) в соотношение (8) даёт следующий результат

$$\alpha = \frac{y_{2\max} - a_2 \cdot \Delta^2}{y_{1\max} - a_1 \cdot \Delta^2} \cdot \frac{x_1}{x_2} \quad (11)$$

Для постоянной относительной погрешности отклонений управляющего воздействия можно получить

$$\alpha = \frac{y_{1\max} - a_2 \cdot (\varepsilon - x_2)^2}{y_{1\max} - a_1 \cdot (\varepsilon - x_1)^2} \cdot \frac{x_1}{x_2} \quad (12)$$

На рисунках рис. 2 и рис. 3 показаны результаты численного эксперимента по определению показателя α при ограничениях вида $\Delta = \text{const}$ (1) и $\varepsilon = \text{const}$ (2). Расчёты выполнены при следующих исходных данных:

$$a_1 = 1,0; a_2 = 4,0; y_{1\max} = 1,0; y_{2\max} = 1,10, 1,20, 1,30, 1,40; \Delta = 0,10; \varepsilon = 0,10.$$

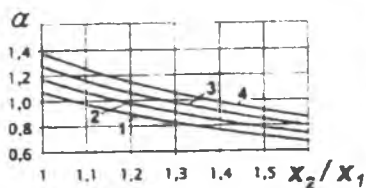


Рис. 2. $\Delta = \text{const}$
1 - $y_{2\max} = 1,1$; 2 - 1,2; 3 - 1,3; 4 - 1,4

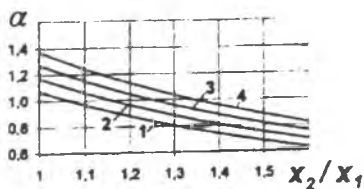


Рис. 3. $\varepsilon = \text{const}$
1 - $y_{2\max} = 1,1$; 2 - 1,2; 3 - 1,3; 4 - 1,4

Анализируя полученные данные, можно сделать вывод о том, что имеется ограниченная зона изменения управляющего воздействия, дающая увеличение комплексного показателя эффективности управления с учётом ограничений. Кроме того, видно, что при фиксированной относительной погрешности управления зона эффективного увеличения управляющего воздействия меньше чем для управления с фиксированной абсолютной погрешностью, хотя это отличие невелико и вполне очевидно.

Использование ограничений вида (1) или (2) всегда требует при увеличении управляющего воздействия обеспечивать увеличение значений на выходе, только в этом случае может быть достигнуто более эффективное управление ($\alpha > 1$).

Рассмотрев наиболее естественные виды ограничений управляющего воздействия, перейдём к искусственному снижению уровня возможных отклонений. Проанализируем перспективность такого подхода на примере с фиксацией предельных абсолютных отклонений, связанных соотношением $\Delta_2 = 0,1 \cdot \Delta_1$ при следующих исходных данных

$$a_1 = 1,0; a_2 = 4,0; y_{1\max} = 1,0; y_{2\max} = 0,90, 0,95, 1,00, 1,10; \Delta_1 = 0,40.$$

Данные расчётов, представленные на рис. 4 показывают, что в этом случае комплексный показатель эффективности управления α может быть больше единицы и при снижении возможного максимального значения на выходе процесса.

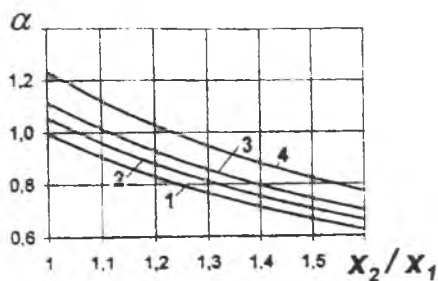


Рис.4.
1 - $y_{2\max} = 0,9$; 2 - 0,95; 3 - 1,0; 4 - 1,1

Теоретическим выводом проведенного исследования может быть заключение о том, что при снижении возможных максимальных значений на выходе процесса, тем не менее, можно обеспечить повышение его комплексной эффективности за счёт значительного снижения возможных отклонений управляющего воздействия. Предлагаемая методика даёт предварительную оценку эффективности управления с учётом возможной неустойчивости, так как для более детального заключения требуется анализ статистических свойств погрешностей управления.