

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»**

**ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ БИОМЕДИЦИНСКИХ
СИГНАЛОВ**

Методические указания к лабораторной работе

САМАРА 2016

УДК 57.087

Составитель: А.А. Федотов

Цифровая фильтрация биомедицинских сигналов: Метод. указания / – Самар. нац. исследов. ун-т.; сост. А.А. Федотов; Самара, 2016. 28 с.

В методических указаниях изложены основные сведения о теории цифровой фильтрации сигналов, реализации методов цифровой фильтрации биомедицинских сигналов в среде компьютерных вычислений MATLAB. Рассмотрены основные виды возмущающих воздействий, приводящих к искажению биомедицинских сигналов, приведены примеры использования типовых методов фильтрации биосигналов во временной и частотной области. Методические указания содержат порядок выполнения работы и требования к отчету.

Методические указания предназначены для магистрантов, обучающихся по направлению 12.04.04 «Биотехнические системы и технологии» и выполняющих лабораторные работы по курсу «Медицинская диагностическая и лечебная аппаратура». Разработано на кафедре лазерных и биотехнических систем.

Ил. 10. Библиогр. 4 назв.

Рецензент: к.т.н., доцент И.А. Кудрявцев

СОДЕРЖАНИЕ

1 Теоретические основы работы.....	4
1.1 Особенности биомедицинских сигналов.....	4
1.2 Классификация и общие сведения о цифровых фильтрах.....	5
1.3 Фильтрация биосигналов в частотной области.....	10
1.4 Фильтрация биосигналов во временной области.....	13
1.5 Корреляционный фильтр.....	18
1.6 Оптимальная фильтрация.....	20
1.7 Адаптивная фильтрация биомедицинских сигналов.....	22
1.8 Реализация методов фильтрации биосигналов в системе вычислений MATLAB.....	24
2 Порядок выполнения работы.....	26
3 Содержание работы.....	27
4 Контрольные вопросы.....	27
Библиографический список.....	27

Цель работы: изучение основных методов цифровой фильтрации биомедицинских сигналов в среде вычислений MATLAB.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ

1.1 Особенности биомедицинских сигналов

При проведении регистрации на биомедицинский сигнал всегда накладываются сигналы наводок (помех) и шумов. Наводки возникают вследствие действия внешних физических полей, не имеющих прямого отношения к объекту исследований. Они оказывают влияние на чувствительный элемент измерительного преобразователя или на отдельные узлы или цепи устройства преобразования биосигнала.

Шумы характерны как для измерительной аппаратуры, так и для объекта измерений. Под шумами понимаются те сигналы, которые появляются на выходе вследствие особенностей функционирования и параметров измерительной аппаратуры, а также вследствие работы других подсистем и наличия процессов в организме, в результате которых возникают сигналы, не имеющих прямого отношения к определяемым показателям или характеристикам.

В медицинской практике шумы биологического происхождения, вызванные процессами, не имеющими прямого отношения к определяемым параметрам или характеристикам, называют часто влиянием артефактов. Очень часто трудно различить между собой шумы объекта и биосигналы, появившиеся вследствие взаимодействия с ним чувствительного элемента измерительного преобразователя. Вследствие этого, даже располагая аппаратурой с гарантированными метрологическими характеристиками, нельзя с полной уверенностью утверждать, что погрешность результатов измерений не превышает значений, нормированных для технического измерительного средства.

Основными видами помех физического происхождения являются помехи электрической природы, обусловленные воздействием электрических сетей питания, шумами аналоговых элементов измерительного преобразователя биомедицинских сигналов, шумами квантования аналого-цифрового преобразования биосигналов.

К артефактам физиологического происхождения, как правило, относятся помехи, обусловленные дыханием или движениями обследуемого во время регистрации биосигналов, а также любую активность систем организма, не связанную с регистрируемым процессом, но оказывающую влияние на определяемые значения диагностических показателей. Наиболее ярким примером таких процессов может служить миографическая активность периферических мышц при регистрации ЭКГ сигнала.

Наиболее эффективным способом уменьшения влияния артефактов различной природы возникновения на регистрируемые биомедицинские сигналы является использование методов цифровой фильтрации, к преимуществам которых относятся высокая точность, гибкость настройки и стабильность функционирования.

1.2 Классификация и общие сведения о цифровых фильтрах

В общем случае под фильтром сигналов понимается устройство, предназначенное для выделения желательных компонентов спектра сигнала и/или подавления нежелательных компонентов. В зависимости от типа сигнала все электронные фильтры можно разделить на два класса: аналоговые и цифровые фильтры. Цифровые фильтры в свою очередь в зависимости от способа реализации можно классифицировать на программные и аппаратные. Аппаратные цифровые фильтры реализуются на элементах интегральных схем, в то время как программные фильтры реализуются с помощью программ, выполняемых на ПЛИС, микроконтроллерами или ЭВМ.

По виду амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) все фильтры подразделяются на фильтры низких частот (ФНЧ), фильтры высоких частот (ФВЧ), полосовые фильтры и режекторные фильтры. ФНЧ пропускает низкие частоты и задерживает высокие, ФВЧ задерживает низкие частоты и пропускает высокие, полосовой фильтр пропускает полосу частот от ω_1 до ω_2 и задерживает те частоты, которые расположены выше или ниже этой полосы частот, режекторный фильтр задерживает полосу частот от ω_1 до ω_2 и пропускает частоты, расположенные выше или ниже этой полосы частот.

Другой классификацией фильтров является классификация по типу импульсной характеристики фильтра. Под импульсной характеристикой

фильтра подразумевается его реакция на единичный импульс (математическая модель – дельта-функция Дирака) при нулевых начальных условиях. Применительно к теории цифровых фильтров импульсная характеристика часто называется ядром фильтра. Единичный импульс в цифровых системах представляет собой импульс минимальной длительности равной периоду дискретизации и максимальной амплитуды. Выходной сигнал цифрового фильтра может быть получен с помощью свертки импульсной характеристики фильтра и входного сигнала:

$$y(n) = \sum_{k=0}^N h(k) \cdot x(n-k)$$

где: $x(n)$ – входной сигнал, $y(n)$ – выходной сигнал, $n=0, 1, 2, \dots, N-1$: номер отсчета дискретного сигнала, N – общее количество отсчетов дискретного сигнала.

По типу импульсной характеристики фильтры подразделяются на рекурсивные и нерекурсивные. Рекурсивные фильтры или фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) представляют собой фильтры, использующие один или несколько выходов в качестве входа, то есть представляют собой фильтры с обратной связью. Основным свойством таких фильтров является то, что их импульсная характеристика имеет бесконечную длину во времени, а передаточная характеристика имеет дробно-рациональный вид.

Нерекурсивные фильтры или фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ) представляют собой фильтры с ограниченной во времени импульсной характеристикой (с определенного момента времени импульсная характеристика становится точно равной нулю). Знаменатель передаточной характеристики фильтра представляет собой константу.

Передаточная характеристика цифрового фильтра представляет собой дифференциальный оператор, выражающий связь между входным и выходным сигналами фильтра. В теории цифровых фильтров принято записывать передаточную характеристику как отношение z -преобразований выходного и входного сигналов.

Z -преобразованием или преобразованием Лорана называется свертывание исходного сигнала, заданного последовательностью вещественных отсчетов во временной области, в аналитическую функцию комплекс-

ной частоты. Для одностороннего варианта z-преобразование имеет следующий вид:

$$X(z) = \sum_{m=0}^{\infty} x(n) \cdot z^{-n}, \quad z = A \cdot e^{j\varphi}$$

где: A – амплитуда комплексного числа z , φ – фаза комплексного числа z .

Обратное z-преобразование имеет следующий вид:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z) \cdot z^{n-1} dz$$

где: C – контур, охватывающий область сходимости $X(z)$ и содержащий все вычеты $X(z)$.

Z-преобразование простейших дискретных функций представлено в Таблице 1.

Таблица 1 – Z-преобразование некоторых функций

Сигнал, $x(n)$	Z-преобразование, $X(z)$
$\delta(n)$	1
$\delta(n-n_0)$	$\frac{1}{z^{n_0}}$
$u(n)$	$\frac{z}{z-1}$
$a \cdot u(n)$	$\frac{1}{1-a \cdot z^{-1}}$

Основной способ проектирования цифровых фильтров заключается в преобразовании известной передаточной характеристики соответствующего аналогового фильтра из s-области в z-область с использованием билинейного преобразования (преобразования Тастина). Данный подход обусловлен тем, что методы синтеза аналоговых фильтров хорошо известны и тщательно проработаны. Билинейное преобразование осуществляется с помощью подстановки следующего вида:

$$z = \frac{2 + s \cdot T}{2 - s \cdot T}$$

где: T – интервал дискретизации сигнала.

Передаточная характеристика БИХ-фильтра в z -области в общем случае имеет следующий вид:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

где: a_k – коэффициенты обратной связи, b_k – весовые коэффициенты входного сигнала, M – порядок входного сигнала, N – порядок обратной связи.

Разностное уравнение БИХ-фильтра, описывающее соотношение между входным и выходным сигналами, имеет следующий вид:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k \cdot y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k \cdot x(n-k)$$

Импульсная характеристика или ядро БИХ-фильтра имеет следующий вид:

$$h(n) = \sum_{k=0}^M b_k \cdot \delta(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k \cdot h(n-k)$$

Частотная характеристика фильтра определяется на основании прямого преобразования Фурье от частотной характеристики фильтра:

$$H(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot e^{-\frac{2\pi j}{N} nk}$$

где: $h(n)$ – импульсная характеристика фильтра во временной области, $n=0, 1, 2, \dots, N-1$: отсчеты импульсной характеристики во временной области, $k=0, 1, 2, \dots, N-1$: отсчеты импульсной характеристики в частотной области.

При этом модуль прямого преобразования Фурье частотной характеристики фильтра представляет собой амплитудно-частотную характеристику фильтра, а аргумент – фазо-частотную характеристику.

На рисунке 1 приведена структурная схема реализации БИХ-фильтра. Устойчивость БИХ-фильтра зависит от его передаточной характеристики. Для дискретного фильтра необходимо и достаточно, чтобы все полюса (корни характеристического полинома, находящегося в знаменателе) его передаточной функции по модулю были меньше единицы, т.е. ле-

жали внутри единичного круга на z -плоскости. Физическая реализуемость БИХ-фильтра подразумевает, что порядок числителя передаточной функции не превышает порядка знаменателя, при этом, как правило, выбирают $M=N$. БИХ-фильтры могут быть построены с использованием только трех элементов или основных операций – умножитель, сумматор и блок задержки.

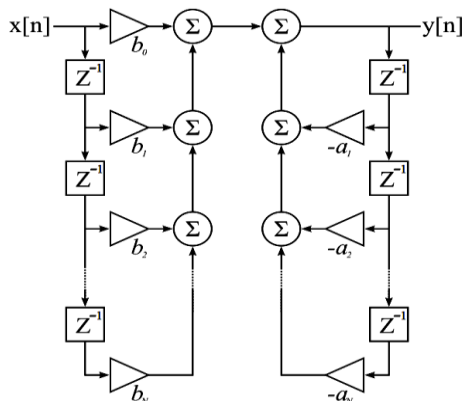


Рисунок 1 – Структурная схема реализации БИХ-фильтра ($M=N$)

Передаточная характеристика КИХ-фильтра в общем случае имеет следующий вид:

$$H(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$$

Разностное уравнение КИХ-фильтра имеет следующий вид:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x(n-k)$$

КИХ-фильтры по аналогии с БИХ-фильтрами могут быть также реализованы с трех элементов или основных операций – умножителя, сумматора и блока задержки. На рисунке 2 приведена структурная схема реализации КИХ-фильтра. Преимуществами КИХ-фильтров является устойчивость и возможность линейаризации фазовой характеристики. Недостатками КИХ-фильтров является то, что длительность импульсной характеристики может оказаться достаточно большой для достижения резкого спада частотной характеристики на границе зоны пропускания. Также необхо-

димо отметить, что реализация КИХ-фильтров всегда сложнее, чем реализация БИХ-фильтров с аналогичными характеристиками. При решении задач цифровой фильтрации биомедицинских сигналов оба вида фильтров находят широкое применение.

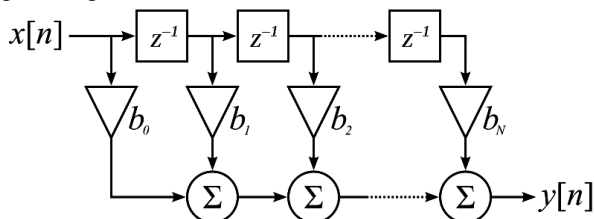


Рисунок 2 – Структурная схема реализации КИХ-фильтра

1.3 Фильтрация биосигналов в частотной области

Рекурсивные фильтры по виду аппроксимирующего полинома передаточной характеристики классифицируются на фильтры Бесселя, Баттерворта, Чебышева и эллиптические фильтры.

Наиболее распространенными при решении задач цифровой фильтрации биомедицинских сигналов являются фильтры Баттерворта. Амплитудная характеристика фильтра нижних частот Баттерворта имеет следующий вид:

$$G^2(\omega) = \frac{G_0^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n}}$$

где: n – порядок фильтра, ω_c – частота среза фильтра (частота на которой амплитуда равна $0,707 \cdot G_0$), G_0 – коэффициент усиления на нулевой частоте (постоянной составляющей)

При бесконечных значениях n АЧХ фильтра становится прямоугольной функцией, при этом частоты ниже частоты среза будут пропускаться с коэффициентом G_0 , а частоты выше частоты среза будут полностью подавляться.

К основным особенностям фильтров Баттерворта относятся максимально гладкая АЧХ в полосе пропускания и полосе затухания, которая снижается почти до нуля на частотах полосы затухания. Для фильтров первого порядка АЧХ затухает со скоростью -6 дБ на октаву или -20 дБ на

декаду, для фильтров второго порядка скорость затухания АЧХ составляет -12 дБ на октаву или -40 дБ на декаду. Фильтры Баттерворта по сравнению с другими типами фильтров имеют более пологий спад в переходной области, поэтому с целью обеспечения требуемых характеристик подавления должны иметь более высокий порядок, что затрудняет процесс разработки аналоговых фильтров, но практически не влияет на разработку цифровых фильтров.

Другим недостатком фильтров Баттерворта является нелинейность его фазовой характеристики. Для устранения нелинейности фазовой характеристики сигнал после прохождения фильтра пропускается через него повторно, но в обратном по времени направлении.

Фильтры Бесселя характеризуются линейной фазо-частотной характеристикой, однако, имеют при этом пологую форму АЧХ с невысокой скоростью затухания характеристики в переходной зоне, что приводит к необходимости использования высоких порядков при разработке фильтров для достижения приемлемого затухания в полосе задержки фильтра. Передаточная характеристика фильтра Бесселя нижних частот имеет следующий вид:

$$H(s) = \frac{\theta_n(0)}{\theta_n(s/\omega_0)}$$

где: $\theta_n(s)$ – обратный многочлен Бесселя n -го порядка, ω_0 – частота среза фильтра.

На рисунке 3 показан график АЧХ характеристики (2) и ФЧХ (1) для низкочастотного Бесселя четвертого порядка.

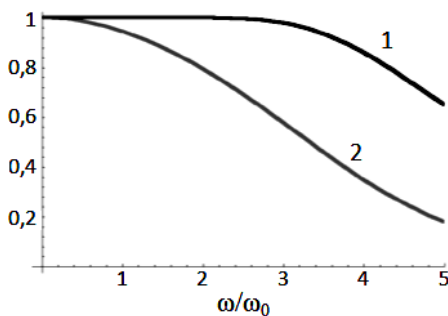


Рисунок 3 – АЧХ (линия 2) и ФЧХ (линия 1) фильтра Бесселя третьего порядка

Отличительной особенностью фильтров Чебышева является более крутой спад АЧХ, чем у рассмотренных ранее фильтров и существенные пульсации АЧХ в полосе пропускания (фильтр Чебышева I рода) или в полосе затухания (фильтр Чебышева II рода). Наличие пульсаций в полосе пропускания затрудняет использование данного типа фильтров при обработке биомедицинских сигналов, в силу невозможности присутствия нелинейных искажений биосигналов в задачах медицинской диагностики. АЧХ фильтра Чебышева I рода имеет следующий вид:

$$G_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}$$

где: ε – показатель пульсаций, ω_0 – частота среза фильтра, $T_n(\omega)$ – многочлен Чебышева n -го порядка. На частоте среза ω_0 коэффициент усиления фильтра имеет значение $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$. Пульсации в полосе пропускания задаются в децибелах и определяются следующим образом:

$$20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}.$$

АЧХ фильтра Чебышева II рода имеет следующий вид:

$$G_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2 T_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}}}$$

Характерной особенностью эллиптических фильтров является наличие пульсаций, как в полосе пропускания, так и в полосе подавления, при этом эллиптические фильтры имеют самый крутой спад АЧХ среди всех рассмотренных типов фильтров. АЧХ эллиптических фильтров низких частот имеет следующий вид:

$$G_n(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 R_n^2\left(\xi, \frac{\omega}{\omega_0}\right)}}$$

где: ε – показатель пульсаций, ξ – показатель селективности, ω_0 – частота среза фильтра, $R_n(\omega)$ – рациональная эллиптическая функция n -го порядка.

На рисунке 4 приведены АЧХ различных типов фильтров пятого порядка.

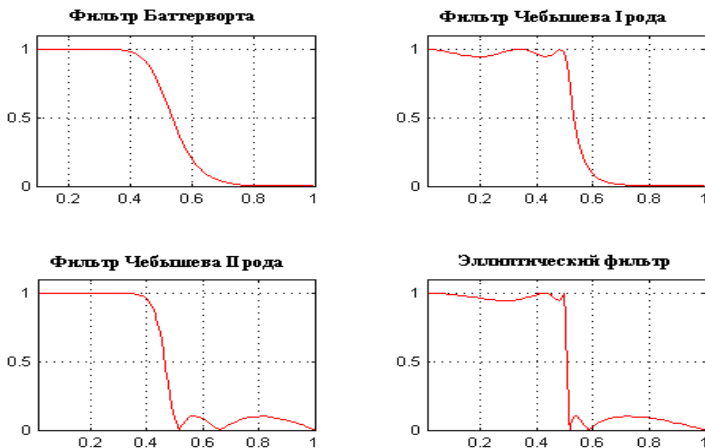


Рисунок 4 – АЧХ различных видов фильтров

1.4 Фильтрация биосигналов во временной области

Существует целый класс фильтров, результатом разработки которых не является определенная частотная характеристика получаемых фильтров. Несмотря на это данный класс фильтров обладает частотной характеристикой, получаемой с помощью операции прямого преобразования Фурье его импульсной характеристики, и также может быть классифицирован на ФНЧ и ФВЧ. Преимуществом фильтрации во временной области является то, что нет необходимости в оценки спектральных характеристик сигнала и помехи, кроме того обработка во временной области во многих случаях выполняется быстрее, чем в частотной.

Для устранения случайных шумов, в том числе шумов квантования, высокочастотных артефактов и помех, для сглаживания сигнала наиболее часто используется фильтрация скользящего среднего. В общем случае фильтр скользящего среднего задается следующим образом:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k)$$

где: $x(n)$ – входной сигнал, N – порядок фильтра, b_k – набор весовых коэффициентов фильтра, $y(n)$ – выходной сигнал.

На рисунке 5 приведена структурная схема фильтра скользящего среднего.

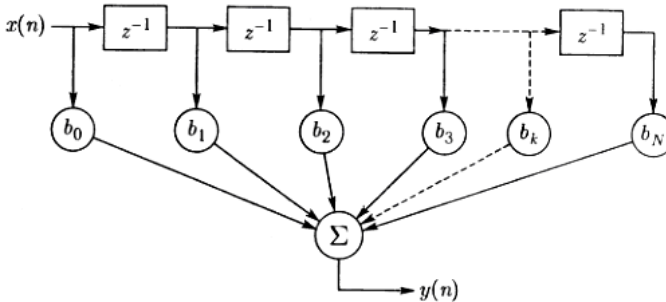


Рисунок 5 – Структурная схема фильтра скользящего среднего

Фильтр скользящего среднего является КИХ фильтром. К преимуществам фильтра скользящего среднего относится простота его реализации, линейность фазовой характеристики, при условии, что набор весовых коэффициентов фильтра является симметричным или антисимметричным.

Наиболее простой реализацией фильтра скользящего среднего является фильтр фон Ганна или фильтр Хеннинга, определяемый следующим выражением:

$$y(n) = \frac{1}{4} [x(n) + 2x(n-1) + x(n-2)]$$

Импульсную характеристику фильтра Хеннинга можно получить при условии, что входной сигнал представляет собой единичный импульс $x(n)=\delta(n)$:

$$h(n) = \frac{1}{4} [\delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2)]$$

Передаточная функция фильтра Хеннинга в z -области определяется следующим выражением:

$$H(z) = \frac{1}{4} [1 + 2z^{-1} + z^{-2}]$$

Частотная характеристика фильтра Хеннинга получается из передаточной функции путем подстановки: $z=e^{j\omega T}$, T – интервал дискретизации сигналов, ω – частота в рад/с. Если положить $T=1$ и иметь дело с нормализованной частотой в диапазоне $0 \leq \omega \leq 2\pi$ и $0 \leq f \leq 1$, тогда $f=1$ и $\omega=2\pi$ представляют собой частоту дискретизации, при этом более низкие значения

частот будут представлять нормализованные частоты в пределах частоты дискретизации.

На рисунке 6 приведены амплитудная и фазовая характеристики сглаживающего фильтра Хеннинга (частота дискретизации сигналов равна 1000 Гц).

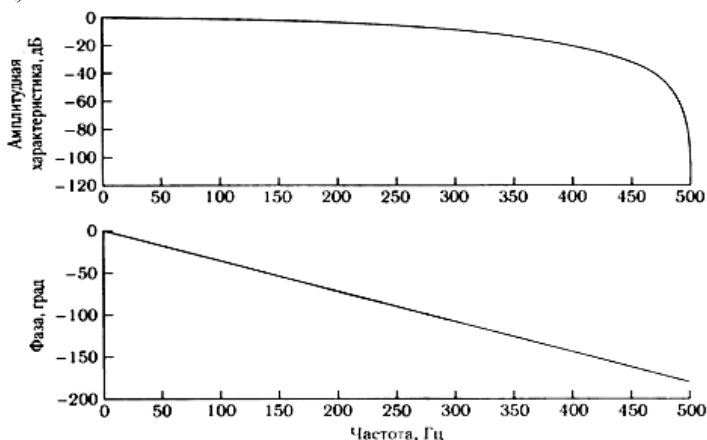


Рисунок 6 – Амплитудная и фазовая характеристики сглаживающего фильтра Хеннинга

Более существенное сглаживание может быть достигнуто путем усреднения отсчетов в более продолжительном временном окне за счет увеличения задержки фильтра, например на основе применения сглаживающего 8-точечного фильтра скользящего среднего, задаваемого следующим выражением:

$$y(n) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 x(n-k)$$

На рисунке 7 приведены частотная характеристика сглаживающего 8-точечного фильтра скользящего среднего (частота дискретизации сигналов равна 1000 Гц).

Таким образом, свойства фильтров скользящего среднего определяются шириной окна усреднения отсчетов N , которая зависит от частоты дискретизации и спектральных характеристик фильтруемого сигнала.

Для устранения низкочастотных артефактов и постоянной составляющей, присутствующих при регистрации биосигналов, во временной

области используются фильтры, основанные на выполнении операции дифференцирования.

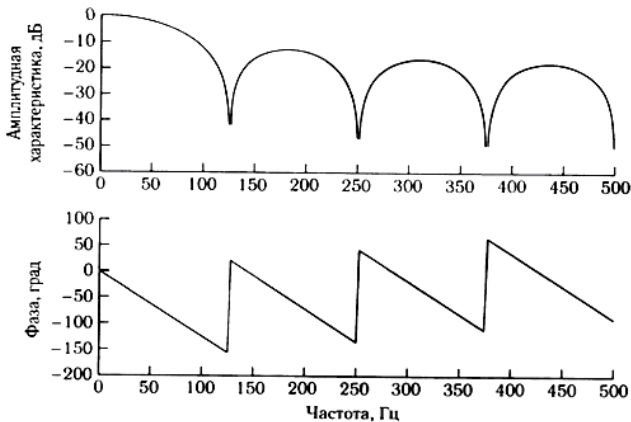


Рисунок 7 – Частотная характеристика сглаживающего 8-точечного фильтра скользящего среднего

При цифровой обработке сигналов базовое определение первой производной задается оператором первой разности:

$$y(n) = \frac{1}{T} [x(n) - x(n-1)]$$

Передаточная функция оператора первой разности в z-области имеет вид:

$$H(z) = \frac{1}{T} (1 - z^{-1})$$

Частотная характеристика оператора первой разности определяется выражением:

$$H(\omega) = \frac{1}{T} \exp(-j \frac{\omega}{2}) \left[2j \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \right]$$

Зависимости АЧХ и ФЧХ оператора первой разности приведены на рисунке 8.

Таким образом, оператор первой разности полностью удаляет постоянную составляющую сигнала, а также ослабляет низкочастотные компоненты, но при этом приводит к усилению высокочастотных компонент сигнала, в том числе высокочастотных помех и шумов, содержащихся в исходном биосигнале, что может привести к увеличению зашумленности

сигнала. В силу этого, перед применением операций дифференцирования часто используют предварительную низкочастотную фильтрацию биосигналов. К преимуществам оператора первой разности относят простоту реализации, линейную фазовую характеристику.

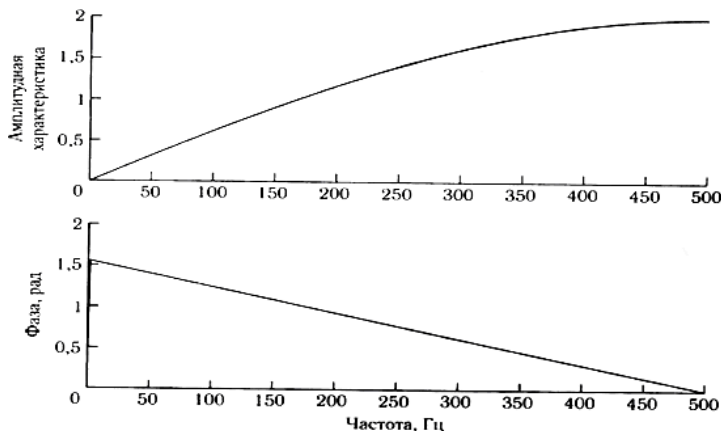


Рисунок 8 – Амплитудная и фазовая характеристики оператора первой разности

Зачастую оператор первой разности приводит к значительному усилению высокочастотных компонент сигнала, являющихся информационными признаками биосигналов. Например, при разработке методов детектирования QRS-комплексов ЭКГ сигнала, являющихся наиболее высокочастотным компонентом сигнала, используют методы цифровой обработки на основе применения операций дифференцирования для выделения информативных признаков биосигналов.

Проблема нежелательного усиления высокочастотных компонентов оператором первой разности может быть решена путем использования оператора трехточечной центральной разности:

$$y(n) = \frac{1}{2T} [x(n) - x(n-2)]$$

Передаточная функция оператора трехточечной центральной разности имеет следующий вид:

$$H(z) = \frac{1}{2T} (1 - z^{-2}) = \left[\frac{1}{T} (1 - z^{-1}) \right] \left[\frac{1}{2} (1 + z^{-1}) \right]$$

Передаточная функция оператора трехточечной центральной разности представляет собой произведение передаточных функций оператора

первой разности и двухточечного фильтра скользящего среднего и, следовательно, может быть реализован путем каскадного соединения соответствующих фильтров.

На рисунке 9 приведены зависимости АЧХ и ФЧХ оператора трехточечной центральной разности.

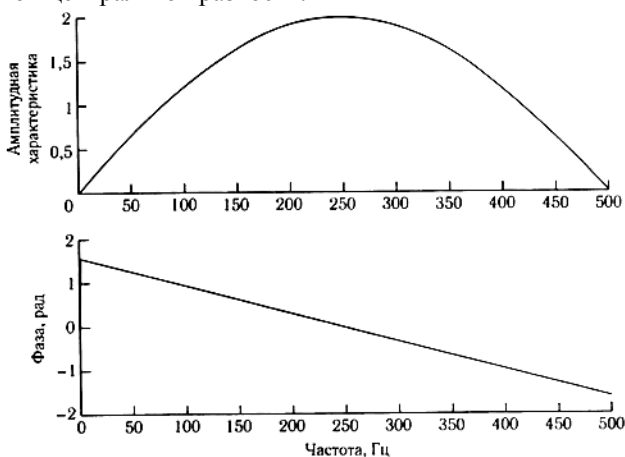


Рисунок 8 – Амплитудная и фазовая характеристики оператора трехточечной центральной разности

Оператор трехточечной центральной разности может рассматриваться как один из вариантов полосовой фильтрации, реализуемой во временной области.

1.5 Корреляционный фильтр

Двигательные артефакты носят случайный характер и приводят к наибольшим искажениям биосигналов. Обработка биосигналов на фоне присутствия двигательных артефактов сталкивается с рядом трудностей, заключающихся в том, что природа появления двигательных артефактов имеет случайный характер, а их частотные компоненты зачастую перекрываются с основной полосой частот биосигналов (ЭКГ сигнал, сигнал артериальной пульсации крови). Одним из наиболее эффективных способов уменьшения влияния двигательных артефактов является использование устойчивых алгоритмов обработки, в том числе основанных на применении методов корреляционной обработки.

Суть корреляционной обработки сигналов заключается в вычислении взаимно-корреляционной функции между фрагментом обрабатываемого сигнала и неким эталонным образцом данного сигнала, свободного от проявления искажающих помех и шумов. Корреляционные фильтры (согласованные фильтры) используются для обнаружения скрытых в шумах сигналов с известными характеристиками.

Большинство биомедицинских сигналов являются квазипериодическими сигналами, содержащими повторяющиеся эпохи, имеющие схожие друг с другом характеристики. В качестве образца какой-либо эпохи биомедицинского сигнала, как правило, используется либо усредненный фрагмент данного сигнала, свободный от помех и шумов, либо модельная аппроксимация фрагмента биосигнала, построенная на основе априорно известных данных о форме и амплитудно-временных характеристиках опорного фрагмента.

Пусть $x(t)$ опорный сигнал, представляющий собой идеальный образец изучаемого события; $X(f)$ – преобразование Фурье от $x(t)$. Рассмотрим прохождение $x(t)$ через линейный инвариантный во времени фильтр, импульсная характеристика которого $h(t)$, частотная характеристика $H(f)$. Выходной сигнал фильтра в данном случае определяется выражением $y(t)=x(t)*h(t)$ или $Y(f)=X(f)\cdot H(f)$. Выходная энергия максимизируется, если частотная характеристика фильтра определяется выражением следующего вида:

$$H(f)=K X^*(f)\cdot \exp(-j2\pi f t_0)$$

где: K – масштабирующий коэффициент, t_0 – временная задержка.

Соответствующая импульсная характеристика фильтра имеет вид:

$$h(t)=K x(t-t_0)$$

Частотная характеристика согласованного фильтра пропорциональна комплексно сопряженному преобразованию Фурье обнаруживаемого сигнала. Во временной области импульсная характеристика фильтра представляет собой обращенную или отраженную версию опорного сигнала, который был задержан и промасштабирован. Величина задержки определяется длительностью опорного фрагмента сигнала.

В силу того, что импульсная характеристика фильтра представляет собой отраженную версию $x(t)$, операция свертки, выполняемая согласованным фильтром эквивалентна корреляции: выходной сигнал в этом слу-

чае равен функции взаимной корреляции между входным и опорным сигналом. Когда фрагмент входного сигнала фильтра, отличного от $x(t)$ сопоставляется с опорным сигналом, выходной сигнала согласованного фильтра аппроксимирует автокорреляционную функцию опорного сигнала при соответствующей временной задержке. Результат в частотной области будет определяться следующим выражением, представляющим собой спектральную плотность мощности опорного сигнала без учета временной задержки и масштабирующего коэффициента:

$$Y(f)=X(f) \cdot H(f)=X(f) \cdot X^*(f)=S_{xx}(f)$$

Таким образом, выходной сигнал согласованного фильтра достигает своего максимума в момент появления сигнала, являющегося аппроксимацией опорного сигнала.

1.6 Оптимальная фильтрация

Рассмотренные ранее фильтры оперируют ограниченной информацией о временных и/или спектральных характеристиках сигнала и помехи. Данный способ фильтрации можно рассматривать как эмпирически подобранный, при этом получаемый результат не является гарантированно лучшим, иными словами не является оптимальным с точки зрения максимизации соотношения сигнал/шум на выходе используемого фильтра.

Теория фильтров Винера позволяет разработать оптимальный фильтр для устранения помех и шумов из сигнала при условии, что сигнал и шум являются независимыми стационарными случайными процессами, при этом известны характеристики неискаженного сигнала и характеристики присутствующих шумов и помех. Параметры Винеровского фильтра оптимизированы с использованием некоего критерия эффективности, при этом обеспечивается наилучший достижимый результат при данных условиях и при данной доступной информации о характеристиках фильтруемого сигнала и присутствующих помех и шумов.

При решении задач фильтрации биомедицинских сигналов фильтр Винера можно представить в виде КИХ фильтра с одним входом и одним выходом с вещественными коэффициентами. На рисунке 9 приведена обобщенная структурная схема оптимального фильтра Винера с коэффициентами $w_i, i=0, 1, 2, \dots, M-1$, входом $x(n)$ и выходом $d^*(n)$.

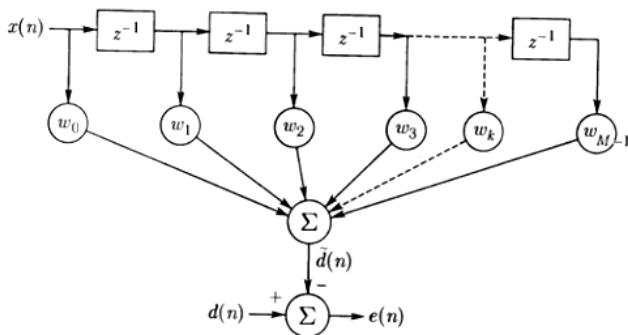


Рисунок 9 – Структурная схема фильтра Винера

Выходной сигнал фильтра $d^*(n)$ рассматривается как оценка сигнала $d(n)$, представляющего собой идеальный неискаженный сигнал. Если известен и доступен сигнал $d(n)$, то можно рассчитать оценку ошибки между выходом и требуемым сигналом как:

$$e(n) = d(n) - d^*(n)$$

В силу того, что оценка $d^*(n)$ является выходом линейного КИХ фильтра, она может быть выражена как свертка входного сигнала $x(n)$ с последовательностью весов w_i , являющейся импульсной характеристикой фильтра, следующим образом:

$$d^*(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k \cdot x(n-k)$$

Последовательность весовых коэффициентов фильтра может быть описана как вектор размерностью $M \times 1$:

$$\mathbf{w} = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_{M-1}]^T$$

Вектор отсчетов входного сигнала можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M+1)]^T$$

В этом случае свертка входного сигнала и импульсной характеристики фильтра может быть представлена как скалярное произведение векторов:

$$d^*(n) = \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}(n) = \mathbf{x}(n)^T \cdot \mathbf{w}$$

Ошибка оценки определяется выражением:

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{x}(n)$$

Фильтр Винера оценивает последовательность весовых коэффициентов, которые минимизируют среднеквадратичную величину ошибки оценки, в этом случае выходной сигнал фильтра является оценкой минимальной среднеквадратичной ошибки требуемого отклика, фильтр в этом случае является оптимальным фильтром.

Частотная характеристика фильтра Винера может быть описана следующим выражением (с подробным математическим выводом можно самостоятельно ознакомиться в [1]):

$$S(\omega) = \frac{S_d(\omega)}{S_d(\omega) + S_\eta(\omega)}$$

где: $S(\omega)$ – частотная характеристика Винеровского фильтра, $S_d(\omega)$ – спектральная плотность мощности требуемого сигнала $d(n)$, $S_\eta(\omega)$ – спектральная плотность мощности шумового процесса или помехи.

1.7 Адаптивная фильтрация биомедицинских сигналов

Рассмотренные ранее виды фильтрации, основанные на использовании цифровых фильтров с постоянными параметрами, хорошо подходят для случаев, когда характеристики сигналов и помех являются стационарными и известными. Однако фильтры такого вида не применимы в тех случаях, когда характеристики сигнала или шума изменяются во времени (при этом необходимо заметить, что большинство биомедицинских сигналов являются по своей природе нестационарными процессами), а также в тех случаях, когда спектральный состав сигнала и помех существенно перекрываются. Примером таких ситуаций может служить искажение относительно низкочастотных биосигналов (например, сигнал артериальной пульсации крови) двигательными артефактами, одновременное присутствие при регистрации двух сигналов со схожими спектральными характеристиками биоэлектрической активности сердца матери и плода. Использование фильтров с постоянными характеристиками не позволит эффективно разделить сигнал от помехи.

Для решения задачи необходимо разработать фильтр, параметры которого будут адаптироваться к изменяющимся характеристикам сигнала и помехи. При этом должен быть доступен канал регистрации сигнала информации, связанной с помехой. Например, в случае фильтрации биосиг-

нала в условиях присутствия двигательных артефактов в качестве дополнительного канала регистрации информации, связанной с помехой, может использоваться акселерометр или датчик перемещения. Таким образом, к разрабатываемому фильтру предъявляются два требования: он должен быть адаптивным и оптимальным.

На рисунке 10 приведена обобщенная структурная схема адаптивного фильтра, реализующего процедуру адаптивного подавления шумов (АПШ).

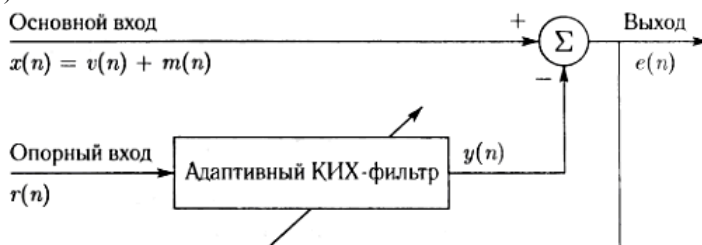


Рисунок 10 – Структурная схема адаптивного фильтра

Основной вход фильтра представляет собой смесь полезного сигнала $v(n)$ и присутствующей искажающей помехи на основном входе $m(n)$:

$$x(n) = v(n) + m(n)$$

Требуется оценить помеху или шум $m(n)$ и устранить ее из $x(n)$ для получения полезного сигнала $v(n)$. Предполагается, что $v(n)$ и $m(n)$ некоррелированы. Для адаптивной фильтрации необходим второй вход, известный как опорный вход $r(n)$, который не коррелирован с полезным сигналом $v(n)$, но тесно связан или коррелирован с помехой или шумом $m(n)$ каким-либо способом, знать который нет необходимости.

Процедура АПШ модифицирует или фильтрует сигнал на опорном входе $r(n)$ таким образом, чтобы получить некоторый сигнал $y(n)$, который настолько близок к шуму $m(n)$, насколько это возможно. Далее сигнал $y(n)$ вычитается из сигнала на основном входе для получения оценки требуемого полезного сигнала $v^*(n)$:

$$v^*(n) = e(n) = x(n) - y(n)$$

Основной целью использования процедуры АПШ является получение такого выходного сигнала $e(n)$, который близок по критерию наименьших квадратов к полезному сигналу $v(n)$, что достигается подачей выходного сигнала на адаптивный фильтр в качестве обратной связи и настройкой фильтра для минимизации общей выходной мощности систе-

мы. Выходной сигнал системы используется в качестве сигнала ошибки для адаптивного процесса. Минимизация общей выходной мощности максимизирует отношение сигнал/шум на выходе фильтра.

Выходной сигнал адаптивного фильтра $y(n)$ в ответ на входной сигнал $r(n)$ определяется разностным уравнением:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k \cdot r(n-k)$$

Ошибка оценки или выходной сигнал системы АПШ определяется как:

$$e(n) = x(n) - \mathbf{w}^T \cdot \mathbf{r}(n)$$

В качестве методов максимизации соотношения сигнал/шум на выходе наиболее часто используются метод наименьших средних квадратов или рекурсивный метод наименьших квадратов. Целью алгоритмов оптимизации является адаптивная настройка вектора весовых коэффициентов фильтра для минимизации среднеквадратичной ошибки выходного сигнала системы АПШ $e(n)$. Более подробную информацию об указанных алгоритмах для самостоятельного изучения можно найти в [1].

1.8 Реализация методов фильтрации биосигналов в системе MATLAB

Реализация КИХ и БИХ фильтров в MATLAB выполняется с помощью функции `filter`, имеющей следующий синтаксис:

$$\mathbf{y} = \text{filter}(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \mathbf{x})$$

где: $\mathbf{a}$ – массив коэффициентов обратной связи, $\mathbf{b}$ – массив весовых коэффициентов входного сигнала, $\mathbf{x}$ – входной сигнал фильтра, $\mathbf{y}$ – выходной сигнал фильтра.

Для реализации КИХ фильтра достаточно присвоить параметру $\mathbf{a}$ значение ненулевой константы. Для реализации фильтрации с нулевой фазой используется функция `filtfilt`, имеющая одинаковый синтаксис с функцией `filter`. Фильтрация сигнала с использованием функции `filtfilt` заключается в реализации двунаправленной фильтрацией без внесения фазового сдвига. При использовании функции `filtfilt` сигнал проходит через фильтр в прямом направлении, а затем пропускается повторно через тот же фильтр, но в обратном по времени направлении (в другой последовательности отсчетов сигнала).

Для расчета коэффициентов фильтра Баттерворта используется функция **butter**, имеющая следующий синтаксис:

$$[b, a] = \text{butter}(n, Wn, 'ftype')$$

где: **a** – массив коэффициентов обратной связи, **b** – массив весовых коэффициентов входного сигнала, **n** – порядок фильтра, **Wn** – нормализованная частота среза фильтра, **ftype** – спецификатор, определяющий тип фильтра. Если '**ftype**' принимает значение '**low**', то проектируется ФНЧ, если '**high**' – ФВЧ, если '**stop**' – режекторный фильтр.

В случае проектирования режекторного фильтра параметр **Wn** должен представлять собой массив из двух значений: **Wn=[w1 w2]**, **w1 < w2**, при этом диапазон частот **[w1–w2]** представляет собой полосу задержки режекторного фильтра, порядок режекторного фильтра равен **2·n**. Для проектирования полосового фильтра достаточно последовательно применить фильтрацию с использованием ФВЧ и ФНЧ.

Для расчета коэффициентов фильтра Чебышева I типа используется функция **cheby1** со следующим синтаксисом:

$$[b, a] = \text{cheby1}(n, Rp, Wn, 'ftype')$$

где: **Rp** – величина пульсаций фильтра в полосе пропускания фильтра в дБ.

Все остальные параметры функции аналогичны соответствующим параметрам функции **butter**.

Для расчета коэффициентов фильтра Чебышева II типа используется функция **cheby2** со следующим синтаксисом:

$$[b, a] = \text{cheby2}(n, Rs, Wn, 'ftype')$$

где: **Rs** – величина пульсаций фильтра в полосе затухания фильтра в дБ.

Для расчета коэффициентов эллиптического фильтра используется функция **ellip** со следующим синтаксисом:

$$[b, a] = \text{ellip}(n, Rp, Rs, Wn, 'ftype')$$

где: **Rp** – величина пульсаций фильтра в полосе пропускания фильтра в дБ, **Rs** – величина пульсаций фильтра в полосе затухания фильтра в дБ.

Для расчета коэффициентов фильтра Бесселя используется функция **besself** со следующим синтаксисом:

$$[b, a] = \text{besself}(n, Wn, 'ftype')$$

Для построения частотных характеристик разработанных фильтров в среде MATLAB используются функции **freqs** и **freqz**, имеющие похожий

синтаксис. Функция **freqs** используется для построения частотной характеристики аналогового фильтра по коэффициентам передаточной характеристики в s -плоскости, а функция **freqz** – частотной характеристики дискретного фильтра по коэффициентам передаточной характеристики в z -плоскости. Синтаксис функции **freqz** имеет следующий вид:

$$[h, w]=\text{freqz}(b, a, l)$$

где: **a** – массив коэффициентов знаменателя передаточной характеристики, **b** – массив коэффициентов числителя передаточной характеристики, **h** – массив значений комплексной частотной характеристики, **w** – соответствующий массив круговых частот, равномерно распределенных в диапазоне от 0 до π радиан на отсчет, **l** – количество частотных точек, опциональный параметр, по умолчанию частотные характеристики рассчитываются по 512 точкам.

2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Загрузите файл `ecgX.txt`, где X – номер Вашего варианта. Частота дискретизации ЭКГ сигнала составляет 500 Гц. Используя методы цифровой фильтрации добейтесь уменьшения интенсивности присутствующих помех.
2. Сравните эффективность фильтрации ЭКГ сигнала от присутствующих высокочастотных помех, используя различные типы ФНЧ (фильтр Баттерворта, фильтр Бесселя, фильтр Чебышева, фильтр скользящего среднего). При фильтрации биосигналов используйте различные значения частоты среза и порядка фильтров с целью получения наилучшего результата фильтрации.
3. Примените режекторный фильтр для устранения периодических высокочастотных помех от сетевой линии, присутствующих на ЭКГ сигнале.
4. Сравните эффективность фильтрации ЭКГ сигнала от присутствующих низкочастотных помех, используя различные типы ФВЧ (фильтр на основе дифференцирования сигнала, фильтр Баттерворта, фильтр Бесселя, фильтр Чебышева).

3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Листинги написанных программ (М-файлов) в среде MATLAB для каждого задания.
3. Сводная таблица результатов, содержащая полученные в результате проведенных исследований графики зависимостей изменения фрагментов биосигналов от времени до и после фильтрации.
4. Выводы о полученных результатах, сопоставление с теорией.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Природа возникновения помех и шумов биомедицинских сигналов.
2. Классификация цифровых фильтров.
3. Основы теории цифровых фильтров. Импульсная и частотная характеристики фильтров.
4. Рекурсивные фильтры.
5. Нерекурсивные фильтры.
6. Фильтры скользящего среднего.
7. Фильтры на основе операции дифференцирования.
8. Согласованные (корреляционные) фильтры.
9. Оптимальная фильтрация. Фильтры Винера.
10. Адаптивная фильтрация.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рангайян, Р.М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход [Текст] / Пер. с англ. Под ред. А.П. Немирко – М.: Физматлит, 2007. – 440 с.
2. Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов: учебник для ВУЗов [Текст] / А.И. Солонина. – М.: БХВ, 2005. – 768 с.
3. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие для ВУЗов. [Текст] / А.Б. Сергиенко. – М.: Питер, 2003. – 603 с.
4. Theis, F.J. Biomedical signal analysis. Contemporary methods and applications [Текст] / F.J. Theis, A. Meyer-Base – The MIT Press, 2010 – 423 p.
5. Алексеев, Е.Р. MATLAB 7 [Текст] / Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. – М.: NT Press, 2006. – 464 с.

Учебное издание

ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ БИМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ

Методические указания

Составитель: Федотов Александр Александрович

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
443086 Самара, Московское шоссе, 34