

Трассировка лучей через систему из двух линз с учетом их поляризации

Д.Н. Туркин
Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
nil.ottoman@gmail.com

Аннотация — В данной работе рассматривается трассировка поляризованных лучей с помощью формул Френеля. На основе математической модели был реализован программный пакет для анализа состояния поляризованных лучей при прохождении через оптическую систему.

Ключевые слова — трассировка лучей, компьютерная графика, поляризация, формулы Френеля, геометрическая оптика.

I. ВВЕДЕНИЕ

Для моделирования процессов распространения электромагнитного излучения используются различные методы. Одним из наиболее распространенных способов моделирования оптических систем является трассировка лучей [1].

При трассировке лучей следует учитывать, что при прохождении через границы раздела сред меняется их поляризация, для расчета нового состояния поляризации используются формулы Френеля.

Для оптических систем с высокой числовой апертурой требуется учитывать поляризацию излучения, так как коэффициенты Френеля для больших углов падения велики.

В настоящей работе решается задача создания программного средства, позволяющего рассчитывать состояние поляризации монохромных лучей.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Луч зададим параметрически:

$$\vec{r} = \vec{p}_0 + t\vec{e}, \quad (1)$$

где $\vec{p}_0$ — радиус вектор точки начала луча, $\vec{e}$ — вектор направления луча, t — параметр, определяющий длину луча.

Рассмотрим линзу как эллипсоид:

$$\frac{(x-p_x)^2}{a^2} + \frac{(y-p_y)^2}{b^2} + \frac{(z-p_z)^2}{c^2} = 1, \quad (2)$$

где p_x, p_y, p_z — координаты центра эллипсоида, a, b, c — полуоси эллипсоида [2].

Для расчёта параметров преломленных и отраженных лучей необходимо рассчитать координаты точки пересечения исходного луча и поверхности. Для этого нужно найти параметр t :

$$t_{1,2} = \frac{-\left(M_{abc}\vec{e}^T, M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T\right)}{\left(M_{abc}\vec{e}^T, M_{abc}\vec{e}^T\right)} \pm \frac{\sqrt{\frac{\left(M_{abc}\vec{e}^T, M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T\right)^2}{\left(M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T, M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T\right)} - \left(M_{abc}\vec{e}^T, M_{abc}\vec{e}^T\right)}}{\left(M_{abc}\vec{e}^T, M_{abc}\vec{e}^T\right)} \times \sqrt{\left(M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T, M_{abc}(\vec{r}-\vec{p}_0)^T\right) - (abc)^2}, \quad (3)$$

где $M_{abc} = \begin{pmatrix} bc & 0 & 0 \\ 0 & ac & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{pmatrix}$.

Направления отраженных и преломленных лучей задаются с помощью законов отражения и Снеллиуса [3].

Параметры поляризации луча и удобно представить в виде комплексного вектора Джонса. Для того, чтобы приписать лучу состояние поляризации в виде вектора Джонса, необходимо определить базис луча: его тангент и битангент. Базисные векторы и вместе с вектором направления луча образуют тройку взаимно ортогональных векторов. В базисе луча задается вектор Джонса:

$$\vec{E} = E_t\vec{t} + E_b\vec{b}, \quad (4)$$

где $\vec{t}, \vec{b}$ — тангент и битангент луча, E_t, E_b — коэффициенты разложения.

При расчете состояния поляризации луча, прошедшего границу раздела двух сред, необходимо знать s и p составляющие падающего луча. Вектор p лежит в плоскости падения и перпендикулярен направлению луча, вектор s перпендикулярен плоскости падения. Найдем s и p компоненты вектора Джонса, спроецировав его на соответствующие векторы.

Теперь можем найти вектор Джонса для преломленного и отраженного луча по формулам Френеля [4]:

$$E_{p'}^{refract} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} E_p, \quad (5)$$

$$E_{s'}^{refract} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} E_s, \quad (6)$$

$$E_{p'}^{reflect} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} E_p, \quad (7)$$

$$E_{s'}^{reflect} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} E_s. \quad (8)$$

Здесь α , β углы падения и преломления соответственно, n_1, n_2 показатели преломления[5].

III. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Был создан программный пакет для трассировки лучей и анализа их поляризации на языке Python.

Главной функцией пакета является расчет параметров лучей при их прохождении через оптическую систему, а также визуализация этого процесса. Для наглядности состояние поляризации луча представляется в виде эллипса поляризации, для его построения достаточно вектора Джонса. Чтобы посмотреть на эллипсы поляризации, нужно использовать регистрирующую матрицу.

На рис. 1 представлен ход пучка параллельных лучей лучей через систему линз.

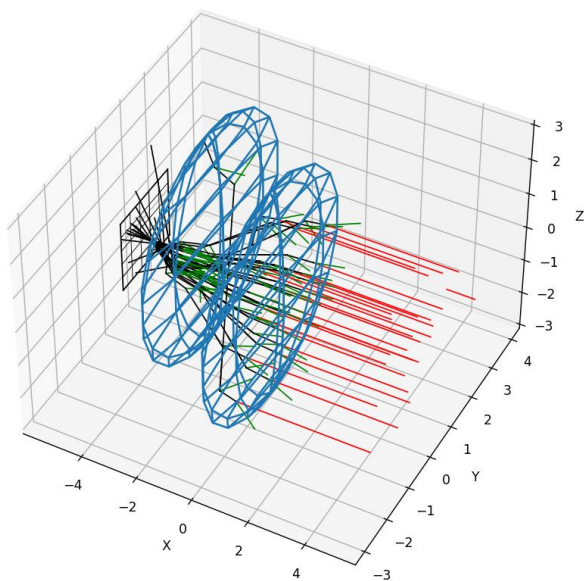


Рис. 1. Пример визуализации хода лучей через пару линз

Оба луча изначально имеют одинаковую круговую поляризацию по часовой стрелке [1, 1j].

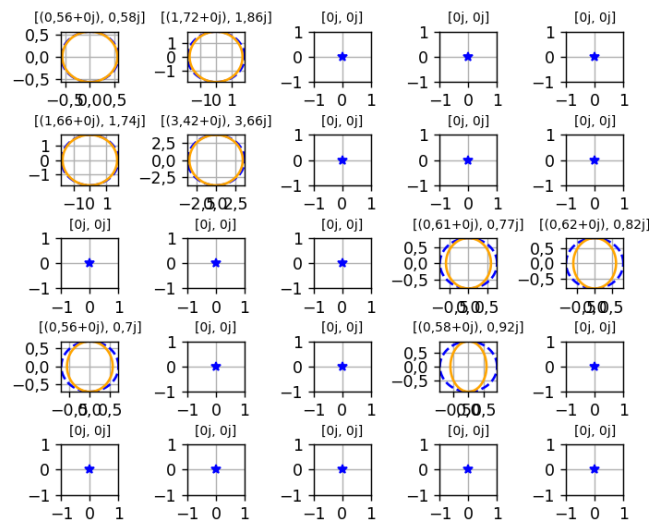


Рис. 2. Эллипсы поляризации на регистрирующей матрице размером 5x5

На рис. 2 представлен результат работы регистрирующей матрицы при трассировке лучей через систему из двух линз. Пикселы матрицы фиксируют попадание лучей в себя, и запоминают их поляризацию. По рис. 2 видно, что матрица зарегистрировала попадание лучей, прошедших через систему. Поляризация в пораженных пикселах отличается от изначальных лучей.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование и математическое моделирование трассировки лучей с учетом их поляризации, в результате был получен программный пакет, позволяющий визуализировать ход лучей, а также рассмотреть состояние поляризации лучей с помощью регистрирующей матрицы.

Показан эффект изменения поляризации лучей при прохождении через систему линз.

Полученный программный пакет позволяет смоделировать работу оптических систем и может быть использован при их разработке

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Досколович, Л. Л. Расчет и моделирование оптических систем с использованием поверхностных волн / Л. Л. Досколович, Е. А. Кадомина, И. И. Кадомин // Известия Самарского научного центра РАН. – 2006. – Т. 8. – №. 4. – С. 1183-1188. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-i-modelirovanie-opticheskikh-sistem-s-ispolzovaniem-poverhnostnyh-voln> (дата обращения: 20.10.2023).
- [2] Гостев, И. А. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 25 – С. 251-255. – URL <http://e-koncept.ru/2015/65353.htm> (дата обращения: 20.10.2023).
- [3] Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф; под ред. Г. П. Мотулевич, перевод с англ. С. Н. Бреуса, А. И. Головашкина, А. А. Шубина. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
- [4] Губаев М. С. и др. Формирование векторного пучка с помощью конической преломляющей поверхности // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45. – №. 6. – С. 828-838.
- [5] Евтихов, М.Г. Соотношения Снеллиуса и Френеля для электромагнитных волн с постоянной линейной поляризацией // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55, № 8. – С. 915-922.