

Моделирование и анализ влияния астигматических преобразований на двухмодовую суперпозицию вихревых пучков

П.А. Вечканова

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
vechkanova.p@gmail.com

Аннотация — Проведено исследование визуализации топологических зарядов в суперпозиции двух вихревых Гауссовых пучков с помощью внесения астигматизма на основе преобразования Френеля. Была получена закономерность для определения топологического заряда в суперпозиции двух оптических вихрей, имеющих разные знаки и значения.

Ключевые слова — вихревые пучки, преобразование Френеля, астигматизм, пучки Гаусса, топологический заряд

I. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что вихревые пучки обладают орбитальным угловым моментом, который определяется топологическим зарядом (ТЗ) [1-3]. Для анализа ТЗ вихревых пучков можно использовать астигматическое преобразование, которое можно реализовать разными оптическими способами [4,5].

В данной работе проведено исследование влияния астигматических преобразований на двухмодовую суперпозицию вихревых пучков. Целью исследования является визуализация и определение ТЗ в суперпозиции двух вихревых Гауссовых пучков с разными значениями ТЗ с помощью различных видов астигматизма.

Исследование выполнялось на основе численного моделирования с использованием преобразование Френеля. Для более корректной оценки результатов были построены графики сечений интенсивности для смоделированных пучков.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Вихревой Гауссов пучок можно представить в следующем виде

$$E_0(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \left(\frac{x \pm iy}{w}\right)^{|m|}, \quad (1)$$

где (x, y) – декартовы координаты, w – радиус перетяжки Гауссова пучка, m – целочисленный ТЗ.

Тогда суперпозиция двух пучков вида (1) с разными значениями и знаками ТЗ представляется как

$$E(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \left[\left(\frac{x + iy}{w}\right)^{|m_1|} + \left(\frac{x - iy}{w}\right)^{|m_2|} \right]. \quad (2)$$

Существуют разные сочетания m_1 и m_2 для пучков вида (2), которые дают одинаковое число лучей (рис. 1, а). Данный факт усложняет распознавание модового состава пучков по картине интенсивности [6]. Однако

анализ таких пучков может быть выполнен с использованием астигматических преобразований видов

$$E_1(x, y) = E(x, y) \exp(iax^2), \quad (3)$$

$$E_2(x, y) = E(x, y) \exp(iaxy) \quad (4)$$

и преобразования Френеля для $E_1(x, y)$ и $E_2(x, y)$:

$$F_{1,2}(\xi, \eta, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} E_{1,2}(x, y) \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} dx dy, \quad (5)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число падающего излучения с длиной волны λ , z – расстояние распространения пучка.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Было проведено численное моделирование с помощью авторских скриптов на языке Octave.

Для представленных ниже результатов использовались следующие параметры расчета: $w = 0,5$ мм, длина волны $\lambda = 6,3 \cdot 10^{-4}$ мм, расстояние распространения пучка $z = 1000$ мм.

Результаты моделирования суперпозиции пучков Гаусса, основанного на преобразовании Френеля, до и после внесения астигматизма видов (3) и (4) при $\alpha=10$ для различных значений m_1 и m_2 представлены на рис. 1.

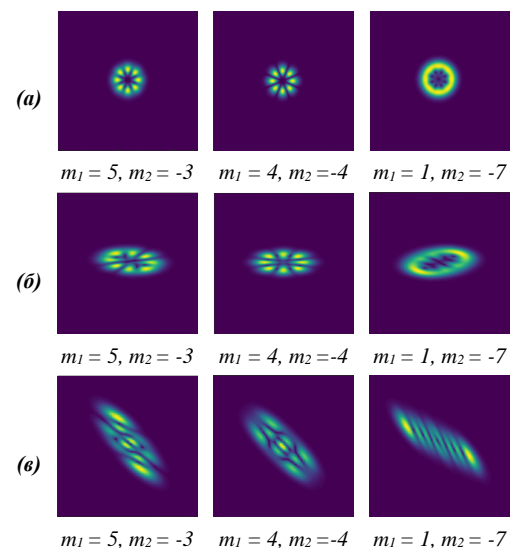
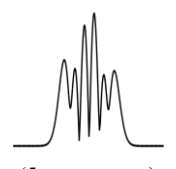
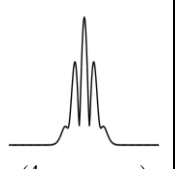
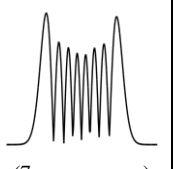
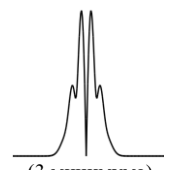
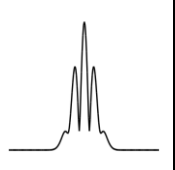
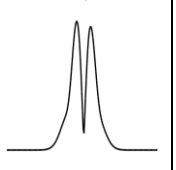


Рис. 1. Интенсивность входного поля (а), суперпозиции пучков Гаусса с внесением астигматизмов вида $\exp(iax^2)$ (б) и $\exp(iaxy)$ (в) при $\alpha=10$

Из полученных результатов (рис. 1) видно, что количество минимумов вдоль диагональных сечений

Таблица II. Сечения интенсивности СУПЕРПОЗИЦИИ С ВНЕСЕНИЕМ АСТИГМАТИЗМА ВИДА (4) ПРИ $\alpha = 10$ ПРИ НАКЛОНЕ ВПРАВО

Вид астигматизма	$m_1 = 5, m_2 = -3$	$m_1 = 4, m_2 = -4$	$m_1 = 1, m_2 = -7$
$\exp(i\alpha xy)$	 (5 минимумов)	 (4 минимума)	 (7 минимумов)
$\exp(-i\alpha xy)$	 (3 минимума)	 (4 минимума)	 (1 минимум)

соответствует различным по знаку ТЗ, соответствующих вихревым пучкам с m_1 и m_2 в суперпозиции. Отметим, что, хотя картины для астигматизма вида (3) (рис. 1, б) обладают большей симметрией, количество минимумов лучше выражено для астигматизма вида (4) (рис. 1, в).

Очевидно, что для анализа ТЗ также можно воспользоваться преобразованием с отрицательным значением параметра α (рис. 2). Из рис. 2 хорошо видно, что для астигматизма вида (3) количество минимумов между максимумами при наклоне вправо соответствует положительному порядку вихря, при наклоне влево – отрицательному. Для астигматизма (4) картина интенсивности поворачивается.

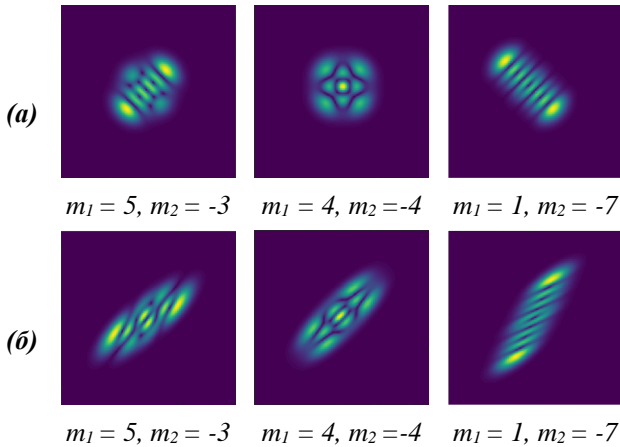
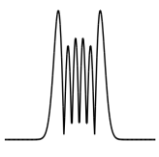
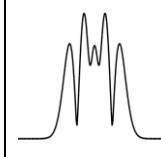
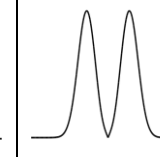
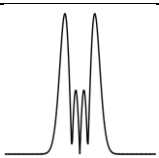
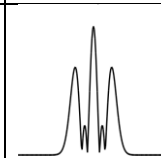
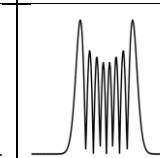


Рис. 2. Интенсивность суперпозиции пучков Гаусса с внесением астигматизмов вида $\exp(i\alpha x^2)$ (а) и $\exp(i\alpha xy)$ (б) при $\alpha = -10$

Для наглядности при подсчете ТЗ на основе полученных результатов были построены графики сечений интенсивности искаженных астигматизмами полей, представленные в таблицах I и II соответственно.

Таблица I. Сечения интенсивности СУПЕРПОЗИЦИИ С ВНЕСЕНИЕМ АСТИГМАТИЗМА ВИДА (3) ПРИ $\alpha = 10$ ПРИ НАКЛОНЕ ВПРАВО

Вид астигматизма	$m_1 = 5, m_2 = -3$	$m_1 = 4, m_2 = -4$	$m_1 = 1, m_2 = -7$
$\exp(i\alpha x^2)$	 (5 минимумов)	 (4 минимума)	 (1 минимум)
$\exp(-i\alpha x^2)$	 (3 минимума)	 (4 минимума)	 (7 минимумов)

Из таблицы II можно заметить, что для астигматизма вида (4) при положительном параметре α , в отличие от астигматизма вида (3), количество минимумов при наклоне вправо соответствует максимальному по модулю порядку вихря, при наклоне влево – минимальному.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы ТЗ вихревого пучка Гаусса с помощью астигматических преобразований на основе преобразования Френеля. Была получена закономерность для определения ТЗ в суперпозиции двух оптических вихрей, имеющих разные знаки и значения. Показано, что количество минимумов вдоль диагональных сечений соответствует порядкам вихрей в суперпозиции. Для астигматизма вида $\exp(i\alpha x^2)$ положительный и отрицательный порядки, для $\exp(i\alpha xy)$ наибольший и наименьший по модулю.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Cao, F. All diffractive optical element setup for creating and characterizing optical vortices with high topological charges: analytical models and numerical results. / F. Cao, Y. Zhao, C. Yao, C. Xie // Optics Communications. – 2021. – Vol. 495. – P. 127119.
- [2] Котляр, В.В. Определение топологического заряда оптического вихря с помощью астигматического преобразования / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А. П. Порфирьев // Компьютерная оптика. – 2016. – Т. 40, №. 6. – С. 781-792.
- [3] Воляр, А. В. Цифровая сортировка пучков Эрмита–Гаусса: анализ спектра мод и топологический заряд возмущённого пучка Лагерра–Гаусса / А. В. Воляр, Е. Г. Абрамочкин, Ю. А. Егоров, М. В. Брещько, Я. Е. Акимова // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, №. 4. – С. 501-509.
- [4] Khorin, P.A. Aberration-matched filters for vortex beams transformations / P.A. Khorin, S.N. Khonina // Proc. SPIE. – 2022. – Vol. 12295. – P. 193-200.
- [5] Khorin, P.A. Simplifying the experimental detection of the vortex topological charge based on the simultaneous astigmatic transformation of several types and levels in the same focal plane / P.A. Khorin, S.N. Khonina, A.P. Porfirev, N.L. Kazanskiy // Sensors. – 2022. – Vol. 22. – P. 7365.
- [6] Akhmetov, L.G. Recognition of Two-Mode Optical Vortex Beams Superpositions Using Convolution Neural Networks / L.G. Akhmetov, A.P. Porfirev, S.N. Khonina // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). – 2023. – Vol. 32(1). – P.138–150.